

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE INGENIERÍA

**PROBLEMAS DE EXAMEN  
DE HIDRÁULICA DE MÁQUINAS  
Y FENÓMENOS TRANSITORIOS**

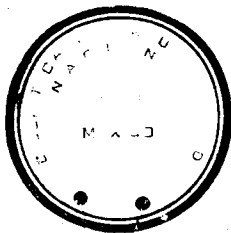
Humberto Gardea Villegas



FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE INGENIERÍA CIVIL, TOPOGRÁFICA Y GEODÉSICA  
DEPARTAMENTO DE HIDRÁULICA

GARDEA VILLEGAS, Humberto. *Problemas de examen de hidráulica de máquinas y fenómenos transitorios*. México, UNAM, Facultad de Ingeniería, 2000, 95 p.



FACULTAD DE INGENIERÍA

APUNTE  
110

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.

2000  
G.-612034



\*612034\*

*Problemas de examen de hidráulica de máquinas y fenómenos transitorios*

Prohibida la reproducción o transmisión total o parcial de esta obra por cualquier medio o sistema electrónico o mecánico (incluyendo el fotocopiado, la grabación o cualquier sistema de recuperación y almacenamiento de información), sin consentimiento por escrito del editor.

Derechos reservados.

© 2000, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

Ciudad Universitaria, 04510, México, D.F.

ISBN 968-36-7332-5

Primera edición, septiembre de 2000.

Impreso y hecho en México.

## PRÓLOGO

G- 612034

¿Para qué "problemas de examen"? Evidentemente el título sugiere como es, en efecto, que se trata de una publicación dirigida básicamente a los estudiantes, aunque pienso que puede ser también de utilidad para los ingenieros involucrados en el proyecto de centrales hidroeléctricas y de bombeo. Después de una experiencia profesional de más de cuarenta años, durante los cuales he tenido que preparar muchísimos exámenes, puedo decir que mi preocupación principal ha sido siempre convencerme de que los alumnos han entendido los conceptos básicos aunque no he soslayado mi interés en conocer la capacidad de los estudiantes para resolver numéricamente los problemas y para analizar la lógica de los resultados obtenidos. Es por eso, que en algunos enunciados se requiere que el alumno "*justifique su respuesta*". Por otra parte, he llegado a la conclusión que todos los profesores deberíamos publicar nuestros exámenes en beneficio de nuestros alumnos, que son obviamente, la razón de ser de una institución de enseñanza.

Los problemas que aquí se presentan han sido ya probados en exámenes reales y no pocas veces han sido corregidos con base en las ideas e inspiración de algunos alumnos excelentes que los han resuelto en mejor forma de la que yo supuse cuando los diseñé. Este hecho convierte a estos alumnos anónimos en coautores de este trabajo y desde luego tienen mi agradecimiento y quisiera pensar que también el de los lectores. Por lo demás, si esta publicación cae en manos de alguno de ellos, tendrán sobrada razón para decir: "ésta fue mi idea" y tener así una muy merecida recompensa con su satisfacción propia.

Los problemas pretenden apoyar de una manera práctica la materia Máquinas hidráulicas y fenómenos transitorios, que se imparte en la Facultad de Ingeniería de la UNAM, y específicamente están relacionados con mi libro *Aprovechamientos hidroeléctricos y de bombeo* (coedición Facultad de Ingeniería-Trillas, 1992). Por esto, los temas tratados siguen los mismos siete capítulos que aparecen en dicha publicación. Sin embargo, aquí se incluye toda la información requerida para resolver los ejercicios, a saber: simbología utilizada, formulario, gráficas y tablas. Por otra parte, me parece pertinente señalar que tanto los problemas como las preguntas conceptuales son creaciones mías, por lo que reflejan mi opinión sobre lo que considero importante que el lector asimile correctamente. Asumo, entonces, toda la responsabilidad, ya que en ningún momento transcribo problemas tomados de otras publicaciones, ni siquiera de mi propio libro anterior en que hay problemas distintos a los que aquí se presentan.

En mis exámenes suelo hacer por lo menos una pregunta de concepto. Por eso todos los capítulos empiezan con varias preguntas de este tipo, pero debo enfatizar que en este caso no doy las respuestas por varias razones, siendo de ellas la principal mi intención de respetar la opinión de los profesores que pudieran utilizar esta publicación y que prefieran dar un matiz distinto a la respuesta que yo sugeriría, por la misma razón no propongo el grado de dificultad de los problemas, aunque si podré decir que, en mi opinión, un examen no debe tener más de tres problemas y una pregunta de concepto. Aclaro que mi punto de vista sobre las respuestas a las preguntas de concepto está en mi libro, ya mencionado.

Sin duda un examen requiere cumplir, por lo menos, con las dos características siguientes, a saber:

- 1) Debe proporcionar la suficiente información para que el profesor conozca el grado de aprovechamiento del alumno.
- 2) Debe estar sujeto a la limitación del tiempo, que normalmente se pretende que no sobrepase al dedicado a una clase. La falta de tiempo es, sin duda, el motivo de mayor tensión para los alumnos y por tal razón preocupa en forma muy especial a los profesores.

Pensando en este segundo punto, he sugerido a mis alumnos que antes de empezar propiamente a resolver un examen, hagan lo que llamo "planteo de la solución". Procedimiento que consiste en enlistar del lado izquierdo y en cualquier orden las ecuaciones que se van a utilizar y en el mismo renglón en que se escribe cada ecuación, pero del lado derecho, anotar las incógnitas que dicha ecuación tiene. De esta manera y sin repetir las incógnitas ya anotadas, se tendrán dos columnas: la izquierda con la serie de ecuaciones por utilizar y la derecha con todas las incógnitas. En el momento en que ambos números sean iguales, se tiene un sistema determinado, es decir, se cuenta con igual número de ecuaciones que de incógnitas, y ya se dispone de todos los elementos matemáticos para resolver el ejercicio. Este procedimiento, además de ser formativo, porque implica una disciplina de planeación y orden, es altamente relajante porque desde el momento en que realmente se empieza a resolver el problema, se sabe que éste está bien planteado y tiene solución. El planteo de la solución puede requerir unos 10 o 15 minutos para un problema complicado, tiempo redituable, sin duda. Este procedimiento está descrito en los problemas que aquí se presentan, aunque en algunos casos, cuando los problemas son sencillos, el camino se simplifica un poco pero esencialmente la idea es la misma.

Todos los problemas están resueltos en lenguaje Excel, por eso esta publicación se vende con un disquete que incluye todos los problemas y su procedimiento de solución de manera que si se modifica cualquier dato del enunciado, inmediatamente cambian todos los resultados, lo que permite al lector analizar libremente las opciones que se le ocurran.

Para aprovechar mejor esta ventaja, recomiendo copiar cada problema que interese en un archivo distinto y realizar allí los cambios que se deseen sin afectar al disco original. En los casos en que los resultados no cambian automáticamente al modificar los datos, por ejemplo cuando debe incluirse información tomada de alguna gráfica o cuadro, se usa la facilidad del mencionado lenguaje de poner una nota que se puede leer a voluntad en un cuadro aparte, en este caso, en la celda correspondiente aparece un punto rojo. Por otra parte, las características de una hoja electrónica obligan a poner los números solos en cada celda. Para que estos números estén lo más cerca posible de sus unidades, opté por ponerlos a la extrema derecha de la celda y sus unidades a la extrema izquierda de la siguiente celda. Esto hace que en muchas ocasiones el valor numérico quede muy separado de la literal que lo designa. Lamento el mal aspecto que esto ocasiona.

La idea de publicar problemas de examen no es mía. En Francia se acostumbra publicar anualmente pequeños libros, llamados "Recopilación anual de temas de examen" (*Recueil Annuel de Sujets d'examen*) para obtener el certificado de bachillerato indispensable para ser admitido en cualquier institución de enseñanza superior. Estos exámenes abarcan todos los conocimientos de los estudios anteriores. Un ejemplo es el libro: *Mathématiques, bac 80*, ed. Hachette, collection "Faire Le Point". Naturalmente cada año los textos son distintos y eso proporciona al estudiante una gran información sobre la opinión que los profesores tienen respecto a lo que es necesario aprender.

Deseo manifestar mi reconocimiento a varias personas, quienes ayudaron en forma definitiva a la realización de este libro. En primer lugar, agradezco al M. en C. Gerardo Ferrando Bravo, director de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, por el impulso que da a este tipo de publicaciones. Además, expreso mi reconocimiento a mi amigo el profesor M. I. Gabriel Moreno Pecero, jefe de la División de Ingeniería Civil, Topográfica y Geodésica, por haber comprendido perfectamente la necesidad que yo tenía de disponer de una computadora personal adecuada para realizar mi trabajo e hizo lo necesario para que se me adjudicara. Además, tuve una ayuda muy valiosa que me dio un excelente exalumno, quien muy pronto será ingeniero. Le pedí su colaboración sobre todo porque me interesaba conocer la opinión de un estudiante sobre un trabajo dirigido a sus compañeros y creo que sus puntos de vista fueron enriquecedores. Se trata del joven Armando García Pérez quien durante su servicio social capturó, recalculó e hizo los dibujos en la computadora con gran esmero y, además, me dio algunas sugerencias para mejorar la redacción de los problemas que le entregué. Mi especial agradecimiento para Armando por el interés que demostró en su duro trabajo.

La corrección de estilo fue realizada en el Departamento de Apoyo Editorial de la F.I. de la UNAM, en donde, como en mis dos libros anteriores tuve el total apoyo de la maestra María Cuairán Ruidíaz, jefa del Departamento. Esta actividad estuvo a cargo de la Lic. Amelia Guadalupe Fiel Rivera, quien una vez más revisó este texto con el profesionalismo muy característico en ella y que aprecio profundamente. A ambas profesionales, cuya amistad me honra, les agradezco mucho una vez más su tolerancia y

apoyo. Asimismo, expreso mi reconocimiento a Ana María Sánchez Téllez, quien capturó las correcciones y a Elvia Angélica Torres Rojas por la corrección de algunas de las figuras.

Finalmente, quiero pedir a los lectores su opinión y señalamientos para corregir posibles errores. Sus opiniones serán siempre bienvenidas y tendrán mi total reconocimiento.

HUMBERTO GARDEA VILLEGAS

# CONTENIDO

PRÓLOGO .....	iii
SIMBOLOGÍA .....	ix
CAPÍTULO 1. CONCEPTOS BÁSICOS.....	1
CAPÍTULO 2. GENERALIDADES SOBRE EL FUNCIONAMIENTO DE PLANTAS HIDROELÉCTRICAS .....	9
CAPÍTULO 3. TEORÍA GENERAL DE LAS TURBOMÁQUINAS.....	11
CAPÍTULO 4. TURBINAS .....	19
CAPÍTULO 5. BOMBAS CENTRÍFUGAS.....	31
CAPÍTULO 6. GOLPE DE ARIETE.....	53
CAPÍTULO 7. POZO DE OSCILACIÓN .....	65
ANEXO 1. FORMULARIO .....	73
ANEXO 2. GRÁFICAS Y TABLAS.....	79
BIBLIOGRAFÍA .....	95

## Simbología

Literal	Descripción	Unidades
a	Celeridad	m / s
A	Área	m <sup>2</sup>
A*	Área de apertura de la válvula en las condiciones de inercia	m <sup>2</sup>
A <sub>c</sub>	Área de la sección transversal de la tubería de conducción	m <sup>2</sup>
A <sub>p</sub>	Área de la sección transversal de la tubería de presión	m <sup>2</sup>
<u>A</u> <sub>p</sub>	Área de la sección transversal de un pozo de oscilación	m <sup>2</sup>
A <sub>R</sub>	Área hidráulica total de acceso al rodete (entre los álabes), normal a la velocidad "v" del chorro	m <sup>2</sup>
C <sub>s</sub>	Coefficiente para considerar los remaches o la soldadura en el cálculo del espesor de la pared de una tubería de presión	adimensional
CSPN <sub>d</sub>	Carga de Succión Positiva Neta disponible	m
CSPN <sub>r</sub>	Carga de Succión Positiva Neta requerida	m
d	Diámetro de una tubería	m
d <sub>c</sub>	Diámetro de la tubería de conducción	m
d <sub>d</sub>	Diámetro de la tubería de descarga (bombeo)	m
d <sub>0</sub>	Diámetro del chiflón de una turbina Pelton	
d <sub>p</sub>	Diámetro de la tubería de presión	m
<u>d</u> <sub>p</sub>	Diámetro del pozo de oscilación	m
d <sub>s</sub>	Diámetro de la tubería de succión (bombeo)	m
D	Diámetro del rodete ( para turbinas ) o del impulsor ( para bombas )	m
D <sub>m</sub>	Diámetro del rodete o del impulsor en el modelo	m
D <sub>p</sub>	Diámetro del rodete o del impulsor en el prototipo	m
e	Módulo de elasticidad del agua	kg / cm <sup>2</sup>
E	Módulo de elasticidad del material de una tubería de presión	kg / cm <sup>2</sup>
f	Frecuencia eléctrica	Hz
f	Coefficiente de fricción para la fórmula de Darcy	adimensional



$f_g$	Factor de generación	KWH / m <sup>3</sup>
$f_p$	Factor de planta	adimensional
$f_s$	Esfuerzo de trabajo del acero	kg / cm <sup>2</sup>
F	Fuerza	kg
FS	Factor de seguridad para calcular el área mínima de la sección transversal de un pozo de oscilación cilíndrico simple <u>estable</u> utilizando la fórmula de Thoma	adimensional
g	Aceleración de la gravedad	m / s <sup>2</sup>
G	Generación	KWH
h	Altura sobre el nivel del mar	m
$h_0$	Carga hidrostática sobre la válvula (sin considerar la fricción) para el análisis del golpe de ariete	m
$H_0$	Carga neta antes de que empiece cualquier maniobra en el regulador de una turbina	m
$H_0$	Desnivel inicial entre el desfogue y el pozo de oscilación	m
H	Carga neta ( para turbinas ) o carga dinámica ( para bombas )	m
$H_A$	Presión atmosférica	metros de columna de agua
$H_b$	Carga bruta	m
$H_d$	Carga de descarga (bombas)	m
$H_s$	Carga de succión (bombas), altura de succión (turbinas)	m
$H_{ED}$	Altura estática de descarga	m
$H_{ES}$	Altura estática de succión	m
$H_{ET}$	Altura estática total	m
$H_v$	Presión de vaporización del agua	m
i	Número de orden de períodos o de iteraciones	
$k_i$	Coefficiente de la pérdida local "i"	
L	Longitud de una tubería	m
$L_c$	Longitud de la tubería de conducción	m
$L_d$	Longitud de la tubería de descarga	m
$L_p$	Longitud de la tubería de presión	m

$L_s$	Longitud de la tubería de succión	m
M	Momento o par motor	kg m
n	Coefficiente de rugosidad de Manning	Sistema MKS
N	Velocidad de giro	r.p.m.
$N_s$	Velocidad específica del proyecto	Turbinas: Sist.MKS Bombas: Sist.Inglés
$N_s'$	Velocidad específica por rodete (o impulsor)	Turbinas: Sist.MKS Bombas: Sist.Inglés
p	Pares de polos de un generador o de un motor eléctrico	
$p_d$	Presión de descarga (bombas)	kg / cm <sup>2</sup>
$p_s$	Presión de succión (bombas)	kg / cm <sup>2</sup>
P	Potencia	KW , HP , CV
Q	Gasto	m <sup>3</sup> / s
Q'	Gasto por unidad (rodete o impulsor)	m <sup>3</sup> / s
R	Empuje de un chorro sobre una placa sólida	kg
R	Factor de resbalamiento de un motor eléctrico	
$R_h$	Radio hidráulico	m
$\Sigma hf$	Suma total de las pérdidas de energía	m
t	Tiempo	s
T	Período de oscilación o de la onda de presión en el golpe de ariete	s
$T_0$	Duración de una curva de demanda u operación	horas
U	Velocidad tangencial	m / s
v	Velocidad	m / s
$v_c$	Velocidad en el túnel de conducción	m / s
$v_p$	Velocidad en la tubería de presión	m / s
$v^*$	Velocidad en las condiciones de inercia (golpe de ariete)	m / s
$v_i$	Velocidad en la tubería de conducción en la iteración "i" en la solución numérica del pozo de oscilación	m / s
V	Volumen	m <sup>3</sup>
z-	Oscilación máxima teórica medida desde el nivel del vaso o embalse	m

$z_i$	Oscilación medida desde el embalse al final de la iteración "i" en la solución numérica del pozo de oscilación	m
$z_{m\acute{a}x}$	Oscilación máxima real medida desde el vaso o embalse	m
$z_o$	Desnivel entre el embalse y el pozo de oscilación en las condiciones de inercia	m
$z$	Número de unidades	
$\delta$	Espesor de la pared de una tubería	mm , cm
$\gamma$	Peso específico del agua	kg / m <sup>3</sup>
$\eta_i$	Relación del área de apertura de una válvula al final del período "i" al área de dicha válvula en las condiciones de inercia (golpe de ariete)	
$\eta$	Eficiencia	
$\theta$	Tiempo relativo de maniobra	
$\rho$	Constante de Allievi	adimensional
$\sigma$	Coefficiente de cavitación de Thoma (turbinas y bombas)	adimensional
$\tau$	Tiempo de maniobra	s
$\omega$	Velocidad angular	rad / s
$\omega_i^2$	Relación de la carga de presión total debida al golpe de ariete al final del período "i" a la carga de presión hidrostática	

Subíndices:	Significado:
d	Descarga
g	Aceleración de la gravedad o "gráfica"
i	Al terminar el tiempo o período "i"
m	Modelo
o	Al empezar un fenómeno
p	Prototipo o "proyecto"
s	Succión

# **CAPÍTULO 1**

## **CONCEPTOS BÁSICOS**

1. Describa los factores económicos que afectan la instalación y operación de una central hidroeléctrica en relación con una térmica convencional equivalente.
2. Describa los factores económicos que afectan la instalación y operación de una central hidroeléctrica en relación con una nuclear equivalente.
3. Describa los factores económicos que afectan la instalación y operación de una central térmica convencional en relación con una nuclear equivalente.
4. Dibuje una curva de demanda típica y señale en ella la ubicación más apropiada de los diferentes tipos de centrales eléctricas. Explique las razones de su respuesta.
5. Describa brevemente las partes principales de una línea de transmisión y la función que realiza cada una de ellas.
6. ¿Por qué la línea de transmisión tiene un significado más importante en una planta hidroeléctrica que en una térmica?
7. Explique por qué la generación que puede producir una planta hidroeléctrica en un determinado tiempo es una característica básica para definirla.
8. ¿Qué importancia tienen las centrales térmicas dentro de un sistema integrado de potencia?
9. Explique qué desventaja tendría un sistema de potencia si sólo contara con centrales hidroeléctricas y no existieran plantas térmicas.
10. ¿Qué hace justificable la construcción de una planta de acumulación de energía o "de rebombeo"?
11. ¿Puede funcionar una planta de acumulación de energía sin vaso inferior? Justifique su respuesta y haga un esquema para apoyarla.
12. Desde el punto de vista económico, explique qué tipo de fuentes de energía deben desarrollarse prioritariamente en un país, ¿térmicas o hidroeléctricas?
13. Haga una lista de los beneficios y daños que puede causar una presa, incluyendo las etapas del proyecto y construcción de la obra.

14. Dados los siguientes datos, determine si se trata de una planta de pico o de base.

$$P_{\text{máxima}} = 200.00 \text{ MW}$$

$$G = 500.00 \text{ GWH / año}$$

PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(1) f_p = P_{\text{media}} / P_{\text{máxima}}$$

$$(2) P_{\text{media}} = G / T_0$$

Incógnitas:

$$f_p, P_{\text{media}}$$

Comentarios:

$$T_0 = 8760 \text{ h}$$

(Número de horas en un año)

(2 ecuaciones y 2 incógnitas)

SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(2) P_{\text{media}} = G / T_0$$

$$(1) f_p = P_{\text{media}} / P_{\text{máxima}}$$

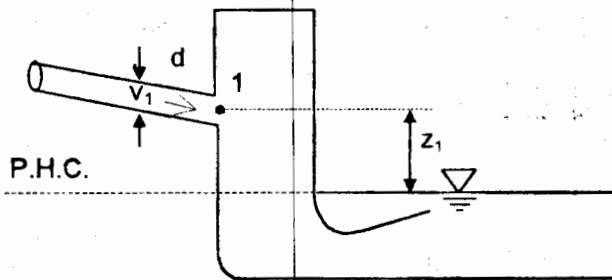
Resultados:

$$P_{\text{media}} = 57.08 \text{ MW}$$

$$f_p = 0.29$$

Debido a que el factor de planta es menor que 0.40 se trata de una planta de pico.

15. Calcule la presión en el punto 1 de la tubería de presión, si se cuenta con los datos indicados:



$$Q = 200.00 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$P = 240.00 \text{ MW}$$

$$\eta = 0.87 \text{ (turbina)}$$

$$d = 6.50 \text{ m}$$

$$z_1 = 3.00 \text{ m}$$

PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(1) H = z_1 + p_1 / \gamma + v_1^2 / 2g$$

$$(2) v_1 = Q / A$$

$$(3) A = \pi d^2 / 4$$

$$(4) P = 9.81 \eta QH \text{ [KW]}$$

Incógnitas:

$$H, p_1, v_1$$

$$A$$

(4 ecuaciones y 4 incógnitas)

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

- (4)  $P = 9.81 \eta QH$  [KW]
- (3)  $A = \pi d^2 / 4$
- (2)  $v_1 = Q / A$
- (1)  $H = z_1 + p_1 / \gamma + v_1^2 / 2g$

Resultados:

- H = 140.60 m
- A = 33.18 m<sup>2</sup>
- v<sub>1</sub> = 6.03 m/s

$p_1 / \gamma =$	<b>135.75 m</b>
------------------	-----------------

$p_1 =$	<b>13.58 kg/cm<sup>2</sup></b>
---------	--------------------------------

16. Las características de una central hidroeléctrica son las siguientes:

- |                         |               |
|-------------------------|---------------|
| $P_{media} = 650.00$ MW | $\eta = 0.82$ |
| $H_{media} = 87.00$ m   | $f_p = 0.34$  |
| Reserva = 23.50 %       |               |

Calcule:

- a) La generación G en GWH / año
- b) El volumen anual aprovechado V en millones de m<sup>3</sup>
- c) El factor de generación f<sub>g</sub> en KWH / m<sup>3</sup>
- d) La potencia máxima P<sub>máxima</sub> en MW
- e) La potencia instalada P<sub>instalada</sub> en MW

a) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $G = P_{media} I_0$

Incógnitas:

G

Comentarios:

$I_0 = 8760$  h

( Número de horas en un año )

( 1 ecuación y 1 incógnita )

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

(1)  $G = P_{media} I_0$

Resultados:

<b>G = 5,694.00 GWH/año</b>
-----------------------------

b) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- (1)  $P_{media} = 9.81 \eta Q_{medio} H_{media}$
- (2)  $V_{anual} = Q_{medio} (8760)(3600) / 10^6$

Incógnitas:

- Q<sub>medio</sub>
- V<sub>anual</sub>

Comentarios:

- [KW]
- mill. m<sup>3</sup>

( 2 ecuaciones y 2 incógnitas )

SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $P_{media} = 9.81\eta Q_{medio} H_{media}$

(2)  $V_{anual} = Q_{medio}(8760)(3600)/10^6$

Resultados:

$Q_{medio} = 928.78 \text{ m}^3/\text{s}$

$V_{anual} = 29,289.90 \text{ mill. de m}^3$

c) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $f_g = G / V$

Incógnitas:

$f_g$

(1 ecuación y 1 incógnita)

SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $f_g = G / V$

Resultados:

$f_g = 0.1944 \text{ KWH} / \text{m}^3$

d) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $f_p = P_{media} / P_{máxima}$

Incógnitas:

$P_{máxima}$

(1 ecuación y 1 incógnita)

SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $f_p = P_{media} / P_{máxima}$

Resultados:

$P_{máxima} = 1,911.76 \text{ MW}$

e) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $P_{instalada} = P_{máxima} / (1 - \%Reserva)$

Incógnitas:

$P_{instalada}$

(1 ecuación y 1 incógnita)

SOLUCIÓN

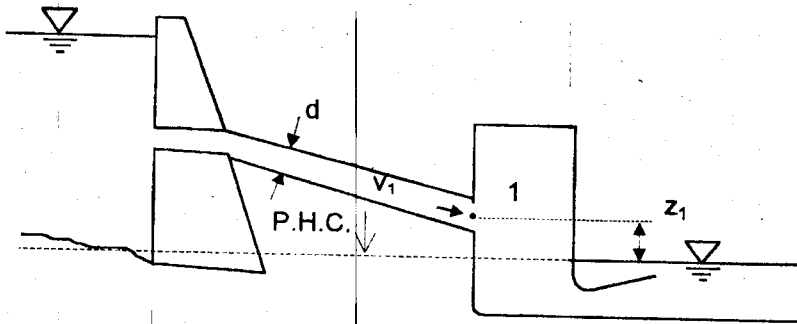
Ecuaciones:

(1)  $P_{\text{instalada}} = P_{\text{máxima}} / (1 - \% \text{reserva})$

Resultados:

$P_{\text{instalada}} = 2,499.04 \text{ MW}$

17. Una planta hidroeléctrica tiene las siguientes características:



- $d = 6.00 \text{ m}$
- $v_1 = 4.60 \text{ m/s}$
- $\rho_1 = 9.20 \text{ kg/cm}^2$
- $\eta = 0.83$
- $z_1 = 4.00 \text{ m}$

Calcule :

- a) La energía G que proporcionan las turbinas en un año (GWH)
- b) El factor de generación  $f_g$

a) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- (1)  $G = P I_0$
- (2)  $P = 9.81 \eta QH \text{ [KW]}$
- (3)  $H = z_1 + p_1/\gamma + v_1^2/2g$
- (4)  $Q = A v_1$
- (5)  $A = \pi d^2/4$

Incógnitas:

- P, G
- Q, H
- A

Comentarios:

$I_0 = 8760 \text{ horas/año}$

( 5 ecuaciones y 5 incógnitas )

SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- (3)  $H = z_1 + p_1/\gamma + v_1^2/2g$
- (5)  $A = \pi d^2/4$
- (4)  $Q = A v_1$
- (2)  $P = 9.81 \eta QH \text{ [KW]}$
- (1)  $G = P I_0$

Resultados:

- $H = 97.08 \text{ m}$
- $A = 28.27 \text{ m}^2$
- $Q = 130.06 \text{ m}^3/\text{s}$
- $P = 102,806.44 \text{ KW}$

$G = 900.58 \text{ GWH/año}$



b) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $V = Q(365 \times 24 \times 3600)$

(2)  $f_g = G / V$

Incógnitas:

V

volumen aprovechado en 1 año (m<sup>3</sup>)

f<sub>g</sub>

( 2 ecuaciones y 2 incógnitas )

Comentarios:

SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $V = Q(365 \times 24 \times 3600)$

(2)  $f_g = G / V$

Comprobación:  $f_g = H / (3600 / (9.81 \eta))$

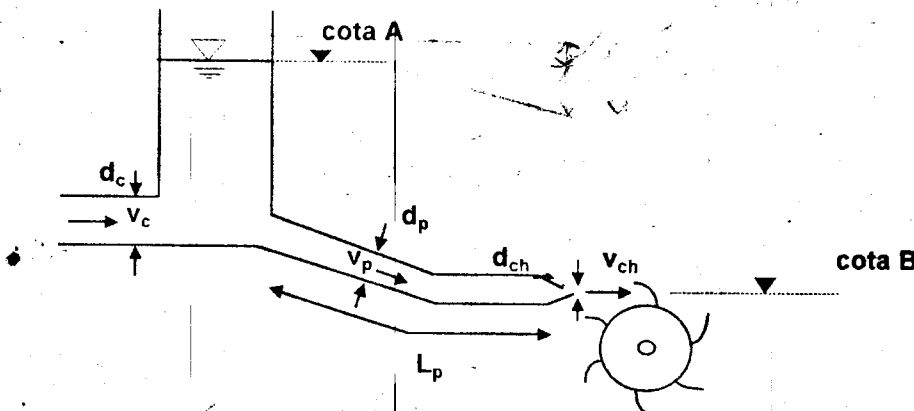
Resultados:

V = 4,101.63 mill.m<sup>3</sup>/año

**f<sub>g</sub> = 0.2196 KWH / m<sup>3</sup>**

f<sub>g</sub> = 0.2196 KWH / m<sup>3</sup>

18. Para el problema que se muestra a continuación:



- P = 5,000.00 KW
- η = 0.90
- f = 0.022 ( Darcy )
- d<sub>c</sub> = 0.55 m
- d<sub>p</sub> = 0.40 m
- d<sub>ch</sub> = 0.10 m
- L<sub>p</sub> = 600.00 m
- cota B = 100.00 m.s.n.m.

Calcule :

- a) El gasto " Q "
- b) La carga neta " H "
- c) La cota A

a) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $P = 9.81 \eta QH$  [KW]

(2)  $Q = A_{ch} v_{ch}$

(3)  $A_{ch} = \pi d_{ch}^2 / 4$

(4)  $H = v_{ch}^2 / 2g$

Incógnitas:

Q , H

A<sub>ch</sub> , v<sub>ch</sub>

Comentarios:

Área del chiflón.

Carga neta.

( 4 ecuaciones y 4 incógnitas )

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

- (3)  $A_{ch} = \pi d_{ch}^2 / 4$
- (1)  $P = 9.81 \eta QH$  [KW]
- (4)  $H = v_{ch}^2 / 2g$

(La velocidad del chiflón  $v_{ch}$  se obtuvo al resolver simultáneamente las ecuaciones 3, 1 y 4)

(2)  $Q = A_{ch} v_{ch}$

Resultados:

$A_{ch} = 0.0079 \text{ m}^2$

$v_{ch} = 112.26 \text{ m/s}$

**$Q = 0.88 \text{ m}^3 / \text{s}$**

**b) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

(1)  $H = v_{ch}^2 / 2g$

Incógnitas:

H

(1 ecuación y 1 incógnita)

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

(1)  $H = v_{ch}^2 / 2g$

Resultados:

**$H = 642.31 \text{ m}$**

**c) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

- (1)  $\text{cota A} = \text{cota B} + H + \Sigma hf_{A-B} - v_c^2 / 2g$
- (2)  $A_c = \pi d_c^2 / 4$
- (3)  $Q = A_c v_c$
- (4)  $\Sigma hf_{A-B} = f (L_p / d_p) v_p^2 / 2g$
- (5)  $(d_{ch} / d_p)^2 = v_p / v_{ch}$

Incógnitas:

cota A,  $\Sigma hf_{A-B}$ ,  $v_c$

$A_c$

$v_p$

(5 ecuaciones y 5 incógnitas)

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

- (2)  $A_c = \pi d_c^2 / 4$
- (3)  $Q = A_c v_c$
- (5)  $(d_{ch} / d_p)^2 = v_p / v_{ch}$
- (4)  $\Sigma hf_{A-B} = f (L_p / d_p) v_p^2 / 2g$
- (1)  $\text{cota A} = \text{cota B} + H + \Sigma hf_{A-B} - v_c^2 / 2g$

Resultados:

$A_c = 0.24 \text{ m}^2$

$v_c = 3.71 \text{ m/s}$

$v_p = 7.02 \text{ m/s}$

$\Sigma hf_{A-B} = 82.80 \text{ m}$

**$\text{cota A} = 824.41 \text{ m.s.n.m.}$**

19. Las centrales hidroeléctricas A y B tienen las siguientes características.

Volumen aprovechado:  
 $V_A = 10,000.00$  millones de  $m^3$  / año       $\eta_A = 0.84$        $P_A = 172.00$  MW  
 $V_B = 10,000.00$  millones de  $m^3$  / año       $\eta_B = 0.78$   
 Generación:  $G_B = 2,000.00$  GWH / año

Calcule la relación de cargas netas de las dos centrales:  $H_A / H_B$

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

- (1)  $G = (P) (T_{HR})$
- (2)  $P = 9.81 \eta Q H$
- (3)  $V = (Q) (T_{HR}) (3600)$
- (4)  $H_A / H_B$

Incógnitas:

- G
- Q, H
- $H_A / H_B$

Comentarios:

$T_{HR}$ , número de horas del año = 8,760.00

(4 ecuaciones con 4 incógnitas para cada planta)

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

- (1)  $G = (P) (T_{HR})$
- (3)  $V = (Q) (T_{HR}) (3600)$
- (2)  $P = 9.81 \eta Q H$

Resultados:

- $G_A = 1,506.72$  GWH/ año
- $Q_A = 317.10$   $m^3/s = Q_B$
- $H_A = 65.82$  m

- (1)  $G = (P) (T_{HR})$
- (2)  $P = 9.81 \eta Q H$
- (4)  $H_A / H_B$

- $P_B = 228.31$  MW
- $H_B = 94.10$  m

$H_A / H_B = 0.70$
--------------------

## **CAPÍTULO 2**

# **GENERALIDADES SOBRE EL FUNCIONAMIENTO DE PLANTAS HIDROELÉCTRICAS**

1. Mencione los principales niveles de operación que existen en una presa y explique su utilidad durante la operación de la misma.
2. ¿Qué criterios existen para determinar las aportaciones del río que servirán de base para la simulación del funcionamiento de una presa?
3. ¿Qué criterio define la altura de una obra de toma en una presa?
4. ¿Qué característica de la presa está directamente relacionada con el conocimiento de la capacidad de azolve?
5. Explique el significado y utilidad de los siguientes volúmenes en un vaso de almacenamiento: capacidad muerta, capacidad útil y capacidad de regulación.
6. Señale los parámetros que deben considerarse para determinar el hidrograma de la avenida de diseño para el vertedor de una presa e indique la razón de ser de cada uno de ellos.
7. ¿En qué nivel del embalse debe empezar el tránsito de la avenida de diseño por un vaso con el fin de proyectar el vertedor? Justifique su respuesta.
8. Describa brevemente en qué consiste la simulación del funcionamiento de una central hidroeléctrica, y cuáles son las características de diseño más importantes que se pretende obtener con dicha simulación.
9. Una vez terminada la simulación del funcionamiento en una central hidroeléctrica, ¿con qué criterio se define el nivel de diseño de las turbinas?
10. Explique el criterio que debe seguirse para determinar el nivel mínimo de operación en una central hidroeléctrica.
11. ¿Qué factores intervienen en la determinación del gasto máximo de diseño de un vertedor?

## CAPÍTULO 3

# TEORÍA GENERAL DE LAS TURBOMÁQUINAS

1. Explique el concepto de carga neta.
2. Utilizando la ecuación de la energía, determine la carga neta para el caso de las turbinas de reacción y las de impulso. Haga un esquema para cada tipo de central, señalando en cada caso sus líneas de energía y presión, así como sus cargas netas.
3. Explique el concepto de eficiencia en turbinas. Indique cómo afecta ésta a la fórmula de su potencia y por qué razón.
4. Explique el concepto de eficiencia en bombas. Indique cómo afecta ésta a la fórmula de su potencia y por qué razón.
5. ¿Cómo se define la eficiencia de la conducción en una central hidroeléctrica y qué representa?
6. Si se calcula la potencia de una turbina, utilizando la carga bruta  $H_b$  con la fórmula  $P = K \eta Q H_b$ , ¿qué significado debe tener  $\eta$ ?
7. Enumere las partes principales de una turbina y diga cuál es la función de cada una de ellas.
8. Enumere las partes principales de una bomba y diga cuál es la función de cada una de ellas.
9. Mencione las partes de las bombas y de las turbinas que tienen una función equivalente y diga por qué es así.
10. Haga un esquema de un rodete e indique los diagramas de velocidades de entrada y salida. Anote las velocidades y los ángulos que influyen en el funcionamiento de dicho rodete.
11. Haga un esquema del impulsor de una bomba centrífuga e indique los diagramas de velocidades de entrada y salida. Anote las velocidades y los ángulos que influyen en el funcionamiento de dicho impulsor.
12. Explique qué consideraciones implica presentar la ecuación de Euler para turbinas  $\eta H = (u_1 v_1 \cos \alpha_1 - u_2 v_2 \cos \alpha_2) / g$ , en la forma:  $\eta H = uv / g$ . Indique también que representan las variables  $u$  y  $v$  en esta última expresión.
13. Explique qué consideraciones implica presentar la ecuación de Euler para bombas  $H / \eta = (u_2 v_2 \cos \alpha_2 - u_1 v_1 \cos \alpha_1) / g$ , en la forma:  $H = \eta uv \cos \alpha / g$ . Indique también que representan las variables  $u$ ,  $v$  y  $\alpha$  en esta última expresión.

14. ¿Es posible que una turbina de reacción trabaje como bomba? Si es así, explique cómo lo haría y qué consecuencias tendría el funcionamiento de la máquina.

15. Una planta hidroeléctrica con una turbina Pelton tiene las siguientes características:

$$H_b = 1,615.00 \text{ m}$$

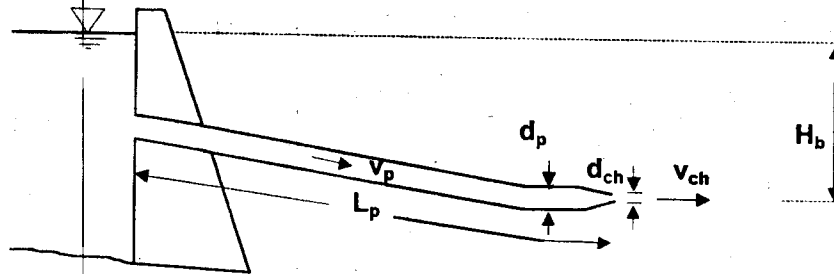
$$H = 1,600.00 \text{ m}$$

$$n = 0.016 \text{ (Manning)}$$

$$\eta = 0.86$$

$$L_p = 1,000.00 \text{ m}$$

$$d_p = 1.00 \text{ m}$$



Calcule:

a) La potencia P

b) El diámetro del chiflón  $d_{ch}$

a) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(1) P = 9.81 \eta QH \quad [\text{KW}]$$

$$(2) H = H_b - \Sigma hf$$

$$(3) \Sigma hf = (v_p n / (d_p/4)^{2/3})^2 L_p$$

$$(4) Q = (\pi d_p^2 / 4) v_p$$

Incógnitas:

P, Q

$\Sigma hf$

$v_p$

Comentarios:

$$R_h = d/4$$

( 4 ecuaciones y 4 incógnitas )

SOLUCIÓN

Ecuaciones:

Sustituyendo (4) en (3), se tiene:

$$(3') \Sigma hf = (n / (d_p/4)^{2/3})^2 L_p (4Q / \pi d_p^2)^2$$

$$(2) H = H_b - \Sigma hf :$$

$$1,600.00 = 1,615.00 -$$

Por lo que:

$$(1) P = 9.81 \eta QH:$$

Resultados:

$$\Sigma hf = 2.64 Q^2$$

$$2.64 Q^2$$

$$Q = 2.39 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$P = 32,205.47 \text{ KW}$$

b) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(1) H = v_{ch}^2 / 2g$$

$$(2) Q = (\pi d_{ch}^2 / 4) v_{ch}$$

Incógnitas:

$v_{ch}$

$d_{ch}$

Comentarios:

(ecuación de continuidad)

( 2 ecuaciones y 2 incógnitas )

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

(1)  $H = v_{ch}^2 / 2g$   
 (2)  $Q = (\pi d_{ch}^2 / 4) v_{ch}$

Resultados:

$v_{ch} =$	177.18 m/s
$d_{ch} =$	13.09 cm

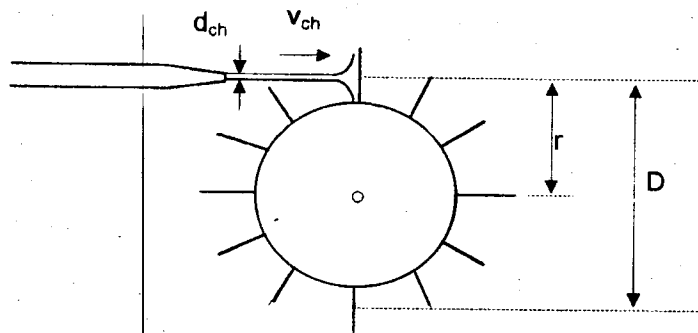
16. Para la siguiente rueda de placas planas

$D = 1.20 \text{ m}$

$N = 300.00 \text{ r.p.m.}$

$v_{ch} = 80.00 \text{ m/s}$

$d_{ch} = 0.08 \text{ m}$



Calcule:

- a) La eficiencia  $\eta$
- b) La potencia  $P$  en KW

a) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $\eta = P / P_T$   
 (2)  $P = M\omega$   
 (3)  $M = Rr$   
 (4)  $R = \gamma Q / g (v_{ch} - U)$   
 (5)  $Q = A_{ch} v_{ch}$   
 (6)  $A_{ch} = \pi d_{ch}^2 / 4$   
 (7)  $U = \pi DN / 60$   
 (8)  $r = D / 2$   
 (9)  $\omega = U / r$   
 (10)  $P_T = \gamma QH$   
 (11)  $H = v_{ch}^2 / 2g$

Incógnitas:

$\eta, P, P_T$   
 $M, \omega$   
 $R, r$   
 $Q, U$   
 $A_{ch}$   
 $H$

Comentarios:

- " $P_T$ " Potencia teórica
- " $P$ " Potencia real
- Par motor
- Empuje del chorro sobre la placa
- Velocidad tangencial
- Distancia del eje de la rueda al chorro
- Velocidad angular
- $H$  Carga neta

(11 ecuaciones y 11 incógnitas)

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

- (6)  $A_{ch} = \pi d_{ch}^2 / 4$
- (5)  $Q = A_{ch} v_{ch}$
- (7)  $U = \pi DN / 60$
- (4)  $R = \gamma Q / g (v_{ch} - U)$
- (8)  $r = D / 2$
- (3)  $M = Rr$
- (9)  $\omega = U / r$
- (2)  $P = M\omega$
- (11)  $H = v_{ch}^2 / 2g$
- (10)  $P_T = \gamma QH$
- (1)  $\eta = P / P_T$

Resultados:

$A_{ch} =$	0.00503 m <sup>2</sup>
$Q =$	0.40 m <sup>3</sup> / s
$U =$	18.85 m / s
$R =$	2,506.63 kg
$r =$	0.60 m
$M =$	1,503.98 kg m
$\omega =$	31.42 rad / s
$P =$	47,248.89 kg m / s
$H =$	326.20 m
$P_T =$	131,171.90 kg m / s
<b><math>\eta =</math></b>	<b>0.36</b>

**b) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

(1)  $P = 9.81 \eta QH$  [KW]

Incógnitas:

$P$   
( 1 ecuación y 1 incógnita )

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

(1)  $P = 9.81 \eta QH$  [KW]

Resultados:

**$P = 463.51$  KW**

Comprobación:

Este resultado ya fue calculado con la fórmula del par motor en kgm/s. Si el resultado obtenido se multiplica por 9.81 /  $\gamma$  se obtiene la potencia buscada. Es decir:

$$P_{KW} = (9.81 / 1000) ( 47,248.89 ) = 463.51 \text{ KW}$$

17. Dados los siguientes valores para una rueda de placas planas:



- $d_p = 0.60$  m ;  $d_{ch} = 0.12$  m
- $v_p = 6.00$  m/s ;  $N = 360.00$  r.p.m.
- $U = 48.00$  m/s

- a) Calcule su diámetro y su eficiencia.
- b) ¿Qué dato cambiaría para obtener la mayor eficiencia posible?  
Diga el valor del dato que cambiaría y determine la máxima eficiencia.



PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

a)

$$D = (60 U) / (\pi N)$$

b)

$$(1) \quad v_{ch} = (d_p / d_{ch})^2 (v_p)$$

$$P = \eta \gamma Q (v_{ch}^2 / 2g) = \gamma Q / g (v_{ch} U - U^2) :$$

$$P = \eta (v_{ch}^2 / 2) = 1 / (v_{ch} U - U^2) :$$

$$\eta = 2(v_{ch} U - U^2) / v_{ch}^2$$

Incógnitas:

SOLUCIÓN

D

$$D = 2.55 \text{ m};$$

$v_{ch}$

$$v_{ch} = 150.00 \text{ m/s}$$

$\eta$

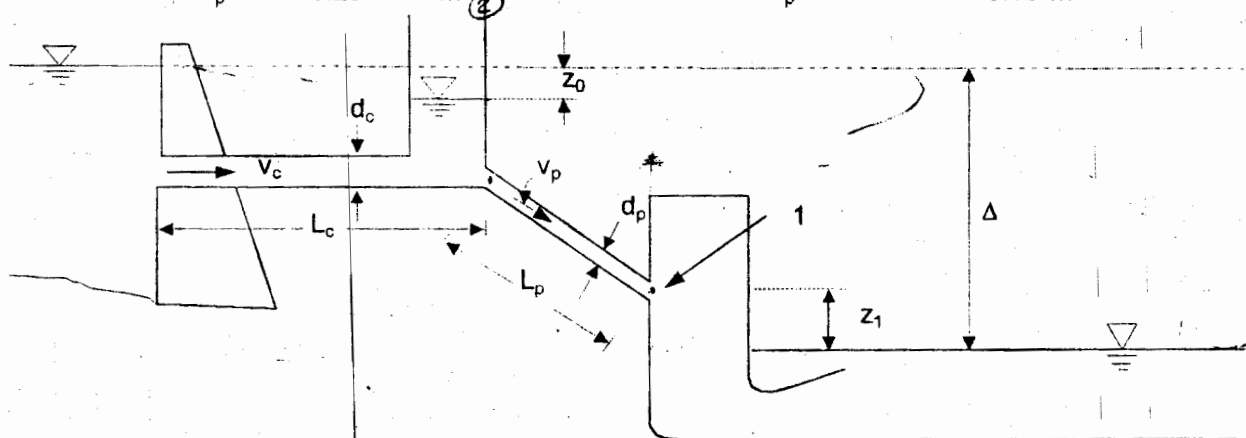
$$\eta = 0.44$$

U debería ser =  $v/2 = 75 \text{ m/s}$   
y la máxima eficiencia sería 0.50

18. Para la central hidroeléctrica de la figura:

$$\begin{aligned} f &= 0.024 && \text{(Darcy)} \\ k_e &= 0.50 && \text{(entrada)} \\ z_0 &= 3.25 && \text{m} \\ d_c &= 8.00 && \text{m} \\ d_p &= 6.20 && \text{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_1 &= 14.85 \text{ kg/cm}^2 \\ z_1 &= 4.50 \text{ m} \\ \eta &= 0.84 \\ L_c &= 685.00 \text{ m} \\ L_p &= 350.00 \text{ m} \end{aligned}$$



Calcule:

- La potencia de sus máquinas en KW
- El desnivel  $\Delta$

a) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(1) \quad P = 9.81 \eta Q H \quad [\text{KW}]$$

$$(2) \quad H = z_1 + p_1 / \gamma + v_p^2 / 2g$$

$$(3) \quad Q = (\pi d_p^2 / 4) v_p$$

$$(4) \quad z_0 = [k_e + f(L_c / d_c) + 1] v_c^2 / 2g$$

$$(5) \quad Q = (\pi d_c^2 / 4) v_c$$

Incógnitas:

$$P, Q, H$$

$$v_p$$

$$v_c$$

( 5 ecuaciones y 5 incógnitas )

### SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- (4)  $z_0 = [k_e + f(L_c/d_c) + 1] v_c^2 / 2g$
- (5)  $Q = (\pi d_c^2 / 4) v_c$
- (3)  $Q = (\pi d_p^2 / 4) v_p$
- (2)  $H = z_1 + p_1 / \gamma + v_p^2 / 2g$
- (1)  $P = 9.81 \eta QH$  [KW]

Resultados:

$v_c =$	4.24 m/s
$Q =$	212.88 m <sup>3</sup> /s
$v_p =$	7.05 m/s
$H =$	155.53 m
<b><math>P =</math></b>	<b>272,844.60 KW</b>

### b) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

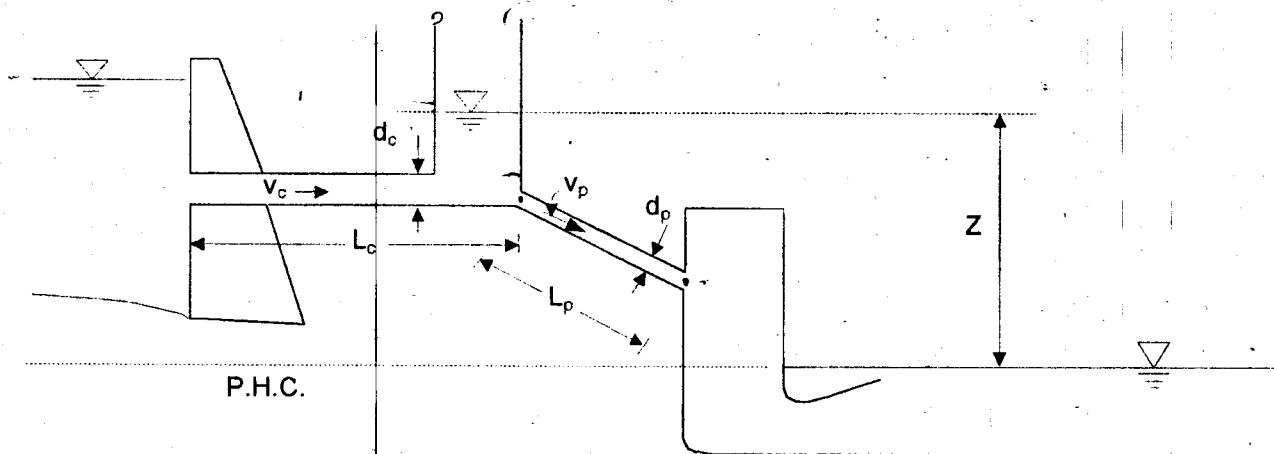
- (2)  $\Sigma hf_p = [f(L_p/d_p)] [v_p^2 / 2g]$
- (1)  $\Delta = H + \Sigma hf_p - v_c^2 / 2g$

Incógnitas:

Resultados:

$\Sigma hf_p =$	3.43 m
$\Delta =$	<b>158.05 m</b>

19. Calcule la carga bruta  $H_b$ , si se cuenta con los siguientes datos (considere sólo las pérdidas por fricción):



$L_p =$	425.00 m	$d_p =$	2.00 m
$L_c =$	1,000.00 m	$d_c =$	3.00 m
$P =$	32.00 MW	$\eta =$	0.86
$n =$	0.014 (Manning)	$Z =$	142.00 m

### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

- Notas: 1. El subíndice "p" se refiere a la tubería de presión y el "c" a la de conducción.
- 2. Las expresiones generales se escriben sin subíndices.

**Ecuaciones:**

- (1)  $H_b = Z + v_c^2 / 2g + \Sigma hf_c$
- (2)  $\Sigma hf = (n / (d/4)^{2/3})^2 v^2 L$
- (3)  $Q = (\pi d^2 / 4) v$
- (4)  $P = 9.81 \eta QH$  [KW]
- (5)  $H = Z - \Sigma hf_p$

**Incógnitas:**

- $H_b, v_c, \Sigma hf_c$
- $Q$
- $H$
- $(\Sigma hf_p)$

**Comentarios:**

$R_n = d/4$

Con la exp. (2)

(5 ecuaciones y 5 incógnitas)

**SOLUCIÓN**

**Ecuaciones:**

Sustituyendo (3) en (2):

(2')  $\Sigma hf = (n / (d/4)^{2/3})^2 (4/(\pi d^2)) Q^2 L$

Sustituyendo (2') y (4) en (5):

(3')  $P = 9.81 \eta (Z - \Sigma hf_p) Q$

Equivalente a:  $32,000 = 1,198.00 Q - 0.17943 Q^3$

(3)  $Q = (\pi d^2 / 4) v$

(1)  $H_b = Z + v_c^2 / 2g + \Sigma hf_c$

**Resultados:**

$\Sigma hf_c = 0.00576 Q^2$

$\Sigma hf_p = 0.02127 Q^2$

$Q = 31.31 \text{ m}^3/\text{s}$

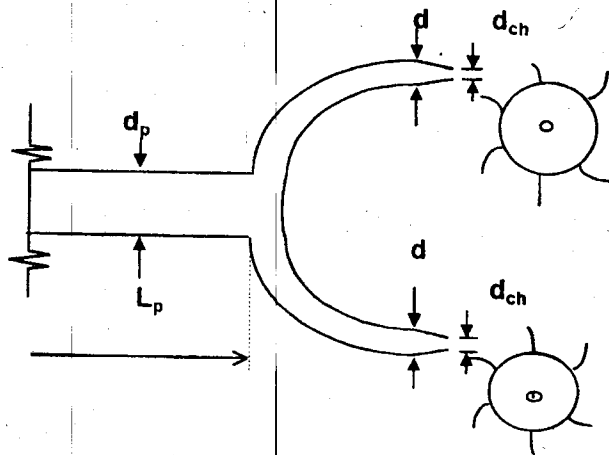
$v_c = 4.43 \text{ m/s}$

**$H_b = 148.64 \text{ m}$**

## **CAPÍTULO 4 TURBINAS**

1. Describa los criterios para clasificar las turbinas.
2. Señale y comente las principales condiciones e hipótesis para que las leyes de similitud sean válidas.
3. Explique el significado de "regulación" en turbinas hidráulicas y la razón de su importancia en un sistema de potencia.
4. Explique en qué forma el cambio en la demanda afecta a la frecuencia y qué acciones realiza el regulador para mantenerla estable.
5. Explique por qué cuando se mantiene la regulación, las leyes de similitud no son rigurosamente válidas.
6. ¿Para qué sirve el deflector en las turbinas de impulso?
7. Explique el concepto de turbina específica.
8. Explique el fenómeno de la cavitación.
9. Explique el significado e importancia de la altura de succión en turbinas.
10. Explique el concepto de turbina unitaria.
11. ¿Si dos turbinas son del mismo tipo pero de diferente diámetro, cuál tiene mayor eficiencia y por qué?
12. Describa las partes principales de una casa de máquinas y sus funciones más importantes.

13. Dos turbinas Pelton están operando bajo las siguientes condiciones:



- $f = 0.022$  (Darcy)
- $d_{ch} = 0.16$  m
- $d = 0.50$  m
- $d_p = 0.70$  m
- $L_p = 890.00$  m
- $P' = 13,500.00$  CV  
(potencia por unidad)
- $H = 550.00$  m

Calcule :

- a) La carga bruta  $H_b$  (ignore las pérdidas en los ramales de la tubería de presión).
- b) La eficiencia de cada una de las turbinas.

a) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- (1)  $v_{ch} = \sqrt{2gH}$
- (2)  $Q = 2(A_{ch} v_{ch})$
- (3)  $A_{ch} = \pi d_{ch}^2 / 4$
- (4)  $Q = A_p v_p$
- (5)  $A_p = \pi d_p^2 / 4$
- (6)  $H_b = H + [f(L_p / d_p)] [v_p^2 / 2g]$

Incógnitas:

- $v_{ch}$
- $Q, A_{ch}$
- $A_p, v_p$
- $H_b$

Comentarios:

Gasto total

(6 ecuaciones y 6 incógnitas)

SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- (1)  $v_{ch} = \sqrt{2gH}$
- (3)  $A_{ch} = \pi d_{ch}^2 / 4$
- (2)  $Q = 2(A_{ch} v_{ch})$
- (5)  $A_p = \pi d_p^2 / 4$
- (4)  $Q = A_p v_p$
- (6)  $H_b = H + [f(L_p / d_p)] [v_p^2 / 2g]$

Resultados:

- $v_{ch} = 103.88$  m/s
- $A_{ch} = 0.020$  m<sup>2</sup>
- $Q = 4.18$  m<sup>3</sup>/s
- $A_p = 0.385$  m<sup>2</sup>
- $v_p = 10.85$  m/s

$H_b = 717.97$ m
------------------

b) SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$Q' = Q / 2$$

$$P' = 13.33 \eta Q' H \quad [\text{CV}]$$

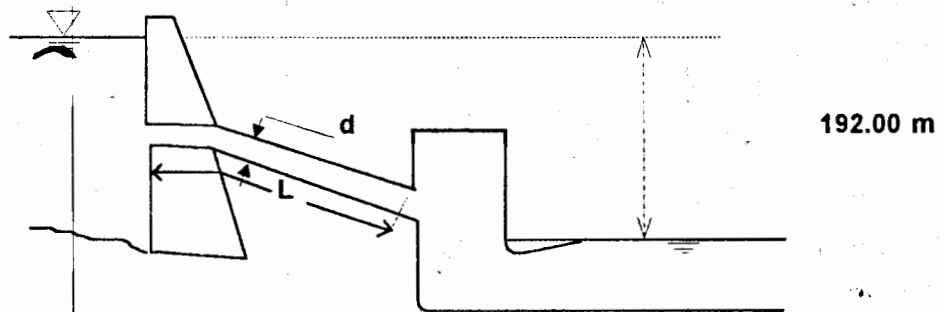
Resultados:

$$Q' = 2.09 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$\eta = 0.88$$

14. Una central hidroeléctrica tiene los siguientes datos:

$$\begin{aligned} H &= 165.00 \text{ m}; & d &= 4.00 \text{ m}; & L &= 728.00 \text{ m} \\ f &= 60 \text{ Hz}; & p &= 20 & \eta &= 0.82 \\ f &= 0.022 \text{ (Darcy)} & D &= 4.20 \text{ m} \end{aligned}$$



Como esta central trabaja adecuadamente, se desea que otra lo haga en forma semejante manteniendo la misma carga, pero con un gasto:  $Q = 77.80 \text{ m}^3/\text{s}$

Calcule el diámetro "D" del rodete, el gasto "Q", si hay necesidad de cambiarlo, y la potencia "P" de la nueva máquina.

(Considere sólo pérdidas por fricción)

PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(1) \quad h_{fm} = f (L/d) v_m^2 / 2g$$

$$(2) \quad h_{fm} = H_{bm} - H_m$$

$$(3) \quad Q_m = \pi (d^2/4)(v_m)$$

$$(4) \quad Q_p = Q_m (D_p / D_m)^2$$

$$(5) \quad N = 60 f / p$$

$$(6) \quad N_p = N_m (D_m / D_p)$$

Revisión de  $p_p$ , y ajuste de  $N_p$  con (5)

Cálculo de  $D_p$  ajustado con (6)

Cálculo de  $Q_p$  ajustado con (4)

$$(7) \quad P_p = P_m (D_p / D_m)^2$$

$$(8) \quad P_m = 13.33 \eta Q_m H_m$$

Incógnitas:

$$v_m, h_{fm}$$

$$Q_m$$

$$D_p$$

$$N_m$$

$$N_p$$

$$P_p, P_m$$

## SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- (2)  $h_{fm} = H_{bm} - H_m$
- (1)  $h_{fm} = f (L/d) v_m^2 / 2g$
- (3)  $Q_m = \pi (d^2/4)(v_m)$
- (4)  $Q_p = Q_m (D_p / D_m)^2$
- (5)  $N = 60 f / p$
- (6)  $N_p = N_m (D_m / D_p)$
- (5)  $N = 60 f / p$

Se usarán  $p = 14$

Y según (6):

De acuerdo con (4):

- (8)  $P_m = 13.33 \eta Q_m H_m$
- (7)  $P_p = P_m (D_p / D_m)^2$

Comprobación con (8):

Resultados:

$h_{fm} =$	27.00 m
$v_m =$	11.50 m/s
$Q_m =$	144.54 m <sup>3</sup> /s
$D_p =$	3.08 m
$N_m =$	180.00 r.p.m.
$N_p =$	245.35 r.p.m.
$p_p =$	14.67
$N_p =$	257.14 r.p.m.

Y según (5):

$D_p =$	2.94 m
---------	--------

$Q_p =$	70.83 m <sup>3</sup> /s
---------	-------------------------

$P_m =$	260,688.67 CV
---------	---------------

$P_p =$	127,737.45 CV
---------	---------------

$P_p =$	127,737.45 CV
---------	---------------

15. Las turbinas A y B deben trabajar según las leyes de similitud. Sus datos son los siguientes:

Turbina A:

$Q =$	135.00 m <sup>3</sup> /s
$p =$	28

$\eta =$	0.84	$H =$	110.00 m
$f =$	60 Hz;	$D =$	6.00 m

Turbina B:

$H =$	80.00 m
$\eta =$	0.84

$f =$	60 Hz;	$D =$	5.75 m
-------	--------	-------	--------

Calcule la velocidad de giro factible N y la potencia P de la turbina B. Ajuste la carga H si es necesario y anote su valor.

## PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Según la costumbre, se usará el subíndice "m" para la turbina A y el "p" para la B.

Ecuaciones:

- (1)  $(N_p / N_m) = (D_m / D_p) (H_p / H_m)^{1/2}$
- (2)  $N = 60 f / p$
- (3)  $(Q_p / Q_m) = (D_p / D_m)^2 (H_p / H_m)^{1/2}$
- (4)  $(P_p / P_m) = (D_p / D_m)^2 (H_p / H_m)^{3/2}$
- (5)  $P_m = 13.33 \eta QH$  [CV]

Incógnitas:

$N_p, N_m$

$Q_m$

$P_p, P_m$

( 5 ecuaciones y 5 incógnitas )

## SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(2) \quad N_m = 60 f / p_m$$

$$(1) \quad (N_p / N_m) = (D_m / D_p) (H_p / H_m)^{1/2}$$

$$(2) \quad N_p = 60 f / p_p$$

Resultados:

$$N_m = 128.57 \text{ r.p.m.}$$

$$N_p = 114.41 \text{ r.p.m.}$$

$$p_p = 31.46$$
  

$$p_p = 32$$

Se tomará el número entero de pares de polos, más cercano al valor calculado según las normas del fabricante

Calculando la velocidad de giro para los pares de polos ajustados anteriormente, se tiene:

$$(2) \quad N_p = 60 f / p_p$$

$N_p =$	<b>112.50</b>	<b>r.p.m.</b>
---------	---------------	---------------

Ajustando ahora la carga  $H_p$ , se tiene:

$$(1) \quad (N_p / N_m) = (D_m / D_p) (H_p / H_m)^{1/2}$$

$H_p =$	<b>77.35</b>	<b>m</b>
---------	--------------	----------

$$(3) \quad (Q_p / Q_m) = (D_p / D_m)^2 (H_p / H_m)^{1/2}$$

$$Q_p = 103.97 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(5) \quad P_m = 13.33 \eta_m Q_m H_m \quad [\text{CV}]$$

$$P_m = 166,278.42 \text{ CV}$$

$$(4) \quad (P_p / P_m) = (D_p / D_m)^2 (H_p / H_m)^{3/2}$$

$P_p =$	<b>90,041.56</b>	<b>CV</b>
---------	------------------	-----------

Comprobación:

$$(5) \quad P_p = 13.33 \eta_p Q_p H_p \quad [\text{CV}]$$

$$P_p = 90,041.56 \text{ CV}$$

16. Las turbinas A y B están sujetas a las leyes de similitud mecánica, si se cuenta con los siguientes datos:

$$f_{A,B} = 60 \text{ Hz}$$

$$H_{(A)} = 195.00 \text{ m} \quad H_{(B)} = 150.00 \text{ m}$$

$$D_A = 3.85 \text{ m} \quad D_B = 3.85 \text{ m}$$

$$N_A = 138.46 \text{ r.p.m.}$$

Calcule la  $N_B$  factible, tratando de que  $H_{(B)}$  cambie lo menos posible.

## PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(1) \quad N_B = 60 f / p$$

$$(2) \quad (N_A / N_B) = (D_B / D_A) (H_{(A)} / H_{(B)})^{1/2}$$

(2 ecuaciones y 2 incógnitas)

Incógnitas:

$$N_B, p$$

Comentarios:

$N_B$  debe ajustarse a un valor entero de  $p$

## SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(2) \quad (N_A / N_B) = (D_B / D_A) (H_{(A)} / H_{(B)})^{1/2}$$

$$(1) \quad N_B = 60 f / p$$

Resultados:

$$N_B = 121.44 \text{ r.p.m.}$$

$$p = 29.64$$



Es decir, el número de polos real debe ser:

$$p = 30$$

Con el valor anterior de  $p$ , ajustamos el nuevo  $N_B$ :

$$(1) \quad N_B = 60 f / p$$

$$N_B = 120.00 \text{ r.p.m.}$$

Este resultado implica ajustar el valor de la carga neta de la turbina B,  $H_B$ , a:

$$(2) \quad (N_A / N_B) = (D_B / D_A) (H_A / H_B)^{1/2}$$

$$H_{(B)} = 146.47 \text{ m}$$

17. Las dos turbinas Pelton, cuyos datos se indican enseguida, deben trabajar en forma semejante:

<u>turbina 1</u>	<u>turbina 2</u>
$N = 360.00 \text{ r.p.m.}$	$Q = 2.75 \text{ m}^3 / \text{s}$
$H_b = 840.00 \text{ m; (carga bruta)}$	$\eta = 0.85$
$L_p = 1,325.00 \text{ m}$	$d_{ch} = 0.17 \text{ m}$
$f = 0.024 \text{ (Darcy)}$	$f = 60 \text{ Hz}$
$Q = 2.00 \text{ m}^3 / \text{s}$	
$d_p = 0.80 \text{ m}$	
$\eta = 0.85$	

Procurando que los diámetros de los rodets  $D_1$  y  $D_2$  sean lo más parecido posible y además que  $H_1$  y  $H_2$  no alteren su valor de proyecto de acuerdo con los datos, calcule

- Los diámetros de los rodets  $D_1$  y  $D_2$
- La potencia  $P_2$
- El gasto  $Q_2$
- El nuevo diámetro del chorro de la turbina 2 para que se cumplan las condiciones del problema.

a) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- $H_1 = H_{b1} - \Sigma hf_1$
- $\Sigma hf_1 = [f (L_{p1} / d_{p1})] [v_{p1}^2 / 2g]$
- $Q_1 = (\pi (d_{p1})^2 / 4) v_{p1}$
- $Q_2 = (\pi (d_{ch2})^2 / 4) v_{ch2}$
- $H_2 = v_{ch2}^2 / 2g$
- $(N_1 / N_2) = (D_2 / D_1) (H_1 / H_2)^{1/2}$
- $N_2 = 60 f / p$
- $D_1 = 42.30 \eta_1 \sqrt{H_1} / N_1$

Incógnitas:

- $$H_1, \Sigma hf_1$$
- $$v_{p1}$$
- $$v_{ch2}$$
- $$H_2$$
- $$N_2, H_2$$
- $$p$$

Comentarios:

( $D_1 = D_2$  en un primer intento)

( 8 ecuaciones y 8 incógnitas )

## SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(3) \quad Q_1 = (\pi (d_{p1})^2 / 4) v_{p1}$$

$$(2) \quad \Sigma hf_1 = [f (L_{p1} / d_{p1})] [v_{p1}^2 / 2g]$$

$$(1) \quad H_1 = H_{b1} - \Sigma hf_1$$

$$(4) \quad Q_2 = (\pi (d_{ch2})^2 / 4) v_{ch2}$$

$$(5) \quad H_2 = v_{ch2}^2 / 2g$$

$$(6) \quad (N_1 / N_2) = (D_2 / D_1) (H_1 / H_2)^{1/2}$$

$$(7) \quad N_2 = 60 f / p$$

El valor entero de  $p$  más cercano es:

Con este nuevo valor de  $p$ ,  $N_2$  es ahora:

$$(6) \quad (N_1 / N_2) = (D_2 / D_1) (H_1 / H_2)^{1/2}$$

$$(8) \quad D_1 = 42.30 \eta_1 \sqrt{H_1} / N_1$$

Resultados:

$$v_{p1} = 3.98 \text{ m/s}$$

$$\Sigma hf_1 = 32.07 \text{ m}$$

$$H_1 = 807.93 \text{ m}$$

$$v_{ch2} = 121.16 \text{ m/s}$$

$$H_2 = 748.15 \text{ m}$$

$$N_2 = 346.43 \text{ r.p.m.}$$

$$p = 10.39$$

$$p = 10$$

$$N_2 = 360.00 \text{ r.p.m.}$$

$$D_2 / D_1 = 0.96$$

$D_1 =$	<b>2.84 m</b>
$D_2 =$	<b>2.73 m</b>

## b) SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$P_1 = 13.33 \eta_1 Q_1 H_1 \text{ [CV]}$$

$$P_2 / P_1 = (D_2 / D_1)^2 (H_2 / H_1)^{3/2}$$

Comprobación:

$$(1) \quad P_2 = 13.33 \eta_2 Q_2 H_2 \text{ [CV]}$$

Resultados:

$$P_1 = 18,308.40 \text{ CV}$$

$P_2 =$	<b>15,107.73 CV</b>
---------	---------------------

$$P_2 = 15,107.73 \text{ CV}$$

## c) SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$P_2 = 13.33 \eta_2 Q_2 H_2 \text{ [CV]}$$

Resultados:

$Q_2 =$	<b>1.78 m<sup>3</sup> / s</b>
---------	-------------------------------

## d) SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$Q_2 = A_{ch2} v_{ch2}$$

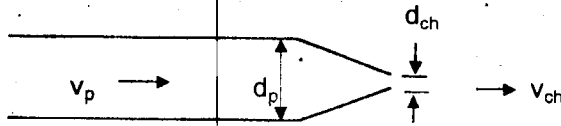
$$A_{ch2} = \pi d_{ch2}^2 / 4$$

Resultados:

$$A_{ch} = 0.0147 \text{ m}^2$$

$d_{ch} =$	<b>13.69 cm</b>
------------	-----------------

18. En una central hidroeléctrica con turbinas Pelton, cambia la carga bruta de  $H_{b0}$  a  $H_b$ . Si la eficiencia de las máquinas se mantiene constante, calcule el diámetro del chiflón necesario para garantizar la regulación ( Los subíndices " 0 " representan condiciones iniciales).



Datos:

Condición del problema:  $\eta = \eta_0$

$$H_b = 1,190.00 \text{ m}$$

$$d_p = 0.30 \text{ m}$$

$$d_{cho} = 0.050 \text{ m}$$

$$v_{cho} = 150.00 \text{ m/s}$$

Las pérdidas totales en la tubería están dadas por la expresión:  $\Sigma h_{fT} =$

$$C_f v_p^2$$

Siendo  $C_f = 3.177$

( $\Sigma h_{fT}$  en m y  $v_p$  en m/s)

### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$H = H_0 (\eta_0 / \eta)^2$$

Como las eficiencias no cambian:

$$(1) \quad H = H_0$$

$$(2) \quad H_0 = v_{cho}^2 / 2g$$

$$(3) \quad H_b = H + C_f v_p^2$$

$$(4) \quad Q = (\pi d_p^2 / 4) v_p$$

$$(5) \quad (d_p / d_{cho})^2 = v_{cho} / v_{po}$$

$$(6) \quad Q_0 = (\pi d_p^2 / 4) v_{po}$$

$$(7) \quad Q = (\pi d_{ch}^2 / 4) v_{ch}$$

Incógnitas:

$H, H_0$

$v_p$

$Q$

$v_{po}$

$Q_0$

$d_{ch}$

Comentarios:

Condición de regulación de las turbinas Pelton

Válida también en la forma:  $H = v_{ch}^2 / 2g$

De la ecuación de continuidad

$v_{ch} = v_{cho}$  según las expresiones (1) y (2)

(7 ecuaciones y 7 incógnitas)

### SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(2) \quad H_0 = v_{cho}^2 / 2g$$

$$(1) \quad H = H_0$$

$$(5) \quad (d_p / d_{cho})^2 = v_{cho} / v_{po}$$

$$(6) \quad Q_0 = (\pi d_p^2 / 4) v_{po}$$

$$(3) \quad H_b = H + C_f v_p^2$$

$$(4) \quad Q = (\pi d_p^2 / 4) v_p$$

De (1) y (2):  $v_{ch} = v_{cho}$

$$(7) \quad Q = (\pi d_{ch}^2 / 4) v_{ch}$$

(Según (3) el valor original de la carga bruta era:

Resultados:

$$H_0 = 1,146.79 \text{ m}$$

$$H = 1,146.79 \text{ m}$$

$$v_{po} = 4.17 \text{ m/s}$$

$$Q_0 = 0.295 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v_p = 3.69 \text{ m/s}$$

$$Q = 0.261 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v_{ch} = 150.00 \text{ m/s}$$

$$d_{ch} = 4.70 \text{ cm}$$

$$H_{bo} = 1,201.95 \text{ m}$$

19. Una central hidroléctrica con turbinas Pelton, sin pozo de oscilación, tiene las siguientes características:

$$H = 675.80 \text{ m}; \quad \eta = 0.88$$

$$f = 0.026$$

(Darcy)

$$L_t = 1,315.00 \text{ m};$$

$$d_t = 0.40 \text{ m}; \text{ Cota del chiflón} =$$

$$1,000.00 \text{ m.s.n.m.}$$

Determine la cota del NAMINO de manera que se garantice la regulación, aceptando que la eficiencia se mantiene constante y que el gasto mínimo admitido por la turbina es:

$$Q_{\min.} = 0.30 \text{ m}^3/\text{s}$$

### SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$v_{\min} = 4Q_{\min.}/(\pi d_t^2)$$

Resultados:

$$v_{\min.} = 2.39 \text{ m/s}$$

Siendo que la regulación en turbinas Pelton exige que se cumpla: si la eficiencia se mantiene constante, H también lo será, por lo que:

$$H = H_0 (\eta_0 / \eta)^2 ;$$

$$\text{NAMINO} = \text{Cota del chiflón} + H + f (L_t/d_t) (v_{\min.})^2 / 2g$$

<p><b>NAMINO =</b> <b>1,700.63 msnm</b></p>
---

20. Los datos de un proyecto hidroeléctrico son los siguientes:

$$N = 180.00 \text{ r.p.m.}$$

$$Q = 365.14 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H = 78.54 \text{ m}$$

$$\eta = 0.82$$

a) Determine el número y tipo de unidades (Use el criterio del USBR).

b) Si se quisiera instalar rodets Pelton de 6 chiflones ¿cuántos tendrían que ser?

### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(1) Ns = (N P^{1/2}) / H^{5/4}$$

$$(2) P = 13.33 \eta QH$$

Suponiendo tipo Francis:

$$(3) Ns'_{\max} = 2334 / H^{1/2}$$

$$(4) z = (Ns/Ns'_{\max})^2$$

Incógnitas:

Ns, P

Ns'\_{\max}

z

Ajuste de z

Cálculo de Ns' rea

Ecs.:

(2):

(1):

(3):

(4):

z =

(4):

### SOLUCIÓN

Resultados:

$$P = 313,468.79 \text{ CV}$$

$$Ns = 431.03$$

$$Ns'_{\max} = 263.36$$

$$z = 2.68$$

$$z = 3$$

$$Ns' = 248.85$$

En la tabla 1, se ve que se trata de turbinas tipo Francis normal.

<b>3 unidades tipo Francis Normal con</b>	<b>Ns' =</b>	<b>248.85</b>
---	--------------	---------------

b)

Una Pelton de 6 chiflones acepta Ns'\_{\max} = 85.00 (Tabla 1)

Luego, según (4):

$$z = 25.71$$

Por lo que el número de unidades debe ser:

$$z = 26$$

Con una velocidad específica por unidad de:

$$Ns' = 84.53$$

<p><b>Se necesitarían 26 unidades Pelton</b> <b>de 6 chiflones con Ns' =</b></p>	<b>84.53</b>
--	--------------

(Alternativa a todas luces absurda)

21. En un proyecto hidroeléctrico se cuenta con los siguientes datos:

H =	125.00 m	Q =	152.00 m <sup>3</sup> /s
η =	0.82	N =	136.36 r.p.m.
h =	1,850.00 m.s.n.m.	t =	40 °C

Calcule:

- El número, tipo de unidades y la velocidad específica por rodete  $N_s'$
- La altura de succión  $H_s$ . Indíquela en un esquema.

a) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

SOLUCIÓN

Ecuaciones:	Incógnitas:	Ecs.:	Resultados:	Comentarios:
(1) $z = (N_s / N_s')^2$	$z, N_s, N_s'$	(3)	$P = 207,681.40 \text{ CV}$	
(2) $N_s = (N P^{1/2}) / H^{5/4}$	$P$	(2)	$N_s = 148.68$	
(3) $P = 13.33 \eta Q H \text{ [CV]}$		(4)	$N_s' = 136.45$	
(4) $N_s' < (2420 / \sqrt{H}) - 80$		(1)	$z = 1.19$	(Schapov) (valor ajustado) (por unidad)
(4 ecuaciones y 4 incógnitas)			$z = 2$	
			$N_s' = 105.13$	

Según la tabla 1, la solución es:

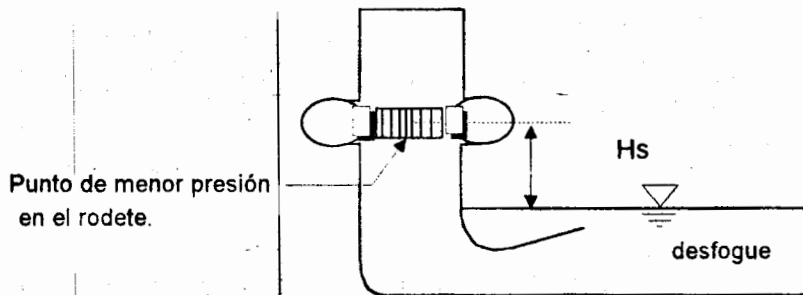
<b>2 unidades tipo Francis lenta con <math>N_s' = 105.13</math></b>
---

b) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

SOLUCIÓN

$H_v$  para la temperatura del proyecto según la gráfica 3, vale: **0.75 m**

Ecuaciones:	Incógnitas:	Ecs.:	Resultados:
(1) $H_s = H_A - H_v - \sigma H$	$H_s, H_A, \sigma$	(3)	$\sigma = 0.0408$
(2) $H_A = 10 - (h / 900)$		(2)	$H_A = 7.94 \text{ m}$
(3) $\sigma = (0.01 N_s' - 0.54)^2 / 45 + 0.035$		(1)	<b><math>H_s = 2.09 \text{ m}</math></b>
(3 ecuaciones y 3 incógnitas)			



22. Utilizando las curvas de isoeficiencia, determine el rango de potencias en que puede trabajar la turbina, cuyos datos se indican, sin que disminuya la eficiencia original.

η =	0.85	H =	140.00 m	D =	4.80 m
		N =	180.00 r.p.m.	P =	123,000.00 CV

## PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- (1)  $N_s = (N P^{1/2}) / H^{5/4}$
- (2)  $\eta_u = 1 - [(1 - \eta_p) (1.4 + 1/\sqrt{D_u}) / (1.4 + 1/\sqrt{D_p})]$
- (3)  $N_u = ND / \sqrt{H}$
- (4)  $Q_u = Q' / (D^2 \sqrt{H})$
- (5)  $P = 13.33 \eta Q H$  [CV]

( 5 ecuaciones y 5 incógnitas )

Incógnitas:

$N_s$   
 $\eta_u$   
 $N_u$   
 $Q'$   
 $P$

Comentarios:

De la tabla 1 con  $N_s$  se selecciona el tipo de turbina.

(Francis o Kaplan)

Gasto por unidad

## SOLUCIÓN

Nota: Para poder usar las curvas de isoeficiencia primero se debe conocer el tipo de turbina apropiado.

Ecuaciones:

$$(1) N_s = (N P^{1/2}) / H^{5/4}$$

Resultados:

$$N_s = 131.09$$

Con el valor de  $N_s$  en la tabla 1 se ve que se trata de una turbina Francis

Ahora se utilizará la fórmula de Camerer para calcular la eficiencia de la turbina unitaria  $\eta_u$ .

$$(2) \eta_u = 1 - [(1 - \eta_p) (1.4 + 1/\sqrt{D_u}) / (1.4 + 1/\sqrt{D_p})]$$

$$\eta_u = 0.81$$

$$(3) N_u = ND / \sqrt{H}$$

$$N_u = 73.02$$

Utilizando la gráfica 4.b para una turbina Francis con  $N_s' = 130$ , y entrando con  $N_u$  y  $\eta_u$ , tenemos:

$$(4) Q_{umax} = Q'_{max} / (D^2 \sqrt{H})$$

$$Q_{umax} = 0.41 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(4) Q_{umin} = Q'_{min} / (D^2 \sqrt{H})$$

$$Q_{umin} = 0.27 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(5) P_{min} = 13.33 \eta Q_{max} H$$
 [CV]

$$Q'_{max} = 111.77 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q'_{min} = 73.61 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$P_{max} = 177,299.48 \text{ CV}$$

$$(5) P_{min} = 13.33 \eta Q_{min} H$$
 [CV]

$$P_{min} = 116,758.19 \text{ CV}$$

23. Una turbina Kaplan tiene las siguientes características:

$$N = 112.50 \text{ rpm}$$

$$H = 42.00 \text{ m}$$

$$P = 215,300.00 \text{ CV}$$

Utilizando la curva de isoeficiencia apropiada, calcule para la máxima eficiencia posible:

- a) El diámetro del rodete.
- b) La potencia máxima real.

a) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(1) N_s = (N P^{1/2}) / H^{5/4}$$

Se usará la gráfica 6.b que corresponde al rodete Kaplan con  $N_s' = 500$ . En ella se aprecia que  $\eta_{umax} = 0.84$ , para un valor aproximado de:

$$\eta_{umax} =$$

0.84 , para un valor aproximado de:

$$N_s = 488.22$$

$$N_u = 108$$

Por lo que el diámetro buscado es:

$$(2) N_u = ND / \sqrt{H}$$

$D =$	$6.22 \text{ m}$
-------	------------------

b) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

En la gráfica 6.b, para los valores de  $N_u$  y  $\eta_{umax}$  definidos en el inciso anterior, se lee:

$$Q_{umax} = 1.14 \text{ [m}^3/\text{s]}$$

Ecuaciones:

$$(1) Q_{umax} = Q_{max} / (D^2 \sqrt{H})$$

$$(2) \eta = 1 - (1 - \eta_u)(1.4 + 1 / \sqrt{D}) / (1.4 + 1 / \sqrt{D_u})$$

$$(3) P_{max} = 13.33 \eta_{max} Q_{max} H \text{ [CV]}$$

Resultados:

$$Q_{max} = 285.97 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\eta_{max} = 0.88$$

$P_{max} =$	$140,881.27 \text{ CV}$
-------------	-------------------------

## CAPÍTULO 5

# BOMBAS CENTRÍFUGAS

1. ¿Cómo se clasifican las bombas según su forma de operar?
2. Explique cuál es la diferencia entre las bombas de succión sencilla y las bombas de doble succión.
3. Haga una lista de los principales accesorios hidráulicos de protección que deben tener las instalaciones de bombeo, y explique para qué sirve cada uno de ellos.
4. ¿Qué función básica tienen las bombas centrífugas en un proyecto?
5. ¿Cómo se define la carga dinámica de una bomba y qué representa?
6. ¿Qué es la carga de succión en una instalación de bombeo?
7. ¿Qué características de las bombas centrífugas las hacen más vulnerables que las turbinas a los daños provocados por la cavitación?
8. ¿Qué es la carga de descarga en una instalación de bombeo?
9. Explique qué representan físicamente la altura estática de succión, la altura estática de descarga y la altura estática total.
10. ¿Qué es la curva de carga de un proyecto y cómo se obtiene?
11. ¿Cómo obtiene el fabricante la curva de carga de una bomba en particular?
12. ¿Qué es el punto de operación de una instalación de bombeo y qué significado tiene en el proyecto?
13. ¿Cómo se obtienen las curvas de carga de un sistema de bombas en serie y cómo se utilizan durante la operación del sistema?
14. ¿Cómo se obtienen las curvas de carga de un sistema de bombas en paralelo y cómo se utilizan durante la operación del sistema?
15. ¿Por qué las leyes de similitud son las mismas para el caso de bombas y turbinas?
16. Los cambios en el funcionamiento de una bomba cuando se recorta su impulsor, ¿están sujetos a las leyes de similitud? Justifique su respuesta.
17. ¿Cuál es el significado y utilidad de la carga de succión positiva neta disponible  $CSPN_d$  en un proyecto de bombeo?



18. ¿En qué forma se obtiene la CSPN<sub>d</sub> de un proyecto de bombeo?
19. ¿Cómo obtiene el fabricante la carga de succión positiva neta requerida CSPN<sub>d</sub> de una bomba en particular?
20. De acuerdo con los siguientes datos de una bomba:

$\eta =$	0.62	$Q =$	15.00 l/s	$f =$	0.020 (Darcy)
Tubería de succión:			Tubería de descarga:		
$H_{ES} =$	4.00 m	$H_{ED} =$	65.00 m	$d_d =$	3.00 "
$d_s =$	4.00 "	$L_d =$	125.00 m	$k =$	0.90
$L_s =$	12.00 m	$k =$	0.90	$k =$	0.20
1 codo de 90° $k = 0.90$			codo de 90° 1 válvula de compuerta abierta		

Calcule:

- a) La potencia en HP  
b) La presión en el ojo del impulsor.

### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

a)

Ecuaciones:

- (1)  $P = 13.15 Q H / \eta$  [HP]
- (2)  $H = H_{ET} + \Sigma hf_s + \Sigma hf_d$
- (3)  $H_{ET} = H_{ED} - H_{ES}$
- (4)  $\Sigma hf_s = [(f L_s / d_s) + \Sigma k_i] [v_s^2 / 2g]$
- (5)  $\Sigma hf_d = [(f L_d / d_d) + \Sigma k_i + 1] [v_d^2 / 2g]$
- (6)  $Q = A_s v_s$
- (7)  $Q = A_d v_d$
- (8)  $A_s = \pi d_s^2 / 4$
- (9)  $A_d = \pi d_d^2 / 4$

Incógnitas:

- $P, H$   
 $H_{ET}, \Sigma hf_s, \Sigma hf_d$   
 $v_s$   
 $v_d$   
 $A_s$   
 $A_d$

(9 ecuaciones y 9 incógnitas)

### SOLUCIÓN

- (8)  $A_s = \pi d_s^2 / 4$
- (6)  $Q = A_s v_s$
- (4)  $\Sigma hf_s = [(f L_s / d_s) + \Sigma k_i] [v_s^2 / 2g]$
- (9)  $A_d = \pi d_d^2 / 4$
- (7)  $Q = A_d v_d$
- (5)  $\Sigma hf_d = [(f L_d / d_d) + \Sigma k_i + 1] [v_d^2 / 2g]$
- (3)  $H_{ET} = H_{ED} - H_{ES}$
- (2)  $H = H_{ET} + \Sigma hf_s + \Sigma hf_d$
- (1)  $P = 13.15 Q H / \eta$  [HP]

- $A_s = 0.0080 \text{ m}^2$   
 $v_s = 1.88 \text{ m/s}$   
 $\Sigma hf_s = 0.59 \text{ m}$   
 $A_d = 0.0045 \text{ m}^2$   
 $v_d = 3.34 \text{ m/s}$   
 $\Sigma hf_d = 19.85 \text{ m}$   
 $H_{ET} = 61.00 \text{ m}$   
 $H = 81.44 \text{ m}$

$P = 25.91 \text{ HP}$
------------------------

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

b)

Ecuaciones:

(1)  $H_s = H_{ES} - \Sigma h_{fs}$   
 (2)  $H_s = p_s / \gamma + v_s^2 / 2g$

Incógnitas:

$H_s$   
 $p_s$

( 2 ecuaciones y 2 incógnitas )

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

(1)  $H_s = H_{ES} - \Sigma h_{fs}$   
 (2)  $H_s = p_s / \gamma + v_s^2 / 2g$

Resultados:

$H_s = 3.41 \text{ m}$   
 $p_s / \gamma = 3.23 \text{ m}$

$p_s = 0.32 \text{ kg / cm}^2$
--------------------------------

21. En una instalación de bombeo se requiere proporcionar un gasto:

$Q = 22.00 \text{ l/s}$

La curva de carga del proyecto está representada por la ecuación:

$H = 28 + 0.0412 Q^2$

Si se dispone de dos bombas cuyas curvas de carga son las siguientes:

bomba 1:  $H_1 = 75 - 0.0342 Q^2$       y      bomba 2:  $H_2 = 46 - 0.160 Q^2$

(En las ecuaciones señaladas, Q está en l/s y H en m)

- a) Seleccione la bomba más adecuada, explicando con la ayuda de las curvas necesarias, la razón de su respuesta.
- b) Si hay necesidad de estrangular la descarga con la bomba seleccionada, determine en cuánto deben aumentar las pérdidas para obtener el gasto deseado.

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

a)

Ecuaciones:

(1)  $H = 28 + 0.0412 Q^2$   
 (2)  $H_1 = 75 - 0.0342 Q^2$   
 (3)  $H_2 = 46 - 0.160 Q^2$

Incógnitas:

$H$   
 $H_1$   
 $H_2$

(3 ecuaciones con 3 incógnitas)

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

(1)  $H = 28 + 0.0412 Q^2$   
 (2)  $H_1 = 75 - 0.0342 Q^2$   
 (3)  $H_2 = 46 - 0.160 Q^2$

Resultados:

$H = 47.94 \text{ m}$   
 $H_1 = 58.45 \text{ m}$   
 $H_2 = 38.26 \text{ m}$

Comentarios:

Carga dinámica total  
 Bomba 1  
 Bomba 2

La carga del proyecto sólo puede cubrirse con la bomba 1 cuya  $H_1 > H$  ( $H = 47.94$  m, que es la necesaria para dar el gasto deseado), por lo que:

**La bomba apropiada es la 1**

**b) SOLUCIÓN**

$\Delta h_f = H_1 - H = 10.51$  m

El gasto buscado se logra estrangulando la descarga en un valor:

$\Delta h_f = 10.51$  m

22. Se desea instalar una bomba de doble succión con la flecha a través del ojo del impulsor, bajo las siguientes condiciones:

$H_{ET} =$	65.00 m	$h =$	1,100.00 m.s.n.m.
$Q =$	180.00 l/s	$t =$	40.00 °C
$N =$	1,758.00 r.p.m.	$f =$	0.024 (Darcy)

Características de la succión:

$L_s =$	15.00 m		1 válvula check $k = 2.50$
$d_s =$	14.00 "		1 pichanca $k = 5.50$
	1 codo de 90°	$k = 0.90$	

Características de la descarga:

$L_d =$	185.00 m		1 codo de 90° $k = 0.90$
$d_d =$	10.00 "		1 válvula abierta $k = 0.20$

- a) Determine la posición más elevada que puede tener la bomba y haga un esquema en el que indique su localización.
- b) Calcule la potencia de la bomba (HP).

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

a)

Ecuaciones:

- (1)  $Q = A_s v_s$
- (2)  $A_s = \pi d_s^2 / 4$
- (3)  $\Sigma h_{f_s} = [ (f L_s / d_s) + \Sigma k_i ] [ v_s^2 / 2g ]$
- (4)  $Q = A_d v_d$
- (5)  $A_d = \pi d_d^2 / 4$
- (6)  $\Sigma h_{f_d} = [ (f L_d / d_d) + \Sigma k_i + 1 ] [ v_d^2 / 2g ]$
- (7)  $H = H_{ET} + \Sigma h_{f_s} + \Sigma h_{f_d}$
- (8)  $N_s' = N Q^{1/2} / H^{3/4}$

Incógnitas: Comentarios:

$A_s, v_s$	
$\Sigma h_{f_s}$	
$A_d, v_d$	
$\Sigma h_{f_d}$	
$H$	
$N_s'$	[GPM, ft]

$$(9) H_{Ap} = 10 - (h / 900)$$

$$(10) H_{Sp} = 9.90 + H_{Sg} - H_{Ap} + H_{Vp}$$

$$(11) H_{Sp} = H_{ES} - \Sigma hf_s$$

 $H_{Ap}$ 
 $H_{Sp}$ 
 $H_s$ 
 $H_{Sg}$  (gráfica 8.a);

 $H_{Vp}$  (gráfica 3)

(11 ecuaciones y 11 incógnitas)

### SOLUCIÓN

Debido a que no se conoce la CSPN<sub>d</sub> del proyecto, se utilizarán las cartas del Instituto de Hidráulica de E.U.

Ecuaciones:

$$(2) A_s = \pi d_s^2 / 4$$

$$(1) Q = A_s v_s$$

$$(3) \Sigma hf_s = [(f L_s / d_s) + \Sigma k_i] [v_s^2 / 2g]$$

$$(5) A_d = \pi d_d^2 / 4$$

$$(4) Q = A_d v_d$$

$$(6) \Sigma hf_d = [(f L_d / d_d) + \Sigma k_i + 1] [v_d^2 / 2g]$$

$$(7) H = H_{ET} + \Sigma hf_s + \Sigma hf_d$$

$$(8) N_s' = N Q^{1/2} / H^{3/4}$$

Utilizando la gráfica 8.a con los valores de H y N<sub>s</sub>', obtenemos H<sub>Sg</sub>:

$$(9) H_{Ap} = 10 - (h / 900)$$

Para la temperatura del agua, según la gráfica 3:

$$(10) H_{Sp} = 9.90 + H_{Sg} - H_{Ap} + H_{Vp}$$

$$(11) H_{Sp} = H_{ES} - \Sigma hf_s$$

Resultados:

$$A_s = 0.10 \text{ m}^2$$

$$v_s = 1.81 \text{ m/s}$$

$$\Sigma hf_s = 1.66 \text{ m}$$

$$A_d = 0.05 \text{ m}^2$$

$$v_d = 3.55 \text{ m/s}$$

$$\Sigma hf_d = 12.59 \text{ m}$$

$$H = 79.25 \text{ m}$$

$$H = 259.95 \text{ ft}$$

$$N_s' = 1,450.49$$

$$H_{Sg} = -19.00 \text{ ft}$$

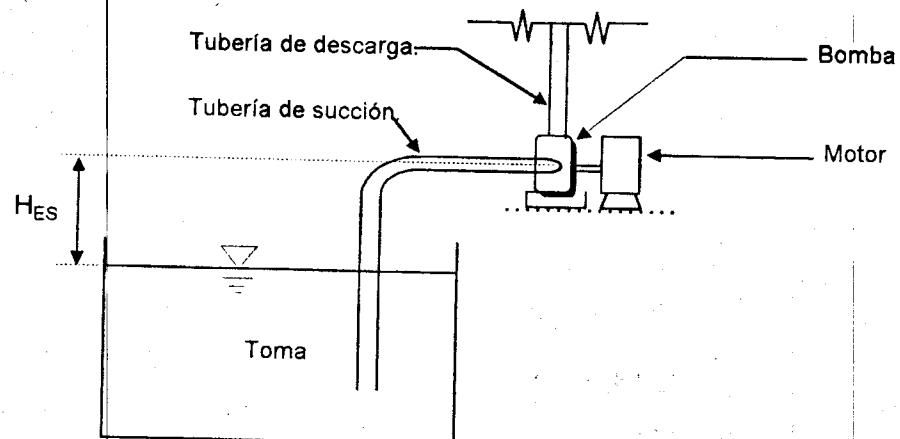
$$H_{Sg} = -5.79 \text{ m}$$

$$H_{Ap} = 8.78 \text{ m}$$

$$H_{Vp} = 0.75$$

$$H_{Sp} = -3.92 \text{ m}$$

$$H_{ES} = -2.26 \text{ m}$$



b) El gasto es:  $Q = 2,853.18 \text{ GPM}$  y como  $N_s = 1,450.49$   
 en la gráfica 7 se lee:  $\eta = 0.85$   
 Luego, la potencia de la bomba es:  $P = 13.15 \text{ Q H} / \eta$

$P =$	<b>220.70 HP</b>
-------	------------------

23. Una bomba tiene las siguientes características:

$CSPN_r =$	3.25 m	$H_{ES} =$	-2.00 m
$Q =$	12.00 l/s	$t =$	30.00 °C
$h =$	1,650.00 m.s.n.m.		

Tubería de succión:

$L_s =$	4.50 m	1 pichancha $k = 5.50$
$f =$	0.022 (Darcy)	1 codo de 90° $k = 0.90$
$d_s =$	4.00 "	1 válvula check $k = 2.00$

- a) ¿La bomba cavita?  
 b) ¿Cuál es el gasto máximo posible sin que se presente cavitación, si se mantienen las características geométricas de la succión y se acepta que la  $CSPN_r$  no varía?

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

a)			
Ecuaciones:		Incógnitas:	Comentarios:
(1) $CSPN_d = H_A - H_v + H_s$		$CSPN_d, H_A, H_s$	$H_v$ (gráfica 3)
(2) $H_A = 10 - (h / 900)$			
(3) $H_s = H_{ES} - \Sigma hf_s$		$\Sigma hf_s$	
(4) $\Sigma hf_s = [(f L_s / d_s) + \Sigma k_i] [v_s^2 / 2g]$		$v_s$	
(5) $Q = A_s v_s$		$A_s$	
(6) $A_s = \pi d_s^2 / 4$			
	(6 ecuaciones y 6 incógnitas)		

**SOLUCIÓN**

Según la gráfica 3 y para la temperatura del agua tenemos:  $H_v = 0.43 \text{ m}$

Ecuaciones:		Resultados:	
(2) $H_A = 10 - (h / 900)$		$H_A =$	8.17 m
(6) $A_s = \pi d_s^2 / 4$		$A_s =$	0.0081 m <sup>2</sup>
(5) $Q = A_s v_s$		$v_s =$	1.48 m/s
(4) $\Sigma hf_s = [(f L_s / d_s) + \Sigma k_i] [v_s^2 / 2g]$		$\Sigma hf_s =$	1.05 m
(3) $H_s = H_{ES} - \Sigma hf_s$		$H_s =$	-3.05 m
(1) $CSPN_d = H_A - H_v + H_s$		$CSPN_d =$	4.69 m

Debido a que $CSPN_d > CSPN_r$ , la bomba no cavita
---

PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

b)

Ecuaciones:

- (1)  $CSPN_r = H_A - H_v + H_s$
- (2)  $H_s = H_{ES} - \Sigma hf_s$
- (3)  $\Sigma hf_s = [ (f L_s / d_s) + \Sigma k_i ] [ v_s^2 / 2g ]$
- (4)  $Q_{m\acute{a}x} = A_s v_s$
- (5)  $A_s = \pi d_s^2 / 4$

Incógnitas:

- $H_s$
- $\Sigma hf_s$
- $v_s$
- $Q_{m\acute{a}x}, A_s$

( 5 ecuaciones y 5 incógnitas )

SOLUCIÓN

Ecuaciones:

El gasto máximo buscado se presenta cuando la  $CSPN_d = CSPN_r$  y esto, según la expresión (1) corresponde a un valor máximo de  $H_s$ , es decir:

- (1)  $CSPN_r = H_A - H_v + H_s$
- (2)  $H_s = H_{ES} - \Sigma hf_s$
- (3)  $\Sigma hf_s = [ (f L_s / d_s) + \Sigma k_i ] [ v_s^2 / 2g ]$
- (5)  $A_s = \pi d_s^2 / 4$
- (4)  $Q_{m\acute{a}x} = A_s v_s$

Resultados:

- $H_{s_{m\acute{a}x}} = -4.49 \text{ m}$
- $\Sigma hf_s = 2.49 \text{ m}$
- $v_s = 2.28 \text{ m/s}$
- $A_s = 0.01 \text{ m}^2$

$Q_{m\acute{a}x} = 18.50 \text{ l/s}$
---------------------------------------

24. Un proyecto de bombeo tiene las siguientes características:

- |                                 |                                    |
|---------------------------------|------------------------------------|
| $Q = 35.00 \text{ l/s}$         | $\sigma = 0.10$                    |
| $H_{ET} = 48.00 \text{ m}$      | $f = 0.028 \text{ (Darcy)}$        |
| $\eta = 0.68$                   | $t = 30.00 \text{ }^\circ\text{C}$ |
| $h = 1,650.00 \text{ m.s.n.m.}$ |                                    |

Tubería de succión:

- $d_s = 8.00 \text{ ''}$
- $L_s = 12.00 \text{ m}$
- 1 codo de  $90^\circ$   $k = 0.90$
- 1 válvula check  $k = 2.00$

Tubería de descarga:

- $d_d = 6.00 \text{ ''}$
- $L_d = 82.00 \text{ m}$
- 1 válvula de compuerta  $k = 0.20$
- 2 codos de  $90^\circ$   $k = 0.90$

Calcule:

- a) La potencia de la bomba en HP.
- b) La altura máxima que la bomba puede adoptar sobre la superficie de la toma.  
Haga un esquema en el cual indique la posición de la bomba.

### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

a)

Ecuaciones:

- (1)  $P = 13.15 Q H / \eta$  [HP]
- (2)  $H = H_{ET} + \Sigma hf_s + \Sigma hf_d$
- (3)  $\Sigma hf_s = [(f L_s / d_s) + \Sigma k_i] [v_s^2 / 2g]$
- (4)  $\Sigma hf_d = [(f L_d / d_d) + \Sigma k_i + 1] [v_d^2 / 2g]$
- (5)  $Q = A_s v_s$
- (6)  $Q = A_d v_d$
- (7)  $A_s = \pi d_s^2 / 4$
- (8)  $A_d = \pi d_d^2 / 4$

Incógnitas:

$P, H$   
 $\Sigma hf_s, \Sigma hf_d$   
 $v_s$   
 $v_d$   
 $A_s$   
 $A_d$

( 8 ecuaciones y 8 incógnitas )

### SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- (7)  $A_s = \pi d_s^2 / 4$
- (5)  $Q = A_s v_s$
- (3)  $\Sigma hf_s = [(f L_s / d_s) + \Sigma k_i] [v_s^2 / 2g]$
- (8)  $A_d = \pi d_d^2 / 4$
- (6)  $Q = A_d v_d$
- (4)  $\Sigma hf_d = [(f L_d / d_d) + \Sigma k_i + 1] [v_d^2 / 2g]$
- (2)  $H = H_{ET} + \Sigma hf_s + \Sigma hf_d$
- (1)  $P = 13.15 Q H / \eta$  [HP]

Resultados:

$A_s = 0.0324 \text{ m}^2$   
 $v_s = 1.08 \text{ m/s}$   
 $\Sigma hf_s = 0.27 \text{ m}$   
 $A_d = 0.0182 \text{ m}^2$   
 $v_d = 1.92 \text{ m/s}$   
 $\Sigma hf_d = 3.39 \text{ m}$   
 $H = 51.66 \text{ m}$

**$P = 34.97 \text{ HP}$**

### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

b)

Ecuaciones:

- (1)  $H_s = H_{ES} - \Sigma hf_s$
- (2)  $\sigma = \text{CSPN}_r / H$
- (3)  $\text{CSPN}_r = H_A - H_v + H_s$
- (4)  $H_A = 10 - (h / 900)$

( 4 ecuaciones y 4 incógnitas )

Incógnitas:

$H_{ES}, H_s$   
 $\text{CSPN}_r$   
 $H_A$

Comentarios:

$H_v$  ( gráfica 3 )

### SOLUCIÓN

El valor de  $H_v$  tomado de la gráfica 3 en función de la temperatura es:

$H_v = 0.43 \text{ m}$

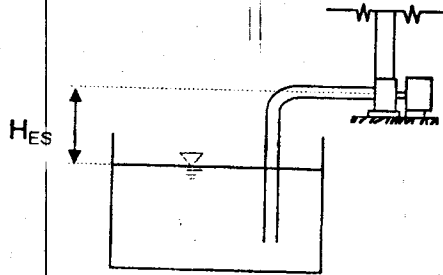
Ecuaciones:

- (4)  $H_A = 10 - (h / 900)$
- (2)  $\sigma = \text{CSPN}_r / H$
- (3)  $\text{CSPN}_r = H_A - H_v + H_s$
- (1)  $H_s = H_{ES} - \Sigma hf_s$

Resultados:

$H_A = 8.17 \text{ m}$   
 $\text{CSPN}_r = 4.91 \text{ m}$   
 $H_s = -2.83 \text{ m}$

**$H_{ES} = -2.56 \text{ m}$**



25. Una instalación de bombeo cuenta con una bomba de succión sencilla con impulsor volante y tiene las siguientes características:

$h =$	1,650.00 m.s.n.m.	$f =$	60 Hz
$t =$	30.00 °C	$\Sigma hf_s =$	0.45 m
$p =$	2.00	$R =$	5.20
$\Sigma hf_d =$	4.12 m	$H_{ES} =$	-2.12 m
$H_{ET} =$	56.00 m		

Determine el gasto máximo con el que la bomba pueda operar sin que se presente cavitación.

### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $H_{s_p} = 9.90 + H_{s_g} - H_{A_p} + H_{v_p}$

(2)  $H_{s_p} = H_{ES} - \Sigma hf_s$

(3)  $H_{A_p} = 10 - (h / 900)$

(4)  $Ns_{m\acute{a}x} = N Q_{m\acute{a}x}^{1/2} / H^{3/4}$

(5)  $N = (60 f / p) (1 - R / 100)$

(6)  $H = H_{ET} + \Sigma hf_s + \Sigma hf_d$

Incógnitas:

$H_{s_p}, H_{s_g}, H_{A_p}$

Comentarios:

$H_{v_p}$  (gráfica 3)

$N, Q_{m\acute{a}x}, H$

$Ns_{m\acute{a}x}$  (gráfica 9.a)  
[GPM, ft]

(6 ecuaciones y 6 incógnitas)

### SOLUCIÓN

La presión de vaporización del agua  $H_{v_p}$  según la gráfica 3, es:

$H_{v_p} = 0.43 \text{ m}$

Ecuaciones:

(2)  $H_{s_p} = H_{ES} - \Sigma hf_s$

(3)  $H_{A_p} = 10 - (h / 900)$

(1)  $H_{s_p} = 9.90 + H_{s_g} - H_{A_p} + H_{v_p}$

(6)  $H = H_{ET} + \Sigma hf_s + \Sigma hf_d$

Resultados:

$H_{s_p} = -2.57 \text{ m}$

$H_{A_p} = 8.17 \text{ m}$

$H_{s_g} = -4.73 \text{ m}$

$H_{s_g} = -15.53 \text{ ft}$

$H = 60.57 \text{ m}$

$H = 198.72 \text{ ft}$

$Ns_{m\acute{a}x} = 1,470.00$

De la gráfica 9.a con los valores de  $H$  y  $H_{s_g}$  se obtiene  $Ns_{m\acute{a}x}$ :



$$(5) \quad N = (60 f / p) (1 - R / 100)$$

$$N = 1,706.40 \text{ rpm}$$

$$(4) \quad NS_{\text{máx}} = N Q_{\text{máx}}^{1/2} / H^{3/4}$$

$$Q_{\text{máx}} = 2,078.92 \text{ GPM}$$

$$131.15 \text{ l/s}$$

26. En un proyecto hay dos bombas 1 y 2 instaladas en serie sobre una tubería horizontal. Los datos son los siguientes:

$$\begin{aligned} Q &= 25.00 \text{ l/s} \\ H_{ES} &= -2.00 \text{ m} \\ \Sigma h_{fs_1} &= 0.89 \text{ m} \\ \Sigma h_{fd_1} &= 4.11 \text{ m} \\ \Sigma h_{fd_2} &= 10.27 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_1 = \eta_2 &= 0.78 \\ t &= 30.00 \text{ }^\circ\text{C} \\ \sigma &= 0.10 \text{ (Thoma)} \\ H_{ET} &= 44.00 \text{ m} \\ h &= 650.00 \text{ m.s.n.m.} \\ P_1 &= 10.00 \text{ HP} \end{aligned}$$

$\Sigma h_{fd_2}$  incluye la pérdida en la descarga:  $(v_{d2})^2 / 2g$

- Calcule la potencia  $P_2$  de la bomba 2.
- Revise por cavitación la bomba 1.

#### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

a)

Ecuaciones:

$$\begin{aligned} (1) \quad P_2 &= 13.15 Q H_2 / \eta \quad [\text{HP}] \\ (2) \quad P_1 &= 13.15 Q H_1 / \eta \quad [\text{HP}] \\ (3) \quad H &= H_{ET} + \Sigma h_{fs} + \Sigma h_{fd_1} + \Sigma h_{fd_2} \\ (4) \quad H &= H_1 + H_2 \end{aligned}$$

Incógnitas:

$$\begin{aligned} H_2, P_2 \\ H_1 \\ H \end{aligned}$$

Comentarios:

H Carga dinámica total

( 4 ecuaciones y 4 incógnitas )

#### SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$\begin{aligned} (2) \quad P_1 &= 13.15 Q H_1 / \eta \quad [\text{HP}] \\ (3) \quad H &= H_{ET} + \Sigma h_{fs} + \Sigma h_{fd_1} + \Sigma h_{fd_2} \\ (4) \quad H &= H_1 + H_2 \\ (1) \quad P_2 &= 13.15 Q H_2 / \eta \quad [\text{HP}] \end{aligned}$$

Resultados:

$$\begin{aligned} H_1 &= 23.73 \text{ m} \\ H &= 59.27 \text{ m} \\ H_2 &= 35.54 \text{ m} \end{aligned}$$

$$P_2 = 14.98 \text{ HP}$$

#### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

b)

Para la temperatura del agua, se ve en la gráfica 3 que:

$$H_v = 0.43 \text{ m}$$

Ecuaciones:

$$\begin{aligned} (1) \quad \text{CSPN}_{d1} &= H_A - H_v + H_{s_1} \\ (2) \quad H_{s_1} &= H_{ES} - \Sigma h_{fs} \\ (3) \quad H_A &= 10 - (h / 900) \\ (4) \quad \sigma &= \text{CSPN}_{r1} / H_1 \end{aligned}$$

Incógnitas:

$$\text{CSPN}_{d1}, H_A, H_{s_1}$$

$$\text{CSPN}_{r1}$$

( 4 ecuaciones y 4 incógnitas )

## SOLUCIÓN

La condición que se debe cumplir para que no se presente la cavitación es que  $CSPN_{d1} > CSPN_{r1}$

Ecuaciones:

$$(3) \quad H_A = 10 - (h / 900)$$

$$(2) \quad H_{s1} = H_{ES} - \Sigma h_{fs}$$

$$(1) \quad CSPN_{d1} = H_A - H_v + H_{s1}$$

$$(4) \quad \sigma = CSPN_{r1} / H_1$$

Resultados:

$$H_A = 9.28 \text{ m}$$

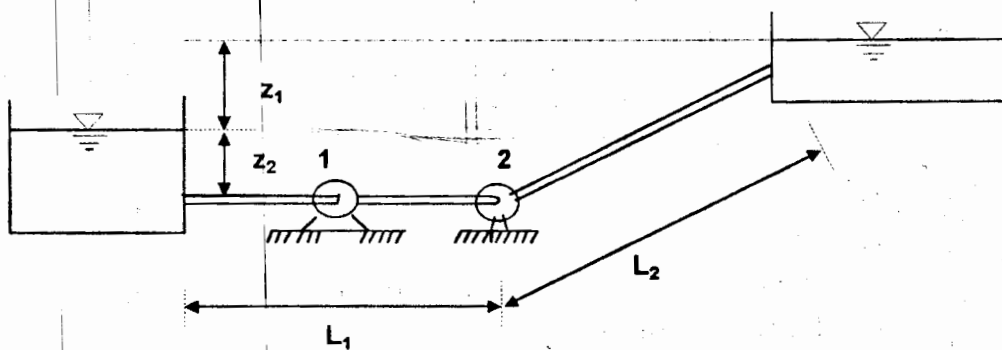
$$H_{s1} = -2.89 \text{ m}$$

$$CSPN_{d1} = 5.96 \text{ m}$$

$$CSPN_{r1} = 2.37 \text{ m}$$

Debido a que  $CSPN_{d1} > CSPN_{r1}$  la bomba 1 no cavita.

27. Un sistema de bombas en serie tiene las siguientes características:



Q =	15.00 l / s
d <sub>1</sub> = d <sub>2</sub> =	2.00 "
f =	0.020 ( Darcy )
η <sub>1</sub> = η <sub>2</sub> =	0.76
P <sub>1</sub> =	6.00 HP

z <sub>1</sub> =	4.00 m
z <sub>2</sub> =	1.00 m
L <sub>1</sub> =	18.00 m
L <sub>2</sub> =	20.00 m

Calcule la potencia de la bomba 2 P<sub>2</sub> (considere sólo pérdidas por fricción y descarga).

### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(1) \quad P_1 = 13.15 Q H_1 / \eta_1 \quad [\text{HP}]$$

$$(2) \quad H = H_1 + H_2$$

$$(3) \quad H = H_{ET} + \Sigma h_f$$

$$(4) \quad \Sigma h_f = [ (f L / d) + 1 ] [ v^2 / 2g ]$$

$$(5) \quad Q = A v$$

$$(6) \quad A = \pi d^2 / 4$$

$$(7) \quad P_2 = 13.15 Q H_2 / \eta_2 \quad [\text{HP}]$$

Incógnitas:

H<sub>1</sub>

H, H<sub>2</sub>

Σh<sub>f</sub>

v

A

P<sub>2</sub>

( 7 ecuaciones y 7 incógnitas )

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

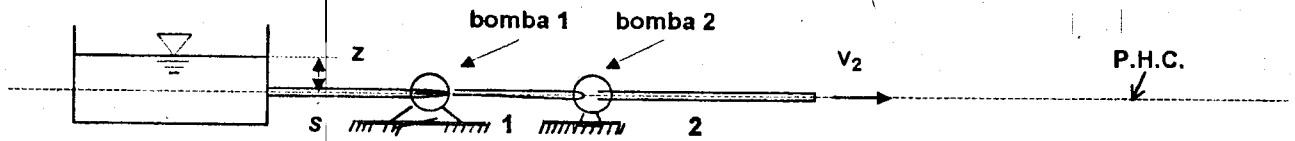
- (1)  $P_1 = 13.15 Q H_1 / \eta_1$  [HP]
- (6)  $A = \pi d^2 / 4$
- (5)  $Q = A v$
- (4)  $\Sigma hf = [ (f L / d) + 1 ] [ v^2 / 2g ]$
- (3)  $H = H_{ET} + \Sigma hf$
- (2)  $H = H_1 + H_2$
- (7)  $P_2 = 13.15 Q H_2 / \eta_2$  [HP]

Resultados:

- $H_1 = 23.12$  m
- $A = 0.00203$  m<sup>2</sup>
- $v = 7.40$  m/s
- $\Sigma hf = 44.56$  m
- $H = 48.56$  m
- $H_2 = 25.44$  m

$P_2 = 6.60$ HP
-----------------

28. Un sistema de dos bombas idénticas conectadas en serie tiene las siguientes características:



- $z = 4.00$  m
  - $d_s = d_1 = d_2 = d = 10.00$  "
  - $k_s = 355.00$  ( $\Sigma hf_s = k_s Q^2$ )
  - $N_1 = N_2 = 1,750.00$  rpm
  - $k_1 = 2,840.00$  ( $\Sigma hf_1 = k_1 Q^2$ )
  - $Q = 80.00$  l/s
  - $k_2 = 5,000.00$  ( $\Sigma hf_2 = k_2 Q^2$ , no incluye pérdida por descarga)
- [ Q en m<sup>3</sup>/s,  $\Sigma hf$  en m ]

Calcule:

- a) La potencia de cada una de las bombas  $P_1$  y  $P_2$ .
- b) Determine la altura estática de succión equivalente de la bomba 2,  $H_{ES2}$  equivalente

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

a)

Ecuaciones:

- (1)  $P_{1,2} = 13.15 Q H_{1,2} / \eta$  [HP]
- (2)  $H = 2 H_{1,2}$
- (3)  $H + z = \Sigma hf + v^2 / 2g$
- (4)  $\Sigma hf = \Sigma k_i Q^2$
- (5)  $Q = A v$
- (6)  $A = \pi d^2 / 4$
- (7)  $N_s = N Q^{1/2} / H^{3/4}$

Incógnitas:

- $P_{1,2}, H_{1,2}$
- $H, H_2$
- $\Sigma hf, v$
- $A$
- $N_s$

Comentarios:

- $H_{1,2} = H_1 = H_2, \eta = \eta_1 = \eta_2$
- $v = v_1 = v_2$
- $A = A_1 = A_2$
- [GPM,  $\eta$ ]
- ( $N_s = N_{s1} = N_{s2}$ )

( 7 ecuaciones y 7 incógnitas )

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

- (6)  $A = \pi d^2 / 4$
- (5)  $Q = A v$
- (4)  $\Sigma hf = \Sigma k_i Q^2$
- (3)  $H + z = \Sigma hf + v^2 / 2g$
- (2)  $H = 2 H_{1,2}$
- (7)  $Ns = N Q^{1/2} / H^{3/4}$

Resultados:

- A = 0.0507 m<sup>2</sup>
- v = 1.58 m/s
- $\Sigma hf = 52.45$  m
- H = 48.58 m
- H<sub>1,2</sub> = 24.29 m
- Ns = 2,336.98
- $\eta = 0.84$

De la gráfica 7.b con el gasto Q ( en GPM ) y Ns se obtiene la eficiencia  $\eta$  de cada una de las bombas:

Por lo que la potencia buscada es:

(1)  $P_{1,2} = 13.15 Q H_{1,2} / \eta$  [HP]

**$P_{1,2} = P_1 = P_2 = 30.42$  HP**

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

b)

Ecuaciones:

- (1)  $Hs_1 = H_{ES} - \Sigma hf_s$
- (2)  $\Sigma hf_s = k_s Q^2$
- (3)  $H_1 = Hd_1 - Hs_1$

Incógnitas:

$Hs_1, \Sigma hf_s$

Comentarios:

$Hd_1$

$Hd_1 = H_{ES2 \text{ equivalente}}$

( 3 ecuaciones y 3 incógnitas )

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

- (2)  $\Sigma hf_s = k_s Q^2$
- (1)  $Hs_1 = H_{ES} - \Sigma hf_s$
- (3)  $H_1 = Hd_1 - Hs_1$

Resultados:

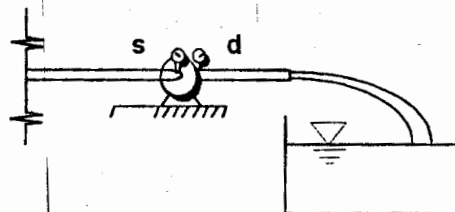
- $\Sigma hf_s = 2.27$  m
- $Hs_1 = 1.73$  m

**$Hd_1 = H_{ES2 \text{ equivalente}} = 26.02$  m**

29. La bomba de la figura, cuyos datos son:

- $d_s = 4.00$  "
- $d_d = 3.00$  "

- $h = 1,640.00$  m.s.n.m.
- $t = 25.00$  °C
- $Q = 15.00$  l/s



Empezó a cavitarse y en ese momento se tomaron las siguientes lecturas:

- $p_s = -0.28$  kg/cm<sup>2</sup>
- $p_d = 4.58$  kg/cm<sup>2</sup>

Calcule la " $\sigma$ " de Thoma.

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

- (1)  $CSPN_r = H_A - H_v + H_s$
- (2)  $H_A = 10 - (h / 900)$
- (3)  $H_s = p_s / \gamma + v_s^2 / 2g$
- (4)  $Q = A_s v_s$
- (5)  $A_s = \pi d_s^2 / 4$
- (6)  $\sigma = CSPN_r / H$
- (7)  $H = H_d - H_s$
- (8)  $H_d = p_d / \gamma + v_d^2 / 2g$
- (9)  $Q = A_d v_d$
- (10)  $A_d = \pi d_d^2 / 4$

Incógnitas:

$CSPN_r, H_A, H_s$

$v_s$

$A_s$

$\sigma, H$

$H_d$

$v_d$

$A_d$

( 10 ecuaciones y 10 incógnitas )

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

(2)  $H_A = 10 - (h / 900)$

De la gráfica 3 se obtiene la presión de vaporización del agua:

(5)  $A_s = \pi d_s^2 / 4$

(4)  $Q = A_s v_s$

(3)  $H_s = p_s / \gamma + v_s^2 / 2g$

(1)  $CSPN_r = H_A - H_v + H_s$

(10)  $A_d = \pi d_d^2 / 4$

(9)  $Q = A_d v_d$

(8)  $H_d = p_d / \gamma + v_d^2 / 2g$

(7)  $H = H_d - H_s$

(6)  $\sigma = CSPN_r / H$

Resultados:

$H_A = 8.18 \text{ m}$

$H_v = 0.32 \text{ m}$

$A_s = 0.0081 \text{ m}^2$

$v_s = 1.85 \text{ m/s}$

$H_s = -2.63 \text{ m}$

$CSPN_r = 5.23 \text{ m}$

$A_d = 0.0046 \text{ m}^2$

$v_d = 3.29 \text{ m/s}$

$H_d = 46.35 \text{ m}$

$H = 48.98 \text{ m}$

$\sigma = 0.11$

30. En un proyecto se va a colocar una sola bomba de succión sencilla con la flecha a través del ojo del impulsor. Si se cuenta con los siguientes datos:

$H_{ET} = 85.00 \text{ m}$

$Q = 30.00 \text{ l/s}$

$\Sigma hf_s = 0.59 v_s^2$  (se incluyen todas las pérdidas)

$\Sigma hf_d = 1.07 v_d^2$  (se incluyen todas las pérdidas)

$d_s = 6.00 \text{ ''}$

$d_d = 5.00 \text{ ''}$

$t = 25.00 \text{ }^\circ\text{C}$

$h = 1,640.00 \text{ m.s.n.m.}$

$f = 60.00 \text{ Hz}$

$p = 1.00$

$R = 5.75$

Calcule la altura máxima a la que se puede colocar la bomba sin que cavite (Haga un esquema en el que indique la posición de la bomba con respecto a la toma)

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

Con la gráfica 3 se obtiene la presión de vaporización del agua:

$H_{vp} = 0.32 \text{ m}$

Ecuaciones:

- (1)  $H_{s_p} = 9.90 + H_{s_g} - H_{A_p} + H_{v_p}$
- (2)  $H_{A_p} = 10 - (h / 900)$
- (3)  $N_s = N Q^{1/2} / H^{3/4}$
- (4)  $N = (60 f / p) (1 - R / 100)$
- (5)  $H = H_{ET} + \Sigma h_{f_s} + \Sigma h_{f_d}$
- (6)  $\Sigma h_{f_s} = 0.59 v_s^2$
- (7)  $Q = A_s v_s$
- (8)  $A_s = \pi d_s^2 / 4$
- (9)  $\Sigma h_{f_d} = 1.07 v_d^2$
- (10)  $Q = A_d v_d$
- (11)  $A_d = \pi d_d^2 / 4$
- (12)  $H_{s_p} = H_{ES} - \Sigma h_{f_s}$

Incógnitas:

$H_{s_p}, H_{A_p}$

$N_s, N, H$

$\Sigma h_{f_s}, \Sigma h_{f_d}$

$A_s, v_s$

$A_d, v_d$

$H_{ES}$

( 12 ecuaciones y 12 incógnitas )

Comentarios:

[GPM, ft]

### SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- (2)  $H_{A_p} = 10 - (h / 900)$
- (4)  $N = (60 f / p) (1 - R / 100)$
- (8)  $A_s = \pi d_s^2 / 4$
- (7)  $Q = A_s v_s$
- (6)  $\Sigma h_{f_s} = 0.59 v_s^2$
- (11)  $A_d = \pi d_d^2 / 4$
- (10)  $Q = A_d v_d$
- (9)  $\Sigma h_{f_d} = 1.07 v_d^2$
- (5)  $H = H_{ET} + \Sigma h_{f_s} + \Sigma h_{f_d}$

(3)  $N_s = N Q^{1/2} / H^{3/4}$

Con  $N_s$  y  $H$  de la gráfica 8.b se obtiene  $H_{s_g}$ :

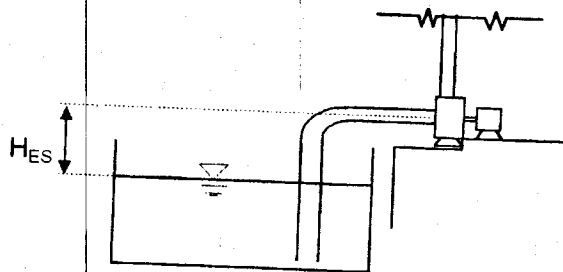
(1)  $H_{s_p} = 9.90 + H_{s_g} - H_{A_p} + H_{v_p}$

(12)  $H_{s_p} = H_{ES} - \Sigma h_{f_s}$

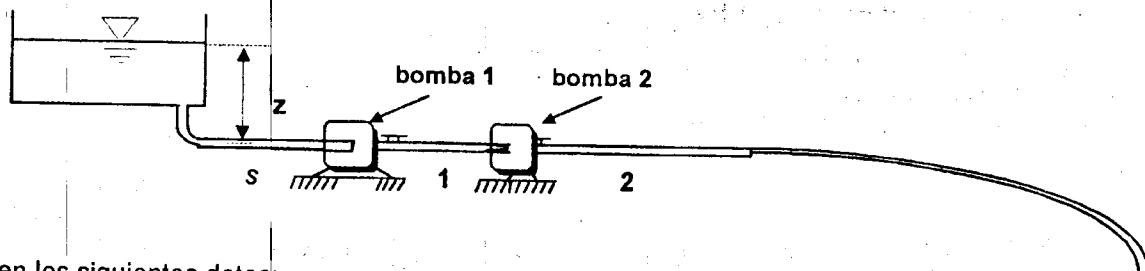
Resultados:

- $H_{A_p} = 8.18 \text{ m}$
- $N = 3,393.00 \text{ r.p.m.}$
- $A_s = 0.0182 \text{ m}^2$
- $v_s = 1.64 \text{ m/s}$
- $\Sigma h_{f_s} = 1.60 \text{ m}$
- $A_d = 0.0127 \text{ m}^2$
- $v_d = 2.37 \text{ m/s}$
- $\Sigma h_{f_d} = 6.00 \text{ m}$
- $H = 92.60 \text{ m}$
- $H = 303.80 \text{ ft}$
- $N_s = 1,016.77$
- $H_{s_g} = -16.70 \text{ ft}$
- $H_{s_g} = -5.09 \text{ m}$
- $H_{s_p} = -3.05 \text{ m}$

**$H_{ES} = -1.45 \text{ m}$**



31. Para el sistema de bombas en serie que se muestra a continuación:



se tienen los siguientes datos:

$P_2 =$	5.00 HP	$Q =$	40.00 l / s
$\eta_1 = \eta_2 =$	0.60	$f =$	0.022 ( Darcy )
$d_s = d_1 = d_2 =$	5.00 "	$k_e =$	0.70 ( entrada )
$L_s =$	10.00 m	$K_v =$	0.20 ( válvula )
$L_1 =$	40.00 m	$k_c =$	0.90 ( codo )
$L_2 =$	60.00 m	$z =$	1.00 m

Calcule la potencia de la bomba 1,  $P_1$ .

#### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:	Incógnitas:	Comentarios:
(1) $P_1 = 13.15 Q H_1 / \eta_1$ [HP]	$P_1, H_1$	
(2) $P_2 = 13.15 Q H_2 / \eta_2$ [HP]	$H_2$	
(3) $z + H = \Sigma hf + v^2 / 2g$	$v, \Sigma hf, H$	$\Sigma hf$ , pérdida total en la instalación
(4) $Q = A v$	$A$	
(5) $A = \pi d^2 / 4$		
(6) $\Sigma hf = [ f ( L_T / d_i ) + \Sigma k_i ] [ v^2 / 2g ]$		$L_T$ , longitud total de la conducción
(7) $H = H_1 + H_2$		$H$ , carga dinámica del sistema

( 7 ecuaciones y 7 incógnitas )

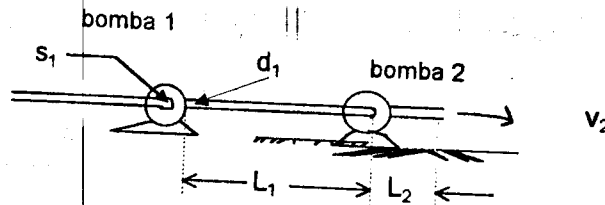
#### SOLUCIÓN

Ecuaciones:	Resultados:
(2) $P_2 = 13.15 Q H_2 / \eta_2$ [HP]	$H_2 =$ 5.70 m
(5) $A = \pi d^2 / 4$	$A =$ 0.0127 m <sup>2</sup>
(4) $Q = A v$	$v =$ 3.16 m / s
(6) $\Sigma hf = [ f ( L_T / d_i ) + \Sigma k_i ] [ v^2 / 2g ]$	$\Sigma hf =$ 10.70 m
(3) $z + H = \Sigma hf + v^2 / 2g$	$H =$ 10.21 m
(7) $H = H_1 + H_2$	$H_1 =$ 4.50 m
(1) $P_1 = 13.15 Q H_1 / \eta_1$ [HP]	<b><math>P_1 =</math> 3.95 HP</b>

32. En el sistema indicado se tiene la siguiente información:

$\rho_{s1} =$	-0.20 kg / cm <sup>2</sup>	$\rho_{d1} =$	4.10 kg / cm <sup>2</sup>	$\eta_1 = \eta_2 = \eta =$	0.60
$Q =$	30.00 l/s ;	$f =$	0.024 (Darcy)	$L_1 =$	795.00 m

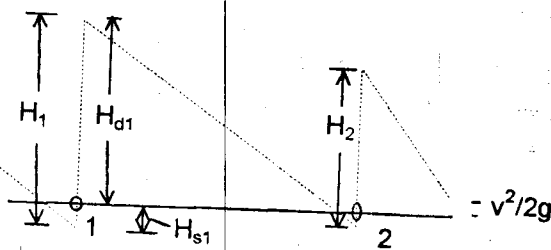
$L_2 = 620.00 \text{ m}$        $t = 40 \text{ }^\circ\text{C}$        $h = 2,240.00 \text{ m.s.n.m.}$   
 $d_1 = d_2 = 5.00 \text{ ''}$



Considerando únicamente las pérdidas por fricción, calcule:

- La potencia de la bomba 1.
- La potencia de la bomba 2.
- El rango de valores de CSPN, que deben tener las posibles bombas 2 para que no caviten.

### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN



Ecuaciones:

- $$H_1 = H_{d1} - H_{s1} = (p_{d1} / \gamma + v_d^2 / 2g) - (p_{s1} / \gamma + v_s^2 / 2g)$$
- $$P_1 = 9.81 Q H / \eta$$

Incógnitas:

$H_1$   
 $P_1$

Comentarios:

$(v_s = v_d = v)$

### SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- $$H_1 = H_{d1} - H_{s1} = (p_{d1} / \gamma + v_d^2 / 2g) - (p_{s1} / \gamma + v_s^2 / 2g)$$
- $$P_1 = 9.81 Q H / \eta$$

Resultados:

$H_1 = 43.00 \text{ m}$

$P_1 = 21.09 \text{ KW}$

### SOLUCIÓN

b)

Ecuaciones:

- $$v = 4Q / \pi d^2$$
- $$H_{s2} = H_{d1} - h_{f1} = p_{d1} / \gamma + v^2 / 2g - f L_1 / d (v^2 / 2g)$$
- $$H_{d2} = v^2 / 2g + f L_2 / d (v^2 / 2g)$$
- $$H_2 = H_{d2} - H_{s2}$$
- $$P_2 = 9.81 Q H / \eta$$

Resultados:

$v = 2.37 \text{ m/s}$

$H_{s2} = -1.66 \text{ m}$

$H_{d2} = 33.78 \text{ m}$

$H_2 = 35.44 \text{ m}$

$P_2 = 17.38 \text{ KW}$

Comprobación:

$H_{total} = H_1 + H_2 = 78.44 \text{ m}$   
 $P = 38.47 \text{ KW}$   
 $P_1 + P_2 = 38.47 \text{ KW}$



**SOLUCIÓN**

b)

Ecuaciones:

(1)  $H_A = 10 - h / 900$

En la gráfica 3 se ve que para la temperatura del proyecto:

(2)  $CSPN_2 = H_A + H_{s2} - H_v$

Resultados:

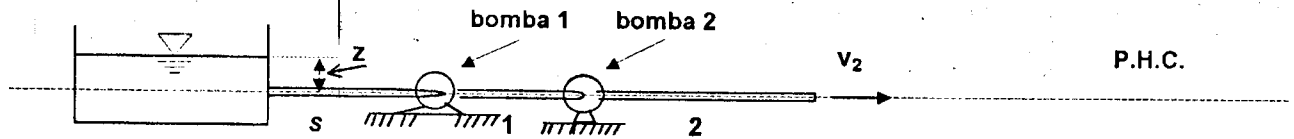
$H_A = 7.51 \text{ m}$

$H_v = 0.75 \text{ m}$

$CSPN_2 = 5.10 \text{ m}$

$CSPN_{r2} \leq$	<b>5.10 m</b>
------------------	---------------

33. Un sistema de dos bombas conectadas en serie tiene las siguientes características:



$z = 4.35 \text{ m}$   
 $\Sigma hf_{s1} = 3.25 \text{ m}$   
 $H_1 = 23.16 \text{ m}$

$t = 35^\circ\text{C}$        $h = 2,425.00 \text{ m.s.n.m.}$   
 $\Sigma hf_{d1} = 28.31 \text{ m}$   
 $H_2 = 43.28 \text{ m}$   
 $\sigma_2 = 0.07$

Determine si cavita la bomba 2

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

(1)  $H_A = 10 - h / 900$

(2)  $CSPN_{r2} = H_2 (\sigma_2)$

(3)  $CSPN_{d2} = H_A - H_v + H_{s2}$

(4)  $H_{s2} = H_{ES2} - \Sigma hf_{d1}$

(5)  $H_{ES2} = H_1 + H_{s1}$

(6)  $H_{s1} = H_{ES1} - \Sigma hf_{s1}$

Incógnitas:

$H_A$

$CSPN_{r2}$

$CSPN_{d2}, H_{s2}$

$H_{ES2}$

$H_{s1}$

(6 ecuaciones y 6 incógnitas)

**SOLUCIÓN**

Consideraciones preliminares:

Para  $t = 35^\circ\text{C}$ , en la gráfica 3 se lee:

$H_v = 0.57 \text{ m}$

Además:

$H_{ES1} = z = 4.35 \text{ m}$

Ecuaciones:

(1)  $H_A = 10 - h / 900$

(2)  $CSPN_{r2} = H_2 (\sigma_2)$

(6)  $H_{s1} = H_{ES1} - \Sigma hf_{s1}$

(5)  $H_{ES2} = H_1 + H_{s1}$

Resultados:

$H_A = 7.31 \text{ m}$

$CSPN_{r2} = 3.16 \text{ m}$

$H_{s1} = 1.10 \text{ m}$

$H_{ES2} = 24.26 \text{ m}$

$$(4) H_{s2} = H_{ES2} - \Sigma hf_{d1}$$

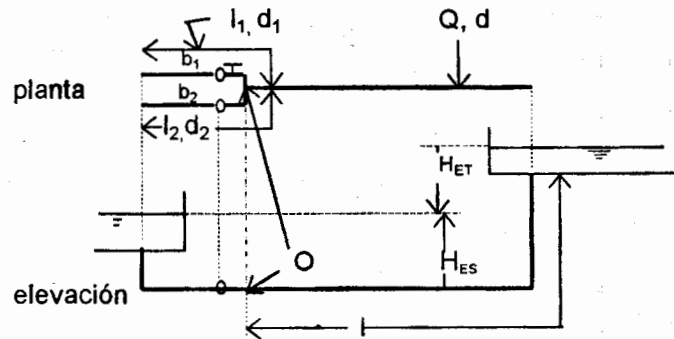
$$H_{s2} = -4.05 \text{ m}$$

$$(3) CSPN_{d2} = H_A - H_v + H_{s2}$$

$$CSPN_{d2} = 2.69 \text{ m}$$

**COMO  $CSPN_{d2} < CSPN_{r2}$  LA BOMBA 2 SÍ CAVITA**

34. En el sistema de bombas en paralelo que se representa en la figura, se tienen los datos indicados:



$$n = 0.02 \quad ; \quad d_1 = d_2 = 4.00 \text{ " } ; \quad l_1 = l_2 = 20.00 \text{ m } ; \quad d = 6.00 \text{ "}$$

$$l = 100.00 \text{ m } ; \quad h_1 = h_2 = 0.60 \quad ; \quad Q = 26.00 \text{ l/s}$$

$$H_{ET} = 40.00 \text{ m} \quad ; \quad H_{ES} = 6.00 \text{ m}$$

En la rama "1" hay una válvula que limita el gasto a:  $Q_1 = 10.00 \text{ l/s}$

Considerando únicamente las pérdidas por fricción, las pérdidas locales por la válvula y la de la descarga al tanque superior, calcule:

- Las potencias de las bombas "1" y "2"
- La presión en el punto "O" del múltiple de descarga ( $\text{kg/cm}^2$ )
- La pérdida producida por la válvula " $\Delta h_v$ "

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN:**

a)

Ecuaciones:	Incógnitas:	Comentarios:
(1) $\Sigma hf = [vn / (d/4)^{(2/3)}]^2 (l) + v^2/2g$	$v, \Sigma hf$	$\Sigma hf$ , pérdida en la descarga
(2) $v = 4Q / (\pi d^2)$		
(3) $P_1 = 9.81 Q_1 H_1 / \eta_1$	$P_1, H_1$	
(4) $H_1 = H_{ET} + \Sigma hf_{1,2} + \Sigma hf$	$\Sigma hf_{1,2}$	
(5) $\Sigma hf_{1,2} = [v_2 n / (d_2/4)^{(2/3)}]^2 (l_2)$	$v_2$	$\Sigma hf_{1,2} = \Sigma hf_1 = \Sigma hf_2$
(6) $v_2 = 4Q_2 / (\pi d_2^2)$	$Q_2$	
(7) $Q_2 = Q - Q_1$		
(8) $P_2 = 9.81 Q_2 H_2 / \eta_2$	$P_2, H_2$	
(9) $H_2 = H_{ET} + \Sigma hf_{1,2} + \Sigma hf$		

(9 ecuaciones y 9 incógnitas)

**SOLUCIÓN**

**Ecuaciones:**

(2)  $v = 4Q/(\pi d^2)$

(1)  $\Sigma hf = [vn/ (d/4)^{(2/3)}]^2(l) + v^2/2g$

(7)  $Q_2 = Q - Q_1$

(6)  $v_2 = 4Q_2/(\pi d_2^2)$

(5)  $\Sigma hf_{1,2} = [v_2 n/(d_2/4)^{(2/3)}]^2(l_2)$

(4)  $H_1 = H_{ET} + \Sigma hf_{1,2} + \Sigma hf$

(3)  $P_1 = 9.81Q_1H_1 / \eta_1$

**Resultados:**

$v = 1.43 \text{ m/s}$

$\Sigma hf = 4.16 \text{ m}$

$Q_2 = 16.00 \text{ l/s}$

$v_2 = 1.97 \text{ m/s}$

$\Sigma hf_{1,2} = 2.67 \text{ m}$

$H_1 = 46.83 \text{ m}$

**$P_1 = 7.66 \text{ KW}$**

De acuerdo con las expresiones (4) y (9):

$H_2 = H_1 = 46.83 \text{ m}$

**$P_2 = 12.25 \text{ KW}$**

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

b)

**Ecuaciones:**

(1)  $H_o = H_{ES} + H_{ET} + \Sigma hf$

(2)  $p_o/\gamma = H_o - v^2/2g$

**Incógnitas:**

$H_o$

$p_o$

**Comentarios:**

$H_o$ , energía total en el punto O

(2 ecuaciones y 2 incógnitas)

**SOLUCIÓN**

**Ecuaciones:**

(1)  $H_o = H_{ES} + H_{ET} + \Sigma hf$

(2)  $p_o/\gamma = H_o - v^2/2g$

**Resultados:**

$H_o = 50.16 \text{ m}$

$p_o/\gamma = 50.06 \text{ m}$

**$p_o = 5.01 \text{ kg/cm}^2$**

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

c)

**Ecuaciones:**

(1)  $H_o = p_1/\gamma + v_1^2/2g$

(2)  $v_1 = 4Q_1/(\pi d_1^2)$

(3)  $H_o = p_2/\gamma + v_2^2/2g$

(4)  $\Delta hv = (p_1 - p_2)/\gamma$

**Incógnitas:**

$p_1/\gamma, v_1$

$p_2/\gamma$

$\Delta hv$

**Comentarios:**

$p_1$  y  $p_2$  son las presiones al final de los tubos 1 y 2, respect.

Pérdida en la válvula

(4 ecuaciones y 4 incógnitas)

**SOLUCIÓN**

**Ecuaciones:**

(2)  $v_1 = 4Q_1/(\pi d_1^2)$

(1)  $H_o = p_1/\gamma + v_1^2/2g$

(3)  $H_o = p_2/\gamma + v_2^2/2g$

(4)  $\Delta hv = (p_1 - p_2)/\gamma$

**Resultados:**

$v_1 = 1.23 \text{ m/s}$

$p_1/\gamma = 50.08 \text{ m}$

$p_2/\gamma = 49.96 \text{ m}$

**$\Delta hv = 0.12 \text{ m}$**

35. En un proyecto se va a instalar una bomba de doble succión con la flecha a través del ojo del impulsor. Los datos son los siguientes:

$N = 1,650.00$  r.p.m                       $Q = 300.00$  l/s                       $H = 75.80$  m  
 $\Sigma h_{fs} = 1.85$  m                               $h = 1,325.00$  m.s.n.m.                       $t = 30.00$  °C

Utilizando las gráficas del Instituto de Hidráulica de EUA, determine la posición más elevada que puede tener el ojo del impulsor de la bomba sobre la superficie del agua en la toma.

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

Antecedentes: En Sistema Inglés:  $H = 248.62$  ft y  $Q = 4,755.30$  GPM  
 En la gráfica 3 se ve que para la temperatura del proyecto:  $H_v = 0.43$  m

Ecuaciones:	Incógnitas:	Ecs.:	SOLUCIÓN
(1) $N_s = N Q^{(1/2)} / H^{(3/4)}$	$N_s$	(1)	$N_s = 1,817.25$
Con $N_s$ y $H$ , en la gráfica 8.a definir $H_{s_g}$ .....			$H_{s_g} = -13$ ft
(2) $H_A + H_s - H_v = 9.90 + H_{s_g}$	$H_A, H_s$	(3)	$H_A = 8.53$ m
(3) $H_A = 10 - h / 900$		(2)	$H_s = -2.16$ m
(4) $H_{ES} = H_s + \Sigma h_{fs}$	$H_{ES}$	(4)	$H_{ES} = -0.31$ m

**LA BOMBA PUEDE COLOCARSE                      0.31 m**  
**SOBRE LA SUPERFICIE DE LA TOMA**

## CAPÍTULO 6

### GOLPE DE ARIETE

1. Explique el fenómeno conocido como "golpe de ariete". Haga una descripción gráfica de la primera fase para un cierre y una apertura instantáneos.
2. Describa las fases del golpe de ariete para un cierre total e instantáneo.
3. Explique, con la ayuda de un esquema, por qué si la maniobra de la válvula se realiza en cualquier tiempo menor o igual a un período el efecto producido por el golpe de ariete es exactamente el mismo.
4. En la solución en cadena de Allievi la unidad de tiempo es el período ¿Cuál es la razón?
5. Explique la diferencia entre un cierre brusco y uno lento. Apoye su respuesta en la teoría del golpe de ariete.
6. Defina el tiempo relativo de maniobra y señale la utilidad que tiene esta definición en la teoría del golpe de ariete.
7. Defina la velocidad de inercia para el caso de un cierre y de una apertura.
8. ¿Qué representa la fórmula de Joukovsky, en qué casos es válida y por qué?
9. Escriba las hipótesis en que se basan las ecuaciones dinámica y de continuidad en la teoría del golpe y comente las consecuencias que tienen con la realidad.
10. Deduzca las expresiones para calcular las leyes  $\eta_i - i$  para cierre y apertura lineales.
11. ¿Qué es la zona pendular en el golpe de ariete y cuándo se presenta?
12. La tubería de presión de una central hidroeléctrica tiene las siguientes características:  
 $L = 800.00 \text{ m}$  ;  $h_0 = 428.00 \text{ m}$  ;  $a = 1,000.00 \text{ m/s}$  ;  $f_s = 1,625.00 \text{ m/s}$   <sup>$v_0 \text{ km}^2$</sup>   
 $d = 1.45 \text{ m}$  ;  $Q = 10.00 \text{ m}^3/\text{s}$   
Determine analíticamente, el espesor mínimo  $d$  de la pared de la tubería para los siguientes tiempos de cierre:  
a)  $\tau = 1.20 \text{ s}$   
b)  $\tau = 4.80 \text{ s}$

a) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Antecedentes: En primer término se debe verificar si el cierre es brusco o lento.

Ecuaciones :

Incógnitas :

Comentarios:

(1)  $T = 2L / a$

T

Si es cierre brusco ( $\tau < T$ ) vale la fórmula (2)

(2)  $\Delta h = av. / g$

$\Delta h, v.$

(3)  $\delta = pd / (2 fs)$

$\delta, p$

(4)  $p = (h_0 + \Delta h) / 10$

(5)  $v. = 4Q / (\pi d^2)$

(5 ecuaciones y 5 incógnitas)

SOLUCIÓN

Ecuaciones:

Resultados:

(1)  $T = 2L / a$

$T = 1.60 \text{ s} > \tau$ , cierre brusco

(5)  $v. = 4Q / (\pi d^2)$

$v. = 6.06 \text{ m/s}$

(2)  $\Delta h = av. / g$

$\Delta h = 617.31 \text{ m}$

(4)  $p = (h_0 + \Delta h) / 10$

$p = 104.53 \text{ kg/cm}^2$

(6)  $\delta = pd / (2 fs)$

$\delta = 4.66 \text{ cm}$

b) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

En este caso se trata de un cierre lento porque:  $\tau > T$ .

Ecuaciones :

Incógnitas :

Comentarios:

(1)  $\rho = av. / (2gh_0)$

$\rho$

Si  $\rho < 1$   $h_{\text{máx}} = h_1$

(2)  $\xi_{i-1}^2 + \xi_i^2 - 2 = 2\rho (\eta_{i-1} \xi_{i-1} - \eta_i \xi_i)$

$\xi_i, \eta_i$

(3)  $\eta_i = 1 - i / \theta$

$\theta$

(4)  $\theta = \tau a / (2L)$

(5)  $h_i = \xi_i^2 h_0$

$h_i$

(5 ecuaciones y 5 incógnitas)

SOLUCIÓN

Ecuaciones:

Resultados:

(1)  $\rho = av. / (2gh_0)$

$\rho = 0.72$

Como  $\rho < 1$ ;  $h_1 = h_{\text{máx}}$  y basta calcular  $h_1$

(2)  $\theta = \tau a / (2L)$

$\theta = 3.00$

(3)  $\eta_1 = 1 - 1 / \theta$

$\eta_1 = 0.67$

(4)  $\xi_1^2 - 1 = 2\rho (1 - \eta_1 \xi_1)$

$\xi_1 = 1.15$

$\xi_1^2 = 1.33$

(5)  $h_1 = \xi_1^2 h_0 = h_{\text{máx}}$

$h_{\text{máx}} = 570.36 \text{ m}$

(6)  $\delta = pd / (2 fs)$

$\delta = 2.54 \text{ cm}$

13. Para el proyecto que se muestra a continuación:

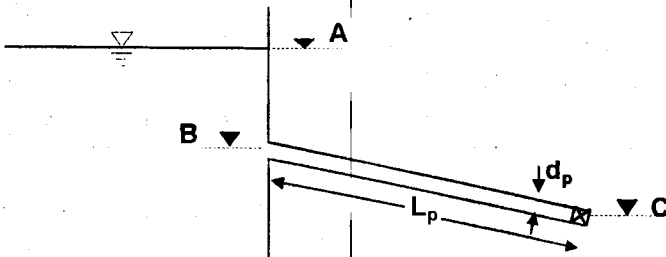
$$a = 1,000.00 \text{ m/s}$$

$$d_p = 1.50 \text{ m}$$

$$\tau = 10.00 \text{ s}$$

$$L_p = 925.00 \text{ m}$$

$$Q = 15.00 \text{ m}^3/\text{s}$$



$$A = 1,500.00 \text{ m.s.n.m.}$$

$$B = 1,400.00 \text{ m.s.n.m.}$$

$$C = 1,200.00 \text{ m.s.n.m.}$$

Calcule la presión total en la válvula a los  $t_1 = 1.50$  segundos de empezado el cierre.  
Utilice las ecuaciones de Allievi.

### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- (1)  $T = 2 L_p / a$
- (2)  $\theta = \tau / T$
- (3)  $\xi_{i-1}^2 + \xi_i^2 - 2 = 2\rho (\eta_{i-1} \xi_{i-1} - \eta_i \xi_i)$
- (4)  $\xi_i^2 = h_i / h_0$
- (5)  $h_0 = A - C$
- (6)  $\eta_i = 1 - [i / \theta]$
- (7)  $\rho = av_0 / (2gh_0)$
- (8)  $v_0 = 4Q / (\pi d_p^2)$

Incógnitas:

- $T$   
 $\theta$   
 $\xi_{i-1}, \xi_i, \rho, \eta_i$   
 $h_0$   
 $v_0$

Comentarios:

- $\xi_{i-1}^2 = 1$  si  $i-1 \leq 1$   
 $\therefore h_{i-1} = h_0$   
 $\eta_{i-1} = 1$  si  $i-1 \leq 1$   
(para cierre lineal)

(8 ecuaciones y 8 incógnitas)

### SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- (1)  $T = 2 L_p / a$
- (2)  $\theta = \tau / T$

Resultados:

$$T = 1.85 \text{ s}$$

$$\theta = 5.41$$

Si se denomina  $i_1$  al tiempo  $t_1$  medido en periodos:

$$(3) \quad \xi_{i-1}^2 + \xi_i^2 - 2 = 2\rho (\eta_{i-1} \xi_{i-1} - \eta_i \xi_i)$$

$$i_1 = t_1 / T = i = 0.81$$

$$i - 1 = -0.19$$

$$\xi_{i-1}^2 = \xi_{i-1} = \eta_{i-1} = 1.00$$

$$(8) \quad v_0 = 4Q / (\pi d_p^2)$$

$$v_0 = 8.49 \text{ m/s}$$

$$(5) \quad h_0 = A - C$$

$$h_0 = 300.00 \text{ m}$$

$$(7) \quad \rho = av_0 / (2gh_0)$$

$$\rho = 1.44$$

$$(6) \quad \eta_i = 1 - [i / \theta]$$

$$\eta_i = 0.85$$

Luego, para  $i = 0.81$

$$\xi_i^2 - 1.00 =$$

, debe resolverse la ecuación (3):

$$2.88 (\quad 1.00 - 0.85 \xi_i) : \xi_i = 1.10$$

(4)  $\xi_i^2 = h_i / h_0$

Entonces, a los **1.50** segundos de empezado el cierre, la presión total es:

$$h_i = 359.71 \text{ m} = h_{0.81}$$

14. Una tubería de presión tiene las siguientes características:

$a = 1,000.00 \text{ m/s}$	$f_s = 1,865.00 \text{ kg/cm}^2$	$\delta = 1.00 \text{ ''}$
$h_0 = 300.00 \text{ m}$	$d_p = 2.00 \text{ m}$	$c_s = 1.00$

Calcule el gasto máximo posible para que resista el golpe de ariete si se cierra su válvula en:  $\theta = 4.00$

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

- (1)  $\delta = \rho_{\text{máx}} d_p / (2 f_s c_s)$
- (2)  $\xi_{\text{máx}}^2 = h_{\text{máx}} / h_0$
- (3)  $\rho = av / (2gh_0)$
- (4)  $v = 4Q / (\pi d_p^2)$

Incógnitas:

- $\rho_{\text{máx}}$
- $\xi_{\text{máx}}$
- $v$
- $Q_{\text{máx}}$

Comentarios:

$\rho = f(\xi_{\text{máx}}^2, \theta)$ ; en la gráf. 11-a

(4 ecuaciones y 4 incógnitas)

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

- (1)  $\delta = \rho_{\text{máx}} d_p / (2 f_s c_s)$
  - (2)  $\xi_{\text{máx}}^2 = h_{\text{máx}} / h_0$
- En la gráfica 11-a, entrando con  $\xi_{\text{máx}}^2$  y con  $\theta$ , se obtiene
- (3)  $\rho = av / (2gh_0)$
  - (4)  $v = 4Q / (\pi d_p^2)$

Resultados:

$\rho_{\text{máx}} =$	$47.37 \text{ kg/cm}^2$
$h_{\text{máx}} =$	$473.71 \text{ m}$
$\xi_{\text{máx}}^2 =$	$1.58$
$\rho =$	$2.00$
$v =$	$11.77 \text{ m/s}$

$Q_{\text{máx}} =$	$36.98 \text{ m}^3/\text{s}$
--------------------	------------------------------

15. Calcule el espesor mínimo  $\delta_{\text{min}}$  de una tubería capaz de resistir el golpe de ariete debido a un cierre.

$h_0 = 350.00 \text{ m}$	$L_p = 850.00 \text{ m}$
$a = 1,000.00 \text{ m/s}$	$f_s = 1,625.00 \text{ kg/cm}^2$
$Q = 12.00 \text{ m}^3/\text{s}$	$\tau = 8.00 \text{ s}$
$d_p = 2.00 \text{ m}$	$c_s = 1.00$



**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

- (1)  $\delta_{\min} = \rho_{\max} d_p / (2 f_s c_s)$
- (2)  $\rho = av_* / (2gh_0)$
- (3)  $v_* = 4Q / (\pi d_p^2)$
- (4)  $\theta = \tau / T$
- (5)  $T = 2 L_p / a$
- (6)  $\xi_{\max}^2 = h_{\max} / h_0$

Incógnitas:

$\delta_{\min}, \rho_{\max}$   
 $\rho, v_*$

Comentarios:

$\rho_{\max} = h_{\max}$

$\theta, T$

$\xi_{\max}^2 = f(\rho, \theta)$ ; en la gráf. 11-b

(6 ecuaciones y 6 incógnitas)

**SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

- (3)  $v_* = 4Q / (\pi d_p^2)$
- (2)  $\rho = av_* / (2gh_0)$
- (5)  $T = 2 L_p / a$
- (4)  $\theta = \tau / T$

Resultados:

$v_* = 3.82 \text{ m/s}$   
 $\rho = 0.56$   
 $T = 1.70 \text{ s}$   
 $\theta = 4.71$

En la gráfica 11-b, con los valores calculados de  $\rho$  y  $\theta$  se obtiene  $\xi_{\max}^2$ :

$\xi_{\max}^2 = 1.21$   
 $h_{\max} = 423.50 \text{ m}$   
 $\rho_{\max} = 42.35 \text{ kg/cm}^2$

(6)  $\xi_{\max}^2 = h_{\max} / h_0$

(1)  $\delta_{\min} = \rho_{\max} d_p / (2 f_s c_s)$

$\delta_{\min} = 2.61 \text{ cm}$
-----------------------------------

16. Para el problema que se muestra a continuación:

$L_p = 500.00 \text{ m}$   
 $Q = 20.00 \text{ m}^3/\text{s}$   
 $a = 1,000.00 \text{ m/s}$

$d_p = 2.00 \text{ m}$   
 $\tau = 2.00 \text{ s}$

$h_0 = 250.00 \text{ m}$   
 $f_s = 2,000.00 \text{ kg/cm}^2$   
 $c_s = 1.00$

Calcule:

- a)  $h_1, h_2, h_3, h_4$  y  $h_5$  para el caso de un cierre y grafique los resultados.
- b) El espesor mínimo de la pared de la tubería  $\delta_{\min}$

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

a)

Ecuaciones:

- (1)  $\xi_{i-1}^2 + \xi_i^2 - 2 = 2\rho (\eta_{i-1} \xi_{i-1} - \eta_i \xi_i)$
- (2)  $\rho = av_* / (2gh_0)$
- (3)  $v_* = 4Q / (\pi d_p^2)$
- (4)  $\eta_i = 1 - [i / \theta]$
- (5)  $\xi_i^2 = h_i / h_0$
- (6)  $T = 2 L_p / a$
- (7)  $\theta = \tau / T$

Incógnitas:

$\rho, \xi_i, \eta_i$   
 $v_*$

Comentarios:

$i = 1, 2, 3, 4 \text{ y } 5$

$\theta$

$i = 1, 2, 3, 4 \text{ y } 5$

$h_i$

$i = 1, 2, 3, 4 \text{ y } 5$

$T$

(7 ecuaciones y 7 incógnitas)

**SOLUCIÓN:**

Ecuaciones:

(3)  $v_* = 4Q / (\pi d_p^2)$

(2)  $\rho = av_* / (2gh_0)$

(6)  $T = 2 L_p / a$

(7)  $\theta = \tau / T$

(4)  $\eta_i = 1 - [ i / \theta ]$

(1)  $\xi_{i-1}^2 + \xi_i^2 - 2 = 2\rho (\eta_{i-1} \xi_{i-1} - \eta_i \xi_i)$ , despejando la incógnita:

(1')  $\xi_i = -(\rho \eta_i) + [(\rho \eta_i)^2 - (\xi_{i-1}^2 - 2 - 2\rho \eta_{i-1} \xi_{i-1})]^{(1/2)}$

(5)  $\xi_i^2 = h_i / h_0$

Resultados:

$v_* = 6.37 \text{ m/s}$

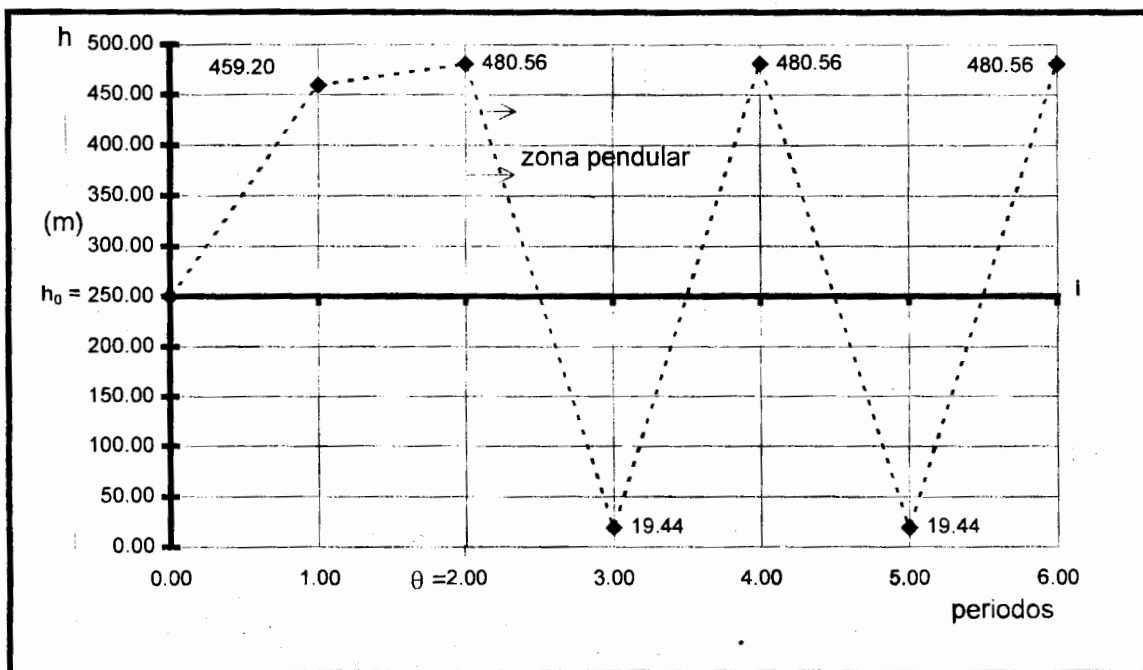
$\rho = 1.30$

$T = 1.00 \text{ s}$

$\theta = 2.00$

i	$\eta_i$ (ec. 4)	$\xi_i$ (ec. 1')	$\xi_i^2$	$h_i$ (ec. 5)
0.00	1.00	1.00	1.00	250.00
1.00	0.50	1.36	1.84	459.20
2.00	0.00	1.39	1.92	<b>480.56</b>
3.00	0.00	0.28	0.08	19.44
4.00	0.00	1.39	1.92	480.56
5.00	0.00	0.28	0.08	19.44
6.00	0.00	1.39	1.92	480.56

( $h_{\text{máx}}$ )



**b) SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

(1)  $\delta_{\text{min}} = \rho_{\text{máx}} d_p / (2 f_s c_s)$

Resultados:

$\delta_{\text{min}} = 2.40 \text{ cm}$

Con este espesor, la tubería es capaz de soportar el golpe de ariete, pero su pared debe tener también un espesor mínimo que le permita su fácil transporte cuando está vacía, éste es:

$$\delta_{min} = (d_p + 1000) / 400$$

( $\delta_{min}$  y  $d_p$  en mm)

$\delta_{min} =$	<b>7.50 mm</b>
------------------	----------------

Por lo cual el espesor mínimo  $\delta_{min}$  calculado anteriormente es correcto.

17. La tubería de presión de una central hidroeléctrica tiene las siguientes características:

$a =$	1,000.00 m/s	$f_s =$	2,200.00 kg/cm <sup>2</sup>	$L_p =$	1,250.00 m
$d_p =$	2.00 m	$h_0 =$	450.00 m	$v_0 =$	6.50 m/s
$c_s =$	1.00	Y su válvula debe cerrarse en un tiempo:		$\tau =$	12.00 s

Utilizando las ecuaciones de Allievi, determine:

- a) El espesor mínimo de la tubería  $\delta_{min}$  para que resista el golpe de ariete.  
 b) La presión total a los  $t = 5.00$  segundos de empezada la maniobra.

**PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

a)

Ecuaciones:

(1)  $\rho = av_0 / (2gh_0)$

(2)  $\xi_i = -(\rho \eta_i) + [(\rho \eta_i)^2 - (\xi_{i-1}^2 - 2 - 2\rho\eta_{i-1} \xi_{i-1})]^{(1/2)}$

(3)  $\xi_i^2 = h_i / h_0$

(4)  $\eta_i = 1 - (i / \theta)$

(5)  $\theta = \tau / T$

(6)  $T = 2 L_p / a$

(7)  $\delta_{min} = \rho_{max} d_p / (2 f_s c_s)$

Incógnitas:

$\rho$

$\xi_i, \eta_i$

$h_i$

$\theta$

$T$

$\delta_{min}$

Comentarios:

(fórmula 1' del problema 16)

$\rho_{max}$  corresponde a  $h_{max}$

(7 ecuaciones y 7 incógnitas)

a) **SOLUCIÓN**

Ecuaciones:

(1)  $\rho = av_0 / (2gh_0)$

(6)  $T = 2 L_p / a$

(5)  $\theta = \tau / T$

(2)  $\xi_i = -(\rho \eta_i) + [(\rho \eta_i)^2 - (\xi_{i-1}^2 - 2 - 2\rho\eta_{i-1} \xi_{i-1})]^{(1/2)}$ ; para  $i = 1$ :

(4)  $\eta_1 = 1 - (1 / \theta)$ :

(3)  $\xi_0^2 = h_0 / h_0$

La expresión (2) queda:

$$\xi_1 = \xi_{max} = -(\rho \eta_1) + [(\rho \eta_1)^2 - (\xi_0^2 - 2 - 2\rho\eta_0 \xi_0)]^{(1/2)}$$

Resultados:

$\rho =$  0.74

$T =$  2.50 s

$\theta =$  4.80

$\eta_1 =$  0.79

$\eta_0 =$  1.00

$\xi_0^2 = \xi_0 =$  1.00

Comentarios:

Como  $\rho < 1$ ,  $h_{max} = h_1$

$$(3) \xi_i^2 = h_i / h_0$$

$$(7) \delta_{\min} = \rho_{\max} d_p / (2 f_s c_s)$$

$$\xi_1 = 1.09$$

$$\xi_i^2 = 1.20$$

$$h_1 = h_{\max} = 538.68 \text{ m}$$

$$\delta_{\min} = 2.45 \text{ cm}$$

### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

b)

Ecuaciones:

$$(1) i_t = t / T$$

$$(2) \xi_i = -(\rho \eta_i) + [(\rho \eta_i)^2 - (\xi_{i-1}^2 - 2 - 2\rho\eta_{i-1} \xi_{i-1})]^{(1/2)}$$

$$(3) \eta_i = 1 - (i / \theta)$$

$$(4) \xi_i^2 = h_i / h_0$$

Incógnitas:

$i_t$

$\xi_i, \eta_i$

Comentarios:

$i_t$  es el tiempo  $t$

medido en periodos

(fórmula 1' del problema 16)

(4 ecuaciones y 4 incógnitas)

### b) SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(1) i_t = t / T$$

$$(2) \xi_i = -(\rho \eta_i) + [(\rho \eta_i)^2 - (\xi_{i-1}^2 - 2 - 2\rho\eta_{i-1} \xi_{i-1})]^{(1/2)}$$

$$(3) \eta_i = 1 - (i / \theta)$$

$$(4) \xi_i^2 = h_i / h_0$$

Resultados:

$$i_t = 2.00$$

Comentarios:

i	$\eta_i$ (exp. 3)	$\xi_i$ (exp. 2)	$\xi_i^2$	$h_i$ (exp. 4)
0	1.00	1.00	1.00	450.00
1	0.79	1.09	1.20	538.68
2	0.58	1.07	1.16	519.82

$$h = h_2 = 519.82 \text{ m}$$

$$\rho = 51.98 \text{ kg / cm}^2$$

18. Utilizando las ecuaciones de Allievi, determine el diámetro máximo que puede tener la tubería de presión cuyas características son las siguientes:

$$a = 1,000.00 \text{ m / s}$$

$$f_s = 1,265.00 \text{ kg / cm}^2$$

$$v_0 = 4.00 \text{ m / s}$$

$$L_p = 425.00 \text{ m}$$

$$h_0 = 325.00 \text{ m}$$

$$c_s = 1.00$$

$$\delta = 1.00 \text{ ''}$$

$$\tau = 8.00 \text{ s}$$

### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

b)

Ecuaciones:

$$(1) \rho = av_0 / (2gh_0)$$

Incógnitas:

$\rho$

Comentarios:

- (2)  $\xi_i = -(\rho \eta_i) + [(\rho \eta_i)^2 - (\xi_{i-1}^2 - 2 - 2\rho\eta_{i-1} \xi_{i-1})]^{(1/2)}$   $\xi_i, \eta_i$  (fórmula 1' del problema 16)  
 (3)  $\eta_i = 1 - (i / \theta)$   $\theta$   
 (4)  $\theta = \tau / T$   $T$   
 (5)  $T = 2 L_p / a$   
 (6)  $\xi_i^2 = h_i / h_0$   $h_i$  (el valor que interesa es  $h_{m\acute{a}x}$ )  
 (7)  $\delta = \rho_{m\acute{a}x} d_{p\ m\acute{a}x} / (2 f_s c_s)$   $d_{m\acute{a}x}$

(7 ecuaciones y 7 incógnitas)

a) SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $\rho = av \cdot / (2gh_0)$

(5)  $T = 2 L_p / a$

(4)  $\theta = \tau / T$

Resultados:

$\rho = 0.63$

$T = 0.85 \text{ s}$

$\theta = 9.41$

Comentarios:

Como  $\rho < 1$ ;  $h_1 = h_{m\acute{a}x}$ , entonces basta con calcular el valor de  $\xi_1$ :

(2)  $\xi_i = -(\rho \eta_i) + [(\rho \eta_i)^2 - (\xi_{i-1}^2 - 2 - 2\rho\eta_{i-1} \xi_{i-1})]^{(1/2)}$  (fórmula 1' del problema 16)

(6)  $\xi_i^2 = h_i / h_0$   $\xi_0^2 = \xi_0 = 1.00$

(3)  $\eta_i = 1 - (i / \theta)$   $\eta_0 = 1.00$

$\eta_1 = 0.89$

Con estos valores, la ecuación (2), queda:

(2')  $\xi_1 = -\rho\eta_1 + [(\rho\eta_1)^2 - (-1 - 2\rho)]^{(1/2)}$   $\xi_1 = 1.04$

(6)  $\xi_i^2 = h_i / h_0$   $h_{m\acute{a}x} = 352.97 \text{ m}$

(7)  $\delta = \rho_{m\acute{a}x} d_{p\ m\acute{a}x} / (2 f_s c_s)$   $d_{p\ m\acute{a}x} = 1.82 \text{ m}$

19. Una tubería de presión tiene las siguientes características:

$d_p = 2.00 \text{ m}$

$L_p = 800.00 \text{ m}$

$\delta = 1.00 \text{ ''}$

$f_s = 2,000.00 \text{ kg / cm}^2$

$a = 1,000.00 \text{ m / s}$

$v \cdot = 8.00 \text{ m / s}$

$h_0 = 300.00 \text{ m}$

$c_s = 1.00$

Determine:

a) Si puede resistir un cierre brusco.

b) El tiempo de maniobra mínimo  $\tau_{m\acute{i}n}$  posible.

PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

a)

Ecuaciones:

(1)  $\Delta h_{m\acute{a}x} = (a v \cdot) / g$

(2)  $\delta_{m\acute{i}n} = \rho_{m\acute{a}x} d_p / (2 f_s c_s)$

(3)  $\rho_{m\acute{a}x} = (h_0 + \Delta h_{m\acute{a}x}) \gamma$

Incógnitas:

$\Delta h_{m\acute{a}x}$

$\delta_{m\acute{i}n}, \rho_{m\acute{a}x}$

Comentarios:  
Fórmula de Joukovsky

Si  $\delta_{m\acute{i}n} \geq \delta$ , la tubería resiste el cierre brusco

(3 ecuaciones y 3 incógnitas)

a) SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(1) \Delta h_{\max} = (a v_0) / g$$

$$(3) p_{\max} = (h_0 + \Delta h_{\max}) \gamma$$

$$(2) \delta_{\min} = p_{\max} d_p / (2 f_s c_s)$$

Resultados:

$$\Delta h_{\max} = 815.49 \text{ m}$$

$$p_{\max} = 111.55 \text{ kg / cm}^2$$

$$\delta_{\min} = 5.58 \text{ cm}$$

**Como  $\delta = 1'' < \delta_{\min}$ , la tubería no resiste el cierre brusco**

PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

b)

Ecuaciones:

$$(1) \delta = p_{\max} d_p / (2 f_s c_s)$$

$$(2) \xi_{\max}^2 = h_{\max} / h_0$$

$$(3) \rho = a v_0 / (2 g h_0)$$

$$(4) \theta = \tau_{\min} / T$$

$$(5) T = 2 L_p / a$$

Incógnitas:

$$p_{\max}$$

$$\xi_{\max}$$

$$\rho$$

$$\tau_{\min}, T$$

Comentarios:

$p_{\max}$  es la presión máxima que resiste la tubería

$$h_{\max} = p_{\max} / \gamma$$

$\theta = f(\rho, \xi_{\max}^2)$  en la gráfica 11.b

(5 ecuaciones y 5 incógnitas)

a) SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(1) \delta = p_{\max} d_p / (2 f_s c_s)$$

$$(2) \xi_{\max}^2 = h_{\max} / h_0$$

$$(3) \rho = a v_0 / (2 g h_0)$$

De la gráfica 11.b para  $\xi_{\max}^2$  y  $\rho$ :

$$(5) T = 2 L_p / a$$

$$(4) \theta = \tau_{\min} / T$$

Resultados:

$$p_{\max} = 50.80 \text{ kg / cm}^2$$

$$\xi_{\max}^2 = 1.69$$

$$\rho = 1.36$$

$$\theta = 2.65$$

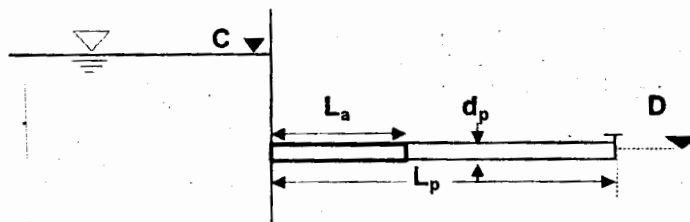
$$T = 1.60 \text{ s}$$

Observaciones:

$$h_{\max} = p_{\max} / \gamma$$

$$\tau_{\min} = 4.24 \text{ segundos}$$

20. Para la tubería horizontal de la figura, determine el espesor mínimo  $\delta_{\min}$  de la pared del tramo "a" para que resista el golpe de ariete debido a un cierre lineal, según los datos indicados. Considere distribución lineal de las presiones a lo largo de la tubería.



$$Q = 20.00 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$f_s = 1,265.00 \text{ kg / cm}^2$$

$$L_p = 775.00 \text{ m}$$

$$c_s = 1.00$$

$$a = 1,000.00 \text{ m / s}$$

$$C = 700.00 \text{ m.s.n.m.}$$

$$d_p = 1.80 \text{ m}$$

$$\tau = 5.00 \text{ s}$$

$$D = 265.00 \text{ m.s.n.m.}$$

$$L_a = 200.00 \text{ m}$$

### PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $\rho = av \cdot / (2gh_0)$

(2)  $h_0 = C - D$

(3)  $v \cdot = 4 Q / \pi d_p^2$

(4)  $\xi_i = -(\rho \eta_i) + [(\rho \eta_i)^2 - (\xi_{i-1}^2 - 2 - 2\rho\eta_{i-1} \xi_{i-1})]^{(1/2)}$

(5)  $\xi_i^2 = h_i / h_0$

(6)  $\eta_i = 1 - (i / \theta)$

(7)  $\theta = \tau / T$

(8)  $T = 2 L_p / a$

Incógnitas:

$\rho, v \cdot, h_0$

Comentarios:

$\xi_i, \eta_i$

(fórmula 1' del problema 16)

$h_i$

$\theta$

$T$

Una vez calculado el valor de  $h_{m\acute{a}x}$ , la presión de diseño para el tramo a (extremo derecho) es:

(9)  $h_a = h_0 + [(h_{m\acute{a}x} - h_0) / L_p] L_a$

$h_a$

( $p_a = \gamma h_a$ )

(10)  $\delta_{m\acute{i}n} = p_a d_p / (2 f_s c_s)$

$\delta_{m\acute{i}n}$

( 10 ecuaciones y 10 incógnitas )

### SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(2)  $h_0 = C - D$

(3)  $v \cdot = 4 Q / \pi d_p^2$

(1)  $\rho = av \cdot / (2gh_0)$

Resultados:

$h_0 = 435.00 \text{ m}$

$v \cdot = 7.86 \text{ m/s}$

$\rho = 0.92 < 1$

Como  $\rho < 1$  basta calcular  $h_1$ , porque  $h_1 = h_{m\acute{a}x}$ :

(4)  $\xi_i = -(\rho \eta_i) + [(\rho \eta_i)^2 - (\xi_{i-1}^2 - 2 - 2\rho\eta_{i-1} \xi_{i-1})]^{(1/2)}$

(8)  $T = 2 L_p / a$

$T = 1.55 \text{ s}$

(7)  $\theta = \tau / T$

$\theta = 3.23$

(5)  $\xi_i^2 = h_i / h_0$

$\xi_i^2 = 1.00$

(6)  $\eta_i = 1 - (i / \theta)$

$\eta_0 = 1.00$

Con estos valores, la ecuación (4), queda:

(4')  $\xi_1 = -\rho\eta_1 + [(\rho\eta_1)^2 - (-1 - 2\rho)]^{(1/2)}$

(6)  $\eta_1 = 1 - (1 / \theta)$

$\eta_1 = 0.69$

(4')  $\xi_1 = -\rho\eta_1 + [(\rho\eta_1)^2 - (-1 - 2\rho)]^{(1/2)}$

$\xi_1 = 1.17$

(5)  $\xi_1^2 = h_1 / h_0$

$h_1 = h_{m\acute{a}x} = 591.53 \text{ m}$

(9)  $h_a = h_0 + [(h_{m\acute{a}x} - h_0) / L_p] L_a$

$h_a = 475.39 \text{ m}$

(10)  $\delta_{m\acute{i}n} = p_a d_p / (2 f_s c_s)$

$\delta_{m\acute{i}n} =$	<b>3.38 cm</b>
--------------------------	----------------

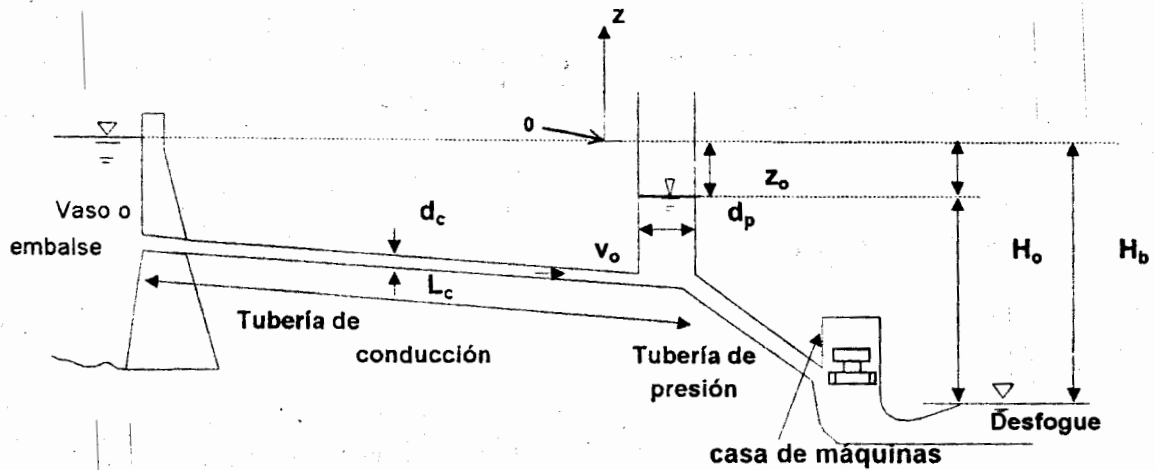
## **CAPÍTULO 7**

### **POZO DE OSCILACIÓN**

1. Explique las funciones principales que tiene un pozo de oscilación
2. Haga un esquema señalando el túnel de conducción y la tubería de presión en una central hidroeléctrica y explique las características principales de cada una de estas estructuras
3. Describa las diferentes ubicaciones que puede tener un pozo de oscilación con respecto a la casa de máquinas y justifique su respuesta
4. Señale las principales características que debe tener un pozo de oscilación bien diseñado y explique el significado de las mismas
5. ¿Qué hipótesis básicas se hacen para desarrollar la teoría del pozo de oscilación?
6. Señale los tipos de pozo de oscilación más comunes y describa las características más generales que los hacen convenientes
7. Describa el funcionamiento de un pozo de oscilación tipo Johnson y las ventajas que ofrece
8. Describa el funcionamiento de un pozo de oscilación con ampliaciones y su conveniencia
9. Describa el funcionamiento de un pozo de oscilación con diafragma y señale sus ventajas
10. Describa el funcionamiento de un pozo de oscilación con vertedor
11. ¿El pozo de oscilación es siempre indispensable? Acompañe su respuesta con ejemplos y esquemas
12. Haga un esquema de una central hidroeléctrica con pozo de oscilación en la cual señale la posición más conveniente para su ubicación. Justifique su respuesta
13. ¿En qué casos se puede justificar la construcción de un sistema de pozos de oscilación?



NOTA: Los subsecuentes problemas se referirán al siguiente esquema



14. Se va a proyectar un pozo de oscilación cilíndrico simple con los siguientes datos:

$Q = 135.00 \text{ m}^3/\text{s}$	$d_c = 6.60 \text{ m}$	$L_c = 1,815.00 \text{ m}$
$n = 0.02 \text{ (Manning)}$	$FS = 1.85$	$H_b = 51.00 \text{ m}$

Utilice el método numérico de Scimemi con incrementos de tiempo  $\Delta t$  iguales a 1/10 del teórico de las oscilaciones:

- Calcule los intervalos necesarios de las oscilaciones en el pozo para cierre y para apertura hasta llegar a los primeros valores extremos (1/4 de período, aproximadamente). Grafique los resultados (Considere sólo las pérdidas por fricción).
- Calcule las oscilaciones extremas utilizando fórmulas y compare con los resultados obtenidos.

a) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

- $k = (n/R_c^{2/3})^2 L_c + (1 + \sum k_i) / 2g$
- $\underline{A}_P = FS(v_0^2 / 2g) (L_c A_c / (z_0 H_0))$
- $v_0 = Q/A_c$
- $A_c = \pi d_c^2 / 4$
- $z_0 = k v_0^2$
- $H_0 = H_b - z_0$
- $\Delta t = 1/10 [2\pi (L_c \underline{A}_P / g A_c)]^{(1/2)}$
- $\Delta z_i = c_3 v_i - c_4$
- $z_i = z_{i-1} + \Delta z_{i-1}$
- $c_3 = \Delta t A_c / \underline{A}_P$
- $c_4 = \Delta t Q / \underline{A}_P$
- $\Delta v_i = -c_1 z_i - c_2 |v_{i-1}| v_{i-1}$

Incógnitas:

- $k$   
 $\underline{A}_P, v_0, A_c, z_0, H_0$   
 $\Delta t$   
 $\Delta z_i, c_3, v_i, c_4$   
 $z_i$   
 $\Delta v_i, c_1, c_2$

Comentarios:

- $(\sum k_i = 0)$   
 Fórmula de Thoma  
 $(\Delta t = T / 10)$

$$(13) v_i = v_{i-1} + \Delta v_i$$

$$(14) c_1 = g \Delta t / L_c$$

$$(15) c_2 = g \Delta t k / L_c$$

(15 ecuaciones y 15 incógnitas)

### SOLUCIÓN

Ecuaciones:

$$(1) (k = (n / R_c^{2/3})^2 L_c + (1 + \Sigma k_i) / 2g)$$

$$(4) A_c = \pi d_c^2 / 4$$

$$(3) v_0 = Q / A_c$$

$$(5) z_0 = k v_0^2$$

$$(6) H_0 = H_b - z_0$$

$$(2) \underline{A}_P = FS(v_0^2 / 2g) (L_c A_c / (z_0 H_0))$$

$$(7) \Delta t = 1/10 [2\pi (L_c \underline{A}_P / g A_c)]^{(1/2)}$$

$$(14) c_1 = g \Delta t / L_c$$

$$(15) c_2 = g \Delta t k / L_c$$

$$(10) c_3 = \Delta t A_c / \underline{A}_P$$

$$(11) c_4 = \Delta t Q / \underline{A}_P$$

Resultados:

$$k = 0.29$$

$$A_c = 34.21 \text{ m}^2$$

$$v_0 = 3.95 \text{ m/s}$$

$$z_0 = 4.50 \text{ m}$$

$$H_0 = 46.50 \text{ m}$$

$$\underline{A}_P = 435.31 \text{ m}^2; \quad (\underline{d}_P = 23.54 \text{ m})$$

$$\Delta t = 30.49 \text{ s}$$

$$c_1 = 0.16477$$

$$c_2 = 0.04767$$

$$c_3 = 2.39592$$

$$c_4 = 0.00000 \quad (\text{cierre})$$

$$c_4 = 9.45427 \quad (\text{apertura})$$

Aplicando sucesivamente las ecuaciones:

$$(8) \Delta z_i = c_3 v_i - c_4$$

$$(9) z_i = z_{i-1} + \Delta z_{i-1}$$

$$(12) \Delta v_i = -c_1 z_i - c_2 |v_{i-1}| |v_{i-1}|$$

$$(13) v_i = v_{i-1} + \Delta v_i$$

Se obtienen las siguientes tablas.

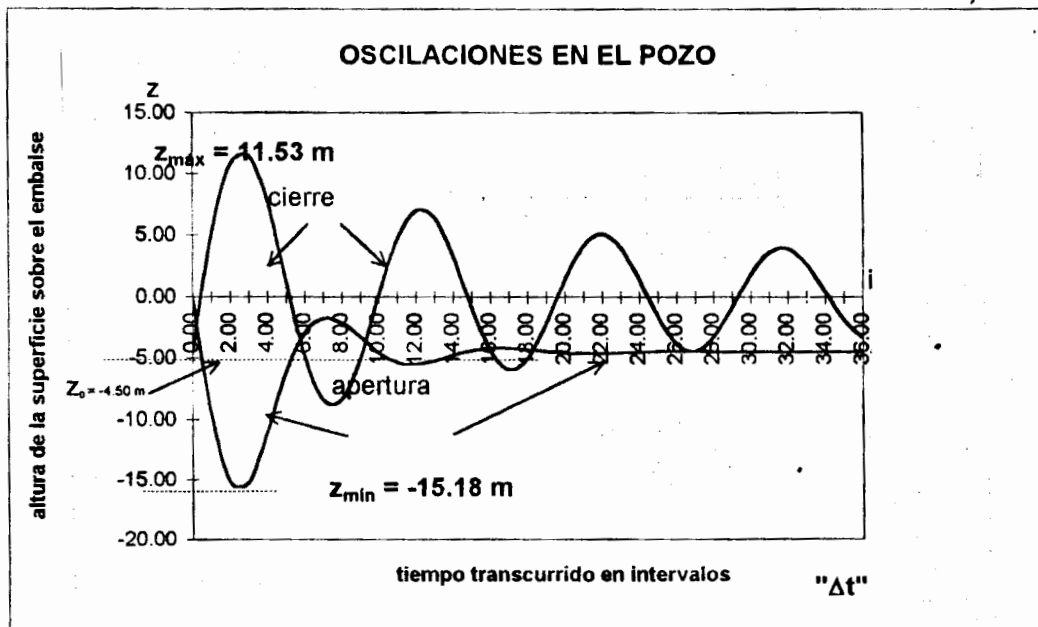
### CIERRE

\*NOTA: SE CALCULARÁN MÁS VALORES DE LOS PEDIDOS SÓLO CON EL FIN DE QUE LA GRÁFICA QUEDE MÁS CLARA.

	$t = i \Delta t$	$z_i = z_{i-1} + \Delta z_{i-1}$	$\Delta v_i = -c_1 z_i - c_2  v_{i-1}  v_{i-1}$			$v_i = v_{i-1} + \Delta v_i$	$\Delta z_i = c_3 v_i - c_4$
i	t	$z_i$	$-c_1 z_i$	$-c_2  v_{i-1}  v_{i-1}$	$\Delta v_i$	$v_i$	$\Delta z_i$
0.00	0.00	-4.50				3.95	9.45
1.00	30.49	4.95	-0.8156	-0.7422	-1.56	2.39	5.72
2.00	60.97	10.67	-1.7584	-0.2719	-2.03	0.36	0.86
3.00	91.46	11.53	-1.8997	-0.0061	-1.91	-1.55	-3.71
4.00	121.94	7.82	-1.2886	0.1142	-1.17	-2.72	-6.52
5.00	152.43	1.30	-0.2139	0.3533	0.14	-2.58	-6.19
6.00	182.91	-4.89	0.8058	0.3180	1.12	-1.46	-3.50
7.00	213.40	-8.39	1.3819	0.1015	1.48	0.02	0.06
8.00	243.89	-8.33	1.3723	0.0000	1.37	1.40	3.35
9.00	274.37	-4.98	0.8210	-0.0930	0.73	2.12	5.09
10.00	304.86	0.11	-0.0178	-0.2151	-0.23	1.89	4.53
11.00	335.34	4.64	-0.7645	-0.1706	-0.94	0.96	2.29
12.00	365.83	6.93	-1.1422	-0.0436	-1.19	-0.23	-0.55
13.00	396.31	6.38	-1.0517	0.0025	-1.05	-1.28	-3.06
14.00	426.80	3.32	-0.5470	0.0779	-0.47	-1.75	-4.19
15.00	457.28	-0.87	0.1429	0.1456	0.29	-1.46	-3.50
16.00	487.77	-4.36	0.7189	0.1015	0.82	-0.64	-1.53
17.00	518.26	-5.89	0.9710	0.0194	0.99	0.35	0.84
18.00	548.74	-5.05	0.8321	-0.0059	0.83	1.18	2.82
19.00	579.23	-2.23	0.3671	-0.0662	0.30	1.48	3.54
20.00	609.71	1.32	-0.2168	-0.1043	-0.32	1.16	2.77
21.00	640.20	4.09	-0.6739	-0.0639	-0.74	0.42	1.01
22.00	670.68	5.10	-0.8398	-0.0084	-0.85	-0.43	-1.03
23.00	701.17	4.07	-0.6708	0.0087	-0.66	-1.09	-2.61
24.00	731.66	1.46	-0.2404	0.0566	-0.18	-1.27	-3.05
25.00	762.14	-1.59	0.2625	0.0773	0.34	-0.93	-2.24
26.00	792.63	-3.83	0.6313	0.0416	0.67	-0.26	-0.63
27.00	823.11	-4.46	0.7344	0.0033	0.74	0.48	1.14
28.00	853.60	-3.32	0.5463	-0.0108	0.54	1.01	2.42
29.00	884.08	-0.89	0.1468	-0.0488	0.10	1.11	2.66
30.00	914.57	1.77	-0.2914	-0.0587	-0.35	0.76	1.82
31.00	945.06	3.59	-0.5913	-0.0275	-0.62	0.14	0.34
32.00	975.54	3.93	-0.6470	-0.0009	-0.65	-0.51	-1.21
33.00	1,006.03	2.71	-0.4468	0.0123	-0.43	-0.94	-2.26
34.00	1,036.51	0.46	-0.0751	0.0423	-0.03	-0.97	-2.33
35.00	1,067.00	-1.88	0.3096	0.0453	0.35	-0.62	-1.48
36.00	1,097.48	-3.36	0.5542	0.0183	0.57	-0.05	-0.11

## APERTURA

	$t = i \Delta t$	$z_i = z_{i-1} + \Delta z_{i-1}$	$\Delta v_i = -c_1 z_i - c_2  v_{i-1}  v_{i-1}$			$v_i = v_{i-1} + \Delta v_i$	$\Delta z_i = C_3 v_i - C_4$
i	t	$z_i$	$-C_1 z_i$	$-C_2  v_{i-1}  v_{i-1}$	$\Delta v_i$	$v_i$	$\Delta z_i$
0.00	0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.00	0.00	-9.45
1.00	30.49	-9.45	1.5578	0.0000	1.56	1.56	-5.72
2.00	60.97	-15.18	2.5006	-0.1157	2.38	3.94	-0.01
3.00	91.46	-15.18	2.5019	-0.7410	1.76	5.70	4.21
4.00	121.94	-10.97	1.8080	-1.5506	0.26	5.96	4.83
5.00	152.43	-6.14	1.0125	-1.6937	-0.68	5.28	3.20
6.00	182.91	-2.95	0.4859	-1.3287	-0.84	4.44	1.18
7.00	213.40	-1.77	0.2921	-0.9384	-0.65	3.79	-0.37
8.00	243.89	-2.14	0.3534	-0.6849	-0.33	3.46	-1.17
9.00	274.37	-3.31	0.5456	-0.5704	-0.02	3.43	-1.23
10.00	304.86	-4.54	0.7476	-0.5622	0.19	3.62	-0.78
11.00	335.34	-5.32	0.8764	-0.6245	0.25	3.87	-0.18
12.00	365.83	-5.50	0.9057	-0.7144	0.19	4.06	0.28
13.00	396.31	-5.22	0.8596	-0.7868	0.07	4.14	0.45
14.00	426.80	-4.76	0.7847	-0.8152	-0.03	4.11	0.38
15.00	457.28	-4.38	0.7219	-0.8033	-0.08	4.02	0.19
16.00	487.77	-4.19	0.6912	-0.7717	-0.08	3.94	-0.01
17.00	518.26	-4.20	0.6923	-0.7411	-0.05	3.89	-0.12
18.00	548.74	-4.33	0.7127	-0.7229	-0.01	3.88	-0.15
19.00	579.23	-4.47	0.7371	-0.7191	0.02	3.90	-0.11
20.00	609.71	-4.58	0.7544	-0.7258	0.03	3.93	-0.04
21.00	640.20	-4.61	0.7604	-0.7365	0.02	3.95	0.02
22.00	670.68	-4.59	0.7570	-0.7455	0.01	3.97	0.05
23.00	701.17	-4.55	0.7490	-0.7498	0.00	3.97	0.05
24.00	731.66	-4.50	0.7413	-0.7495	-0.01	3.96	0.03
25.00	762.14	-4.47	0.7369	-0.7464	-0.01	3.95	0.00
26.00	792.63	-4.47	0.7362	-0.7428	-0.01	3.94	-0.01
27.00	823.11	-4.48	0.7382	-0.7403	0.00	3.94	-0.02
28.00	853.60	-4.50	0.7410	-0.7395	0.00	3.94	-0.01
29.00	884.08	-4.51	0.7432	-0.7401	0.00	3.94	-0.01
30.00	914.57	-4.52	0.7442	-0.7412	0.00	3.95	0.00
31.00	945.06	-4.52	0.7440	-0.7423	0.00	3.95	0.01
32.00	975.54	-4.51	0.7432	-0.7430	0.00	3.95	0.01
33.00	1,006.03	-4.50	0.7423	-0.7431	0.00	3.95	0.00
34.00	1,036.51	-4.50	0.7417	-0.7428	0.00	3.95	0.00
35.00	1,067.00	-4.50	0.7415	-0.7424	0.00	3.95	0.00
36.00	1,097.48	-4.50	0.7417	-0.7420	0.00	3.95	0.00



**b) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN**

**Ecuaciones:**

(1)  $z_{m\acute{a}x} = z \cdot (1 - 0.4 \varepsilon + 0.285 \varepsilon^2)^{(1/2)} - 0.467 \varepsilon$

(2)  $z = v_0 \sqrt{[L_c A_c] / [g A_p]}$

(3)  $\varepsilon = |hf_* / z|$

(4)  $hf_* = (v \cdot n / R_c^{2/3})^2 L_c$

(5)  $z_{m\acute{i}n} = -z \cdot [0.5\varepsilon + \sqrt{1 - 0.81 \varepsilon + 0.25 \varepsilon^2}]$

(5 expresiones y 5 incógnitas)

**Incógnitas:**

$z, z_{m\acute{a}x}, \varepsilon$

$hf_*$

$z_{m\acute{i}n}$

**SOLUCIÓN**

**Ecuaciones:**

(4)  $hf_* = (v \cdot n / R_c^{2/3})^2 L_c$

(2)  $z = v_0 \sqrt{[L_c A_c] / [g A_p]}$

(3)  $\varepsilon = |hf_* / z|$

no sobrepase el valor  $z_{m\acute{a}x} =$

(5)  $z_{m\acute{i}n} = -z \cdot [0.5\varepsilon + \sqrt{1 - 0.81 \varepsilon + 0.25 \varepsilon^2}]$

**Resultados:**

$hf_* = 3.71 \text{ m}$

$z = 15.05 \text{ m}$

$\varepsilon = 0.25$

$z_{m\acute{a}x} = 12.69 \text{ m}$

$z_{m\acute{i}n} = -15.44 \text{ m}$

LOS VALORES CALCULADOS CON EL MÉTODO DE SCIMEMI FUERON:

$z_{\text{máx}} =$	<b>11.53 m</b>
$z_{\text{mín}} =$	<b>-15.18 m</b>

15. Se desea que la oscilación máxima de un pozo de oscilación cilíndrico simple no sobrepase el valor  $z_{\text{máx}} = 8.00 \text{ m}$ , los demás datos son los siguientes:

$v_0 =$	5.30 m/s	$d_c =$	2.25 m	$L_c =$	958.00 m
$n =$	0.016 (Manning)				

Determine el diámetro mínimo del pozo con las fórmulas de

- Braun.
- Forchheimer.

a) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $z_{\text{máx}} = z \cdot (1 - 0.4 \varepsilon + 0.285 \varepsilon^2)^{(1/2)} - 0.467 \varepsilon$

(2)  $\varepsilon = |hf_* / z_*|$

(3)  $hf_* = (v_0 n / R_c^{2/3})^2 L_c$

(4)  $z_* = v_0 [L_c A_c / g \underline{A}_p]^{(1/2)}$

(5)  $\underline{d}_p = (4 \underline{A}_p / \pi)^{(1/2)}$

Incógnitas:

$z_*, \varepsilon$

$hf_*$

$\underline{A}_p$

$\underline{d}_p$

(5 expresiones y 5 incógnitas)

SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(3)  $hf_* = (v_0 n / R_c^{2/3})^2 L_c$

(2)  $\varepsilon = |hf_* / z_*| = 14.84 / z_*$

Este valor sustituido en la expresión (1):

(1)  $z_{\text{máx}} = z \cdot (1 - 0.4 \varepsilon + 0.285 \varepsilon^2)^{(1/2)} - 0.467 \varepsilon$

(4)  $z_* = v_0 [L_c A_c / g \underline{A}_p]^{(1/2)}$ , despejando:

(4')  $\underline{A}_p = L_c A_c / g (v_0 / z_*)^2$

(5)  $\underline{d}_p = (4 \underline{A}_p / \pi)^{(1/2)}$

Resultados:

$hf_* = 14.84 \text{ m}$

$0.93$

$z_* = 15.96 \text{ m}$

$A_c = 3.98 \text{ m}^2$

$\underline{A}_p = 42.79 \text{ m}^2$

$\underline{d}_p =$	<b>7.38 m</b>
---------------------	---------------

b) PLANTEO DE LA SOLUCIÓN

Ecuaciones:

(1)  $x - Lx = 1 + m hf$

(2)  $x = 1 - m z_{m\acute{a}x}$

(3)  $m = (2g A_p n^2) / (R_c^{(4/3)} A_c)$

(4)  $d_p = (4 A_p / \pi)^{(1/2)}$

Incógnitas:

$x, m$

$A_p$

$d_p$

(4 expresiones y 4 incógnitas)

SOLUCIÓN

Ecuaciones:

Resultados:

Las expresiones (1) y (2) se pueden escribir en la forma (1') y sustituyendo en ella

$z_{m\acute{a}x} = 8.00 \text{ m}$   
 y  $hf^* = 14.84 \text{ m}$

en:

(1')  $1 - m z_{m\acute{a}x} - L (1 - m^2 z_{m\acute{a}x}^2) = 1 + m hf^*$

(2)  $x = 1 - m z_{m\acute{a}x} = 0.00$

(3)  $m = (2g A_p n^2) / (R_c^{(4/3)} A_c)$

(4)  $d_p = (4 A_p / \pi)^{(1/2)}$

$m = 0.116208$

$A_p = 42.72 \text{ m}^2$

**$d_p = 7.37 \text{ m}$**

(El valor obtenido con la fórmula de Braun en el inciso anterior fue 7.38 m)

**ANEXO 1**

**FORMULARIO**



Formulario			
Concepto:	Expresión:	Observaciones	
<b>BOMBAS</b>			
1	Altura estática total	$H_{ET} = H_{ED} - H_{ES}$	
2	Carga de descarga	$H_d = p_d / \gamma + v_d^2 / 2g = H_{ED} + \Sigma hf_d$	
3	Carga de succión (del proyecto de bombeo)	$H_{s_p} = 9.9 + H_{s_g} - H_{A_p} + H_{V_p}$	Cuando se usan las gráficas del Instituto de Hidráulica de EUA
4	Carga de succión	$H_s = p_s / \gamma + v_s^2 / 2g = H_{ES} - \Sigma hf_s$	
5	Carga de succión positiva neta	$CSPN = H_A - H_v + H_s$	
6	Carga dinámica	$H = H_d - H_s$	
7	Coefficiente de cavitación de Thoma	$\sigma = CSPN_r / H$	
<b>Leyes de similitud para bombas:</b>			
8	Carga	$H_p / H_m = (N_p / N_m)^2 (D_p / D_m)^2$	
9	Gasto	$Q_p / Q_m = N_p / N_m (D_p / D_m)^3$	
10	Potencia	$P_p / P_m = (N_p / N_m)^3 (D_p / D_m)^5$	
11	Velocidad específica en bombas:	$N_s = N Q^{1/2} / H^{3/4}$	Q en GPM y H en ft
12	Potencia en bombas	$P = 13.33 QH / \eta$ [CV]	Q [m <sup>3</sup> / s], H [m]
13	Potencia en bombas	$P = 9.81 QH / \eta$ [KW]	Q [m <sup>3</sup> / s], H [m]
14	Potencia en bombas	$P = 13.15 QH / \eta$ [HP]	Q [m <sup>3</sup> / s], H [m]
<b>GOLPE DE ARIETE</b>			
15	Celeridad	$a = [(g / \gamma) / [(1 / e) + (d / E\delta)]]^{1/2}$	
16	Constante de Allievi	$\rho = av_0 / (2gh_0)$	
17	Ecuaciones de Allievi	$\xi_i^2 + \xi_{i-1}^2 - 2 = 2\rho (\eta_{i-1} \xi_{i-1} - \eta_i \xi_i)$	La diferencia entre una ecuación y la subsecuente es un período i completo
18	Espesor de la pared de la tubería	$\delta_{min} = \rho_{max} d_p / (2 f_s c_s)$	
19	Espesor mínimo de la pared de la tubería para su transporte	$\delta_{min} = (d_p + 1000) / 400$	Esto es una norma [ $\delta$ y $d_p$ en mm]
20	Ley de apertura lineal	$\eta_i = i / \theta$	
21	Ley de cierre lineal	$\eta_i = 1 - (i / \theta)$	
22	Período	$T = 2 L_p / a$	
23	Relación de presiones al final del período i	$\xi_i^2 = h_i / h_0$	

	Concepto:	Expresión:	Observaciones
24	Relación de áreas al final del período i	$\eta_i = A_i / A_0$	
25	Tiempo relativo de maniobra.	$\theta = \tau / T$	
26	Sobrepresión o depresión debida a una maniobra brusca	$\Delta h = \pm (a v_0) / g$	Fórmula de Joukovsky
27	Impulso o cantidad de movimiento	$F = (\gamma Q / g) (v_2 - v_1)$	
<b>POZO DE OSCILACIÓN</b>			
28	Amplitud máxima teórica de la oscilación	$z_0 = v_0 \left[ [L_c A_c] / [g A_p] \right]^{1/2}$	
29	Área mínima teórica de un pozo cilíndrico simple para que sea estable (condición de Thoma)	$A_{pTH} > [L_c A_c / z_0 H_0] [v_0^2 / 2g]$	$\Sigma hf_T < H_b / 3$
30	Área mínima real del pozo	$A_{pmin} = FS A_{pTH}$	1.2 ≤ FS ≤ 2 en pozos cilíndricos simples
31	Oscilación máxima real en pozos cilíndricos simples	$x - Lx = 1 + m hf.$	Fórmulas de Forchheimer
		(1) $hf. = (n / R_c^{2/3})^2 L_c v_0$	
		(2) $x = 1 - m z_{máx}$	
		(3) $m = (2g A_p n^2) / (R_c^{4/3} A_c)$	
32	Oscilación mínima real en pozos cilíndricos simples	$z_{min} = - [ 0.178 hf. + \{ (0.178 hf.)^2 + z_0^2 \}^{1/2} ]$	
33	Oscilación máxima real en pozos cilíndricos simples	$z_{máx} = z_0 ( [ 1 - 0.4 \epsilon + 0.285 \epsilon^2 ]^{1/2} - 0.467 \epsilon )$	Fórmulas de Braun
		(1) $\epsilon =  hf. / z_0 $	
34	Oscilación mínima real en pozos cilíndricos simples	$z_{min} = - z_0 ( 0.5 \epsilon + [ 1 - 0.81 \epsilon + 0.25 \epsilon^2 ]^{1/2} )$	
35	Período de oscilación teórica	$T = 2\pi \left[ (L_c / g) (A_p / A_c) \right]^{1/2}$	

	Concepto:	Expresión:	Observaciones
	Similitud mecánica en máquinas hidráulicas (Leyes generales):		
36	Solución numérica de Scimemi:	(1) $\Delta z_1 = c_3 v_1 - c_4$	
		(2) $z_i = z_{i-1} + \Delta z_{i-1}$	
		(3) $\Delta v_i = -c_1 z_i - c_2  v_{i-1}  v_{i-1}$	
		(4) $v_i = v_{i-1} + \Delta v_i$	
		(5) $c_1 = g \Delta t / L_c$	
		(6) $c_2 = g \Delta t k / L_c$	
		(7) $c_3 = \Delta t A_c / A_p$	
		(8) $c_4 = \Delta t Q / A_p$	
37	Velocidad de giro	$(N_p / N_m) = (D_m / D_p) (H_p / H_m)^{1/2}$	
38	Gasto	$(Q_p / Q_m) = (D_p / D_m)^2 (H_p / H_m)^{1/2}$	
39	Potencia	$(P_p / P_m) = (D_p / D_m)^2 (H_p / H_m)^{3/2}$	
	<b>TURBINAS</b>		
40	Factor de generación	$f_g = G / V$	V es el volumen turbinado
41	Factor de planta	$f_p = P_{media} / P_{máxima}$	
42	Factor de generación	$f_g = H / [3,600 / (9.81 \eta)]$	fg en KWH / m <sup>3</sup> y H en m
43	Generación	$G = P_{media} T_0$	T <sub>0</sub> , en horas
44	Altura de succión	$H_s = H_A - H_v - \sigma H$	
45	Coefficiente de cavitación (Schapov)	$\sigma = (0.01 N_s' - 0.54)^2 / 45 + 0.035$	70 < Ns' < 800
46	Coefficiente de cavitación (USBR)	$\sigma = (N_s')^{1.64} / 50,327$	
47	Diámetro del chiflón	$d_0 = 0.55 [Q' / H^{(1/2)}]^{(1/2)}$	Pelton ; [m]
48	Diámetro de rodetes (Expresión general)	$D = 187.36 \eta [H / (v N)]$	v es la velocidad del agua al entrar en contacto con el rodete
49	Diámetro del rodete para turbinas Francis	$D = (0.16 N_s' + 35.1) H^{(1/2)} / N$	Fórmula de Berechnoy
50	Diámetro del rodete para turbinas Kaplan	$D = 7.1 (Q')^{(1/2)} / [(N_s' + 100)^{(1/3)} H^{(1/4)}]$	Fórmula de Berechnoy
51	Diámetro del rodete para turbinas Pelton (Expresión general)	$D = 42.30 \eta H^{(1/2)} / N$	
52	Diámetro del rodete para turbinas Pelton	$D = 38 H^{(1/2)} / N$	(Esta expresión considera la máxima eficiencia posible, las unidades son las de H)

	Concepto:	Expresión:	Observaciones
	<b>Eficiencia de una turbina en función de la de otra turbina semejante</b> [ $\eta_p = f(\eta_m)$ ]:		
53	Camerer	$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m) [(2.3 + 1/D_p^{(1/2)}) / (2.3 + 1/D_m^{(1/2)})]$	Pelton
54	Camerer	$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m) [(1.4 + 1/D_p^{(1/2)}) / (1.4 + 1/D_m^{(1/2)})]$	Kaplan y Francis
55	Moody	$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m) (D_m / D_p)^{(1/4)} (H_m / H_p)^{(1/10)}$	Kaplan y Francis
56	Hutton	$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m) [0.3 + 0.7(D_m / D_p)^{(1/5)} (H_m / H_p)^{(1/10)}]$	Kaplan y Francis
57	Número de unidades	$z = (N_s' / N_s')^2$	$N_s'$ velocidad específica por rodete.
58	Potencia real de una rueda (Fórmula del par motor)	$P_R = M\omega$	
59	Potencia de una turbina	$P = 13.33 \eta QH$ [CV]	Q [m <sup>3</sup> / s], H [m]
60	Potencia de una turbina	$P = 9.81 \eta QH$ [KW]	Q [m <sup>3</sup> / s], H [m]
61	Potencia de una turbina	$P = 13.15 \eta QH$ [HP]	Q [m <sup>3</sup> / s], H [m]
62	Potencia instalada	$P_{instalada} = P_{máxima} + P_{reserva}$	
63	Presión atmosférica (columna de agua)	$H_A = 10 - (h / 900)$	h [m.s.n.m.], $H_A$ [m]
64	<b>Regulación (condiciones de):</b>	$A_R / A_{R0} = (Q \eta_0 H_0) / (Q_0 \eta H)$	Ley General de regulación
65		$H = H_0 (\eta_0 / \eta)^2 = H_0 (v / v_0)^2$	Turbinas Pelton
	<b>Turbina unitaria</b>		
66	Velocidad de giro	$N_u = ND / \sqrt{H}$	
67	Gasto	$Q_u = Q' / (D^2 \sqrt{H})$	
68	Potencia	$P_u = P' / (D^2 H^{3/2})$	
69	<b>Turbina específica</b> Velocidad específica	$N_s = NP^{1/2} / H^{5/4}$	P en CV y H en m
	<b>Velocidades específicas límite por unidad para turbinas de reacción:</b>		
70	Eguiazarov	$N_s' \leq 2,250 / (H)^{(1/2)}$	para $H < 10$ m
71	Eguiazarov	$N_s' \leq 2,500 / (H)^{(1/2)}$	10 m $< H < 25$ m
72	Eguiazarov	$N_s' \leq 5,000 / (H)^{(3/4)}$	25 m $< H < 300$ m
73	Morozov	$N_s' \leq 2,200 / H^{0.57}$	20 m $< H < 300$ m
74	Schapov	$N_s' \leq 2,420 / H^{(1/2)} - 80$	20 m $< H < 300$ m
75	USBR	$2,088 / H^{(1/2)} < N_s' \leq 2,702 / H^{(1/2)}$	Kaplan
76	USBR	$1,553 / H^{(1/2)} < N_s' \leq 2,334 / H^{(1/2)}$	Francis
77	Velocidad tangencial	$U = \pi DN / 60$	
78	Velocidad de giro de generadores	$N = 60 f / p$	
79	Velocidad de giro de motores eléctricos	$N = (60 f / p) (1 - R / 100)$	

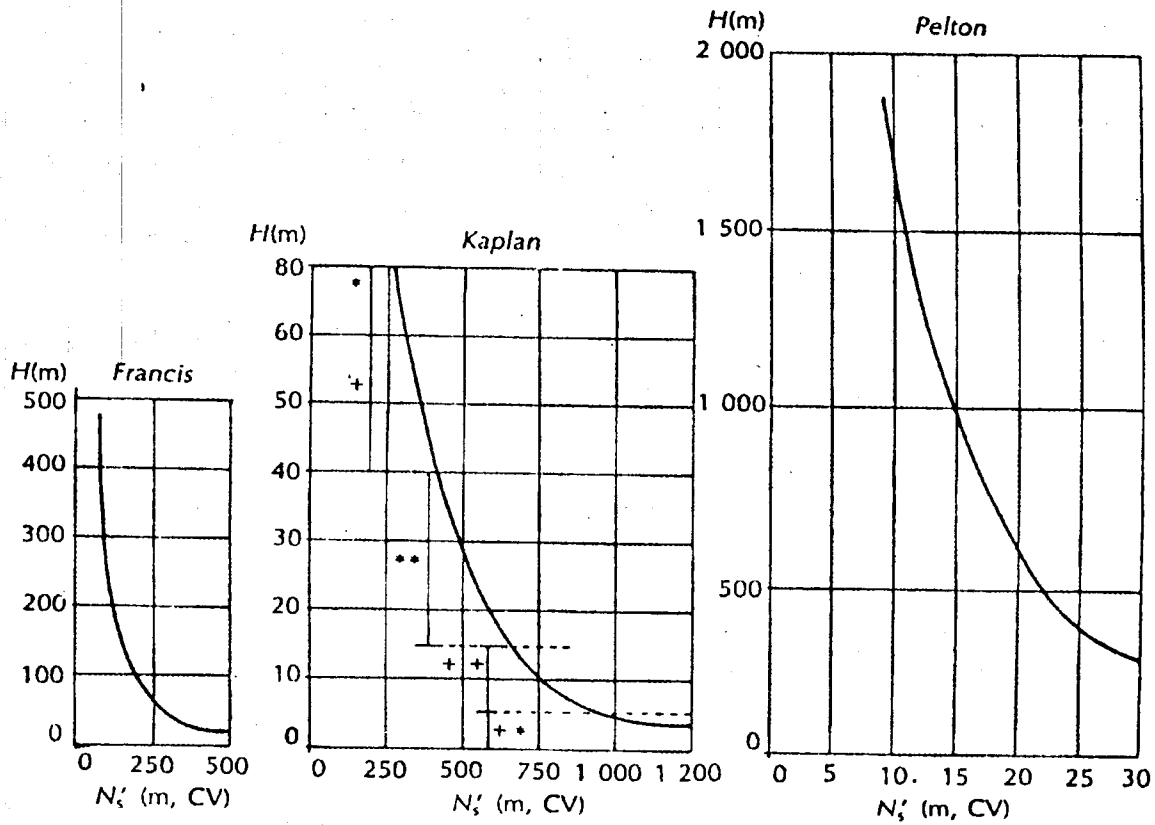


FACULTAD DE INGENIERIA

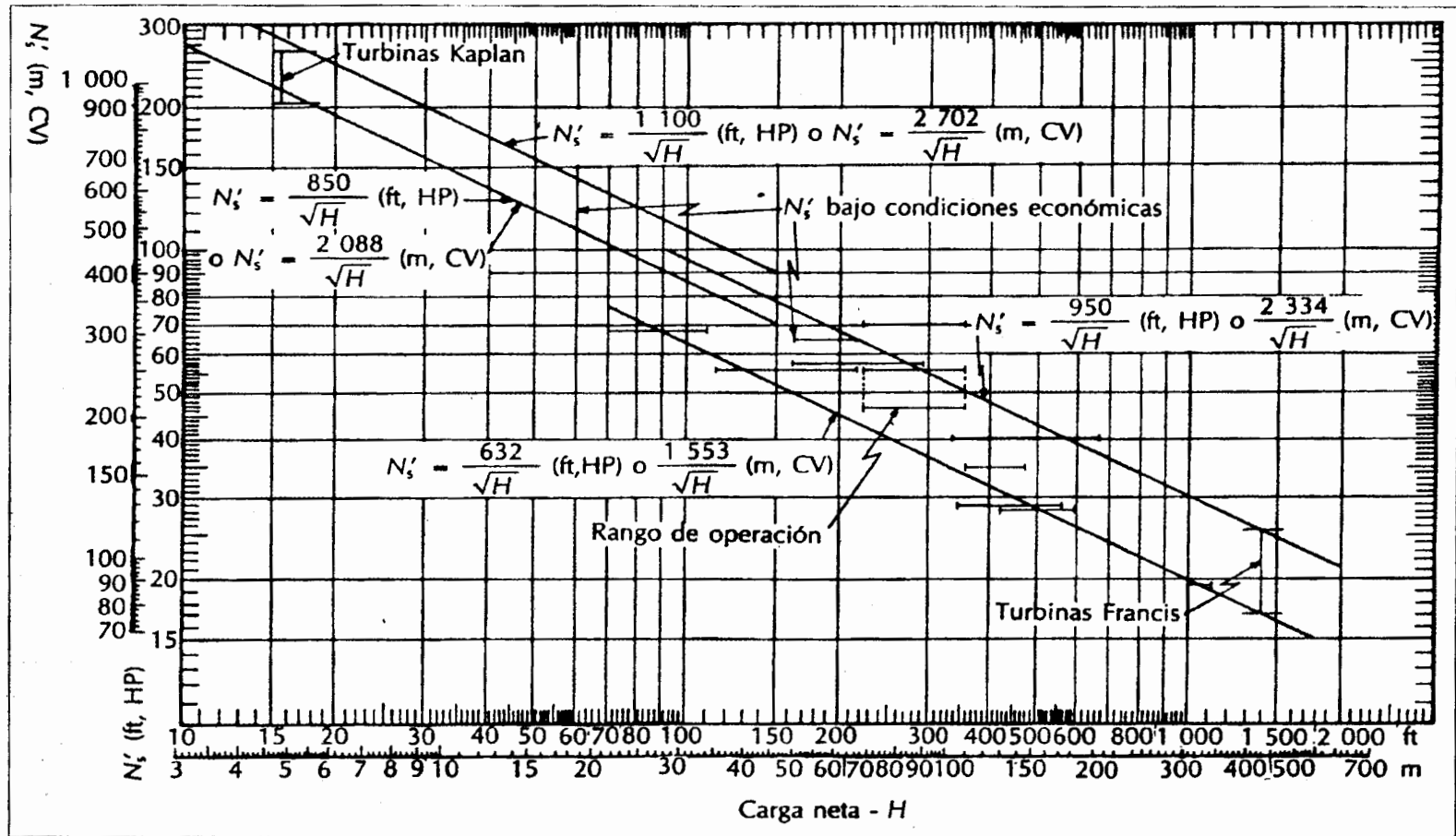
## ANEXO 2

# GRÁFICAS Y TABLAS

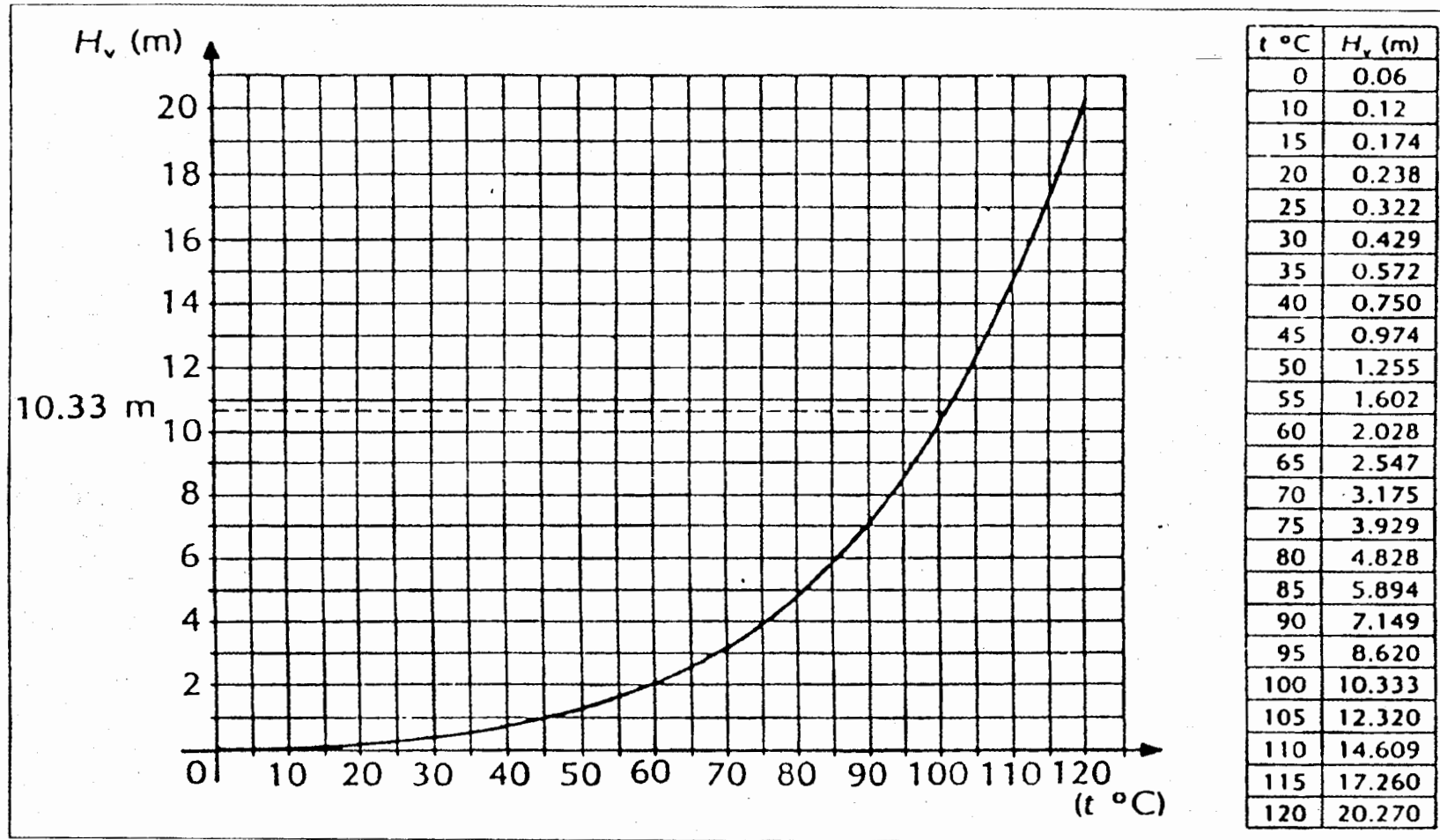
G- 612034



Gráfica 1 Relación  $H-N'_s$  para turbinas instaladas en diferentes partes del mundo,  
(Tomada de Čabelka, J., *Využitie vodnej energie*, pág. 826.)

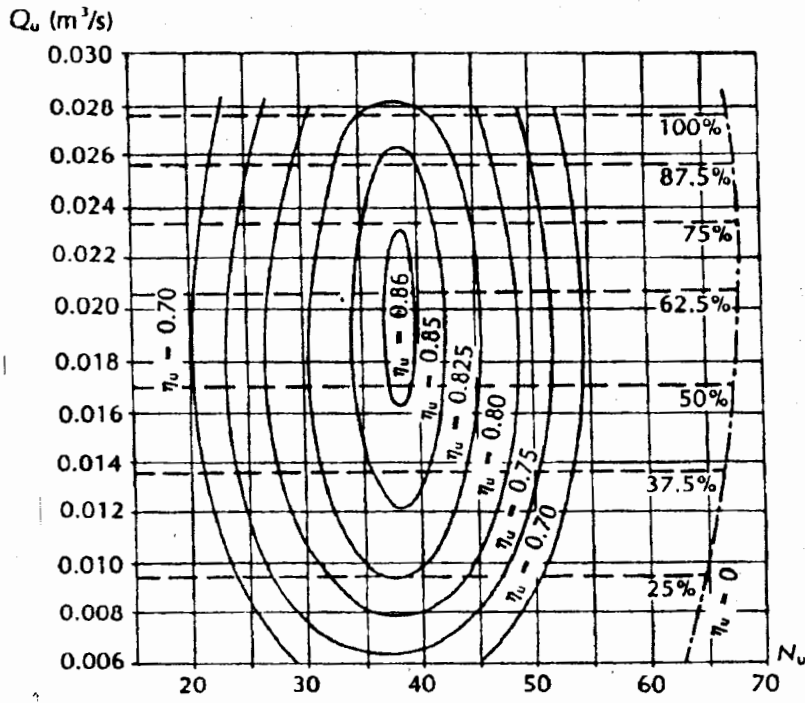


Gráfica 2 Selección de turbinas Francis y Kaplan (Tomada de Bureau of Reclamation, *Selecting Reaction Turbines*, pág. 15.)

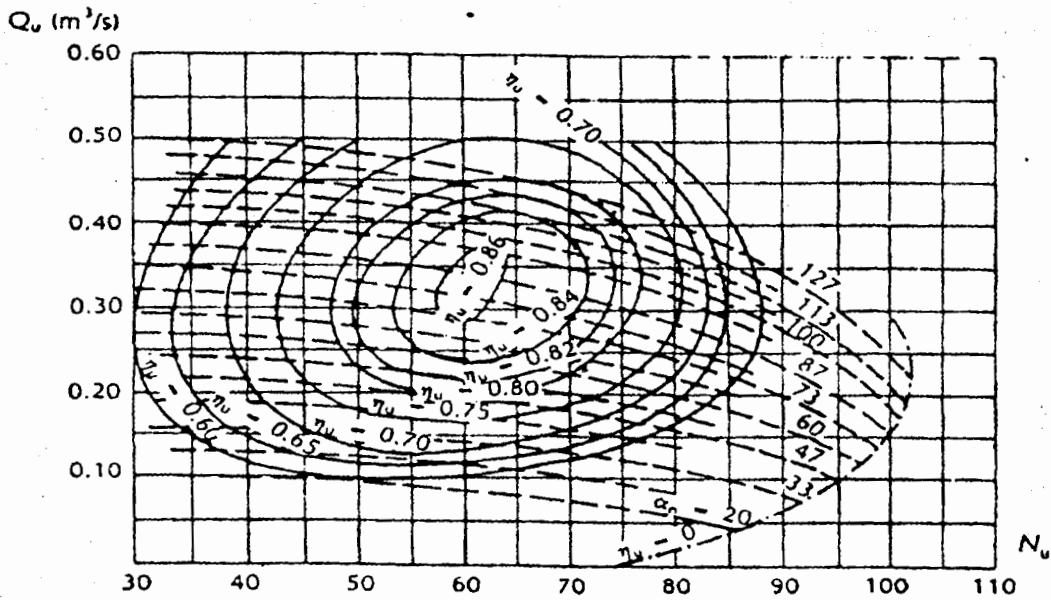


Gráfica 3 Presión de vaporización del agua en función de la temperatura



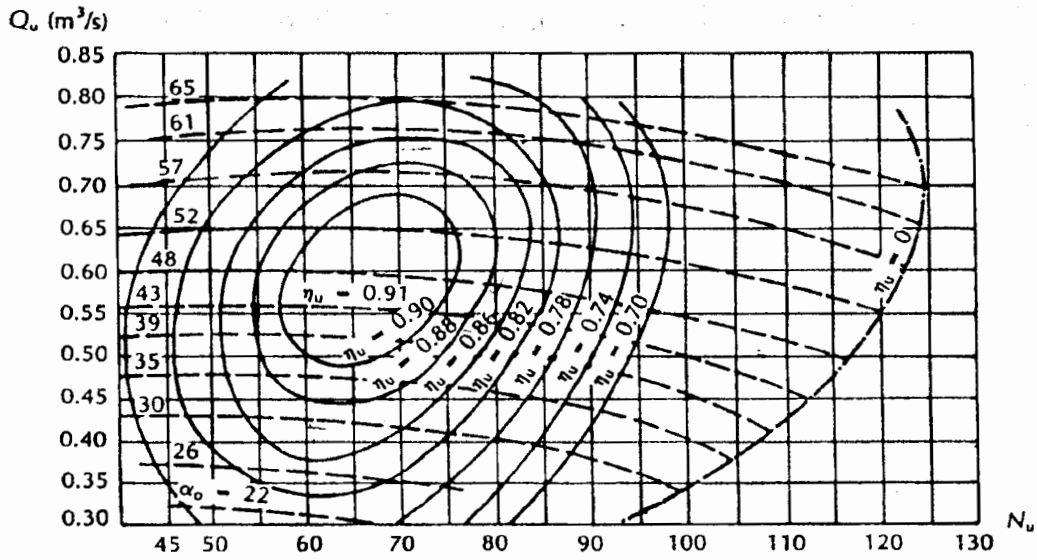


a) Pelton (1 chiflón)  $N'_s = 20$ . (Tomada de Čabelka, J., *Využitie vodnej energie*, pág. 827)

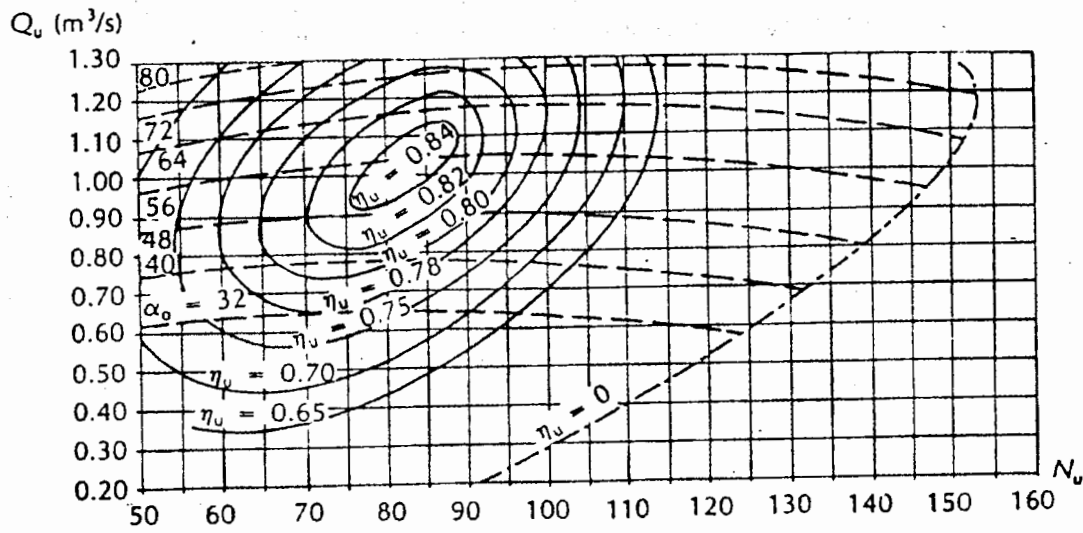


b) Francis  $N'_s = 130$ . (*Ibid.*, pág. 828)

Gráfica 4

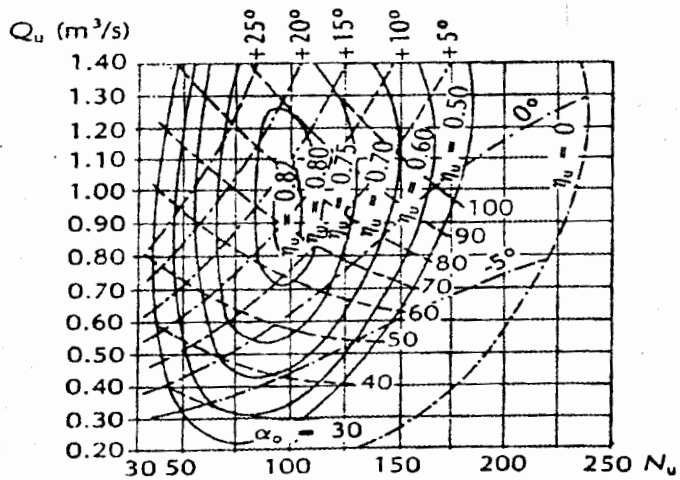


a) Francis  $N'_s = 200$ . (Ibíd., pág. 829)

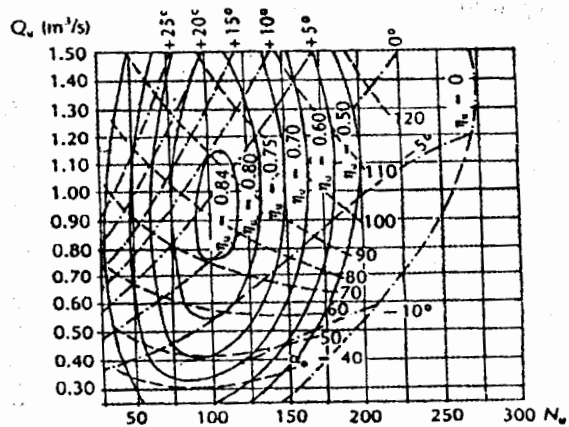


b) Francis  $N'_s = 300$ . (Id.)

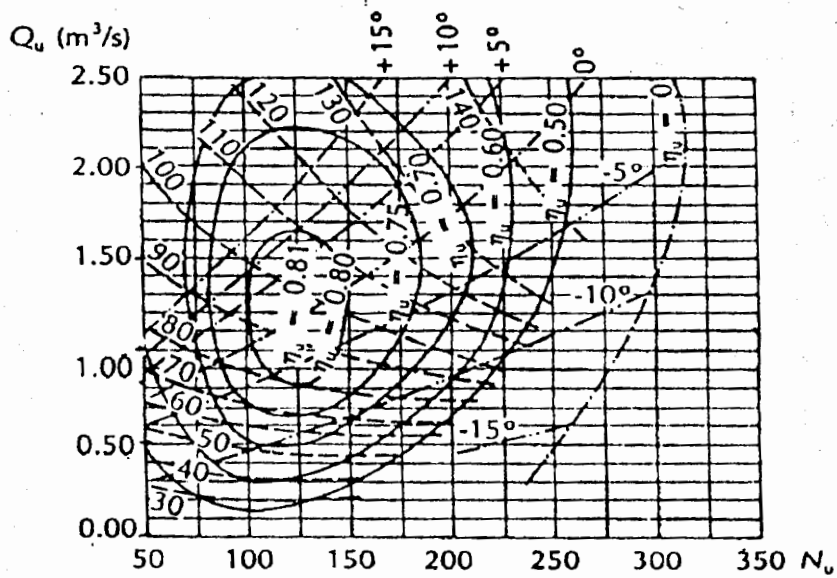
Gráfica 5



a) Kaplan (8 aspas);  $N'_s = 400$ . (Ibid., pág. 830)

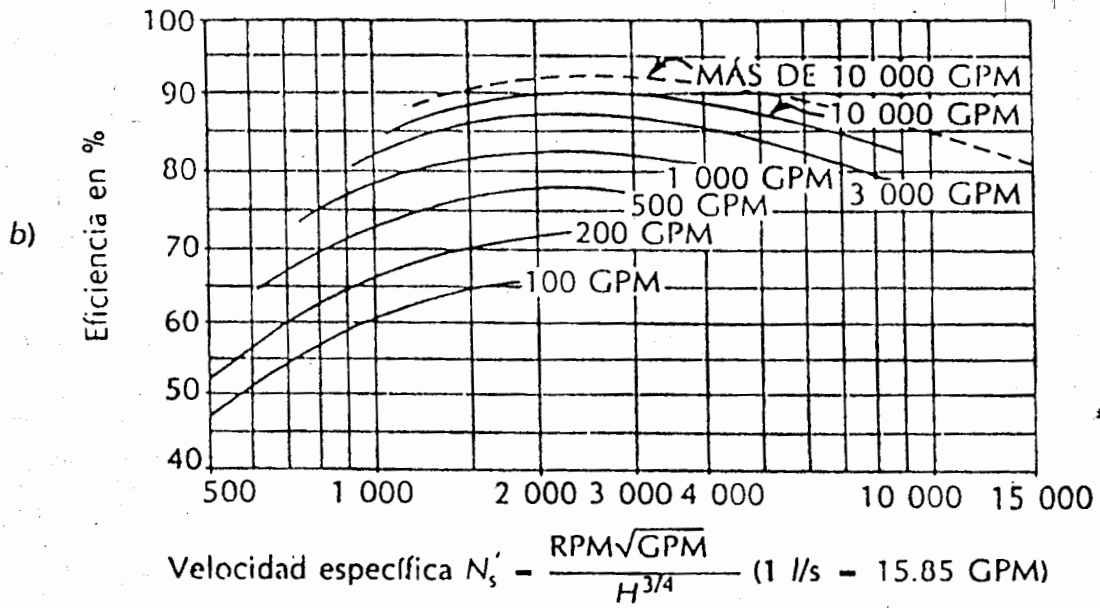
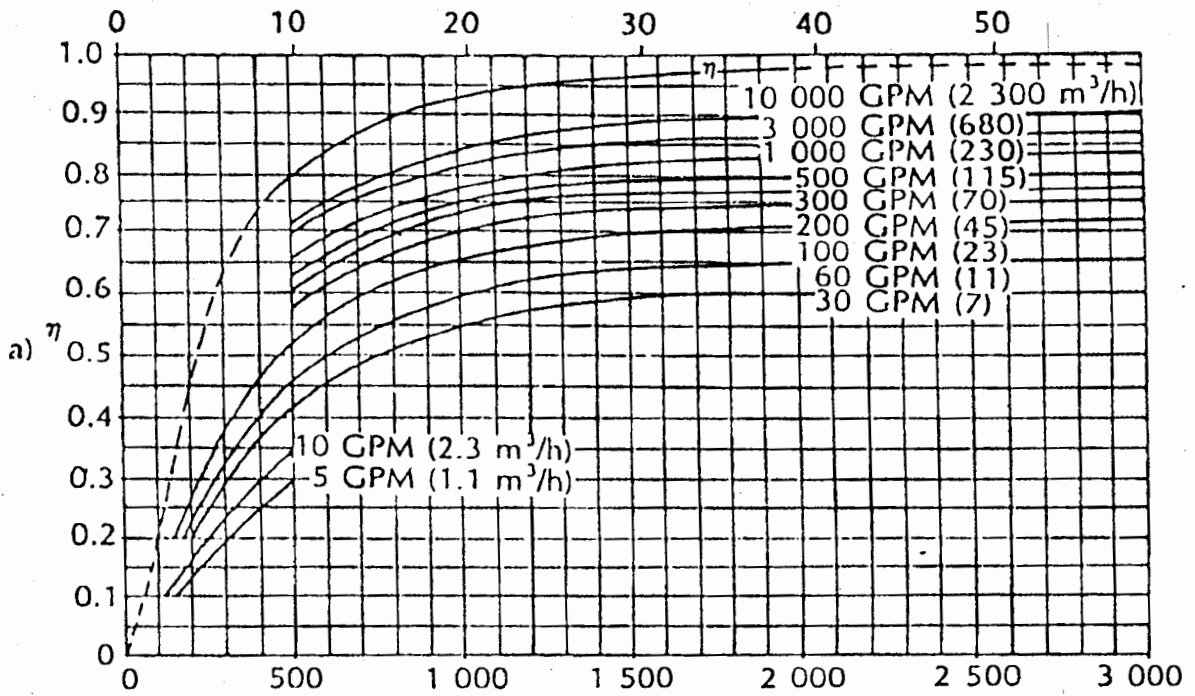


b) Kaplan (6 aspas);  $N'_s = 500$ . (Id.)



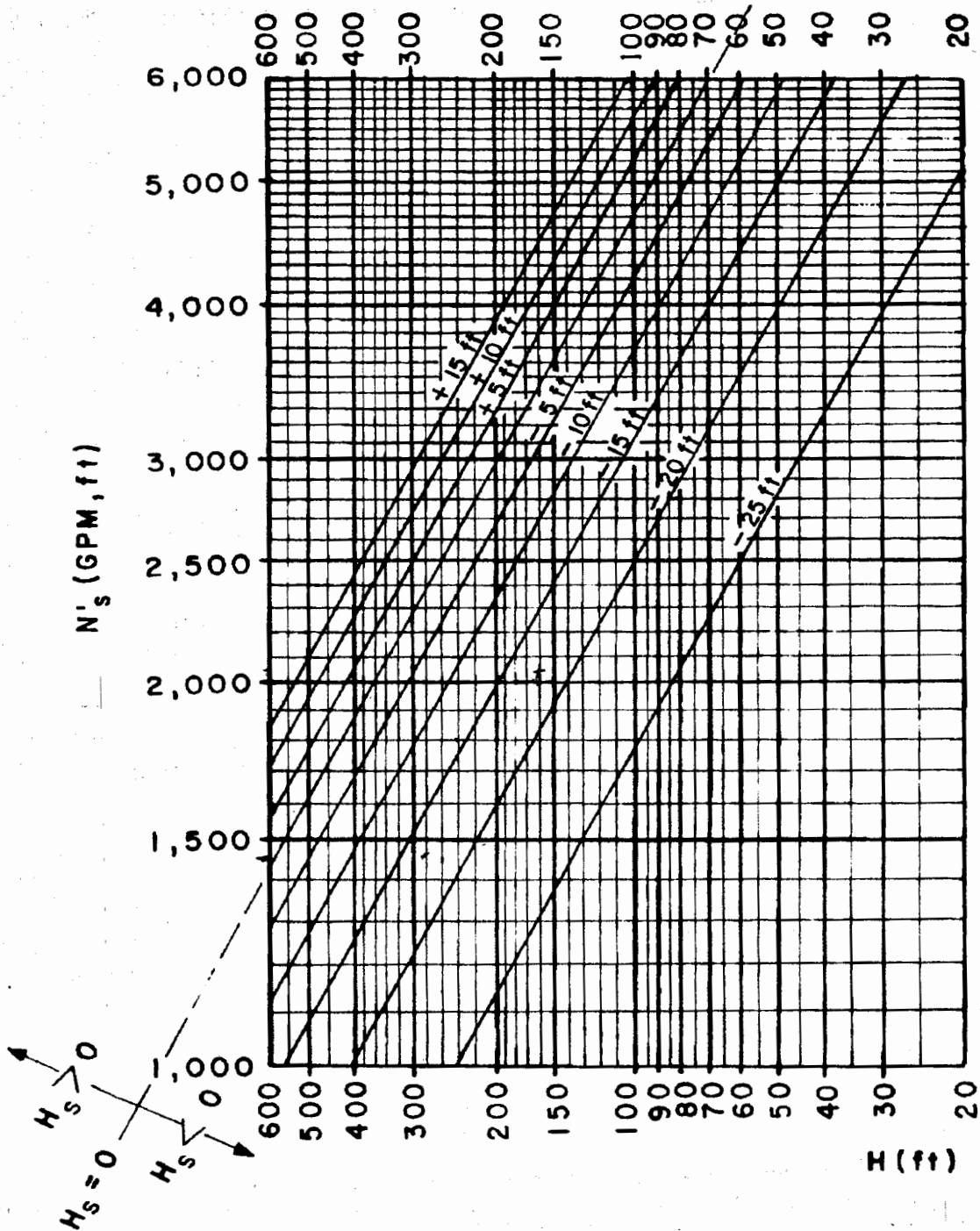
c) Kaplan (4 aspas);  $N'_s = 700$ . (Ibid., pág. 831)

Gráfica 6

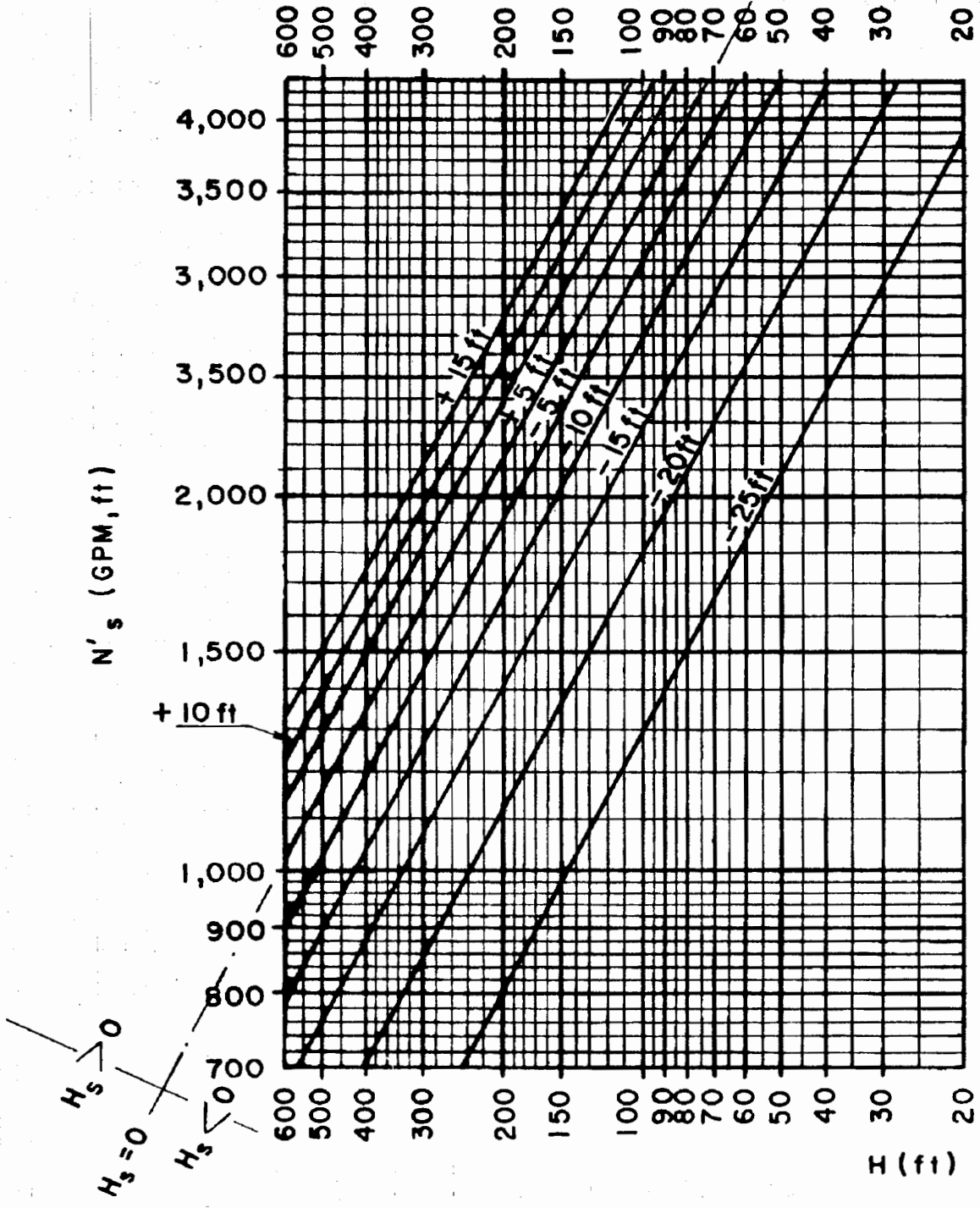


(Tomada de Karassik, I. J. et al. *Pump Handbook*, págs. 2.13 y 2.199)

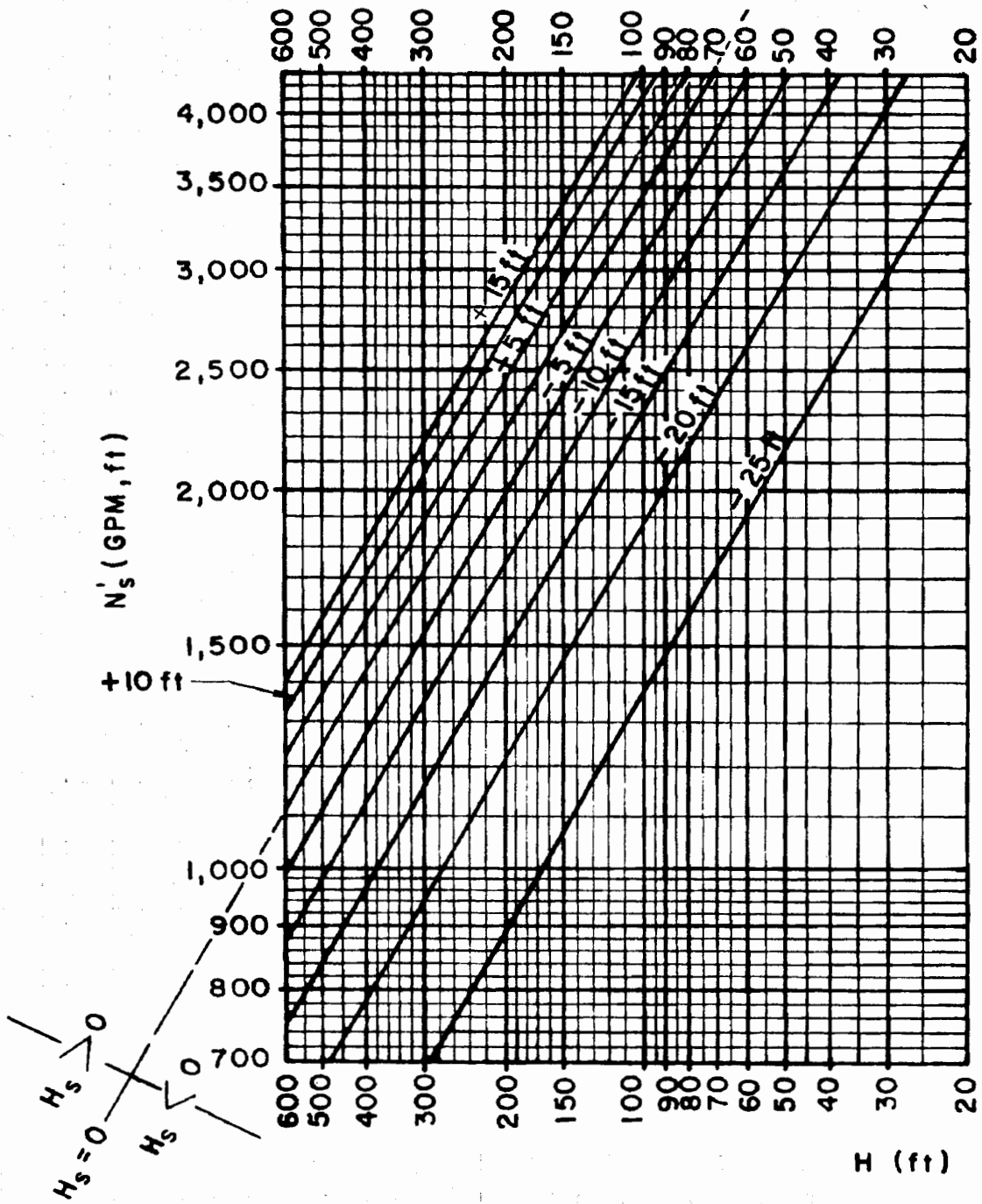
Gráfica 7



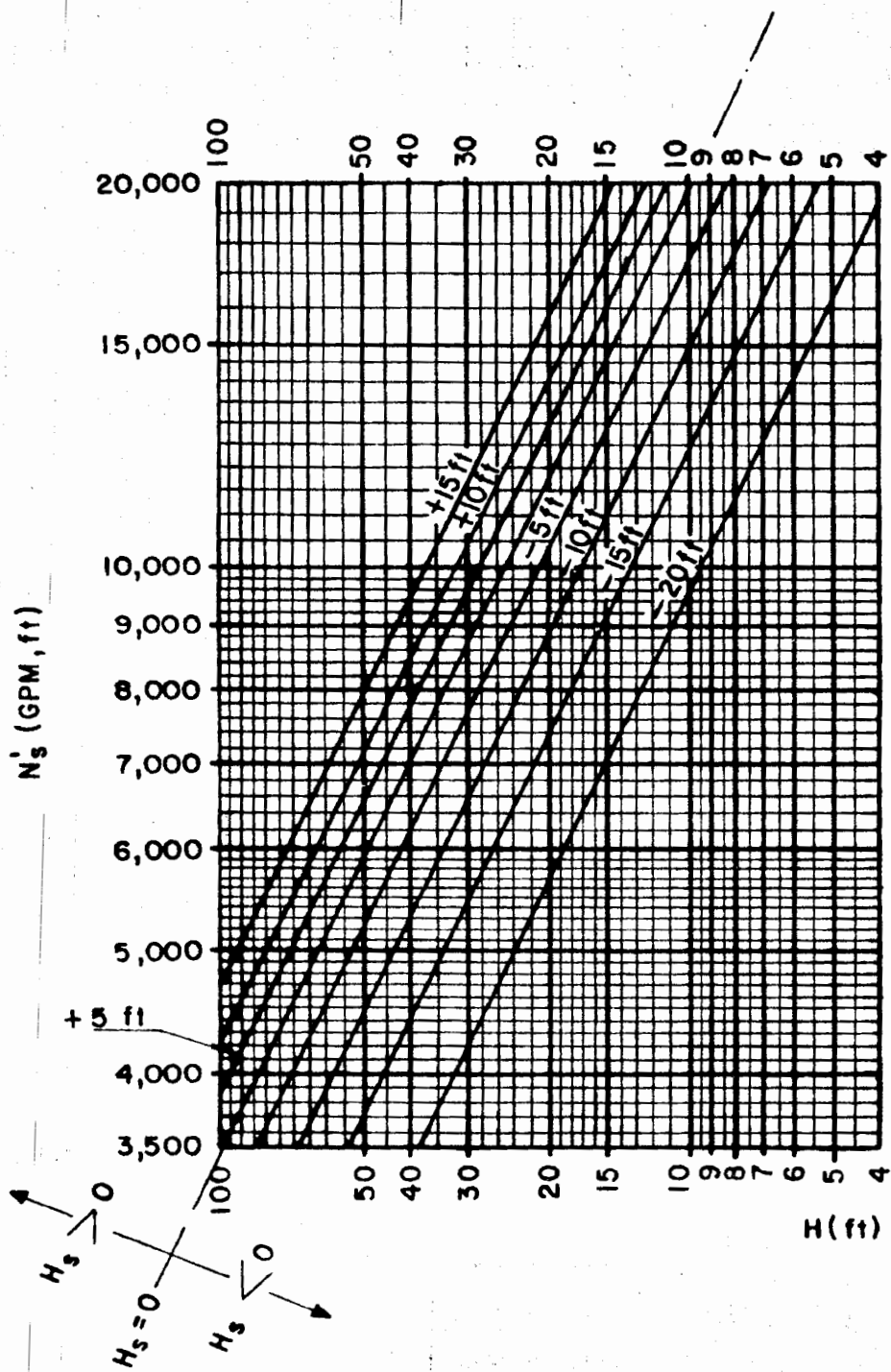
Gráfica 8.a Bombas de doble succión con la flecha a través del ojo del impulsor.  
 Carta del Instituto de Hidráulica de E.U.A, tomada de Karassik, I. J. et al.,  
*Pump Handbook*, p. 2.217



Gráfica 8.b Bombas de succión sencilla con la flecha a través del ojo del impulsor (id.)

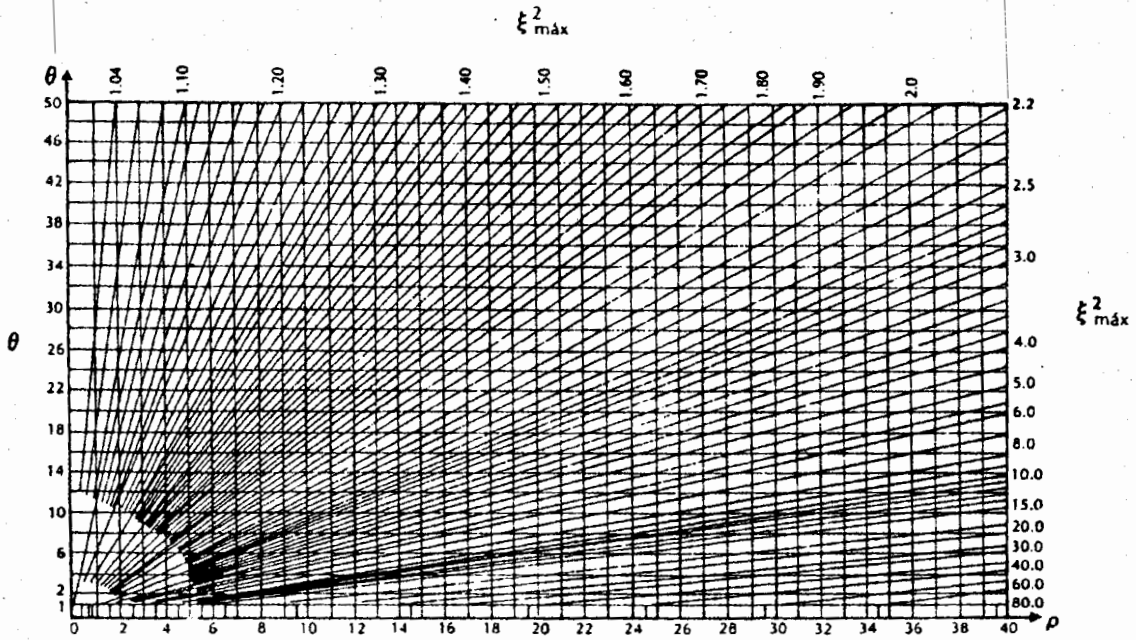


Gráfica 9.a Bombas de succión sencilla con el impulsor volante  
(Ibid., p. 2.218)



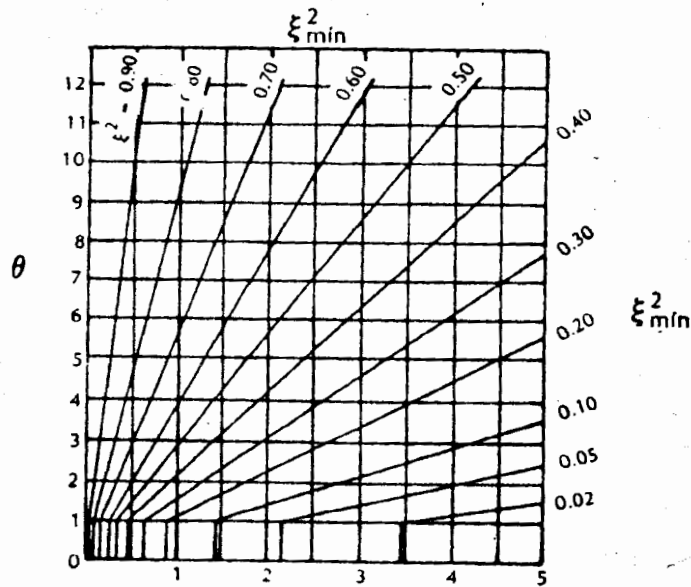
Gráfica 9.b Bombas de flujo mixto y axial de succión sencilla (id.)





**a) CIERRE**

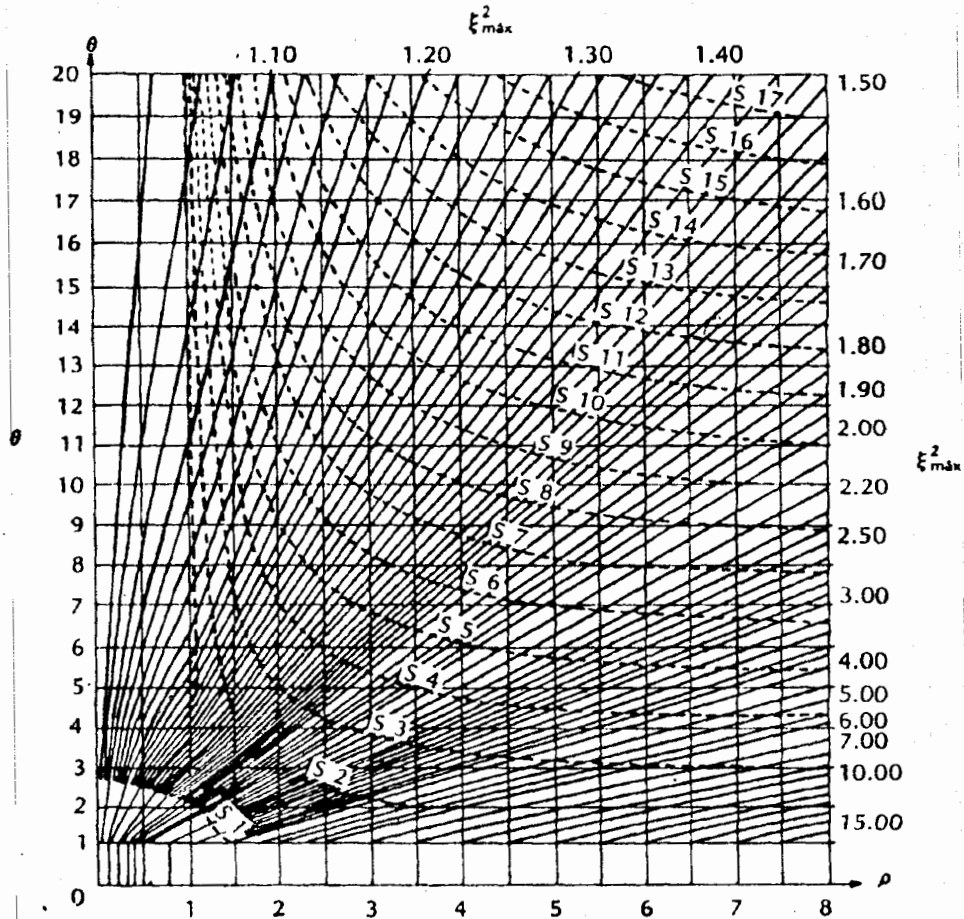
(Tomado de Rich, G. R. *Hidraulic Transients*, pág. 27)



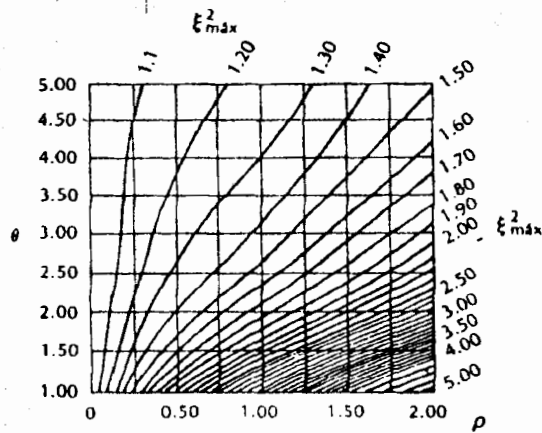
**b) APERTURA**

(Tomado de Zoppetti, G. *Centrales hidroeléctricas*, pág. 79)

**Gráfica 10**



a)



b)

Gráficas de Allievi para determinar las máximas presiones debidas al golpe de ariete por un cierre de válvula (Tomada de Rich, G. R. *Op. cit.*, págs. 25-26)

Gráfica 11

**Tabla 1. Tipos de turbinas según su velocidad específica\***

$N'_s$ (m-CV)	Tipo	Cargas máximas $H$ (m)
4 - 35	Pelton de 1 chiflón	2200
17 - 50	Pelton de 2 chiflones	
20 - 60	Pelton de 3 chiflones	
24 - 70	Pelton de 4 chiflones	
30 - 85	Pelton de 6 chiflones	150
70	Francis lenta	380
100	Francis lenta	220
150	Francis lenta	110
200	Francis normal	80
250	Francis normal	60
300	Francis rápida	45
350	Francis rápida	35
400	Francis express	30
450	Francis express	25
300	Kaplan y hélice	70
500	Kaplan y hélice	40
800	Kaplan y hélice	10
1000	Kaplan y hélice	6

\*Tomado de Stoll, et al. *Využití Vodní Energie*, págs. 414-415

**Tabla 2**

Concepto	$k$
Válvula de globo abierta	10
Válvula check totalmente abierta	1.5 ~ 2.5
Codo estándar de 90°	0.9
Codo estándar de 45°	0.4
Válvula de compuerta totalmente abierta	0.2
Pérdida por entrada brusca	0.8
Pérdida por entrada gradual	0.2
Pérdida por pichancho	5.5

## BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

A continuación se sugiere una selección de textos que pueden consultarse para resolver las preguntas y problemas de los correspondientes capítulos de este libro.

Referencia	Capítulos del libro que apoya
Bureau of Reclamation. "Selecting Reaction Turbines", <i>Engineering Monograph</i> , núm. 20, Washington, Department of the Interior, 1976.	4
Comisión Federal de Electricidad. <i>Manual de diseño de obras civiles</i> , México, 1982.	4, 5, 6 y 7
Gardea, H. <i>Aprovechamiento hidroeléctricos y de bombeo</i> . México, UNAM-Trillas, 1992.	1 al 7
Karassik, I. <i>Centrifugal Pumps</i> . Nueva York, McGraw-Hill, 1960.	5
<i>Pump Handbook</i> . Nueva York, McGraw-Hill, 1986.	5
Mileaf, M. <i>Electricidad siete</i> . México, Limusa, 1986.	4 y 5

**Esta obra se terminó de imprimir  
en septiembre del 2000  
en el taller de imprenta del  
Departamento de Publicaciones  
de la Facultad de Ingeniería,  
Ciudad Universitaria, México, D.F.  
C.P. 04510**

**Secretaría de Servicios Académicos**

**El tiraje consta de 250 ejemplares  
más sobrantes de reposición.**

APUNTE  
110

2000  
G.-612034

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



\*612034\*



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO