

2. MARCO TEÓRICO. TOMOGRAFÍA ELÉCTRICA

2.1 Antecedentes

El desarrollo histórico de los métodos de Prospección Eléctrica se dividió (Orellana, 1982) en tres épocas: primitiva, clásica y contemporánea. Se mencionan algunos eventos relevantes sin disminuir la importancia del resto.

Los orígenes de los métodos eléctricos, época primitiva, se remontan al siglo XVIII con los trabajos realizados por Gray y Wheeler en 1720 sobre la resistividad de las rocas y el descubrimiento de William Watson en 1746, de que el suelo es conductor.

En 1833 Brown patentó un sistema de prospección eléctrica con dos electrodos. Daft y Williams en 1902, obtuvieron otra patente basada en el empleo de corrientes de baja frecuencia. Un año después el ruso E.S. Ragozin publica su monografía “Aplicación de la electricidad en la búsqueda de yacimientos mineros” donde anticipa muchas de las ideas que habrían de aplicarse más tarde.

Conrad Schlumberger “padre de la Prospección Eléctrica”, descubrió un yacimiento de sulfuros de Bor (Servia), con Polarización Inducida, primer hallazgo geofísico de un mineral no magnético.

En 1915, él mismo y el americano Frank Wenner, independientemente, idean el dispositivo tetraelectródico que será la base del progreso anterior.

La época clásica (1918 a 1960aprox.) se divide a su vez en tres, debido a las diferentes escuelas de pensamiento: la escuela Franco-Soviética, Wenner o de Gish-Rooney y la Sueca.

Entre éstas se destaca la importante solución dada por Stefanescu en 1932 a la distribución del potencial en un semiespacio estratificado. En 1938 se efectuaron los primeros sondeos eléctricos profundos (más de un kilómetro de penetración). Este método tuvo parte destacada en el descubrimiento de los yacimientos petrolíferos o de gas (en la antigua URSS) de Buguruslán, Saratov, Beshkiria y Vovolgrado. Desde entonces el método eléctrico fue adoptado en la URSS como el de empleo más general en la prospección petrolera.

En la época contemporánea comienza con el surgimiento de las computadoras personales, las cuales han puesto al alcance del geofísico cálculos inabordables anteriormente.

Rocio Zúñiga Lara

Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de Ingeniería.

Podríamos agregar una cuarta a partir de la década de los 80's cuando surgen las técnicas de modelado directo, proporcionando modelos razonablemente aceptables para una variedad de estructuras geológicas. Además de la determinación de las impedancias y espesores de las capas en un medio estratificado a partir de las medidas realizadas en la superficie ha sido abordado de diversas maneras (Koefoed, 1979; Orellana, 1982; Zohdy, 1989; Telford, Geldart y Sheriff, 1990).

2.2 Método Tomografía Eléctrica. Generalidades.

El estudio de Tomografía de Resistividad Eléctrica (TRE) (2D), comúnmente encontrado en la bibliografía como ERT, abreviación de Electrical Resistivity Tomography o “Electrical Imaging” (Dahlin, 2001), es un método que permite investigar la variación de la resistividad del subsuelo a profundidad y lateralmente.

Se estudia a lo largo de líneas en una dirección determinada, donde se inyecta una corriente eléctrica y mediante un dispositivo receptor se observa la respuesta del subsuelo, siendo el resultado, datos de resistividades aparentes (Figura 2.0).

Se caracteriza por ser una técnica de resistividad multielectrónica, cuyo arreglo geométrico varía dependiendo del objetivo de estudio.

Con las mediciones adquiridas se construye una sección en dos dimensiones (2D) que muestra una primera aproximación de los cambios en el subsuelo. Posteriormente, se aplica un algoritmo de inversión para obtener la distribución real de resistividades o imagen eléctrica. Imagen que será un resultado interpretable desde un punto de vista físico y geológico, y que dará información sobre las características físicas del subsuelo.

Este método geofísico fue desarrollado para la investigación de áreas de geología compleja (Griffiths, 1993). Su aplicación es diversa, como en la exploración de recursos naturales y actualmente en numerosas aplicaciones ambientales, hidrogeológicas, arqueológicas y geotécnicas.

Por ejemplo: detección y caracterización de contactos entre unidades litológicas, el lecho rocoso, fracturas y fallas, cavidades subterráneas (naturales o antropogénicas), túneles, pozos abandonados, tumbas y restos arqueológicos; evaluación de sitios por la presencia de rellenos sanitarios y plumas contaminantes, deslizamientos de tierra; inspección de fugas y filtraciones en cañerías y presas; determinación de unidades acuíferas, niveles freáticos e intrusión marina, etc.

La Tomografía Eléctrica se destaca con respecto a los métodos de resistividad convencionales, por tener un proceso de adquisición de datos totalmente automatizado ya que se cuenta con software capaz de procesar eficazmente un gran volumen de información. Además del uso de la TRE en 2D la aplicación en 3D con una configuración tipo “L” ha tenido gran éxito (Chávez *et al.*, 2011; Chávez, 2011) con el que se puede “iluminar” por debajo de construcciones.

Destacando que tiene grandes ventajas: es una herramienta de carácter no destructivo, con un bajo costo, es de fácil implementación, adecuado por optimización de tiempo, combinando adecuadamente resolución lateral y profundidad de investigación.

En zonas urbanas esta metodología ha sido de gran utilidad si se compara con otros métodos como la sísmica, que en zonas de riesgo no es conveniente utilizar por el tipo de fuente, con los métodos potenciales, refiriéndose al estudio gravimétrico, que si bien es barato el levantamiento y procesado es muy exigente; así como radar que además de ser más costoso es deficiente en zonas de alta saturación.

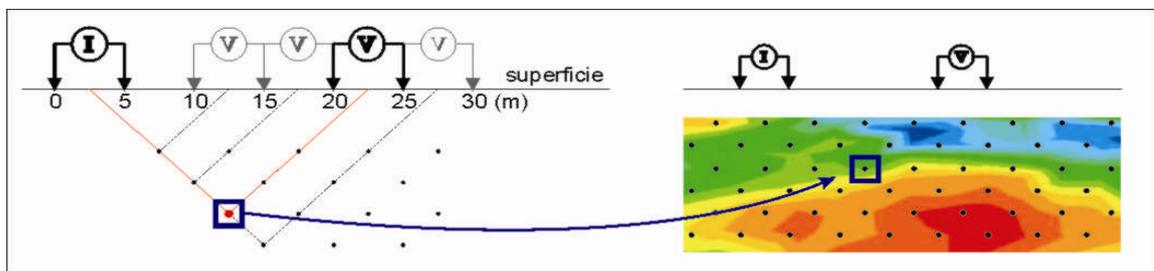


Figura 2.0 Representación simplificada de la técnica de Tomografía Eléctrica para un arreglo dipolo-dipolo. (Chávez *et al.*, 2011)

2.3 Fundamentos teóricos del método

2.3.1 Método de resistividad eléctrica.

El principio físico en el que se basa esta metodología está relacionado con el siguiente concepto: mediante un dispositivo electródico, se inyecta una corriente estacionaria a través de un par de electrodos puntuales [C1 y C2], y se lee la diferencia de potencial entre otro par de electrodos [P1 y P2]. La relación de estas dos magnitudes proporciona una resistividad aparente que depende de la resistencia de los materiales presentes en el subsuelo (Figura 2.1).

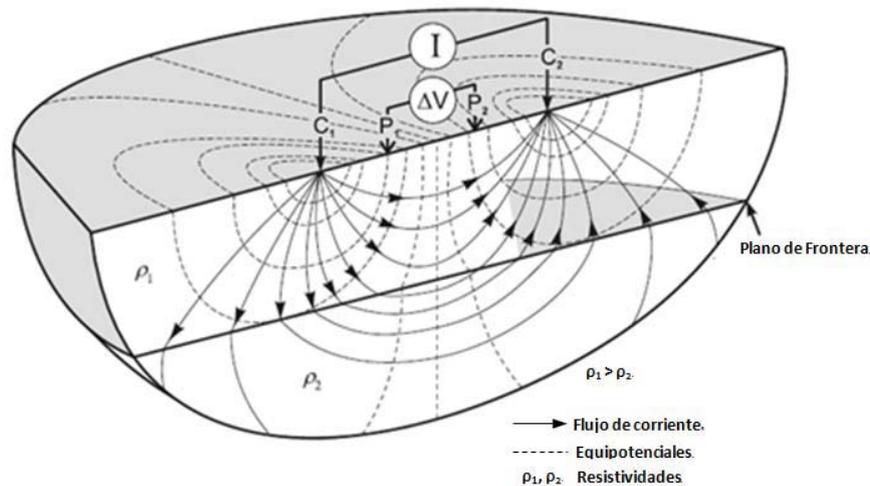


Figura 2.1. Principio del método resistivo, dispositivo electródico lineal (cuadripolo).

Tomada de Knödel, 2007.

Partiendo de las ecuaciones de Maxwell (Orellana, 1982; Telford, 1992)

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r})}{\partial t} \quad ; \quad \text{Ley de Faraday} \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}) = \vec{J}(\vec{r}) + \frac{\partial \vec{D}(\vec{r})}{\partial t} \quad ; \quad \text{Ley de Ampere} \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

Para el caso de prospección eléctrica se considera un campo estacionario, por tanto las derivadas temporales se anulan, quedando expresadas las ecuaciones como se muestra en 2.3 y 2.4.

Rocio Zúñiga Lara

Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de Ingeniería.

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = 0 \dots\dots\dots (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}) = \vec{J}(\vec{r}) \dots\dots\dots (2.4)$$

La ecuación 3, nos indica que se trata de un campo conservativo e irrotacional, puede ser descrito mediante el gradiente de una función escalar, en este caso el potencial U .

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r}) \dots\dots\dots (2.5)$$

El campo eléctrico \vec{E} es opuesto al gradiente de potencial U . Las líneas de campo señalan hacia la máxima disminución de la función potencial.

Si se considera una fuente puntual, definida en la práctica como aquel por donde “inyectamos” y “medimos” diferencias de voltajes, es decir, los electrodos, las ecuaciones que rigen el campo eléctrico son:

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = 0 \dots\dots\dots (2.6)$$

$$\nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}) = -I\rho\delta(\vec{r}) \dots\dots\dots (2.7)$$

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r}) \dots\dots\dots (2.8)$$

$$\nabla^2 U(\vec{r}) = -I\rho\delta(\vec{r}) \dots\dots\dots (2.9)$$

En una región donde no existe fuente puntual y en las superficies discontinuidad de resistividad.

$$\nabla^2 U(\vec{r}) = 0 \dots\dots\dots (2.10)$$

Que es la ecuación de Laplace donde también la divergencia de $\vec{E}(\vec{r})$ es cero.

2.3.2 Fuente puntual en un semiespacio. Funciones de Green

Las funciones de Green, desde su aparición en 1825 creadas por el matemático inglés George Green, se han convertido en una gran herramienta, con la es posible transformar los

problemas con valores en la frontera en forma de ecuaciones diferenciales a ecuaciones integrales utilizando funciones kernels de integración (Julca, 2005). En electromagnetismo representan la respuesta de un campo debida a una fuente de carga puntual ubicada a distancia.

Cuando tenemos un semiespacio homogéneo con una fuente puntual en la superficie. (Orellana, 1982; Telford, 1990; Loke, 2001), la corriente fluye radialmente desde la fuente y el potencial varia inversamente a la distancia de éste (Figura 2.2).

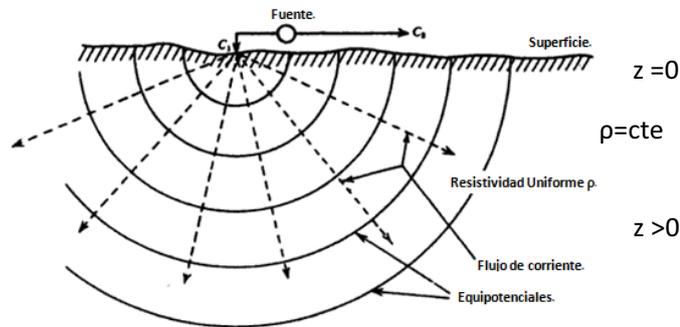


Figura 2.2. Fuente puntual de corriente en la superficie de un medio homogéneo.

Modificado de Telford, 1992.

Para encontrar el potencial producido por una fuente puntual C en la frontera de ambos semiespacios el problema se puede expresar como la función de Green de la Ecuación de Poisson (Cifuentes, 1994):

$$\nabla^2 U(\vec{r}) = -I\rho\delta(\vec{r}); \quad z > 0 \dots\dots\dots (2.11)$$

$$\frac{\partial U(\vec{r})}{\partial \eta} = 0; \quad z > 0 \dots\dots\dots (2.12)$$

Para una superficie Gaussiana S limitada por el plano z=0 con radio infinito.

Donde (2.12) también se puede expresar como $\nabla U(\vec{r}) \cdot \eta = 0$ que es la derivada direccional de U en dirección de la normal hacia fuera del dominio U. Donde η es el vector normal unitario.

Rocio Zúñiga Lara

Si empleamos funciones de Green, la solución del potencial se puede expresar como:

$$U(\vec{r}) = \int_v G(\vec{r} - \vec{r}') \nabla^2 U(\vec{r}) dv + \int_s \left(G(\vec{r} - \vec{r}') \frac{\partial U(\vec{r}')}{\partial \eta} - U(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r} - \vec{r}')}{\partial \eta} \right) ds \dots \dots \dots (2.13)$$

Existen diferentes condiciones de frontera para definir el problema entre las más utilizadas son Dirichlet y Neumann. Las primeras fijan el valor del potencial sobre el contorno, en cambio en las condiciones de Neumann se fija el valor de la derivada normal de los potenciales sobre el contorno.

Las líneas equipotenciales eléctricas son paralelas a los contornos donde se aplica la condición de Dirichlet y normales a contornos donde se aplica la condición de Neumann.

Donde la función de Green $G(\vec{r} - \vec{r}')$ con las condiciones de frontera de Neumann satisface la ecuación diferencial expresada como:

$$\nabla^2 G(\vec{r}) = -\delta(\vec{r} - \vec{r}'); \quad z > 0 \dots \dots \dots (2.14)$$

$$\frac{\partial G(\vec{r})}{\partial \eta} = 0; \quad z = 0 \dots \dots \dots (2.15)$$

La función de Green para el problema del semiespacio que satisface la ecuación (2.14 y (2.15)

$$G(\vec{r} - \vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2}} \right] \dots \dots \dots (2.16)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.11), (2.12) y (2.15) en la (2.13), el potencial $U(\vec{r})$ queda expresado por:

$$U(\vec{r}) = I\rho \int_v G(\vec{r} - \vec{r}') \delta(\vec{r}') dv \dots \dots \dots (2.17)$$

De las propiedades de las funciones impulso de la integral de la ecuación (2.17) queda expresada como:

$$\int_v G(\vec{r} - \vec{r}') \delta(\vec{r}') dv = G(\vec{r}, h) \dots \dots \dots (2.18)$$

Donde $\delta(\vec{r}) = \delta(x' + y' + z')$

Sustituyendo la ecuación (2.18) en (2.17) el potencial es:

$$U(\vec{r}) = \frac{I\rho}{4\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+(z-h)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+(z+h)^2}} \right] \dots \dots \dots (2.19)$$

Al tener la fuente puntual localizada en la interface, es decir, cuando $h=0$, se tiene:

$$U(\vec{r}) = \frac{I\rho}{4\pi R} \dots \dots \dots (2.20)$$

Donde $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Otra forma de calcular el potencial es suponer que se introduce corriente en el suelo en el punto A; se calcula la resistencia en función de la longitud y sección por donde atravesará la corriente, quedando expresado de la siguiente forma (Sánchez, 2010)

$$R = \rho \frac{\textit{longitud}}{\textit{sección}} = \rho \frac{dr}{2\pi r^2}; \quad \textit{y se sabe}; \quad -du = R \cdot I$$

Al sustituir ambas ecuaciones resulta

$$-du = I\rho \frac{dr}{2\pi r^2}; \quad \textit{al integrar}; \quad U = \rho \frac{I}{2\pi r}$$

2.4 Factor geométrico y Resistividad aparente

En la práctica se utilizan al menos dos electrodos en la superficie, uno positivo que inyecta corriente al subsuelo y a su vez uno negativo que colecta la corriente de regreso. Además los valores de potencial tienen un patrón simétrico con respecto al punto medio entre los electrodos.

Sin embargo prácticamente todos los estudios se realizan con un arreglo geométrico de cuatro o más electrodos, como la tomografía eléctrica que se caracteriza por ser multielectrónica, que finalmente están basados en el mismo principio.

El arreglo geométrico consta de dos electrodos por donde se inyecta la corriente llamados C_1 , C_2 y dos electrodos P_1 , P_2 que miden el potencial. La configuración geométrica puede variar dependiendo del objetivo, lo cual se explicará más adelante.

Al tener dos electrodos de potencial P_1 y P_2 , la diferencia de potencial se expresa como (2.21) en función del arreglo geométrico (Figura 2.3).

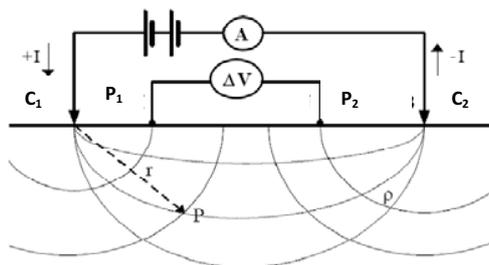


Figura 2.3. Arreglo eléctrico de dos electrodos de potencial y dos electrodos de corriente. Tomado de Orellana, 1982.

$$\Delta V = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_{C_1 P_1}} - \frac{1}{r_{C_2 P_1}} - \frac{1}{r_{C_1 P_2}} + \frac{1}{r_{C_2 P_2}} \right) \dots \dots \dots (2.21)$$

De acuerdo a la Ley de Ohm se resuelve para la resistividad:

$$\rho_a = k \frac{\Delta V}{I} [\Omega \cdot m] \dots \dots \dots (2.22)$$

$$\text{donde } k = \frac{2\pi}{\left(\frac{1}{r_{C_1 P_1}} - \frac{1}{r_{C_2 P_1}} - \frac{1}{r_{C_1 P_2}} + \frac{1}{r_{C_2 P_2}} \right)}$$

De la ecuación (2.22) ρ_a representa la resistividad aparente y k el factor geométrico.

Los valores de resistividad obtenidos en un medio heterogéneo son llamados de resistividad aparente, ρ_a [$\Omega.m$]. Esta se define dividiendo el voltaje recibido por la corriente y multiplicado por el factor geométrico.

Para explicar el concepto de resistividad aparente, supondremos dos cuerpos de diferente resistividad en el semiespacio. Para poder detectarlos midiendo la diferencia de potencial en diferentes posiciones sobre la superficie $z=0$, la resistividad obtenida no será constante y tampoco tendrá el valor solo de alguno de los cuerpos. Se debe a que el campo eléctrico total del semiespacio es la suma del campo eléctrico primario y los campos secundarios generados por las diferentes heterogeneidades que se presenten, reflejándose en el potencial medido.

Siendo la ecuación (14) la que define el parámetro anómalo de resistividad a través del efecto de desviación del semiespacio homogéneo e isótropo.

El factor geométrico k , determina el comportamiento del dispositivo, que representa el “alejamiento” del campo eléctrico respecto a la fuente que lo genera, mostrado en la ecuación (2.21). Además la resistividad medida será independiente de la posición de los electrodos de inyección y detección cuando estos se intercambian, es el principio de reciprocidad, que se cumple tanto en un medio homogéneo como heterogéneo (Orellana, 1982).

2.5 Resistividad eléctrica del subsuelo

La resistividad eléctrica de las rocas puede variar en un margen muy amplio, está en función de diversos factores como la porosidad, la permeabilidad, temperatura, saturación de fluidos, la química de los fluidos, además del grado de fracturamiento y los minerales que componen estas rocas. Ver algunos ejemplos en la Tabla 2.1.

La humedad es importante, diferentes grados de humedad en un mismo terreno nos pueden llevar a interpretaciones erróneas de los materiales del subsuelo. Una topografía accidentada puede tener un efecto similar, ya que el flujo de corriente se concentra en los valles y se dispersa en las colinas (Butler, 2005).

Material	Resistividad ($\Omega.m$)	
	Mínimo	Máximo
Grava	50 (agua saturada)	$> 10^4$ (en seco)
Arena	50 (agua saturada)	$> 10^4$ (en seco)
Limo	20	50
Marga	30	100
Arcilla (húmeda)	5	30
Arcilla (seca)		>1000
Lodos	15	25
Arenisca	<50 (húmedo)	$> 10^5$ (en compacto)
Caliza	100 (húmedo)	$> 10^5$ (en compacto)
Esquistos	50 (húmedo)	$> 10^5$ (en compacto)
Toba	2×10^3 (húmedo)	10^5 (mojada)
Rocas ígneas y metamórficas	<100 (degradado, húmedo)	$> 10^6$ (en compacto)
Roca de sal	30 (húmedo)	$> 10^6$ (en compacto)
Residuos domésticos e industriales	< 1	>1000 (de plástico)
Agua natural	10	300
Agua de mar (35 % NaCl)	0.25	
Agua salada	(salmuera) < 0.15	3×10^3
Agua superficial (rocas ígneas)	0.1	100
Agua superficial (sedimentos)	10	10^6

Tabla 2.1. Resistividades de materiales geológicos y residuos. Modificada de Gasulla (1999).

2.6 Profundidad de Investigación

La profundidad de investigación puede tener una variedad de definiciones físicas, pero todas estas se derivan de la necesidad de relacionar una medición hecha en la superficie con alguna profundidad particular, además de que se puedan optimizar los parámetros del estudio para una mejor identificación del objetivo (Barker, 1989).

Evjen (1938) define la profundidad de investigación como la profundidad a la que una capa horizontal fina hace que el porcentaje máximo de participación a la señal total medida en la superficie. Posteriormente, Roy y Apparao en 1971 y Roy en 1972 utilizaron la misma definición en los estudios de más de un homogéneo isótropo medio (Buddhabed, 1986).

Roy (1972) calcula curvas para varios arreglos de electrodos convencionales (incluyendo Wenner, Schlumberger y dipolo- dipolo) que muestran la respuesta de una capa delgada horizontal con profundidad variable. El punto donde estas curvas alcanzan un punto máximo de profundidad se define como "profundidad de investigación característica "(DIC).

Posteriormente, en lugar de discutir la distribución de corriente en el subsuelo, examinaron la contribución de cada volumen de la tierra a la señal total ($\Delta V / I$) observada en la superficie. La integración de esta contribución sobre una capa delgada horizontal y la normalización de modo que el total de la señal es igual a la unidad, llevo al concepto de "profundidad de investigación característica normalizada" (NDIC) construyeron curvas de para distintos arreglos.

Edwards (1977) sugiere que un valor más útil puede ser la profundidad a la cual la mitad de la señal medida en la superficie es debida a la porción de suelo superior a esa profundidad y la otra mitad de la señal a la porción de suelo inferior, definiéndola como la "profundidad de investigación efectiva" (NDIC) y que ésta tiene validez física y la aplicación práctica.

En 1989 Barker muestra con ejemplos una mayor utilidad de ésta sobre la utilizada por Roy y Apparao (1971).

Sin embargo, a pesar de Edwards demostró ventajas prácticas para su definición, publicaciones como (Bhattacharya y Sen, 1981; Bhattacharya y Dutta, 1982) utilizan la definición de Roy.

En la práctica, la profundidad de la investigación depende, por supuesto, de las capas del subsuelo, de la configuración geométrica de la adquisición y separación de los electrodos. Tener precaución, por ejemplo, con una capa superficial de baja resistividad que reducirá la profundidad de la investigación (Barker, 1989).

2.7 Dispositivos electródicos lineales

(Wenner, Wenner-Schlumberger y Dipolo- Dipolo)

El principio de los cuatro electrodos se denomina cuadripolo o tetrapolo. En principio los cuatro electrodos pueden adoptar cualquier disposición geométrica sobre el plano que representa la superficie del terreno (Orellana, 1982).

De las diferentes configuraciones posibles que ofrece la TRE se han elegido tres, Wenner, Wenner-Schlumberger y Dipolo-Dipolo, por sus diferentes características y cuyo común denominador es el espaciamiento entre electrodos.

En función del espaciado entre electrodos puede establecerse un compromiso entre profundidad de investigación y resolución. A mayor espaciado de electrodos, la profundidad alcanzada es mayor, pero la resolución disminuye.

2.7.1 Wenner

El arreglo Wenner “normal” o también llamado Wenner alpha, fue utilizado por primera vez por el grupo pionero de investigación de la Universidad de Birmingham.

Los electrodos se mantienen equidistantes, con una longitud de dipolo de “a”, se mueven sobre una línea con la disposición de $C_1-P_1-P_2-C_2$, aumentando el espaciamiento “n x a”, donde “n” es el factor de separación del dipolo o comúnmente llamado nivel de estudio (Loke, 2001; ver cuadro 2.1).

2.7.2 Wenner-Schlumberger

Es el nuevo híbrido entre los arreglos Wenner y Schlumberger (Pazdirek y Blaha, 1996).

La disposición de los electrodos es la misma que en el arreglo Wenner, con la diferencia de que el factor “n” para este arreglo es la relación de distancia entre C_1-P_1 (o P_2-C_2), (Loke, 2001; ver cuadro 2.1).

2.7.3 Dipolo- Dipolo

Fue creado por Al'pin (1966) y utilizado en perfiles bajo la Universidad de Massachussets Institute of Technology en la adquisición de datos en la Zona Minera del Sur de Mindamar en Cape Breton Island, Nueva Escocia (Seigel *et al*, 2007; López, 2011).

Este arreglo ha sido usado en estudios de resistividad y de Polarización Inducida (IP), gracias al bajo acoplamiento entre los circuitos de corriente y potencial.

La geometría es $C_2-C_1-P_1-P_2$, en principio la distancia es equidistante entre los electrodos “a”, pero incrementa en “n x a” en C_2-C_1 y P_1-P_2 , (Loke, 2001; ver cuadro 2.1).

En el Cuadro 2.1 se muestran comparativamente las principales características de cada arreglo; del lado izquierdo la configuración del dispositivo lineal y la representación de la sección 2D y en el lado derecho algunos comentarios.

Cuadro 2.1. Características principales de los dispositivos electrodo lineales, Wenner, Wenner-Schlumberger y Dipolo-Dipolo

