FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FEDERICO ALONSO LERCH

APUNTES DE CARTOGRAFIA

DIVISION DE INGENIERIA CIVIL, TOPOGRAFICA Y GEODESICA
DEPARTAMENTO DE CARTOGRAFIA Y GEODESIA

P R O L O G O

Estos apuntes cubren los temas de la Asignatura Cartografía I y algunos de Cartografía II. El autor es el Ing. Federico Alonso Lerch.

Esta edición fue posible gracias a la entusiasta participación del M. en C. Gualterio Luthe García y de los pasantes de la Carrera de Ing. Topográfica y Geodésica, Carmen Jiménez Dávila y Serafín Herrera Ledesma.

Exhortamos a profesores y alumnos para que nos hagan llegar sus comentarios y sugerencias encaminadas a lograr el perfeccionamiento de futuras ediciones.

DEPARTAMENTO DE FOTOGRAMETRIA

Marzo de 1986.

CONTENIDO

CAPITULO I

ANTECEDENTES

La historia de los mapas es más antigua que la historia misma, entendiendo por tal la documentación escrita sobre hechos pasados. La confección de mapas precede a la escritura, como se deduce del hecho comprobado por exploradores y viajeros que generalmente hacen la observación, de que en todas las partes del mundo, cuando se le pregunta a un nativo por el camino que conduzca a cierto lugar, él tomará una vara y dibujará en el suelo un esquema del camino y a veces se apoya de ciertos objetos (ramas o guijarros) para señalar algún punto notable. Estos dibujos siempre resultarán verdaderos mapas a escala vistos desde arriba, pero rudimentarios.

Evidentemente, el hacer mapas es una aptitud innata en la humanidad. Los pueblos primitivos, que vivían como guerreros y cazadores, tenían que moverse continuamente y a veces era cuestión de vida o muerte el conocer la dirección y la distancia de los recorridos; de esta manera sintieron la necesidad de comunicarse unos a otros el conocimiento del terreno y así nacieron los primeros mapas.

El mapa más antiguo conocido en nuestros días, se descubrió en las excavaciones de las ruinas de la ciudad de Gasur a unos 300 Kms. al norte de Babilonia, el cual se conserva en el Museo Semítico de la Universidad de Harvard. Los investigadores encontraron una placa de barro recocido que representaba el valle de un río, seguramente el Eufrates con montañas a cada lado, indicadas en forma de escamas de pescado. El río desemboca por un delta de tres brazos en un lago o mar.

A los babilonios se debe una obra que aún se conserva: la división del círculo en grados. Estos pueblos antiguos usaban un sistema numérico de base 12, así como el nuestro es de base 10, y tal sistema duodecimal es el precursos de la división actual del círculo en 360°, un grado en 60 minutos y un minuto en 60 segundos.

La medición del terreno empezó indudablemente en el gran imperio del valle y delta del Nilo. Los enormes gastos de los faraones y de los sacerdotes se cubrían principalmente con los impuestos sobre la tierra, pagados, en general, en grano. Con fines tributarios se midieron y registraron cuidadosamente las propiedades rústicas y se señalaron sus lindes. Ramsés II (1333-1300 a.C.) inició una medición sistemática de las tierras de su imperio. Los resultados debieron de quedar archivados y existen razones que hacen suponer que se transladaron a mapas.

En la Cartografía, como en tantas otras disciplinas, los chinos han progresado con tal independencia del Occidente, que más parecen habitantes de otro planeta. La Cartografía florecía en China cuando en Europa balbuceaba, allá por la Edad Media.

En los comienzos del siglo IV (a. de C.) se introdujo una nueva idea: *la esfericidad de la Tierra*, pero sin que se conociera quién fue el primero en exponerla, probablemente se debe a Pitágoras o a Parménides. Esta idea fue consecuencia de consideraciones filosóficas y no de observaciones astronómicas. Estudios posteriores confirmaron esta hipótesis, hasta tal punto que, hacia el año 350 (a. de C.) pudo formular Aristóteles los seis argumentos que demostraban que la Tierra era realmente esférica. También se conoció y midió exactamente la oblicuidad del eje de la Tierra; se establecieron los conceptos de ecuador, polos y trópicos, dividiéndose la superficie terrestre en zonas tórridas, templadas y frías, igual que hoy se le divide.

Eratóstenes de Cirene (276-196 a. de C.) quien estuvo al frente de la Biblioteca de Alejandría, emprendió la tarea de medir la Tierra. Según la tradición, había un pozo en Siena (Asuán) a cuyo fondo sólo llegan los rayos del Sol del 20 al 22 de junio, lo que significaba que Siena está situada en el trópico de Cáncer. Según mediciones hechas por los egipcios, la distancia entre Alejandría y Siena, era de 5 000 estadios (aproximadamente 900 Km.). Considerando lo anterior y suponiendo que Alejandría estaba directamente al norte de Siena, todo lo que Eratóstenes tuvo que hacer fue medir el ángulo del Sol a mediodía del 21 de junio, para obtener la longitud de la Tierra.

Se encontró que la inclinación de los rayos solares respecto de la vertical en Alejandría era 1/50 parte del círculo (unos 7°); por consiguiente, un meridiano de la tierra había de medir 50 veces más, o sea 250,000 estadios (unos 45,000 Km.). Este resultado es de una gran precisión relativa (menor del 15%), sobre todo teniendo en cuenta que Siena no está en el trópico de Cáncer, sino al norte, ni Alejandría está sobre el mismo meridiano que Siena, sino 3° al oeste de este último; tampoco la distancia era de 5 000 estadios, sino de 4 530; el ángulo tampoco fue medido correctamente, pero los cuatro errores se compensaron perfectamente.

Peores resultados se obtuvieron en la medida de la Tierra efectuada por Posidonio un siglo después. Este utilizó la distancia entre Rodas y Alejandría y, para calcular la equivalencia en grados, tomó la altura de Canope. Sus determinaciones fueron probablemente más precisas que las de Eratóstenes; pero no se compensaron los errores, dando un resultado de 29,000 Kms. para la circunferencia máxima terrestre, valor muy igual a las 3/4 partes del verdadero. Este valor fue aceptado por Ptolomeo y legado a los cartógrafos del siglo XV. No es extraño que Colón tomase América por Asia, puesto que había calculado en menos el tamaño de la Tierra. Y gracias a este error, Colón se atrevió a llevar a cabo el viaje que, de otra manera quizás no habría hecho.

El apogeo de la Cartografía griega está unido al nombre de Claudio Ptolomeo de Alejandría (90 a 168 d. de C.). Muy poco se sabe de su persona, pero su obra ha tenido sobre la Cartografía y sobre la Geografía en general, más trascendencia que ninguna otra. Su famosa Geografía se compone de 8 volúmenes. El primero de los cuales está dedicado a principios teóricos, con un tratado sobre construcción de globos y la técnica de proyección de mapas. Los libros segundo a séptimo contienen una relación de unos 8 000 nombres de lugares con latitudes y longitudes para determinar su posición. Muy pocas de estas posiciones estaban calculadas por observaciones o deducidas científicamente, las coordenadas habían sido, desde luego, tomadas de mapas anteriores. El volumen más interesante es el octavo, que contiene estudios sobre los principios de la Cartografía, Geografía Matemática, proyecciones y los métodos de observación astronómica. También contiene instrucciones detalladas sobre la manera de construir un mapamundi, y describe dos proyecciones, modificaciones ambas de la proyección cónica.

El principio de nuestro sistema actual cartográfico se ha atribuido a los griegos que admitieron la forma esférica de la Tierra, con sus polos, ecuador (igualador) y trópicos e introdujeron nuestro sistema de longitudes y latitudes, asimismo construyeron las primeras proyecciones y calcularon el tamaño de nuestro planeta.

La cartografía romana despreció los métodos matemáticos, así que volvieron a los principios de los antiguos cartógrafos jónicos.

Durante la Edad Media, se produjeron mapas en gran cantidad desde el siglo VII hasta la mitad del XV, algunos de ellos con una riqueza de detalles realmente deslumbradora; pero no apoyados en métodos matemáticos y siempre con gran influencia de asuntos religiosos.

No debe sorprendernos que durante la dominación de los árabes, éstos hayan sido hábiles geógrafos y cartógrafos, tenían grandes dotes para la Astronomía, las Matemáticas y la Geometría en particular. Ellos conservaban el texto de la Geografía de Ptolomeo, el cual había desaparecido en el Occidente. Calcularon la longitud de un grado y hallaron un valor muy aproximado.

En la segunda mitad del siglo XIII apareció un nuevo tipo de mapa, que sobrepasaba en exactitud a los anteriores, llamados *cartas portulanas*, y que se ha adjudicado a los capitanes y almirantes de la flota genovesa. El ejemplar más antiguo que se conserva es la llamada *Carta de Pisa*.

Todavía en 1620 se usaban estos mapas en la navegación por el Mediterráneo, que estaban basados en mediciones hechas con brújula, instrumento cuyo uso se generalizó por esta época. El detalle más característico de los mapas portulanos es el minucioso sistema de rosa de los vientos y de rumbos (dirección de la brújula), que se entremezclan por sobre todo el mapa.

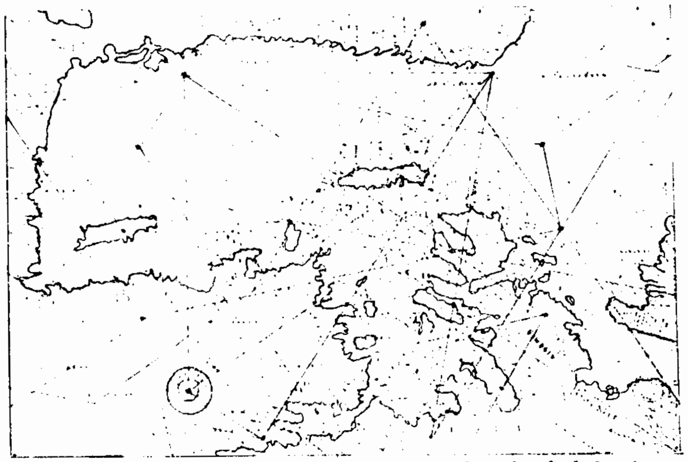


Fig. 1.1 Carta Portulana.- En la segunda mitad del siglo XIII apareció, como un nuevo tipo de mapa que sobrepasaba en exactitud a los anteriores.

En el Renacimiento, las monumentales hazañas de Colón y Magallanes despertaron un interés tal que rápidamente se expandió en el mundo la publicación de los mapas, llegando a ser la Cartografía, una profesión lucrativa y duradera en los siglos XVI y XVII.

Una de las circunstancias que contribuyó al rápido avance de la Cartografía, fue la invención, hecha en Europa, de los grabados y de la imprenta que hicieron posible la reproducción de numerosas copias de los mapas. Antes de efectuarse los inventos mencionados, las grandes casas editoras de mapas como Mercator, Blaeu, Hondius y otras en Holanda y Francia, tuvieron gran auge debido a que los mapas tenían que ser dibujados a mano. En esta época, aun con los avances obtenidos en la rama de la Cartografía, los mapas sólo eran de referencia en los cuales únicamente se indicaban litorales, ríos, ciudades y ocasionalmente deficientes indicaciones de las montañas.

La fantasía y la artesanía complicada era popular y los mapas estaban ricamente adornados con volutas, rosas de los vientos y, dibujos de animales, hombres y barcos. Excepto algunos datos de navegación y religiosos, la información básica de los mapas era desconocida. Posiciones geográficas exactas y otra clase de datos, tuvieron que esperar a que se usaran métodos de levantamiento más precisos y también de los levantamientos internacionales en ellos basados.

El advenimiento del siglo XVII vio los comienzos de una nueva y fresca actitud entre los pensadores e investigadores, incluyendo a los cartógrafos. Por primera vez, desde la época de los griegos, los métodos precisos y científicos se pusieron en boga.

En la segunda mitad del siglo XVII se fundó la Academia Francesa y entre sus actividades incluyó a la Cartografía. La navegación exacta había llegado a ser un problema serio, cuya solución dependía de la determinación precisa de la medida y forma de la Tierra y del desarrollo de un método para la determinación de la longitud. La necesidad de la creciente movilidad en las acciones militares, también hizo deseable el desarrollo de levantamientos terrestres.

La Academia Francesa se puso a trabajar y midió un arco a lo largo de un meridiano y por triangulación se inició en la determinación precisa de los límites de Francia. Debido a diferencias notadas en las longitudes de un grado a lo largo de los meridianos, se originó la incógnita de la verdadera forma de la Tierra, así que durante la primera mitad del siglo XVIII se enviaron expediciones al Perú y a Laponia, para medir arcos de meridiano. Estas determinaciones trajeron la conclusión que el radio polar era mayor que el radio ecuatorial. Los franceses iniciaron un levantamiento topográfico detallado de su país en escala de 1:60,000, el cual fue casi terminado a fines del siglo XVIII. El cronómetro de Harrison, para la determinación de la longitud, fue perfeccionado en Inglaterra en 1765 y hubieron muchas otras evidencias de curiosidades acerca de la Tierra. Pero quizás la tendencia más notable y significativa fue, que muchos se dieron cuenta que sus conocimientos acerca de las tierras en el interior de los continentes estaban muy equivocados. También los gobernantes de los países, particularmente en Europa, se percataron que era imposible gobernar o hacer la guerra, sin tener mapas adecuados de las tierras.

Esto condujo al establecimiento de las otras organizaciones nacionales de levantamiento, tal como la de Inglaterra en 1791 y la producción relativamente rápida, por primera vez de los mapas del tipo topográfico. Al final del siglo XIX, gran parte de Europa había sido cubierta con mapas topográficos. Estos mapas eran costosos y no se distribuyeron muy ampliamente. Pero ellos fueron el fundamento sobre el cual se basó toda la Cartografía futura.

De gran importancia para la Cartografía fue el establecimiento del sistema métrico decimal, al principio del siglo XIX. Anteriormente la escala, es decir, la relación de la distancia sobre el mapa a la distancia sobre la Tierra, estaba siempre expresada en unidades de medida locales, tales como las millas y yardas inglesas, los verstas rusos o las toesas francesas. Las relaciones de una unidad nacional a otra no eran precisamente conocidas y por lo tanto, era difícil convertir la escala de un mapa a la de otro. Con la definición del metro como 1:10,000,000 del arco del ecuador al polo, tal como fue determinado entonces, se dispuso de una unidad internacional de medida. Desde entonces las escalas de los mapas han sido expresadas como fracciones o proporciones; de esta manera las conversiones son fáciles de hacer, puesto que una proporción es independiente de cualquier clase de unidad.

Otros factores que influyeron en el desarrollo de la Cartografía fueron los procedimientos de reproducción y la litografía.

El levantamiento de censos que se inició durante la primera parte del siglo XIX, también tuvo un efecto significativo sobre los mapas a pequeña escala.

A principios de este siglo se comenzó con la impresión de mapas a colores. También se inició el propósito serio de hacer un mapa de todo el mundo en escala de 1:1,000,000.

Durante los últimos 50 años, la Cartografía y los mapas han avanzado más técnicamente y, han sido ampliamente usados más que en cualquier otra época. Se puede decir, sin temor a equivocarse que el número de mapas hechos en el último medio siglo es mayor que la producción de todos los tiempos anteriores, aun sin contar los millones hechos con fines bélicos. La profesión está alcanzando nuevamente una posición igual a la que tuvo en los siglos XVI y XVII en los cuales sobresalieron los cartógrafos flamencos y franceses. Diversos factores se han combinado para fomentar este fenomenal crecimiento. Uno de los más importantes de ellos fueron las dos guerras pasadas, las cuales requirieron un gran número de mapas para sus objetivos. Particularmente, la Segunda Guerra Mundial, con sus forzosos movimientos rápidos y su actividad aérea, creó la necesidad de millones de mapas.

Los viajes en tiempo de guerra y la actividad militar en todo el globo, crearon una demanda de información por parte del público en general, la cual se satisfizo con una gran cantidad de pequeños atlas, mapas separados y mapas en los periódicos y revistas. La Segunda Guerra Mundial, sin duda tuvo una gran influencia en la Cartografía. Otro factor de avance en esta actividad lo fue la invención de la fotolitografía offset. Hoy día aunque el costo es considerable, las prensas de alta velocidad y que trabajan con diversos colores, son capaces de resolver casi cualquier problema de reproducción cartográfica, esto es, el antiguo problema de la reproducción ha quedado resuelto.

El desarrollo de la aviación es de igual significado en el desarrollo de la Cartografía. Pues por un lado ha exigido mapas y por otro ha contribuido a su preparación.

La necesidad de cubrimiento de grandes áreas a escala pequeña, tal como es necesario para las cartas aeronáuticas, ha promovido el levantamiento de mapas a grande escala de áreas desconocidas. A medida que la sociedad crece y se vuelve más complicada, podemos esperar que la demanda de los mapas en los años venideros aumentará. Es verdad que hay numerosos aspectos y áreas de las cuales no tenemos mapas adecuados o en muchos casos carecemos de ellos totalmente.

Los nuevos procedimientos y técnicas para hacer mapas, junto con la riqueza de material recopilado de las fotos aéreas, actividad censal y otros resultados de la sociedad modernamente organizada, hacen del campo de la Cartografía un esfuerzo amplio y siempre interesante.

LA CARTOGRAFIA: CIENCIA Y ARTE

Para dirigir inteligentemente sus esfuerzos, el hombre necesita conocer el medio que lo rodea en una gran extensión, pero su campo visual es tan pequeño que puede considerarse prácticamente como un punto, si se le compara con la Tierra. Entonces surge el problema de cómo obtener y guardar la información que se requiere de tal manera que se pueda manejar fácilmente.

Para cumplir con este fin, el hombre a través de su proceso histórico, ha inventado aparatos y ha establecido sistemas de referencia convencionales que le ayudaron a obtener, ordenar y representar gráficamente toda la información. Así es como surgen la Geodesia y la Cartografía, siendo la primera la que agrupa a todas las técnicas que se utilizan en la obtención de información de la Tierra, en tanto que la segunda constituye una disciplina que tiene como finalidad representar en forma clara y atractiva los elementos propios de un mapa. Cabe mencionar que la técnica cartográfica se encuentra en un proceso evolutivo y que exige del cartógrafo estar al tanto de los avances en esta área de estudio.

Para el ingeniero topógrafo y geodesta, la representación en el plano del aspecto físico superficial de la Tierra, es de gran importancia para algunas de sus actividades, como son:

a) Cálculo de áreas correspondientes a países, estados y territorios de gran extensión, donde el efecto de la curvatura tiene influencia.

b) Valoración de distancias largas.

c) Mediciones angulares.

d) Determinación y trazado de la ruta más corta para la construcción de líneas de conducción de energía eléctrica, oleoductos, acueductos, gaseoductos, etcétera.

Existen diversos tipos de cartas propias para la resolución de cada uno de estos problemas, para ello es necesario que el ingeniero topógrafo y geodesta esté ampliamente capacitado en el conocimiento de los mapas.

Los usos de los mapas varían de acuerdo al fin con que fueron hechos. Esta variación puede ser, desde la localización histórica, hasta los análisis hechos por los ingenieros, para la construcción de una carretera, una casa, un sistema de abastecimiento de agua potable, un sistema de drenaje y cualquier otro tipo de construcción.

La Cartografía se ocupa de la representación gráfica de la superficie curva de la Tierra. Dicha representación puede efectuarse en dos dimensiones (planos) o en tres dimensiones (esfera), siendo el primero el más utilizado.

Para poder desempeñar su función el cartógrafo debe ser hombre de ciencia y artista a la vez; debe de conocer perfectamente el modelo que ha de representar (la Tierra, el firmamento o cuerpos celestes) y debe de tener el discernimiento suficiente para suprimir detalles que no sean importantes para los fines que se pretendan representar en el mapa. El uso acertado de los símbolos, dibujos y colores para representar a los elementos que van a constituir el mapa dependerán, más del sentido artístico que de la preparación científica del cartógrafo.

LOS MAPAS Y SU CLASIFICACION

Un mapa en su acepción más elemental es una representación convencional de la superficie terrestre vista desde arriba, a la que se le agregan rótulos para la identificación de los detalles más importantes. La palabra representación se usa aquí en su más amplio significado: *un mapa representa más bien lo que se conoce de la Tierra, que lo que puede verse desde una cierta altura.* Los mapas son hasta tal extremo abstractos y convencionales que difícilmente se reconoce en ellos una representación pictórica expresionista. Muchos mapas sólo representan un determinado aspecto o un solo elemento, por ejemplo, los mapas pluviométricos. Por otra parte, los mapas suelen representar detalles que no son realmente visibles por sí mismos, tal es el caso de las fronteras, los meridianos, los paralelos, etc. Los mapas no quedan limitados a representar la superficie terrestre, sino que pueden representar su estructura interna, además del firmamento y cuerpos celestes que son de interés para el hombre. La representación de una superficie, cuerpo o porción del espacio siempre se efectúa en los mapas a escala reducida, es decir, a un tamaño fácilmente apreciable a simple vista.

En el estudio y confección de un mapa se consideran los elementos siguientes: la escala, el sistema de proyección o canevá de coordenadas, los símbolos (caminos, montañas, etc.), el rotulado y finalmente, título, recuadro y los detalles complementarios.

Los mapas pueden clasificarse en generales, por su escala y mapas especiales por su contenido.

Mapas generales (escala)

a) Mapas topográficos a escala grande, con información general.

b) Mapas cartográficos que representan grandes regiones, países o continentes a pequeña escala (los atlas pertenecen a esta clase).

c) Mapas del mundo entero (mapamundis).

Mapas especiales (contenido)

a) Mapas políticos.

b) Mapas urbanos (planos de población).

c) Mapas de comunicaciones (ferrocarriles, carreteras, etc.).

d) Mapas científicos de diferentes clases.

e) Mapas económicos y estadísticos.

f) Mapas artísticos y de anuncios o reclamo (propaganda).

g) Mapas catastrales, dibujados a gran escala, que representan las parcelas de los diferentes propietarios, con cultivos, etc.

h) Cartas para la navegación marítima y aérea.

i) Cartas temáticas.

Las cartas temáticas son las composiciones cartográficas destinadas a traducir los fenómenos geográficos, variables por su importancia, su extensión, su frecuencia según las épocas, los lugares y las estaciones. Los elementos que constituyen a dichas composiciones se obtienen por métodos estadísticos y por análisis de las cartas topográficas.

A continuación se mencionan, según su contenido algunos tipos de cartas temáticas:

Geografía Física.

Geografía Humana.

Geografía Económica.

Geografía Política.

Geografía Militar.

La publicidad.

La ilustración.

La pedagogía.

Atlas escolares.

Atlas murales.

APLICACIONES DE LA CARTOGRAFÍA

La creciente complejidad de la vida moderna con su cortejo de necesidades y escaseces de recursos disponibles, ha hecho necesarios los estudios crecientes y detallados de la utilización de la Tierra, características del suelo, migración de enfermedades, población, arreglo distributivos y otros innumerables hechos económicos y sociales. El geógrafo preeminentemente, así como el historiador, el economista, el agricultor y otros profesionales de las ciencias físicas aplicadas y sociales, han encontrado en el mapa una útil y a menudo indispensable ayuda para sus investigaciones y representaciones.

Un mapa a gran escala de una región pequeña que describa las formas del terreno, drenaje, caminos, geología o una multitud de otras distribuciones geográficas y económicas, capacita al hombre en los conocimientos de las relaciones necesarias para efectuar su trabajo eficientemente. La construcción de mapas a pequeña escala que indiquen la erosión del suelo, uso de la Tierra, costumbres de una población, climas, impuestos, etc., es indispensable para poder entender los problemas y potencialidades de una área. Los mapas construidos a escala más pequeña, nos muestran toda la Tierra con sus accidentes topográficos y geológicos más relevantes por su magnitud y por el proceso lento de su formación. La característica anterior se aprovecha para efectuar el estudio de los sucesos pasados, presentes y futuros de la Tierra.

El mapa es un promotor de negocios y se le puede ver en una gran cantidad de propaganda y, la demanda de información de mercados y recursos fomenta la distribución de mapas para usos comerciales. Los mapas de carreteras forman parte integrante del equipo del automovilista y en los Estados Unidos se puede decir que anualmente se edita un ejemplar por cada adulto. Los usos de los mapas pueden variar desde la localización histórica y análisis de las rutas de Marco Polo y Alejandro, con objeto de valorar su influencia cultural, hasta el análisis hechos por los ingenieros de las características del drenaje de una porción de la ciudad para determinar el desecamiento posible con objeto de instalar los albañales necesarios.

En México la información cartográfica se utiliza en oficinas o secciones especializadas en este aspecto, las cuales se encuentran en dependencias gubernamentales y en grandes empresas privada como son: Secretaría de la Defensa Nacional, Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, Secretaría de Marina, Secretaría de Desarrollo Urbano y Ecología, Secretaría de Comunicaciones y Transportes, Secretaría de Energía, Minas e Industria Paraestatal, Secretaría de Comercio y Fomento Industrial, Secretaría de Relaciones Exteriores, Secretaría de Salubridad y Asistencia, Secretaría de Hacienda y Crédito Público, Secretaría de Programación y Presupuesto, Secretaría de la Reforma Agraria, Secretaría de Turismo, Comisión Federal de Electricidad, Petróleos Mexicanos, Ferrocarriles Nacionales de México, Compañía de Luz y Fuerza del Centro, Teléfonos de México, compañías de aviación y navegación marítima, etcétera.

CAPITULO II

LA FORMA DE LA TIERRA

La Tierra tiene una figura geométrica compleja. La forma de este planeta sólido y plástico, que gira sobre su propio eje a través del espacio, es el resultado de la interacción de diversas fuerzas internas y externas, tales como la gravedad, la fuerza centrífuga de rotación y las variaciones en la densidad de sus rocas constituyentes. La interacción de fuerzas tectónicas y gradacionales, ha producido otras irregularidades tales como montañas, planicies y cuencas oceánicas. Esta clase de irregularidades, muy notables al ojo humano, son relativamente pequeñas; pero interesantes para el problema cartográfico de la delineación del terreno. Por ejemplo. sobre un globo de 30 cm. de diámetro la máxima altura o profundidad, tendría 1/4 de mm.

Las primeras ideas de los hombres acerca de la Tierra que los rodeaba se restringían al horizonte que limitaba su visión, consecuentemente la superficie aparecía como plana. Los mapas más antiguos aparentemente así la representaron y la idea de esfericidad no se generó, hasta que los filósofos griegos de la era precristiana aplicaron el razonamiento al problema. Desde antes de Claudio Ptolomeo (siglo II d.C.), se sabía que la Tierra era una esfera. Aunque la idea de la esfericidad no murió durante la Edad Media, sí languideció hasta un mínimo y la idea de la superficie plana, otra vez prevaleció. Con la reedición de la Geografía de Ptolomeo y el Renacimiento que siguió al siglo XV, la representación de la Tierra volvió a la esfera. Al final del siglo XVII la idea del achatamiento polar, debido a la rotación, fue dada por Newton. Durante el último siglo se han hecho diversas determinaciones del abombamiento ecuatorial y del achatamiento polar y se tienen varios esferoides.

Por la rotación que efectúa la Tierra sobre su propio eje longitudinal, ésta se deforma, presentando un abombamiento en su ecuador y consecuentemente un achatamiento polar, que constituye su mayor deformación con respecto a su supuesta forma esférica y se debe tomar en cuenta en la realización de los mapas.

Debido al abombamiento y al aplanamiento, una línea que rodee totalmente la Tierra y que pase a través de los polos, no será un círculo, sino tendrá una forma ligeramente elíptica. La porción más plana se localiza en las regiones polares y la más curvada en las áreas ecuatoriales. Puesto que gran parte de la navegación está fundada en observaciones, que consisten en encontrar el ángulo entre un cuerpo celeste y el plano del horizonte (o un plano perpendicular a él, el vertical) en un punto, es evidente que resulten complicaciones de las desviaciones que existen entre la esfera y la forma propia de la Tierra. Consecuentemente, donde se preparan mapas para navegación o para localizar rutas y distancias exactas entre dos lugares, es necesario tomar en cuenta el aplanamiento. En la mayoría de los mapas a muy pequeña escala puede despreciarse.

Al comparar medidas hechas sobre la Tierra con medidas resultantes de observaciones astronómicas, se puede observar que su forma de esferoide aplanado, se encuentra deformada localmente, debido a las variaciones en los materiales que constituyen el planeta. La acumulación de datos que finalmente revelarán la amplia naturaleza de estas irregularidades del esferoide, están en proceso y en un futuro no muy lejano, la forma precisa de la Tierra, llamada geoide, será conocida. Cuando se disponga de esta información, se conocerá la medida y forma del esferoide más simple que se aproxime más a ella.

MEDIDA DE LA TIERRA

Desde los tiempos antiguos el hombre ha intentado saber la medida exacta del planeta en que vive. Ya antes de la iniciación de la era cristiana se hicieron varios cálculos de la medida de la Tierra, como hemos visto en el capítulo anterior.

En los últimos tiempos han sido calculadas las dimensiones de la Tierra con precisión relativamente alta. Se ha propuesto una medida internacional; pero no ha sido completamente aceptada todavía. En los Estados Unidos y en México se usa generalmente el elipsoide de Clarke de 1866, cuyas medidas aparecen a continuación:

Radio ecuatorial	6,378,206.4	m
Semieje polar	6,356,583.8	m
Radio de la esfera de igual área	6,370,997.2	m
Area de la Tierra	510,900,000.0	Km^2
Circunferencia ecuatorial	40,075.0	Km

LA NECESIDAD DE UN SISTEMA DE COORDENADAS

Con objeto de localizar puntos sobre cualquier superficie, es necesario tener conceptos y definiciones de direcciones y distancias. Probablemente los primeros hombres desarrollaron estos conceptos con respecto a la dirección de la salida y puesta del Sol y el tiempo que se requería para viajar. Las localizaciones espaciales son relativas y deben, por lo tanto, establecerse con referencia a un punto origen. Si un punto de este tipo se localiza, entonces la localización de cualquier otro punto sobre la superficie puede efectuarse en términos de una dirección definida y distancia al origen.

Sobre una superficie plana ilimitada o sobre una esfera sin movimiento, no hay ningún punto de referencia natural, esto es, cualquier punto es lo mismo para que pueda servir de origen. En matemáticas un sistema de localización arbitrario sobre una superficie plana se desarrolla estableciendo un punto origen en la intersección de dos ejes perpendiculares convenientemente localizados. El plano queda entonces dividido en una cuadrícula rectangular al añadirle líneas paralelas a los dos ejes, que estén igualmente espaciadas. La posición de cualquier punto, sobre el plano, con referencia al origen, puede fácilmente establecerse, indicando la distancia del mismo a cada uno de los ejes.

En el sistema cartesiano, por ejemplo, a la distancia horizontal se le llama *el valor* X o *la abscisa* y a la distancia perpendicular a ella se le llama *valor* Y u *ordenada*. Con objeto de designar posiciones relativas sobre la Tierra, se usa un sistema semejante, pero mucho más antiguo, con la diferencia que la superficie de la Tierra es curva y el uso de líneas paralelas rectas es imposible. No obstante, los dos sistemas de coordenadas tienen mucho en común. En el sistema de coordenadas esféricas terrestres las líneas de la cuadrícula son perpendiculares entre sí; pero sólo unas de ellas son paralelas entre sí. Sobre la Tierra, no obstante, la naturaleza ha establecido dos puntos naturales que pueden servir favorablemente como puntos de referencia y éstos son los polos o puntos donde el eje de rotación intersecta la superficie esférica.

En el sistema de coordenadas terrestres las distancias que corresponden a los valores Y del sistema cartesiano se les llama *latitud* y a los valores X *longitud*. El arreglo de estos dos conjuntos de líneas coordenadas establece las *direcciones cardinales*. Además, sobre la superficie de la esfera se pueden medir, convenientemente, *distancias en grados de arco*.

LATITUD

Desde los tiempos de los griegos se diseñó un sistema para localizarse entre los dos polos. Una línea que une los dos polos y que va sobre la superficie de la Tierra es un semicírculo que contiene 180°.

Cuando uno se para en cualquier parte sobre esta línea, su horizonte parece que limita un plano (o aproximadamente un plano) circular. Si uno se imagina a sí mismo situado en el espacio y mirando hacia este plano horizontal, se verá que este plano es tangente al círculo y que si se desplazara de norte a sur a lo largo de la línea siempre permanecería tangente. Si se supone a la estrella Polar colocada sobre la prolongación del eje de la Tierra, entonces un observador en el polo norte vería a la Polar formando un ángulo de 90° con el plano del horizonte. Si para este observador fuera posible ver a la Polar a través del gran espesor de la nebulosa atmósfera cuando se encontrara en el ecuador, se daría cuenta que la dirección de la Polar es tangente a este plano horizontal, es decir, el ángulo tendría un valor igual a cero grados. El moverse directamente hacia el polo estaría acompañado por un cambio en la elevación angular de los cuerpos celestes con respecto a un plano horizontal sobre la Tierra con relación uno a uno, esto es, por cada grado de arco avanzado sobre la Tierra, la elevación arriba del horizonte de un cuerpo celeste cambiaría también en 1°. Puede observarse cualquier estrella o el Sol y el resultado será el mismo.

Lo anterior simplifica el problema, pero la Tierra como la mayoría de los cuerpos celestes, gira sobre su propio eje y por lo tanto, todos ellos parecen también moverse mientras el observador se está moviendo de un lugar a otro. La información necesaria para corregir, por el movimiento aparente, es fácil de obtener. El hecho fundamental permanece fijo en el sentido que las posiciones Norte a Sur pueden determinarse midiendo el ángulo entre un cuerpo celeste y el horizonte.

El utilizar estas relaciones en un sistema de coordenadas esféricas fue natural, aun para los antiguos. Ellos se imaginaron una serie de círculos alrededor de la Tierra paralelos unos a otros. El que dividía a la Tierra por mitad, equidistante entre los polos, fue llamado, ecuador (igualador). La serie de círculos al Norte del ecuador fue llamada latitud norte. De igual manera, la serie al Sur del ecuador fue llamada latitud sur. Para determinar sobre qué círculo se encontraba uno y por lo tanto, su distancia al norte o sur del ecuador, requería solamente la observación del ángulo entre el horizonte y alguno de los cuerpos celestes conocidos, tal como el Sol, la Polar o alguna otra estrella.

Ningún cambio ha sufrido el sistema desde que fue inventado por primera vez, hace veintidos siglos.

MEDIDA LONGITUDINAL DE UN GRADO DE LATITUD

En el sistema generalmente aceptado para la medida de ángulos, un círculo contiene 360°, consecuentemente, hay 180° de latitud entre polo y polo. El cuadrante del círculo que va del ecuador a cada uno de los polos está dividido en 90° y la numeración comienza con cero a partir del ecuador y va hasta 90° en cada uno de los polos. A la latitul siempre se le añaden las palabras norte o sur.

Sobre una esfera perfecta cada valor Y o grado de latitud, tendrá la misma medida longitudinal; pero la Tierra no es una esfera perfecta. En lugar de esto y como ya se hizo notar, está ligeramente abombada en el ecuador y achatada en los polos.

Puesto que la superficie de la Tierra tiene una mayor curvatura cerca del ecuador que en los polos, se concluye que para observar un cambio de 1° entre el horizonte y un cuerpo celeste, en el ecuador no será necesario viajar tanto como se haría, si estuviese uno en los polos. Consecuentemente, los grados de arco de norte a sur sobre la Tierra no son completamente iguales en medida de longitud, sino que varían desde 110.567 Km. cerca del ecuador hasta 111.699 Km. cerca de los polos. Esta diferencia de 1.132 Km. tiene poca importancia en mapas a pequeña escala, pero es de significado en mapas que nos representan pequeñas áreas. La tabla 2.1 muestra, en forma abreviada, las longitudes entre algunos grados de latitud.

LATITUD	MEDIDA en Kms.
0° - 1°	110.567
9° - 10°	110.598
19° - 20°	110.692
29° - 30°	110.840
39° - 40°	111.023
49° - 50°	111.220
59° - 60°	111.406
69° - 70°	111.560
79° - 80°	111.661
89° - 90°	111.699

Tabla 2.1

Para el uso ordinario de los mapas no se puede considerar como un error cuando se dice que, los paralelos están aproximadamente separados uniformemente de polo a polo.

LONGITUD

La componente de las coordenadas terrestres llamada latitud, sólo establece posiciones al norte o al sur del ecuador. Por ejemplo, si decimos que nos encontramos en el paralelo 45° norte, esta información no será suficiente para saber nuestra posición exacta, pues el paralelo 45° es toda una circunferencia que rodea a la Tierra y cuyos puntos forman un ángulo de 45° con respecto al centro de la Tierra. Para poder establecer la posición exacta de un punto sobre la superficie terrestre, es necesario conocer la abscisa del sistema de coordenadas terrestres. Esto se lleva a cabo mediante otro juego de líneas, llamados meridianos, los cuales se intersectan en ángulos rectos con los paralelos.

Todo paralelo incluyendo al ecuador, son círculos de Este a Oeste, y puesto que cada círculo está dividido en 360°, es posible arreglar una serie de líneas que pasen a través de las correspondientes divisiones de cada paralelo. Cada una de estas líneas, llamadas meridianos, se extenderán de norte a sur y quedarán uniformemente espaciadas de este a oeste sobre cada paralelo. Ellas intersectarán a los paralelos en ángulos rectos y así nos proporcionarán un sistema de coordenadas, las cuales son parecidas a las del sistema cartesiano, excepto que en este caso la cuadrícula se encuentra sobre una superficie esférica en lugar de sobre un plano.

Los grados de longitud medidos a partir de un meridiano elegido convencionalmente, nos indicarán la posición al este o al oeste de dicho meridiano. Por ejemplo, si un viajero se encontrara a 180° de él, se hallaría a mitad del camino alrededor de la Tierra a partir de ese meridiano inicial. A los antiguos les fue fácil la determinación de la latitud, pero no la determinación precisa del concepto de longitud. Esto condujo a errores considerables en las localizaciones efectuadas hacia el Este o hacia el Oeste, además fue uno de los factores que contribuyó al glorioso error del siglo XV, pues consideraban que la distancia entre Europa y Asia era menos de la mitad de su valor verdadero.

Las distancias angulares al Norte o al Sur pueden determinarse observando el ángulo que un cuerpo celeste forma con el horizonte. Puesto que la Tierra es una esfera, las diferencias en estos ángulos también mostrarán las diferencias de longitud, pero solamente si las observaciones se toman simultáneamente en las dos localidades. Puesto que los antiguos no tenían manera de sincronizar tales observaciones, en lugar de esto, tuvieron que calcular la distancia Este-Oeste, convirtiendo la distancia real a distancia en arco. Las estimaciones de las distancias terrestres estaban sujetas a errores considerables y, generalmente se las sobreestimaba por los viajeros. Los errores cometidos dentro de los pequeños límites del mundo antiguo no fueron de significación. Posteriormente al hacer conversiones de grandes distancias en longitudes de arco, se obtenían que éstas eran demasiado pequeñas, esto se debió al error en la medida de la Tierra, reportada por Ptolomeo.

Cuando la determinación de la longitud llegó a ser crítica para la navegación, hubo toda clase de sugestiones para resolver el problema, desde las observaciones de la declinación de la brújula, hasta la coordinación de las observaciones por medio de un guarda-tiempo celeste tal como el movimiento de los satélites de Júpiter. Cuando se perfeccionó el cronómetro (un reloj muy preciso) por Harrison y otros, a mediados del siglo XVIII, se resolvió el problema. Debido a que todos los paralelos son círculos concéntricos, todos giran a la misma velocidad angular, 360° por día o 15° por hora. Si se transporta un reloj que muestre el tiempo preciso a otro lugar, la diferencia entre este tiempo y el tiempo local, en horas, minutos y segundos, puede convertirse a diferencia de longitud tan solo por medio de aritmética simple. Hoy día esto se ejecuta no sólo por el uso de cronómetros, sino por medio de las señales de tiempo transmitidas por radio a intervalos regulares.

MEDIDA DE LA LONGITUD DE UN ARCO CORRESPONDIENTE A UN GRADO DE LONGITUD

La longitud del ecuador es aproximadamente igual a la longitud de un círculo meridiano, pero a medida que uno se acerca a los polos todos los otros paralelos son más pequeños; a pesar de eso cada uno de ellos se encuentra dividido en 360°. Por lo tanto, cada grado Este-Oeste de longitud, es más corto a medida que aumenta la latitud y se reduce finalmente a cero en los polos. Tomando en cuenta esto, se tiene que la relación que existe entre la longitud de un paralelo y la circunferencia de la Tierra es igual a la longitud de esta circunferencia multiplicada por el coseno de la latitud del paralelo, es decir:

Longitud de un paralelo P = Longitud de la circunferencia de la Tierra por el coseno de la latitud del paralelo ... (1)

Como cada paralelo está dividido en 360° y estos grados constituyen los grados de longitud, se obtiene que, para un paralelo P la medida de longitud de arco correspondiente a un grado de longitud es igual a la longitud total del paralelo P dividido entre 360°, si se aplica la ecuación (1) se obtiene:

$$\text{Medida de la longitud de un arco, correspondiente a un grado de longitud} = \frac{\text{Longitud de la circunferencia de la Tierra x coseno de la latitud del paralelo P}}{360}$$

En la figura II.1, se muestran los conceptos involucrados en esta fórmula.

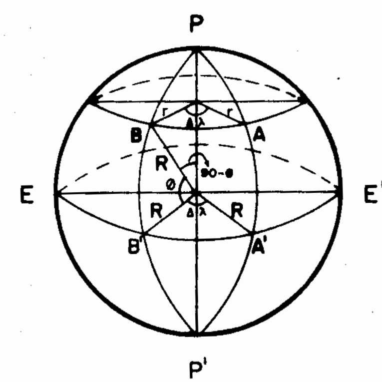


Figura II.1 Representación aclaratoria de los conceptos involucrados en la fórmula para la obtención de la longitud de un arco correspondiente a un grado de longitud.

MERIDIANO ORIGEN

A diferencia de los paralelos, los cuales tienen diferentes magnitudes, los meridianos son todos iguales. Consecuentemente, el escoger un meridiano a partir del cual se inicie la cuenta, ha sido un problema de consecuencias internacionales. Cada país, con ambición nacional característica, deseaba tener la longitud 0° dentro de sus límites o como el meridiano de su capital. Por muchos años cada nación publicó sus propios mapas y cartas con longitudes calculadas a partir de su propio meridiano origen. Esto, por supuesto, creó confusiones para muchos, cuando usaban mapas de diferentes países.

Durante el último siglo muchas naciones comenzaron a aceptar el meridiano del Observatorio de Greenwich, cerca de Londres, Inglaterra, como el 0° y en 1884 se elevó a un acuerdo en una conferencia internacional. Desde entonces, la longitud se calcula diciendo que es este u oeste de Greenwich (hasta los 180°). Este acuerdo presenta ciertas dificultades, pues el citado meridiano divide a Europa y Africa en dos tipos de longitudes, la oriental y la occidental. La elección de este meridiano origen establece el *punto origen* del sistema de coordenadas terrestres, que se encuentran en el Golfo de Guinea. El meridiano opuesto al origen es el de 180°, el cual se encuentra más, afortunadamente, localizado, pues suministra la *línea internacional del tiempo*, la cual sólo registra pocos quiebres.

CIRCULO MAXIMO

La distancia más corta entre dos puntos es la recta que los une. Sin embargo, sobre la Tierra es impráctico seguir una línea recta a través de la parte sólida del planeta.

La distancia más corta entre dos puntos sobre la superficie esférica es el arco a lo largo de la superficie, que se encuentra justamente sobre la línea recta. Este arco está formado por la intersección de la superficie esférica con el plano que pasa a través de los dos puntos y el centro de la Tierra.

El círculo establecido por la intersección de este plano con la superficie esférica, si se prolonga, divide a la Tierra en dos hemisferios y se le llama un *círculo máximo*. Cada meridiano es un arco de círculo máximo y si se une con el opuesto constituye un círculo máximo. El ecuador es un círculo máximo, pero todos los otros paralelos son *círculos menores*, pues no bisectan a la Tierra.

La razón por la cual un círculo máximo es la distancia más corta entre dos puntos sobre la superficie de la esfera, es que el círculo máximo tiene un radio de curvatura mayor que el de cualquier círculo menor; en consecuencia la curvatura del círculo máximo es menor y por esta razón se acerca más a la línea recta, la cual es la distancia mínima entre dos puntos.

Los círculos máximos mantienen cierto número de relaciones geométricas con la esfera terrestre, que son de considerable significado en la Cartografía y en el uso de los mapas:

a) Los círculos máximos siempre se bisectan entre sí.

b) Un arco de círculo máximo es la distancia más corta entre dos puntos sobre la superficie esférica de la Tierra.

c) El plano al cual pertenece un círculo máximo siempre bisecta a la Tierra, y por lo tanto incluye el centro de la misma.

Debido a que los arcos de círculos máximos son la distancia más corta entre dos puntos sobre una superficie esférica, los viajes marítimos y aéreos, en lo posible o deseable, se desarrollan a lo largo de tales rutas. Las ondas de radio y ciertos otros impulsos electrónicos tienden a viajar a lo largo de los círculos máximos.

MEDIDA DE DISTANCIAS

Las distancias sobre la superficie de la Tierra se calculan siempre a lo largo de círculos máximos, a menos que se especifique de otra manera. Debido a que ningún mapa, excepto un globo terrestre, puede representar las distancias correctamente, es frecuente hacer referencias al globo, a una tabla de distancia o al cálculo de la longitud el arco de círculo máximo entre dos lugares. Un pedazo de cordel o la orilla de un pedazo de papel, se pueden emplear para establecer el círculo máximo sobre un globo. Si la escala del globo no se la conoce, la cuerda o el pedazo de papel pueden ser comparados con un meridiano y así determinar su longitud en grados y con ayuda de la tabla 2.1 que nos da la longitud entre algunos grados de latitud, se puede obtener la distancia en metros.

La distancia en arco sobre la esfera, entre dos puntos de coordenadas conocidas, se puede calcular por la ley de los cosenos de la trigonometría esférica:

$$\cos d = \operatorname{sen} \phi_1 \operatorname{sen} \phi_2 + \cos \phi_1 \cos \phi_2 \cos\Delta\lambda$$

en la cual:

d = distancia en grados entre los dos puntos

ϕ_1 = latitud del punto No. 1

ϕ_2 = latitud del punto No. 2

$(\lambda_2 - \lambda_2) = \Delta\lambda$ = diferencia de longitud

Para convertir la distancia dada en grados, a metros se puede multiplicar en forma aproximada, cada segundo de arco por 30.75 m.

Desde luego, el cálculo anterior sólo proporciona datos aproximados, pues para determinaciones exactas, deben usarse las fórmulas y datos que estudia la Geodesia.

Por supuesto hay muchas unidades de medida de distancia usadas en Cartografía. Para mapas que no usan el sistema métrico y el sistema inglés, es necesario buscar las equivalencias en tablas correspondientes. A continuación se dan algunas equivalencias entre los sistemas métrico e inglés:

UNIDADES	PIES	METROS
Milla terrestre	5280	1609.35
Milla naútica (1'arco)	6076.1	1851.85
Kilómetro	3280.83	1000.00
Pie	1	0.3048
Metro	3.28083	1

Tabla 2.2

LA ROSA DE LOS VIENTOS

Al conjunto de los rumbos de una brújula se le llama *rosa de los vientos*, y anteriormente se representaba en los mapas como un adorno para su embellecimiento. Actualmente los rumbos se les imprime en las cartas hechas con propósitos de navegación y en aquellos mapas donde los rumbos tengan relaciones importantes con la cuadrícula y direcciones terrestres.

La brújula es bien conocida por todos nosotros. Los puntos cardinales están a 90° uno con respecto al otro y son el resultado de las relaciones geométricas de la cuadrícula terrestre. Por otro lado los paralelos y meridianos que rodean a la Tierra se intersectan entre sí formando ángulos de 90°; pero los meridianos convergen en un punto en cada uno de los polos, mientras que los paralelos son círculos que conforme se alejan del ecuador decrecen hasta formar un punto en los polos, es decir su diámetro se hace nulo. Consecuentemente, el Norte, Este, Sur y Oeste no son las mismas direcciones reales en dos puntos distintos. Esto no es realmente un problema muy grave cuando trabajamos sobre un globo; pero si transferimos los paralelos y meridianos a una superficie plana encontramos que, es imposible para cualquier mapa mostrar todas las distancias correctamente, es también imposible duplicar la orientación de la rosa de los vientos, tal como ella opera en el caso del globo.

EL AZIMUT

Como hemos visto, las direcciones sobre la Tierra, establecidas por el canevá terrestre, constantemente cambian si uno no se mueve sobre la faz de la esfera. Solamente sobre un meridiano o sobre el ecuador, las direcciones permanecen constantes a lo largo de los círculos máximos; pero puesto que los arcos de los círculos máximos representan las mínimas distancias entre dos puntos cualesquiera sobre ese círculo máximo, es conveniente tener la capacidad para designar la *dirección* que los círculos máximos tienen a partir de un punto inicial hacia un destino definido. Estas direcciones se calculan observando el ángulo que el círculo máximo hace con el meridiano que pasa por el punto inicial. El ángulo se designa por un cierto número de grados a partir del Norte, en el sentido de las manecillas del reloj, de 0° a 360°.

Debido a que en esta época moderna han cobrado gran importancia las ondas de radio y los transportes aéreos, las direcciones y rutas de viaje a lo largo de los círculos máximos, también han alcanzado un gran desarrollo. Lo anterior ha obligado a que se construyan los mapas de tal manera que las direcciones se conserven tanto como sea posible.

LOXODROMIA

Puesto que los círculos máximos son la ruta más corta entre dos puntos sobre la esfera, es lógico que se prefiera esta trayectoria por motivos de economía. Pero es prácticamente imposible hacerlo así, excepto cuando se viaja a lo largo de un meridiano o del ecuador. La dificultad consiste en que excepto para esos círculos máximos particulares, las direcciones constantemente cambian a lo largo de las rutas de cualquier otro círculo máximo. Debido a que los cursos están dirigidos mediante una brújula, no es solamente inconveniente, sino impráctico, tratar de cambiar de dirección, a cada paso.

Las líneas de rumbo constante se llaman líneas loxodrómicas. Los meridianos y el ecuador son líneas loxodrómicas al mismo tiempo que círculos máximos; *pero todas las líneas de rumbo constante no son círculos máximos*. Por otro lado las líneas loxodrómicas son curvas complicadas y si uno siguiera justamente una línea loxodrómica, que no sea un meridiano o el ecuador, se haría un recorrido en forma de espiral dirigido hacia el polo, el cual, en teoría nunca se le alcanzaría.

Con objeto de que los barcos y aviones se aproximen en su viaje, tanto como sea posible, a la trayectoria que corresponde a un círculo máximo, ellos siguen líneas loxodrómicas; pero cuando éstas se alejan de la trayectoria mínima, regresan al círculo máximo y reinician el viaje siguiéndolo, hasta que vuelven a alejarse, y entonces repiten esta operación. Este procedimiento es semejante al que se utiliza para trazar las curvas en Topografía, mediante una serie de cuerdas, que se utilizan en las carreteras. Aunque no es precisamente lo mismo, pues los círculos máximos son rectas, si se los ve desde arriba, tal como debe de ser, mientras que las líneas loxodrómicas son curvas, que desde luego son más largas.

DIRECCION Y ORIENTACION

Como puede verse, la representación de direcciones sobre los mapas no es cosa simple. En consecuencia, la determinación de direcciones deberá ser hecha con cuidado, aun sobre aquellos mapas que han sido construidos especialmente para ese propósito.

Existen muchas convenciones en Cartografía y una de las más importantes es la orientación, o sea, la forma de representar las direcciones en un mapa.

Originalmente, en los mapas de la Tierra elaborados por cartógrafos medievales europes, se colocaba el área más importante en la parte superior o en el centro.

Desde hace varios siglos la convención de colocar el Norte en la parte superior, ya es una regla, al grado que nosotros siempre pensamos el Norte hacia arriba, el Sur hacia abajo, y así al imaginar el mapa de la República Mexicana consideramos Chihuahua arriba, Chiapas abajo, de una manera inconsciente. No es necesario decir, salvo por convención, que los mapas pueden orientarse en la forma que el cartógrafo lo desee. Puesto que siempre pensamos que la parte superior de la hoja es la parte más alejada de nosotros, es aparente que un motivo para orientar los mapas, puede ser muy bien la dirección de interés o de movimiento, si la hay.

AREAS SOBRE LA TIERRA

Como la forma esférica de la Tierra complica la determinación y representación de distancias y direcciones, la superficie curva en todas direcciones, también hace difícil el cálculo y la representación de las áreas. Determinar el área de un segmento de la superficie de la esfera es relativamente fácil, pero la Tierra no es precisamente una esfera y por varias otras razones que fueron sugeridas desde el principio, el establecimiento de posiciones exactas es difícil. Si las posiciones son dudosas, la forma del segmento esférico también está en duda y las áreas quedan sujetas a interrogación. Además, las áreas en las que puede tener interés, excepto en pequeñas pertenencias, son extremadamente irregulares, por ejemplo, países o continentes con límites y litorales complejos. Consecuentemente, la única manera de medir estas áreas, es hacer el mapa correspondiente y determinar de alguna forma el área en él incluido. Por supuesto, un mapa de este tipo debe ser uno en el cual la transformación de la superficie esférica en plana se ha efectuado de tal manera que las áreas se representen uniformemente, por lo que se refiere a medida, en cualquier parte dentro del mapa.

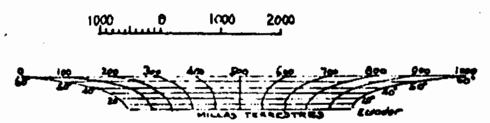
LA ESCALA DE LOS MAPAS

Puesto que los mapas deben ser necesariamente más pequeños que las áreas en ellos representadas, su uso requiere que la relación o proporción entre medidas comparables se exprese en el mapa. Esto se llama la escala del mapa y debe ser la primera cosa que el lector vea del mismo. La escala se expresa generalmente como una *relación entre la distancia sobre el mapa a la distancia sobre la Tierra*, con la distancia sobre el mapa expresada siempre por la unidad. Las escalas pueden expresarse de las siguientes formas:

1) Como una simple fracción o relación. Esto puede ser mostrado como 1:1,000,000 ó 1/1,000.000. Siendo preferida la primera. Esto significa que 1", 1 pie ó 1 cm sobre el mapa representa 1,000,000 de pulgadas, pies o centímetros, sobre la superficie de la Tierra. Las unidades de medida en ambos lados de la relación deben ser las mismas.

2) Como un dato que muestra la distancia sobre el mapa en relación con la distancia sobre la Tierra, como por ejemplo, una pulgada a una milla o seis pulgadas a una milla.

3) Como una escala gráfica. Esta es una simple línea sobre el mapa subdividida para mostrar la longitud de una unidad de distancia terrestre. Un extremo de la escala generalmente se subdivide aún más, con objeto de que el lector del mapa pueda medir distancias más precisamente.



4) Como una escala de áreas en lugar de una escala de distancias. Cuando se ha hecho la transformación de una esfera al plano, de tal manera que, todas las proporciones de las áreas se han representado correctamente, la escala de áreas es esa en que una unidad de superficie (ya sea cms^2, pulgadas, etc.), es proporcional a un cierto número de las mismas unidades sobre la Tierra. Se expresa diciendo: $1:1,000,000^2$. Sin embargo, el hecho de que el número esté elevado al cuadrado, se lo supone y no se lo escribe.

DETERMINACION DE LA ESCALA EN UN MAPA

A veces se presentan mapas que no incluyen la escala. Desde luego esto no es aconsejable y más aún es criticable. Otras veces se requiere determinar la escala de cierta parte de un mapa, ya que la escala de distancias no se puede conservar uniforme en un mapa hecho sobre un plano. La determinación de la escala puede hacerse midiendo la distancia que hay sobre el mapa, entre dos puntos cuya distancia terrestre sea conocida y con estos datos se calcula la escala o se construye una escala gráfica. Hay ciertas distancias sobre la Tierra que son fáciles de localizar sobre los mapas, tales como la distancia entre paralelos (Tabla 2.1), o la distancia entre meridianos. Deberá tenerse cuidado que la medida se tome precisamente en esa dirección en que se va a usar la escala, pues frecuentemente la escala de distancias del mapa no es la misma en todas direcciones de un punto.

Para determinar la escala de áreas, se debe de medir sobre un mapa el área de una región cuya magnitud sobre la Tierra sea conocida; obtenidas estas dos magnitudes, se puede determinar la relación de proporción entre ambas, la cual constituirá la escala de áreas. Debe de recordarse que la escala de áreas se expresa, convencionalmente, como la raíz cuadrada del número de unidades, a la derecha de la relación. De esta manera, si la medida muestra que una unidad cuadrada, digamos un cm^2 representa 25,000,000,000,000 de unidades sobre la Tierra, deberá tenerse presente que la escala debe escribirse $1:5,000,000^2$ o a veces tan solo 1:5,000,000 que se parece a la escala lineal, pero aclarando que se usó la escala de áreas.

TRANSFORMACION DE LA ESCALA DE UN MAPA

En ciertas ocasiones, se requieren los servicios del cartógrafo para cambiar la medida de un mapa, esto es, para reducirlo o para amplificarlo. El trabajo mecánico puede llevarse a cabo por medio de proyección, por reducción fotográfica, por medio del pantógrafo o por medio de cuadros semejantes; pero el problema de determinar cómo cambia el mapa en términos de la escala es semejante al problema de transformar una escala en otra. Si el cartógrafo es hábil en la transformación de escalas, no tendrá dificultad para amplificar o reducir los mapas.

Para transformar las escalas lineales, es necesario conservar siempre el mismo tipo de unidades, tanto en la medida sobre la Tierra, como en la medida sobre el mapa, al momento de ejecutar los cálculos.

El cambio de la escala de un mapa, el cual tiene una escala de áreas, se lleva a cabo, convirtiendo la escala de áreas conocida y la escala de áreas en proporción lineal.

Los mapas se hacen a una gran variedad de escalas. El usuario de mapas experimentado aprende rápidamente a traducir la relación o fracción en unidades de medida.

CAPITULO III LOCALIZACION Y REPRESENTACION DE LOS ACCIDENTES EN LOS MAPAS

Como ya se ha mencionado anteriormente, el trabajo del cartógrafo consiste en representar sobre un plano la superficie esférica de la tierra, con todos sus accidentes y detalles, siendo esta representación necesariamente una transferencia sistemática de las relaciones geométricas de una forma a la otra.

Puesto que no es posible hacer que una hoja de papel se ponga en contacto en forma íntegra con la superficie de la esfera, es también imposible hacer una transferencia correcta de la superficie de la Tierra a un plano. Para solucionar este problema se ha establecido sobre la Tierra, un sistema de coordenadas esféricas, constituido por meridianos y paralelos que nos ayudan a localizar sus detalles por medio de la latitud y longitud. En forma homóloga se pueden localizar los detalles de la superficie terrestre, utilizando un sistema de coordenadas análogo al anterior, las cuales están relacionadas geométrica o matemáticamente; esta relación llevada sobre el papel se llama *proyección*.

La determinación de latitud y longitud sobre la Tierra es responsabilidad de la Geodesía, Topografía o de la Astronomía de posición. La localización sobre el mapa de tales datos compete a la Cartografía. De aquí que esta última sea la expresión escrita de la primera.

Una vez localizados los diferentes accidentes de la superficie terrestre sobre el canevá, es necesario indicarlos mediante símbolos; pues si se representan a la misma escala del mapa muchos resultarían microscópicos, por ejemplo, en un mapa a escala 1:80,000 una carretera de 8 m. de ancho quedaría representada por una línea de 0.1 mm. y un río de 6 m. de ancho, por una línea de 0.075 mm. de ancho, etcétera.

La mayor parte de los símbolos proceden de los mapas más antiguos. Se considera que un símbolo ha sido elegido adecuadamente cuando recuerde por sí mismo el detalle que representa o que esté ya sancionado por muchos años de empleo, además debe ser pequeño, claro y fácil de dibujar.

Según sea la escala del mapa, los símbolos pueden variar, así tenemos que en los mapas de escalas reducidas, las carreteras se representan ordinariamente por una sola línea, las poblaciones por círculos, etc., en tanto que en los mapas topográficos de mayor escala las carreteras se representan con doble línea y las poblaciones por sus calles.

Por lo regular los cartógrafos emplean un mismo sistema de símbolos en sus mapas, esto constituye un aspecto positivo para lograr su unificación universal; pero con frecuencia se comete el error de utilizar símbolos que corresponden a mapas de gran escala en mapas de escala pequeña, con lo que se obtiene un dibujo confuso. Los símbolos que se emplean en mapas de colores son diferentes de los que se utilizan en mapas en blanco y negro.

Los símbolos según su uso se pueden clasificar en cuatro grupos: obras y construcciones, aguas, relieve y de vegetación o cultivo. Existen otros símbolos especiales que se utilizan en los mapas científicos y estadísticos.

La mayoría de los países ha tomado en forma convencional algunos colores para representar determinados elementos naturales como son: azul para el agua, negro y rojo para las obras de fábrica, castaño en diferentes tonalidades para el relieve y verde para la vegetación.

OBRAS Y CONSTRUCCIONES

Las obras y construcciones debidas a la mano del hombre se destacan de modo particular en los mapas. Las poblaciones, carreteras y vías férreas son las más importantes, por lo cual se representan a un tamaño mayor del que realmente les corresponde. Generalmente, los mapas contienen un reducido número de símbolos que no sean de obras y construcciones.

Poblaciones.- En los mapas más antiguos se representaban las ciudades por pequeños dibujos, más o menos artísticos, por ejemplo, las ciudades antiguas amuralladas que tenían su contorno circular se representaban en los mapas de escala reducida por una curva cerrada más o menos circular o quedaban simbolizadas por un sencillo círculo.

Es posible que sea distinto el origen del símbolo de las poblaciones; en los primeros mapas del Renacimiento se acostumbraba representar una ciudad por un pequeño grupo de casas; pero como este grupo era de tamaño mayor que el que realmente correspondía a la población, se indicaba su situación exacta por un pequeño círculo entre las mismas casas. En los mapas de escala reducida se suprimían las casas, quedando sólo el círculo. En la actualidad se continúa representando a las poblaciones por uno o más círculos concéntricos, no obstante la poca semejanza que existe entre una ciudad y un círculo. El tamaño y número de estos círculos depende de la importancia relativa de estas ciudades.

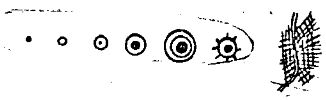


Figura III-1 Representación actual de poblaciones. El tamaño y número de círculos depende de la importancia relativa de estas ciudades.

En los mapas a grande escala donde pueden representarse las distancias en su verdadera magnitud relativa, se simbolizan las poblaciones mediante líneas perpendiculares entre sí que representan las calles, y que constituyen una imagen más fiel de las ciudades actuales que van extendiéndose en unas y otras direcciones, que los circulitos representativos de las antiguas ciudades amuralladas. También se representan las poblaciones por medio de óvalos, dentro de los cuales se escribe el número de habitantes en millones.

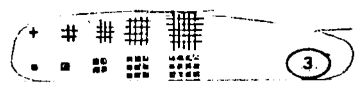


Figura III-2 En los mapas a grande escala se simbolizan las poblaciones mediante líneas perpendiculares entre sí que representan las calles. También se representan por medio de óvalos, dentro de los cuales se escribe el número de habitantes en millones.

La selección de poblaciones que han de figurar en un mapa, se hace comúnmente por su número de habitantes. Las ciudades históricas, industriales, fronterizas o situadas en empalmes de ferrocarriles, que sean puertos, centros mineros o culturales, etc., deben figurar en los mapas aunque su número de habitantes sea mucho menor que el de otras poblaciones, pues este dato (número de habitantes), no define por sí solo la importancia de una ciudad.

Carreteras.- Aun en los mapas más antiguos era costumbre representar los caminos por una doble línea a la que a veces, se agregaban dos filas de árboles. Este símbolo es tan natural, que ha cambiado muy poco desde entonces.

En los mapas a gran escala se representan las carreteras de diferentes categorías por líneas de espesor variable, pero en los mapas de escala reducida, donde sólo se indican las carreteras más importantes, no se suele hacer tal distinción, para evitar el empastamiento, prefiriéndose una simple línea a la doble acostumbrada.

Si se usan colores, se deben dibujar las carreteras de diferente color al de las vías férreas, dibujándose comúnmente las primeras en rojo o en negro.

Los actuales mapas de carreteras para guías de automovilistas, llevan un simbolismo diferente y más detallado para indicar toda la variedad de tipos de carreteras hoy existentes. Cuando sólo se ha de representar un número ilimitado de carreteras se eligen las de mayor importancia, que pueden no ser las de mayor categoría.

Vías férreas.- En los mapas litografiados se representaban las vías férreas con dos líneas paralelas y espacios alternativamente blancos y negros. Pero en los mapas fotograbados, los espacios blancos quedaban fácilmente ocluidos con la tinta y por esta razón se adoptó como símbolo una o dos líneas cruzadas con pequeños trazos que representan a los durmientes.

Figura III-3. Representación de vías férreas.

Límites.- El símbolo convencional para líneas límites consiste en una serie de rayas y puntos, o cruces tan artificiales como la línea que represente. Según el grosor de las líneas y número de las rayas y puntos o cruces, así se diferencian .. , líneas límites de términos municipales, provincias, naciones, etc. Ordinariamente se trazan en negro, a menos que coincidan con algún muro o construcción análoga, en cuyo caso se pueden dibujar con rojo.

En los mapas sin colores, constituye a veces un problema el representar las líneas límites cuando éstas coinciden con un río o arroyo, por la dificultad de superponer el símbolo propio de la línea límite a la representación del río o arroyo; esta línea límite no puede tampoco dibujarse a un lado del río, porque ello significaría que este último pertenece a uno de los términos, provincias o naciones colindantes, pudiendo suceder que la línea límite pasa en realidad por el eje del río, como es lo más frecuente. Esta dificultad se puede resolver de varios modos: sombreando toda la línea límite, pase o no pase por ríos o arroyos; o empleando cruces en vez de puntos, que se dibujan incluso sobre el curso del río. En los mapas de colores no existe la dificultad, ya que sobre el azul de los ríos destaca perfectamente el negro de la línea límite aun cuando en vez de cruces se empleen puntos.

Con el objeto de indicar que ciertas islas son de la soberanía de alguna nación, se dibujan las líneas internacionales (fronteras) sobre los mares a más distancia de la legal, aun cuando se está en contra de los tratados internacionales sobre la materia. Este inconveniente se soslaya dibujando con interrupciones las líneas que no son límites reales. También se presenta otro problema con las líneas límites en litigio o no reconocidas y de las zonas sometidas a discusión, para su solución se representan estas líneas intercalando algún signo especial. Los frecuentes cambios de límites, ayudan a fijar la época de los mapas no fechados.

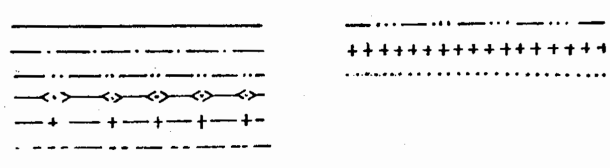


Figura III-4. Diversas formas de representar límites.

Símbolos varios.- La mayoría de los mapas de escala reducida no contienen más que algunos símbolos de obras y construcciones, como son poblaciones, carreteras, vías férreas; pero en los mapas a gran escala se representan otros detalles como minas, caseríos, ermitas, ruinas, etc., cuyos símbolos correspondientes son reminiscencias de la vista vertical del objeto representado, también se admiten vistas oblicuas o laterales, cuando resulta más clara la interpretación del objeto: cruces para los cementerios, martillos cruzados para las minas y pequeñas torres para los faros, etc., son signos perfectamente logrados y sancionados universalmente por la práctica. En cambio, hay otros que quedan al arbitrio y a la inventiva del cartógrafo (campos de aterrizaje, escuelas, jardines, etc.).

AGUAS

Al dibujar un mapa, lo primero que se traza son las costas o litorales y los ríos, que son los detalles más importantes para la identificación de una región o país. El color azul es el convencional para toda clase de corrientes de agua y para el agua tranquila (mares, lagos, estanques, etc.).

Ríos.- En los mapas a grande escala se representan los ríos con su verdadera anchura y recorrido a la escala de que se trate; pero en los mapas de escala reducida se indican con una línea irregular algo sinuosa, cuyo grosor corresponde a una anchura del río mucho mayor que la real. Las irregularidades de tal línea pueden o no representar las curvas que el río describe en el terreno; en los mapas sin colores estas líneas sinuosas sirven a veces para distinguir los ríos de otros detalles.

Es muy importante el que las líneas representativas de los ríos, muy finas en el origen o nacimiento de los mismos, vayan aumentando de espesor a medida que se acercan a su desembocadura, con lo cual se tiene su dirección y además, resaltan perfectamente toda la cuenca de cada río y la red fluvial completa. Algunos ríos quedan a veces cortados y con su caudal muy disminuido, pero es muy raro que un mapa recoja estas variaciones. En los mapas de escala pequeña sólo se representan los ríos principales, prescindiendo de casi todos los afluentes. La navegabilidad de los ríos se indica con anclas de distintas clases, consignándose la estación del año en que el río es navegable y el calado de las embarcaciones que pueden circular por aquél.

Los ríos intermitentes se representan por una línea de puntos y rayas, y los no levantados topográficamente, por líneas de trazos. Ordinariamente se limita el uso del símbolo de intermitencia a los ríos que se secan por lo menos durante tres meses al año.

Canales.- En los mapas con colores, los canales se representan mediante líneas azules, pero en los mapas de un solo tono resulta más difícil la representación; unas veces se emplea una sola línea recta o con sombreado por un lado,o bien una línea con muchas sinuosidades.

RELIEVE DEL TERRENO

La representación de las montañas ha sido el último perfeccionamiento de la Cartografía. Hasta mediados del siglo XVIII, se figuraban las cordilleras dibujando una serie de montañas como un cuadro. Apenas se intentó indicar en estos dibujos la clase de montaña, y muy raras veces la altura del dibujo correspondía a la real del terreno, siendo la razón principal el desconocimiento que entonces se tenía de tales alturas exactas; los Alpes se suponían con una altura de 30,000 m. siendo que su pico más alto, el Monte Blanco mide 4,810 y tienen una altura media de 2,000 a 3,000 m. Con la invención del barómetro y el perfeccionamiento de los teodolitos se pudieron determinar con precisión las cotas de las montañas; pero todo ello se hizo con gran lentitud, de tal modo que, a principios del siglo XIX, Humboldt reseñaba únicamente 120 picos medidos con exactitud. Se han desarrollado tres tipos diferentes de símbolos para la representación del relieve, las sombras, las hachuras y las curvas de nivel.

Hachuras.- A fines del siglo XVIII (1799) un comandante del ejército austriaco de nombre Lehmann, introdujo un sistema científico para representar el relieve. El mismo consistía en dibujar líneas de grosor variable que deberían seguir la dirección del agua que corre. El número de líneas por cm. debe ser siempre el mismo; pero a mayor pendiente se las hace más gruesas, a tal grado que para pendientes de 45° el espacio queda totalmente negro.

La relación entre los espacios negros y los blancos es proporcional a la pendiente ($\tan \alpha$ = pendiente). Mientras más pendiente tiene el terreno, más obscuro aparece en el mapa. La mayor dificultad que se experimenta con las hachuras es que, aunque la pendiente es su base, ella no puede ser medida sobre el mapa de una manera práctica, aun sin tomar en cuenta la precisión. Las zonas planas, ya sea que se encuentren en las partes de mayor altura de las tierras altas o en los valles, aparecen iguales y sólo las corrientes o puntos altos estratégicamente colocados permiten al lector localizarlos por separado. Otra dificultad de las hachuras es que su efectividad, cuando sólo se usa un color, depende en gran parte de la obscuridad de la tinta, pues mientras más obscura sea ésta, el relieve quedará mejor representado, pero los otros detalles del mapa quedan obscurecidos.

Es interesante notar que el hachurado efectivo depende de un considerable conocimiento del terreno. En la práctica real, las curvas de nivel son a menudo dibujadas sobre las hojas de campo de un levantamiento y el mapa final se hachura en la oficina a partir de las curvas de nivel. Así el levantamiento francés original para el mapa de 1:80,000, tenía hojas de campo con curvas de nivel; pero fue publicado sólo con hachuras. En la actualidad son poco usadas en los mapas topográficos y sólo se emplean en mapas de escalas pequeñas, atlas y ocasionalmente en mapas especiales.

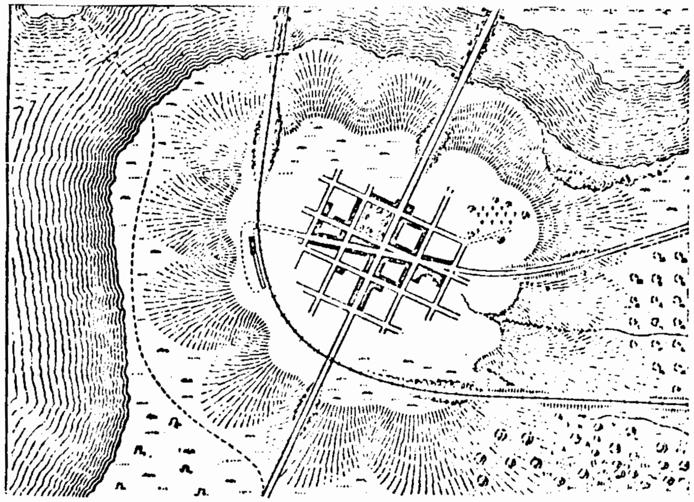


Figura III-5. Hachuras. Sistema para representar relieve, consistía en dibujar líneas de grosor variable que debería seguir la dirección del agua que corre.

Sombras.- Las sombras son la representación del relieve de la Tierra por medio de variaciones de luz y obscuridad. Las variaciones, como un dibujo de claro obscuro, se aplican de acuerdo con varios sistemas. Por ejemplo, el sombreado puede variar de acuerdo con la pendiente del terreno como si se le viera desde arriba en una forma similar al hachurado, verticalmente iluminado, o puede ser aplicado de acuerdo con los ángulos de la reflexión de la luz que pueden ocurrir si el origen de la luz estuviera en un ángulo determinado. En su forma más simple el sombreado intenta crear la impresión, que se vería en un modelo del terreno cuidadosamente iluminado. Desde luego, el mapa sombreado común no es totalmente igual a una área vista desde arriba, para un observador que está (en teoría), justamente sobre todas las partes del mapa, no hay perspectiva.

Poco después de que el hachurado con luz vertical fuera empleado en los mapas topográficos, se descubrió que un efecto más real se podía obtener variando el espesor de las líneas para dar el efecto de la luz que viene de lado.

Sombreado plástico.- En este sistema se considera el mapa como la fotografía de un modelo en relieve sin colores, tomada verticalmente desde lo alto. Este sombreado plástico ha podido realizarse gracias a la litografía, antes de su empleo no podían reproducirse los medios tonos.

Iluminación vertical y oblicua.- Mucho se ha discutido si la iluminación en el mapa debe ser vertical u oblicua. En la iluminación vertical incide sobre el terreno horizontal, más luz que sobre los inclinados. El efecto del sombreado en este sistema se asemeja al de los normales, en que mientras más pronunciadas sean las pendientes, más obs curas resultan en el mapa. Claro está que, categóricamente esto no es cierto, ya que en la iluminación vertical, cae exactamente la misma cantidad de luz sobre todos los puntos del mapa, si bien donde el terreno es inclinado, la superficie correspondiente es mayor sobre el mapa.

Con iluminación oblicua el mapa se ve como la fotografía de un modelo de relieve alumbrado desde el noroeste; estos mapas son muy realistas, sobre todo para terrenos montañosos.

En la actualidad se emplea mucho el sombreado plástico, principalmente en combinación con otros métodos, así como en los mapas topográficos de regiones donde no es factible el trazado de curvas de nivel. El sombreado plástico se hace generalmente en castaño o en gris, para imprimir encima el rotulado en negro.

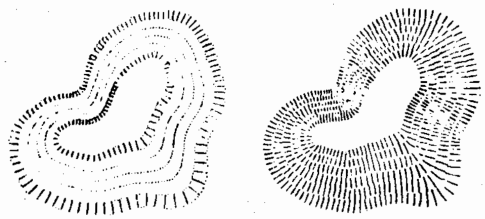


Figura III.6

Desarrollo del sombreado en el caso de una colina.

Figura III-7
Iluminación oblicua

Curvas de nivel.- El sistema más extendido para representar el relieve del terreno en los mapas topográficos es el de curvas de nivel, que son líneas que unen puntos de igual cota.

La fijación de la equidistancia, depende de la escala del mapa, de la importancia del relieve y de la precisión del levantamiento.

Los datos más remotos que se tienen sobre las curvas de nivel, alcanzan al ingeniero holandés N. Cruquius (1728 ó 1730), que las empleó por primera vez para representar el fondo del río Merwede.

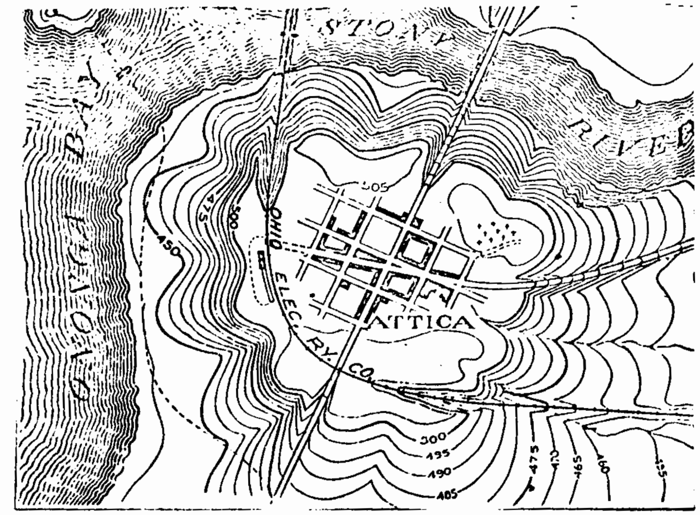


Figura III-8. Curvas de nivel

GENERALIZACION

La hachura de un mapa requiere la reducción de los detalles a una medida más pequeña, con objeto de poder visualizar una gran área que pueda ser comprendida por la capacidad visual de un individuo. La reducción de escala está acompañada por ineludibles cambios como son: la reducción de las amplitudes y longitudes de los detalles sobre la Tierra; aumento de las confusiones en proporción a la reducción, crecimiento del atiborramiento de detalles adyacentes y se reduce generalmente la legibilidad. El límite efectivo de la representación exacta sobre los mapas de los fenómenos terrestres que tienen dimensiones, tales como carreteras, ríos, etc., se hace a mayor escala. Las escalas límites varían de acuerdo con el detalle que se representa. Ciertamente, a cualquier escala más pequeña que las topográficas, se hace necesario:

1) Seleccionar los objetos para ser representados.

2) Simplificar su forma.

3) Valorar el significado relativo de los detalles que van a ser representados con objeto de hacer la apariencia de los asuntos importantes más prominente.

El proceso combinado recibe el nombre, en Cartografía, de generalización. Todos los mapas de pequeña escala y los mapas especializados deben ser producto de generalización.

Muchos cartógrafos han intentado analizar el proceso de generalización, pero hasta ahora ha sido imposible dar un conjunto de reglas adecuadas que den la guía de lo que debe hacerse en cada caso. Parece que la generalización cartográfica quedará como un proceso creativo esencial, y que escapará a la tendencia moderna de estandarizarlo todo, lo cual parece, aun en Cartografía, ser un desafortunado corolario del desarrollo técnico y la especialización. Es útil distinguir en este proceso creativo, entre lo que se puede llamar *generalización intelectual y la generalización visual*, aunque en la práctica claramente los dos tipos están relacionados y cada uno de ellos incluye elementos de selección, valoración y simplificación.

La generalización intelectual se refiere a esa parte del proceso que comprende la selección y representación gráfica de los detalles del mapa en forma que satisfaga el propósito del mismo. Si el mapa que se está haciendo es un mapa de referencia, entonces la información debe ser colocada tan precisamente como sea posible dentro de los límites de posibilidad en el dibujo y de legibilidad. Si por otro lado, es para un propósito especial, algunos de los datos básicos pueden ser simplificados en un grado considerable. La generalización intelectual a menudo requiere inconsistencias aparentes por parte del cartógrafo, siempre y cuando, los elementos de importancia entren dentro de los detalles escogidos que se representan. En mapas de usos especiales no se puede hacer una selección de detalles, por ejemplo, ríos o ciudades basados únicamente en el tamaño. La importancia es una calidad no objetiva, pues si se quiere representar en un mapa de los Estados Unidos, las ciudades que tengan más de 100,000 habitantes, quedarían eliminadas varias ciudades del Oeste, aun cuando sean más importantes en su región que otras más populosas al Este. Un conocimiento preciso del propósito del mapa y del área que se está cartografiando, es indispensable para una buena generalización intelectual.

En la generalización visual el cartógrafo está relacionado con el efecto visual que ejerce sobre el lector. Es de particular importancia al diseñar las líneas para representar costas y límites, cuando el valor de referencia de la línea en sí misma es ligera.

Como una regla general, podemos decir, que cualquier forma visual que aparezca más complicada que las formas que la rodean llamará la atención en sí misma. Por medio de la simplificación el cartógrafo puede ayudar al lector para que se abstenga de dar su atención a los detalles que son ajenos al propósito del mapa.

La buena generalización requiere muchas cualidades del cartógrafo, principalmente el conocimiento preciso de su asunto, un conocimiento claro del propósito del mapa y la honestidad intelectual; esto es, la ética profesional de representar el objetivo lo más preciso posible.

CAPITULO IV

PROYECCIONES CARTOGRAFICAS DE LA TIERRA

GENERALIDADES

De la esfera al plano.- El estudio de los diversos componentes de la Tierra, requiere que el científico los aumente mediante un microscopio con objeto de que puedan ser vistos. Contrariamente, el científico que estudia grandes áreas sobre la Tierra debe reducirlas de tal manera que puedan quedar comprendidas dentro de su campo visual.

Desde que los filósofos griegos razonaron que la Tierra debía ser una esfera, el problema de cómo transformar su superficie esférica en un plano, ha sido el interés principal de la Cartografía.

En otras palabras, la medida de la Tierra es tan grande con relación al hombre, que él sólo puede comprender las relaciones entre los diferentes detalles del planeta que habita, mediante un mapa a escala reducida. Una forma de hacerlo es construir un globo a escala reducida. Cuando se hace esto, lo único que cambia es la medida, pues las otras relaciones, tales como distancias, ángulos, áreas, azimutes, loxodromía, círculos máximos y relaciones geométricas semejantes se conservan sin ningún cambio. Por lo tanto, el globo es un mapa aproximado por naturaleza. Por otro lado, un globo, siendo una superficie esférica, tiene un considerable número de desventajas prácticas, una de ellas es que, siendo un cuerpo redondo, sólo la mitad del mismo puede ser vista a un solo tiempo. Además, es molesto para manejar, difícil de guardar, costoso de hacer y reproducir y, complicado tomar medidas sobre su superficie tridimensional.

Consecuentemente, para la mayoría de los propósitos en que se requiere un mapa, el globo es menos deseable, ya que un mapa ha incluído en su preparación una transformación de la superficie esférica. La mayoría de las ventajas inherentes al uso del mapa en forma esférica se eliminan transformando la superficie esférica en un plano, cuyo manejo es fácil, todo él puede ser observado a un mismo tiempo, es sencillo de preparar y reproducir, es fácil tomar medidas y dibujar sobre él con los instrumentos ordinarios. Por estas razones los mapas planos son mucho más útiles.

El problema se inicia con el hecho indiscutible de que es *imposible hacer la transformación sin modificar las relaciones geométricas en alguna forma.* Pero es también un hecho que hay *innumerables posibilidades de una transformación sistemática que pueda retener sobre el plano,* una o varias de las relaciones esféricas. Además, es de gran importancia, el hecho de que ciertos sistemas de transformación pueden ser empleados y producen condiciones geométricas deseables, las cuales no se obtienen sobre la superficie esférica. Por ejemplo, como la loxodromía tiene sobre la esfera diferentes clases de líneas, puede ser transformada en un sistema tal, que sus líneas curvas aparezcan como líneas rectas sobre el plano. Debido al gran número de sistemas que han sido diseñados, el cartógrafo no carece de posibilidades de las cuales puede echar mano. El problema esencial del cartógrafo es entonces, el análisis de los requisitos geométricos del mapa propuesto y la selección del sistema de transformación que más y mejor satisfaga estas necesidades.

El proceso real de transformación se llama *proyección*, este nombre se deriva del hecho que muchos medios de transformación pueden ser ejecutados proyectando geométricamente, con líneas o sombras, los puntos homólogos de la esfera a la superficie plana. Es algo semejante a la forma con la cual un arquitecto puede construir a escala el dibujo de un edificio a partir de un cierto punto de vista. Realmente hay mucha semejanza entre la proyección arquitectónica y algunos tipos de proyecciones cartográficas. Desde luego la familiaridad con los sistemas de proyección cartográfica es tan importante para el cartógrafo como para el usuario de los mapas.

Las proyecciones geométricas verdaderas de una esfera en un plano, sólo incluyen un corto número de posibilidades. Hay un gran número de posibilidades que conservan las relaciones terrestres significativas que se trabajan matemáticamente. Estas también se llaman proyecciones.

Ellas son representaciones sistemáticas de la cuadrícula terrestre sobre una superficie plana y cada una tiene cualidades especiales utilizables para propósitos también especiales.

Variaciones de escala producto de las proyecciones.- La apreciación de las proyecciones de mapas no se puede desarrollar claramente a menos que uno esté completamente familiarizado con el concepto de la variación de escala, la cual es resultado del sistema de proyección.

Los mapas son reducciones de la realidad, y sus representaciones deben hacerse a escala; esto desde luego no tiene un gran problema cuando la reducción se hace sobre un globo. Pero cuando la reducción está acompañada por una transformación de la superficie esférica a una plana, entonces la complicación entre en juego. Fundamentalmente, esto resulta del hecho que, mientras la reducción a un globo no tiene variaciones de escala entre una parte de la superficie y otra, es imposible conservar esta propiedad cuando se ejecuta la transformación a un plano. Consecuentemente, la distribución de las variaciones de escala en las diferentes proyecciones es la clave de su entendimiento y de su uso.

Deformación en las proyecciones.- Independientemente del sistema usado para transformar la superficie esférica en plana, las relaciones existentes sobre la superficie esférica no pueden mantenerse integralmente sobre el plano. Debido a las ineludibles alteraciones en la escala, cierto número de deformaciones de diferentes clases, que incluyen ángulos, áreas, distancias y direcciones deben o pueden presentarse; cualquier sistema de proyecciones tendrá alguna o todas de las siguientes deformaciones:

1) Angulos similares en diferentes puntos sobre la Tierra, *pueden o no* aparecer como ángulos semejantes sobre el mapa.

2) El área de una sección *puede o no* aparecer aumentada o reducida en proporción al área de otra región.

3) Las relaciones de distancia entre todos los puntos sobre la tierra, *no pueden* ser mostradas sin deformación sobre el mapa.

4) Las direcciones entre puntos divergentes *no pueden* ser mostradas sin deformación sobre el mapa.

Hay muchas otras condiciones espaciales específicas, las cuales pueden o no ser duplicadas en las proyecciones de mapas, tales como el paralelismo de los paralelos, la convergencia de los meridianos, la perpendicularidad de la intersección entre meridianos y paralelos, la representación de los polos como un punto, etc., las cuales pueden ser de gran importancia para ciertos mapas; no obstante, las mayores alteraciones que pueden o deben ocurrir son las cuatro mencionadas anteriormente. Con objeto de dar una base para la comprensión de los problemas fundamentales resultantes de estas alteraciones, a continuación se exponen sus características.

Alteración angular.- La rosa de los vientos aparece siempre igual sobre cualquier punto de la superficie del globo, excepto en los polos, es decir, los puntos cardinales siempre están a 90° entre sí y cada dirección intermedia entre ellos está formando el mismo ángulo con respecto a los puntos cardinales. Esto se debe a que meridianos y paralelos se intersectan a 90° y los conceptos direccionales del hombre se definen con respecto a este arreglo.

Es posible conservar esta propiedad de las relaciones angulares en una cierta extensión de una proyección. Cuando se la conserva, la proyección es llamada *conforme* u *ortomórfica* y ambas palabras significan *forma correcta*. Es de importancia entender que estos términos se aplican a las direcciones o ángulos que se obtienen en puntos infinitamente pequeños. La propiedad de la conformalidad no tiene significado cuando se aplica a zonas de gran tamaño, pues ninguna proyección puede suministrar formas correctas para áreas de cualquier extensión.

Se llama representación conforme de una superficie S_1 sobre una segunda superficie S_2, una representación dentro de la cual el ángulo de dos curvas cualesquiera, trazadas sobre S_1 sea igual al ángulo de sus transformadas sobre S_2 (TARDI).

Sobre la esfera o un globo, la escala es la misma en cualquier dirección en cada punto. Es evidente que la esfera y el plano no son superficies aplicables, que debe existir encogimiento o estiramiento. Por lo tanto, la escala no puede ser la misma en todas las partes de una proyección; pero es posible arreglar el estiramiento o encomiento de tal manera que en cada punto de una proyección conforme la escala sea la misma en todas direcciones, aunque ella varíe de un punto a otro. Entonces en una proyección conforme, la escala cambiará entre dos puntos. Si la condición de uniformidad de escala en todas direcciones, alrededor de un punto, se mantiene, entonces la direcciones cardinales se deben representar correctamente. Por consecuencia los meridianos y paralelos siempre se intersectarán a 90° en las proyecciones conformes, pero es importante darse cuenta que la proyección muestra qué meridianos y paralelos se cortan a 90° entre sí, esto no necesariamente significa que la misma posea la propiedad de la conformidad. Para ilustrar lo anterior, consideremos las figuras IV.1 y IV.2.

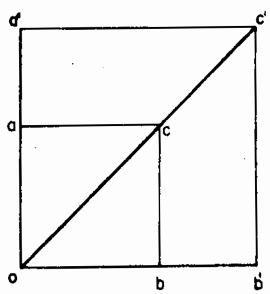


Figura IV.1

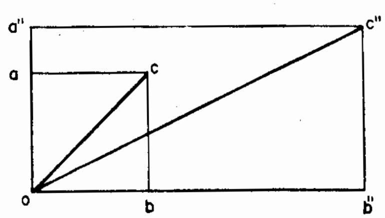


Figura IV.2

En las figuras IV.1 y IV.2, obsérvese que el punto 0 representa la intersección de un meridiano 0a y un paralelo 0b, justamente a 90°. En ambos casos prolongamos dichas líneas, cuidando que en el primero de ellos dichas prolongaciones conserven la escala original, no así en el segundo. Vemos que en el primer caso los ángulos a'0c' y c'0b' son iguales a los originales, mientras que en el segundo son diferentes, es decir, en la figura IV.1, los ángulos se conservaron, mientras que en la figura IV.2, no. De aquí se puede ver que no basta que meridianos y paralelos se corte a 90°, para que las otras direcciones estén correctamente representadas; sino que es necesario que la escala, alrededor del punto 0, también se conserve.

Alteración en el área.- Al igual que las distancias se conservan sobre un globo, tambien las áreas; pero cuando examinamos la relación mutua sobre una proyección plana es diferente. Ya se ha asentado que es *imposible* conservar todas las distancias sobre una superficie plana, es decir, las distancias entre todos los puntos sobre una proyección plana no se pueden conservar. Como una consecuencia se puede concluir que es imposible conservar la proporción en las áreas, puesto que éstas son funciones de las dimensiones.

$$aa' = bb' = 1$$

$$\text{Area} = 2aa' \times bb'/2$$

$$= 1$$

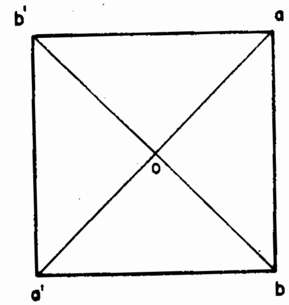


Figura IV.3

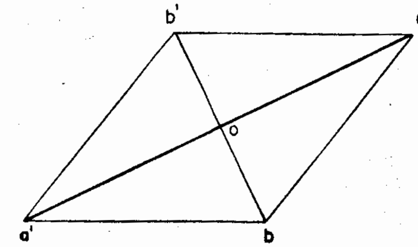


Figura IV.4

Sea la figura IV.3 la representación de un punto O sobre el globo en la cual las distancias entre O y los puntos a, a', bb' son infinitamente pequeñas y las direcciones b'b y a'a se cortan a 90°. Puesto que sobre el globo la escala es real en las direcciones aa' y bb', las mismas tienen longitudes proporcionales. Designemos a aa' por a y a bb' por b. Ellas constituyen las diagonales del cuadrado y consideremos su área igual a 1. Vayamos ahora a la figura IV.4, la cual muestra el mismo punto O; pero ahora sobre una proyección, en la que las direcciones de aa' y bb' son iguales que sobre la esfera, pero la escala en la dirección aa' se ha duplicado, mientras que la de bb' es la mitad. Es evidente que el área del rombo sigue siendo unitaria. También es claro que las relaciones angulares desde o hacia cualesquiera otros puntos que a, a', b y b' han cambiado considerablemente en la proyección.

De acuerdo con lo anterior podemos establecer que, si se emplea un sistema de proyección tal que el producto de las escalas a lo largo de las perpendiculares en la esfera, las cuales se conservan como perpendiculares sobre la proyección, es el mismo, las áreas de las figuras sobre la proyección serán iguales y estarán representadas en medida relativamente correcta. Una proyección que retiene las relaciones de áreas en esta forma, se llama una *proyección equivalente*, *equiárea* o *autálica*. Una proyección de este tipo puede tener la misma escala en todas direcciones en sólo un punto o cuando más en dos o a lo largo de una o dos líneas, éstas siendo líneas de construcción o puntos alrededor de los cuales se desarrolla el apoyo de la proyección. En todos los otros lugares la escala será diferente, en distintas direcciones a partir de cada punto. Por lo tanto, los ángulos alrededor de tales puntos se deformarán.

Puesto que los requisitos de escala para la conformalidad y la equivalencia de una proyección son esencialmente opuestos, se concluye que ninguna proyección puede ser equivalente y conforme al mismo tiempo. Entonces, todas las proyecciones conformes presentarán ángulos semejantes sobre la Tierra con desiguales medidas y todas las proyecciones equivalentes deformarán la mayoría de los ángulos sobre la Tierra.

Las alteraciones de áreas y ángulos que ocurren cuando la superficie esférica se representa sobre un plano, son las más simportantes para la mayoría de las representaciones cartográficas. No obstante, desde el punto de vista práctico lo anterior no tiene mucha importancia; el cartógrafo prefiere una proyección intermedia entre la equivalente y la conforme sin alterar de modo excesivo la forma ni el tamaño.

Alteración en las distancias.- Debe quedar bien entendido que es completamente imposible representar, a una escala consistente, todas las distancias de la esfera sobre un plano. Pero sí es posible conservar algunos elementos de la distancia y, en cierto tipo de mapas esto puede constituir una importancia mayor que la conformidad o la equivalencia. Si por ejemplo, se está haciendo el mapa referente a ciertos aspectos de las temperaturas sobre la Tierra, puede ser que éstos estén tan íntimamente relacionados a las distancias al norte o al sur del ecuador, que sea necesario conservar sobre el mapa la apariencia del correcto espaciamiento entre los paralelos. Esto es posible, pero solamente a expensas de considerables alteraciones angulares u otras deformaciones.

La representación de distancias está basada en la conservación de la escala, es decir, para la representación correcta de distancias finitas, la escala debe ser uniforme a lo largo de la línea que une los puntos que están siendo representados y debe ser la misma escala sobre el globo del que está proyectando. Lo siguiente puede ser posible:

1) La escala puede mantenerse en una dirección, por ejemplo N-S ó E-W; pero únicamente en una dirección. Cuando se hace esto, los paralelos y meridianos que están a la escala correcta se llaman *tipo o estándar*.

2) La escala puede ser mantenida en todas las direcciones a partir de uno o dos puntos, pero solamente a partir de estos puntos. Tales proyecciones se llaman *equidistantes*.

Cualquier otra relación de escala que se efectúe, a fin de obtener mejores relaciones en distancias de alguna o todas las direcciones de una parte o de un mapa, se hará por medio de un convenio. Para efectuar estas relaciones se hace necesario excluir la representación en el mapa de alguna otra parte de la superficie terrestre.

Alteración en las direcciones.- Debido a que es imposible representar en una proyección plana todas las distancias de la Tierra, sin que varíe la escala, también es imposible representar en un mapa, a través de líneas rectas todas las direcciones sobre la Tierra correctamente. Es verdad que las proyecciones conformes, por ejemplo, la de Mercator, representa las relaciones angulares alrededor de cada punto correctamente, y también es verdad que la proyección de Mercator convencional proporciona líneas loxodrómicas rectas. Consecuentemente, si uno fuera a seguir sobre la Tierra el curso mostrado por una línea recta sobre el mapa, basado en el rumbo constante que proporciona la brújula, se pasaría relativamente a través de los puntos a lo largo de la línea. Pero frecuentemente se asevera que la proyección de Mercator, muestra las verdaderas direcciones, cosa que es errónea ya que la *verdadera dirección* sobre la esfera es a lo largo de un círculo máximo (ortodrómica) y no a lo largo de una línea loxodrómica, excepto cuando las dos coinciden.

Todas las líneas loxodrómicas, excepto los meridianos y el ecuador, son círculos menores o espirales de rumbo constante. Un caso que puede presentarse es que, si se hace una puntería desde los Estados Unidos a Rusia, ésta debe hacerse hacia el norte, es decir, cruzando el Artico, para que sea la dirección del círculo máximo que une estas dos zonas. En una carta de Mercator, Siberia aparece en una dirección al este de los Estados Unidos.

Cuando las direcciones están definidas apropiadamente como los rumbos de los círculos máximos, y si se piensa que las direcciones correctas son las que están definidas por éstos, como en el caso de una línea recta sobre un mapa, que tenga un azimut definido con respecto al meridiano local, entonces son posibles ciertas representaciones:

1) La trayectoria de arcos de círculo máximo entre todos los puntos puede ser mostrada como recta para una área limitada, aunque las intersecciones de todos los círculos máximos con los meridianos (azimutes) no sean mostrados correctamente. El hacer esto origina un estiramiento en el proceso de transformación, que no es posible extenderlo a un hemisferio.

2) Rectas que representan círculos máximos con azimutes correctos pueden ser mostradas en todas direcciones a partir de un punto o cuando más de dos. Tales proyecciones se denominan azimutales.

Cualquiera otra relación entre las direcciones debe ser un convenio, tal como en el caso de las distancias.

Modelos de deformación.- Son los arreglos que muestran las deformaciones angulares o de área sobre una proyección. Se representan en forma semejante a las curvas de nivel y nos muestran el arreglo de los valores relativos de las elevaciones, deformaciones angulares y el área como si fuese vista desde arriba y en tercera dimensión; además nos muestran el gradiente o relación de cambio entre uno y otro punto de los valores mencionados.

CIERTA CLASE DE PROYECCIONES TIENEN MODELOS DE DEFORMACION SEMEJANTES

a) Un modelo cilíndrico (Figura IV.5) ocurre sobre todas las proyecciones, las cuales se desarrollan transformando la superficie esférica a un cilindro tangente (Figura IV.5.a) o secante (Figura IV.5.b). En todos los casos las líneas de igual deformación son rectas paralelas a las líneas tipo, teniendo la mínima deformación a lo largo de las líneas de tangencia o intersección.

b) Un modelo cónico (Figura IV.6) resulta si la transformación se hace a la superficie de un cono recto tangente según un círculo menor (Figura IV.6.a) o intersectándolo en dos círculos menores de la esfera (Figura IV.6.b). Las líneas de igual deformación son paralelas a los citados círculos menores.

c) Un modelo azimutal (Figura IV.7) ocurre si la transformación se lleva a cabo a partir de la esfera a un plano tangente (Figura IV.7.a) o secante (Figura IV.7.b). La traza del plano de intersección y la esfera por supuesto será circular. Las líneas de igual deformación son arcos concéntricos alrededor del punto de tangencia o del centro del círculo de intersección.

La deformación aumentará en todos estos ejemplos alejándose de las líneas tipo (o punto). El máximo gradiente será a lo largo de una normal a la línea tipo.

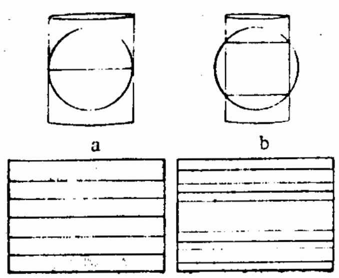


Figura IV.5 Modelos de deformación en el caso de proyecciones cilíndricas. El caso a corresponde a un cilindro tangente, mientras que el caso b a uno secante.

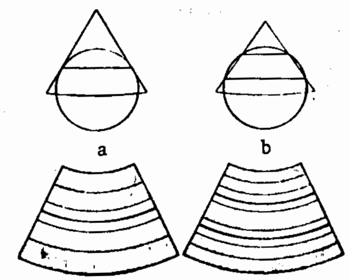


Figura IV.7 Modelos de deformación en el caso de proyecciones cónicas. El caso a corresponde a un cono tangente, mientras que el caso b a uno secante.

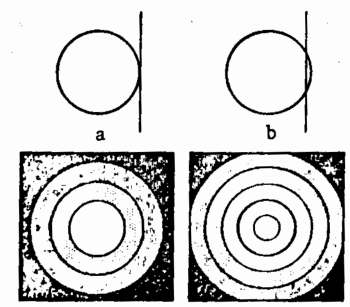


Figura IV.7 Modelos de deformación en el caso de proyecciones azimutales. El caso a corresponde a un plano tangente, mientras que el b a uno secante.

Deformación media.- Es el promedio aritmético de los valores angulares en áreas que ocurren sobre una proyección. Cuando se deriva para áreas semejantes en diferentes proyecciones, una comparación de los valores de la deformación media, suministra un índice de la eficiencia relativa de los tipos de proyección.

CLASIFICACION DE LAS PROYECCIONES PARA SU CONSTRUCCION

Anteriormente clasificamos las proyecciones atendiendo a sus propiedades, a pesar de que las proyecciones tienen algunas propiedades comunes. Sin embargo, aparentemente las proyecciones que tienen propiedades semejantes son marcadamente diferentes, por lo que se refiere al mecanismo de los sistemas de transformación, algunos de ellos basados en conos, planos o cilindros y algunos no realmente geométricos. De los diversos sistemas de proyección algunos de éstos tienen ciertos procedimientos en común, y es conveniente hacer su construcción igual dado sus características comunes. Estas se encuentran basadas en el hecho práctico, que con objeto de transformar la superficie esférica en un plano, es necesario establecer una serie de puntos sobre dicha superficie y entonces transferir estos puntos a la superficie plana utilizando un sistema que, de acuerdo a su adaptación se seleccionará. Así, localizando los puntos apropiadamente sobre el plano, el sistema está definido por dichos puntos y todos los espacios comprendidos entre ellos conformarán) Para este propósito es conveniente utilizar el sistema de coordenadas terrestres, en el cual los meridianos, paralelos y las intersecciones entre éstos, suministran el medio para la localización de puntos homólogos en las dos superficies.

Las proyecciones pueden ser visualizadas como resultado de cierta transformación geométrica del canevá de forma esférica a cierta superficie, la cual entonces puede desarrollarse en un plano. De esta forma se puede envolver el globo mediante un cilindro, de alguna manera *proyectar* el canevá en el interior del cilindro y, finalmente, cortar el cilindro a lo largo de su generatriz, lo que nos permitirá convertirlo en un plano. De manera semejante, el canevá puede ser proyectado sobre un cono colocado sobre el globo a modo de sombrero o a un plano tangente. Las líneas de tangencia o de intersección de la esfera con el cilindro, cono o plano son las líneas o puntos de origen. Debido a que tales líneas serán círculos máximos o menores, es conveniente también arreglar la superficie de proyección, para que estos círculos correspondan a círculos máximos o menores del sistema de coordenadas terrestres. Esto ordinariamente resulta cuando los ejes del cilindro y del cono y la perpendicular al plano se hacen coincidir con el eje de rotación de la Tierra.

El ecuador o un par de paralelos situados uno al norte y otro al sur del mismo, son generalmente las líneas de origen para las proyecciones basadas en el cilindro y uno o dos paralelos situados en el mismo hemisferio, generalmente constituyen las líneas origen en las proyecciones cónicas. Esto, desde luego no es indispensable; pero sí muy conveniente. Comúnmente las proyecciones basadas en planos tangentes o secantes no se orientan en esta forma. En cualquier caso, cuando se sigue el método convencional de orientación, a menudo es necesario calcular las longitudes, el radio y las escalas a lo largo de estas líneas origen y, entonces construir la proyección alrededor de ellas. El resto del área, por decirlo así, caerá en su lugar automáticamente. Aun las proyecciones ovales pueden ser construidas de esta forma.

Debido a las semejanzas de los métodos de construcción y con objeto de capacitar al estudiante a hacer comparaciones en forma sencilla, las proyecciones para su construcción, quedarán agrupadas en cilíndricas, cónicas y ovales o azimutales.

LA CONSTRUCCION DE LAS PROYECCIONES A ESCALA

La escala es un requisito en las proyecciones de mapas, pues solamente en las proyecciones equivalentes existe una escala consistente en toda la proyección. En todas las proyecciones la escala lineal varía en alguna forma de un lugar a otro, por ejemplo, en todas las proyecciones cilíndricas convencionales, puesto que, los paralelos son todos de la misma longitud, es obvio que no más de dos de los paralelos pueden tener su verdadera longitud. Para construir una proyección a una escala lineal dada a lo largo de alguna línea se requiere, al menos en principio, una operación completamente diferente de la necesaria para la construcción de una proyección a escala de áreas dada. En cualquier caso, las proyecciones deberán ser construidad a una escala preconcebida.

Las proyecciones comunes pueden estar derivadas gráficamente para ajustarse a un cierto formato y dotadas con una escala gráfica como puede ser del tipo de barra. Una escala numérica, para esta proyección, sería quizás un número impar como 1:11 ó 1:453, lo cual es inconveniente, trabajoso y sin valor. Siempre que sea posible es mejor construir el canevá a una escala con números redondos. Esto tiene la ventaja de favorecer la precisión de la construcción y capacita al usuario y al lector con una escala fácil de entender.

Una proyección, en que la escala a lo largo de una línea tipo conserve la relación de escala dada para esa línea sobre la esfera, se dice que está construida a una escala lineal. La longitud del segmento de líneas sobre la proyección, en relación a la longitud de la misma línea sobre la Tierra es la escala. Para determinar esto es muy fácil, por supuesto, si D representa el diámetro, entonces: I) la longitud de un círculo máximo (el ecuador o un par de meridianos) sobre la esfera es πD y, II) la longitud de un paralelo es el producto del coseno de la latitud ϕ por la circunferencia de la esfera ($\pi D \cos \phi$).

La construcción de las proyecciones a una escala de áreas dada se efectúa de la misma manera, excepto que la escala del mapa será realmente el cuadrado de la escala lineal a lo largo de una línea tipo. Por ejemplo, un globo que tenga un diámetro a una escala de 1:40,000,000, tendrá una área, en relación con la Tierra, de 1 a $40{,}000{,}000^2$. Debe tenerse cuidado al trabajar con proyecciones ovales equivalentes de todo el mundo, pues la mayoría de ellas están construidas usando al ecuador y un meridiano como ejes de construcción. En la mayoría de los casos no hay líneas tipo sino que en su lugar se conserva una relación específica al radio R o al diámetro D de un globo construido a la escala dada.

TECNICAS DE CONSTRUCCION

Las proyecciones pueden ser construidas mecánicamente de diferentes maneras, dependiendo del sistema de proyección y la complejidad del canevá que se va a construir, se agrupan de la siguiente manera: I) Aquellas que han sido derivadas geométricamente pueden ser construidas trabajando a partir de una elevación del globo, dibujado a la escala apropiada y entonces el canevá puede ser construido por los métodos de transferencia. II) Las que pueden ser construidas calculando los radios de curvas y espaciamiento entre paralelos y meridianos. III) Aquellas que pueden ser construidas consultando tablas que proporcionan las abscisas y ordenadas, en coordenadas planas, de las intersecciones entre meridianos y paralelos uniendo los puntos así determinados con curvas pulidas se forma el canevá.

En muchos casos es conveniente comenzar la construcción dibujando primero una o dos líneas del canevá, las cuales servirán como referencia, es decir, conviene dibujar los ejes del canevá. La mayoría de las proyecciones convencionales están dibujadas alrededor de un meridiano central, el cual es una línea recta, haciendo que la proyección sea simétrica con respecto a él. En estas condiciones solamente es necesario dibujar un lado de la proyección, pues el otro lado será simplemente el reverso y puede ser copiado del primero.

Las instrucciones que siguen son convenientes únicamente para la construcción de proyecciones a una escala pequeña, tal como en el caso de ejercicios y exámenes. Para mapas a gran escala, donde se requiere una mayor precisión, deberán ser dibujados sobre proyecciones las cuales han sido construidas con gran cantidad de datos. También deberá tenerse en cuenta que para mapas precisos la forma elipsoidal de la Tierra debe considerarse. Para simplificar esto al construir proyecciones equivalentes, las latitudes sobre el esferoide han sido proyectadas sobre una esfera de igual área. Las latitudes correspondientes pueden usarse y la proyección resultante será automáticamente la del esferoide.

Las tablas que se usan para la construcción de proyecciones frecuentemente están dadas para una cierta unidad de longitud, esto es, metros, millas, minutos de longitud a 0° de latitud, etc., calculados a escala 1:1, esto es, la medida verdadera sobre la Tierra. Para construir a escala es necesario: I) reducir cada unidad a la escala adoptada, II) convertir las unidades de medida a una unidad conveniente para llevarlas sobre el dibujo, por ejemplo, centímetros o pulgadas. También debe recordarse que la escala es una relación aritmética, es decir, lineal entre los radios verdaderos de la Tierra y del globo sobre el cual se está haciendo la proyección.

EL EMPLEO DE LAS PROYECCIONES EQUIVALENTES (EQUIAREAS O AUTALICAS)

Para mapas de uso general la cualidad de la equivalencia es quizás más necesaria que cualquiera otra. Aunque es de reconocerse que el desarrollo de ciertas relaciones angulares o de distancia son indispensables para ciertos mapas, también puede hacerse notar que el éxito de la mayoría de los mapas que se encuentran en los atlas y en los libros no dependen de relaciones geométricas. Como herramientas de investigación y para la presentación de resultados en los campos geográfico, económico, histórico y político, los mapas son más que un simple gráfico.

En la presentación de muchas clases de datos distribucionales, la propiedad de la equivalencia llega a ser más que un factor pasivo. Cuando se hacen mapas para fines estadísticos y de otra clase de información específica se requiere que el lector reciba la impresión visual correcta de las medidas relativas de las áreas involucradas. Si no se hace esto se deforma la impresión que causan las densidades relativas. Presentar las densidades en una forma visual correcta, constituye un trabajo arduo y tedioso.

De acuerdo con la costumbre seguida en los mejores atlas de Europa, las divisiones políticas, continentes y hemisferios deben basarse en la representación equiárea, que es la propiedad que mejor resuelve los problemas geográficos, pues cuando la escala de las áreas es constante se pueden hacer comparaciones de superficie y de distribución.

Para seleccionar entre las proyecciones equivalentes, el cartógrafo deberá tomar en cuenta dos consideraciones importantes:

I) La medida del área que se representa.

II) La distribución de la deformación angular.

Generalmente, mientras mayor es el área que se desea representar en un mapa general, menor es la importancia en la selección de la proyección. Para las grandes áreas o para la Tierra entera tiene mucha importancia la distribución de la deformación.

A continuación se mencionan algunos de los tipos representativos de proyecciones equivalentes, así como notas sobre su empleo:

Proyección de Albers.- Tiene dos paralelos tipo, que son círculos menores (generalmente de los paralelos del sistema de coordenadas geográficas), a lo largo de los cuales no hay deformación. Debido a que esta proyección es del tipo cónico, las zonas de deformación son paralelas a las líneas tipo. Dos círculos menores cualesquiera, que se encuentren en un mismo hemisferio, pueden ser escogidos como paralelos tipo; pero mientras más juntos se encuentren, la representación será más fiel en su inmediata vecindad. Además, debido a la baja deformación y a su apariencia limpia, con meridianos rectos y paralelos mostrados por arcos concéntricos, los cuales se intersectan con los meridianos a 90°, constituye ésta una buena proyección para cualquier zona de latitud media que se extienda de preferencia en el sentido este-oeste. Fuera de los paralelos tipo, la escala a lo largo de los meridianos se reduce progresivamente. La curvatura de los paralelos generalmente llega a ser excesiva si la proyección comprende más de 100° en longitud.

En los últimos decenios la proyección de Albers ha sustituido a otras proyecciones, entre ellas la policónica. En la figura IV.8 se muestra la apariencia general y principios constructivos de esta proyección.

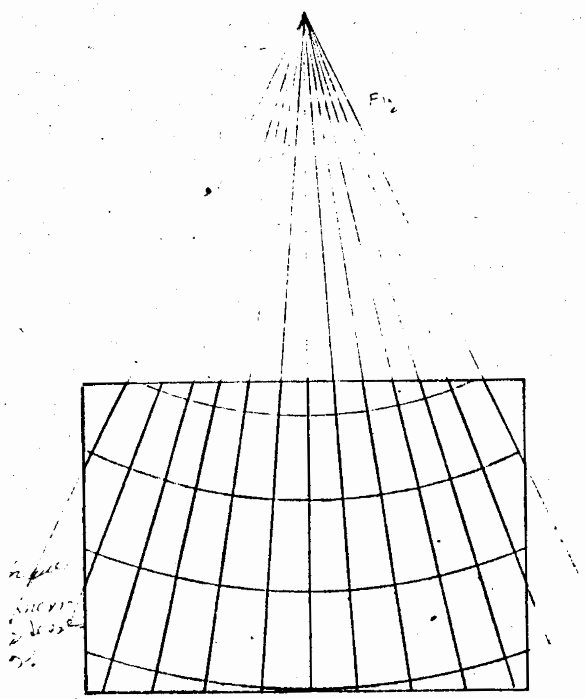


Figura IV.8 Esquema para mostrar la apariencia general y principios constructivos de la proyección de Albers.

Proyección de Rigoberto Bonne.- En esta proyección se tiene un meridiano central tipo a lo largo del cual no hay deformación. Para centrar la proyección puede escogerse cualquier paralelo, siendo los restantes paralelos a éste. Cuando la representación que se efectúa se aleja del meridiano y paralelo central, decrece su calidad angular. Puesto que en este tipo de proyección todos los paralelos son líneas tipo y la escala lineal a lo largo de los meridianos no aumenta mucho cerca del centro, se obtienen mejores resultados cuando las áreas a representar son mayores en el sentido norte-sur que en el sentido este-oeste. La proyección de Bonne disfruto inicialmente de gran popularidad y se usó generalmente como la proyección de muchas de las más antiguas series de Europa. Pero la creciente necesidad de representar todas las cualidades angulares en los mapas topográficos para usos militares y otros usos, ha hecho que sea relegada y aunque se ve en los atlas generales, su uso está decreciendo.

A continuación se mencionan algunas indicaciones para la construcción de la proyección de Bonne:

I) Dibújese una vertical OC.

II) Con esta medida se construye un cono tangente en el paralelo de latitud ϕ, el cual deberá seleccionarse cerca del centro del área. El radio de este paralelo será:

$$r = R \cos \phi$$

III) Descríbase el arco a través de C con el radio R.

IV) El espaciamiento entre paralelos está dado por la distancia meridiana entre los mismos.

V) Cada paralelo en esta proyección es una línea tipo, siendo su escala verdadera.

VI) El ángulo para la longitud de cualquier meridiano λ, será:

$$\lambda_1 = \lambda \operatorname{sen} \phi$$

En la figura IV.9 se muestra el canevá de la proyección de Bonne y algunos rasgos constructivos.

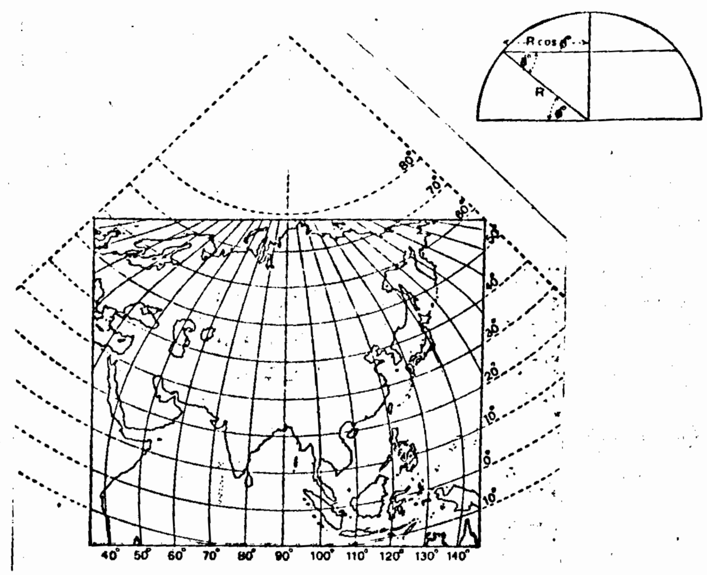


Figura IV.9 Esquema que muestra el canevá de la proyección de Bonne y algunos rasgos constructivos del mismo.

Proyección equivalente de Lambert.- Esta proyección además de ser equivalente es azimutal, (propiedad que se mencionará al describir este tipo de proyecciones). Puesto que la deformación es simétrica con respecto a un punto que puede ser localizado en cualquier parte, la proyección es útil para zonas que tengan dimensiones aproximadamente iguales en los sentidos este-oeste y norte-sur. Consecuentemente, las zonas de proporciones continentales están bien representadas en esta proyección. Como una base para mapas generales está sustituyendo a la proyección de Bonne, inicialmente muy usada. Puede ser polar, ecuatorial u oblicua.

Algunos datos para la construcción de la proyección azimutal equivalente de Lambert:

- Se hace sobre un plano tangente a la esfera en el punto central de la región que se representa. El azimut de un punto tomado desde el punto central queda representado en su verdadero valor en el mapa.

- La superficie del casquete de la esfera modelo, limitado por el círculo contenido en un plano paralelo al tangente debe ser igual a la superficie del círculo que representa dicho casquete, es decir:

$$2\pi Rh = \pi n^2 \qquad \ldots \quad (1)$$

donde:

$2\pi Rh$ = superficie del casquete

R = radio de la esfera

πn^2 = área del círculo que representa el casquete

n: radio

Para obtener n consideremos la figura IV.10:

$$h = RE\,(1 - \cos k) = 2RE \operatorname{sen}^2 \frac{k}{2} \qquad \ldots \quad (2)$$

despejando n^2 de (1) e incluyendo la escala (E) se tiene:

$$2\pi ERh = \pi n^2 \qquad n^2 = 2ERh \qquad \ldots \quad (3)$$

sustituyendo (3) en (2):

$$n^2 = 4R^2E^2 \operatorname{sen}^2 \frac{k}{2}$$

lo anterior implica que:

$$n = 2RE \operatorname{sen} \frac{k}{2}$$

por otro lado, de la figura se obtiene que:

$$r = 2RE \text{ sen } \frac{k}{2}$$

de lo anterior se concluye que:

$$n = r$$

De las anteriores ecuaciones se tiene que:

E = escala lineal (= raíz cuadrada de la escala de áreas)

h = altura del casquete esférico

n = distancia del centro de la proyección al punto que se proyecta

r = cuerda entre el punto proyectado A y el punto de tangencia C

k = ángulo central correspondiente a la cuerda r

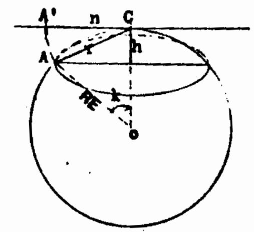


Figura IV.10

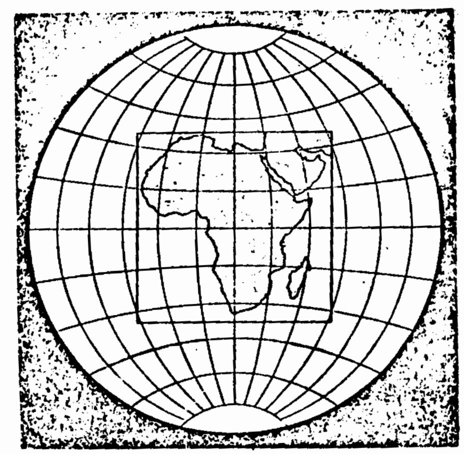


Figura IV.11 Esquema que muestra la apariencia del canevá correspondiente a la proyección equivalente de Lambert, caso ecuatorial.

Para citar otras proyecciones equivalentes podemos mencionar:

I) Proyección equivalente cilíndrica.

II) Proyección sinusoidal.

III) Proyección oval de Mollweide.

IV) Proyección Eckert IV (tipo oval).

V) Proyección equivalente autálica cuártica aplanada en los polos.

VI) Algunas proyecciones interrumpidas.

EMPLEO Y EJEMPLO DE LAS PROYECCIONES CONFORMES

Los mapas que se usan para *análisis, guía o registro de relaciones angulares o movimientos*, requieren el empleo de proyecciones conformes. En esta categoría caen las cartas de navegación marinas o aéreas, las cartas para análisis y gráficas usadas en meteorología y los mapas topográficos. La propiedad de la conformalidad no es tan indispensable en los trabajos topográficos, como lo es en los mapas usados con otros propósitos, puesto que los mapas topográficos satisfacen muchas necesidades que no requieren de la conformalidad. La mayoría de los mapas topográficos cubren áreas tan pequeñas de la superficie curva de la Tierra, que cualquier desviación de la realidad será despreciable comúnmente. Cuando se hacen mediciones precisas sobre mapas topográficos, son generalmente mediciones angulares, por lo tanto es natural que tales mapas se construyan a base de proyecciones ortomórficas, siempre que sea posible.

Justamente debido a que por definición, la propiedad de la conformalidad implica relaciones angulares verdaderas alrededor de un punto, no se debe suponer que las direcciones entre puntos, apartados a cierta distancia, son forzosamente correctas si el mapa cubre una parte grande de la Tierra. Debido a que no existe deformación angular en cualquier punto de una proyección conforme, está muy divulgada la noción que, las formas de países y continentes están bien presentadas en las proyecciones que tienen esta cualidad. Aunque es correcto afirmar que las áreas muy pequeñas son prácticamente perfectas en las proyecciones conformes, es también verdad que, con objeto de conservar la representación angular, es necesario alterar las relaciones de áreas. Así, en proyecciones conformes la escala de áreas varía de un punto a otro y, consecuentemente, las grandes áreas están representadas imperfectamente con respecto a la forma.

Es difícil expresar la deformación sobre una proyección conforme, porque en un sentido no hay nada deformado, puesto que todas las relaciones angulares en cada punto se mantienen. Todo lo que cambia es la escala lineal, y un punto es tan preciso como el otro, solamente que las escalas son diferentes.

Así uno se puede referir a las líneas tipo o puntos que tienen una escala particular y entonces referirse a las otras áreas que están relativamente exageradas o reducidas.

A continuación se dan ejemplos de proyecciones conformes junto con algunas notas de sus cualidades.

1) Proyección de Mercator.- Es una de las proyecciones más famosas que se hayan diseñado. Fue introducida en 1569 por el famoso cartógrafo holandés Mercator, que lo diseñó para fines de navegación. Tiene la propiedad de que las líneas loxodrómicas sean rectas, lo cual es una gran ventaja para quien se guía por medio de la brújula. Excepto para los meridianos y el ecuador las trayectorias que siguen círculos máximos no son rectas, así que esta proyección no muestra direcciones verdaderas, pero tales cursos pueden ser fácilmente transferidos de una proyección que las tenga. Una serie de cuerdas rectas o líneas de rumbo, pueden aproximarse a un círculo máximo. Es aparente que la proyección agranda (no deforma) las áreas en las más altas latitudes por lo cual es poco usada para otros propósitos distintos a la navegación. Tampoco los polos pueden representarse porque se encuentran en el infinito. La proyección de Mercator es útil particularmente para la navegación en las latitudes ecuatoriales y medias. Casi todas las cartas náuticas están hechas en esta proyección.

2) Proyección cónica conforme de Lambert.- Es muy similar en apariencia, a la proyección equivalente de Albers. Tiene también paralelos concéntricos y meridianos rectos igualmente espaciados, que cruzan a los paralelos en ángulo recto. Como la de Albers tiene dos paralelos tipo; pero el espaciamiento de los otros paralelos aumenta al alejarse de los paralelos tipo. La exageración del área entre y cerca de los paralelos tipo es relativamente pequeña, y así la proyección proporciona cualidades direccionales de este a oeste. Consecuentemente, la proyección es muy usada para la navegación aérea en latitudes intermedias (de los 4° a los 72°) y también para cartas meteorológicas.

3) Proyecciones estereográficas.- Estas proyecciones también pertenecen a las azimutales. Como las otras proyecciones azimutales, la deformación (en este caso exageración en el área) aumenta hacia afuera y en forma concéntrica a partir del punto central. Como en el caso de la azimutal equivalente es deseable cuando el área para ser representada es más o menos cuadrada o de proporciones continentales. Además de ser conforme y azimutal, la estereográfica tiene un atributo adicional que las otras proyecciones no tienen: todos los círculos sobre la Tierra quedan como círculos sobre la proyección. De aquí que sea posible seguir los cursos de los objetos radiantes, de ondas de radio hacia aeroplanos, meramente con una brújula. Esta proyección, centrada sobre un polo, es muy usada en la navegación en latitudes muy altas.

EMPLEO DE LAS PROYECCIONES AZIMUTALES

Las proyecciones azimutales han sido conocidas desde hace largo tiempo; pero solamente en los últimos tiempos han alcanzado posición prominente o quizá notabilidad entre las proyecciones para mapas. La noción popular de que hemos entrado en la era de la aviación, ha despertado la necesidad del desarrollo de proyecciones que se ajusten mejor a las exigencias de estos tiempos. Los cartógrafos escogen comúnmente para este fin, las proyecciones azimutales. Puede concluirse que el escoger una proyección azimutal cualquiera, en muchas ocasiones, quizás no sea lo más adecuado. Como los otros tipos de proyecciones, las azimutales tienen diferentes características, cada una de ellas con propiedades diferentes.

Todas las proyecciones azimutales son proyectadas sobre un plano perpendicular a una línea que pasa a través del centro de la esfera; consecuentemente, estas proyecciones son simétricas alrededor del centro seleccionado. La variación de escala (que puede ser lineal o en área) en todos los casos radia a partir del centro en la misma proporción en todas direcciones. Si el plano es tangente a la esfera, no hay deformación de ninguna clase en el centro. Además, puesto que todas estas proyecciones son *proyectadas* sobre un plano paralelo a uno tangente a la esfera, todos los círculos máximos que pasan a través del punto central serán líneas rectas sobre la proyección y mostrarán los azimutales correctos a partir del centro hacia cualquier punto. Debe hacerse notar que solamente los azimutes iniciados en el centro son correctos, en el caso de las proyecciones azimutales.

En el punto central todas las proyecciones azimutales de la misma escala son idénticas, y la variación entre ellas es meramente a causa de las diferencias de escala lineal a lo largo de los círculos máximos rectos que radian en forma similar a partir del centro. La figura IV.12, muestra estas relaciones y sus diferencias.

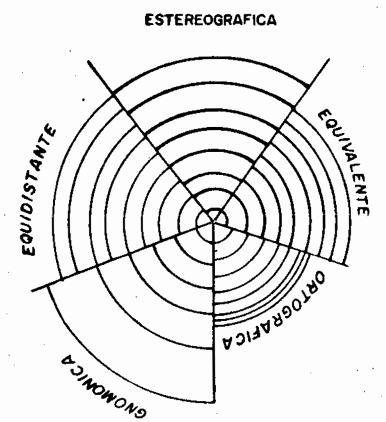


Figura IV.12 Comparación entre diferentes proyecciones azimutales centradas en el polo.

Cualquier proyección azimutal puede ser cambiada por cualquier otra, modificando las relaciones de escala a lo largo de los azimutes. No hay deformación angular en el centro y el hecho que la deformación radie simétricamente hace esta clase de proyecciones útiles para áreas que tengan más o menos dimensiones iguales en todas direcciones, o para mapas en los cuales el interés no se localice en una sola dirección. Debido a que cualquier proyección azimutal puede ser centrada en cualquier lugar, y aun presentar un canevá de apariencia razonable, la clase es bastante más versátil que las otras. Con frecuencia vemos una proyección azimutal con el polo Norte como centro, porque es fácil de dibujar y suministra una ilusión de la realidad, debido a la regularidad del canevá. Excepto por las propiedades básicas las otras cualidades de las proyecciones azimutales así centradas, se pierden.

Proyección Gnomónica.- Esta proyección como la de Mercator es una de las proyecciones más usadas. Tiene la propiedad única de que todos los círculos máximos, representados en cualquier parte del mapa son líneas rectas. Puesto que el navegante necesita conectar los puntos de origen y destino mediante una línea recta, para determinar su trayectoria, este tipo de proyección le proporciona la solución de sus problemas. Debido a que las direcciones magnéticas (que se obtienen con la ayuda de la brújula) cambian constantemente a lo largo de los círculos máximos, el navegante transfiere el curso de la proyección Gnomónica a la de Mercator y, entonces se aproxima a ella mediante una serie de líneas loxodrómicas, las cuales son rectas en la proyección de Mercator. En esta proyección sólo se pueden representar porciones menores que un hemisferio, esto se debe a que esta proyección parte del centro de la Tierra hacia el plano tangente. En la figura IV.13, se muestra este tipo de proyección centrada sobre el ecuador, en el cual la intersección de un meridiano y un paralelo se localiza con:

$$x = R \tan \Delta\lambda$$

$$y = R \sec \Delta\lambda \tan \phi$$

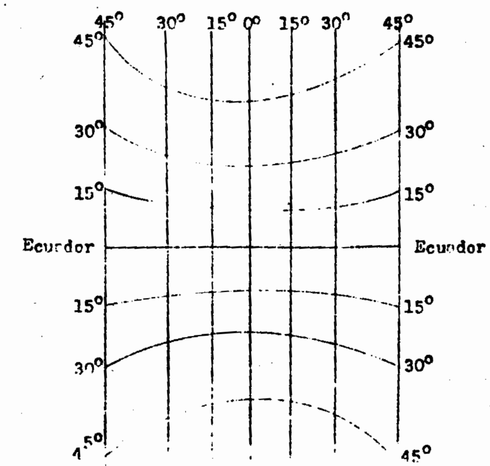


Figura IV.13 Apariencia del canevá de la proyección Gnomónica, en el caso de estar centrada sobre el ecuador.

Proyección azimutal equidistante.- Ha llegado a ser popular en los últimos años. Tiene la propiedad única que la escala lineal no varía a lo largo de los azimutes que radian. Por lo tanto, cualquier lugar se muestra en posición y distancia consistentes a partir del centro. Las direcciones y distancias entre puntos cuya unión no pasa a través del centro, no se muestran correctamente. Esta proyección tiene la ventaja de que es posible representar a la Tierra entera, además cualquier viaje que emane del centro quedará adecuadamente representado. Véase figura IV.14.

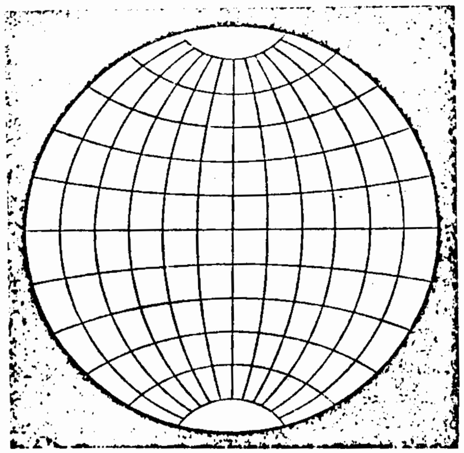


Figura IV.14 Esquema que muestra la apariencia del canevá correspondiente a la proyección azimutal equidistante.

Proyección ortográfica.- Aparece como una fotografía de la cuadrícula terrestre tomada a una distancia considerable. Por esta razón, puede ser llamada una proyección visual; en lo que a deformación de áreas y ángulos, aunque grande, no es aparente al observador, puesto que aparece igual como si estuviera viendo una porción del globo. Por esta razón es útil para presentar algunas clases de conceptos direccionales, mapas ilustrativos y para mapas donde la esfericidad de la Tierra tiene gran importancia. La figura IV.15 muestra este tipo de proyección.

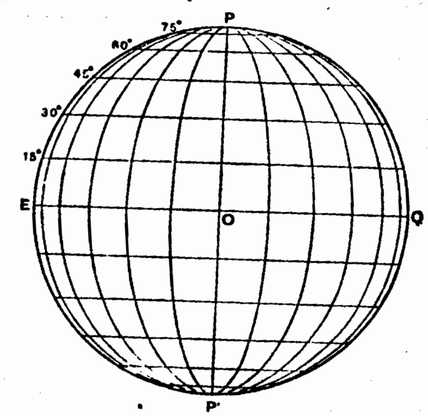


Figura IV.15 Esquema que muestra la apariencia del canevá correspondiente a la proyección ortográfica, caso ecuatorial.

CAPITULO V

ELECCION DE LA PROYECCION MAS CONVENIENTE
ELIPSE INDICATRIZ DE TISSOT

De lo visto anteriormente se puede deducir que existe un gran número de proyecciones. Hay muchas que no se han mencionado, a pesar de que pueden ser muy interesantes. Puesto que las proyecciones están divididas en clases o tipos, una primera generalización en relación a la elección es fácil.

En forma general, las proyecciones cónicas son adecuadas para tierras y mares en latitudes medias, las cilíndricas se adaptan a las regiones ecuatoriales y las azimutales a las zonas polares. Este último tipo de proyección puede desplazar a las otras proyecciones mencionadas, debido a su facilidad de adaptación a cualquier lugar del globo. En segundo lugar se puede pensar en las equivalentes y las ortomórficas u otras propiedades poseídas por los tipos antes mencionados. Los mapas en los cuales el área es de importancia, deben ser trazados en proyecciones equivalentes. Otros mapas pueden usarse para mostrar rumbos correctos a partir de un centro y, en ese caso, debe usarse una proyección azimutal. No obstante, además de los tres tipos anteriores, hay un gran número de proyecciones convencionales, algunas de las cuales son equivalentes. Este grupo contiene muchas formas, pero, aunque algunas son adecuadas para un propósito o área limitados, incluyen muchos de los canevás más apropiados para la representación de la Tierra, sin importar si ésta se efectúa en un mapa o en una esfera.

Al escoger una proyección para un mapa en particular, hay dos puntos principales que deben tenerse en cuenta:

1. Cuál es el propósito del mapa.
2. Cuál es el tamaño y forma del área que se va a representar.

Debido a que dos o más canevás son algunas veces adecuados, se deberá tener en cuenta un punto adicional, la facilidad de dibujar, a pesar de que ésto parezca secundario y sin importancia. También deben tomarse en cuenta el refinamiento y la elegancia. Si se hacen diferentes mapas para constituir un conjunto, lo mejor es no usar muchos tipos de canevás. Cuando la región por cartografiar es pequeña generalmente no importa usar una proyección equivalente o una simple, pues no se apreciaría gran diferencia; en cambio si se está cartografiando un país extenso, se requerirá una proyección equivalente estricta. Si entre dos proyecciones una se dibuja con rectas y círculos y la otra con curvas complicadas, por razón de facilidad se escogerá la primera. Si una proyección tiene la propiedad de tener meridianos y paralelos cortándose a 90° y otra no la tiene, puesto que la forma correcta depende parcialmente de esta propiedad (ortotomía) es razón para elegirla. Si por alguna razón se requiere la propiedad del ortomorfismo, la elección debe recaer en una cónica o en la estereográfica, puesto que la de Mercator es más bien para la navegación. Cuando hay que seguir rumbos con brújula desde luego la de Mercator es única, las cónicas conformes tienen alto valor y adaptabilidad. Si necesitamos el mapa de un continente u océano, en el cual se muestren cursos de brújula verdaderos en todo el mapa, debe escogerse Mercator. Aunque la exageración en escala sea muy grande a elevadas latitudes. La cuestión de forma y apariencia general a veces no es despreciable para la elección.

En general los mapas topográficos se hacen a escalas grandes como 1:5000 y en algunos casos llegan a ser hasta 1:1250, prácticamente se podrían llamar planos; pero están basados en proyecciones. Muchos usuarios requieren tomar medidas sobre ellos, como son: distancias, rumbos y áreas que correspondan a las que existen en el terreno.

Ningún mapa, a pesar de su gran escala, puede ser absolutamente preciso, puesto que hay un límite definido debido a la finura de las líneas que un dibujante puede trazar sobre el mapa, y cualquiera de tales líneas representa una distancia o amplitud en el terreno, mayor o menor según sea la escala más pequeña o más grande. Suponiendo que la finura de la línea que pueda dibujarse sea siempre de 0.5 mm., tal línea representa alrededor de 0.3 m. sobre el terreno en escala de 1:1250. En el lenguaje de los cartógrafos a esto se le llama el *límite de la representación*. En escala de 1:2500, lo más pequeño que se puede dibujar son detalles de 30 cm.

En Inglaterra, dada la forma del país, han usado para los mapas topográficos en escala de 1:2500, la proyección U.T.M., y el máximo error es de 1:1250, en los márgenes este y oeste. Estos mapas pueden considerarse precisos con respecto a rumbos y distancias, lo que demuestra la virtud de las proyecciones conformes para este trabajo. La propiedad de la equivalencia tiene un valor limitado para los usuarios de los mapas topográficos.

Ninguna proyección podría ser usada en un país muy grande, sin que se acumulen fuertes errores, los cuales no podrían reducirse por ningún sistema. La simplicidad, simetría y facilidad de construcción son factores importantes.

En los últimos años, las ventajas de las proyecciones ortomórficas, y los requisitos militares, aumentaron su consideración y tales proyecciones se han adoptado. Para usos militares la proyección ortomórfica U.T.M. y la cónica conforme de Lambert son usadas ampliamente.

ELIPSE INDICATRIZ DE TISSOT

El estudio de las deformaciones lineales y angulares, se facilita por la notación de la indicatriz debida a Tissot.

La indicatriz de Tissot es la imagen sobre el plano de un pequeño círculo trazado sobre el elipsoide. Tomando el caso general (proyecciones no-conformes), esta imagen es una elipse caracterizada por su semieje mayor a, su semieje menor b y el azimut u' de su semieje mayor.

Las magnitudes a, b y u' se obtienen analíticamente con las fórmulas que siguen conteniendo las primeras derivadas de las funciones continuas $F(\phi, \lambda)$ y $f(\phi, \lambda)$ que definen una proyección. Una vez obtenidas estas cantidades con las expresiones siguientes, se está en condiciones de calcular todas las deformaciones:

$$a = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{E}{R_m^2} + \frac{G}{r^2}\right) + \sqrt{\left(\frac{E}{R_m^2} - \frac{G}{r^2}\right)^2 + \frac{4F^2}{R_m^2\, r^2}}\right]}$$

$$b = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{E}{R_m^2} + \frac{G}{r^2}\right) - \sqrt{\left(\frac{E}{R_m^2} - \frac{G}{r^2}\right)^2 + \frac{4F^2}{R_m^2\, r^2}}\right]}$$

donde:

a = semieje mayor

b = semieje menor

$r = N \cos \phi$

N = Normal mayor correspondiente al punto (llamémoslo 0), donde se centra el pequeño círculo que hemos mencionado.

ϕ = latitud del punto 0

λ = longitud del punto 0

R_m = radio de curvatura del meridiano que pasa por 0

$$E = \left(\frac{\partial x}{\partial \phi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \phi}\right)^2$$

$$G = \left(\frac{\partial x}{\partial \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \lambda}\right)^2$$

$$F = \frac{\partial x}{\partial \phi} \cdot \frac{\partial x}{\partial \lambda} + \frac{\partial y}{\partial \phi} \quad \frac{\partial y}{\partial \lambda}$$

(siendo $\frac{\partial x}{\partial \phi}$, $\frac{\partial x}{\partial \lambda}$ + $\frac{\partial y}{\partial \phi}$ · $\frac{\partial y}{\partial \lambda}$ las derivadas parciales de las ecuaciones que definen cada proyección).

Sea la figura V.I la Indicatriz de Tissot en un punto - - cualquiera del campo de la proyección.

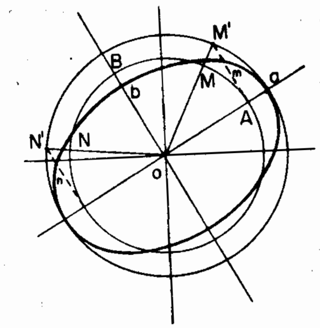


Figura V.1 Indicatriz de Tissot

Consideramos un punto M del pequeño círculo de radio unitario con centro en O sobre el elipsoide y el punto m correspondiente sobre la indicatriz. $\frac{Om}{OM}$ es la relación de las longitudes siguiendo la dirección Om.

Se designa con el nombre de ***alteración lineal*** a la cantidad $\frac{Om}{OM} - 1$. Esta alteración es función de la dirección del elemento lineal Om; los valores extremos son (a-1) y (b-1), estos corresponden a las direcciones de los ejes Oa y Ob de la indicatriz. Así, dentro de una proyección determinada, la relación de las longitudes depende:

a) de la posición del punto O con referencia al centro de proyección.

b) de la orientación del elemento considerado.

El ángulo AOM del elipsoide se transforma en aOm sobre el plano; su alteración tiene por valor absoluto mOM.

El ángulo MON transformado en mOn tiene por alteración (mOM + NOn). Como se puede ver la alteración angular es igualmente función de la dirección de los dos lados.

Se demuestra que el ángulo más alterado por la representación plana en el punto O tiene sus lados vecinos a la bisectriz de los ejes de la indicatriz.

El ***máximo de la alteración angular*** 2w está ligado a la longitud de los ejes de la indicatriz por las relaciones:

$$\operatorname{sen} w = \frac{a - b}{a + b}$$

$$\tan w = \frac{a - b}{2\sqrt{ab}}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{w}{2}\right) = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{w}{2}\right) = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

Para las superficies se tiene: puesto que el radio OA del círculo pequeño del elipsoide se toma como la unidad, entonces la superficie del círculo es igual a π. Por otra parte, la superficie de la elipse indicatriz es πab. La *relación de superficies* es por consiguiente:

$$\delta = ab$$

Si M es la imagen plana del meridiano que pasa por O (figura V.2) y P la imagen del paralelo. La magnitud OD = h ($h = E/R_m$) es la relación de las longitudes que siguen el meridiano y la cantidad OC = K ($k = G/r$) es la relación de las longitudes que siguen el paralelo. Estas dos relaciones de longitud, frecuentemente mas fáciles de explicar que los valores extremos a y b, están ligados a estos últimos por el teorema de Apolonio:

$$h^2 + k^2 = a^2 + b^2$$

$$hk \cos\theta = ab = \delta$$

θ designa la alteración angular del ángulo COD, éste siendo igual a $\frac{\pi}{2}$ sobre el elipsoide.

Así se tiene:

$$(a + b)^2 = h^2 + k^2 + 2\delta$$

$$(a - b)^2 = h^2 + k^2 - 2\delta$$

De estas relaciones se pueden calcular a y b cuando se conocen h, k y θ.

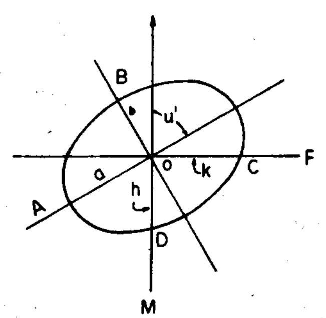


Figura V. 2

El azimut u' del eje mayor de la indicatriz (figura V.2) se obtiene por la relación:

$$\tan^2 u' = \frac{1 - \frac{h^2}{a^2}}{1 - \frac{k^2}{b^2}}$$

Si h = a, se tiene tan u' = 0: el eje mayor de la indicatriz está dirigido siguiendo el meridiano (figura V.3).

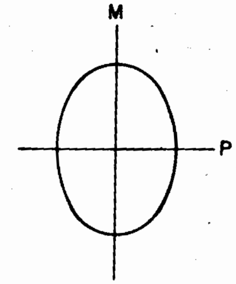


Figura V. 3

Si k = b, se tiene tan u' = ∞; u' = $\frac{\pi}{2}$; el eje mayor de la indicatriz es perpendicular al meridiano (figura V.4).

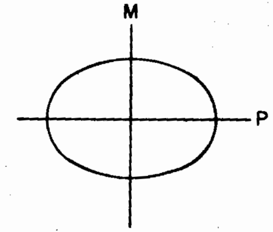
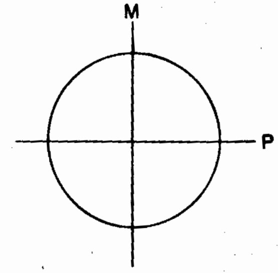


Figura V. 4

Si h = k, se tiene a = b y w = 0. La indicatriz de Tissot es circular y la proyección es conforme (figura V.5).



La imagen sobre el plano de un pequeño círculo del elipsoide es la indicatriz de las alteraciones de las longitudes alrededor de un punto (indicatriz de Tissot).

En un punto determinado los parámetros de la indicatriz de Tissot (los dos ejes y su orientación) son algunas funciones de la proyección utilizada y de la distancia de este punto al centro de proyección. Se llama *centro de proyección* al punto donde se hace coincidir el plano de proyección y el elipsoide. Si la superficie de proyección es la línea de contacto de esta superficie con el elipsoide.

En la vecindad del centro de proyección las dos superficies son prácticamente aplicables la una sobre la otra, las deformaciones son muy pequeñas, dentro de este dominio restringido, cualquiera que sea el sistema de proyección, la indicatriz de Tissot es prácticamente un círculo del mismo diámetro que el círculo generador. Pero cuando se aparta de esta zona privilegiada las indicatrices se diferencian de las diversas representaciones planas.

A partir de que se establece una ley de correspondencia elipsoide-plano, y que se ha fijado la posición del punto central y la posición de un punto A de referencia para el centro de proyección, se pueden determinar los parámetros de la indicatriz de Tissot relativos a ese punto en particular:

a el semieje mayor

b el semieje menor

u' el azimut del semieje mayor

Estos elementos nos permiten construir la indicatriz orientada al punto A.

CAPITULO VI

PROYECCION CONICA SIMPLE CONVENCIONAL.- CONSTRUCCION DE LAS PROYECCIONES CONICAS POR MEDIO DE COORDENADAS RECTANGULARES.

Proyección cónica simple convencional.- En esta proyección se considera el canevá dibujado sobre la superficie interior de un cono circular recto, el cual es tangente a la esfera o al esferoide a lo largo de un paralelo, cuya latitud es generalmente el de latitud media de la carta. El eje del cono coincide con el eje polar del esferoide.

El paralelo de tangencia es una línea tipo o standard, es decir, una en la cual la escala es verdadera.

Si el cono se desarrolla en una superficie plana se obtendrá un sector circular, cuyo centro está situado en el vértice del mismo y su radio es la generatriz del cono.

Se acostumbra dibujar un meridiano central, que hace las funciones de eje de simetría, el cual pasa justamente a través del centro del país que se está representando.

De la figura VI.1 es evidente que la generatriz TA, en el tramo comprendido entre el vértice del cono y el punto de tangencia, es igual a N cot Ø.

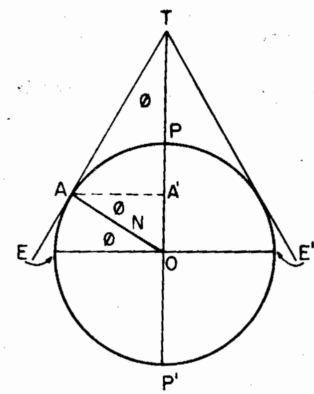


Figura VI.1

En esta proyección todos los paralelos de latitud son arcos de círculos concéntricos, cuyo centro es T y los meridianos estarán representados por líneas rectas que pasan a través de T. El espacio entre los paralelos se obtiene midiendo distancias proporcionales a las que existen sobre el meridiano central en la Tierra, entre paralelos homólogos.

La posición de los meridianos se consigue dividiendo el paralelo de tangencia en espacios que sean proporcionales a las longitudes de los arcos comprendidos entre dos meridianos, sobre el paralelo tipo, en el esferoide; entonces se trazan líneas rectas a partir del centro T y a través de estas subdivisiones.

Cualquier meridiano y cualquier paralelo pueden ser escogidos como el meridiano central y el paralelo de tangencia.

De lo anterior se ve claramente, que ésta no es una proyección estrictamente hablando, porque los puntos así conseguidos no coinciden exactamente con los que hubieran sido obtenidos si se hubiese proyectado geométricamente, usando radios proyectores a partir del centro de la esfera, hasta alcanzar la superficie interior del cono. Por lo tanto se puede concluir que el resultado es una convención, de ahí su nombre de convencional. Entonces este tipo de transformación, de la superficie esférica en una superficie plana, suministra, además, un ejemplo de las proyecciones convencionales, como en el caso de aquellas transformaciones que son el resultado de deducciones matemáticas.

En este tipo de proyección, los meridianos y paralelos se intersectan a 90°, en todas las partes del mapa, tal como sucede sobre la esfera. La escala del mapa es correcta a lo largo del paralelo tipo y la deformación crece a partir del mismo.

De lo expuesto se concluye que esta proyección sólo es útil para cartas que se extienden de este a oeste, pero que no tengan gran extensión en el sentido norte-sur.

Algunas relaciones matemáticas correspondientes a esta proyección son:

1) Longitud de la generatriz, comprendida entre el vértice del cono y el paralelo tipo, $TA = N \cot \emptyset$.

2) El radio del paralelo tipo es $N \cos \emptyset$.

3) La longitud del paralelo tipo es $2 N\pi \cos \emptyset$.

4) Cualquier parte de la longitud del paralelo tipo puede ser encontrada, por ejemplo, se sabe que: $2\pi N \cos \emptyset/360$, es igual a un arco de 1° de longitud.

5) La constante del cono es la proporción a la cual el ángulo en el vértice del cono, una vez desarrollado, corresponde a 360°. Se puede demostrar que el valor de la constante es igual al seno de la latitud del paralelo tipo.

La medida de la generatriz, como se vio antes, en el tramo comprendido entre el ápice del cono y el punto de tangencia tiene por valor $N \cot \emptyset$; donde N representa la normal mayor en el punto citado y $\emptyset$ la latitud del paralelo tipo. Entonces la circunferencia del círculo trazado con el radio TA será:

$$C = 2\pi N \cot \phi = 2\pi TA$$

Como se mencionó en el inciso 2), el radio r del paralelo de contacto es N cos Ø. En consecuencia, la circunferencia de este paralelo de contacto será:

$$c = 2\pi r = 2\pi N \cos \phi$$

El ángulo central del sector circular que forma el manto del cono está dado por la siguiente proporción:

$$\frac{\alpha}{c} = \frac{360}{C}$$

$$\alpha = \frac{c}{C}\, 360°$$

$$\frac{c}{C} = \frac{2\pi N \cos \phi}{2\pi N \cot \phi} = \frac{2\pi r}{2\pi TA} = \frac{r}{TA} = \operatorname{sen} \phi$$

A este valor se le acostumbra designar con la letra "n".

Construcción de las proyecciones cónicas por medio de coordenadas rectangulares.- En el caso de mapas a gran escala es inconveniente y a menudo imposible, dibujar los paralelos directamente debido a que el radio es demasiado grande. No obstante, el problema se resuelve sin dificultad haciendo la construcción mediante coordenadas cartesianas, sobre las cuales existen tablas que hacen el trabajo más rápido y menos tedioso. A continuación exponemos el fundamento teórico de este procedimiento.

Se toma el meridiano central como eje de las Y; el eje de las X es una tangente al paralelo en cuestión, justamente donde intersecta al meridiano central, veáse la figura VI.2. P es el vértice del cono AA' una parte del arco del paralelo tipo de latitud Ø. PA o PA' es el radio (generatriz del cono), requerido para dibujar el paralelo estandar. PA también es el meridiano central. Para localizar el punto A' debemos conocer las distancias BA' y A'C, es decir, las coordenadas x y del punto A'. También es necesario conocer el ángulo APA', que representa la longitud de todos los puntos situados sobre el meridiano PA'; esta longitud en la proyección es igual a la longitud terrestre multiplicada por la constante del cono "n". Así que, si M es la longitud del meridiano PA', el ángulo APA' es nM. De acuerdo con la geometría de la figura podemos escribir:

$$x = BA' = PA' \operatorname{sen}(nM) = g \operatorname{sen}(nM).$$

$$y = A'C = AC \tan \alpha = x \tan \alpha = x \tan (nM)/2$$

$$\alpha = (nM)/2$$

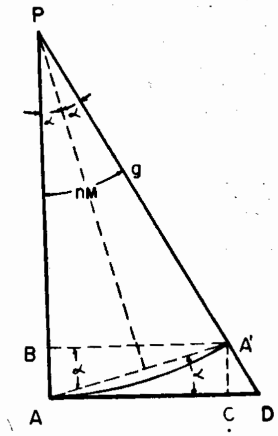


Figura VI.2

CAPITULO VII

CALCULO Y TRAZADO DE LA PROYECCION CONICA CONFORME DE LAMBERT CON UNO Y DOS PARALELOS TIPO

Esta proyección fue ideada junto con otras por el matemático alsaciano Johann Heinrich Lambert (1728 - 1777), fue el primero que dió carácter matemático real al estudio de las proyecciones cartográficas y que introdujo, antes que nadie, la idea de las proyecciones conformes y equivalentes (1772).

Esta proyección como su nombre lo indica, tiene la característica de ser ortomórfica. *La condición de ortomorfismo establece la igualdad de las formas entre pequeñas extensiones de la Tierra y sus representaciones en el mapa.* Esto se consigue haciendo que los meridianos y los paralelos en el canevá se corten a 90° y que los factores de escala en dos direcciones cualesquiera, trazadas desde un punto, sean iguales.

La primera condición se satisface, en forma automática, en las proyecciones cónicas, ya que los paralelos están representados por arcos de círculos concéntricos y los meridianos por rectas concurrentes en el centro común de estos círculos, formando entre ellas ángulos proporcionales a las diferencias de longitud.

Si se hacen iguales los factores de escala en dos direcciones perpendiculares entre sí, trazadas desde un punto, se conseguirá que todas las líneas trazadas desde ese punto tengan igual factor de escala. Bastará, pues, para satisfacer la segunda condición de ortomorfismo, que el valor de este factor, en un punto cualquiera, sea el mismo en el meridiano y en el paralelo.

TEORIA DE LA PROYECCION.-

I) Proyección cónica conforme con un paralelo tipo.-

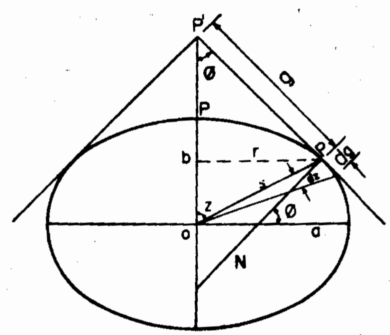


Figura VII.1

De la figura VII.1 vemos:

z = colatitud geocéntrica del paralelo.

E = escala usada en la proyección.

S = semieje concurrente en el punto p = Op, correspondiente a la elipse meridiana sobre la Tierra

N = normal mayor

ϕ = latitud geodésica

ψ = 90° - z = latitud geocéntrica

r = radio del paralelo en la carta

g = generatriz del cono tangente en el punto p,

La verdadera magnitud de un paralelo del elipsoide, a la escala E, ésto es, en la carta, será:

$$C = 2\pi r \qquad (1)$$

$$r = E\ s\ \text{sen}\ z = E\ N \cos \phi \qquad (2)$$

Entonces: $$C = 2\pi E\ s\ \text{sen}\ z = 2\pi E\ N \cos \phi \qquad (3)$$

Ahora considerando un cono circular recto, tangente al elipsoide de revolución, tal que su eje coincida con el de giro del elipsoide, sobre el cual se va a proyectar la superficie de éste.

También se puede calcular el valor de C, apoyados en los datos del cono:

$$\text{Ang. } OP'_p = \phi \qquad (4)$$

(porque sus lados son respectivamente perpendiculares)

Por tanto, $$r = g\ \text{sen}\ \phi = g'' \qquad (5)$$

y $$C = 2\pi g\ \text{sen}\ \phi \qquad (6)$$

Igualando (3) y (6):

$$2\pi E\ s\ \text{sen}\ z = 2\pi g\ \text{sen}\ \phi \qquad (7)$$

$$1 = \frac{g\ n}{E\ s\ \text{sen}\ z} = F_{EP} \qquad (8)$$

En otras palabras, el factor de escala * en este caso es igual a la unidad, pues esta circunferencia tiene escala verdadera.

Examinando ahora el factor de escala a lo largo de los meridianos (F_{EM}):

Tomando un pequeño arco de la elipse meridiana de magnitud $d\varepsilon$, cuyo valor se puede calcular como sigue:

$$d\varepsilon = E\ s\ dz \qquad (9)$$

Considerando ahora la proyección de este pequeño arco de elipse sobre la generatriz del cono, comprendido entre los semiejes correspondientes a los puntos p y p' y llamese a esto segmento dg.

Este segmento de generatriz corresponde a un segmento de la tangente en el punto p y por lo tanto mayor en magnitud al arco ds. De este razonamiento se ve claro que, en el caso de los meridianos, tratándose de una proyección en la forma que se propone, el factor de escala es mayor que 1, ésto es,

$$F_{EM} = \frac{dg}{E\ s\ dz} > 1 \qquad (10)$$

Para que la proyección sea ortomórfica, según se ha establecido, es necesario que:

$$F_{EP} = F_{EM} \qquad (11)$$

hágase igualando los segundos miembros de (8) y (10):

$$\frac{gn}{E\ s\ \text{sen}\ z} = \frac{dg}{E\ s\ dz} \qquad (12)$$

Naturalmente que la proyección que cumpla con la ecuación (12) no será obtenida por medios geométricos, tal como fue supuesta cuando se calculó el segmento de generatriz; sino una proyección producto de desarrollos matemáticos.

Al resolver la ecuación diferencial (12) se podrá obtener el valor de g que satisfaga la condición de ortomorfismo. En otras palabras, de este modo se podrá obtener un espaciamiento entre paralelos y con ello la escala alrededor de cada punto será igual en todas direcciones.

La resolución de la ecuación (12) es como sigue:

Separando las variables de la ecuación (12) se tiene:

$$\frac{dg}{g} = \frac{n\ dz}{\text{sen}\ z} \qquad (13)$$

integrando: $\ln g = n \ln \tan z/2 + \text{constante}$ (14)

haciendo $\text{constante} = \ln K'$ (15)

$$\ln g = n \ln \tan z/2 + \ln K' = \ln K' \tan^n z/2 \qquad (16)$$

$$g = K' \tan^n z/2 \qquad (17)$$

---

* Llámase factor de escala la relación que existe entre la escala en cualquier parte del mapa y la escala verdadera para esa misma zona.

igualando (2) y (5): $EN \cos \phi = g \operatorname{sen} \phi = gn$ (18)

depejando g: $$g = \frac{E\ N \cos \phi}{n} \quad (19)$$

igualando (17) y (19)

$$\frac{E\ N \cos \phi}{n} = K' \tan^n z/2 \quad (20)$$

despejando K'/E $$\frac{K'}{E} = \frac{N \cos \phi}{n \tan^n z/2} \quad (21)$$

si se hace $$\frac{K'}{E} = K \quad (22)$$

entonces $$K = \frac{N \cos \phi}{n \tan^n z/2} \quad (23)$$

Esta constante K es el factor que permite espaciar los paralelos en la forma requerida.

Despejando K' de la ecuación (22) y sustituyendo en la ecuación (17) se tiene:

$$g = K\ E \tan^n z/2 \quad (24)$$

Observación: Nótese que en este desarrollo ϕ = latitud geodésica y z = colatitud geocéntrica.

En realidad el producto KE es la longitud de la generatriz hasta el ecuador, pues al hacer z = 90°, se obtiene que $\tan \frac{z}{2} = 1$ y por tanto $g = KE$.

Consideraciones acerca de la precisión.- Hemos visto que la forma de la Tierra es única, llamada geoide, y que no se identifica plenamente con ninguna de las estudiadas por las Matemáticas; pero se acerca mucho a tres de ellas: esfera, elipsoide de revolución y elipsoide de tres ejes. Al decir que se acerca mucho a estas tres figuras, significa que su aproximación a cada una de ellas nos proporciona un menor o mayor grado de exactitud. Así, a la que más se acerca es al elipsoide de tres ejes; pero se debe notar que éste es el caso más complicado y que el excesivo trabajo requerido no justifica su uso, en la gran mayoría de los casos. Cuando se desea una muy buena aproximación, para usos prácticos y científicos, el elipsoide de revolución es lo indicado. Y, finalmente, cuando no se requiere gran aproximación en los resultados, considerar a la Tierra como una esfera es suficiente, siendo este último el más sencillo.

En los trabajos geodésicos es necesario un buen grado de exactitud, por lo cual se considera a la Tierra como un elipsoide de revolución. Por ésto, en nuestro ejemplos todos los cálculos los efectuaremos en base al elipsoide de Clark de 1866. Cuando se necesita solamente la aplicación basada en la esfera, la fórmula (23) también puede usarse; pero entonces las latitudes geodésicas y geocéntricas son iguales y $z = 90 - \phi$; así que la fórmula (24) puede escribirse como sigue:

$$g = KE \tan^n \frac{90 - \phi}{2} = KE \tan^n \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right) \; ; \; K = \frac{R \cot \phi}{\tan^n \left(45 - \frac{\phi}{2}\right)}$$

Nótese que en la primera fórmula ϕ corresponde a la latitud de cada paralelo, mientras que la ϕ usada en la expresión para k y n es la del paralelo tipo. Las proyecciones cónicas con un paralelo tipo proporcionan mapas bastante fieles para zonas que se extienden hasta 200 Kms. al norte y al sur del mismo, ésto es, con una extensión máxima de 400 Km. en el sentido norte-sur. En el sentido este-oeste la extensión no tiene límites, pero existe el inconveniente de que los paralelos aparecen excesivamente curvados. Con el fin de aumentar los límites de la representación, sin tener deformaciones excesivas, en Francia han fraccionado su territorio continental en tres zonas, de aproximadamente 3° cada una, constituyendo tres sistemas de Lambert con un paralelo tipo, los cuales se traslapan entre sí aproximadamente 1/2°.

Otro medio para aumentar los límites de la representación, sin que se excedan las deformaciones aceptables, ha sido el uso de proyecciones con dos paralelos tipo, uno arriba y otro abajo del centro de la carta, es decir, el cono es secante a la esfera o esferoide.

II) Proyección cónica conforme con dos paralelos tipo.

Como se explicó antes, los dos paralelos tipo, en una proyección de este tipo, son los que corresponden con los puntos en que el cono y la esfera se cortan. Llamemos:

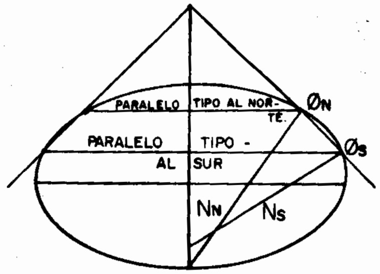


Figura VII.2

ϕ_N = latitud del paralelo tipo al norte de la carta.

ϕ_S = latitud del paralelo tipo al sur de la carta.

N_N = Normal mayor en el punto de latitud ϕ_N.

N_S = Normal mayor en el punto de latitud ϕ_S

Para que la proyección sea conforme deberá cumplirse con la condición impuesta por la ecuación (23);

$$K = \frac{N_N \cos \phi_N}{n \tan^n z_N/2}$$
$$K = \frac{N_S \cos \phi_S}{n \tan^n z_S/2} \qquad (23)$$

Por otro lado se debe reconocer que el cono secante y el cono tangente no son iguales y por tanto sus constantes serán diferentes.

Así pues, el trabajo ahora consistirá en determinar el valor de la constante del cono secante. Si se iguala los segundos miembros de las ecuaciones (23), tendremos:

$$\frac{N_N \cos \phi_N}{n \tan^n z_N/2} = \frac{N_S \cos \phi}{n \tan^n z_S/2} \qquad (25)$$

transponiendo términos se tiene;

$$n = \frac{\log N_S + \log \cos \phi_S - \log N_N - \log \cos \phi_N}{\log \tan z_S/2 - \log \tan z_N/2} \qquad (26)$$

Para la ejecución de cálculos de un número reducido de puntos, cuando prácticamente no conviene recurrir al uso de las computadoras programables electrónicas, si se cuenta con una calculadora manual, la fórmula (25) da la resolución, pero en caso de no contar con este tipo de elemento, tiene que hacerse uso de los logaritmos y de los valores tabulares que ya existen, como lo son la Publicación Especial # 8 del U.S. Coast & Geodetic Survey, de la cual podemos obtener la siguiente información:

$$A = 1/N \text{ sen } 1'' \qquad (27)$$

Estos valores están dados con siete cifras de aproximación; pero es recomendable usar estos datos con 8 ó 9 cifras.

Para comodidad, las fórmulas (24) y (26) pueden transformarse en:

$$n = \frac{\log A_N - \log A_S + \log \cos \phi_S - \log \cos \phi_N}{\log \tan z_S/2 - \log \tan z_N/2}$$

$$K = \frac{\cos \phi_S}{n A_S \text{ sen } 1'' \tan^n z_S/2} = \frac{\cos \phi_N}{n A_N \text{ sen } 1'' \tan^n z_N/2} \qquad (29)$$

que con la ecuación

$$g = KE \tan^n z/2 \tag{24}$$

proporciona todos los datos para construir la proyección.

Los paralelos tipo se sitúan, generalmente, entre 1/6 y 1/5 de la distancia entre los extremos norte y sur de la carta que se está representando.

Entre los paralelos tipo, el factor de escala es menor que la unidad, fuera de ellos es mayor que la unidad.

Características y propiedades.- En general esta proyección es útil para regiones que se extienden preferentemente de este a oeste. En el mapa de los Estados Unidos en escala de 1:5,000,000 y con paralelos tipo a los 33° y 45°, el máximo error entre los 30.5° y 47.5° de latitud es 0.5%. El máximo error de escala se encuentra al sur de la Florida. El mapa de Francia, usado por los Aliados durante la guerra de 1914-1918, no tiene un error mayor de 0.05% y los ángulos medidos en el mapa fueron prácticamente iguales a los medidos sobre la Tierra. Pero el error en escala aumenta al aumentar la latitud. Las áreas, por supuesto, no son precisas en las proyecciones ortomórficas.

Esta proyección ha servido de base a la cartografía de 28 de los estados de la Unión Americana. Muchas de las cartas aéreas en ese país y en el mundo entero se han basado en ella. Oficialmente ha sido adoptada en Bélgica, España, Francia, Estonia, Rumania, Venezuela, Argelia, Egipto, Libia, Tunisia y Marruecos. Ha sido usada para el mapa de Rusia, Cuenca del Mediterráneo y Europa en escala de 1:10,000,000.

En la Secretaría de Recursos Hidráulicos de México existe un estudio efectuado por el Ing. Eduardo Paguentín, donde se demuestra que es la proyección ortomórfica mas favorable para la República Mexicana.

CAPITULO VIII

CALCULO Y TRAZADO DE LA PROYECCION POLICONICA AMERICANA O DE HASSLER.

Esta proyección parece haber sido diseñada por Ferdinand R. Hassler, quien fuera superintendente del U. S. Coast and Geodetic Survey. Sin embargo, fueron los especialistas europeos los que la denominaron Proyección Policónica Americana, en virtud de que en años pasados fue muy usada por el U. S. Coast and Geodetic Survey, en sus mapas; pero cabe aclarar que, aunque ha sido la más usada de las policónicas, no es la única, contándose entre otras: 1) Proyecciones Policónicas Rectangulares, 2) Proyecciónes Policónicas Conformes 3) Proyecciones Policónicas Equivalentes 4) Proyecciones Policónicas Convencionales.

FUNDAMENTOS DE LA PROYECCION:

Cuando se habló de la proyección cónica se dijo que era simple, pues resultaba de proyectar la superficie de la esfera o elipsoide en el interior del manto de un cono tangente a la misma.

En este caso se podría decir que se trata de una proyección cónica compuesta, ya que la superficie de la esfera o elipsoide se divide en zonas de amplitud definidas y a cada una de ellas se les hace corresponder un tronco de cono tangente, según el paralelo medio de la zona.

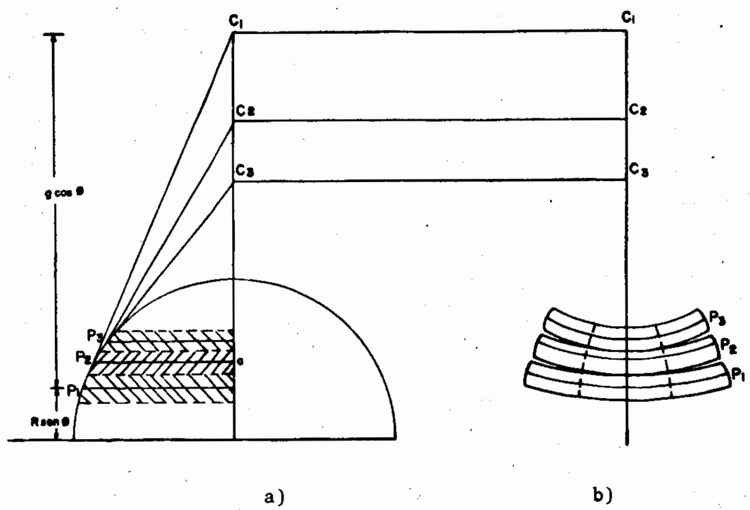


Figura VIII.1

Puesto que cada tronco de cono es tangente a un paralelo con diferente latitud, todos ellos serán diferentes, pues sus constantes (sen ϕ) lo son, eso sí, todos los conos - son circulares rectos y sus ejes coinciden con el eje de- rotación de la esfera; en consecuencia sus ápices se en-- contrarán colocados sobre dicho eje; pero a diferentes al turas (ver figura VIII.1 a). Al desarrollar cada uno de- estos troncos de cono producirán fajas de sector circular que podrán ser colocadas una a continuación de la otra, - siendo tangente a lo largo de su eje de simetría, ver fi - gura VIII.1 b, pero dicha tangencia sólo se observará en- el centro de las mismas, separándose mas entre sí a medi- da que se alejen del citado eje central. La representa - ción hecha de cada faja unida a las de la antecedente y- subsiguiente vienen a costituir el conjunto deseado, con- el defecto de que en las partes alejadas del eje de sime- tría va incrementándose la escala, en el sentido de los meridianos.

CALCULO Y TRAZADO DE LA PROYECCION.

La proyección puede aplicarse tanto al caso de una esfera o de un esferoide.

Se hablará en primer término de la esfera, que es - más sencillo y posteriormente se tratará la aplicación al esferoide.

a) ESFERA.- Las características de esta proyección - son que cada paralelo se construye independientemente de- los demás, pues cada uno de ellos es la línea de tangen - cia entre la esfera y el manto del cono sobre el cual se- ha de proyectar una zona determinada de la misma. Así - que cada cono tiene su propia constante (sen ϕ), su pro - pia generatriz ($g=R \cot \phi$), siendo R el radio de la esfe- ra y ϕ la latitud del paralelo de contacto . Sobre el me ridiano central se trazan puntos que corresponden a la lo calización de los paralelos y que consecuentemente esta - rán espaciados una distancia uniforme a ($n = \Delta\phi . 2\pi RE/360$).

Los paralelos, siendo arcos circulares, parece que - la mejor manera de trazarlos sería a base de compás; pero ésto, como en el caso de todas las cónicas, es impráctico pues las generatrices toman valores de varios metros aún- a escalas pequeñas, entonces el trazado se efectúa median te coordenadas cortesianas. Las fórmulas son las deduci- das en el capítulo VI:

$$x = g \operatorname{sen} n \Delta\lambda$$

$$y = x \tan \frac{n \Delta\lambda}{2}$$

donde: n = constante del cono.

b) ESFEROIDE.- En el caso del esferoide la constante del cono es igual que en la esfera, es decir, sen ϕ. La- magnitud de las generatrices también se calculas con la - misma fórmula; pero en lugar del radio se usa la normal - mayor, esto es $g = N \cot \phi$ donde:

$$N = \frac{a}{(1-e^2 sen^2 \phi)^{1/2}}$$

El espaciamiento entre paralelos se calcula mediante la fórmula geodésica:

$$\int_{\phi_2}^{\phi_1} = aE\ (1-e^2) \left[A(\phi_2-\phi_1)\frac{\pi}{180} - \frac{B}{2}\ (sen\ 2\ \phi_2 - sen\ 2\phi_1) + \frac{C}{4}\ (sen\ 4\ \phi_2 - sen\ 4\ \phi_1) - \ldots \right]$$

Con los siguientes valores para las constantes A, B, y C:

A = 1.0051089 B =0.0051198 C =0.0000108

El cálculo de las coordenadas se obtienen en la forma -- acostumbrada:

$$x = g\ sen\ \ n\ \Delta\lambda$$

$$y = x\ tan\ \ \frac{n\ \Delta\lambda}{2}$$

Para obtener los valores resultantes de estas fórmulas existen tablas preparadas por el U. S. Coast & Geodetic Survey, en su publicación Especial # 5, denominada Tables for a Polyconic Projection of Maps, las cuales lo hacen muy sencillo. También pueden usarse las tablas para el cálculo de arcos meridionales que se encuentran en la publicación Especial 241 de la misma institución, llamadas Tables for Machine Computation of Geodetic Positions for 1865 Olarlos Spheroid, cuando se utilice este esferoide.

TRASADO.- Se dibuja una recta vertical al contra del papel, la cual representará al meridiano central de la carta. Sobre la misma se llevan las magnitudes de los espaciamientos entre paralelos, calculados como se explicó en los párrafos anteriores de tal manera que el canevá quede debidamente centrado. Por cada una de estas divisiones se traza una perpendicular al meridiano central, debiendo ser estas líneas finas, pues son auxiliares. Los valores de x , obtenidos de las tablas o del cálculo y correspondientes a la latitud de cada línea auxiliar, se llevan sobre esta recta, levantando una pequeña perpendicular en cada uno de estos puntos. La altura de cada una de estas perpendiculares debe de ser igual al valor y. Ahora se unen con curvas pulidas los extremos de las y que corresponden a una misma latitud, obteniéndose así la imagen del paralelo. Si se unen con curvas pulidas los extremos de las y que corresponden a una misma longitud, se conseguirá la imagen del meridiano correspondiente.

VENTAJAS Y LIMITACIONES DE LA PROYECCION.

a) Ventajas:

1) Gran facilidad en el cálculo y trazado, especialmente cuando se hace el uso de las tablas antes mencionadas.

2) Las tablas son útiles para cualquier región de la Tierra.

3) Las regiones extensas en el sentido norte-sur y angostas en el sentido este-oeste se representan con exactitud.

4) Es adecuada para los levantamientos topográficos y de costas.

b) Limitaciones:

1) Es una proyección afiláctica, es decir, no es conforme ni equivalente.

2) Meridianos y paralelos alejados del meridiano central, no se cortan a 90°como sucede con las otras proyecciones cónicas aunque no sean conformes.

3) No es recomendable usar esta proyección para regiones que se extiendan a más de 800 kms. al este u oeste del meridiano central.

4) Aunque un mapa de una región extensa se puede construir en hojas, cada una de las cuales se traza con referencia a su meridiano central, las hojas no adjuntan bien lateralmente cuando se trata de hacer un conjunto con todas ellas, pues los meridianos tienen curvatura opuesta, aunque en mapas a grandes escalas, la curvatura es casi imperceptible.

CAPITULO IX

CALCULO Y TRAZADO DE LA PROYECCION DE MERCATOR

La proyección que nos ocupa se debe a Gerhard Kauffman o Krämer (apellido que traducido al latín es Mercator y que en español significa mercader o comerciante, mismo que usó el autor como soudónimo), matemático y cartógrafo nacido en Rupelmonde Flandes (1512-1594).

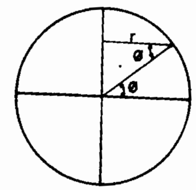
La primera publicación de esta carta fue en 1569 y el sistema sigue en uso hasta la fecha; habiendo tenido como propósito servir a la navegación, que en esos días alcanzaba gran desarrollo , con lo cual ha cumplido satisfactoriamente por más de cuatro siglos.

El autor no divulgó el principio de su invento y no fue hasta cinco años después de su muerte que Edward Wright, de Cambridge, publicó una tabla de latitudes dando números que expresaban las longitudes de los arcos de meridiano, la cual obtuvo agregando las secantes de 1", 2", 3", etc., pues en esos días aún no existía el Cálculo Integral. El desarrollo que presentaremos a continuación está basado en el Cálculo Integral y fue planteado por primera vez en 1668 por James Gregory, habiéndolo modificado posteriormente Gauss.

La meta de esta proyección consiste en hacer que toda línea de rumbo constante o línea loxodrómica, que sobre la esfera o esferoide es una curva complicada (excepto meridianos, ecuador y paralelos), quede representada por una recta sobre la carta.

Como medio para su representación, Mercator eligió la proyección de la esfera sobre una superficie cilíndrica circunscrita a aquélla y tangente al ecuador. En este sistema, que ya existía desde el tiempo de Ptolomeo o quizás antes, los paralelos se proyectan según secciones rectas de la superficie cilíndrica y los meridianos según generatrices; de este modo al desarrollar esta superficie sobre el plano, los paralelos y meridianos quedan representados por líneas rectas perpendiculares. Otra característica de la proyección cilíndrica usada en esos días consistía en espaciar los meridianos de acuerdo con la verdadera distancia ecuatorial entre ellos y los paralelos de acuerdo con su verdadera distancia meridiana; ésto producía una proyección de cuadros, pues la Tierra era considerada como una esfera, actualmente este dispositivo se le conoce como la proyección cilíndrica simple convencional, que en cierto modo corresponde con la cónica simple convencional que se ha estudiado. Naturalmente que en este sistema ortagonal plano, las líneas loxodrómicas quedaban representadas por rectas; pero su exactitud no respondía a las necesidades de la navegación, porque los meridianos, rectas paralelas entre sí sobre la carta, en realidad eran líneas convergentes.

Fue justamente el mérito de Mercator el descubrir que todos los paralelos en la carta tenían igual dimensión, mientras que sobre la superficie terrestre iban disminuyendo con el coseno de la latitud. Por otro lado los meridianos conservan su verdadera magnitud en la carta.



$r = R \cos \phi$

Figura IX.1

Entonces su genial idea consistió en hacer que el espaciamiento entre paralelos fuese afectado del mismo error que lo era la magnitud de los mismos, es decir, que meridianos y paralelos tuviesen igual incremento o en otras palabras igual factor de escala, el cual es creciente a medida que uno se aleja del ecuador. En realidad Mercator, en forma intuitiva, iniciaba el principio de las proyecciones conformes, pues su trabajo satisface las dos condiciones de la conformalidad.

CALCULO DEL CANEVA EN EL CASO DE LA ESFERA.

Partiendo del principio establecido por Mercator que muestra que el factor de escala a lo largo de los paralelos es $1/\cos \phi$ ó $\sec \phi$, se efectuarán cálculos para el desarrollo de esta proyección.

Se llama y a la distancia, en la carta, entre cualquier paralelo y el Ecuador, R al radio de la esfera y ϕ la latitud de dicho paralelo, podemos establecer en el caso de la esfera:

$$y = \int_{o}^{\phi} RE \sec \phi d\phi \qquad (1)$$

pues un arco diferencial de meridiano será $R\, d\phi$ y aplicando la escala E y el factor de escala $\sec \phi$, se llega a la expresión (1).

No resta sino efectuar la operación indicada, como sigue:

$$y = RE \int_{o}^{\phi} \frac{\sec \phi (\sec \phi + \tan \phi)\, d\phi}{(\sec \phi + \tan \phi)} \qquad (2)$$

$$= RE \ln (\sec \phi + \tan \phi) \Big]_{o}^{\phi} \qquad (3)$$

$$= Re \ln (\sec \phi + \tan \phi) \qquad (4)$$

pero $$\sec \phi + \tan \phi = \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{\cos \phi} \qquad (5)$$

poniendo el seno y coseno en función del ángulo mitad:

$$\sec \phi + \tan \phi = \frac{1 + 2 \operatorname{sen} \phi/2 \cos \phi/2}{\cos^2 \phi/2 - \operatorname{sen}^2 \phi/2} \qquad (6$$

y dividiendo numerador y denominador entre $\cos^2\phi/2$:

$$\sec\phi + \tan\phi = \frac{\sec^2\phi/2 + 2\tan\phi/2}{1 - \tan^2\phi/2} \qquad (7)$$

$$= \frac{1 + \tan^2\phi/2 + 2\tan\phi/2}{1 - \tan^2\phi/2} \qquad (8)$$

$$= \frac{(1 + \tan\phi/2)^2}{1 - \tan^2\phi/2} \qquad (9)$$

$$= \frac{1 + \tan\phi/2}{1 - \tan\phi/2} \qquad (10)$$

pero $\tan \pi/4 = \tan 45° = 1$ (11)

entonces: $$\sec\phi + \tan\phi = \frac{\tan\pi/4 + \tan\phi/2}{1 - \tan\pi/4 \tan\phi/2} \qquad (12)$$

$$= \tan(\pi/4 + \phi/2) \qquad (13)$$

substituyendo de (13)en (4):

$$y = RE \ln \tan(\pi/4 + \phi/2) \qquad (14)$$

Como las tablas de logaritmos naturales no son fácil - mente consultables, se transforma la expresión (14) en- una, a base de logaritmos vulgares, mediante la aplica- ción del módulo correspondiente:

$$y = \frac{RE}{M} \text{ long } \tan(\pi/4 + \phi/2) =$$

$$= mRE \log \tan(\pi/4 + \phi/2) \qquad (15)$$

donde: $M = 0.4342944819$

$m = 2.30258509$

En cuanto al espaciamiento entre meridianos, como se - estableció en las antiguas proyecciones cilíndricas, es- tá dado por:

$$x = ER(\lambda - \lambda_0)/180° \qquad (16)$$

siendo, por supuesto, $(\lambda - \lambda_0)$ la diferencia de longitud en grados.

Cabe aclarar que la proyección de Mercator es un caso- límite de la proyección de Lambert con un paralelo tipo, donde la longitud de dicho paralelo tipo es 0°, ésto es, el ecuador. En efecto si en la expresión (24) del desa rrollo del capítulo VII.

$$g = \frac{EN\cos\phi}{n} \qquad (17)$$

donde $n = \operatorname{sen}\phi$ y ϕ = latitud del paralelo tipo, se hace:

$$\phi = 0 \qquad (18)$$

$$g = \infty \qquad (19)$$

por tanto la imagen del ecuador sobre la carta es una recta, pues una curva de radio infinito es justamente una recta, tal como es la imagen del ecuador en la carta de Mercator.

CALCULO DEL CANEVA EN EL CASO DEL ESFEROIDE.

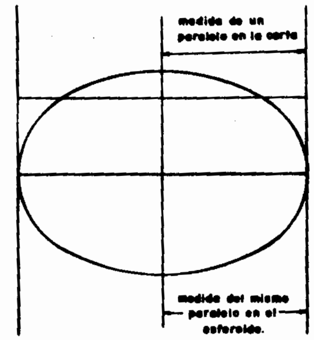


Figura IX.2

Para el caso del esferoide, el procedimiento arriba citado prácticamente es el mismo, únicamente que las relaciones matemáticas de la esfera y esferoide no son idénticas. Así, la medida infinitesimal de un arco de paralelo sobre la carta está dado por la expresión aEdλ, como en el caso anterior; pero el mismo arco medido sobre la superficie del elipsoide, a la escala correspondiente, tiene por valor:

$$\frac{aE \cos \phi \, d\lambda}{(1 - e^2 \mathrm{sen}^2 \phi)^{1/2}}$$

En consecuencia el factor de escala a lo largo de los paralelos será:

$$F_{E_p} = \frac{aE \, d\lambda}{\dfrac{aE \cos \phi \, d\lambda}{(1 - c^2 \mathrm{sen}^2 \phi)^{1/2}}} = \frac{(1 - e^2 \mathrm{sen}^2 \phi)^{1/2}}{\cos \phi} \qquad (20)$$

Este factor de escala debe ser el mismo a lo largo de los meridianos, para que la proyección sea conforme. Entonces $F_{E_p} = F_{E_M}$ (21)

Ahora bien, un elemento diferencial de meridiano estará expresado por:

$$E R_m \, d\phi = E \, \frac{a(1 - e^2) \, d\phi}{(1 - e^2 \mathrm{sen}^2 \phi)^{3/2}} \qquad (22)$$

Y la medida de un arco de meridiano afectado del factor de escala, desde el ecuador a la latitud ϕ, se obtendrá mediante la siguiente integral:

$$dy = ER_m \, F_{E_M} \, d\phi \tag{23}$$

$$= E\frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 sen^2\phi)}{}^{3/2}$$

$$\frac{(1 - e^2 sen^2\phi)^{1/2}}{\cos\phi} d\phi \tag{24}$$

$$y = Ea\int_0^{\phi} \frac{(1 - e^2)\, d\phi}{(1 - e^2 sen^2\phi)\cos\phi} \tag{25}$$

la cual puede resolverse como sigue:

$$\frac{1 - e^2}{(1 - e^2 sen^2\phi)\cos\phi} = \frac{1 - e^2(sen^2\phi + \cos^2\phi)}{(1 - e^2 sen^2\phi)\cos\phi} \tag{26}$$

$$= \frac{1 - e^2 sen^2\phi - e^2\cos^2\phi}{(1 - e^2 sen^2\phi)\cos\phi} \tag{27}$$

$$= \frac{1 - e^2 sen^2\phi}{(1 - e^2 sen^2\phi)\cos\phi} - \frac{e^2\cos^2\phi}{(1 - e^2 sen^2\phi)\cos\phi} \tag{28}$$

$$= \frac{1}{\cos\phi} - \frac{e^2\cos\phi}{(1 - e^2 sen^2\phi)} \tag{29}$$

$$y = aE\int_0^{\phi} \frac{d\phi}{\cos\phi} - aE\int_0^{\phi} \frac{e^2\cos\phi\, d\phi}{(1 - e^2 sen^2\phi)} \tag{30}$$

la primera de estas integrales ya se realizó, cuando se resolvió el caso de la esfera y su valor es:

$$I = aE\int_0^{\phi} \frac{d\phi}{\cos\phi} = aE\ln\tan(\pi/4 + \phi/2) \tag{31}$$

en cuanto a la segunda se procede como sigue:

$$II = aEe\int_0^{\phi} \frac{e\cos\phi\, d\phi}{1 - e^2 sen^2\phi} \tag{32}$$

haciendo: $x = e\ sen\ \phi \quad dx = e\cos\phi\ d\phi$ (33)

substituyendo valores:

$$II = aEe\int_0^{\phi} \frac{dx}{1 - x^2} \tag{34}$$

haciendo (de la Figura IX. 3):

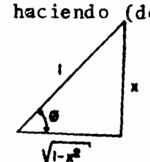


Figura IX.3

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{sen} \theta &= x \\ \cos \theta \, d\theta &= dx \\ \cos \theta &= 1 - x^2 \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

$$II = aEe \int_0^{\phi} \frac{\cos \theta \, d\theta}{\cos^2 \theta} = aEe \int_0^{\phi} \frac{d\theta}{\cos \theta} = aEe \int_0^{\phi} \sec \theta \, d\theta \tag{36}$$

$$II = aEe \ln (\sec \theta + \tan \theta) \Big|_0^{\phi} = aEe \ln \frac{1 + \operatorname{sen}\theta}{\cos \theta} \Big|_0^{\phi} \tag{37}$$

substituyendo (35) en (37):

$$II = aEe \ln \frac{1 + x}{\sqrt{1 - x^2}} \Big|_0^{\phi} = aEe \ln \sqrt{\frac{1 + x}{1 - x}} \Big|_0^{\phi} = \frac{aEe}{2} \ln \frac{1 + x}{1 - x} \Big|_0^{\phi} \tag{38}$$

y ahora substituyendo de (33) en 38):

$$II = \frac{aEe}{2} \ln \frac{1 + e \operatorname{sen}\phi}{1 - e \operatorname{sen}\phi} \Big|_0^{\phi} = \frac{aEe}{2} \ln \frac{1 + e \operatorname{sen}\phi}{1 - e \operatorname{sen}\phi} = aE \ln \left(\frac{1 + e \operatorname{sen}\phi}{1 - e \operatorname{sen}\phi} \right)^{e/2} \tag{39}$$

sumando las integrales I y II:

$$y = aE \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) - aE \ln \left(\frac{1 + e \operatorname{sen}\phi}{1 - e \operatorname{sen}\phi} \right)^{e/2} \tag{40}$$

$$y = aE \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) + aE \ln \left(\frac{1 - e \operatorname{sen}\phi}{1 + e \operatorname{sen}\phi} \right)^{e/2} \tag{41}$$

$$y = aE \ln \left[\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \left(\frac{1 - e \operatorname{sen}\phi}{1 + e \operatorname{sen}\phi} \right)^{e/2} \right] \tag{42}$$

Finalmente, con objeto de usar logaritmos vulgares en lugar de - los naturales:

$$y = \frac{aE}{M} \log \left[\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \left(\frac{1 - e \operatorname{sen}\phi}{1 + e \operatorname{sen}\phi} \right)^{e/2} \right] \tag{43}$$

donde M representa el módulo para cambiar de logaritmos naturales- a vulgares y cuyo valor es 0.4342944819

En esta forma se puede calcular la ordenada de cualquier punto de la carta.

El espaciamiento entre meridianos, igualmente que en el caso de la esfera es:

$$x = aE (\lambda - \lambda_0) \frac{\pi}{180}$$

donde:

x = espaciamiento entre meridianos en metros
a = radio ecuatorial
E = escala de la carta
λ = longitud del meridiano considerado
λ_0 = longitud del meridiano anterior

LATITUD ISOMETRICA

En las dos últimas expresiones del desarrollo anterior-aparece el factor:

$$\mathcal{L} = \ln \left[\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) \left(\frac{1 - e\ \mathrm{sen}\phi}{1 + e\ \mathrm{sen}\phi}\right)^{e/2} \right]$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{M} \log \left[\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) \left(\frac{1 - e\ \mathrm{sen}\ \phi}{1 + e\ \mathrm{sen}\ \phi}\right)^{e/2} \right]$$

al cual los autores franceses, alemanes y el americano - Paul D. Thomas, llaman latitud isométrica.

LATITUD CONFORME

En la ecuación:

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\chi}{2}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)\left(\frac{1 - e\ \mathrm{sen}\phi}{1 + e\ \mathrm{sen}\phi}\right)^{e/2}$$

el valor de χ, determinado a partir de la latitud geodésica ϕ, se le llama latitud conforme.

Observación.- A esta latitud el también americano Oscar Adams la llama latitud isométrica o conforme. No obstante el término isométrico es más apropiado para $\mathcal{L}$.

Si al complemento de χ, lo llamamos z:

$$\chi = 90 - z = \frac{\pi}{2} - z$$

y $$\frac{\chi}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{z}{2}$$

entonces $$\frac{\pi}{4} + \frac{\chi}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} - \frac{z}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{z}{2}$$

y $$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\chi}{2}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{z}{2}\right) = \cot z/2$$

de igual modo:

$$\phi = 90 - p$$

y $$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) = \cot p/2$$

entonces: $$y = \frac{aE}{M} \log \cot z/2$$

expresión fácil de calcular si se conoce z.

El Army Service, en su Manual Técnico TM5-241-27, proporciona una tabla completa de las colatitudes conformes correspondientes a las latitudes geodésicas, para la construcción de esta proyección, basada en el elipsoide de Clarke de 1866. Se incluye una copia de la hoja # 25 de dicha publicación, con la cual se puede verificar el ejemplo que sigue:

Se trata de calcular la ordenada para un lugar cuya latitud es 24°:

Según la tabla en la página # 25, $z/2$ correspondiente a ϕ = 24°es 33°04' 19" .6248. Usando la escala 2.10^{-7}

$$\frac{aE}{M} = 2.9372726$$

$$y = 2.9372726 \log \cot 33°04'19''.6248$$

$$y = 2.9372726 \times 0.1862865 = 0.54717423$$

OTRA FORMA DE EJECUTAR EL CALCULO DE LA PROYECCION DE MERCATOR.

Si se desarrolla en serie la expresión:

$$\ln \left(\frac{1 - e \operatorname{sen} \phi}{1 + e \operatorname{sen} \phi}\right)^{e/2}$$

$$\ln \left(\frac{1 - e \operatorname{sen} \phi}{1 + e \operatorname{sen} \phi}\right)^{e/2} = \left(e^2 \operatorname{sen} \phi + \frac{e^4 \operatorname{sen}^3 \phi}{3} + \frac{e^6 \operatorname{sen}^5 \phi}{5} - \ldots\right)$$

entonces:

$$y = \frac{aE}{M} \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) - aE\left(e^2 \operatorname{sen} \phi + \frac{e^4 \operatorname{sen}^3 \phi}{3} + \frac{e^6 \operatorname{sen}^5 \phi}{5} + \ldots\ldots\right)$$

Siendo el uso de esta proyección preferentemente para la navegación y trabajos hidrográficos en las costas, generalmente el cálculo se efectúa en millas marinas (minutos del ecuador). En ese caso el semieje mayor del elipsoide tiene la siguiente medida:

$$a = \frac{360 \times 60}{2\pi} = 3437'.7467708 \text{ o millas marinas}$$

$$\frac{a}{M} = \frac{3437,7467708}{0,4342944819} = 7,915'.704468$$

TRAZADO DE LA PROYECCION:

El trazo es de lo más sencillo, pues meridianos y paralelos son rectas perpendiculares entre sí. El espaciamiento entre meridianos (ϵ) es como sigue:

a) en millas marinas: $\epsilon = \lambda' E$

b) en metros $\epsilon = aE(\lambda - \lambda_0)\frac{\pi}{180}$

GEODETIC LATITUDE ϕ	GEODETIC COLATITUDE p	GEODETIC MINUS ISOMETRIC $\phi-\lambda$	ISOMETRIC COLATITUDE z	$z/2$
24°00'	66°00'	08'39.24960"	66°08'39.24960"	33°04'19.62480"
01	65 59	08 39.52215	66 07 39.52215	33 03 49.76108
02	65 58	08 39.79452	66 06 39.79452	33 03 19.89726
03	65 57	08 40.06671	66 05 40.06671	33 02 50.03336
04	65 56	08 40.33874	66 04 40.33874	33 02 20.16937
24 05	65 55	08 40.61058	66 03 40.61058	33 01 50.30529
06	65 54	08 40.88225	66 02 40.88225	33 01 20.44113
07	65 53	08 41.15375	66 01 41.15375	33 00 50.57688
08	65 52	08 41.42507	66 00 41.42507	33 00 20.71254
09	65 51	08 41.69621	65 59 41.69621	32 59 50.84811
24 10	65 50	08 41.96718	65 58 41.96718	32 59 20.98359
11	65 49	08 42.23798	65 57 42.23798	32 58 51.11899
12	65 48	08 42.50860	65 56 42.50860	32 58 21.25430
13	65 47	08 42.77904	65 55 42.77904	32 57 51.38952
14	65 46	08 43.04930	65 54 43.04930	32 57 21.52485
24 15	65 45	08 43.31939	65 53 43.31939	32 56 51.65970
16	65 44	08 43.58931	65 52 43.58931	32 56 21.79466
17	65 43	08 43.85905	65 51 43.85905	32 55 51.92953
18	65 42	08 44.12861	65 50 44.12861	32 55 22.06431
19	65 41	08 44.39799	65 49 44.39799	32 54 52.19900
24 20	65 40	08 44.66720	65 48 44.66720	32 54 22.33360
21	65 39	08 44.93623	65 47 44.93623	32 53 52.46812
22	65 38	08 45.20509	65 46 45.20509	32 53 22.60255
23	65 37	08 45.47377	65 45 45.47377	32 52 52.73689
24	65 36	08 45.74227	65 44 45.74227	32 52 22.87114
24 25	65 35	08 46.01059	65 43 46.01059	32 51 53.00530
26	65 34	08 46.27874	65 42 46.27874	32 51 23.13937
27	65 33	08 46.54671	65 41 46.54671	32 50 53.27336
28	65 32	08 46.81450	65 40 46.81450	32 50 23.40725
29	65 31	08 47.08212	65 39 47.08212	32 49 53.54106
24 30	65 30	08 47.34956	55 38 47.34956	32 49 23.67478
31	65 29	08 47.61682	65 37 47.61682	32 48 53.80841
32	65 28	08 47.88390	65 36 47.88390	32 48 23.94195
33	65 27	08 48.15081	65 35 48.15081	32 47 54.07541
34	65 26	08 48.41754	65 34 48.41754	32 47 24.20877
24 35	65 25	08 48.68409	65 33 46.68409	32 46 54.34205
36	65 24	08 48.95046	65 32 48.95046	32 46 24.47523
37	65 23	08 49.21665	65 31 49.21665	32 45 54.60833
38	65 22	08 49.48267	65 30 49.48267	32 45 24.74134
39	65 21	08 49.74851	65 29 49.74851	32 44 54.87426
24 40	65 20	08 50.01417	65 28 50.01417	32 44 25.00709
41	65 19	08 50.27965	65 27 50.27965	32 43 55.13983
42	65 18	08 50.54495	65 26 50.54495	32 43 25.27248
43	65 17	08 50.81008	65 25 50.81008	32 42 55.40504
44	65 16	08 51.07502	65 24 51.07502	32 42 25.53751
24 45	65 15	08 51.33979	65 23 51.33979	32 41 55.66990
46	65 14	08 51.60438	65 22 51.60438	32 41 25.80219
47	65 13	08 51.86878	65 21 51.86878	32 40 55.93439
48	65 12	08 52.13301	65 20 52.13301	32 40 26.06651
49	65 11	08 52.39706	65 19 52.39706	32 39 56.19853
24 50	65 10	08 52.66094	65 18 52.66094	32 39 26.33047
51	65 09	08 52.92463	65 17 52.92463	32 38 56.46232
52	65 06	08 53.18814	65 16 53.18814	32 38 26.59407
53	65 07	08 53.45147	65 15 53.45147	32 37 56.72574
54	65 06	08 53.71463	65 14 53.71463	32 37 26.85732
24 55	65 05	08 53.97760	65 13 53.97760	32 36 56.98880
56	65 04	08 54.24040	65 12 54.24040	32 36 27.12020
57	65 03	08 54.50301	65 11 54.50301	32 35 57.25151
58	65 02	08 54 76545	65 10 54.76545	32 35 27.38273
59	65 01	08 55.02770	65 09 55.02770	32 34 57.51385
25 00	65 00	08 55.28978	65 08 55.28978	32 34 27.64489

siendo:

λ' = diferencia de longitud en minutos del ecuador.

$(\lambda - \lambda_0)$= diferencia de longitud en grados.

La distancia, en la carta, de un cierto paralelo al ecuador está dada por la expresión (43) del desarrollo precedente, en el cual se substituye a/M = 7915'.74677 cuando se trabaja en millas marinas o a/M en metros en el caso de que se use este sistema de medida, siendo *a* el semieje mayor del elipsoide utilizado y *e* la excentricidad de su elipse meridiana.

La diferencia entre dos *y* consecutivas nos proporciona el espaciamiento entre los correspondientes paralelos.

ALGUNAS CONSIDERACIONES RELATIVAS A LA ESCALA:

La escala en esta proyección es variable, en el ecuador línea tipo, es verdadera y a medida que se aleja uno de él aumenta en función de la latitud. Así que cuando se desea hacer una escala gráfica, ésta afectará en la forma siguiente:

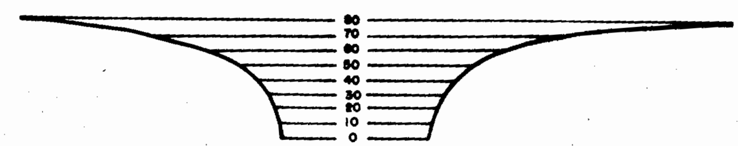


Figura IX.4

Por otra parte, cuando se trata de hacer un canevá, en este tipo de proyección, para una zona alejada del ecuador, muchas veces se requiere que la escala del paralelo central de la misma, sea determinada. Como en el desarrollo que precede se ha considerado E, la escala del ecuador, será necesario calcular esta E a partir de la escala deseada para un cierto paralelo de latitud ϕ'. Supongamos que la escala propuesta para dicho paralelo sea E'. La medida a escala sobre la carta de un paralelo deberá ser:

$$2\,N'\cos\phi'\,E' = 2\pi\,\frac{a\cos\phi'}{(1 - e^2\operatorname{sen}^2\phi')^{1/2}}\,E'$$

esta misma medida, considerada la escala ecuatorial E, será:

$$2\pi aE$$

como ambas deben ser iguales:

$$2\pi aE = \frac{2\pi a \cos \phi' E'}{(1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \phi')^{1/2}}$$

entonces: $$E = \frac{E' \operatorname{sen} \phi'}{(1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \phi')^{1/2}}$$

OBSERVACION: Esta proyección de Mercator también es utilizada para hacer las cartas del cielo, en una banda de 45°a uno y otro lados del ecuador.

CAPITULO X

CALCULO Y TRAZADO DE LA PROYECCION TRANSVERSA DE MERCATOR.

Esta proyección también recibe el nombre de Proyección Ortomórfica de Gauss o Proyección de Gauss-Krüger. Los primeros trabajos sobre ella se deben a Lambert en 1772, quien en esa fecha publicó un escrito, señalando que era aplicable a paises de gran extensión en latitud pero pequeña extensión en longitud. El que la bautizó con el nombre de Transversa de Mercator fue Germain en 1863, quien también la denominó Proyección Cilíndrica Ortomórfica de Lambert. En 1822 Gauss presentó en la Academia de Ciencias de Copenhague una derivación analítica de la misma. En 1866, once años después de la muerte de Gauss, el Gral. Oscar Schreiber publicó una memoria del uso de esta proyección para el levantamiento de Hannover, posteriormente, en 1878 publicó el desarrollo que ha llegado hasta nuestros días.

En 1912, L. Krüger publicó un tratado comprensivo de esta proyección, desarrollando fórmulas adecuadas para el cálculo numérico. En 1927 el sistema fue adaptado por Alemania, llamándola Proyección de Gauss-Krüger.

A partir de 1946 el Army Map Service de los E. E. U. U. también adoptó esta proyección oficialmente, haciéndole ciertas reformas de carácter práctico, que se explicarán posteriormente y la denominó Universal Transversa de Mercator (U.T.M.). Cabe agregar que el sistema U.T.M. está destinado a ser la proyección base de todos los países del Pacto del Atlántico.

La proyección Transversa de Mercator se usa oficialmente en: Gran Bretaña, Egipto, Suecia, Polonia, Portugal, Rusia, Bulgaria, Finlandia, Alemania, Yugoeslavia, Noruega, Colonias Británicas del Africa, Africa del Sur, Australia, el A.M.S. de los Estados Unidos y también para la cartografía de 20 estados de la Unión Americana, la Secretaría de Defensa Nacional en México y la INEGI . La Proyección Transversa de Mercator está siendo más usada para cálculos geodésicos que la Proyección Cónica Conforme de Lambert o que cualquier otra proyección, en nuestros días.

La Proyección Transversa de Mercator ha sido desarrollada en diferentes formas:

1) PROYECCION TRANSVERSA DE MERCATOR EN EL CASO DE LA ESFERA, modificando la abscisa del sistema de coordenadas esféricas rectangulares o de Cassini-Soldner.

Este es el sistema que se desarrollará con detalle en estas lecciones, pues simplifica considerablemente los cálculos, por desaparición de los términos de excentricidad, para la representación conforme del elipsoide sobre una esfera.

En este método se supone la ordenada proporcional a la vertedora longitud del meridiano, ésto no es verdad para el esferoide, pero el error introducido es generalmente despreciable. Técnicamente la proyección así obtenida para el esferoide no es conforme.

2) PROYECCION TRANSVERSA DE MERCATOR POR EL METODO DE DOBLE PROYECCION DE GAUSS.

3) PROYECCION TRANSVERSA DE MERCATOR DEL ELIPSOIDE, DEBIDA A GAUSS, TAMBIEN LLAMADA DE GAUSS-KRÜGER.

Este método establece el pase directo del elipsoide al plano, produciendo la representación conforme de un huso del elipsoide, conservando la longitud del meridiano central del mismo.

4) PROYECCION UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR (U.T.M.)

Ya sea que se trate de una esfera o de un elipsoide de revolución, la posición de cualquier punto sobre ellos, como A, puede establecerse. En efecto, considerando un meridiano de referencia, PRQP' y trazando desde A una perpendicular a dicho meridiano, ésto es, AR (es de notarse que esta perpendicular de ninguna manera coincide con el paralelo a través de A, pues no es un círculo menor, sino un arco de círculo máximo), entonces las coordenadas de A estarán dadas por las distancia AR = D_x y QR = D_y, siendo E'QE el ecuador de los polos P y p'. (véase Fig. X.1).

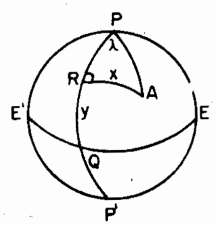


Figura X.1

CONSIDERACIONES EN EL CASO DE LA ESFERA.- En caso de requeririse las coordenadas de A, a partir de las coordenadas geográficas del mismo punto y por ende la determinación de D_x y D_y, se obtienen de la siguiente manera:

Si R es el pie de la perpendicular de A sobre el meridiano de Greenwich, se formará el triángulo esférico rectángulo APR, en el cual el ángulo PRA = 90°, el ángulo RPA = λ y el lado PA = $90° - \phi_A$.

Haciendo uso de la ley de los senos se tendrá :

$$\frac{\text{sen } \lambda}{\text{sen } x} = \frac{\text{sen } 90°}{\text{sen } (90 - \phi_A)} \qquad (1)$$

$$\text{sen } x = \text{sen } \lambda \cos \phi_A \qquad (2)$$

$$D_x = \frac{\pi R x}{180} \qquad (3)$$

En el mismo triángulo la ley de los cosenos da:

$$\cos (90° - \phi A) = \cos (90° - y) \cos x + \text{sen } x \text{ sen } (90°-y) \cos 90° \qquad (4)$$

$$\text{sen } \phi A = \text{sen } y \cos x \qquad (5)$$

La ley del seno-coseno proporciona:

$$\text{sen }(90° - \phi A) \cos \lambda = \text{sen }(90° - y) \cos x - \text{sen } x \cos (90° - y) \cos 90° \quad (6)$$

$$\cos \phi_A \cos \lambda = \cos y \cos x \quad (7)$$

Dividiendo miembro a miembro (5) ÷ (7)

$$\tan \phi_A \sec \lambda = \tan y \quad (8)$$

$$D_y = \frac{\pi R y}{180} \quad (9)$$

Nota: D_x y D_y, ésto es, las distancias RA y RQ, estarán-dadas en las mismas unidades que R.

PROYECCION TRANSVERSAL DE MERCATOR, EN EL CASO DE LA ESFERA, MODIFICANDO LA ABSCISA DEL SISTEMA DE COORDENADAS DE CASSINI-SOLDNER.

Como se ha expuesto en párrafos anteriores, la proyección transversa de Mercator es la misma que la proyección de - Mercator ordinaria, pero girada a un ángulo de 90°, de - tal manera que se encuentre referida a un meridiano en la misma forma que la proyección ordinaria lo está con respecto al ecuador. Si se tuviese que construir una proyección ordinaria de Mercator para unos cuantos grados al - norte y al sur del ecuador, entonces en lugar de llamar - al paralelo central ecuador se llamará meridiano central, estando relacionados al meridiano en la misma forma como los paralelos lo están con el ecuador. Ahora, si además se - reduce la escala original de la proyección en forma tal - como para conservar la escala verdadera a lo largo de dos paralelos, supongase 30' al norte y al sur del ecuador, - entonces esta proyección girada daría exactamente la contraparte de la que realmente se necesita.

En la proyección ordinaria de Mercator, para el caso de-la esfera, la distancia de un paralelo dado al ecuador está determinado por la integral:

$$y = a\int_0^\phi \frac{d\phi}{\cos\phi} = a\int_0^\phi \sec \phi \, d\phi \quad (10)$$

en la cual a es el radio de la esfera y ϕ la latitud.

Si sec ϕ se desarrolla en una serie de dos términos, se-tiene:

$$\sec \phi = 1 + \frac{\phi^2}{2} + \ldots\ldots \quad (11)$$

Con esta aproximación se consigue:

$$y = a \left(\phi + \frac{\phi^3}{6}\right) \quad (12)$$

pero: $$a\,\phi = s \quad ó \quad \phi = \frac{s}{a} \quad (13)$$

en la cual **s** es la longitud del meridiano desde el ecuador hasta el paralelo dado. Substituyendo el valor de ϕ se obtiene:

$$y = s + \frac{s^3}{6a^2} + \ldots\ldots \qquad (14)$$

Cuando la proyección es transversa, el meridiano central corresponde al ecuador y los círculos máximos perpendiculares al meridiano central corresponden a los meridianos en la proyección original. Si seguimos considerando a la esfera, sólo sería necesario calcular la longitud del meridiano desde el ecuador, para obtener el valor de y de la proyección y la longitud de la distancia D_x, de la perpendicular bajada desde la estación dada al meridiano origen, representaría el valor a para el cálculo de x.

La proyección es conforme por construcción.

Por analogía con la proyección de Mercator original, el factor de escala es:

$$K = \sec x \qquad (15)$$

PROYECCION TRANSVERSA DE MERCATOR EN EL CASO DEL ELIPSOIDE DE REVOLUCION, MODIFICANDO LA ABSCISA DEL SISTEMA DE COORDENADAS DE CASSINI-SOLDNER.

Para la resolución de este problema es costumbre suponer una esfera de radio igual a la media geométrica de los radios de curvatura del meridiano y del primera vertical (normal mayor), correspondientes a la latitud media. Si así se le hace, la escala variará a lo largo del meridiano central. Para evitar ésto, se decidió hacer la ordenada proporcional a la verdadera longitud del meridiano (*) y calcular la vedadera longitud de la perpendicular al meridiano que pasa a través de la estación dada. El valor y es así la longitud del meridiano a partir del ecuador hasta la intersección de la antes mencionada perpendicular con el meridiano central. La longitud de la perpendicular es el valor s y para la a de la fórmula usamos la media proporcional entre los radios de curvatura arriba mencionados. Este causa una ligera dsviación de la conformalidad pero para la pequeña distancia que corresponde a una dirección este-oeste, no causará problemas en las aplicaciones.

(*) La verdadera longitud del meridiano se calcula mediante la fórmula geodésica:

$$S_{\phi_1}^{\phi_2} = a(1-e^2)\left[A(\phi_2 - \phi_1) - B/2(\text{sen}2\phi_2 - \text{sen}2\phi_1) + C/4(\text{sen}4\phi_2 - \text{sen}\ 4\phi_1)\ldots\right]$$

Es la misma que la anterior, con husos de 6° de amplitud y un factor de reducción de escala (K) igual a 0.9996.

DESCRIPCION.

La proyección común de Mercator se consigue proyectando la esfera o el esferoide sobre un cilindro tangente a lo largo del ecuador. En la proyección transversal (que se aparta o desvía de la dirección principal o recta) el cilindro toca al globo a lo largo de cualquier meridiano ó puede ser secante al mismo, siendo su eje perpendicular al de un plano meridiano determinado. Esta proyección es simétrica con respecto al ecuador sobre el meridiano central.

La pecualiaridad que la distingue de las otras proyecciones ortomórficas es que el meridiano central es verdadero.

ble estensión en el sentido del meridiano central, pero - estrechas en el sentido lateral la hace rendir los mejores resultados. Los otros meridianos y los otros paralelos - son curvas complejas. Los paralelos divergen unos de - - otros a cada lado del meridiano central y la escala en - las direcciones norte y sur rápidamente es errónea en las zonas que se alejan del meridiano central.

Con esta proyección se puede hacer un mapa ortomórfico - excelente, cuando el área por cartografiar es pequeña y - preferentemente extendida en el sentido norte-sur. Aun-- que los meridianos y paralelos no son, en general, líneas rectas, no se desvían de la recta marcadamente en el caso de pequeñas áreas, siempre que el meridiano central se escoja cuidadosamente, al mismo tiempo que meridianos y paralelos se cortan a 90°. Así, escala, forma, área y rumbo se proyectan todos con muy poca deformación, si la hay, y resulta un mapa casi perfecto.

En esta proyección la loxodrómica o línea de rumbo, corta a los meridianos en ángulo constante, pero como los meridianos son líneas curvas, la loxodrómica también se convierte en línea curva. Por tanto, la proyección transversa pierde esta valiosa propiedad de la proyección de Mercator original.

Como se mostró antes, esta proyección, muy buena para las regiones alargadas de norte a sur, causa deformaciones importantes a las regiones extensas en longitud. Por este motivo su uso se ha limitado a zonas de 6° en longitud y- por tal razón se descompone la Tierra en 60 husos de 6°de amplitud, cada uno centrado sobre su meridiano central. - El primer huso está comprendido entre las longitudes 174° y 180°al oeste de Greenwich, la numeración crece hacia el este. Con esta limintación de 6°, la precisión de la proyección es mejor que los errores que pudieran cometerse - en la apreciación de las distancias de los proyectiles de artillería pesada, siendo éste el criterio que ha dado lugar a su elección.

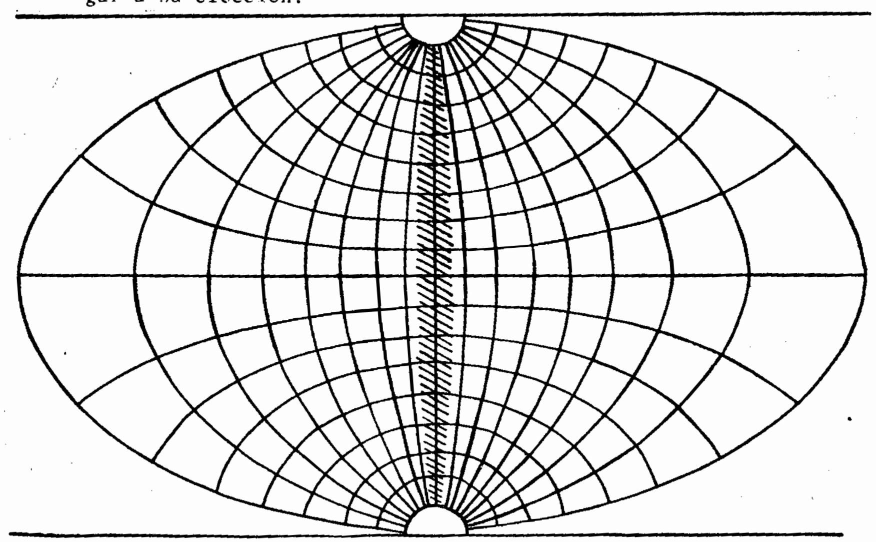


Figura X.2. La parte hachurada del esquema es la porción únicamente - utilizada para la representación de cada uno de los husos que constituyen el sistema U. T. M.

Los meridianos y paralelos curvos presentan el aspecto de la Figura X.2

El sistema está limitado en latitud: 80°al norte y 80°al sur.

La primera cosa que hay que hacer es calcular la longitud de la perpendicular al meridiano central y la latitud del pie de esta perpendicular. La geodesia nos proporciona la fórmula para el cálculo de $\Delta\lambda$, como sigue:

$$\log \Delta\lambda = \log s + C_{\log\Delta\lambda} - C_{\log s} + \log \operatorname{sen} \alpha + \log A' + \log \sec \phi'$$

Como en este caso estamos calculando una distancia perpendicular al meridiano central, α será 90° ó 270° y en consecuencia $\log \operatorname{sen} \alpha = 0$. La latitud de la estación dada es la ϕ' de esta fórmula y A' debe tomarse para este valor de ϕ'. También $\Delta\lambda$ es conocida, puesto que ella es la longitud a partir del meridiano central. Despejando logs en la fórmula anterior:

$$\log s = \log \Delta\lambda - C_{\log\Delta\lambda} + \log \cos \phi + \operatorname{colog} A + C_{\log s}$$

en la cual se ha escrito simplemente ϕ y A, que representan a la latitud de la estación cuyas coordenadas se calculan y la constante geodésica para dicha latitud.

Puesto que el valor de A está en metros, el valor de s -- también resultará en metros.

Con los medios de cálculo de que se dispone hoy en día -(minicomputadoras electrónicas), sería mejor calcular con funciones natarales, según la siguiente fórmula:

$$s = N \operatorname{arc\,sen} (\operatorname{sen} \Delta\lambda \cos \phi) \quad *$$

Una vez conocida s, se calcula x' por la fórmula:

$$x' = s + \frac{s^3}{6\rho_\cdot^2}$$

en la cual $\rho_\cdot^2$ es el producto de los dos radios de curvatura para la latitud media, como se explicó en antecedentes. Con las factores A y B (pueden obtenerse de la Publicación Especial # 8 del U.S.C.&.G.S.), tomados para la latitud -media ϕ_o:

$$1/\rho^2 = AB \operatorname{sen}^2 1''$$

La abscisa definitiva x del punto considerado se calcula con la x' arriba mencionada; la cual se ve modificada según lo explica el párrafo correspondiente a *coordenadas finales*.

---

* Esta expresión se obtiene así:

$$\frac{\operatorname{sen} \Delta\lambda}{\operatorname{sen} \partial} = \frac{\operatorname{sen} A_z}{\cos \phi}$$

pero $A_z = 90°$ ó $270°$ y $\partial = \frac{s}{N}$

entonces $\operatorname{sen} \partial = \operatorname{sen} \Delta\lambda \cos \phi$

o también sen $\frac{s}{N}$ = sen $\Delta\lambda$ cos ϕ

en consecuencia $\frac{s}{N}$ = arc sen (sen $\Delta\lambda$ cos ϕ)

y s = N arc sen (sen $\Delta\lambda$cos·ϕ)

Una vez determinada x, lo que procede es calcular y, - es decir la distancia meridiana del pie de la perpendicular hasta el origen de ordenadas y_o, que se acostumbra - situarlo sobre el ecuador. Este cálculo como lo mencionamos antes, se efectúa con la fórmula geodésica.

$$S_{\phi_2}^{\phi_1} = a(1-e^2) \quad A(\phi_2 - \phi_1) \quad - B/2(\text{sen } 2\phi_2 - \text{sen} 2\phi_1) +$$

$$+ C/4 \ (\text{sen } 4\phi_2 - \text{sen } 4\phi \quad \ldots.$$

Las dos únicas variables que intervienen en esta expresión son ϕ_1 y ϕ_2, latitudes del pie de la perpendicular- al meridiano central y latitud del origen de ordenadas - respectivamente; está última igual a cero en caso de que el origen esté sobre el ecuador, en cuyo caso la fórmula anterior que así:

$$S_o^{\phi} = a(1-e^2) \quad A\phi \ -B/2 \text{ sen } 2\phi + C/4 \text{ sen } 4\phi - \ldots\ldots..$$

mucho más sencilla.

Como el pie de la perpendicular al meridiano central, - tomada a partir del punto considerado, no tiene igual latitud que dicho punto (véase la figura X.3 anexa), es necesario determinar la $\Delta\phi$ entre ellos. En la fórmula para el cálculo de las posiciones geodésicas que nos da $\Delta\phi$, - vemos que todos los términos, excepto el segundo, se reducen a cero o son tan pequeños que prácticamente deben- despreciarse, cuando se trate de longitudes como las que en este caso alcanza s . Además, como sen α= 1, tenemos:

$$- \Delta\phi'' = s^2 c$$

C debe tomarse para la latitud del pie de la perpencicular. Como esta latitud es desconocida cuando se inicia- el cálculo, podemos tomar, como valor preliminar, la latitud de la estación y con este dato conseguimos una $\Delta\phi$- aproximada, la cual sumada a la latitud de la estación - nos proporciona una latitud más precisa para el pie de - la perpendicular. El signo negativo que aparece en la - fórmula es cuando se va del pie de la perpendicular a la estación; pero en nuestro caso siempre es al contrario,- así que el signo siempre deberá ser positivo, puesto que la latitud del pie de la perpendicular siempre será ma-- yor que la latitud de la estación. (Ver Figura X.3).

REDUCCION DE ESCALA.

La descripción arriba expresada corresponde a una pro-- yección la cual mantenga la escala verdadera en el meridiano central. Con objeto de equilibrar la escala a través de toda la proyección, el Army Map Service de los - E. E. U. U. introdujo una reducción de escala arbitraria en todos los elementos. Esto hace que a cierta distan-- cia al este u oeste del meridiano central la escala sea- verdadera. Sobre la esfera éstos serían círculos meno-- res relacionados con el meridiano central en la misma -

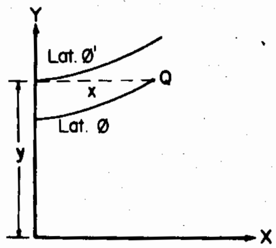


Figura X.3 Las líneas de trazos muestran las coordenadas de la estación Q_o.

forma como lo están los paralelos con respecto al ecuador. Si en la proyección ordinaria de Mercator se arreglaran las cosas para conservar la escala a lo largo de los paralelos de 1° de latitudes norte y sur, tendríamos una condición análoga de la que se esta usando en esta proyección transversal. Debido al hecho de que la Tierra es un esferoide y no una esfera estas líneas de escala verdadera no serían exactamente círculos menores paralelos al meridiano central, pero así pueden considerarse para fines prácticos.

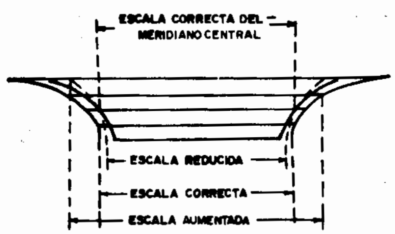


Figura X.4 Reducción de la escala a lo largo de un círculo menor, de tal manera que se tenga la escala verdadera en el mismo.

De los estudios efectuados por los geodestas americanos, para equilibrar la deformación, resultó el siguiente factor de escala:

$$K = 0.9996$$

el cual debe aplicarse tanto a las abscisas como a las ordenadas

COORDENADAS FINALES.

CALCULO FINAL DE x.- La coordenada xdel punto considerado se calcula con la distancia perpendicular al meridiano central x', multiplicada por el factor de escala K. - Con objeto de evitar que exsistan abscisas negativas, al meridiano central se le asigna una abscisa de 500,000, llamada distancia fija x_o ó falsa abscisa. Si el punto considerado está al este del meridiano central, su abscisa es igual a:

$$x = x_o + K\,x' = 500{,}000 + K\,x'$$

si está al oeste del meridiano central:

$$x = x_o - K\,x' = 500{,}000 - K\,x'$$

CALCULO FINAL DE y.- La distancia meridiana desde el origen de coordenadas (generalmente el ecuador) hasta el pie de la perpendicular el meridiano central, multiplicada por el factor de escala K, nos proporciona la ordenada final:

$$y = K\,S_o^{\phi}$$

CONSEJO PARA ALCANZAR MEJORES RESULTADOS:

Es muy recomendable que, para determinar las constantes geodésicas A y C, así como para todos los cálculos, en caso de que estos se hagan a base de logaritmos, se usen tablas con un mínimo de 8 cifras. Debe hacerse notar que A y C se encuentran calculadas en la Publicación Especial # 8 del U. S. C. & G. S., con 7 cifras.

USO DE TABLAS PARA EL CALCULO DE ESTA PROYECCION:

Para el cálculo de las distancias meridianas, en el elipsoide de Clarke de 1866, puede uno auxiliarse de las publicaciones especiales # 5 y 241 del U.S. C. & G. S.

BIBLIOGRAFIA·

1. Erwin Raisz.
"Cartografía"
Editorial Omega, 1959.

2. Robinson, Arthur H.& R.D. Sale
"Elements of Cartography"
John Wiley & Sons, 1978.

3. R. K. Melluish.
"Map Projection"
Mc Millan & Co. 1931.

4. U.S. Coast & Geodetic Survey.
"Tables for Polyconic Projection of Maps"
Publicación Especial No. 5, 1946.

5. Sánchez, Pedro C. y Octavio Bustamante
"Cartografía"
Sría. de Agricultura y Recursos Hidráulicos, 1964.

6. Ricardus, Peter & Ron Addler.
"Map Projections"
North Holland, 1974.

7. "Army Map Service"
Manual No. 19,
U.T.M. Grid (General Outline) 1957.

Impreso en la
Coordinación de Servicios Generales
Unidad de Difusión
1989