



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO**



FACULTAD DE INGENIERÍA

PROGRAMA ÚNICO DE ESPECIALIZACIONES DE INGENIERÍA

CAMPO DE CONOCIMIENTO: INGENIERÍA CIVIL

**REGIONALIZACIÓN DE DATOS DE ESCURRIMIENTO DE LAS
REGIONES HIDROLÓGICAS 20-21 Y 36-37 PARA LA OBTENCIÓN
DE GASTOS DE DISEÑO**

T E S I N A

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

ESPECIALISTA EN **HIDRÁULICA URBANA**

P R E S E N T A :

Ing. Jacqueline Mariles Gutiérrez

DIRECTOR DE TESINA: **Dra. Maritza Liliana Arganis Juárez**

MÉXICO, CDMX

SEPTIEMBRE 2017

Contenido

1. Introducción	3
2. Antecedentes	4
3. Conceptos previos.....	6
3.1 Conceptos básicos de estadística.....	6
3.2 Conceptos básicos de hidrología.....	8
3.3 Distribución de funciones de probabilidad empleadas.....	12
4. Descripción de las zonas de estudio.	15
4.1 Región Hidrológica No. 20.....	15
4.2 Región Hidrológica No. 21.....	16
4.3 Región Hidrológica No. 36.....	17
4.4 Región hidrológica No. 37	18
5. Recopilación y análisis de información	20
6. Metodología y aplicación	26
6.1 Prueba de Fisher.....	29
6.2 Generación de pruebas de simulación muestral.....	31
6.2.1 Generación de números aleatorios.....	32
6.3 Técnica de las estaciones-año	39
6.3.1 Método estaciones-año	40
6.4 Análisis de Frecuencia de Gastos Máximos Anuales.....	54
6.4.1 Obtención de las funciones de distribuciones	54
6.5 Ecuaciones regionales	57
6.5.1 Obtención de ecuaciones regionales	60
7. Conclusiones.....	74
8. Lista de figuras.....	77
9. Lista de tablas.....	78
10. Bibliografía	79

1. Introducción

En México, la disponibilidad de datos de variables hidroclimatológicas es en general escasa, en comparación con la cobertura y las bases de datos que existen en países desarrollados, lo que provoca que la estimación de eventos de diseño para el diseño de obras hidráulicas se convierta en un problema.

De hecho, la información climatológica es considerablemente mayor que la hidrométrica. En 2012, México contaba con 3817 estaciones climatológicas oficiales operadas por la Comisión Nacional del Agua (CONAGUA) y la Comisión Federal de Electricidad (CFE), mientras que las estaciones hidrométricas con registro son 2226 (Domínguez et al. 2016).

La escasa red de estaciones y la falta de sistematización en la toma de datos, ha provocado que en México se lleven a cabo investigaciones de alto nivel, encaminadas a transferir información hidrológica a sitios sin registros o con escasa información. Es por ello, que un análisis regional permite hacer agrupaciones de sitios con comportamiento hidrológico estadísticamente similar, con lo que se logra la construcción de registros lo más grandes posibles para obtener una función de distribución de probabilidades de toda la zona considerada (Domínguez et al. 2012).

La regionalización es aplicable cuando se desea conocer el gasto para un periodo de retorno mayor al obtenido con el número de años de registro, debido a que se presenta el problema de extrapolar bajo la tendencia aplicable con respecto a los gastos máximos anuales medidos en la cuenca. Además de que la estadística de los gastos muestra frecuentemente en varios sitios de México la presencia de dos poblaciones: una con valores relativamente pequeños y otra con valores grandes, donde la segunda población está directamente relacionada con la incidencia de eventos extraordinarios (huracanes).

Debido a lo anterior, en esta investigación se presenta la regionalización de escurrimientos aplicables para dos pares diferentes de regiones hidrológicas, uno ubicada al sur de la República Mexicana, en la planicie costera del Océano Pacífico y el otro concentrada en la parte central del Norte de México. Regiones de las cuales se seleccionaron diversas estaciones hidrométricas caracterizadas por medir escurrimientos de cuencas no influenciadas por la presencia de embalses o lagos de regulación (Domínguez et al. 2016).

Además, al contar con información de las características fisiográficas y cinemáticas de una cuenca (área, precipitación, tiempo de concentración, longitud del cauce principal), la investigación también presenta la búsqueda de una ecuación que genere valores de un gasto máximo instantáneo de diseño relacionándolo con las características de la cuenca para poder proyectar obras hidráulicas que reduzcan los fenómenos ocasionados en gran parte por las lluvias. Lo anterior es posible a través de herramientas computacionales de optimización como Solver© de Excel© y Matlab con un programa de algoritmos genéticos.

2. Antecedentes

La estimación de valores máximos del escurrimiento con fines de estudios hidrológicos es un importante problema por resolver. Es por ello que en distintas partes del mundo se han llevado a cabo estudios de regionalización basados en diversas técnicas para agrupar cuencas, tomando en cuenta datos medidos, así como características fisiográficas, y datos de uso de suelo y climatológicos.

En Ahmad et. al. (2013), se realiza una regionalización dentro de la Península de Malasia basándose en la cantidad de precipitación registrada en 59 estaciones pluviométricas en un periodo de 36 años y realizan un agrupamiento jerárquico para encontrar grupos homogéneos de lluvias basándose en diferentes medidas de similitud y medios de vinculación.

Del mismo modo, en Malekinezhad et. al (2011) se desarrolló una regionalización en Irán para poder estimar datos de escurrimiento en regiones áridas y semi-áridas donde la información registrada es escasa, ya que a pesar de que la precipitación anual es baja, a menudo ocurren grandes inundaciones, para ello se determinaron regiones homogéneas analizando grupos y regiones de influencia y caracterizando atributos o características de la cuenca en relación con las inundaciones, posteriormente se realizaron pruebas de homogeneidad con H-Statistic, un método de análisis basado en momentos-L, con lo que se demostró que una subdivisión de cuencas en grupos homogéneos es necesaria para obtener mejores resultados.

También es posible encontrar trabajos de regionalización basada en procesos de computación, tal es el caso del trabajo realizado por Chavoshi et. al. (2013), quienes proponen una regionalización basada en conceptos de computación flexible en la franja sur de la cuenca del Mar Caspio, en el norte de Irán, que ha sido afectada por severas inundaciones, para ello emplea registros de 61 estaciones hidrométricas y 32 meteorológicas con 44 años de registro. Para determinar la homogeneidad de cuencas de captación mediante características físicas, climáticas, estacionalidad de inundaciones y la ubicación geográfica, se utiliza un enfoque de sistema experto difuso (FES; *Fuzzy Expert System*), y con el uso de Algoritmos Genéticos (GA) se ajustaron los parámetros del FES para optimizar el sistema, este procedimiento se comparó con los métodos tradicionales de regionalización hidrológica en la zona.

Entre los estudios que resaltan en México están los realizados por Domínguez (1983), quien propone modificar las ecuaciones de estimación del gasto a partir de las características fisiográficas del *Flood Studies Report* (1975), a partir del cual se desarrollaron diversos trabajos como el presentado en 2013 bajo el nombre de “Regionalización de datos de escurrimiento de las regiones hidrológicas de México para la estimación de avenidas de diseño” (Domínguez et. al.), en el cual se analizaron las 37 regiones hidrológicas de la República Mexicana, aplicando la prueba de Fisher para delimitar regiones homogéneas, seguida de la técnica estaciones-año.

Más recientemente, Gómez (2014) realizó un estudio denominado *Nuevos modelos para el cálculo de escurrimientos en la República Mexicana* donde se aborda el problema más usual durante la planeación o diseño de obras hidráulicas por la falta de información hidrológica en las regiones

hidrológicas 1, 3, 9, 10, 20, 21 y 30, utilizando tres métodos diferentes, regresión múltiple, algoritmos genéticos e investigaciones pasadas del Instituto de Ingeniería, sin embargo, no se contempló la homogeneidad de las estaciones, por lo que los resultados no fueron del todo satisfactorios.

Fue por ello que Guzmán (2015), realizó un estudio para obtener estimaciones de gastos para diferentes periodos de retorno utilizando tres diferentes modelos de regionalización en función de las características fisiográficas de las cuencas y del uso de algoritmos genéticos. Este estudio permitió conocer una primera agrupación de las regiones hidrométricas 1 y 3 a partir de la comparación de coeficientes de variación.

Finalmente en Vilchis (2014), se delimitaron zonas homogéneas de la región hidrológica 26 por medio de la regionalización y utilizando el coeficiente de variación, para posteriormente encontrar la ecuación de tipo potencial que proporciona valores de gastos máximos instantáneos, que relaciona las características fisiográficas y datos de precipitación media de la cuenca y permite obtener un gasto de diseño para diferentes periodos de retorno.

3. Conceptos previos

3.1 Conceptos básicos de estadística

3.1.1 **Media.**

La media aritmética mejor conocida como media, es el promedio de un conjunto de valores, es decir, es la suma de todos los valores divididos entre el número de datos que intervienen. Por lo general la media es uno de los parámetros numéricos más importantes para la descripción de una muestra (Gorgas et al. 2011).

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad (3.1)$$

Donde x_i representa cada uno de los valores de la muestra y n el tamaño de la muestra

3.1.2 **Varianza.**

Se trata de la medida más utilizada para estimar la dispersión de los datos de la muestra. La varianza de un conjunto de datos es el promedio de las distancias cuadradas de cada valor con respecto a su media. Se utilizan los cuadrados de las desviaciones para evitar que se compensen desviaciones positivas y negativas. Es aconsejable utilizar la varianza cuando se utiliza la media como medida de tendencia central (Gorgas et al. 2011).

$$S_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \quad (3.2)$$

3.1.3 **Desviación estándar.**

Tomando la raíz cuadrada de la varianza, obtenemos la desviación estándar, que regresa la medida de variabilidad a las unidades originales de medición. Representa la distancia media a la que se encuentran los datos respecto de la media aritmética (Gorgas et al. 2008).

$$S_x = \sqrt{S_x^2} \quad (3.3)$$

3.1.4 **Coefficiente de variación.**

El coeficiente de variación de un conjunto de datos es una medida de la dispersión en relación con la media de los datos, no tiene unidades y se define mediante el cociente de la desviación estándar entre la media. Si comparamos la dispersión en varios conjuntos de observaciones tendrá menor dispersión aquella que tenga menor coeficiente de variación. El principal inconveniente, es que al ser un coeficiente inversamente proporcional a la media aritmética, cuando está tome valores cercanos a cero, el coeficiente tenderá a infinito.

$$CV = \frac{S_x}{\bar{x}} \quad (3.4)$$

3.1.5 Prueba de Fisher.

La distribución F de Fisher, llamada así por el profesor Sir Ronald A. Fisher, comúnmente utilizada en la teoría de probabilidad y estadística, es empleada cuando se requiere probar si las varianzas de dos poblaciones con distribución normal (o dos muestras independientes) son iguales, partiendo de las varianzas de dos muestras extraídas aleatoriamente de esas poblaciones, es decir, su aplicación se basa en la comparación de varianzas muestrales. Si esto ocurre, las dos muestras tendrán, aproximadamente, la misma varianza; esto es, su razón será, aproximadamente 1. La diferencia con 1 puede atribuirse al error muestral. Mientras más lejos esté el valor de F , menos probable es que pertenezca a una distribución F particular.

En la hidrología se emplea la distribución F cuando se requiere probar si dos o más series climatológicas o hidrométricas, pertenecen a una misma población, es decir, forman parte de la misma región homogénea (Alcalá, 2016).

La principal ventaja que se obtiene al utilizar la distribución F , es que resulta ser un buen indicador de la estabilidad de la varianza, aunque los datos no se apeguen a una distribución normal.

La prueba que utiliza la distribución F se denomina prueba de Fisher y sirve para determinar si dos muestras pertenecen a la misma población. El estadístico F está definido por el cociente (Walpole et Al., 2007):

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad (3.5)$$

Donde S_1^2 y S_2^2 son las varianzas de las muestras aleatorias independientes de tamaño n_1 y n_2 , respectivamente, con $v_1 = n_1 - 1$ y $v_2 = n_2 - 1$ grados de libertad.

3.1.6 Error Estándar de Ajuste (EEA)

En teoría, una prueba de bondad de ajuste debe ser útil para discriminar entre diferentes modelos probabilísticos ajustados a una sola muestra (Campos, 2006).

Cuando se ajustan varias distribuciones a un conjunto de datos se puede emplear el criterio del Error Estándar de Ajuste (EEA) para elegir la función que mejor se ajuste. El criterio inicial de selección puede ser elegir las distribuciones con menor EEA, el cual se calcula con:

$$EEA = \sqrt{\frac{\sum(Q_m - Q_c)^2}{n - m}} \quad (3.6)$$

Donde n y m se refieren al tamaño de la muestra y al número de parámetros utilizados, respectivamente;

Q_m , son los gastos máximos anuales ordenados de mayor a menor y

Q_c , son los gastos estimados con la distribución con que se prueba.

3.2 Conceptos básicos de hidrología

3.2.1 Área de la cuenca.

El tamaño o área de la cuenca, A, es el área en proyección horizontal de la superficie de la cuenca, en kilómetros cuadrados o hectáreas. Hidrológicamente, las cuencas se pueden clasificar como pequeñas o grandes. El criterio para decir si una cuenca es pequeña o grande debe estar basado en su respuesta a las tormentas. Una cuenca pequeña es sensible a lluvias de alta intensidad y corta duración y en ella predominan las características físicas del suelo con respecto a las del cauce. Una cuenca grande está gobernada por el efecto del almacenamiento del cauce (Aparicio, 1989).¹

3.2.2 Pendiente media de la cuenca.

Es la pendiente que en promedio tiene cada punto del terreno que conforma la superficie de la cuenca. Este parámetro está correlacionado con la infiltración, el escurrimiento superficial, la humedad del suelo y la aportación del agua subterránea al flujo de los cauces (Campos, 1998).

Para el cálculo de la pendiente de la cuenca a través del sistema de información geográfica ArcGis® se utiliza la herramienta *Slope*, que genera las pendientes en cada pixel que puede tener el terreno, en grados o en porcentaje, para posteriormente obtener la pendiente media de la cuenca promediando los valores de los pixeles que forman la misma.

3.2.3 Tiempo de concentración.

El tiempo de concentración, t_c , se define como el tiempo que requiere un volumen unitario de agua para viajar desde el punto hidráulicamente más alejado de la cuenca al punto de interés o de salida. Cuando no se cuente con aforos (mediciones de caudal) a la salida de la cuenca, el tiempo de concentración puede utilizarse para estimar el

¹ En este estudio se utilizó el software ArcGis® para obtener el área de la cuenca, así como otras características fisiográficas de la cuenca, como pendiente media de la cuenca, número de curva y espesor del suelo. La caracterización de la misma se realizó de acuerdo con Mendoza (2014) y el Cap. A.1.12 del Manual de Diseño de Obras Civiles – CFE.

hidrograma de la avenida producida por una tormenta. La manera de estimar el tiempo de concentración es mediante la fórmula de Kirpich (Aparicio, 1989).

$$t_c = 0.000325 \frac{L^{0.77}}{S^{0.385}} \quad (3.7)$$

Donde S es la pendiente del cauce principal, L es la longitud expresada en m y t_c resulta en h.

3.2.4 Número de curva.

También denominado Número de escurrimiento; su valor depende del tipo de suelo, cobertura vegetal, pendiente del terreno, precipitación antecedente y otros factores. Si se dispone de la información de varias tormentas para las que se conoce la precipitación total P y la precipitación efectiva P_e , el valor del número de curva se determina a partir de la ecuación (3.8) en caso contrario se puede recurrir a la información dada en tablas (Aparicio, 1989).

$$CN = \frac{2540}{25.4 + 5P + 10P_e - 5\sqrt{P_e(4P_e + 5P)}} [1] \quad (3.8)$$

3.2.5 Espesor del suelo.

El valor del espesor del suelo está determinado a partir de conocer el valor de número de curva (CN) y se refiere a la infiltración potencial máxima, dado en cm (Aparicio, 1989).

$$S = \frac{2540 - 25.4CN}{CN} \text{ en } [cm] \quad (3.9)$$

3.2.6 Velocidad de tránsito.

Se puede aproximar su magnitud promedio con la longitud total del cauce entre el tiempo de concentración, dado en m/s.

$$V_T = \frac{L}{T_c} \text{ en } [m/s] \quad (3.10)$$

3.2.7 Precipitación media.

Por lo general, un problema común en la hidrología es determinar la magnitud de la precipitación promedio sobre un área o cuenca específica para una tormenta o periodo de tiempo. La precisión con la cual la lluvia de un área puede ser estimada depende principalmente de la densidad de la red pluviométrica, del tamaño y tipo de tormenta analizada o de la duración de la lluvia en estudio (Campos, 1998).

Básicamente se tienen tres métodos para la estimación de la precipitación promedio sobre un área, los cuales son aplicables a la duración de la tormenta:

- Promedio Aritmético. Consiste simplemente en obtener el promedio aritmético de las alturas de precipitación registradas en cada estación usada en el análisis. El método es suficiente en regiones planas y con lluvias ciclónicas, donde los gradientes de precipitación no son fuertes.

$$h_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_{pi} \quad (3.11)$$

Donde n es el número de estaciones y h_{pi} corresponde al registro de precipitación de cada una de las estaciones dadas en mm.

- Polígonos de Thiessen. Este método trata de tomar en cuenta la distribución no uniforme de los pluviómetros en el área, mediante una ponderación de cada uno de ellos. Para poder utilizar este método se deben ubicar en un mapa las estaciones pluviométricas, además de conocerse el área de la cuenca. El método consiste en formar triángulos entre estaciones cercanas para posteriormente trazar las mediatrices, de modo tal que se definan polígonos alrededor de cada estación pluviométrica. La precipitación promedio se evaluara de la siguiente manera.

$$P = \sum \left(\frac{A_i}{A} \right) P_i \quad (3.12)$$

Donde:

P, es la precipitación media sobre el área, en mm.

A_i , es el área del polígono de cada una de las estaciones dentro del parteaguas de la cuenca, en km^2

A, es el área total de la cuenca, en km^2

P_i , es la precipitación registrada en la estación i durante la tormenta analizada o periodo de estudio, en mm.

- Método de las Isoyetas. Es aplicable cuando el área o cuenca para la cual se requiere la estimación de la precipitación media es muy pequeña, siempre y cuando la cuenca quede localizada en terreno plano.

Este método consiste en trazar líneas que unan puntos de igual altura de precipitación. El valor de cada una de estas líneas depende del periodo de retorno considerado y de la extensión de la zona de estudio.

$$h_p = \frac{1}{A_T} \sum_{i=1}^{n'} (h_{pi} A'_i) \quad (3.13)$$

Donde n' es el número de áreas A'_i consideradas.

Para los valores de la precipitación mostrados en este texto se realizó lo siguiente: con los valores de las medias de las precipitaciones diarias máximas anuales, de las 2380 estaciones empleadas en el estudio de regionalización de lluvias, se obtuvo la distribución de la lluvia en toda la república con el método de interpolación del inverso de la distancia al cuadrado. Para cada cuenca, a partir del mapa de las medias de las precipitaciones diarias máximas anuales en la República Mexicana se obtiene la media aritmética de los valores de todos los pixeles que componen la cuenca.²

3.2.8 Volumen total de lluvia.

Es el resultado de multiplicar la precipitación media calculada en la cuenca por el área de la cuenca.

3.2.9 Factor de grupo homogéneo.

La forma tradicional de corroborar la hipótesis de que las muestras correspondientes a las estaciones consideradas en un grupo provienen de la misma población es con ayuda del factor de grupo homogéneo.

Este factor está definido como el cuadrado del cociente entre los coeficientes de variación (CV).

$$\text{Factor de grupo homogéneo} = \left(\frac{Cv_i}{Cv_f} \right)^2 \quad (3.14)$$

Donde:

Cv_i , es el coeficiente de variación que ocupa el primer lugar en la lista.

Cv_f , es el coeficiente de variación que ocupa el último lugar en la lista.

² Los estudios de regionalización de lluvia para la República Mexicana pueden ser consultados en el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

3.3 Distribución de funciones de probabilidad empleadas

Se define a la función de distribución de probabilidad de una variable aleatoria u , que puede tomar valores en el campo de los números reales, como la probabilidad de que dicha variable tome valores menores o iguales a un valor dado x , para toda x comprendida en los reales, esto es:

$$Fu(x) = \text{prob} \{u \leq x\} \quad u \text{ y } x \in R \quad (3.15)$$

Sus principales propiedades son:

$$Fu(\infty) = 1 \quad (3.16)$$

$$Fu(-\infty) = 0 \quad (3.17)$$

$$Fu(x + \Delta x) \geq Fu(x) \text{ si } \Delta x \geq 0 \quad (3.18)$$

Debido a que en los problemas de hidrología es común que lo que interese sean la probabilidad de que la variable exceda un determinado valor y a que frecuentemente se trabaja con probabilidad de excedencia muy cercana a cero, se ha introducido el concepto de periodo de retorno ($Tr(x)$), que se define como el tiempo promedio en años que se requiere para que la variable en cuestión exceda un determinado valor x .

En hidrología, la variable u representa a los valores máximos anuales de escurrimiento y el valor que tome dicha variable en un año es independiente del que tome en los otros, los conceptos anteriores se pueden relacionar mediante la expresión (Carrizosa, 1997):

$$Tr(x) = \frac{1}{1 - F(x)} \quad (3.19)$$

Donde:

$Tr(x)$, corresponde al periodo de retorno, en años, asociado al valor x .

$F(x)$, es la función de distribución de los valores máximos anuales.

Una familia importante de distribuciones usadas en el análisis de frecuencia hidrológico es la distribución general de valores extremos, la cual ha sido ampliamente utilizada para representar el comportamiento de crecientes y sequías. A partir de la distribución general de valores extremos, se pueden derivar tres tipos de distribuciones: la tipo I, comúnmente conocida como Gumbel, la tipo II y la tipo III, llamada también Weibull. Ellas difieren entre sí por el valor del parámetro de forma.

3.3.1 Distribución Gumbel tipo 1

En hidrología cuando se analizan datos máximos, la función que mejor se ajusta es la función Gumbel o función de valores extremos.

Si se supone que se tienen N muestras, cada una de las cuales contiene n eventos, si se selecciona el máximo x de los n eventos de cada muestra, es posible demostrar que a medida que n aumenta, la función de probabilidad de x tiende a:

$$F(x) = e^{-e^{-\alpha(x-\beta)}} \quad (3.20)$$

La expresión general de la función de densidad de probabilidades para la distribución extrema tipo I o Gumbel es:

$$f(x) = \alpha e^{[-\alpha(x-\beta)-e^{-\alpha(x-\beta)}]} \quad (3.21)$$

Donde α y β son los parámetros de la distribución.

$$\beta = \bar{x} - 0.45 S \quad (3.22)$$

$$\alpha = 0.78 S \quad (3.23)$$

Donde S es la desviación estándar.

La estimación de eventos se realiza con la ecuación:

$$\bar{x}_t = \beta - \frac{1}{\alpha} \ln \left[-\ln \left(1 - \frac{1}{T} \right) \right] \quad (3.24)$$

3.3.2 Distribución Doble Gumbel

En zonas costeras, debido a la presencia de tormentas ciclónicas y no ciclónicas, los gastos máximos anuales pertenecen a dos poblaciones diferentes; la primera es derivada de los gastos producidos por precipitaciones relacionadas con los fenómenos meteorológicos dominantes de la región y la segunda es de los gastos producidos por precipitaciones ciclónicas.

Debido a ello, la distribuciones mixtas o dobles son las idóneas para predecir la ocurrencia de fenómenos extraordinarios, generalmente producido por tormentas ciclónicas.

La función Doble Gumbel está dada por:

$$F(x) = p \left(e^{-e^{-\alpha_1(x-\beta_1)}} \right) + (1-p) \left(e^{-e^{-\alpha_2(x-\beta_2)}} \right) \quad (3.25)$$

Donde:

α_1 y β_1 , son los parámetros correspondientes a la población no ciclónica. Estos valores se obtienen ajustando por momentos una función Gumbel.

α_2 y β_2 , son los parámetros correspondientes a la población ciclónica. Estos valores se obtienen ajustando una función Gumbel.

P , es la probabilidad de que en un año cualquiera el gasto máximo no sea producido por una tormenta ciclónica.

Los parámetros α_1 y α_2 definen la inclinación de las curvas, por lo que entre más pequeños los valores, más fuerte la inclinación.

Los parámetros de escala (β_1 y β_2) tienen como límite tomar el valor máximo de la muestra obtenida para ambas poblaciones.

Por lo anterior, se puede decir que cuando una serie de máximos anuales tiene un comportamiento que claramente obedece a dos comportamientos de tipo lineal en una escala Gumbel, a partir de un cierto número de datos, dicha función puede ajustarse a través de la función doble Gumbel (o Gumbel de dos poblaciones) (González, 1970).

Para estimar los parámetros se recomienda minimizar el error cuadrático como:

$$Z = \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.26)$$

Donde:

x_i y \bar{x}_i , son los valores medidos y estimados con la función de distribución de probabilidad.
 n , es el número de valores de la muestra.

4. Descripción de las zonas de estudio.

4.1 Región Hidrológica No. 20

De acuerdo con el boletín hidrológico número 31 emitido por la entonces Secretaría de Recursos Hidráulicos, ahora Comisión Nacional del Agua y donde es posible encontrar información de las regiones hidrológicas 20 y 21, la Región Hidrológica No. 20, Costa Chica de Guerrero, se encuentra entre los paralelos 15°58' y 17°37' latitud Norte y los meridianos 96°15' y 100°07' longitud Oeste, es decir, abarca los estados de Guerrero y Oaxaca y presenta una extensión territorial de 39 936 km².

Limita hacia el Suroeste con la Región Hidrológica No. 19 y el litoral del Océano Pacífico, hacia el Norte con las cuencas de los ríos Balsas, Mezcala y Papaloapan; hacia el Oriente con la cuenca del río Tehuantepec y hacia el Sureste con la Región Hidrológica No. 21. Figura 1.

Esta región incluye corrientes que desembocan en el Océano Pacífico y dentro de ella no existen cuencas cerradas.

De entre las corrientes más importantes que circulan dentro de dicha región se encuentra: El río Papagayo que es la principal corriente que se encuentra en la región, recorriéndola de Oeste a Este, queda situada íntegramente dentro del estado de Guerrero, la corriente formadora se origina en la Sierra Madre del Sur a 3 000 m de altitud. De la última confluencia hasta la desembocadura, el río corre hacia el sur a lo largo de unos 70 km para desembocar en el Océano Pacífico, a la altura de Barra Bermeja.

De entre las obras importantes llevadas a cabo dentro de la región, la Comisión Federal de Electricidad construyó en 1963 la Presa de La Venta, aguas abajo de la confluencia del Omitlán con el Papagayo. La capacidad instalada en esta presa es de 30 000 KW.

La importancia del río Papagayo se refleja en que dentro de su cuenca existían siete estaciones hidrométricas.

El río Nexpa o también denominado río Ayutla, está formado por varias aportaciones que fluyen hacia el poblado de Tecomulapa, en el municipio de Ayutla. El río Tlaquiltenango es posiblemente, el formador principal. En su mayor longitud, tiene un recorrido de 60 km y su cuenca total, hasta su desembocadura, tiene un área de 1 233 km².

El río Copala tiene un recorrido máximo de 58 km y una cuenca total, hasta su desembocadura de 525 km². En su primer tramo es conocido como río Velero y se origina por la unión de dos afluentes: el Concordia y el Yautepec, desemboca en la Laguna de Paredones.

El cauce principal del Río Marquelia nace unos 15 km al Noroeste de Tlaxcalixtlahuaca y baja hacia el Sureste hasta el poblado de San Luis Acatlán, Gro. Desemboca en la Bahía Dulce. Abarca un área de cuenca de 1 103 km².

El río Ometepec o Grande es la última corriente importante dentro del estado de Guerrero, abarcando los municipios de Malinaltepec, Alcozauca, Tlacoachixtlahuaca, Igualapa, Xochistlahuaca, Ometepec y Cuajinicuilapa. Su hidrografía es muy compleja debido a que está formada por varias corrientes que bajan de la Sierra Madre del Sur, separadas entre sí por estribaciones de esta misma sierra, por lo que se ven forzadas a unirse a la altura de Ometepec.

El río Verde o Atoyac es el más importante de la región No. 20 desde el punto de vista hidrográfico, toda su cuenca está comprendida en el Estado de Oaxaca y quedan dentro de ella la mayor parte de los Distritos de Putla, Tlaxiaco, Teposcolula, Nochistlán, Sola de Vega, Zimatlán, Centro, Ocotlán y Ejutla.

4.2 Región Hidrológica No. 21

La región hidrológica No. 21 se desarrolla dentro del Estado de Oaxaca y abarca principalmente los municipios de Juquila, Pochutla, Yautepec y Tehuantepec. Se desarrolla entre los paralelos $15^{\circ} 39'$ y los $16^{\circ} 14'$ de latitud Norte y entre los meridianos $95^{\circ} 09'$ y $97^{\circ} 47'$ de longitud Oeste. Figura 1. Su extensión territorial es de 10 514 km².

Comprende la zona costera que va desde la desembocadura del río Verde o Atoyac, hasta la desembocadura del río Tehuantepec, cerca de Salina Cruz. Su límite Norte está constituido por la Sierra Madre del Sur y tanto hacia el Suroeste como hacia el Sureste colinda con el Océano Pacífico, excepto un pequeño tramo del extremo Oriente que colinda con el Golfo de Tehuantepec.

La región cuenta con un gran desarrollo de litoral (300 km) y, por constituir una vertiente directa, se forman corrientes de longitud relativamente corta que bajan de la Sierra Madre desde cumbres muy elevadas (SARH, 1968).

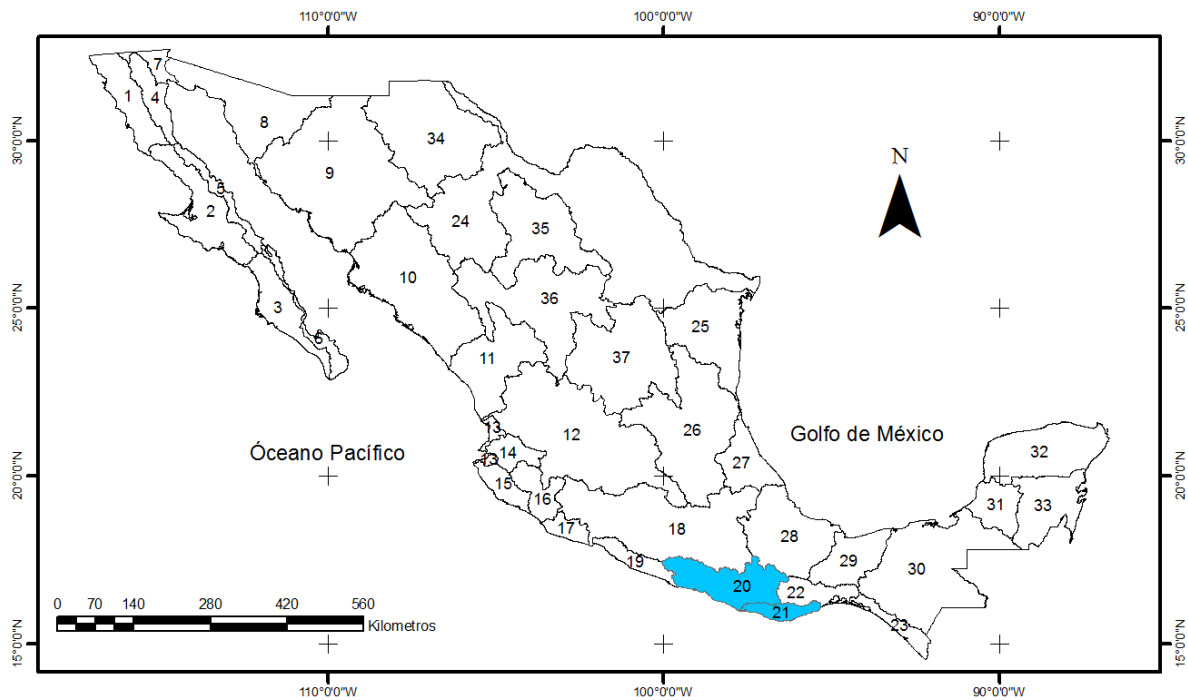


Figura 1. Ubicación Geográfica de la Rh 20 y 21.

De acuerdo con los datos obtenidos del Atlas del Agua en México 2015 de CONAGUA, las características de las regiones hidrológicas se enlistan a continuación:

Tabla 1. Características hidrológicas de RH20 y RH21

Característica	RH-20	RH-21
Precipitación normal anual (1971-2010) (mm):	1,391	967
Escorrentamiento natural medio superficial interno (hm ³ /año):	18,714	3,389
Escorrentamiento natural medio superficial total (hm ³ /año):	18,714	3,389
Número de cuencas hidrológicas:	32	19

4.3 Región Hidrológica No. 36

De acuerdo con el boletín hidrológico número 35, la región hidrológica No. 36 “Nazas-Aguanaval”, constituye una amplia zona cerrada, localizada en la mesa del norte de la República Mexicana (Figura 2). Se desarrolla entre los paralelos 22°40' y 26° 35' de latitud norte y los meridianos 101°30' y 106°20' de longitud Oeste. Abarca los estados de Durango, Zacatecas y Coahuila. Se le conoce con el nombre de “Región Lagunera”. Esta región corresponde a las cuencas cerradas de los grandes ríos Nazas y Aguanaval. La extensión territorial de la región es aproximadamente de 93 032 km².

La región 36 se encuentra limitada, al norte, por la Región Hidrológica No. 24 Poniente, así como por la Región Hidrológica No. 35; al oriente colinda con la Región Hidrológica No. 24 Oriente y con

la Región Hidrológica No. 37; al sur y al poniente tiene como división el parteaguas de la Sierra Madre Occidental, que la limita con las Regiones Hidrológicas NO. 12 y 10.

La cuenca del río Nazas se encuentra situada en su mayor parte en el estado de Durango y sólo en una porción menor en el estado de Coahuila, hacia su desembocadura en la Laguna de Mayrán. Al río Nazas lo forman los ríos de Sextín o del Oro y el de Ramos. Este último, a su vez, está constituido por los ríos Santiago y Tepehuanes.

La cuenca del Aguanaval abarca tres entidades federativas del país, Zacatecas, Durango y Coahuila. El origen de este río a 70 km al este de Zacatecas, Zac. El Aguanaval es propiamente la unión del Saín Alto y del Trujillo.

En la región lagunera se han promovido aprovechamientos hidráulicos con fines agrícolas, entre los más importantes se encuentra la construcción de la Presa Lázaro Cárdenas.

4.4 Región hidrológica No. 37

Conforme al boletín hidrológico número 55, la región hidrológica No. 37 denominada El Salado es una de las vertientes interiores más importantes del país (Figura 2). Se localiza en la altiplanicie septentrional y la mayor parte de su territorio se sitúa a la altura del Trópico de Cáncer, que la atraviesa. Tiene una altitud promedio de 2 000 m.s.n.m. Comprende parcialmente territorio de 8 estados de los cuales San Luis Potosí y Zacatecas son los que principalmente forman la región de El Salado; la extensión territorial aproximada de la región es de 87 801 km².

Desde el punto de vista geográfico la Región Hidrológica No.37 queda comprendida entre los paralelos 21°48' y 25°23' de latitud norte y los meridianos 99°21' y los 103°00' de longitud Oeste. Limita al norte con las Regiones Hidrológicas No. 36 y 24; con las Regiones No. 25 y 26; al sureste con la Región No. 26; al suroeste con la Región No. 12 y al Oeste con la cuenca del río Aguanaval (Región No. 36).

Este conjunto hidrográfico está constituido por una serie de cuencas cerradas de muy diferentes dimensiones; la más pequeña que se identificó mide 15.6 km² y la mayor 14 895 km² (Cuenca Arista Matehuala).

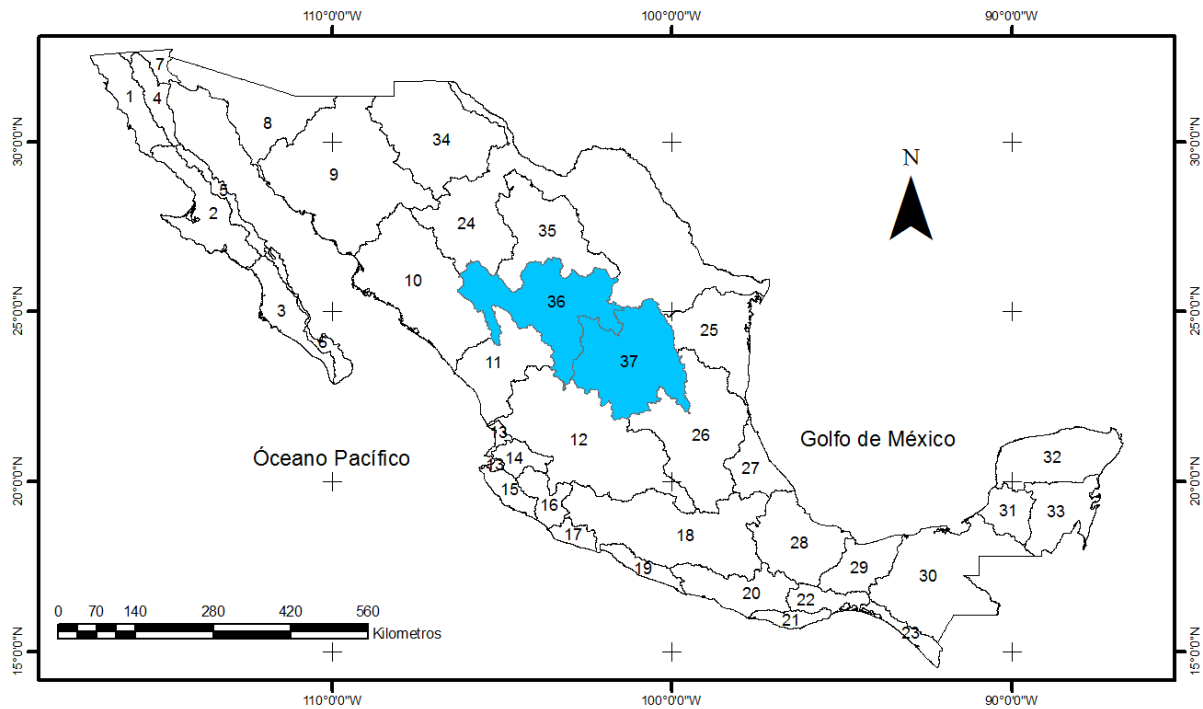


Figura 2. Ubicación Geográfica de la Rh 36 y 37.

De acuerdo a los datos obtenidos del Atlas del Agua en México 2015 de CONAGUA, las características de las regiones hidrológicas se enlistan a continuación:

Tabla 2. Características hidrológicas de la RH36 y RH37

Característica	RH-36	RH-37
Precipitación normal anual (1971-2010) (mm):	425	431
Escorrentamiento natural medio superficial interno (hm ³ /año):	1,912	2,876
Escorrentamiento natural medio superficial total (hm ³ /año):	1,912	2,876
Número de cuencas hidrológicas:	16	8

5. Recopilación y análisis de información

Del total de estaciones hidrométricas reportadas en el Banco Nacional de Datos de Aguas Superficiales (BANDAS) de la CONAGUA para cada una de las Regiones Hidrológicas, se seleccionaron sólo aquellas que tuvieran un registro de más de 20 años de gastos máximos instantáneos y que correspondieran a cuencas sin ningún registro de embalse o lago de regulación aguas arriba de la misma.

De esta forma, de la RH 20 se seleccionaron 14 estaciones hidrométricas, de la RH 21 se seleccionaron 3; de la RH 36 solo 2 y de la RH-37 tres. En la Tabla 3, Tabla 4, Tabla 5 y Tabla 6 se leen la clave, la corriente, la cuenca a la que pertenecen y el estado en que se encuentran.

Tabla 3. Estaciones Hidrométricas de la Rh 20

Estación	Nombre de la estación	Corriente	Cuenca	Estado
20016	Quetzala	Río Quetzala	Río Ometepec	Guerrero
20017	Paso de la Reyna	Río Atoyac	Río Verde	Oaxaca
20018	Marquelia	Río Marquelia	Río Marquelia	Guerrero
20019	Nexpa	Río Nexpa	Río Nexpa	Guerrero
20021	Ixtayutla	Río Yolotepec	Río Verde	Oaxaca
20022	San Cristóbal	Río San Miguel	Río Papagayo	Guerrero
20023	Zimatlán	Río Atoyac	Río Verde	Oaxaca
20025	Las Juntas	Río Santa Catarina	Río Ometepec	Guerrero
20026	Tlapacoyan	Río Atoyac	Río Atoyac	Oaxaca
20027	Oaxaca	Río Salado	Río Atoyac	Oaxaca
20031	La Parota	Río Papagayo	Río Papagayo	Guerrero
20036	Paso Ancho	Río Atoyac	Río Atoyac	Oaxaca
20037	El Puente	Río Omitlán	Río Papagayo	Guerrero
20045	Copala	Río Copala	Río Copala	Guerrero

Tabla 4. Estaciones Hidrométricas de la Rh 21

Estación	Nombre de la estación	Corriente	Cuenca	Estado
21004	Astata	Río Astata	Río Astata	Oaxaca
21005	Cozoaltepec	Río Cozoaltepec	Río Cozoaltepec	Oaxaca
21007	San Isidro	Río Tonameca	Río Tonameca	Oaxaca

Tabla 5. Estaciones Hidrométricas De La Rh 36

Estación	Nombre de la estación	Corriente	Cuenca	Estado
36071	Sardinas	Río Del Oro	Río Nazas	Durango
36074	J. Salome Acosta	Río Ramos	Río Nazas	Durango

Tabla 6. Estaciones Hidrométricas de la Rh 37

Estación	Nombre de la estación	Corriente	Cuenca	Estado
37006	El Grito	Arroyo Grande	Arroyo La Parada	San Luis Potosí
37008	El Tule	Arroyo El Tule	Arroyo Moctezuma	San Luis Potosí
37012	Tula	Río Tula	Cuenca Cerrada Tula	Tamaulipas

De cada una de estas estaciones hidrométricas se obtuvieron y recalcularon algunas de sus características fisiográficas con base en la información de los boletines hidrológicos emitidos por la entonces Secretaría de Recursos Hidráulicos (SRH), y programas de cómputo con los que trabaja el Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (Tabla 7). El compendio completo de estos datos se presentan en Domínguez et. Al. (2013).

Tabla 7. Características fisiográficas de las estaciones de estudio (Domínguez, 2013)

Estación	Nombre	Área [km ²]	Per [km]	S [°]	Elevación [msnm]	Lcp [km]	Scp %	Tc [h]	NC	Hp [mm]
20016	QUETZALA	1977.3	279.5	18.9	982.3	112.0	1.13%	14.1	70.9	105.7
20017	PASO DE LA REYNA	18039.9	1078.0	17.3	1690.6	467.4	0.41%	62.6	76.6	65.8
20018	MARQUELIA	1096.6	260.0	13.5	597.7	86.2	0.79%	13.2	76.1	120.0
20019	NEXPA	1122.9	209.8	12.2	487.8	58.6	0.59%	11.0	81.8	117.8
20021	IXTAYUTLA	7749.1	702.8	18.3	1841.5	194.3	1.02%	22.4	75.9	66.6
20022	SAN CRISTOBAL	224.5	81.5	22.5	1825.2	39.5	2.50%	4.7	60.3	92.4
20023	ZIMATLAN	2655.2	336.9	13.9	1921.3	116.0	0.36%	22.6	79.9	55.6
20025	LAS JUNTAS	2524.7	348.2	18.3	888.4	122.7	0.80%	17.3	74.6	92.8
20026	TLAPACOYAN	3269.0	378.7	12.9	1865.7	145.8	0.30%	28.7	80.5	55.9
20027	OAXACA	1193.9	231.6	14.1	1937.2	75.5	0.68%	12.6	81.7	57.1
20031	LA PAROTA	7075.7	631.2	19.8	1165.3	252.7	0.44%	38.0	74.2	92.8
20036	PASO ANCHO	5775.0	611.9	14.2	1849.9	220.4	0.29%	40.3	78.8	58.1
20037	EL PUENTE	3984.0	478.8	21.2	1312.8	189.1	0.68%	25.7	72.6	88.5
20039	COLOTLIPA	758.8	241.8	17.9	1610.4	91.5	1.08%	12.3	77.1	77.0
20041	NUSUTIA	1993.0	303.2	19.2	1266.2	118.1	0.68%	17.8	76.2	87.5
20042	YUTACUA	5573.1	563.5	17.9	2078.4	183.7	1.10%	20.9	75.9	59.1
20043	EL CARRIZO	17080.8	1172.0	17.4	1749.3	382.4	0.54%	48.3	76.7	64.8
20045	COPALA	146.7	70.9	16.6	2153.3	24.8	3.06%	3.0	76.7	61.1
20054	AGUA SALADA	1729.4	228.5	19.9	1272.4	98.0	1.31%	12.0	74.2	93.0
20055	MILPILLAS	2871.9	484.1	17.5	816.3	153.4	0.54%	23.9	75.1	95.1
21004	ASTATA	172.9	75.7	17.6	666.6	28.2	2.05%	3.9	73.9	108.3
21005	COZOALTEPEC	273.6	98.7	17.3	677.7	44.0	1.98%	5.5	88.1	79.9
21007	SAN ISIDRO	281.2	112.6	16.0	485.8	40.4	1.01%	6.7	82.3	102.4

36071	SARDINAS	4974.9	560.2	14.3	2296.0	180.4	0.38%	31.1	74.6	44.4
36074	J. SALOME ACOSTA	6743.9	856.3	14.0	2292.0	241.1	0.21%	48.4	76.5	46.8
37005	LOS PILARES	1510.1	327.2	4.9	2198.8	93.9	0.47%	17.3	71.8	45.9
37006	EL GRITO	173.9	82.8	8.4	2039.6	25.0	1.15%	4.4	74.2	47.6
37008	EL TULE	308.2	127.1	5.2	2110.3	52.6	0.84%	8.8	67.2	50.6
37012	TULA	89.6	61.5	13.2	1659.0	22.0	2.91%	2.8	72.1	52.6

Además se obtuvieron los registros de gastos máximos instantáneos anuales de los archivos “DM” de la base de datos del BANDAS, realizándose comparaciones entre los valores de los gastos máximos instantáneos con respecto a los gastos medios máximos de un día, y en los casos que se observen mayores los medios diarios que los instantáneos, se opta por eliminar el dato o bien se revisa la información de gastos máximos mensuales. De este modo, si subsiste la duda y el valor correspondiente puede ser importante, se recurre a conseguir la información original (Domínguez, 2015).

Dentro de los parámetros de revisión también se eliminan los datos que resulten dudosos respecto a la media histórica de los gastos máximos instantáneos o bien los resultantes al hacer comparaciones en el mismo año de los eventos registrados en las demás estaciones.

Adicionalmente se revisan las posibles ocurrencias de fenómenos hidrometeorológicos que pudieran alterar algún dato para que sobresaliera con respecto a los demás.

Debido a las características geográficas de las regiones hidrológicas, fue posible que las regiones se agruparan para analizar la relación entre las medias de los gastos máximos instantáneos y las áreas drenadas de las cuencas (Guzmán, 2015). Así quedaron agrupadas la RH No. 20 y 21 y la RH No. 36 y 37, como se observan en la Figura 3 y Figura 4 donde también es posible ver la ubicación de las estaciones hidrométricas tomadas en cuenta.

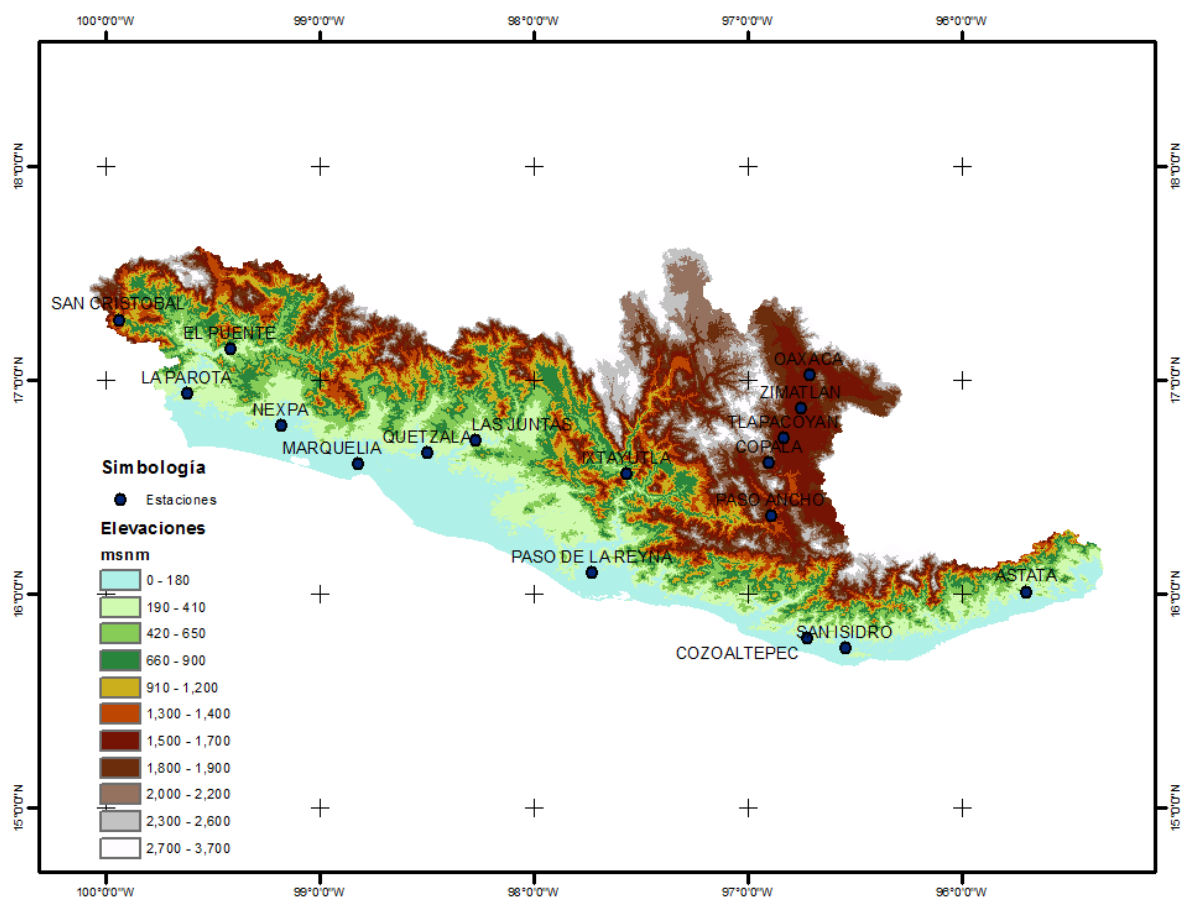


Figura 3. Ubicación de las estaciones hidrométricas de la RH20 y RH21

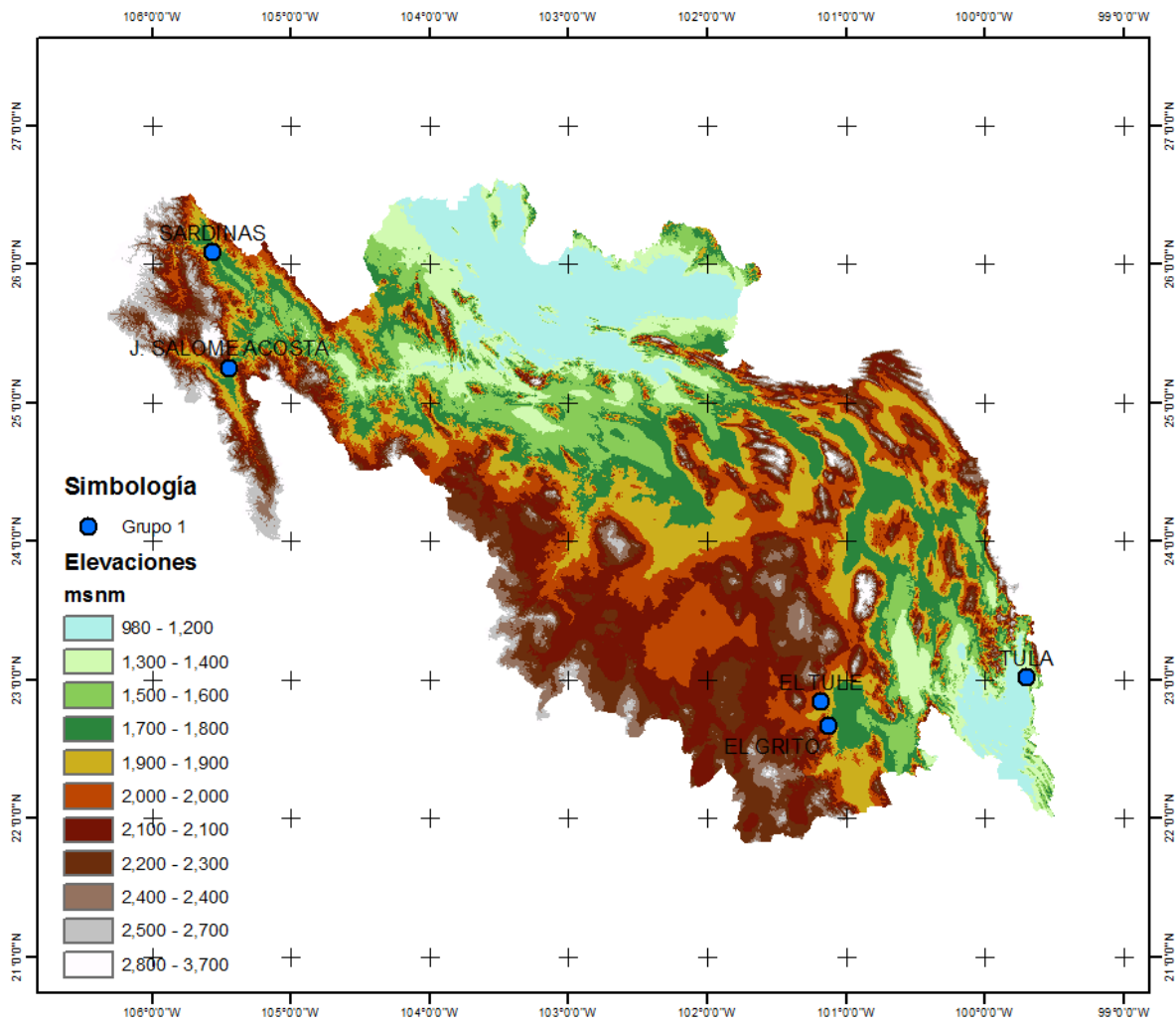


Figura 4. Ubicación de las estaciones hidrométricas de la RH36 y RH37

De este modo para cada grupo de estaciones se hizo un resumen de los estadísticos asociados a los gastos máximos anuales de las estaciones hidrométricas, como son, la media, máximo, mínimo, desviación estándar, varianza y coeficiente de variación.

Tabla 8. Gastos máximos instantáneos y estadísticos. Rh 20 y 21

	Estación	Área (km ²)	Gasto Máximo Instantáneo (m ³ /s)	Media (m ³ /s)	Mínimo (m ³ /s)	Varianza	Desviación Estándar	Coeficiente de variación
RH20	20016	1995.00	3966.73	1233.75	445.00	634829.16	796.76	0.65
	20017	17617.00	7000.00	1805.46	453.00	1793423.65	1339.19	0.74
	20018	1103.00	3996.00	986.18	108.70	914783.83	956.44	0.97
	20019	1113.00	2306.00	701.55	108.96	312535.34	559.05	0.80
	20021	7631.00	1955.00	994.60	366.93	135001.73	367.43	0.37
	20022	233.00	282.31	141.30	39.00	5098.96	71.41	0.51

	20023	2662.80	526.70	137.08	16.20	10321.97	101.60	0.74
	20025	2514.00	1605.25	726.31	449.00	49892.58	223.37	0.31
	20026	3259.00	329.00	117.76	5.29	9214.39	95.99	0.82
	20027	1196.70	400.00	115.96	14.88	10740.66	103.64	0.89
	20031	7067.00	11653.00	2596.59	659.00	5666930.14	2380.53	0.92
	20036	6091.00	1258.00	310.23	107.00	45786.42	213.98	0.69
	20037	4016.00	1591.00	648.50	203.57	91371.18	302.28	0.47
	20045	145.48	950.00	337.46	63.40	56794.36	238.32	0.71
RH21	21004	169.28	433.68	84.46	4.32	7955.13	89.19	1.06
	21005	271.12	520.00	157.44	52.43	13458.40	116.01	0.74
	21007	281.17	1016.78	206.21	29.38	58291.87	241.44	1.17

Tabla 9. Gastos máximos instantáneos y estadísticos. Rh 36 y 37

	Estación	Área (km ²)	Gasto Máximo Instantáneo (m ³ /s)	Media (m ³ /s)	Mínimo (m ³ /s)	Varianza	Desviación Estándar	Coefficiente de variación
RH36	36074	6842.00	2174.58	492.69	55.76	168236.88	410.17	0.83
	36071	4911.00	3140.46	618.68	11.35	332696.49	576.80	0.93
RH37	37006	174.00	263.00	128.49	26.40	5040.41	71.00	0.55
	37012	80.00	423.00	139.56	7.75	14904.66	122.08	0.87
	37008	308.24	76.00	28.34	4.56	483.03	21.98	0.78

6. Metodología y aplicación

La agrupación de las estaciones hidrométricas de conjuntos de regiones se realizó a partir de la revisión de los coeficientes de variación de los gastos máximos instantáneos anuales registrados, es decir, considerando los coeficientes de variación ordenados de mayor a menor de las estaciones hidrométricas de la Región Costa Chica de Guerrero – Costa de Oaxaca y Nazas – Aguanaval, se dibujó su comportamiento según el número de orden y atendiendo a las magnitudes se consideraron diferentes grupos, para la RH20-21 se consideraron dos grupos, en el primero se ubican las estaciones de ambas regiones con coeficientes de variación mayor a 0.70, mientras que el grupo 2 se conformó por aquellas estaciones con coeficientes de variación menores a 0.70.

Por otra parte para la RH36-37 se identificó un único grupo, en el cual se consideraron todas las estaciones, mismas que presentan coeficientes de variación grandes, en este caso mayor o igual a 0.55.

La forma tradicional de corroborar la hipótesis de que las muestras correspondientes a las estaciones consideradas en un grupo provienen de la misma población es obtener el factor de grupo homogéneo y comparar el resultado con los límites de la tabla de Fisher. De acuerdo con la ecuación (3.14), el factor de grupo homogéneo se define como:

$$\text{Factor de grupo homogéneo} = \left(\frac{Cv_i}{Cv_f} \right)^2$$

En el caso de las estaciones consideradas para la RH20-21 se obtuvieron los siguientes resultados:

$$\text{Factor de grupo homogéneo}_{G1} = \left(\frac{1.17}{0.74} \right)^2 = 2.50$$

$$\text{Factor de grupo homogéneo}_{G2} = \left(\frac{0.71}{0.31} \right)^2 = 5.25$$

Para el caso de las estaciones consideradas para la Rh36-37 se obtuvo:

$$\text{Factor de grupo homogéneo} = \left(\frac{0.83}{0.78} \right)^2 = 1.13$$

Cada uno de los grupos formados se pueden observar a continuación en la Tabla 10 y Tabla 11.

Tabla 10. Grupos de estaciones hidrométricas de la RH 20 y 21 considerando el CV

	RH	Estación	Nombre	cv
G1	21	21007	SAN ISIDRO	1.17
	21	21004	ASTATA	1.06
	20	20018	MARQUELIA	0.97
	20	20031	LA PAROTA	0.92
	20	20027	OAXACA	0.89

	20	20026	TLAPACOYAN	0.82
	20	20019	NEXPA	0.80
	20	20017	PASO DE LA REYNA	0.74
	20	20023	ZIMATLAN	0.74
	21	21005	COZOALTEPEC	0.74
G2	20	20045	COPALA	0.71
	20	20036	PASO ANCHO	0.69
	20	20016	QUETZALA	0.65
	20	20022	SAN CRISTOBAL	0.51
	20	20037	EL PUENTE	0.47
	20	20021	IXTAYUTLA	0.37
	20	20025	LAS JUNTAS	0.31

Tabla 11. Grupo de estaciones hidrométricas de la RH 36 y 37 considerando el CV

RH	Estación	Nombre de la estación	Coeficiente de variación
36	36074	SARDINAS	0.83
36	36071	J. SALOME ACOSTA	0.93
37	37006	EL GRITO	0.55
37	37012	EL TULE	0.87
37	37008	TULA	0.78

En la Figura 5 y Figura 6 se pueden observar la agrupación hecha para cada uno de los pares de regiones de estudio.

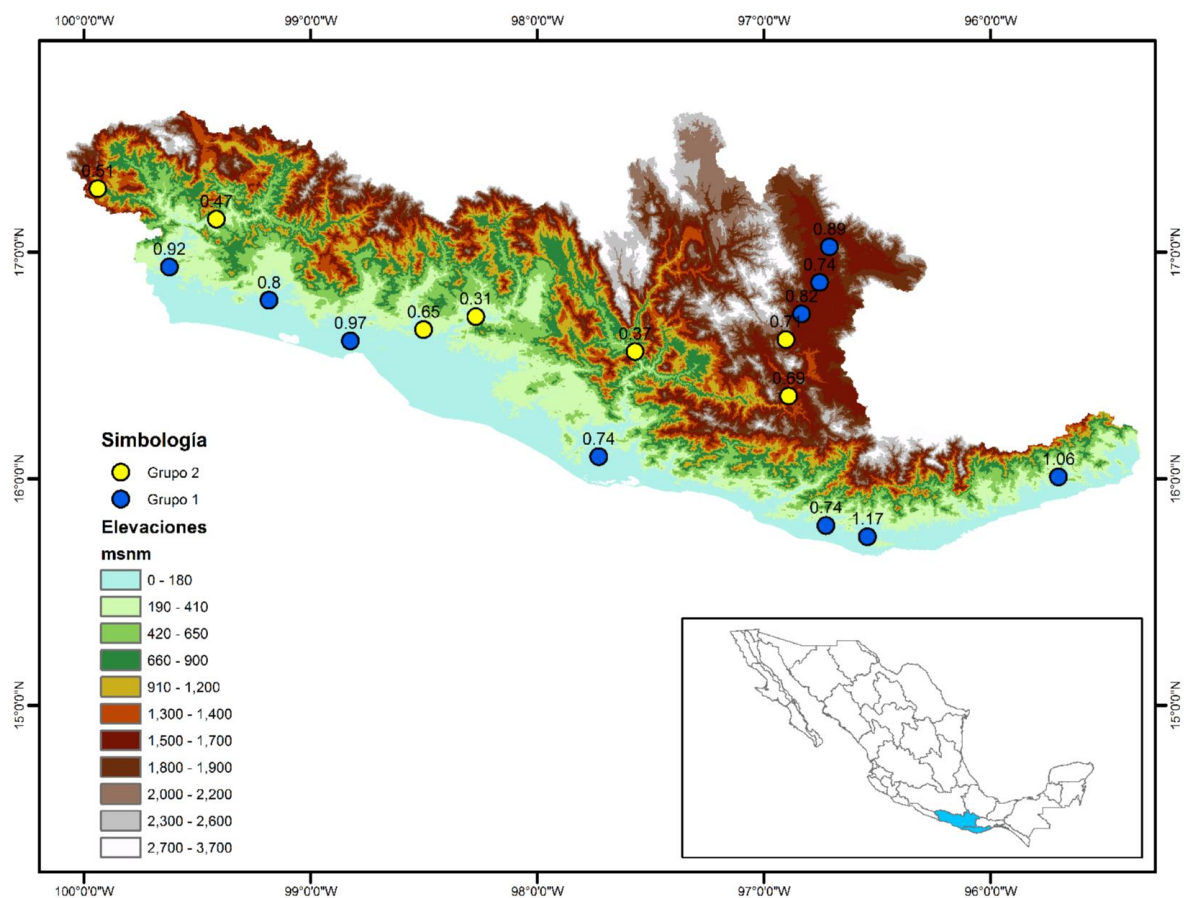


Figura 5. Conjunto de estaciones agrupadas mediante el valor de CV para la RH20 y RH21

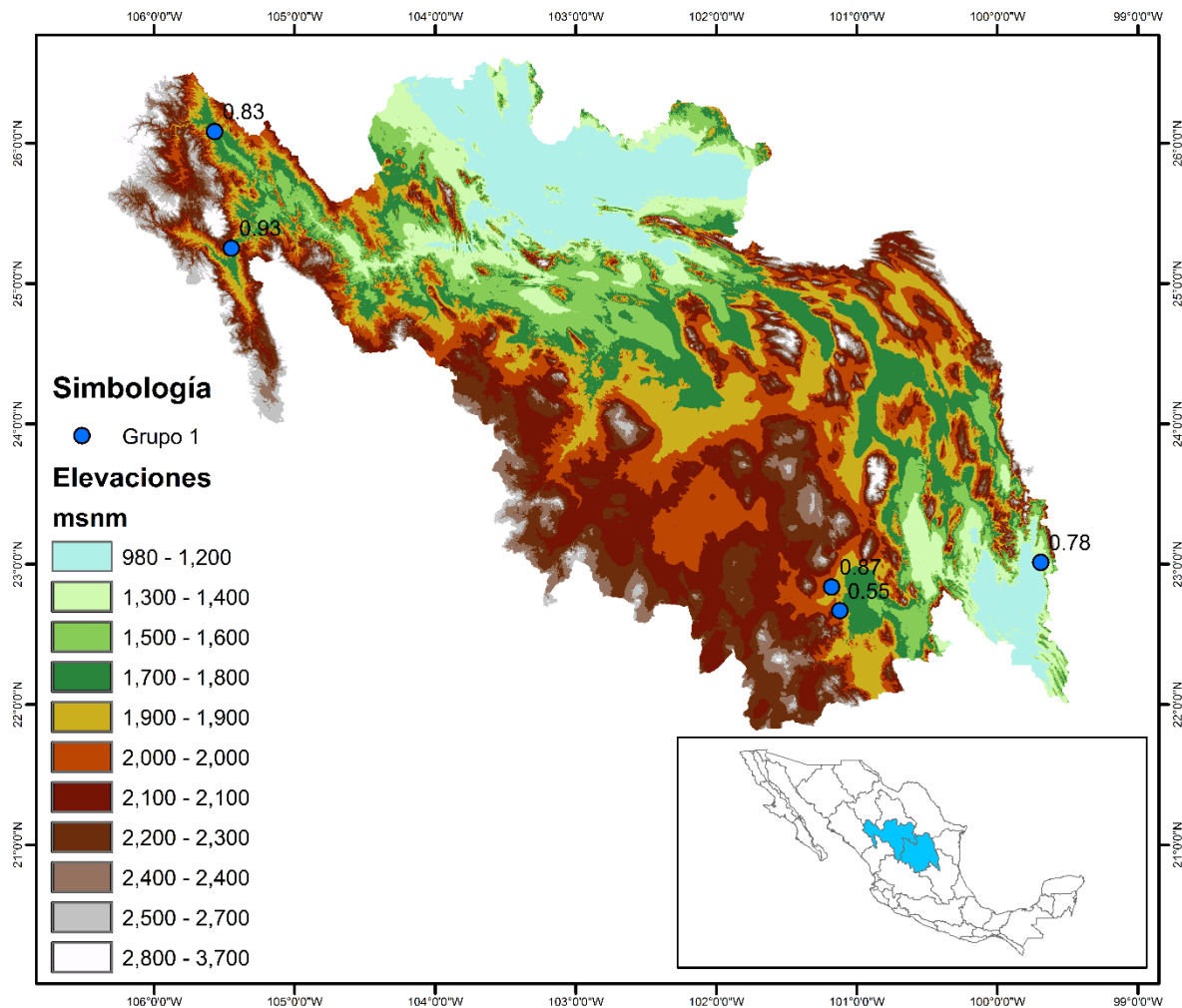


Figura 6. Conjunto de estaciones agrupadas mediante el valor de CV para la RH36 y Rh37.

Los coeficientes obtenidos para cada grupo fueron comparados con la Tabla de Fisher.

6.1 Prueba de Fisher.

La prueba de Fisher se basa en conocer las varianzas muestrales de dos conjuntos, con objeto de definir si ambos conjuntos parecen ser extraídos de la misma población. Para comparar las varianzas muestrales se utiliza el cociente entre dichas varianzas; cuando el cociente se obtiene de muestras de la misma población el cociente se distribuye según la distribución de probabilidades de Fisher, de tal manera que es muy poco probable que supere el límite que se presenta en la Tabla 12, y si se supera dicho límite se considera que no pertenecen a la misma población (Manual de obras Civiles, CFE, 2015). En la Tabla 12 se usa el número de registros de la primera y última estación de cada grupo menos 1 grado de libertad.

Si el valor encontrado en la tabla es mayor que el de aplicar la fórmula, se considera correcto el resultado. Para el caso en el que los números de datos menos 1 grado de libertad no se encuentren en la fila o columna se debe interpolar.

Tabla 12. Tabla de Fisher con grado de confiabilidad de $\alpha=0.01$

	Grados de libertad del numerador													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	60	100	10000
1	4052	4999	5404	5624	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6209	6313	6334	6366
2	98.5	99	99.16	99.25	99.3	99.33	99.36	99.38	99.39	99.4	99.45	99.48	99.49	99.5
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	26.69	26.32	26.24	26.13
4	21.2	18	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.8	14.66	14.55	14.02	13.65	13.58	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.553	9.202	9.13	9.022
6	13.75	10.93	9.78	9.148	8.746	8.466	8.26	8.102	7.976	7.874	7.396	7.057	6.987	6.881
7	12.25	9.547	8.451	7.847	7.46	7.191	6.993	6.84	6.719	6.62	6.156	5.824	5.755	5.651
8	11.26	8.649	7.591	7.006	6.632	6.371	6.178	6.029	5.911	5.814	5.359	5.032	4.963	4.86
9	10.56	8.022	6.992	6.422	6.057	5.802	5.613	5.467	5.351	5.257	4.808	4.483	4.415	4.312
10	10.04	7.56	6.552	5.994	5.636	5.386	5.2	5.057	4.942	4.849	4.405	4.082	4.014	3.91
11	9.646	7.206	6.217	5.668	5.316	5.069	4.886	4.745	4.632	4.539	4.099	3.776	3.708	3.604
12	9.33	6.927	5.953	5.412	5.064	4.821	4.64	4.499	4.388	4.296	3.858	3.536	3.467	3.362
13	9.074	6.701	5.739	5.205	4.862	4.62	4.441	4.302	4.191	4.1	3.665	3.341	3.272	3.167
14	8.862	6.515	5.564	5.035	4.695	4.456	4.278	4.14	4.03	3.939	3.505	3.181	3.112	3.005
15	8.683	6.359	5.417	4.893	4.556	4.318	4.142	4.004	3.895	3.805	3.372	3.047	2.977	2.87
16	8.531	6.226	5.292	4.773	4.437	4.202	4.026	3.89	3.78	3.691	3.259	2.933	2.863	2.754
17	8.4	6.112	5.185	4.669	4.336	4.102	3.927	3.791	3.682	3.593	3.162	2.835	2.764	2.654
18	8.286	6.013	5.092	4.579	4.248	4.015	3.841	3.705	3.597	3.508	3.077	2.749	2.678	2.567
19	8.185	5.926	5.01	4.5	4.171	3.939	3.765	3.631	3.523	3.434	3.003	2.674	2.602	2.491
20	8.096	5.849	4.938	4.431	4.103	3.871	3.699	3.564	3.457	3.368	2.938	2.608	2.535	2.422
21	8.017	5.78	4.874	4.369	4.042	3.812	3.64	3.506	3.398	3.31	2.88	2.548	2.476	2.362
22	7.945	5.719	4.817	4.313	3.988	3.758	3.587	3.453	3.346	3.258	2.827	2.495	2.422	2.307
23	7.881	5.664	4.765	4.264	3.939	3.71	3.539	3.406	3.299	3.211	2.781	2.447	2.373	2.257
24	7.823	5.614	4.718	4.219	3.895	3.667	3.496	3.363	3.256	3.168	2.738	2.404	2.329	2.212
25	7.77	5.568	4.676	4.177	3.855	3.627	3.457	3.324	3.217	3.129	2.699	2.364	2.289	2.171
26	7.721	5.526	4.637	4.14	3.818	3.591	3.421	3.288	3.182	3.094	2.664	2.327	2.252	2.133
27	7.677	5.488	4.601	4.106	3.785	3.558	3.388	3.256	3.149	3.062	2.632	2.294	2.218	2.098
28	7.636	5.453	4.568	4.074	3.754	3.528	3.358	3.226	3.12	3.032	2.602	2.263	2.187	2.066
29	7.598	5.421	4.538	4.045	3.725	3.5	3.33	3.198	3.092	3.005	2.574	2.234	2.158	2.036
30	7.562	5.39	4.51	4.018	3.699	3.474	3.305	3.173	3.067	2.979	2.549	2.208	2.131	2.008
40	7.314	5.179	4.313	3.828	3.514	3.291	3.124	2.993	2.888	2.801	2.369	2.019	1.938	1.806
50	7.171	5.057	4.199	3.72	3.408	3.186	3.02	2.89	2.785	2.698	2.265	1.909	1.825	1.685
60	7.077	4.977	4.126	3.649	3.339	3.119	2.953	2.823	2.719	2.632	2.198	1.836	1.749	1.602
70	7.011	4.922	4.074	3.6	3.291	3.071	2.906	2.777	2.672	2.585	2.15	1.785	1.695	1.542
80	6.963	4.881	4.036	3.563	3.255	3.036	2.871	2.742	2.637	2.551	2.115	1.746	1.655	1.496
90	6.925	4.849	4.007	3.535	3.228	3.009	2.845	2.715	2.611	2.524	2.088	1.716	1.623	1.459
100	6.895	4.824	3.984	3.513	3.206	2.988	2.823	2.694	2.59	2.503	2.067	1.692	1.598	1.429
200	6.763	4.713	3.881	3.414	3.11	2.893	2.73	2.601	2.497	2.411	1.971	1.583	1.481	1.281
300	6.72	4.677	3.848	3.382	3.079	2.863	2.699	2.571	2.467	2.38	1.94	1.547	1.441	1.223
400	6.699	4.659	3.831	3.366	3.063	2.847	2.684	2.556	2.452	2.365	1.925	1.529	1.421	1.19
500	6.686	4.648	3.821	3.357	3.054	2.838	2.675	2.547	2.443	2.357	1.915	1.517	1.408	1.168
600	6.677	4.641	3.814	3.351	3.048	2.832	2.669	2.541	2.437	2.351	1.909	1.51	1.4	1.153
700	6.671	4.636	3.81	3.346	3.043	2.828	2.665	2.537	2.433	2.346	1.905	1.505	1.394	1.141

800	6.667	4.632	3.806	3.343	3.04	2.825	2.662	2.534	2.43	2.343	1.901	1.501	1.39	1.132
900	6.663	4.629	3.803	3.34	3.038	2.822	2.659	2.531	2.427	2.341	1.899	1.498	1.386	1.124
1000	6.66	4.626	3.801	3.338	3.036	2.82	2.657	2.529	2.425	2.339	1.897	1.495	1.384	1.118
1500	6.652	4.619	3.795	3.332	3.029	2.814	2.651	2.523	2.419	2.333	1.891	1.488	1.375	1.097
2000	6.648	4.616	3.791	3.329	3.026	2.811	2.648	2.52	2.416	2.33	1.888	1.484	1.371	1.085
10000	6.637	4.607	3.784	3.321	3.019	2.804	2.641	2.513	2.409	2.323	1.88	1.475	1.361	1.048

A modo de ejemplificar el uso de la tabla de Fisher, de acuerdo con el grupo 1 el número de datos de registro en la estación 21007, San Isidro, es de 23; mientras que para la estación 21005, Cozaltepec, el número de registros es de 20.

Atendiendo a que se debe entrar a la Tabla 12 con menos 1 grado de libertad, el numerador tendrá 22 grados de libertad, mientras que el denominador tendrá 19. Debido a que estos dos valores no aparecen exactos en la tabla se hace una interpolación. A lo que el valor resultante es de 2.687.

Los resultados y comparación de los mismos se pueden observar en la Tabla 13.

Tabla 13. Comparación de resultados entre el valor del Factor de grupo homogéneo y el valor obtenido en la tabla de Fisher.

Grupo	Factor Grupo homogéneo	Valor Tabla de Fisher	Resultado
G1	2.50	2.687	$2.687 > 2.50$ Correcto
G2	5.25	2.272	$2.272 < 5.25$ Incorrecto
RH36-RH37	1.13	3.544	$3.544 > 1.13$ Correcto

Debido a que dos de los cocientes obtenidos son menores a los valores que se obtuvieron con la tabla de Fisher, entonces se dice que ambos grupos presentan homogeneidad y cumplen con la prueba, no así el grupo 2 de la RH20 y RH21, donde el valor del factor de grupo homogéneo se encuentra por arriba del valor que se obtuvo mediante la tabla de Fisher.

Es por este motivo que se debe recurrir a realizar la comparación de coeficientes de variación que se obtienen al generar números aleatorios con la distribución de probabilidades ajustada a cada muestra regional.

6.2 Generación de pruebas de simulación muestral

Como ya se ha mencionado, en México los registros históricos son de pocos años, lo cual no permite realizar de forma correcta una planeación, diseño y operación de grandes obras hidráulicas que permitan estimar los efectos de eventos extremos no incluidos en la serie histórica o con periodos de retorno mayor que el de registro, por lo que se resuelve el problema con pruebas de simulación muestral. Las técnicas de generación de muestras sintéticas son herramientas estadísticas que permiten enfrentar problemas de planeación hídrica, que conservan

la información de los estadísticos de las muestras generadas respecto a las históricas (Arganis, 2004).

Por otro lado, al utilizar la prueba de Fisher, para delimitar regiones homogéneas, se supone que las muestras pertenecen a una población normal, lo cual ocurre muy pocas veces en los fenómenos climatológicos e hidrométricos. Es por eso que cuando las muestras, que se consideran como una región homogénea, provienen de una población que no se comporta como una normal, pueden ser simuladas con el objetivos de probar si los datos en los sitios con consistentes con los generados para cada sitio, siguiendo la función de distribución determinada (Domínguez et. al., 2005; Alcalá, 2016).

Cada simulación debe tener el tamaño original de las muestras que representan a la región homogénea supuesta y para cada una de ellas se calcula el CV del conjunto de muestras simuladas, mismo estadístico que es comparado con el observado. Finalmente, el objeto de la generación de pruebas de simulación muestral para este caso de estudio es obtener coeficientes de variación mayores y menores al coeficiente máximo y mínimo histórico en cada serie. Es importante hacer notar que las pruebas de simulación muestral se realizan con ayuda de la generación de números aleatorios.

6.2.1 Generación de números aleatorios

La generación de números aleatorios permite producir una serie de valores tan larga como se requiera y que estén contenidos dentro de una función de distribución predeterminada. En hidrología, la aplicación más frecuente de esta técnica está dirigida a generar series de volúmenes de escurrimientos mensuales en una estación.

El procedimiento para generar una secuencia de números aleatorios con una función de distribución predeterminada es:

- Se define la ecuación de la función de distribución por generar $F_x(x)$.
- Se obtiene un número aleatorio y_i con función de densidad de probabilidad uniforme (con ayuda de una hoja de cálculo de Excel®), dada por

$$f_y(y) = 1 \quad ; \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (6.1)$$

- Se considera que el valor y_i , obtenido en el paso anterior, representa un valor de la función de distribución $F_x(x)$, y se despeja el valor correspondiente de x .
- Los últimos dos pasos se repiten tantas veces como números se desee generar. El proceso anterior se muestra esquemáticamente en la Figura 7.

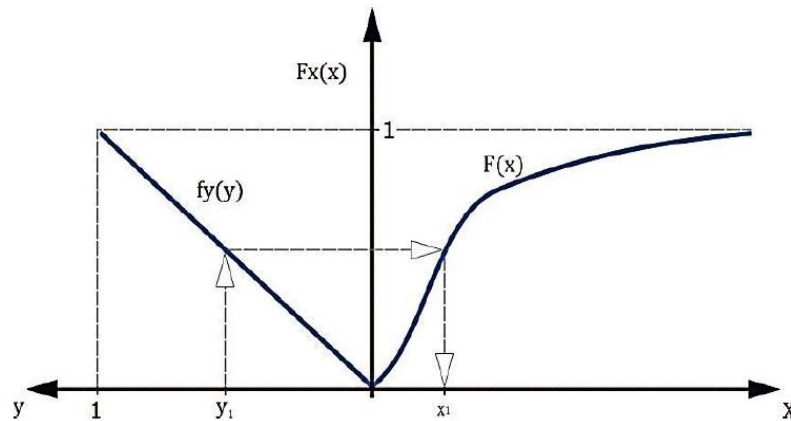
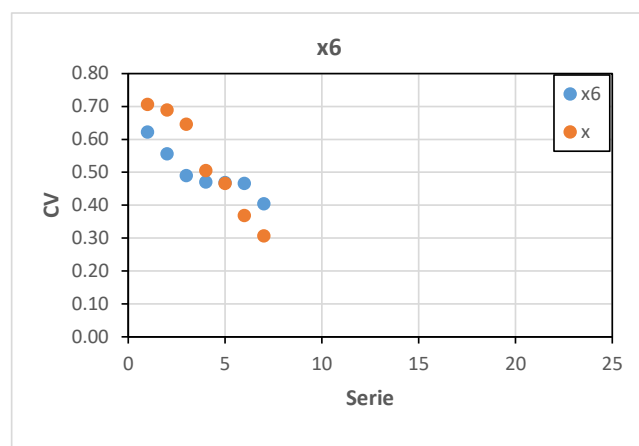
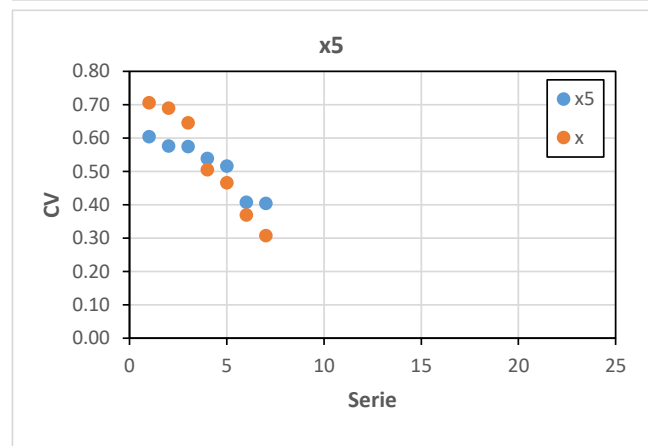
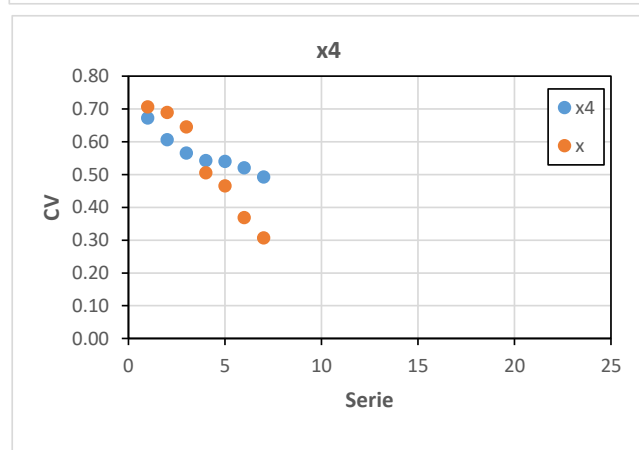
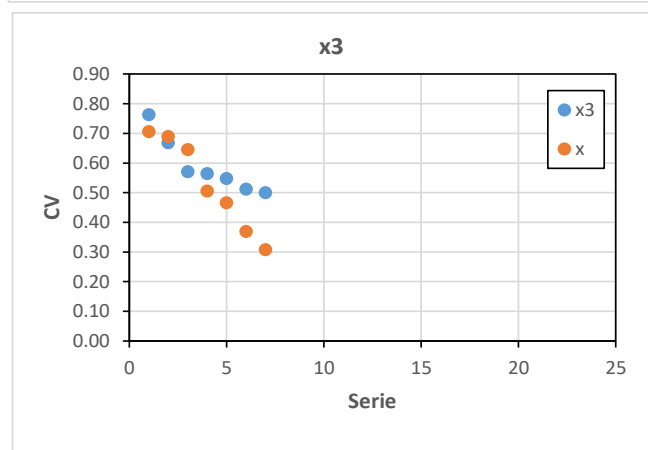
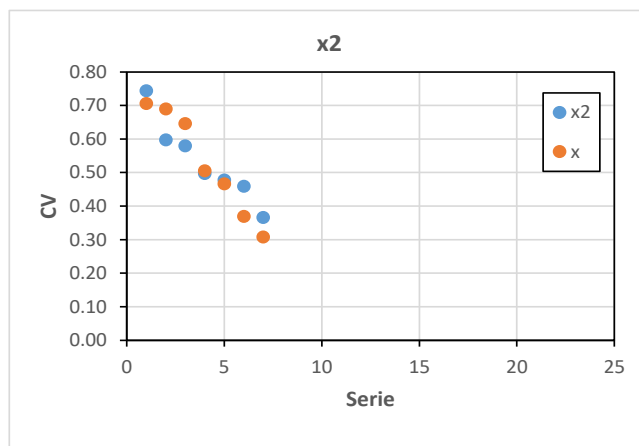
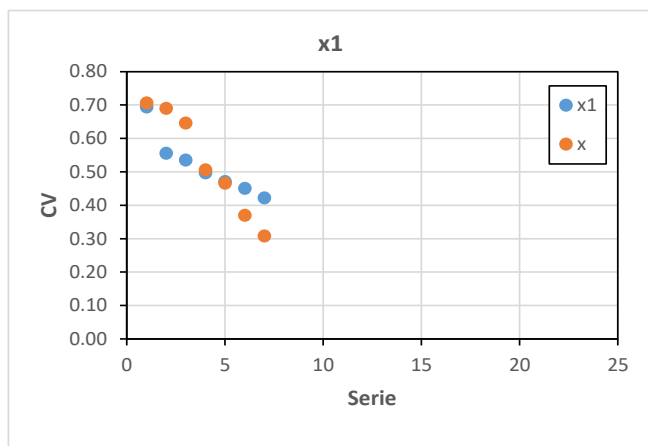


Figura 7. Generación de números aleatorios con función de distribución $F_x(x)$. (Manual de Diseño de Obras Civiles, CFE, 2015)

Para corroborar la hipótesis de que el Grupo 2 de la Región Hidrológica 20-21 es homogéneo, se siguen los siguientes pasos para generar las series sintéticas.

- Se obtienen los registros históricos de gastos máximos instantáneos anuales de los archivos “DM” de la base de datos del BANDAS, los cuales ya han sido previamente revisados.
- Se estiman los estadísticos media, desviación estándar y coeficiente de variación de las series de datos.
- Se modulan los registros de cada estación, es decir, se divide cada uno de los registros entre la media de la estación correspondiente y se enlistan para formar una muestra ampliada a la que se ajusta la función $F(x)$.
- Se obtienen los parámetros regionales de la mejor función de distribución $F_x(x)$ que describe a la región homogénea a probar.
- Se simula M veces la región N a probar, con muestras de tamaño igual a las observadas. Estas simulaciones se realizan asignando una probabilidad de no excedencia $(1 - 1/T)$ aleatoria con función de densidad uniforme $Q(F)$, $0 \leq F \leq 1$.
- Para cada simulación M se determina el CV de las muestras generadas.
- Finalmente, se grafican y comparan los CV generados de la simulación con los observados, ordenándolos de mayor a menor.



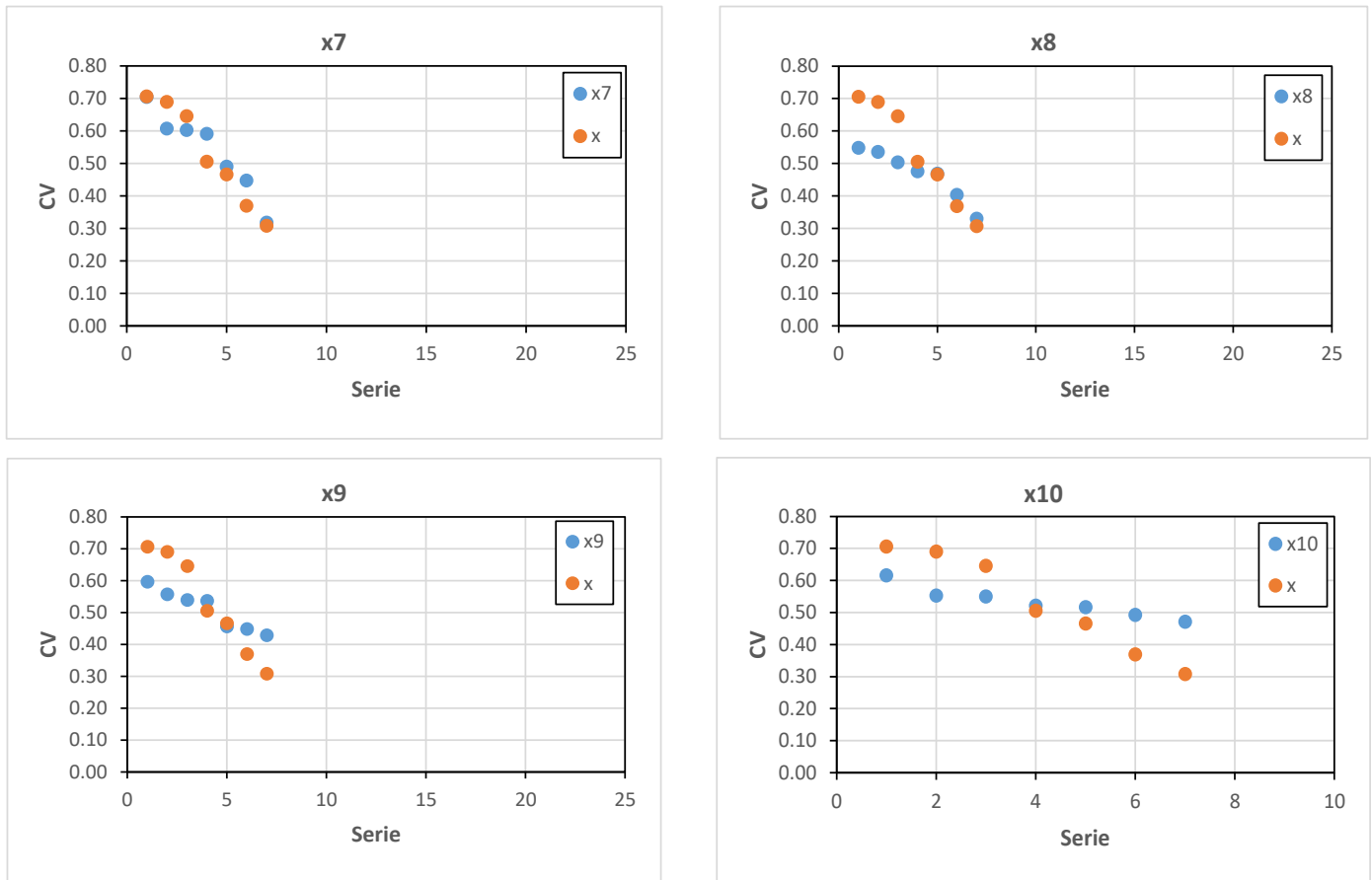


Figura 8. Comparación de coeficientes de variación históricos vs sintéticos, generados a partir de series de números aleatorios de las RH20-21. Grupo 2.

De la generación de pruebas de simulación muestral y sus respectivos coeficientes de variación, y para tomar como correcta la hipótesis de homogeneidad se deben obtener valores mayores y menores al coeficiente máximo y mínimo histórico, respectivamente. En la Figura 9 se observa el resumen de los CV sintéticos obtenidos contra los CV históricos, también se puede apreciar que se cumple con que se obtengan valores de CV sintéticos mayores a los máximos históricos, e igualar en al menos una vez al valor menor histórico, pero no obtener un valor menor al histórico, por lo que no se puede tomar como válida la hipótesis en el Grupo 2 de las RH20 y RH21.

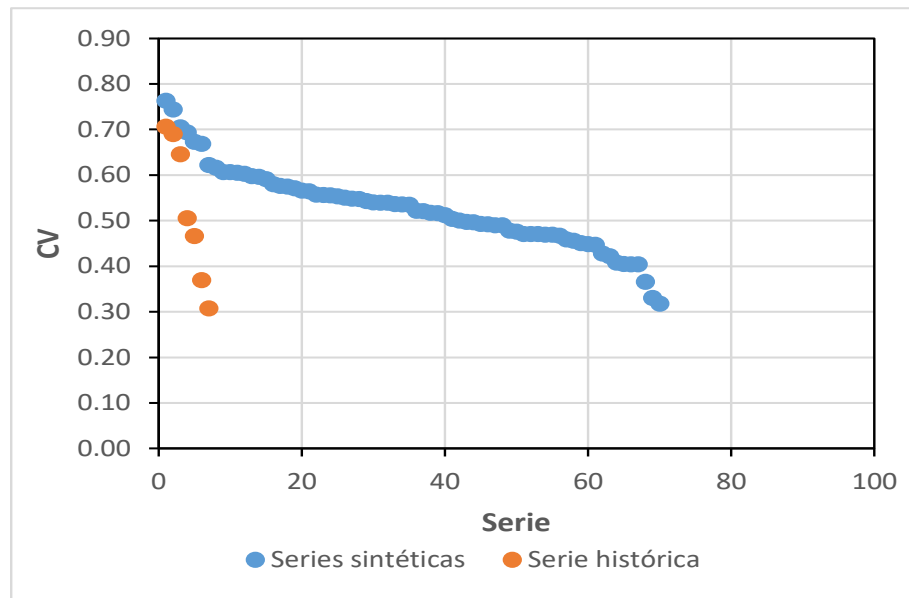


Figura 9. Resumen de CV de series sintéticas e históricas RH20-21. Grupo 2.

Debido a lo mencionado anteriormente, se procedió a eliminar la estación hidrométrica 20025 “Las Juntas” la cual cuenta con un CV de 0.31 y motivo principal por el cual la hipótesis planteada no se verifica. Al hacer esto, el Grupo 2 quedaría compuesto según la Tabla 14:

Tabla 14. Grupo de estaciones hidrométricas sin estación 20025

	RH	Estación	Nombre	cv
G2	20	20045	COPALA	0.71
	20	20036	PASO ANCHO	0.69
	20	20016	QUETZALA	0.65
	20	20022	SAN CRISTOBAL	0.51
	20	20037	EL PUENTE	0.47
	20	20021	IXTAYUTLA	0.37

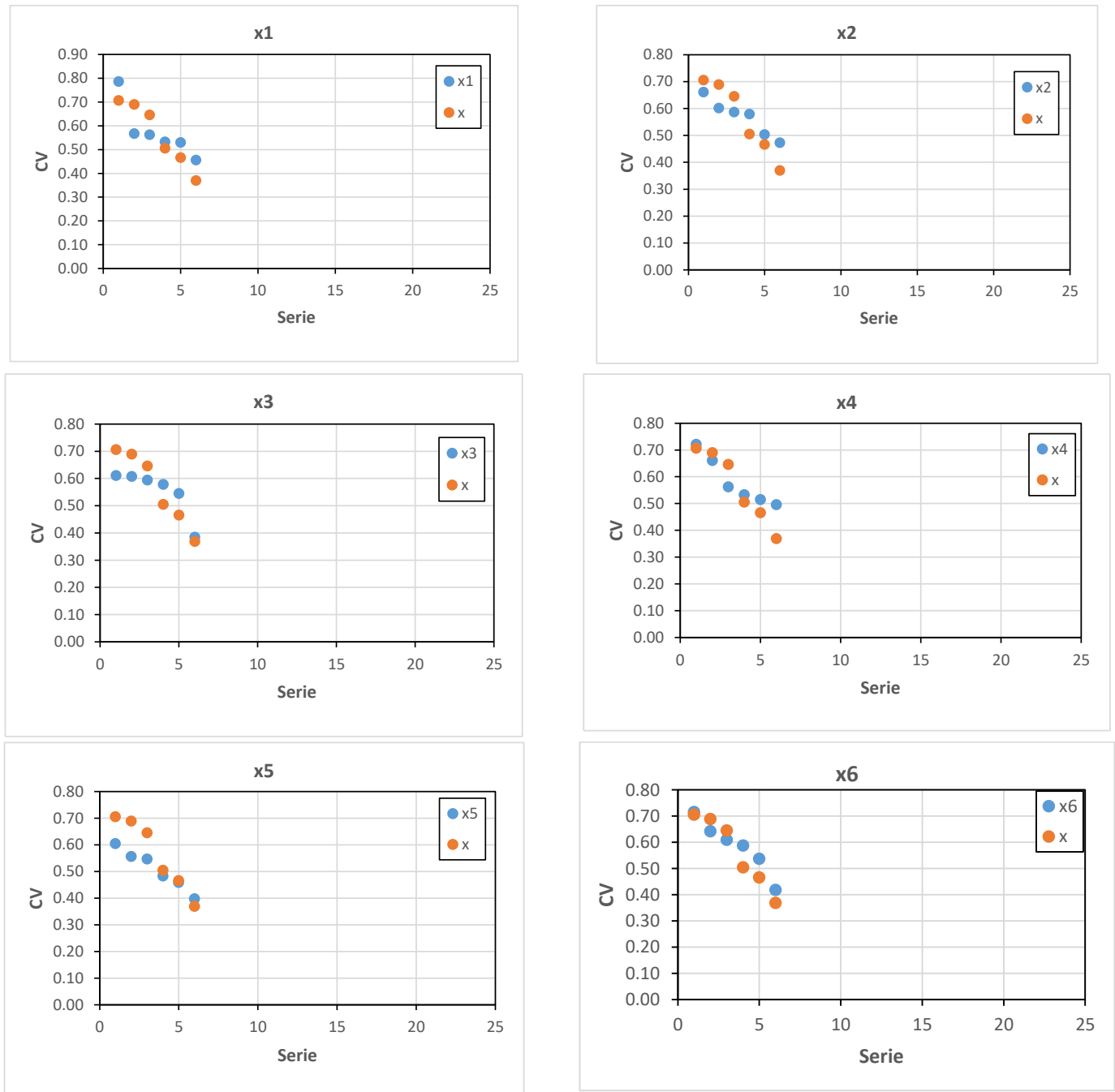
A este nuevo grupo se le aplica el factor de grupo homogéneo (ecuación (3.14)):

$$\text{Factor de grupo homogéneo} = \left(\frac{0.71}{0.37} \right)^2 = 3.68$$

El coeficiente fue comparado con los valores de la tabla de Fisher de donde se obtiene que el resultado de la hipótesis de homogeneización sigue siendo incorrecto, por lo que fue necesario obtener los parámetros regionales de la mejor función de distribución $F_x(x)$ y realizar las simulaciones, con muestras de tamaño igual a las observadas. Para posteriormente determinar el CV de las muestras generadas y graficarlos contra los CV históricos.

Al realizar las pruebas de simulación muestral el valor mínimo de CV histórico es igualado en al menos una ocasión por el CV sintético, mientras que el CV sintético mayor sigue siendo mayor al histórico, por lo que sin esta estación se puede concluir que el grupo es homogéneo.

En la Figura 10 se puede observar la comparación de los coeficientes de variación históricos y sintéticos a partir 10 series de números aleatorios, mientras que en la Figura 11 se observa el resumen obtenido de CV históricos y sintéticos.



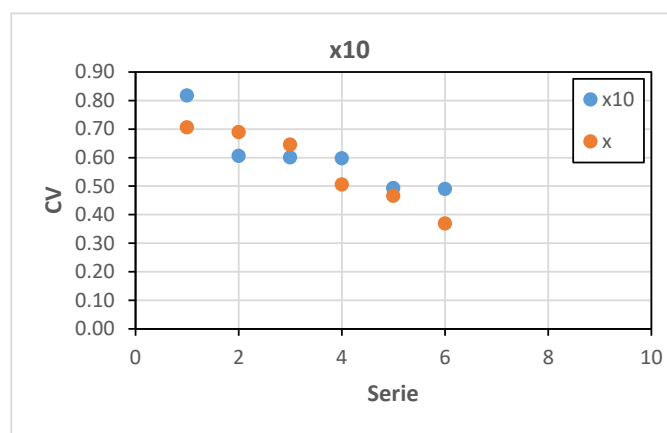
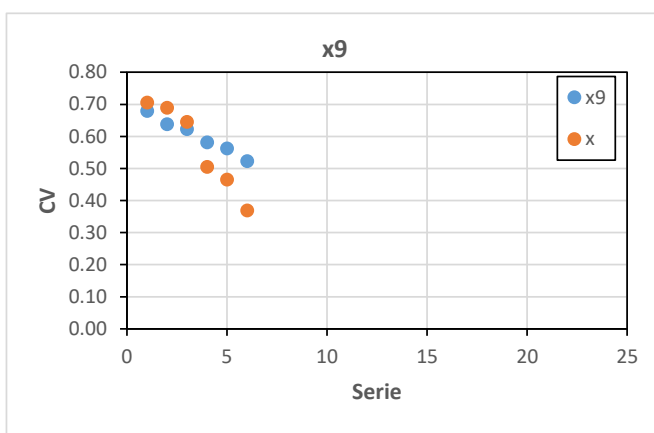
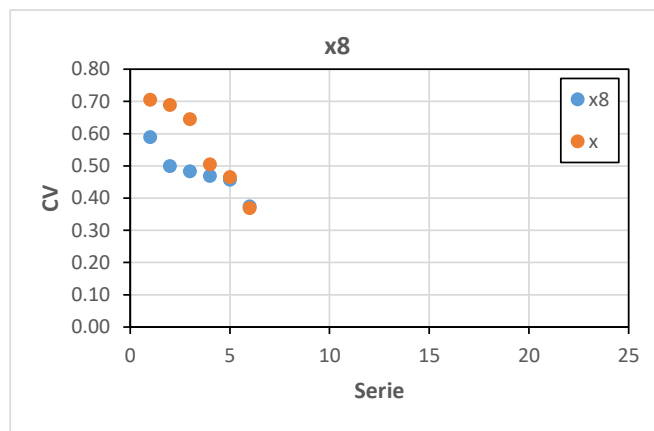
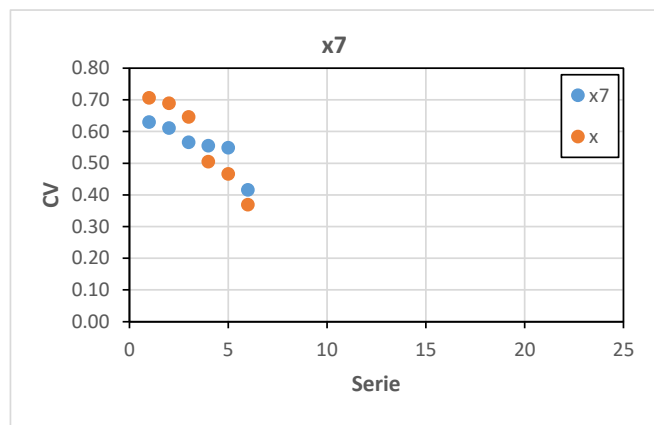


Figura 10. Comparación de coeficientes de variación históricos vs sintéticos, generados a partir de series de números aleatorios de las RH20-21. Grupo 2, sin estación 20025 "Las Juntas".

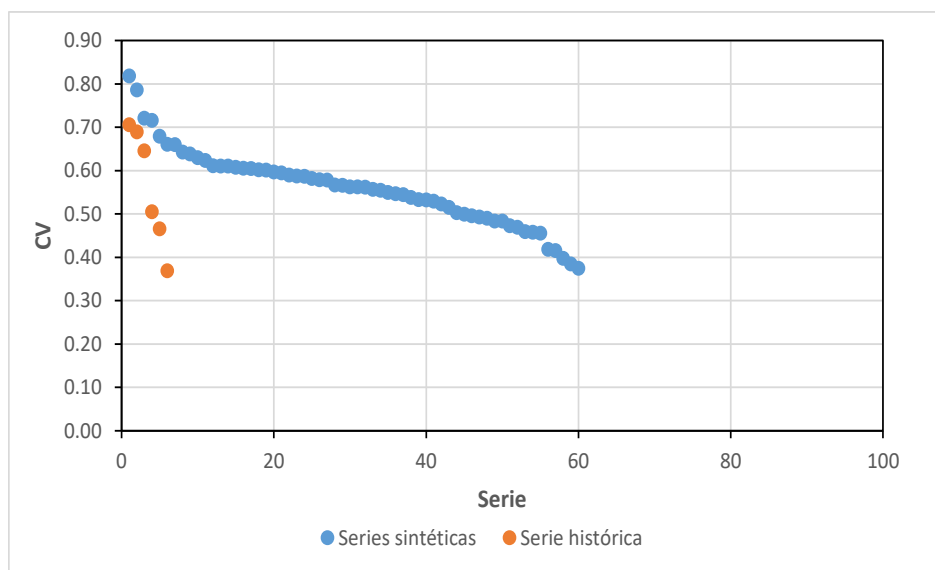


Figura 11. Resumen de CV de series sintéticas e históricas RH20-21. Grupo 2, sin estación 20025 "Las Juntas".

A modo de verificar que la hipótesis planteada anteriormente fuera correcta para el Grupo 1 de las RH20 y RH21 y del único grupo de la RH36 y RH37, también se generaron pruebas de simulación muestral. En la Figura 12 y Figura 13 se observan el resumen de los CV sintéticos contra los CV históricos, con los cuales se asegura que la homogeneización en ambos grupos fue correcta.

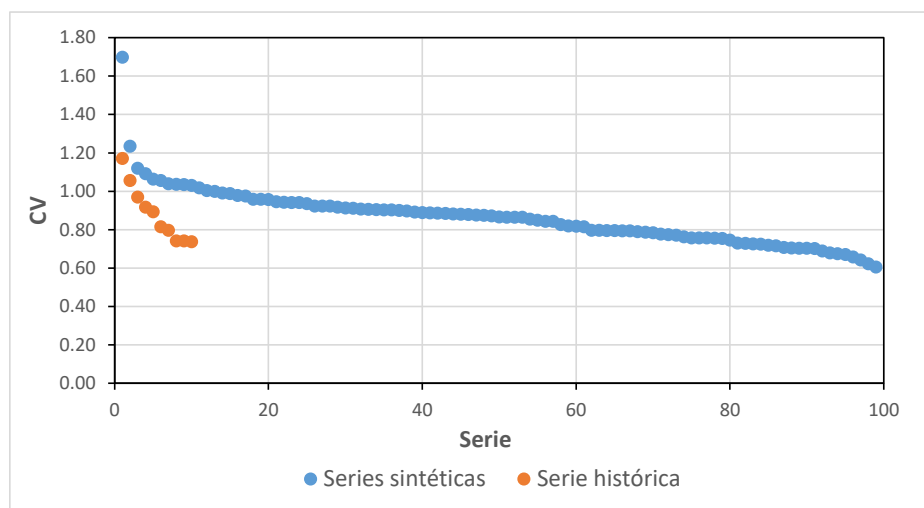


Figura 12. Resumen de CV de series sintéticas e históricas RH20-21. Grupo 1.

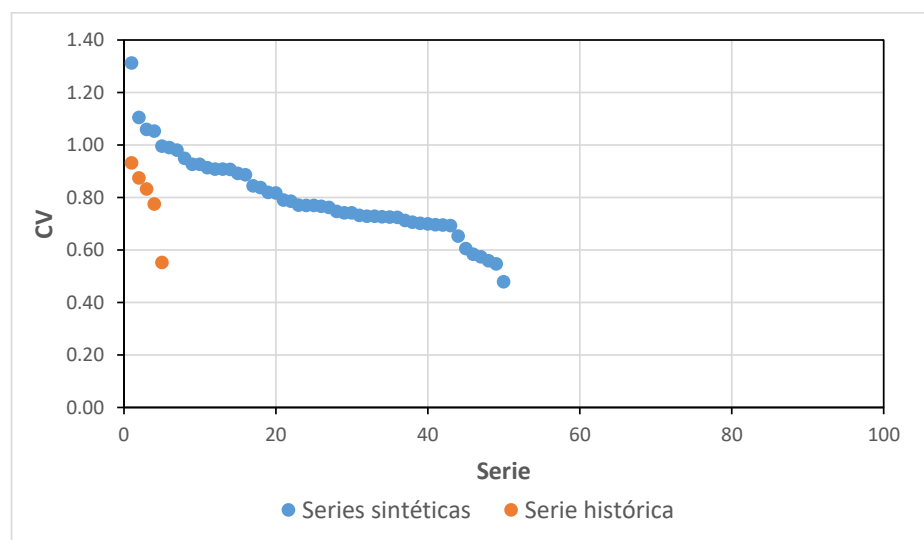


Figura 13. Resumen de CV de series sintéticas e históricas RH36-37.

6.3 Técnica de las estaciones-año

Debido a que las regiones trabajadas y muchas más, por lo regular presentan poca o nula información se deben tener en cuenta técnicas que permitan inferir eventos, por lo que la bibliografía menciona aplicar técnicas regionales.

Los análisis regionales hidrológicos suministran la forma de inferir eventos para ciertos periodos de retorno en sitios con escasa o nula información, a través del empleo de las características

fisiográficas y climatológicas de la cuenca en el sitio de estudio y/o de sus cuencas vecinas. La mayoría de las técnicas regionales se basan en series de máximos anuales y unos pocos en series de excedentes anuales (Escalante, 2008).

Entre las técnicas regionales se encuentran:

- Método estaciones-año
- Técnica de correlación y regresión múltiple
- Método de Dalrymple
- Aplicación regional de la transformación de Box-Cox
- Método de los momentos estandarizados de probabilidad pesada
- Método de estimación multivariada de valores extremos.

6.3.1 Método estaciones-año

El método de las Estaciones-año, considera el tratamiento de una sola muestra de datos conformada por un registro estandarizado de eventos, el cual una vez que se construye se ajusta a un conjunto de distribuciones de probabilidad (Escalante, 2008). Esta técnica regional a diferencia de otras no requiere que las muestras tengan una longitud de registro común (Cunnane, 1988). Con referencia al tamaño de muestra aceptable en cada muestra participante en el análisis, se recomienda que al menos sea de 20 años, sin embargo, si el sitio tiene menos años de registro pero dentro de este se encuentran eventos extremos que afecten el comportamiento, deberán ser incluidos en el estudio.

Este método estima eventos de largos periodos de retorno buscando evitar o reducir la necesidad de realizar extrapolaciones de la distribución ajustada.

Combina los registros de sitios individuales, para formar un solo registro de longitud igual a la suma de la longitud de los registros individuales. El método supone además, que los registros en los sitios son mutuamente independientes entre sí.

De acuerdo con Escalante, (2008) la secuencia a aplicar para el método es:

1. Probar dentro de la región analizada la homogeneidad de las series de datos. Para este propósito se aplica el método del coeficiente de variación.
2. Obtener estadísticos muestrales de las series Q_i^j .
3. Para cada serie j se verifica mediante la prueba de Anderson la independencia de eventos.
4. Para cada serie j se genera una muestra modulada de la forma

$$q_i^j = \frac{Q_i^j}{\overline{Q^j}} \quad (6.2)$$

5. Se forma el registro llamado estaciones-año, de tamaño $n_T = \sum_{j=1}^{ms} n_j$ con todos los eventos modulados q_i^j .

6. El registro se ordena de mayor a menor y se le asigna un periodo de retorno y una probabilidad de no excedencia.

$$T = \frac{n_T + 1}{m} \quad (6.3)$$

$$P(X \leq x) = P = 1 - \frac{1}{T} \quad (6.4)$$

Donde:

T, periodo de retorno en años

n_T , tamaño de muestra del registro estaciones – año

m, número de orden del registro, desde $m = 1, \dots, n_T$

P, probabilidad de no excedencia en un año cualquiera

7. Al registro formado en el paso 5 se le ajusta una distribución de probabilidad para el análisis de máximos.
8. Una vez obtenida la distribución es posible estimar los eventos regionales para diferentes periodos de retorno. Los cuáles serán válidos dentro de la zona analizada.

De la Tabla 15 a la Tabla 20 se observan los valores de gastos máximos instantáneos obtenidos de cada una de las estaciones de la Región Hidrológica 20 y 21 y los valores estandarizados de los gastos, respectivamente; mientras que de la Tabla 21 a la Tabla 26 se observan los datos para la Región Hidrológica 36 y 37.

Tabla 15. Valores de gastos máximos anuales y estadísticos para cada estación de RH 20 y RH21

Año / Estación	20016	20017	20018	20019	20021	20022	20023	20025	20026	20027	20031	20036	20037	20045	21004	21005	21007
1953													285.46				
1954													816.67				
1955								1033					639.93				
1956								527.1					594.72				
1957								755.68				194.1	224.6				
1958								524.7				188.4	436				
1959	727.998							504				212.2	246				
1960	657.7	1200						543				195	637.09				
1961	445	913.197			592.623			765				165	1052				
1962	875	1150.493			959.998			825			1201	290	428				
1963	904	1406.996	108.7		1120.097			636			2632	385	1086				
1964	703.347	1249.161	265.4	638.975	1019.197			887			1888	215	521				
1965	1080.2	1145.998	619.986	551.988	1004.922			691			921	180	430				
1966	1079.194	1011.599	543.993	402.5	716.497			728			659	201	531				
1967	1013.99	3352.6	566.995	2306	1270.2						11653	170	1325				
1968	853.9	903.3	270	524	662.84			713			767	187	477				
1969	1900	2192.125	1020	1892	1650			818.5			2150	467	734				
1970	1375	1653.1	1109.55	811.4	962.7			986.463			2510	306	720				
1971	530	1776	929	127.7	1116.923			685.2			1034	514	339				
1972	1091.9	1404.75	576.5	335.333	573.35		49.62	573.221	114	49.5	1591	514	501				
1973	1028	1643.8	976.6	1159	1236		272.7	604.2	223.5	400	7333	286	1151				
1974	3675	7000	3500	1796.6	1955	39	223.625	1605.25	222.813	307.125	7521	1258	1591				
1975	887.4	1782	3996	243.4	1003.5	39.52	213	732.8	329	270	1998	669	639				
1976	1847	1316	1133.333	777.368	985	113.2	186	657.5	235.417	58.163	5419	515	1231	381.2			
1977	564.7	908	340.2	199.84	771.92		68.8	492	38.05	37	1532	187	379	82.21			
1978	1250	1066	1760	528.5	715		66.99	639	90	44.3	1460	124	475	400			

Tabla 16. Continuación. Valores de gastos máximos anuales y estadísticos para cada estación de RH 20 y RH21

Año / Estación	20016	20017	20018	20019	20021	20022	20023	20025	20026	20027	20031	20036	20037	20045	21004	21005	21007
1979	1138.75	2830	2000	854.611	1253.6	67.482	194.4	671	279	124.096	2140	374	682	163.5	144.96		
1980	1099.2	1576	539	565	969.4	81.6	142.25	874	175.6	102.7	1760	508	425	212.8	22.7	66.008	118.775
1981	1780	4097	730	1142.811	1450.033	148.6	280	860	318.4	117.4	4447	881	821	291.187	172.4	520	
1982	734	453	401.27	326.947	384.3	39.983	59.105	449	82.035	67.8	1324	107	203.57	207.71	33.81	229.542	354.829
1983	638.709	923.6	333.218	697.483	696.425	107.334	72.6	672	123.071	51.15	1336	118	449	173.086	25.73	225.342	462.592
1984	1196.308	2511.333	634	649.868	1287.778	282.307	135.2	610.433	301.158	84.6	9238	324	1148	329.742	120.5	277.485	168.3
1985	695.551	1476	442.6	276.8	656.933	162.8	83.36		24.54	65	1227	159	481	286.415	30.551	297.87	108.491
1986	849		195.22			130.867	112.668		75.701	140.34	1579	202	467	63.4	13.13	66.474	50.73
1987	986.75		240.5		1009.668	142.584	130.796		29.918	29.041	1353	155	502	71.645	24.977	125.072	90.383
1988	1818		1069.5	755	1073.414	192.75	526.701		59.037	218.201	2133	352	948	505.5	26.71	80.572	146.598
1989	3942.625		2437.133	408.267	1123.479	220	122.688		132.245	54.633	2585	550	1030	950	245.46		158.158
1990	1134			108.96	705.513	256.5	16.202		8.69	14.88	1445	147	256	329.9	18.748		
1991	1587.4			160	982.445	116.46	103.411		12.187	83.259	1884.67	207	786	566	55.189	135.059	56.241
1992	1755					98.505	26.196		5.287		1507	114	472	855.125	88.255	95.689	61.713
1993	902.92					245.23	138.409		44.755		3149	426	709	466.4	227.482	162.185	172.147
1994	738					131.999			108.058		662	145	354	81.6	4.316	52.434	48.822
1995	1555.393					253.787	79.847		113.294		1079	411	636		183.255	70.032	1016.784
1996	1062.243		874.297			99.446	127.605		11.338		3001	283	644		94.99	54.615	84.379
1997	3966.726					113.713	25.595		53.909		3925	464	1072		140.821		
1998	1055.13					95.009	141.174		171.909		1710	289	688		76.985		
1999	1312.019					89.939	174.551		113.502		1511	366	590		56.929		
2000	775.846					134.107	114.507		66.066		2110	171	756		19.647		
2001	1457.935					90.297	87.363		105.115		859				113.91		
2002	650.369					250.596			45.062		3819	153	971		44.727		49.992
2003	829.391					212.876					1004	417	465		120.402	193.097	253.807

Tabla 17. Continuación. Valores de gastos máximos anuales y estadísticos para cada estación de RH 20 y RH21

Año / Estación	20016	20017	20018	20019	20021	20022	20023	20025	20026	20027	20031	20036	20037	20045	21004	21005	21007
2004												108	514		5.789	61.713	29.384
2005	602.08											336	472		25.01		56.254
2006												205	512		12.515	62.838	56.487
2007									55.741			117	475		19.803	218.729	690.603
2008															87.817		
2009															5.72		
2010															78.032		
2011					576.353										182.594		
2012					366.926									165.297	59.691		
2013					1793.003									547.533	433.678		410.777
2014					1171.497									293.784	23.451	154.119	96.579
2015																	

Estación	QUETZALA	PASO DE LA REYNA	MARQUELIA	NEXPA	IXTAYUTLA	SAN CRISTOBAL	ZIMATLAN	LAS JUNTAS	TLAPACOYAN	OAXACA	LA PAROTA	PASO ANCHO	EL PUENTE	COPALA	ASTATA	COZOALTEPEC	SAN ISIDRO
Máximo	3966.73	7000.00	3996.00	2306.00	1955.00	282.31	526.70	1605.25	329.00	400.00	11653.00	1258.00	1591.00	950.00	433.68	520.00	1016.78
Media	1233.75	1805.46	986.18	701.55	994.60	141.30	137.08	726.31	117.76	115.96	2596.59	310.23	648.50	337.46	84.46	157.44	206.21
Mínimo	445.00	453.00	108.70	108.96	366.93	39.00	16.20	449.00	5.29	14.88	659.00	107.00	203.57	63.40	4.32	52.43	29.38
Varianza	634829.16	1793423.65	914783.83	312535.34	135001.73	5098.96	10321.97	49892.58	9214.39	10740.66	5666930.14	45786.42	91371.18	56794.36	7955.13	13458.40	58291.87
Desvest	796.76	1339.19	956.44	559.05	367.43	71.41	101.60	223.37	95.99	103.64	2380.53	213.98	302.28	238.32	89.19	116.01	241.44
CV	0.65	0.74	0.97	0.80	0.37	0.51	0.74	0.31	0.82	0.89	0.92	0.69	0.47	0.71	1.06	0.74	1.17

Tabla 18 . Valores estandarizados para gastos máximos cada estación de RH 20 y RH21

Año / estación	20016	20017	20018	20019	20021	20022	20023	20025	20026	20027	20031	20036	20037	20045	21004	21005	21007
1953													0.440				
1954													1.259				
1955								1.422					0.987				
1956								0.726					0.917				
1957								1.040				0.626	0.346				
1958								0.722				0.607	0.672				
1959	0.590							0.694				0.684	0.379				
1960	0.533	0.665						0.748				0.629	0.982				
1961	0.361	0.506			0.596			1.053				0.532	1.622				
1962	0.709	0.637			0.965			1.136			0.463	0.935	0.660				
1963	0.733	0.779	0.110		1.126			0.876			1.014	1.241	1.675				
1964	0.570	0.692	0.269	0.911	1.025			1.221			0.727	0.693	0.803				
1965	0.876	0.635	0.629	0.787	1.010			0.951			0.355	0.580	0.663				
1966	0.875	0.560	0.552	0.574	0.720			1.002			0.254	0.648	0.819				
1967	0.822	1.857	0.575	3.287	1.277						4.488	0.548	2.043				
1968	0.692	0.500	0.274	0.747	0.666			0.982			0.295	0.603	0.736				
1969	1.540	1.214	1.034	2.697	1.659			1.127			0.828	1.505	1.132				
1970	1.114	0.916	1.125	1.157	0.968			1.358			0.967	0.986	1.110				
1971	0.430	0.984	0.942	0.182	1.123			0.943			0.398	1.657	0.523				
1972	0.885	0.778	0.585	0.478	0.576		0.362	0.789	0.968	0.427	0.613	1.657	0.773				
1973	0.833	0.910	0.990	1.652	1.243		1.989	0.832	1.898	3.449	2.824	0.922	1.775				
1974	2.979	3.877	3.549	2.561	1.966	0.276	1.631	2.210	1.892	2.649	2.896	4.055	2.453				
1975	0.719	0.987	4.052	0.347	1.009	0.280	1.554	1.009	2.794	2.328	0.769	2.156	0.985				
1976	1.497	0.729	1.149	1.108	0.990	0.801	1.357	0.905	1.999	0.502	2.087	1.660	1.898	1.130			
1977	0.458	0.503	0.345	0.285	0.776		0.502	0.677	0.323	0.319	0.590	0.603	0.584	0.244			
1978	1.013	0.590	1.785	0.753	0.719		0.489	0.880	0.764	0.382	0.562	0.400	0.732	1.185			

Tabla 19. Continuación. Valores estandarizados para gastos máximos cada estación de RH 20 y RH21

Año / estación	20016	20017	20018	20019	20021	20022	20023	20025	20026	20027	20031	20036	20037	20045	21004	21005	21007
1979	0.923	1.567	2.028	1.218	1.260	0.478	1.418	0.924	2.369	1.070	0.824	1.206	1.052	0.485	1.716		
1980	0.891	0.873	0.547	0.805	0.975	0.577	1.038	1.203	1.491	0.886	0.678	1.637	0.655	0.631	0.269	0.419	0.576
1981	1.443	2.269	0.740	1.629	1.458	1.052	2.043	1.184	2.704	1.012	1.713	2.840	1.266	0.863	2.041	3.303	
1982	0.595	0.251	0.407	0.466	0.386	0.283	0.431	0.618	0.697	0.585	0.510	0.345	0.314	0.616	0.400	1.458	1.721
1983	0.518	0.512	0.338	0.994	0.700	0.760	0.530	0.925	1.045	0.441	0.515	0.380	0.692	0.513	0.305	1.431	2.243
1984	0.970	1.391	0.643	0.926	1.295	1.998	0.986	0.840	2.557	0.730	3.558	1.044	1.770	0.977	1.427	1.762	0.816
1985	0.564	0.818	0.449	0.395	0.660	1.152	0.608		0.208	0.561	0.473	0.513	0.742	0.849	0.362	1.892	0.526
1986	0.688		0.198			0.926	0.822		0.643	1.210	0.608	0.651	0.720	0.188	0.155	0.422	0.246
1987	0.800		0.244		1.015	1.009	0.954		0.254	0.250	0.521	0.500	0.774	0.212	0.296	0.794	0.438
1988	1.474		1.084	1.076	1.079	1.364	3.842		0.501	1.882	0.821	1.135	1.462	1.498	0.316	0.512	0.711
1989	3.196		2.471	0.582	1.130	1.557	0.895		1.123	0.471	0.996	1.773	1.588	2.815	2.906		0.767
1990	0.919			0.155	0.709	1.815	0.118		0.074	0.128	0.556	0.474	0.395	0.978	0.222		
1991	1.287			0.228	0.988	0.824	0.754		0.103	0.718	0.726	0.667	1.212	1.677	0.653	0.858	0.273
1992	1.422					0.697	0.191		0.045		0.580	0.367	0.728	2.534	1.045	0.608	0.299
1993	0.732					1.735	1.010		0.380		1.213	1.373	1.093	1.382	2.693	1.030	0.835
1994	0.598					0.934			0.918		0.255	0.467	0.546	0.242	0.051	0.333	0.237
1995	1.261					1.796	0.582		0.962		0.416	1.325	0.981		2.170	0.445	4.931
1996	0.861		0.887			0.704	0.931		0.096		1.156	0.912	0.993		1.125	0.347	0.409
1997	3.215					0.805	0.187		0.458		1.512	1.496	1.653		1.667		
1998	0.855					0.672	1.030		1.460		0.659	0.932	1.061		0.911		
1999	1.063					0.636	1.273		0.964		0.582	1.180	0.910		0.674		
2000	0.629					0.949	0.835		0.561		0.813	0.551	1.166		0.233		
2001	1.182					0.639	0.637		0.893		0.331				1.349		
2002	0.527					1.773			0.383		1.471	0.493	1.497		0.530		0.242
2003	0.672					1.507					0.387	1.344	0.717		1.425	1.226	1.231

Tabla 20. Continuación. Valores estandarizados para gastos máximos cada estación de RH 20 y RH21

Año / estación	20016	20017	20018	20019	20021	20022	20023	20025	20026	20027	20031	20036	20037	20045	21004	21005	21007
2004												0.348	0.793		0.069	0.392	0.142
2005	0.488											1.083	0.728		0.296		0.273
2006												0.661	0.790		0.148	0.399	0.274
2007									0.473			0.377	0.732		0.234	1.389	3.349
2008															1.040		
2009															0.068		
2010															0.924		
2011					0.579										2.162		
2012					0.369									0.490	0.707		
2013					1.803									1.623	5.135		1.992
2014					1.178									0.871	0.278	0.979	0.468
2015																	

Estación	QUETZALA	PASO DE LA REYNA	MARQUELIA	NEXPA	IXTAYUTLA	SAN CRISTOBAL	ZIMATLAN	LAS JUNTAS	TLAPACOYAN	OAXACA	LA PAROTA	PASO ANCHO	EL PUENTE	COPALA	ASTATA	COZOALTEPEC	SAN ISIDRO
Máximo	3.22	3.88	4.05	3.29	1.97	2.00	3.84	2.21	2.79	3.45	4.49	4.06	2.45	2.82	5.13	3.30	4.93
Media	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Mínimo	0.36	0.25	0.11	0.16	0.37	0.28	0.12	0.62	0.04	0.13	0.25	0.34	0.31	0.19	0.05	0.33	0.14
Varianza	0.42	0.55	0.94	0.64	0.14	0.26	0.55	0.09	0.66	0.80	0.84	0.48	0.22	0.50	1.12	0.54	1.37
Desvest	0.65	0.74	0.97	0.80	0.37	0.51	0.74	0.31	0.82	0.89	0.92	0.69	0.47	0.71	1.06	0.74	1.17
CV	0.65	0.74	0.97	0.80	0.37	0.51	0.74	0.31	0.82	0.89	0.92	0.69	0.47	0.71	1.06	0.74	1.17

Tabla 21. Valores de gastos máximos anuales y estadísticos para cada estación de RH 36 y RH37

Año / estación	36074	36071	37006	37012	37008
1965			104.2		
1966			126.4		
1967			27.9		
1968			173	26.8	
1969	115.2			20.8	76
1970	700		26.4	15.6	10.24
1971	190.48	590	142.5	7.75	28.705
1972	578	440		47.2	33.6
1973	712	1830	263	26.02	18.4
1974	345.8	698		27.09	
1975	333.2	231.2	168.6	19.565	
1976	308.4	765.24	101.5	81.925	75.55
1977	208.3	481.9	158.84	200.377	4.558
1978	518.286	1106.25	51.45	114.662	22.93
1979	363.5	555		167.5	32.16
1980	456.5	549	198.1	151	28.6
1981	497	730		308	9.7
1982	65.7				22.492
1983	436.4	550			10.87
1984	759	442		386	
1985	651.892	150			23
1986	1038.207	1048.506		129	
1987	308.028	757.967		133	
1988	313.153	317.528		238	
1989	261.374	333.793		131	
1990	1145.175			270	
1991	619	965.719			
1992	1094.042	341.228		423	

Tabla 22. Continuación. Valores de gastos máximos anuales y estadísticos para cada estación de
RH 36 y RH37

Año / estación	36074	36071	37006	37012	37008
1993	2174.577	1288.456		146	
1994	232.3	11.354			
1995	64.962	38.452			
1996	757.268	1124.123			
1997	222.613	407.188			
1998	92.586	222.869			
1999	278.133				
2000	133.142	191.293			
2001	189.513	348			
2002	277.963	217.605			
2003	1066.044	265.268			
2004	625.216	419.801			
2005	344.931	318.578			
2006	253.297	603.89			
2007	249.296	267.954			
2008	468.63	1490.837			
2009	365.162	193.528			
2010	1457.952	3140.455			
2011	55.756	12.484			
2012	127.739	154.444			
2013	800.824	1100			
2014	407.296	665.867			

Tabla 23. Continuación. Valores de gastos máximos anuales y estadísticos para cada estación de RH 36 y RH37

Clave Estación	36074	36071	37006	37012	37008
Estación	J. SALOME ACOSTA	SARDINAS	EL GRITO	TULA	El Tule
Máximo	2174.58	3140.46	263.00	423.00	76.00
Media	492.69	618.68	128.49	139.56	28.34
Mínimo	55.76	11.35	26.40	7.75	4.56
Varianza	168236.88	332696.49	5040.41	14904.66	483.03
Desvest	410.17	576.80	71.00	122.08	21.98
CV	0.83	0.93	0.55	0.87	0.78

Tabla 24. Valores estandarizados para gastos máximos cada estación de RH 36 y RH37

Año / estación	36074	36071	37006	37012	37008
1965			0.811		
1966			0.984		
1967			0.217		
1968			1.346	0.192	
1969	0.234			0.149	2.681
1970	1.421		0.205	0.112	0.361
1971	0.387	0.954	1.109	0.056	1.013
1972	1.173	0.711		0.338	1.185
1973	1.445	2.958	2.047	0.186	0.649
1974	0.702	1.128		0.194	
1975	0.676	0.374	1.312	0.140	
1976	0.626	1.237	0.790	0.587	2.666
1977	0.423	0.779	1.236	1.436	0.161
1978	1.052	1.788	0.400	0.822	0.809
1979	0.738	0.897		1.200	1.135
1980	0.927	0.887	1.542	1.082	1.009
1981	1.009	1.180		2.207	0.342
1982	0.133				0.794
1983	0.886	0.889			0.384
1984	1.541	0.714		2.766	
1985	1.323	0.242			0.811
1986	2.107	1.695		0.924	
1987	0.625	1.225		0.953	
1988	0.636	0.513		1.705	
1989	0.531	0.540		0.939	
1990	2.324			1.935	
1991	1.256	1.561			
1992	2.221	0.552		3.031	

Tabla 25. Continuación. Valores estandarizados para gastos máximos cada estación de RH 36 y RH37

Año / estación	36074	36071	37006	37012	37008
1993	4.414	2.083		1.046	
1994	0.471	0.018			
1995	0.132	0.062			
1996	1.537	1.817			
1997	0.452	0.658			
1998	0.188	0.360			
1999	0.565				
2000	0.270	0.309			
2001	0.385	0.562			
2002	0.564	0.352			
2003	2.164	0.429			
2004	1.269	0.679			
2005	0.700	0.515			
2006	0.514	0.976			
2007	0.506	0.433			
2008	0.951	2.410			
2009	0.741	0.313			
2010	2.959	5.076			
2011	0.113	0.020			
2012	0.259	0.250			
2013	1.625	1.778			
2014	0.827	1.076			

Tabla 26. Continuación. Valores estandarizados para gastos máximos cada estación de RH 36 y RH37

Clave Estación	36074	36071	37006	37012	37008
Estación	J. SALOME ACOSTA	SARDINAS	EL GRITO	TULA	El Tule
Máximo	4.41	5.08	2.05	3.03	2.68
Media	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Mínimo	0.11	0.02	0.21	0.06	0.16
Varianza	0.69	0.87	0.31	0.77	0.60
Desvest	0.83	0.93	0.55	0.87	0.78
CV	0.83	0.93	0.55	0.87	0.78

6.4 Análisis de Frecuencia de Gastos Máximos Anuales

El análisis estadístico de gastos medios diarios máximos anuales se emplea para tener una interpretación probabilística de un evento a futuro, asociado a un registro en el pasado, en este caso el propósito es calcular la magnitud de un cierto gasto máximo para un cierto periodo de retorno T_r , por medio del ajuste a una función de distribución de probabilidad que proporcione el mínimo error estándar de ajuste.

La selección de distribución de probabilidad y del mejor método para estimar sus parámetros y límites de confianza para los valores de diseño, han sido siempre asuntos de gran preocupación entre los hidrólogos superficiales. Cuando hay la necesidad de considerar, por características meteorológicas existentes en la zona de estudio, dos o más poblaciones presentes en las muestras de datos, la preocupación citada crece.

El uso de funciones de distribución de probabilidad mezcladas, para ajustar muestras provenientes de dos o más poblaciones ha sido propuesto desde tiempo atrás (Raynal, 2004).

6.2.0.1. Programa AX

El programa AX diseñado por Jiménez, se emplea en México para el análisis estadístico de funciones de distribución asociadas a valores de gastos y precipitación. Ax ajusta distintas funciones de probabilidad a series de datos, calcula el error estándar de cada una de ellas y estima valores para diferentes periodos de retorno. Las funciones de probabilidad que contempla el programa son la Normal, Log-Normal, Gumbel, Exponencial, Gamma y Doble Gumbel. Los métodos para calcular los parámetros de las funciones son por momentos y por máxima verosimilitud.

El programa despliega en pantalla una representación gráfica de la función de distribución ajustada y de los valores de la muestra, con escala doble logarítmica del periodo de retorno en el eje horizontal, y en el vertical a la escala en que se manejan los datos de la muestra (Jiménez, 1997).

6.4.1 Obtención de las funciones de distribuciones

Teniendo previamente los valores estandarizados para los valores máximos de cada región y conocido el software Ax, con el cual se trabajará, se obtuvieron las distribuciones de probabilidad de los grupos 1 y 2 de las RH20-21 y del grupo de la RH36-37. Para ambos grupos de regiones se obtuvieron distribuciones Gumbel o Doble Gumbel dependiendo del mejor ajuste que se observara. En la Figura 14, Figura 15 y Figura 16 se observa los ajustes correspondientes para cada región. En la Tabla 27, Tabla 28 y Tabla 29 se observan los valores de los parámetros correspondientes a cada una de las funciones de distribución, así como el error estándar de ajuste (EEA) que se obtuvo.

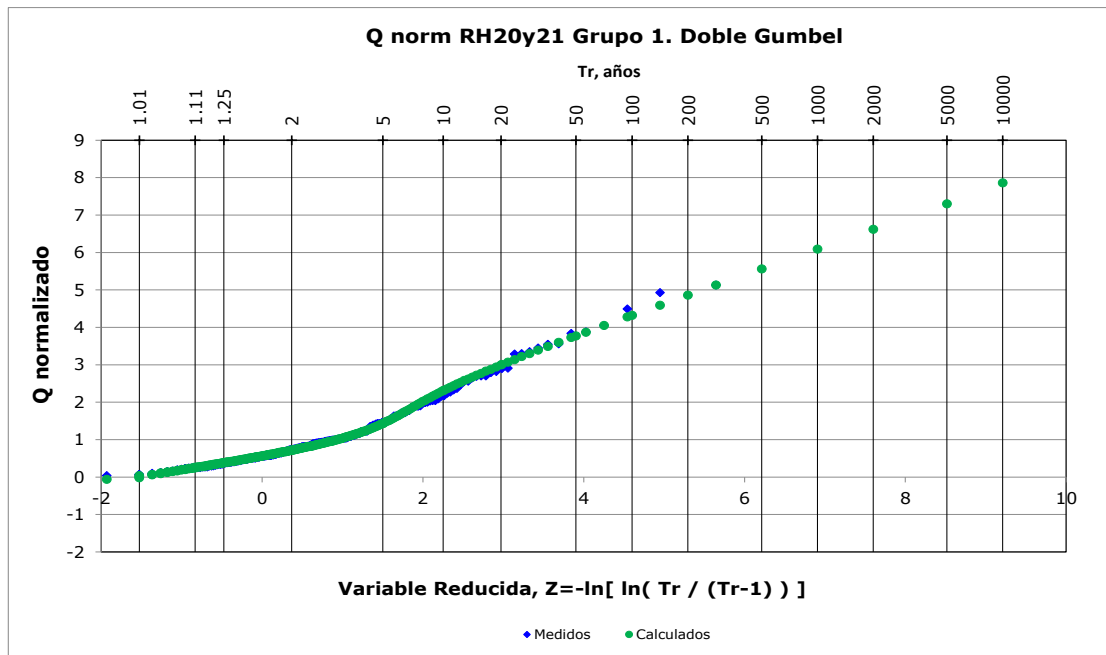


Figura 14. Ajuste Doble Gumbel para Grupo 1. RH20 y RH21.

Tabla 27. Valores de parámetros obtenidos para la función Doble Gumbel. Grupo 1. RH20-21

p	α_1	β_1	α_2	β_2	EEA
0.84	3.027672	0.5013	1.319438	2.2448	0.048

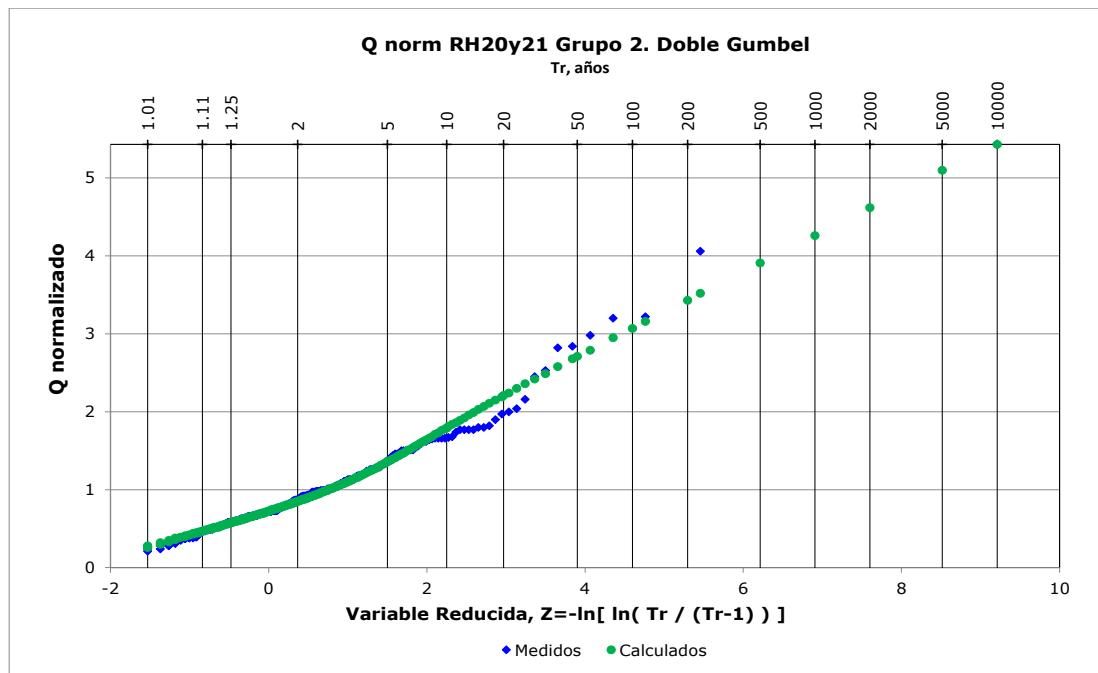


Figura 15. Ajuste Doble Gumbel para Grupo 2. RH20 y RH21.

Tabla 28. Valores de parámetros obtenidos para la función Doble Gumbel. Grupo 2. RH20-21

p	α_1	β_1	α_2	β_2	EEA
0.84	3.678552	0.6737	1.954071	1.6657	0.075

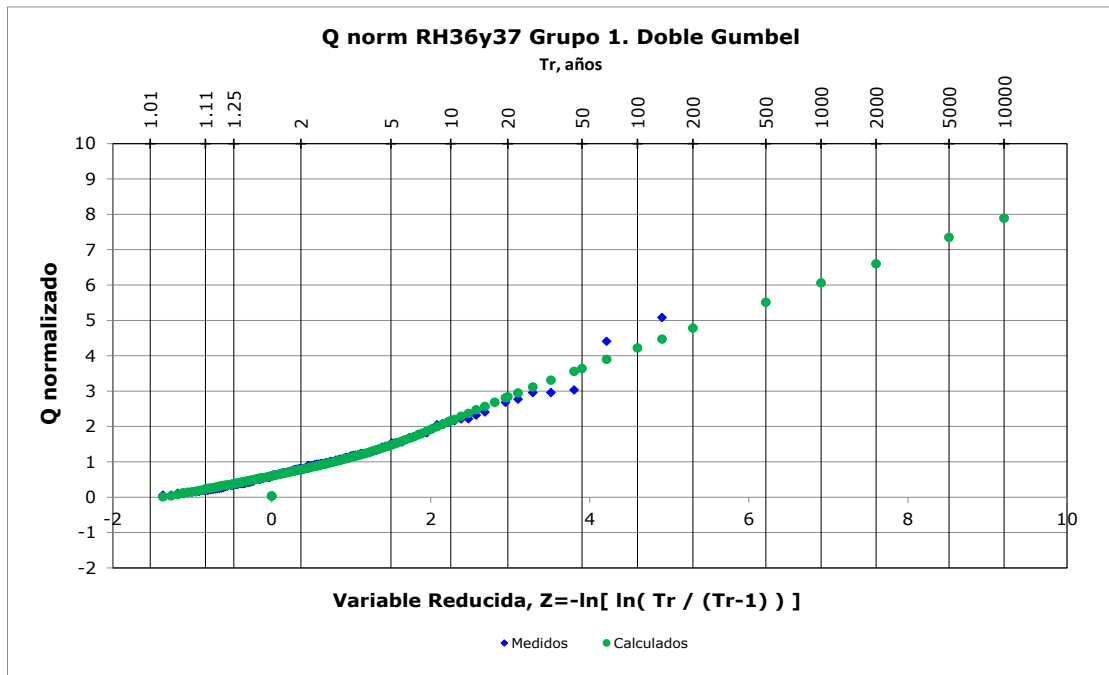


Figura 16. Ajuste Doble Gumbel para RH36 y RH37.

Tabla 29. Valores de parámetros obtenidos para la función Doble Gumbel. Grupo 1. RH36-37

p	α_1	β_1	α_2	β_2	EEA
0.88	2.432016	0.5458	1.266372	2.2798	0.101

Además se obtuvieron eventos extrapolados estimados asociados a diferentes periodos de retorno, que representan factores regionales (Tabla 30).

Tabla 30. Valores estimados de gasto para diferentes periodos de retorno.

Tr	Factor [1]		
años	Grupo 1 Rh20-21	Grupo 2 Rh20-21	Grupo 1 Rh36-37
2	0.72	0.86	0.78
5	1.43	1.32	1.47
10	2.31	1.73	2.16
20	3	2.15	2.84

50	3.77	2.66	3.64
100	4.32	3.04	4.22
200	4.86	3.41	4.78
500	5.56	3.89	5.51
1000	6.09	4.25	6.06
2000	6.62	4.62	6.6
5000	7.3	5.1	7.35
10000	7.86	5.46	7.89

6.5 Ecuaciones regionales

Las ecuaciones regionales basadas en las características fisiográficas o climatológicas de la cuenca son construidas dentro de una región homogénea para predecir comportamientos hidrológicos (Nathan et al., 1990; Lim, 2003; Dalrymple, 1960).

Estas ecuaciones son ocupadas principalmente cuando se desea inferir información de una cuenca o región no aforada, por lo cual es conveniente desarrollar ecuaciones que involucren variables que puedan ser medidas y que sean predictoras de fenómenos hidrológicos, en este caso, de los gastos máximos anuales.

Para la obtención de las ecuaciones regionales, fue necesario considerar los datos de las medias de los gastos máximos instantáneos de las estaciones de las Rh20, Rh21, Rh36 y Rh37, así como realizar una selección de variables a utilizar para poderlas relacionar entre sí y generar la ecuación, las características fisiográficas utilizadas fueron:

- Área de la cuenca, (km²)
- Precipitación, (mm)
- Volumen, (millones de m³)
- Espesor, (cm)
- Pendiente media de la cuenca, (°)
- Número de curva, (1)
- Tiempo de concentración, (h)
- Longitud, (km)
- Velocidad de tránsito, (m/s)

Se utilizaron dos medios de optimización, Solver® y Algoritmos Genéticos (AG's).

Se consideran como características que influyen en la cantidad de lluvia que recibe la cuenca el área, la precipitación y el producto de ambas o volumen llovido, indicadores de pérdida el número de curva y el espesor y como indicadores de velocidad de respuesta la pendiente media de la cuenca, velocidad de tránsito y tiempo de concentración.

6.3.0.1. Solver

El complemento Solver es un programa de complemento de Microsoft Office Excel que está disponible cuando se instala Microsoft Office o Excel.

Solver forma parte de una serie de comandos a veces denominados herramientas de análisis. Con Solver, puede encontrar un valor óptimo (mínimo o máximo) para una fórmula en una celda, denominada la celda objetivo, sujeta a restricciones o limitaciones en los valores de otras celdas de fórmula en una hoja de cálculo. Solver trabaja con un grupo de celdas llamadas celdas de variables de decisión, o simplemente celdas de variables, que participan en el cómputo de fórmulas en las celdas objetivo y de restricción. Solver ajusta los valores en las celdas de variables de decisión para cumplir con los límites en las celdas de restricción y producir el resultado deseado para la celda objetivo.

6.3.0.1. Algoritmos Genéticos

Los Algoritmos Genéticos (AGs) son métodos adaptativos que pueden usarse para resolver problemas de búsqueda y optimización. Están basados en el proceso de la teoría evolutiva de selección natural de Charles Darwin.

La teoría indica que dada una población de cromosomas, la selección de dos de ellos produce individuos nuevos, los cuales pueden ser el resultado de aplicar los operadores de cruce o mutación; se procura conservar a aquellos cromosomas con las mejores características de los que surgieron, para ello se plantea una función objetivo que indica la calidad del cromosoma (concepto de la ley del más fuerte o selección natural). A estos nuevos individuos se les sigue aplicando los operadores, hasta que se considera que los cromosomas obtenidos cumplen con el función objetivo, para ello se utilizan procesos aleatorios.

Por imitación de este proceso, los Algoritmos Genéticos son capaces de ir creando soluciones para problemas del mundo real. La evolución de dichas soluciones hacia valores óptimos del problema depende en buena medida de una adecuada codificación de las mismas.

Los principios básicos de los Algoritmos Genéticos fueron establecidos por John Holland (1975), y se encuentran bien descritos en varios textos, por ejemplo en Goldberg (1989), Davis (1991), Michalewicz (1992), Reeves (1993).

La diferencia con las estrategias evolutivas y la programación evolutiva vigentes es que la meta original de Holland no era la de desarrollar algoritmos para resolver problemas específicos, sino estudiar formalmente el fenómeno de adaptación, tal como ocurre en la naturaleza, y desarrollar los medios para que los mecanismos de adaptación natural pudieran ser utilizados en sistemas computacionales.

La forma más simple de algoritmo genético utiliza tres tipos de operadores: selección, cruce y mutación.

- Selección o reproducción: Este operador escoge cromosomas entre la población para efectuar la reproducción. Cuanto más capaz sea el cromosoma, más veces será seleccionado para reproducirse.
- Cruce: Se trata de un operador cuya labor es elegir un lugar, y cambiar las secuencias antes y después de esa posición entre dos cromosomas, para crear nueva descendencia. Imita la recombinación biológica entre dos organismos haploides. Habitualmente, el operador de cruce no se aplica a todos los pares de individuos seleccionados para reproducirse, sino que se emplea de manera aleatoria, normalmente con una probabilidad comprendida entre 0.6 y 1.0.

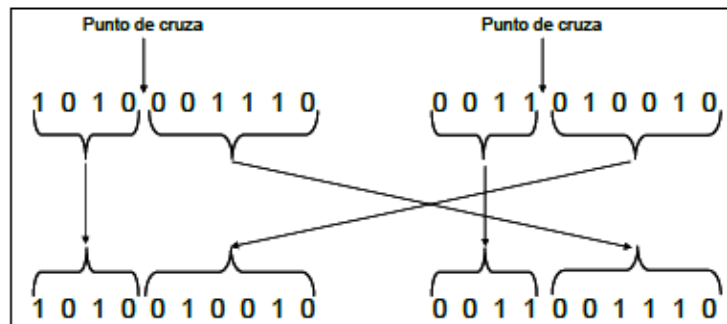


Figura 17. Operador de cruce.

- Mutación: Este operador produce variaciones de modo aleatorio en un cromosoma. La mutación puede darse en cada posición de un bit en una cadena, con una probabilidad, normalmente muy pequeña (por ejemplo 0.001). Si bien en principio puede pensarse que el operador de cruce es más importante que el operador de mutación, ya que proporciona una exploración rápida del espacio de búsqueda, este último asegura que ningún punto del espacio tenga posibilidad cero de ser examinado, y es de gran importancia para asegurar la convergencia de los AG.

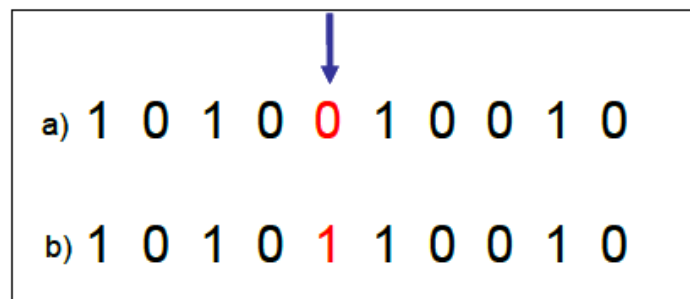


Figura 18. Operador de mutación, a) descendiente, b) descendiente mutado

6.5.1 Obtención de ecuaciones regionales

6.5.1.1 Ecuaciones regionales Rh20 y Rh21

Para la obtención de las ecuaciones regionales de las Regiones Hidrológicas 20 y 21 se utilizaron 17 estaciones. Se obtuvieron diversas combinaciones entre las variables, sin embargo, no todas pueden ser tomadas como válidas debido en parte por el número de estaciones utilizadas o bien por reportar un coeficiente de determinación bajo.

En la Tabla 31 se presentan las características fisiográficas de las estaciones de las Regiones Hidrológicas 20 y 21.

Tabla 31. Características fisiográficas de las estaciones de la RH20 y RH21

Estación	Nombre	Área [km²]	hp [mm]	Volumen [millones de m³]	Espesor [cm]	Smc [grados]	NC [1]	tc [h]	Longitud [km]	VT [m/s]	Media QMI [m³/s]
20016	QUETZALA	1977.28	105.74	209.08	10.43	18.87	70.89	14.09	111.98	2.21	1233.75
20017	PASO DE LA REYNA	18039.91	65.79	1186.88	7.74	17.34	76.63	62.58	467.43	2.07	1805.46
20018	MARQUELIA	1096.57	119.95	131.54	7.98	13.54	76.09	13.25	86.18	1.81	986.18
20019	NEXPA	1122.90	117.75	132.23	5.64	12.19	81.83	11.04	58.64	1.48	701.55
20021	IXTAYUTLA	7749.11	66.57	515.85	8.05	18.29	75.94	22.39	194.32	2.41	994.60
20022	SAN CRISTOBAL	224.54	92.37	20.74	16.71	22.54	60.32	4.66	39.49	2.36	141.30
20023	ZIMATLAN	2655.16	55.59	147.60	6.37	13.86	79.95	22.61	116.00	1.43	137.08
20025	LAS JUNTAS	2524.71	92.85	234.41	8.63	18.29	74.64	17.31	122.72	1.97	726.31
20026	TLAPACOYAN	3269.04	55.90	182.74	6.14	12.90	80.54	28.72	145.83	1.41	117.76
20027	OAXACA	1193.94	57.14	68.22	5.68	14.10	81.74	12.63	75.46	1.66	115.96
20031	LA PAROTA	7075.68	92.78	656.51	8.84	19.82	74.18	37.99	252.70	1.85	2596.59
20036	PASO ANCHO	5774.97	58.12	335.63	6.85	14.22	78.75	40.25	220.44	1.52	310.23
20037	EL PUENTE	3983.97	88.45	352.39	9.58	21.18	72.62	25.67	189.12	2.05	648.50
20045	COPALA	477.6	117.8	56.2	19.76	13.80	75.50	9.40	72.50	2.29	337.46
21004	ASTATA	172.90	108.33	18.73	8.99	17.60	73.86	3.88	28.18	2.02	84.46
21005	COZOALTEPEC	273.57	79.87	21.85	3.45	17.33	88.05	5.54	44.01	2.21	157.44
21007	SAN ISIDRO	281.19	102.41	28.80	5.46	15.96	82.31	6.72	40.42	1.67	206.21

Se propusieron funciones potenciales para darle forma a estas ecuaciones regionales utilizando dos procedimientos, en el primero, los parámetros de las funciones potenciales se determinaron con el algoritmo de optimización GRG no lineal de la aplicación Solver© de Excel©, en el segundo, se hizo el uso del algoritmo genético simple (SGA) codificado en Matlab por el Instituto de Investigación en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas (IIMAS), de la UNAM.

El criterio para seleccionar una variable independiente fue tomar en cuenta primero una característica que influye en la cantidad de lluvia que recibe la cuenca (por ejemplo el área o el volumen llovido). A continuación se consideró una característica adicional que considera la rapidez de respuesta de la cuenca a la precipitación y las pérdidas por infiltración (por ejemplo el tiempo de concentración o el número de curva); posteriormente se tomaron en cuenta tres variables independientes que consideraran la cantidad de lluvia, la velocidad de respuesta y la capacidad de

la infiltración de la cuenca (por ejemplo Volumen , tiempo de concentración y número de curva). Cuando el número de cuencas analizadas es grande (por ejemplo mayor que 10) se exploró también el beneficio que se obtiene (en términos del coeficiente de determinación) al considerar en lugar del volumen de lluvia como una sola característica al área de la cuenca y la precipitación por separado. Además se busco manejar un sentido lógico en la obtención de las ecuaciones, esto implica tener coeficientes negativos cuando se trate del tiempo de concentración o del espesor.

Se realizaron combinaciones para una, dos o tres variables. En la Tabla 32 se observan las ecuaciones con mayor coeficiente de determinación calculado para los diferentes casos de combinación, así como el método utilizado.

Tabla 32. Ecuaciones con mayor coeficiente de determinación de la RH20 y RH21

No de variables	Modelo	Método	R ² calculada	a1	a2	a3	a4	Ecuación
1	2	AG	0.4353	11.66110	0.51881			$Mqmi=a_1A^{a2}$
	3	Solver	0.6035	19.36320	0.66404			$Mqmi=a_1V^{a2}$
2	5	Solver	0.9315	0.0000000585	1.00351	3.43304		$Mqmi=a_1A^{a2}hp^{a3}$
	8	AG	0.6035	19.39451	0.66378	0.00000		$Mqmi=a_1V^{a2}NC^{a3}$
	10	AG	0.6636	15.57054	1.09409	-0.70193		$Mqmi=a_1V^{a2}tc^{a3}$
	20	AG	0.6105	19.26786	0.61342	0.47914		$Mqmi=a_1V^{a2}VT^{a3}$
3	11	Solver	0.9298	0.00000005849434	1.00351	3.43304	0.0000000009	$Mqmi=a_1A^{a2}hp^{a3}NC^{a4}$
	13	Solver	0.6035	19.36328	0.66404	0.00000	0.00000	$Mqmi=a_1V^{a2}tc^{a3}NC^{a4}$
	15	Solver	0.0473	0.00000	0.88587	3.61260	0.00000	$Mqmi=a_1A^{a2}hp^{a3}S^{a4}$
	17	Solver	0.9163	0.000000081	0.93501	2.97215	0.0000000002716	$Mqmi=a_1A^{a2}hp^{a3}Smc^{a4}$
	22	AG	0.6105	19.26786	0.61342	0.47914	0.00000	$Mqmi=a_1V^{a2}VT^{a3}NC^{a4}$

De la tabla anterior se puede observar que ningún modelo con una variable y dos coeficientes es seleccionado debido a que se estos modelos son más útiles para cuando se cuentan con pocas estaciones, además de que el valor del coeficiente de determinación en ambos modelos es demasiado pequeño.

Cuando se cuentan con dos variables y por tanto con tres coeficientes sólo uno de los modelos, el modelo 5, logra reproducir de manera satisfactoria el comportamiento de las regiones, utilizando únicamente el área y la precipitación, esto se puede corroborar cuando se ocupan 3 variables y 4 coeficientes, donde los modelos 11 y 17 son los que reportan un mayor coeficiente de determinación, de entre los diferentes modelos con estas características, sin embargo, como se observa en dichos modelos, el coeficiente a^4 que corresponde al NC y Smc, respectivamente, es un valor muy cercano a cero que no influye de manera sustancial en la mejora del coeficiente de determinación, sino al contrario, hacen disminuir el valor del mismo.

De la Figura 19 a la Figura 21 se presenta la comparación de los datos de la media de los Qmi (MQmi) medidos contra los calculados contra los distintos modelos usando tanto Solver como el AGS.

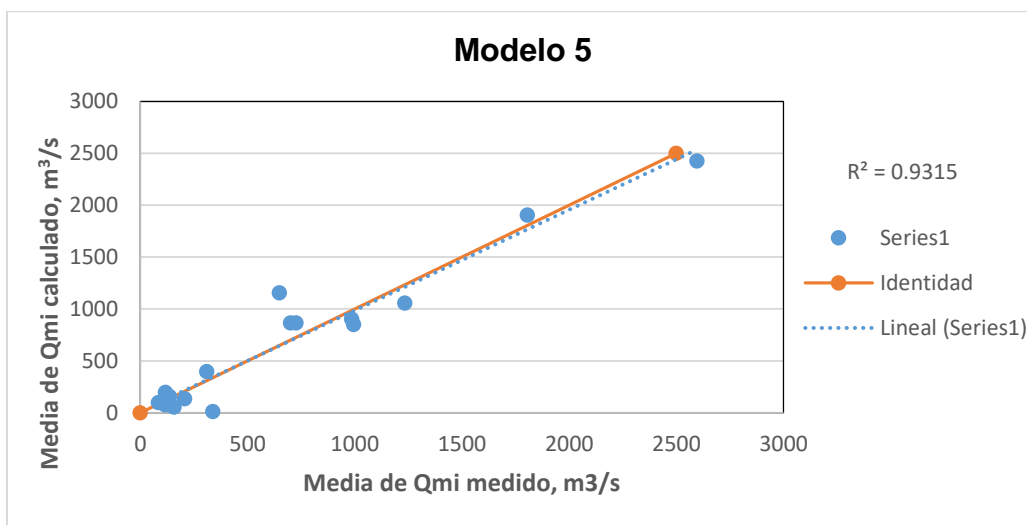


Figura 19. Comparación de la media de los Qmi medidos y calculados. Modelo 5. Para dos variables.

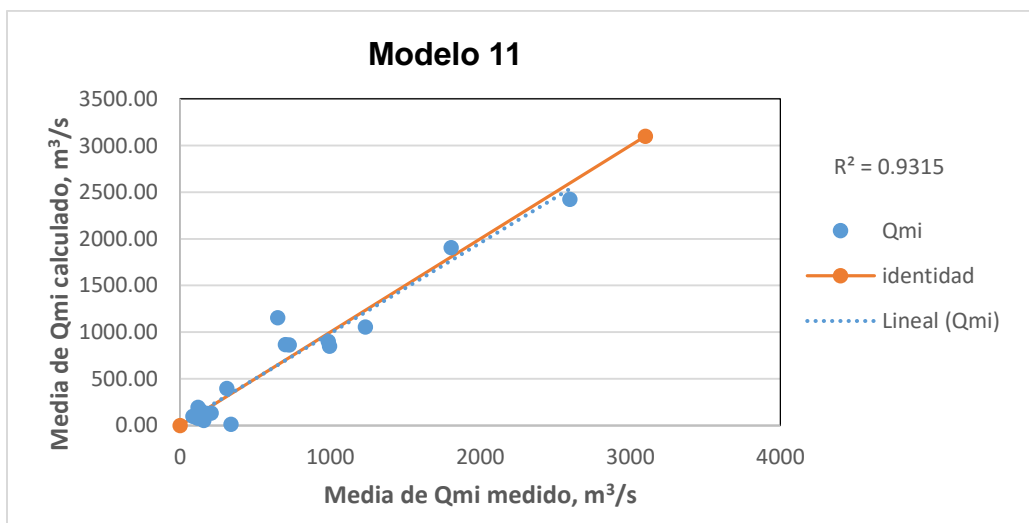


Figura 20. Comparación de la media de los Qmi medidos y calculados. Modelo 11. Para tres variables.

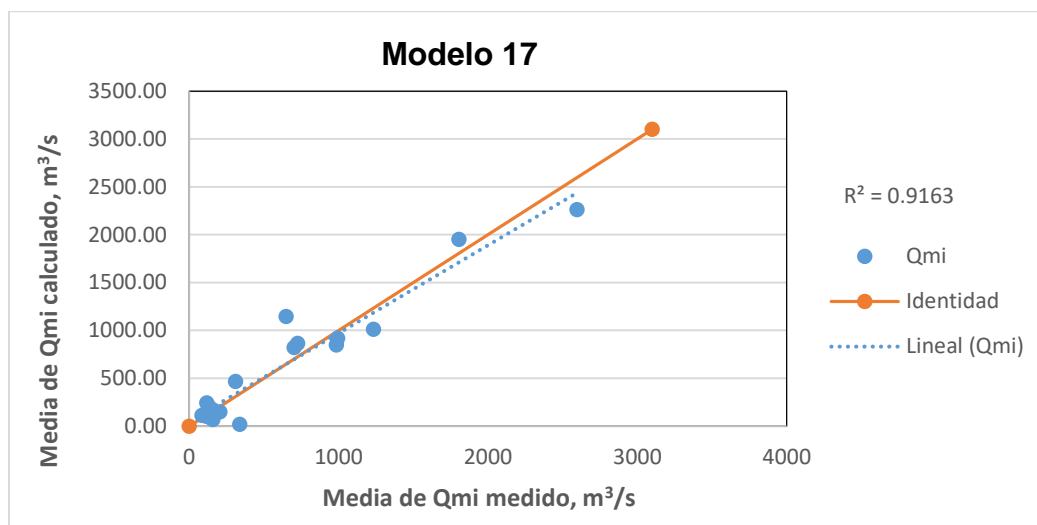


Figura 21. Comparación de la media de los Qmi medidos y calculados. Modelo 17. Para tres variables.

Dado lo anterior, cualquiera de los tres modelos presentados con mejor coeficiente de determinación puede considerarse como idóneo, sin embargo y debido a la simplicidad del mismo, el modelo 5 es el recomendado a utilizar.

6.5.1.1.1. Separación de Región Hidrológicas 20 y 21 en dos grupos.

Para este caso y dada la información de las cuencas que se muestra en la Tabla 31 se observó la existencia extrema en tamaños de áreas para las mismas, por lo cual a modo de prueba y para ver si separando en grupos se obtenía un mejor coeficiente de determinación para alguna ecuación regional, se hicieron dos grupos, en el primero se agruparon las cuencas con áreas mayores a 2 000 km² (Grupo I), en el segundo las cuencas con áreas menores a 2 000 km² (Grupo II).

Las cuencas y sus respectivas características fisiográficas utilizadas para la obtención de las ecuaciones regionales del Grupo I y del Grupo II, pueden observarse en la Tabla 33 y Tabla 34, respectivamente.

Tabla 33. Características fisiográficas de las estaciones de la RH20 y RH21. Grupo I.

Estación	Nombre	Área [km ²]	Hp [mm]	Volumen [millones m ³]	S [cm]	Smc [grados]	NC [1]	Tc [h]	Longitud [Km]	VT [m/s]	Media QMI [m ³ /s]
20017	PASO DE LA REYNA	18039.9	65.8	1186.9	7.74	17.3	76.6	62.6	467.4	2.0747	1805.464
20021	IXTAYUTLA	7749.1	66.6	515.9	8.05	18.3	75.9	22.4	194.3	2.4104	994.604
20023	ZIMATLAN	2655.2	55.6	147.6	6.37	13.9	79.9	22.6	116	1.425	137.081
20025	LAS JUNTAS	2524.7	92.8	234.4	8.63	18.3	74.6	17.3	122.7	1.9698	726.312
20026	TLAPACOYAN	3269	55.9	182.7	6.14	12.9	80.5	28.7	145.8	1.4102	117.762
20031	LA PAROTA	7075.7	92.8	656.5	8.84	19.8	74.2	38	252.7	1.8478	2596.587
20036	PASO ANCHO	5775	58.1	335.6	6.85	14.2	78.8	40.3	220.4	1.5212	310.234
20037	EL PUENTE	3984	88.5	352.4	9.58	21.2	72.6	25.7	189.1	2.0466	648.501

Tabla 34. Características fisiográficas de las estaciones de la RH20 y RH21. Grupo II.

Estación	Nombre	Área [km ²]	hp [mm]	Volumen [millones m ³]	S [cm]	Smc [grados]	NC [1]	tc [h]	Longitud [Km]	VT [m/s]	Media QMI [m ³ /s]
20016	QUETZALA	1977.3	105.7	209.1	10.43	18.9	70.9	14.1	112.0	2.2079	1233.754
20018	MARQUELIA	1096.6	120.0	131.5	7.98	13.5	76.1	13.2	86.2	1.8072	986.178
20019	NEXPA	1122.9	117.8	132.2	5.64	12.2	81.8	11.0	58.6	1.4761	701.552
20022	SAN CRISTOBAL	224.5	92.4	20.7	16.71	22.5	60.3	4.7	39.5	2.3553	141.303
20027	OAXACA	1193.9	57.1	68.2	5.68	14.1	81.7	12.6	75.5	1.6602	115.959
21004	ASTATA	172.9	108.3	18.7	8.99	17.6	73.9	3.9	28.2	2.0180	84.463
21005	COZOALTEPEC	273.6	79.9	21.9	3.45	17.3	88.1	5.5	44.0	2.2065	157.444
21007	SAN ISIDRO	281.2	102.4	28.8	5.46	16.0	82.3	6.7	40.4	1.6716	206.210
20045	COPALA	477.6	61.1	9.0	7.70	16.6	76.7	3.0	24.8	2.2869	337.456

Cabe destacar que para los dos grupos el procedimiento antes mencionado fue el mismo. Para el Grupo I se probaron 26 posibles combinaciones, para una, dos o tres variables, proponiéndose funciones potenciales, para los cuales, sus parámetros fueron determinados con el algoritmo de optimización GRG no lineal de la aplicación Solver© de Excel© y el uso del algoritmo genético simple (SGA).

En la Tabla 35 se observa el resumen de ecuaciones con mejor coeficiente de determinación obtenido para el Grupo I.

Tabla 35. Ecuaciones con mayor coeficiente de determinación de la RH20 y RH21. Grupo I.

No de variables	Modelo	Método	R ² calculada	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	Ecuación
1	1	Solver	0.3900	2.07504	0.70314			$Mqmi=a_1A^{a_2}$
	3	Solver	0.5949	5.38179	0.85159			$Mqmi=a_1V^{a_2}$
2	5	Solver	0.9298	0.00000025	0.97736	3.14366		$Mqmi=a_1A^{a_2}hp^{a_3}$
	7	Solver	0.5949	5.38299	0.85156	0.00000		$Mqmi=a_1V^{a_2}NC^{a_3}$
	9	Solver	0.6390	3.87974	1.25467	-0.62077		$Mqmi=a_1V^{a_2}tc^{a_3}$
	11	Solver	0.5949	5.38179	0.85159	0.00000		$Mqmi=a_1V^{a_2}VT^{a_3}$
3	13	Solver	0.9198	0.00000	0.95923	2.97988	0.00000	$Mqmi=a_1A^{a_2}hp^{a_3}NC^{a_4}$
	15	Solver	0.6390	3.87974	1.25467	-0.62077	0.00000	$Mqmi=a_1V^{a_2}tc^{a_3}NC^{a_4}$
	17	Solver	0.9524	0.00000020	1.04671	4.62474	-3.22628	$Mqmi=a_1A^{a_2}hp^{a_3}S^{a_4}$
	19	Solver	0.9309	0.00000031	0.96875	3.11871	0.0000000002	$Mqmi=a_1A^{a_2}hp^{a_3}Smc^{a_4}$
	21	Solver	0.5949	5.38528	0.85150	0.00000	0.00000	$Mqmi=a_1V^{a_2}VT^{a_3}NC^{a_4}$
	23	Solver	0.9309	0.00000	0.96875	3.11871	0.00000	$Mqmi=a_1A^{a_2}hp^{a_3}V_T^{a_4}$
	26	AG	0.7560	0.00763	0.37049	1.52776	0.38759	$Mqmi=a_1A^{a_2}Hp^{a_3}L^{a_4}$

De la tabla anterior es posible observar que utilizando solo una variable, el coeficiente de determinación es muy bajo, motivo por el cual no es viable seleccionar alguna ecuación, no así en el caso de usar dos o tres variables, donde el mismo coeficiente crece de manera sustancial, reportando valores por arriba de 0.90

En general se observa que al realizar combinaciones que involucren el área y la precipitación los valores del coeficiente de determinación incrementa favorablemente, sin embargo dependerá de

que otra variable se le asigne a la ecuación para que el modelo siga mejorando, tal es el caso del modelo 17, 19 y 23, donde con la presencia de parámetros como espesor, pendiente media de la cuenca y velocidad de tránsito, el coeficiente de determinación reporta valores de entre 0.93 y 0.95, a diferencia de solo utilizar el área y la precipitación.

De la Figura 22 a la Figura 24 se presenta la comparación de los datos de la media de los Qmi (MQmi) medidos contra los calculados contra los distintos modelos usando tanto Solver como el AGS.

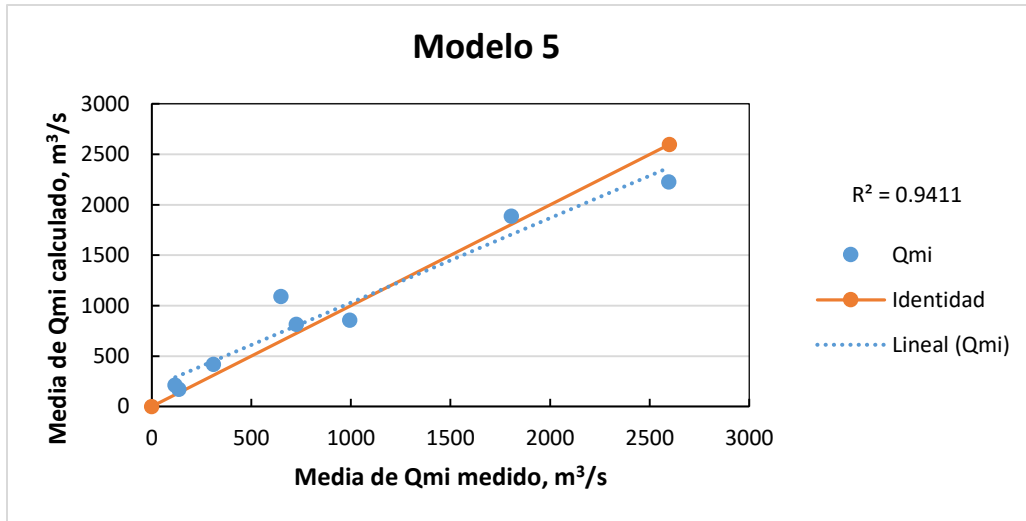


Figura 22. Comparación de la media de los Qmi medidos y calculados. Modelo 5. Para dos variables.

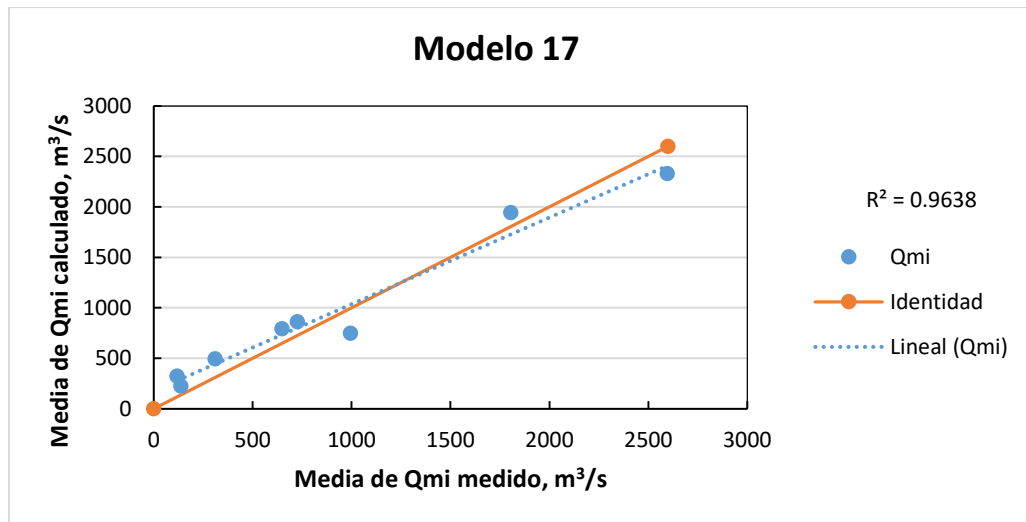


Figura 23. Comparación de la media de los Qmi medidos y calculados. Modelo 17. Para tres variables.

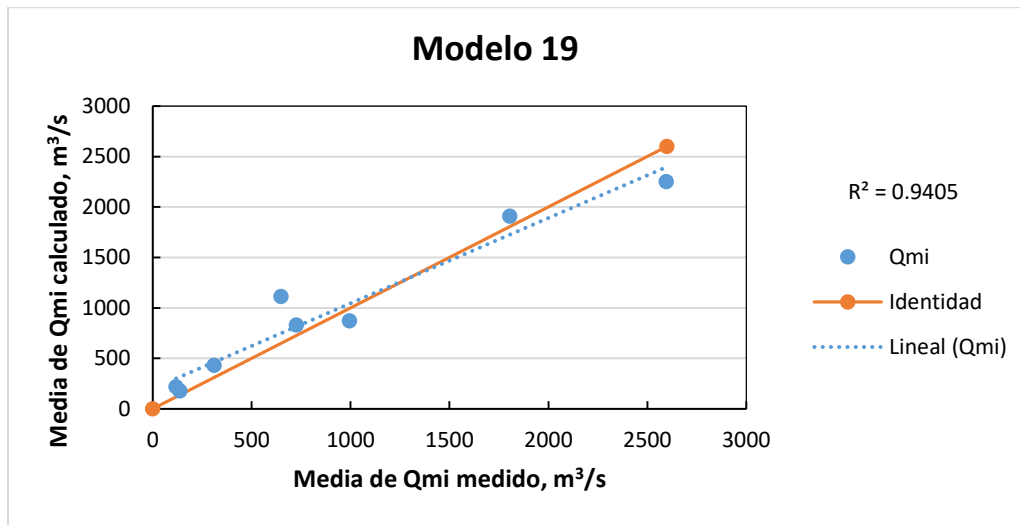


Figura 24. Comparación de la media de los Qmi medidos y calculados. Modelo 19. Para tres variables.

En la Tabla 36 se observa el resumen de ecuaciones con mejor coeficiente de determinación obtenido para el Grupo II.

Tabla 36. Ecuaciones con mayor coeficiente de determinación de la RH20 y RH21. Grupo II.

No de variables	Modelo	Método	R ² calculada	a1	a2	a3	a4	Ecuación
1	2	AG	0.6765	0.8728	0.943	0.000		$Mqmi=a_1A^{a2}$
	3	Solver	0.9100	4.8249	1.041	0.000		$Mqmi=a_1V^{a2}$
2	5	Solver	0.9605	0.0001	0.933	2.039		$Mqmi=a_1A^{a2}hp^{a3}$
	7	Solver	0.9099	4.8277	1.041	0.000		$Mqmi=a_1V^{a2}NC^{a3}$
	9	Solver	0.9095	9.2414	1.203	-0.576		$Mqmi=a_1V^{a2}tc^{a3}$
	11	Solver	0.9094	6.1918	0.937	0.418		$Mqmi=a_1V^{a2}VT^{a3}$
3	13	Solver	0.9605	0.0001	0.934	2.044	0.000	$Mqmi=a_1A^{a2}hp^{a3}NC^{a4}$
	15	Solver	0.9095	9.2441	1.203	-0.576	0.000	$Mqmi=a_1V^{a2}tc^{a3}NC^{a4}$
	17	Solver	0.9601	0.0001	0.941	2.044	-0.010	$Mqmi=a_1A^{a2}hp^{a3}S^{a4}$
	19	Solver	0.9735	0.0000061	0.816	2.423	0.557	$Mqmi=a_1A^{a2}hp^{a3}Smc^{a4}$
	21	Solver	0.9094	6.1918	0.937	0.418	0.000	$Mqmi=a_1V^{a2}VT^{a3}NC^{a4}$
	23	Solver	0.9583	0.0000	0.764	2.488	0.902	$Mqmi=a_1A^{a2}hp^{a3}V_T^{a4}$
	25	Solver	0.9623	0.0000372	0.427	2.160	0.846	$Mqmi=a_1A^{a2}hp^{a3}L^{a4}$

De la tabla anterior podemos observar que para este grupo los coeficientes de determinación mejoran demasiado, pues en su mayoría los valores del R² reportan valores por arriba de 0.90. Además de que tratando de hacer un símil con la obtención de resultados con el Grupo I, los resultados son consistentes, debido a que los modelos que anteriormente se había observado que podían ser idóneos para representar la regionalización, también lo son en este grupo, aunque de igual forma se observa que para este grupo destaca un modelo más, el 25, que incluye la combinación del área, la precipitación y la longitud del cauce.

Es importante destacar que para los modelos 17 y 19 para el Grupo II a diferencia de los mismos modelos para el Grupo I, los valores del coeficiente a_4 son diferentes a cero, motivo por el cual el coeficiente de determinación aumenta.

De la Figura 25 a la Figura 28 se presenta la comparación de los datos de la media de los Q_{mi} (MQ $_{mi}$) medidos contra los calculados contra los distintos modelos usando tanto Solver como el AGS.

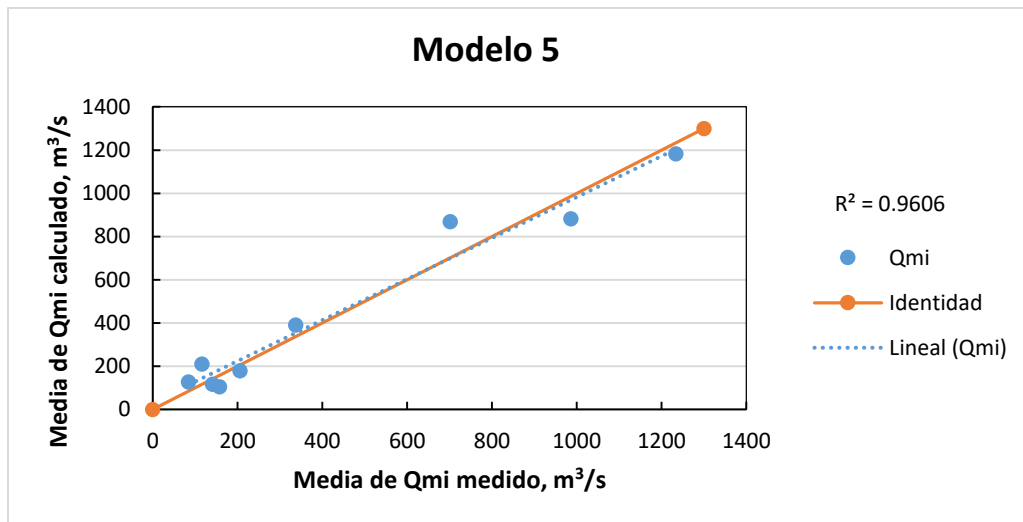


Figura 25. Comparación de la media de los Q_{mi} medidos y calculados. Modelo 5. Para dos variables.

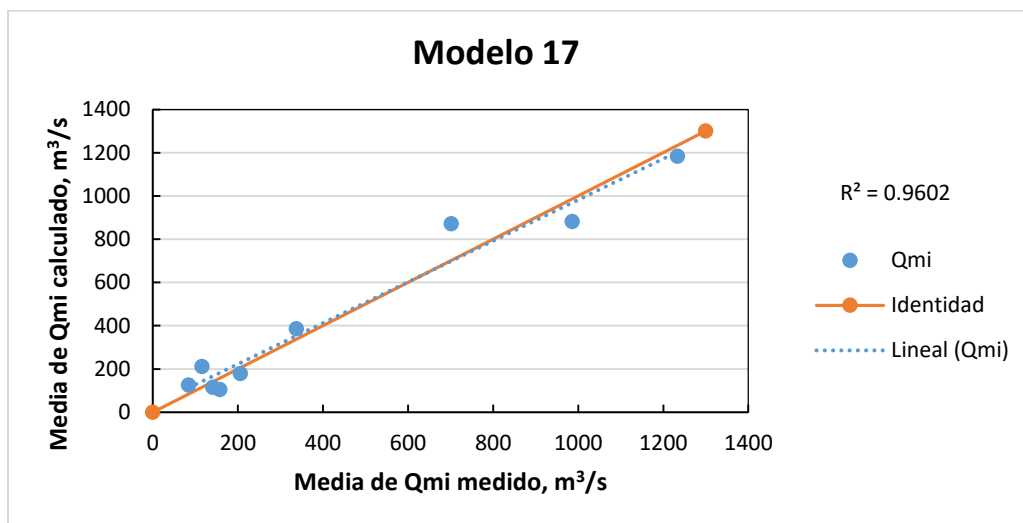


Figura 26. Comparación de la media de los Q_{mi} medidos y calculados. Modelo 17. Para tres variables.

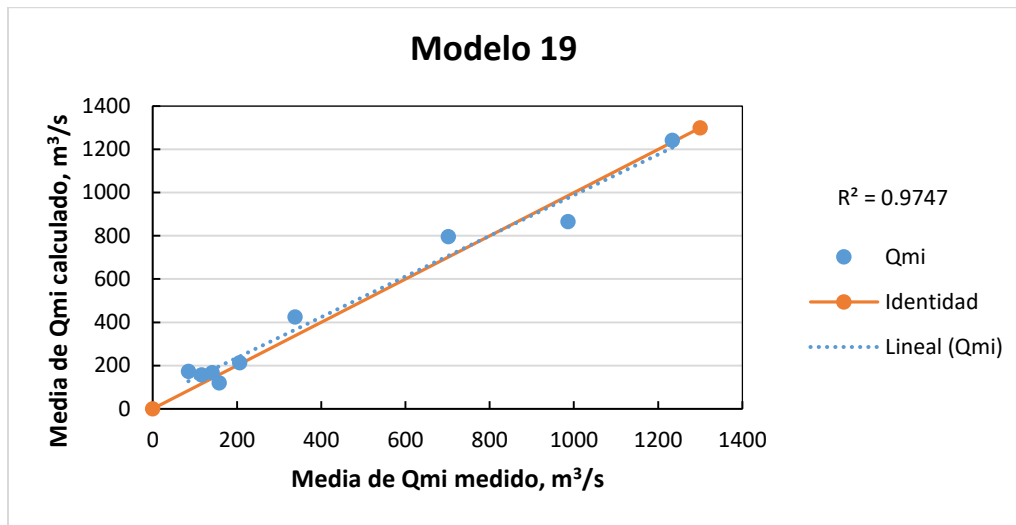


Figura 27. Comparación de la media de los Qmi medidos y calculados. Modelo 19. Para tres variables.

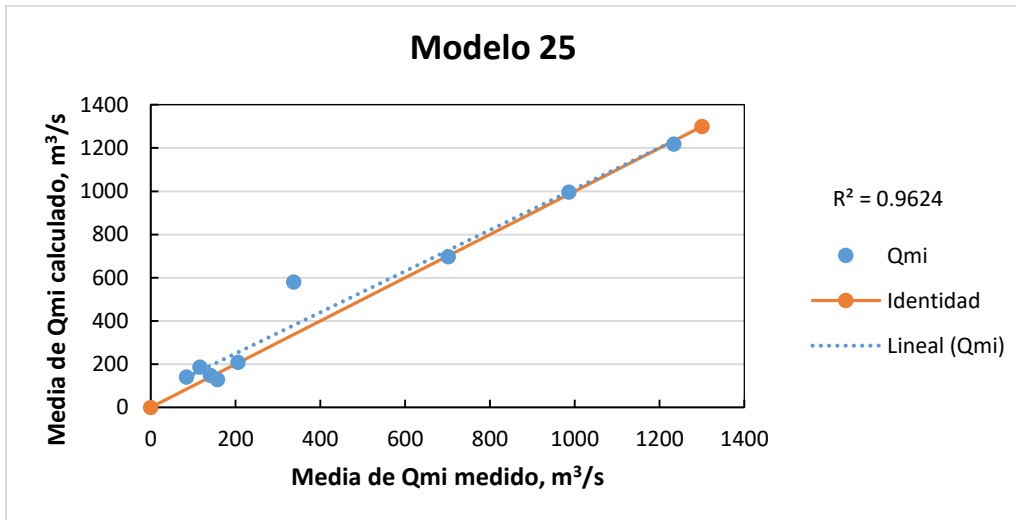


Figura 28. Comparación de la media de los Qmi medidos y calculados. Modelo 25. Para tres variables.

De acuerdo con los últimos resultados obtenidos, si se consideran dos grupos para la obtención de la ecuaciones regionales aplicables a la Región Hidrológica 20 y 21, para el Grupo I, que considera cuencas con áreas mayores a 2 000 km², el modelo aplicable es el 17, el cual incluye la combinación de parámetros como el área, la precipitación y el espesor; mientras que para el Grupo II, que considera cuencas con áreas menores a 2 000 km², el modelo aplicable es el 19. Esto debido a que en ambos casos el coeficiente de determinación es mucho más alto.

Finalmente, si se pidiera una forma más simple de aplicar una ecuación regional para dichas regiones, el modelo 5, aplicable para cuando se hizo el estudio donde se contemplaron las 17 estaciones es el idóneo, debido a que el coeficiente de terminación es satisfactorio. La ecuación de dicho modelo es:

$$Mqmi = 0.00000006 A^{1.00351} hp^{3.43304} \quad (6.5)$$

6.5.1.2 Ecuaciones regionales Rh36 y Rh37

Para encontrar las ecuaciones regionales de las Regiones Hidrológicas 36 y 37 se utilizaron 5 estaciones. En Tabla 37 se presentan las características fisiográficas, datos de precipitación y de tipo cinemático (tiempo de concentración) de las estaciones de las Regiones Hidrológicas 36 y 37.

Tabla 37. Características fisiográficas de las estaciones de la RH36 y RH37

Estación	Nombre	Área [km ²]	hp [mm]	Volumen [millones de m ³]	Espesor [cm]	Smc [grados]	NC [1]	tc [h]	Longitud [km]	VT [m/s]	Media QMI [m ³ /s]
36071	SARDINAS	4974.88	44.42	220.98	8.65	14.32	74.59	31.09	180.41	1.61	492.69
36074	J. SALOME ACOSTA	6743.94	46.75	315.30	28.93	14.03	46.75	48.37	241.12	1.38	618.68
37006	EL GRITO	173.92	47.65	8.29	27.91	8.43	47.65	4.42	25.05	1.57	128.49
37012	TULA	89.58	52.62	4.71	22.87	13.24	52.62	2.80	21.97	2.18	139.56
37008	EL TULE	308.24	50.64	15.61	24.76	5.21	50.64	8.83	52.57	1.65	28.34

Del mismo modo que para la RH20 y RH21, como primer propuesta se realizaron 26 combinaciones para una, dos o tres variables, proponiéndose funciones potenciales, para los cuales, sus parámetros fueron determinados con el algoritmo de optimización GRG no lineal de la aplicación Solver© de Excel© y el uso del algoritmo genético simple (SGA) codificado en Matlab.

En la Tabla 38 se observan las ecuaciones con mayor coeficiente de determinación calculado para los diferentes casos de combinación, así como el método utilizado

Tabla 38. Ecuaciones con mayor coeficiente de determinación de la RH36 y RH37

No de variables	Modelo	Método	R ² calculada	a1	a2	a3	a4	Ecuación
1	1	Solver	0.9389	5.45543	0.53325			$Mqmi=a_1A^{a_2}$
	3	Solver	0.9394	26.67528	0.54340			$Mqmi=a_1V^{a_2}$
2	6	AG	0.9394	0.71993	0.54292	0.50752		$Mqmi=a_1A^{a_2}hp^{a_3}$
	7	Solver	0.9394	26.68435	0.54334	0.00000		$Mqmi=a_1V^{a_2}NC^{a_3}$
	10	AG	0.9418	29.26115	0.71108	-0.27924		$Mqmi=a_1V^{a_2}tc^{a_3}$
	19	Solver	0.9394	25.89816	0.54594	0.03980		$Mqmi=a_1V^{a_2}VT^{a_3}$
	24	AG	0.9392	4.75784	0.59053	-0.09766		$Mqmi=a_1A^{a_2}tc^{a_3}$
	25	Solver	0.9802	3.23845	0.33038	1.24750		$Mqmi=a_1V^{a_2}Smc^{a_3}$
3	12	AG	0.9394	0.68361	0.54323	0.52034	0.00000	$Mqmi=a_1A^{a_2}hp^{a_3}NC^{a_4}$
	14	AG	0.9418	29.26115	0.71108	-0.27924	0.00000	$Mqmi=a_1V^{a_2}tc^{a_3}NC^{a_4}$
	16	AG	0.9394	0.62258	0.54323	0.54476	0.00000	$Mqmi=a_1A^{a_2}hp^{a_3}S^{a_4}$
	18	AG	0.9863	0.00305	0.35188	1.47679	1.29124	$Mqmi=a_1A^{a_2}hp^{a_3}Smc^{a_4}$
	22	AG	0.9394	25.83697	0.54628	0.04120	0.00000	$Mqmi=a_1V^{a_2}VT^{a_3}NC^{a_4}$

De la tabla anterior es posible observar como el coeficiente de determinación aumenta positivamente, cuando se manejan más variables y por ende más coeficientes, sin embargo, no es recomendable utilizar una ecuación con tres variables y 4 coeficientes, debido a que para estas dos regiones solo se trabajan 5 estaciones, por lo que manejar ecuaciones con 1 o 2 variables, sería idóneo.

Además se observa que las ecuaciones donde se introdujo indicadores de pérdida (N_c , S) aunque a primera impresión se obtienen mejores coeficientes de determinación, los valores de los coeficientes asociados a dichas variables son muy pequeños o casi cero, por el cual se buscó obtener los mismo valores en R^2 sin su presencia, pero los resultados eran simplificados en ecuaciones ya existentes.

Por otro lado, si se observan los coeficientes de determinación para las ecuaciones de 2 variables, el R^2 del modelo 25 es de 0.9802, a lo que se infiere que se obtendría un buen resultado, debido en gran parte a que se incluyen valores de área y precipitación (h_p), simplificados en el valor del volumen.

Finalmente, si se observan las ecuaciones que contienen una variable, los coeficientes de determinación son bajos en comparación de ocupar ecuaciones con dos o tres variables, sin embargo los resultados reportados pueden ser considerados como buenos, debido a que se hace uso únicamente de las características que influyen en la cantidad de lluvia que recibe la cuenca.

De la Figura 29 a la Figura 34 se presenta la comparación de los datos de la media de los Q_{mi} (MQ_{mi}) medidos contra los calculados contra los distintos modelos usando tanto Solver como el AGS.

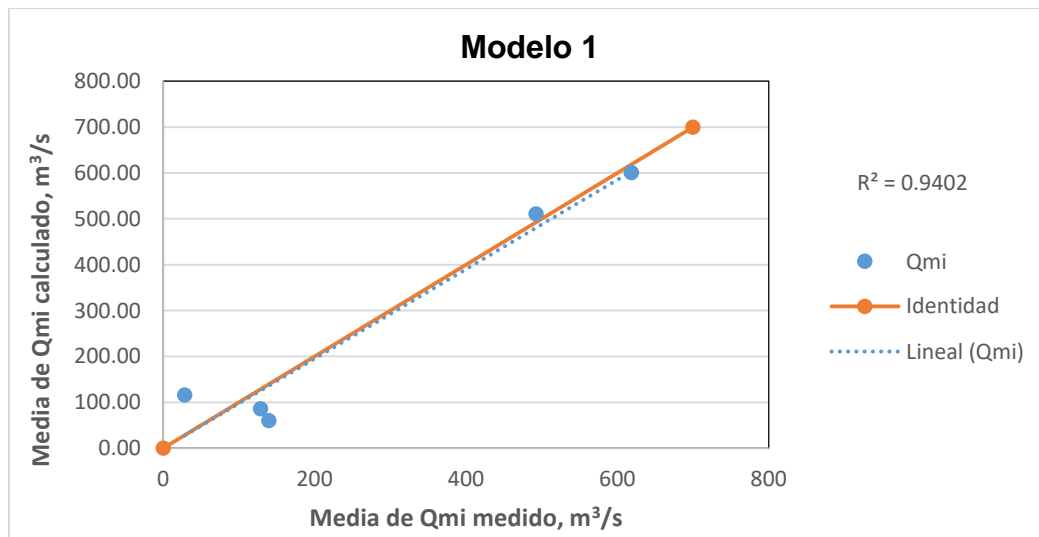


Figura 29. Comparación de la media de los Q_{mi} medidos y calculados. Modelo 31. Para una variable.

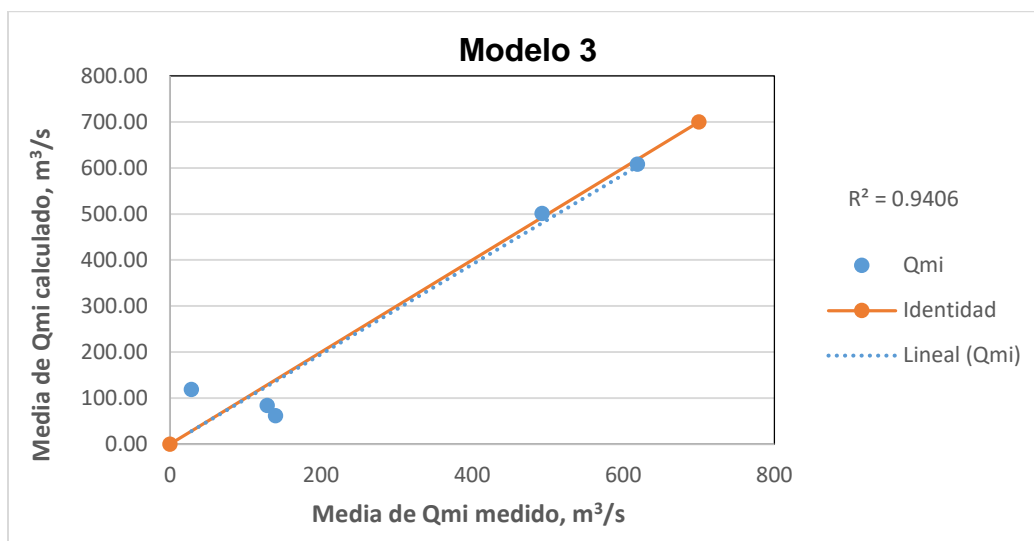


Figura 30. Comparación de la media de los Qmi medidos y calculados. Modelo 3. Para una variable.

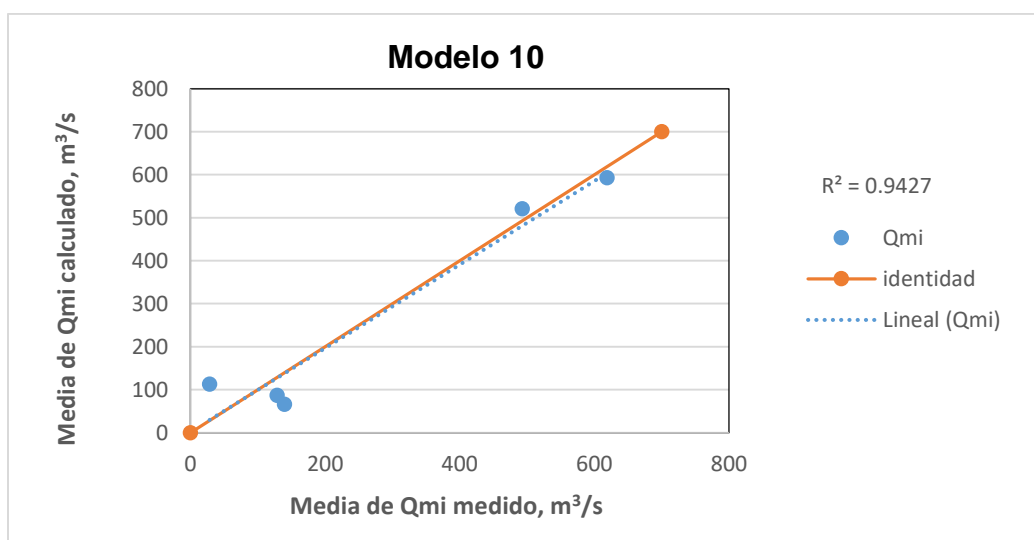


Figura 31. Comparación de la media de los Qmi medidos y calculados. Modelo 10. Para dos variables.

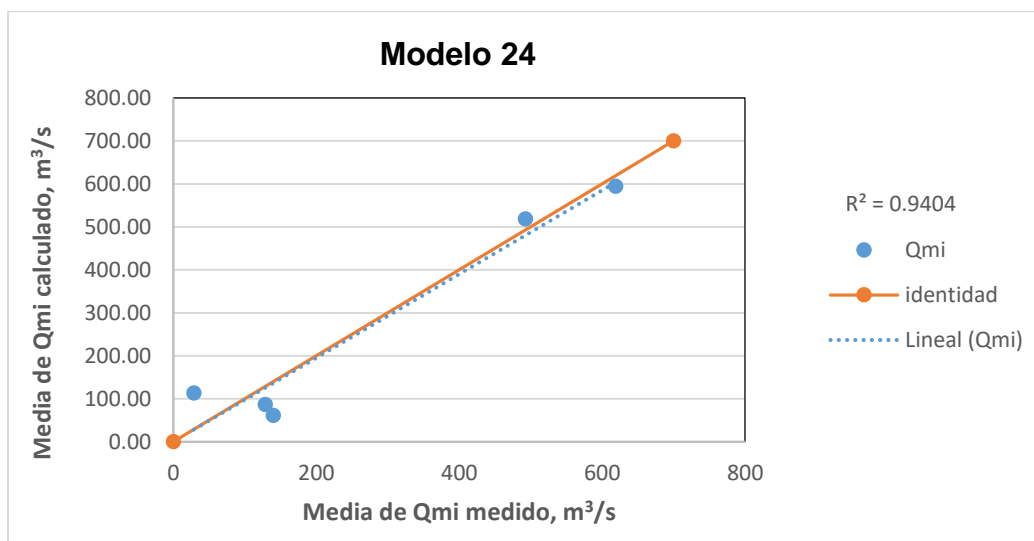


Figura 32. Comparación de la media de los Qmi medidos y calculados. Modelo 24. Para dos variables.

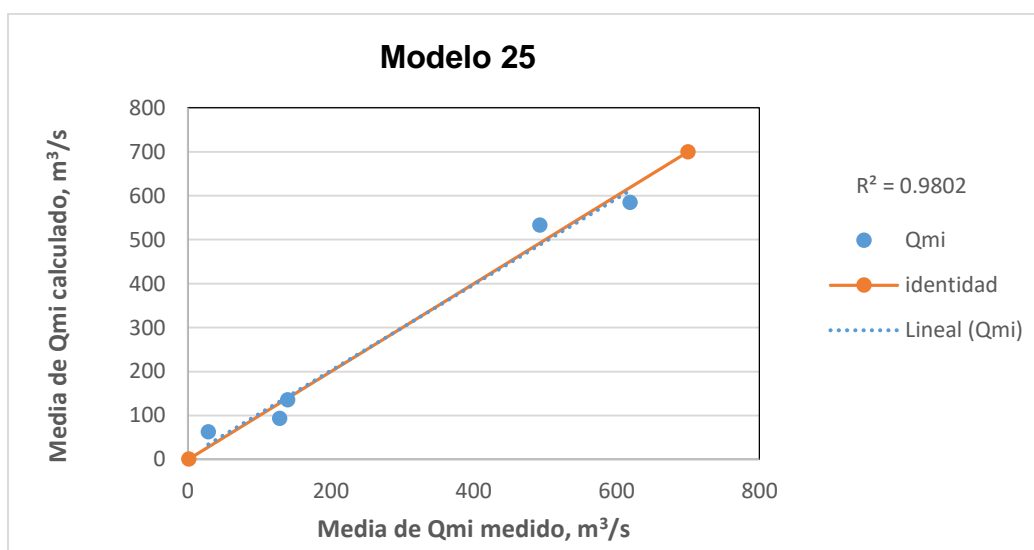


Figura 33. Comparación de la media de los Qmi medidos y calculados. Modelo 25. Para dos variables.

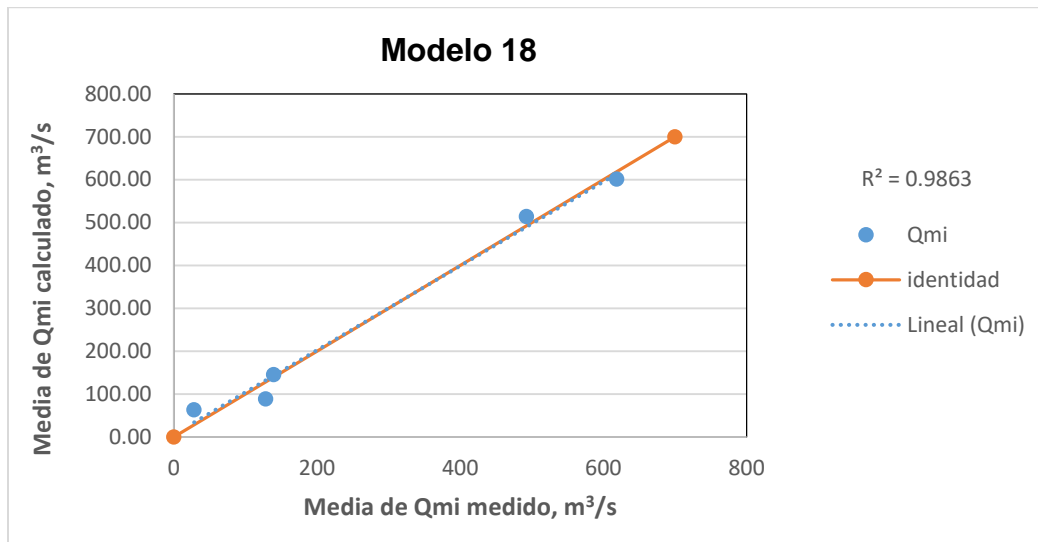


Figura 34. Comparación de la media de los Qmi medidos y calculados. Modelo 24. Para tres variables.

Por simplicidad, al utilizar únicamente el área de las cuentas de la región para inferir resultados, estos serían confiables, de igual modo si se ocupa únicamente el volumen llovido dentro de las sub-cuencas. Vemos, que si se agrega un indicador de velocidad de respuesta como lo es el tiempo de concentración, los coeficientes de determinación no varían tanto, sin embargo cuando hace uso del volumen llovido y se agrega otro indicador de velocidad de respuesta como lo es la pendiente media de la cuenca, el coeficiente mejora de manera sustancial.

En general, cuando se desee hacer uso de alguna de estas ecuaciones, se recomienda que se descarte el modelo 18 debido a que como ya se mencionó anteriormente, obtener un modelo que reporte un coeficiente de determinación alto, dependiendo de tres variables no es adecuado para cuando se ocupan tan pocas estaciones.

Dado lo anterior el mejor modelo es el 25 donde se involucra el volumen llovido y la pendiente media de la cuenca con cuyas variables se obtiene un R^2 de 0.9802. La ecuación de dicho modelo es:

$$Mqmi = 3.23845V^{0.33038}Smc^{1.24750} \quad (6.6)$$

7. Conclusiones

En este estudio se hizo la regionalización de datos de escurrimiento para las Regiones Hidrológicas 20-21 y 36-37, donde se agruparon cuencas con un comportamiento estadístico similar; el procedimiento elegido es de utilidad en la estimación de valores de la media de los gastos máximos anuales en sitios con escasa o nula información hidrométrica, a partir conocer sus características fisiográficas, usando ecuaciones regionales previamente obtenidas a partir de las cuencas de las cuales si se cuenta con dicha información y, con ayuda de factores regionales, se determinan valores del gasto máximo instantáneo de diseño asociados a diferentes periodos de retorno.

En la delimitación de las regiones homogéneas, el factor de grupo homogéneo y la prueba de Fisher han demostrado ser buenos métodos para el procesamiento de los datos, sin embargo, ésta última se pone en discusión debido a que está diseñada para muestras que se ajustan a una distribución normal, por lo que la homogeneidad de las regiones se asegura generando pruebas de simulación muestral a partir de series de números aleatorios que permiten comparar las curvas de coeficientes de variación obtenidos con los reales.

Lo anterior permitió que se formaran muestras ampliadas de regiones estadísticamente homogéneas, para las cuales se obtienen curvas de distribución adimensionales que permiten pasar de dicha media a gastos de diseño asociados a diferentes periodos de retorno.

En la tabla siguiente se muestran los factores de ajuste obtenidos para cada una de las regiones homogéneas definidas.

Tabla 39. Valores de ajuste de diseño en las zonas de estudio

Tr años	Factor [1]		
	Grupo 1 Rh20-21	Grupo 2 Rh20-21	Grupo 1 Rh36-37
2	0.72	0.86	0.78
5	1.43	1.32	1.47
10	2.31	1.73	2.16
20	3	2.15	2.84
50	3.77	2.66	3.64
100	4.32	3.04	4.22
200	4.86	3.41	4.78
500	5.56	3.89	5.51
1 000	6.09	4.25	6.06
2 000	6.62	4.62	6.6
5 000	7.3	5.1	7.35
1 0000	7.86	5.46	7.89

Los factores de la tabla anterior son resultado de la distribución de mejor ajuste a cada región estadísticamente homogénea, los cuales, en todos los casos, fueron obtenidos con una distribución Doble Gumbel.

Por otro lado, el uso de las dos diferentes herramientas de cómputo permitió obtener las ecuaciones regionales para estimar los gastos medios instantáneos en función de las características fisiográficas y cinemáticas de la cuenca, compararlos y reportar aquellas en las que el coeficiente de determinación fuera mayor, aunque en el mejor de los casos, con ambas herramientas se obtenía la misma ecuación regional.

Para ambos pares de regiones, el coeficiente de determinación mejoraba cuando en la combinación se involucraba el área y la precipitación media, sin embargo cuando se agrupaban estas mismas en la característica de volumen total de lluvia, el coeficiente disminuía, así también cuando se involucraban otras variables, este hecho es más apreciable en el caso de la ecuación regional para las RH 20 y 21, donde buscando un mejor coeficiente, se realizaron dos agrupaciones de cuencas que dependían del tamaño de área y donde se observó que en su mayoría de los modelos obtenidos reportaban mejoras en el coeficiente de determinación si entre sus variables se contemplaba el uso del área y precipitación; contrario a lo dicho anteriormente en la Rh 36 y 37, en la mayoría de los casos los coeficientes de determinación eran demasiado cercanos a 1, no importando la combinación de variables que se presentara.

De acuerdo a que los resultados obtenidos, si se consideran dos grupos para la obtención de la ecuaciones regionales aplicables a la Región Hidrológica 20 y 21, se consideraran entonces dos ecuaciones diferentes, una para grupo. Para el Grupo I, el modelo aplicable es:

$$Mqmi = 0.00000020A^{1.04671}hp^{4.62474}S^{-3.22628} \quad (7.1)$$

Para el Grupo II, que considera cuencas con áreas menores a 2 000 km², el modelo aplicable es el siguiente:

$$Mqmi = 0.0000061A^{0.816}hp^{2.423}Smc^{0.557} \quad (7.2)$$

Sin embargo, una forma más simple de aplicar una ecuación regional para dichas regiones, es el modelo siguiente, el cual es aplicable para cuando se hizo el estudio donde se contemplaron las 17 estaciones:

$$Mqmi = 0.00000006 A^{1.00351}hp^{3.43304} \quad (7.3)$$

Mientras que para la Rh 36 y 37 el modelo aplicable es:

$$Mqmi = 3.23845V^{0.33038}Smc^{1.24750} \quad (7.4)$$

Como se sabe, algunas de las estaciones utilizadas en este estudio aún siguen funcionando, motivo por el cual reportaran datos diarios, mensuales y anuales que conllevaran a que en años futuros, las ecuaciones obtenidas en este trabajo ya no serán del todo aplicables, por lo que se recomienda que a la par de que se actualicen los datos de las estaciones hidrométricas en el BANDAS, también sea posible actualizar dichas ecuaciones para que sigan siendo aplicables.

8. Lista de figuras

FIGURA 1. UBICACIÓN GEOGRÁFICA DE LA RH 20 Y 21.....	17
FIGURA 2. UBICACIÓN GEOGRÁFICA DE LA RH 36 Y 37.....	19
FIGURA 3. UBICACIÓN DE LAS ESTACIONES HIDROMÉTRICAS DE LA RH20 Y RH21.....	23
FIGURA 4. UBICACIÓN DE LAS ESTACIONES HIDROMÉTRICAS DE LA RH36 Y RH37.....	24
FIGURA 5. CONJUNTO DE ESTACIONES AGRUPADAS MEDIANTE EL VALOR DE CV PARA LA RH20 Y RH21.....	28
FIGURA 6. CONJUNTO DE ESTACIONES AGRUPADAS MEDIANTE EL VALOR DE CV PARA LA RH36 Y RH37.....	29
FIGURA 7. GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS CON FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN $F_x(x)$. (MANUAL DE DISEÑO DE OBRAS CIVILES, CFE, 2015).....	33
FIGURA 8. COMPARACIÓN DE COEFICIENTES DE VARIACIÓN HISTÓRICOS VS SINTÉTICOS, GENERADOS A PARTIR DE SERIES DE NÚMEROS ALEATORIOS DE LAS RH20-21. GRUPO 2.....	35
FIGURA 9. RESUMEN DE CV DE SERIES SINTÉTICAS E HISTÓRICAS RH20-21. GRUPO 2.....	36
FIGURA 10. COMPARACIÓN DE COEFICIENTES DE VARIACIÓN HISTÓRICOS VS SINTÉTICOS, GENERADOS A PARTIR DE SERIES DE NÚMEROS ALEATORIOS DE LAS RH20-21. GRUPO 2, SIN ESTACIÓN 20025 “LAS JUNTAS”.....	38
FIGURA 11. RESUMEN DE CV DE SERIES SINTÉTICAS E HISTÓRICAS RH20-21. GRUPO 2, SIN ESTACIÓN 20025 “LAS JUNTAS”.....	38
FIGURA 12. RESUMEN DE CV DE SERIES SINTÉTICAS E HISTÓRICAS RH20-21. GRUPO 1.....	39
FIGURA 13. RESUMEN DE CV DE SERIES SINTÉTICAS E HISTÓRICAS RH36-37.....	39
FIGURA 14. AJUSTE DOBLE GUMBEL PARA GRUPO 1. RH20 Y RH21.....	55
FIGURA 15. AJUSTE DOBLE GUMBEL PARA GRUPO 2. RH20 Y RH21.....	55
FIGURA 16. AJUSTE DOBLE GUMBEL PARA RH36 Y RH37.....	56
FIGURA 17. OPERADOR DE CRUZA.....	59
FIGURA 18. OPERADOR DE MUTACIÓN, A) DESCENDIENTE, B) DESCENDIENTE MUTADO.....	59
FIGURA 19. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 5. PARA DOS VARIABLES.....	62
FIGURA 20. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 11. PARA TRES VARIABLES.....	62
FIGURA 21. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 17. PARA TRES VARIABLES.....	63
FIGURA 22. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 5. PARA DOS VARIABLES.....	65
FIGURA 23. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 17. PARA TRES VARIABLES.....	65
FIGURA 24. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 19. PARA TRES VARIABLES.....	66
FIGURA 25. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 5. PARA DOS VARIABLES.....	67
FIGURA 26. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 17. PARA TRES VARIABLES.....	67
FIGURA 27. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 19. PARA TRES VARIABLES.....	68
FIGURA 28. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 25. PARA TRES VARIABLES.....	68
FIGURA 29. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 31. PARA UNA VARIABLE.....	70
FIGURA 30. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 3. PARA UNA VARIABLE.....	71
FIGURA 31. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 10. PARA DOS VARIABLES.....	71
FIGURA 32. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 24. PARA DOS VARIABLES.....	72
FIGURA 33. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 25. PARA DOS VARIABLES.....	72
FIGURA 34. COMPARACIÓN DE LA MEDIA DE LOS QMI MEDIDOS Y CALCULADOS. MODELO 24. PARA TRES VARIABLES.....	73

9. Lista de tablas

TABLA 1. CARACTERÍSTICAS HIDROLÓGICAS DE RH20 Y RH21	17
TABLA 2. CARACTERÍSTICAS HIDROLÓGICAS DE LA RH36 Y RH37.....	19
TABLA 3. ESTACIONES HIDROMÉTRICAS DE LA RH 20	20
TABLA 4. ESTACIONES HIDROMÉTRICAS DE LA RH 21	20
TABLA 5. ESTACIONES HIDROMÉTRICAS DE LA RH 36.....	20
TABLA 6. ESTACIONES HIDROMÉTRICAS DE LA RH 37	21
TABLA 7. CARACTERÍSTICAS FIOGRÁFICAS DE LAS ESTACIONES DE ESTUDIO (DOMÍNGUEZ, 2013)	21
TABLA 8. GASTOS MÁXIMOS INSTANTÁNEOS Y ESTADÍSTICOS. RH 20 Y 21	24
TABLA 9. GASTOS MÁXIMOS INSTANTÁNEOS Y ESTADÍSTICOS. RH 36 Y 37	25
TABLA 10. GRUPOS DE ESTACIONES HIDROMÉTRICAS DE LA RH 20 Y 21 CONSIDERANDO EL CV.....	26
TABLA 11. GRUPO DE ESTACIONES HIDROMÉTRICAS DE LA RH 36 Y 37 CONSIDERANDO EL CV	27
TABLA 12. TABLA DE FISHER CON GRADO DE CONFIABILIDAD DE $\alpha=0.01$	30
TABLA 13. COMPARACIÓN DE RESULTADOS ENTRE EL VALOR DEL FACTOR DE GRUPO HOMOGÉNEO Y EL VALOR OBTENIDO EN LA TABLA DE FISHER.	31
TABLA 14. GRUPO DE ESTACIONES HIDROMÉTRICAS SIN ESTACIÓN 20025	36
TABLA 15. VALORES DE GASTOS MÁXIMOS ANUALES Y ESTADÍSTICOS PARA CADA ESTACIÓN DE RH 20 Y RH21.....	42
TABLA 16. CONTINUACIÓN. VALORES DE GASTOS MÁXIMOS ANUALES Y ESTADÍSTICOS PARA CADA ESTACIÓN DE RH 20 Y RH21	43
TABLA 17. CONTINUACIÓN. VALORES DE GASTOS MÁXIMOS ANUALES Y ESTADÍSTICOS PARA CADA ESTACIÓN DE RH 20 Y RH21	44
TABLA 18. VALORES ESTANDARIZADOS PARA GASTOS MÁXIMOS CADA ESTACIÓN DE RH 20 Y RH21.....	45
TABLA 19. CONTINUACIÓN. VALORES ESTANDARIZADOS PARA GASTOS MÁXIMOS CADA ESTACIÓN DE RH 20 Y RH21.....	46
TABLA 20. CONTINUACIÓN. VALORES ESTANDARIZADOS PARA GASTOS MÁXIMOS CADA ESTACIÓN DE RH 20 Y RH21.....	47
TABLA 21. VALORES DE GASTOS MÁXIMOS ANUALES Y ESTADÍSTICOS PARA CADA ESTACIÓN DE RH 36 Y RH37.....	48
TABLA 22. CONTINUACIÓN. VALORES DE GASTOS MÁXIMOS ANUALES Y ESTADÍSTICOS PARA CADA ESTACIÓN DE RH 36 Y RH37.	49
TABLA 23. CONTINUACIÓN. VALORES DE GASTOS MÁXIMOS ANUALES Y ESTADÍSTICOS PARA CADA ESTACIÓN DE RH 36 Y RH37.	50
TABLA 24. VALORES ESTANDARIZADOS PARA GASTOS MÁXIMOS CADA ESTACIÓN DE RH 36 Y RH37	51
TABLA 25. CONTINUACIÓN. VALORES ESTANDARIZADOS PARA GASTOS MÁXIMOS CADA ESTACIÓN DE RH 36 Y RH37.....	52
TABLA 26. CONTINUACIÓN. VALORES ESTANDARIZADOS PARA GASTOS MÁXIMOS CADA ESTACIÓN DE RH 36 Y RH37.....	53
TABLA 27. VALORES DE PARÁMETROS OBTENIDOS PARA LA FUNCIÓN DOBLE GUMBEL. GRUPO 1. RH20-21	55
TABLA 28. VALORES DE PARÁMETROS OBTENIDOS PARA LA FUNCIÓN DOBLE GUMBEL. GRUPO 2. RH20-21	56
TABLA 29. VALORES DE PARÁMETROS OBTENIDOS PARA LA FUNCIÓN DOBLE GUMBEL. GRUPO 1. RH36-37	56
TABLA 30. VALORES ESTIMADOS DE GASTO PARA DIFERENTES PERIODOS DE RETORNO.	56
TABLA 31. CARACTERÍSTICAS FIOGRÁFICAS DE LAS ESTACIONES DE LA RH20 Y RH21	60
TABLA 32. ECUACIONES CON MAYOR COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN DE LA RH20 Y RH21	61
TABLA 33. CARACTERÍSTICAS FIOGRÁFICAS DE LAS ESTACIONES DE LA RH20 Y RH21. GRUPO I.	63
TABLA 34. CARACTERÍSTICAS FIOGRÁFICAS DE LAS ESTACIONES DE LA RH20 Y RH21. GRUPO II.	63
TABLA 35. ECUACIONES CON MAYOR COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN DE LA RH20 Y RH21. GRUPO I.	64
TABLA 36. ECUACIONES CON MAYOR COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN DE LA RH20 Y RH21. GRUPO II.	66
TABLA 37. CARACTERÍSTICAS FIOGRÁFICAS DE LAS ESTACIONES DE LA RH36 Y RH37	69
TABLA 38. ECUACIONES CON MAYOR COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN DE LA RH36 Y RH37	69
TABLA 39. VALORES DE AJUSTE DE DISEÑO EN LAS ZONAS DE ESTUDIO	74

10. Bibliografía

- Ahmad N. H., Othman I. R. y Deni S. M., (2013), Hierarchical Cluster Approach for Regionalization of Peninsular Malaysia base on the Precipitation Amount. Journal of Physics: Conference Series 423, DOI: 10.1088/1742-6596/423/1/012018
- Alcalá O. V., (2016), Estimación regional de gastos de diseño; aplicación a las RH 27, 28 y 29 de la República Mexicana. Tesis de Maestría. UNAM.
- Aparicio M. F. J., (2009), Fundamentos de Hidrología de Superficie, Grupo Noriega Editores, Limusa, México.
- Arganis J. M. L., (2004), Operación óptima de un sistema de presas en cascada para generación hidroeléctrica tomando en cuenta condiciones reales de operación y el uso de muestras sintéticas para el pronóstico, Tesis de Doctorado. UNAM.
- BANDAS, (2017), Banco Nacional de Datos de Aguas Superficiales, Comisión Nacional del Agua, Subdirección general técnica, Gerencia de aguas superficiales e ingeniería de ríos (GASIR), México.
- Campos A. D. F., (1998), Procesos del Ciclo Hidrológico (vol. 1), Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México.
- Carrizosa E. E., (1997), Regionalización de gastos máximos en la cuenca de la vertiente del pacífico centro de la República Mexicana, Tesis de maestría, UNAM. México.
- CONAGUA, (2016), Atlas del Agua en México, Secretaria de Medio Ambiente y Recursos Naturales, Ciudad de México, México.
- Chow V. T., (1993), Hidrología Aplicada, Editorial Mc Graw Hill, Colombia.
- Cunnane C., (1988), Methods and merits of regional flood frequency analysis, J. Hydrol. 100, 269-290.
- Dalrymple T., (1960), Flood-frequency Analyses. Us Geological Survey wáter-supply paper 1543-A.
- Davis L., (ed.) (1991). Handbook of Genetic Algorithms, Van Nostrand Reinhold, New York.
- Escalante S. C. A., Reyes C. L., (2008), Técnicas estadísticas en hidrología, 2da edición, Facultad de Ingeniería, UNAM, 298 p.
- Domínguez M. R., Arganis, J. M. L., Capella, V. A., Luna, V. J. A., Fuentes, M. O. A., Carrizosa, E. E., Peña, D. F., Carabela, H. J. C., & Reyes M. H., (2015). Análisis estadístico. Manual de diseño de obras civiles. Comisión Federal de Electricidad, Ciudad de México, México.
- Domínguez M. R., Arganis J. M. L., Guzmán G. H., Carrizosa E. E., Esquivel G. G., Fuentes M. G. E., (2016), Modelos regionales de escurrimientos máximos instantáneos en la república mexicana, Tecnología y Ciencias del Agua, Vol. VII, núm. 5. Pp. 15-32. México.

Domínguez M. R., Bouvier C., Neppel L., Niel H., (2005), Approche régionale pour l'estimation des distributions ponctuelles des pluies journalières dans le Languedoc-Roussillon, Hydrological sciences journal, France.

Domínguez M. R., Cruickshank V. C. G., Carrizosa E. E., Esquivel G. G., Fuentes M. G. E., Arganis J. M. L., Franco V., (2015), Manual de Diseño de Obras Civiles, A.1.1. Consideraciones Generales de Hidrología, Comisión Federal de Electricidad, Ciudad de México, México.

Domínguez M. R., Fuentes M. G. E., Esquivel G. G., (2016), Manual de diseño de Obras Civiles, Cap. A.1.12 Sistemas de Información Geográfica con aplicación en Hidrología e Hidráulica, Comisión Federal de Electricidad, Ciudad de México, México.

Domínguez M. R., Gracia S. J., Carrizosa E. E., Esquivel G. G., Arganis J. M. L., (2015), Manual de diseño de Obras Civiles, Cap. A.1.4 Pérdidas, Comisión Federal de Electricidad, Ciudad de México, México.

Domínguez M. R., González V. F. y Arganis J. L. M., (2013), Regionalización de datos de escurrimiento de las regiones hidrológicas de México para la estimación de avenidas de diseño. Instituto de Ingeniería, UNAM.

Flood Studies Report, (1975), Natural Environment Research Council (pp. 1-5). London: Flood Studies Report.

González, V. F., (1970), Contribución al Análisis y Frecuencias de Valores Extremos de los Gastos Máximos en un río. Serie Azul, Instituto de Ingeniería, UNAM.

Goldberg D. E., (1989), Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison-Wesley, Reading, MA.

Gorgas G. J., Cardiel L. N., Zamorano C. J., (2011), Estadística básica para estudiantes de ciencias, Facultad de Ciencias Físicas, Universidad Complutense de Madrid.

Guzmán G. H., (2015), Regionalización de datos de escurrimiento de las regiones hidrológicas de México para la estimación de avenidas de diseño. Tesis de Maestría. UNAM.

Hurtado P. W. A., (2015), Análisis Regional de frecuencia de caudales máximos en la cuenca alta y media del río Magdalena-Colombia. Tesis de Maestría. UNAM.

Holland J., (1975), Adaptation in Natural and Artificial Systems, University of Michigan Press, Ann Arbor.

Lim Y.H., Lie L.M., (2003), Regional flood estimation for ungauged basins in Sarawak Malaysia. Hydrological Sciences Journal, 48 (1), 79-94

Jiménez E.M., (1997), Manual de Operación de los programas Ax.exe y CARACHID.exe (para hidrología), CENAPRED, México.

Malekinezhad H., Nachtnebe H. P. y Klik A., (2011), Regionalization Approach for Extreme Flood Analysis Using L-moments. Journal of Agricultural Science and Technology. 13, 1183-1196.

Michalewicz Z., (1992), Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs, Springer Verlag, Berlin Heidelberg.

Mendoza P. S. H., (2014), Cálculo del factor erosivo y aporte de sedimentos considerando Alturas de precipitación puntuales y trenes de lluvia en la Cuenca del río Apatlaco en el estado de Morelos, Tesis de Maestría. UNAM.

Nathan R. y McMahon T., (1990), Identification of homogeneous regions for the purposes of regionalization. Journal Hydrology. 121 (1-4), 217-238.

Patiño H. R., (2002), Distribución F, Departamento de Ingeniería Química, Instituto Tecnológico de Celaya.

Raynal J. A., García L. G., (2004), Análisis de frecuencias de gastos máximos anuales usando la Distribución de Valores Extremos Tipo I para tres poblaciones, Universidad de las Américas-Puebla, México.

Reeves C., (1993), Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems, Blackwell Scientific Publications.

Rodríguez P.P.T., (2014), Introducción a los algoritmos genéticos y sus aplicaciones, Universidad de Valencia, España.

S. A. R. H., (1968), Boletín hidrológico No. 31; datos de la Región Hidrológica 20 y 21. Tomo I.

S. R. H., (1969), Boletín hidrológico No. 35; datos de la Región Hidrológica 36. Tomo I.

S. R. H., (1972), Boletín hidrológico No. 55; datos de la Región Hidrológica 37. Tomo I.

Springall G. R., (1970a), Hidrología, primera parte, Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

Springall G. R., (1970b), Análisis Estadístico y Probabilístico de Datos Hidrológicos. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

Vilchis B. Y., (2016), Regionalización para generar escurrimientos de diseño en cuencas no aforadas. Tesis de maestría, UNAM.

Walpole R. E., Myers R. H., Myers S. L. y Ye K., (2007), Probabilidad y Estadística para ingeniería y ciencias. Ed. Pearson