



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA CIVIL - ESTRUCTURAS

ATENUACIÓN DE VIBRACIONES AEROELÁSTICAS EN ESTRUCTURAS METÁLICAS LIGERAS

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
**MARIO ALBERTO CANALES ALVARADO**

TUTOR PRINCIPAL  
**ING. NEFTALÍ RODRÍGUEZ CUEVAS, INSTITUTO DE INGENIERÍA**

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR  
**DR. LUIS ESTEVA MARABOTO, INSTITUTO DE INGENIERÍA**  
**DR. GABRIEL ECHÁVEZ ALDAPE, FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DR. JAIME GARCÍA PÉREZ, INSTITUTO DE INGENIERÍA**  
**DR. MARIO GUSTAVO ORDAZ SCHROEDER, INSTITUTO DE INGENIERÍA**

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., SEPTIEMBRE 2017

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: **DR. LUIS ESTEVA MARABOTO**

Secretario: **DR. GABRIEL ECHÁVEZ ALDAPE**

Vocal: **ING. NEFTALÍ RODRÍGUEZ CUEVAS**

1<sup>er.</sup> Suplente: **DR. MARIO GUSTAVO ORDAZ SCHROEDER**

2<sup>d o.</sup> Suplente: **DR. JAIME GARCÍA PÉREZ**

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

**TUTOR DE TESIS:**

**NEFTALÍ RODRÍGUEZ CUEVAS**

---

**FIRMA**

## AGRADECIMIENTOS

A Dios por darme la vida y la oportunidad de vivir y estudiar en la UNAM.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por abrirme sus puertas en esta etapa de estudios.

Al Profesor Neftalí Rodríguez Cuevas por su enseñanza, asesoría académica, apoyo y paciencia durante el desarrollo de este trabajo.

Al comité doctoral compuesto por el Dr. Luis Esteva Maraboto, el Dr. Gabriel Echávez Aldape, el Dr. Jaime García Pérez y el Dr. Mario Gustavo Ordaz Schroeder, gracias por formar parte en el desarrollo de este trabajo al evaluar y corregir el mismo.

A mis padres Agrícola<sup>†</sup> y Eliseo<sup>†</sup> que desde el cielo me han apoyado en todo momento.

A mi esposa Ángela y a nuestras hijas María Estefanía, Ángela María, María Guadalupe<sup>†</sup>, Asunción María<sup>†</sup> y A. María<sup>†</sup>.

A mis hermanas y hermanos; Ana María, Evangelina, Sandra, Daniel, Gabriel, Eliseo<sup>†</sup>, Jesús, Jorge y Salvador.

## RESUMEN

Este trabajo, tiene la intención de validar los estudios de Doctorado, aborda el factor de amortiguamiento, como parámetro principal en la atenuación de vibraciones aeroelásticas y aerodinámicas inducidas por el viento sobre estructuras civiles. Al hacer referencia a estructuras civiles, se hace hincapié en estructuras susceptibles a la acción del viento, esto es, estructuras que pueden tener vibraciones suficientemente grandes, de modo que requieran un cuidado especial para evitarlas y que, en general son estructuras flexibles, con periodos naturales de vibración relativamente elevados.

Ante esta consideración, se ha abordado el aspecto relativo al amortiguamiento aerodinámico en secciones transversales de estructuras, que pueden presentar susceptibilidad a los diferentes fenómenos aeroelásticos provocados por el viento y que, ante ciertas condiciones, tanto estructurales como aerodinámicas, puedan provocar el colapso parcial o total de la estructura.

Este problema se aborda en primer lugar, en entender el fenómeno de amortiguamiento aerodinámico, desde la óptica del área de energías renovables y, en particular, en la energía de viento, enfocada a las aspas de los rotores de los aerogeneradores. Pero en este estudio, no solamente se considera ese planteamiento, sino que se revisa el planteamiento aerodinámico considerado en cables de sección circular, para concluir finalmente con una propuesta matricial del amortiguamiento aerodinámico, en estructuras que guardan similitud, con las aspas de los aerogeneradores.

Se parte de considerar las ecuaciones básicas que gobiernan las fuerzas aerodinámicas debidas al viento incidente sobre un rotor, para determinar las fuerzas paralelas al viento incidente en el plano perpendicular al plano de movimiento del rotor, y las que se generan en el plano del rotor debidas al movimiento inducido por el viento libre. De estas dos velocidades ortogonales se produce una velocidad resultante, que provoca una fuerza de empuje y una de sustentación sobre el aspa del rotor.

Debido a que las fuerzas en el plano del rotor y en el plano perpendicular a éste están en función de las fuerzas de arrastre y sustentación que dependen del ángulo de ataque del viento, se determinan los coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, al derivar parcialmente esa relación, respecto de las velocidades mencionadas en el párrafo anterior.

En esta propuesta, adicionalmente a las fuerzas de arrastre y sustentación, se introduce el efecto del momento de torsión, porque la distribución de fuerzas de sustentación no coinciden con el centro de la sección transversal del aspa del rotor o de la sección transversal del elemento estructural en cuestión, lo que provoca torsión de la sección transversal. Este efecto se agrega a la teoría base, en función de la velocidad angular, que depende de la frecuencia torsional y del ángulo de ataque. Se agregan a la matriz original, cinco nuevos coeficientes aerodinámicos, relacionados con la velocidad de rotación.

Los elementos de la matriz se cuantifican explícitamente, en algunas secciones transversales. Los resultados se presentan y comentan.

En la segunda y última parte de este trabajo, se estudia y propone un mecanismo para atenuar las vibraciones aeroelásticas provocadas por el viento, las que manifiestan su efecto en vibraciones de gran amplitud, que se mencionan en la literatura, acerca de los efectos del viento sobre estructuras.

El mecanismo propuesto para atenuar las vibraciones es un TMD, por sus siglas en inglés, que significa amortiguador de masa sintonizada que tiene la particularidad de generar amortiguamiento por corte del campo magnético de imanes permanentes provocado por el movimiento de la estructura que los aloja, al encontrarse frente a un elemento conductor interpuesto donde se generan corrientes de remolino, las que inducen una fuerza en el TMD, que se puede regular al ajustar la separación entre los imanes y las dimensiones de estos.

# Índice

## Resumen

<b>1</b>	<b>Introducción</b> .....	1
1.1	El fenómeno aeroelástico.....	2
1.1.1	Fenómenos aeroelásticos en la ingeniería civil.....	5
1.1.2	Control de los efectos del viento en estructuras.....	6
1.1.2.1	Control de oscilaciones en estructuras.....	6
1.1.2.2	Control de los efectos aeroelásticos.....	9
1.1.3	Tendencias de amortiguamiento.....	10
1.2	Motivación.....	12
1.3	Objetivos.....	14
1.4	Contenido.....	16
<b>2</b>	<b>Planeamiento original del problema de amortiguamiento aerodinámico</b> .....	18
2.1	Planteamiento de la matriz de amortiguamiento aerodinámico con 2 grados de libertad en aerogeneradores.....	19
<b>3</b>	<b>Planteamiento modificado del problema de amortiguamiento aerodinámico</b> .....	25
3.1	Planteamiento de la matriz de amortiguamiento aerodinámico con 3 grados de libertad en aerogeneradores.....	25
3.2	Planteamiento de la matriz de amortiguamiento aerodinámico con 3 grados de libertad en secciones estructurales.....	34
<b>4</b>	<b>Aplicación del problema de amortiguamiento aerodinámico</b> .....	37
4.1	Aplicación del desarrollo matemático propuesto para determinar la matriz de amortiguamiento aerodinámico en secciones de estructuras .....	37
4.1.1	Túnel de viento.....	37

4.1.2	Puente Cancún.....	38
4.1.2.1	Planteamiento para la obtención de los coeficientes aerodinámicos y velocidades de incidencia.....	44
4.1.2.2	Resultados del modelo del puente.....	47
4.1.3	Torre Medellín.....	51
4.1.3.1	Obtención de los coeficientes aerodinámicos y velocidades de incidencia .....	52
4.1.3.2	Resultados obtenidos en la Torre Medellín.....	62
<b>5</b>	<b>Propuesta de atenuación de vibraciones aeroelásticas inducidas por el viento.....</b>	<b>71</b>
5.1	Evaluación del modelo propuesto para la atenuación de la amplificación aeroelástica con amortiguadores de masa sintonizada.....	72
5.2	Planteamiento teórico general del comportamiento de los amortiguadores de masa sintonizada.....	75
<b>6</b>	<b>Propiedades del Amortiguador Magnético de Masa Sintonizada (TMD).....</b>	<b>85</b>
6.1	Determinación de valores de los amortiguadores de masa sintonizada para el modelo del puente.....	85
6.1.1	Determinación de los parámetros particulares del amortiguador de masa sintonizada.....	85
6.1.2	Determinación de la fuente de amortiguamiento del amortiguador de masa sintonizada.....	89
<b>7</b>	<b>Implementación experimental de los modelos de TMD magnéticos propuestos.....</b>	<b>104</b>
7.1	Modelo experimental de los TMD propuestos.....	104
7.2	Ensaye de los modelos TMD magnéticos propuestos.....	117
	<b>Conclusiones.....</b>	<b>124</b>
	<b>Recomendaciones y trabajos futuros de investigación.....</b>	<b>127</b>
<b>A</b>	<b>Simbología.....</b>	<b>128</b>

<b>B</b>	<b>Tabla con los elementos discretizados del modelo del puente “Cancún” para obtener su inercia de masa.....</b>	<b>132</b>
	<b>Referencias.....</b>	<b>134</b>

# Índice de figuras

Figura 2.1 Sección transversal de una hélice característica de un aerogenerador.

Figura 3.1 Sección transversal de una hélice característica de un aerogenerador con la adición del grado de libertad correspondiente al giro de la sección.

Figura 3.2.1 Sección transversal de una estructura tipo puente con la adición del grado de libertad correspondiente al giro de la sección.

Figura 4.1.1 Planta del actual túnel de viento del II de la UNAM en el basamento de la torre de Ingeniería.

Figura 4.1.2.1 Sección transversal de la sección del puente con sus dimensiones reales.

Figura 4.1.2.2 Vista esquemática del modelo elaborado en acrílico en el que se aprecia la restricción en el extremo para ensaye en el túnel de viento y los apoyos cilíndricos en la zona central de los extremos.

Figura 4.1.2.3 Vista esquemática de la mitad central de uno de los cuerpos de la superestructura del modelo de puente elaborado para su estudio.

Figura 4.1.2.4 Vista esquemática de la mitad externa de uno de los cuerpos de la superestructura del modelo de puente elaborado para su estudio, con dimensiones.

Figura 4.1.2.5 Detalles de la forma del parapeto con la sección aerodinámica de los elementos longitudinales.

Figura 4.1.2.6 Detalle de la sección transversal del modelo del puente.

Figura 4.1.2.7 Vistas de los elementos longitudinales y del poste vertical de los parapetos elaborados con elementos sólidos.

Figura 4.1.2.8 Detalle del modelo con los dos apoyos en primer plano y el otro al extremo opuesto.

Figura 4.1.2.2.1 Coeficientes de arrastre aerodinámico en las dos secciones de medición del modelo del puente.

Figura 4.1.2.2.2 Coeficientes de sustentación aerodinámica en las dos secciones de medición del modelo del puente.

Figura 4.1.2.2.3 Coeficientes de momento aerodinámico de torsión en las dos secciones de medición del modelo del puente.

Figura 4.1.2.2.4 Coeficientes de momento aerodinámico de torsión en las dos secciones de medición del modelo del puente.

Figura 4.1.2.2.5 Determinante de la matriz de amortiguamiento para cada ángulo de ataque del viento del modelo del puente.

Figura 4.1.3.1 Modelo elaborado en el programa de análisis SAP 2000 de la torre Medellín (Márquez, Sergio, 2006).

Figura 4.1.3.2. Puntos de medición de presión en el modelo de la torre Medellín.

Figura 4.1.3.3. Secciones transversales instrumentadas hasta donde termina la sección triangular sin aletas.

Figura 4.1.3.4. Coeficientes aerodinámicos en función del ángulo de ataque, en la sección transversal con aletas de la torre Medellín a 30 m de altura.

Figura 4.1.3.5. Coeficientes aerodinámicos en función del ángulo de ataque, en la sección transversal sin aletas de la torre Medellín a 200 m de altura.

Figura 4.1.3.6. Coeficientes aerodinámicos en función del ángulo de ataque en la sección transversal cuadrada de la antena de la torre Medellín.

Figura 4.1.3.7. Coeficientes aerodinámicos en flujo turbulento, en función del ángulo de ataque en la sección transversal con aletas, de la torre Medellín a 30 m de altura.

Figura 4.1.3.8. Coeficientes aerodinámicos en flujo turbulento, en función del ángulo de ataque, en la sección transversal sin aletas, de la torre Medellín a 200 m de altura.

Figura 4.1.3.9. Coeficientes aerodinámicos en flujo turbulento en función del ángulo de ataque, en la sección transversal cuadrada de la antena de la torre Medellín.

Figura 4.1.3.10. Derivadas parciales de los coeficientes aerodinámicos, en función del ángulo de ataque, para flujo laminar a 30 m de altura de la torre Medellín.

Figura 4.1.3.11. Derivadas parciales de los coeficientes aerodinámicos, en función del ángulo de ataque para flujo laminar a 200 m de altura de la torre Medellín.

Figura 4.1.3.12. Derivadas parciales de los coeficientes aerodinámicos, en función del ángulo de ataque, para flujo laminar en la sección transversal cuadrada de la antena de la torre Medellín.

Figura 4.1.3.13. Derivadas parciales de los coeficientes aerodinámicos en función del ángulo de ataque para flujo turbulento, a 30 m de altura de la torre Medellín.

Figura 4.1.3.14. Derivadas parciales de los coeficientes aerodinámicos, en función del ángulo de ataque para flujo turbulento a 200 m de altura de la torre Medellín.

Figura 4.1.3.15. Derivadas parciales de los coeficientes aerodinámicos, en función del ángulo de ataque para flujo turbulento, en la sección transversal cuadrada de la antena de la torre Medellín.

Figura 4.1.3.16. Coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, en función del ángulo de ataque para flujo laminar, a 30 m de altura de la torre Medellín.

Figura 4.1.3.17. Coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, en función del ángulo de ataque para flujo laminar, a 200 m de altura de la torre Medellín.

Figura 4.1.3.18. Coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, en función del ángulo de ataque, para flujo laminar en la sección transversal cuadrada de la antena de la torre Medellín.

Figura 4.1.3.19. Coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, en función del ángulo de ataque, para flujo turbulento, a 30 m de altura de la torre Medellín.

Figura 4.1.3.20. Coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, en función del ángulo de ataque, para flujo turbulento, a 200 m de altura de la torre Medellín.

Figura 4.1.3.21. Coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, en función del ángulo de ataque, para flujo turbulento en la sección transversal cuadrada de la antena de la torre Medellín.

Figura 4.1.3.22. Valores del determinante, en función del ángulo de ataque, para una velocidad en flujo laminar de 60 m/s, determinados a 30 m de altura de la Torre Medellín.

Figura 4.1.3.23. Valores del determinante de amortiguamiento, en función del ángulo de ataque, para una velocidad en flujo laminar de 60 m/s, determinados a 60 m de altura de la Torre Medellín.

Figura 4.1.3.24. Valores del determinante, en función del ángulo de ataque, para una velocidad en flujo laminar de 60 m/s, determinados a una altura de 120 m de la Torre Medellín.

Figura 4.1.3.25. Valores del determinante, en función del ángulo de ataque, para una velocidad en flujo turbulento de 60 m/s, determinados a 30 m de altura de la Torre Medellín.

Figura 4.1.3.26. Valores del determinante, en función del ángulo de ataque, para una velocidad en flujo turbulento de 60 m/s, determinados a 60 m de altura de la Torre Medellín.

Figura 4.1.3.27. Valores del determinante, en función del ángulo de ataque, para una velocidad en flujo turbulento de 60 m/s, determinados a la altura de 120 m de la Torre Medellín.

Figura 5.1.1. Acelerogramas de los canales A y B (perpendiculares al eje transversal del modelo) resultantes de la incidencia del viento con un ángulo de ataque de 0° y con velocidad de 14 m/s.

Figuras 5.1.2. Espectros de la señal de acelerómetros A y B, perpendiculares al flujo del viento, con viento a 14 m/seg y 0° de ángulo de ataque.

Figuras 5.2.1. Variación del intervalo de frecuencias optimas  $\beta^{opt}$  de los MTMD con el número de MTMD, para una relación de masas de 1 % para diferentes fracciones de amortiguamiento crítico  $\zeta_s$  de la estructura; 0%, 2%, 5% y 10% (líneas ascendentes respectivamente).

Figura 5.2.2. Variación del rango de frecuencias optimas  $\beta$  de los MTMD con el cociente de masas  $\mu$ , para una fracción de amortiguamiento crítico  $\zeta_s$  de la estructura de 5 %. 11 y 12 TMD (líneas ascendentes respectivamente).

Figura 6.1.1. Factor de amplificación dinámico-teórico para las condiciones del modelo, con los valores óptimos propuestos.

Figura 6.1.2. Posición transversal de los amortiguadores magnéticos de masa sintonizada.

Figura 6.1.3 Vista esquemática del modelo original, en el que los imanes forman parte de la masa de los 2 TMD.

Figura 6.1.4 Vista esquemática del modelo modificado, en el que las placas de cobre forman parte de la masa de los 2 TMD.

Figura 6.1.5 Vista esquemática del modelo, en el que se aprecia el espacio libre, “brecha” o distancia  $x$  entre caras de imán y placa conductora de los 2 TMD.

Figura 6.1.6. Relación teórica entre la densidad de flujo magnético  $B$  y la distancia  $x$  entre la cara del imán y la cara de la placa conductora para un solo imán.

Figura 6.1.7. Gráfica de la fracción de amortiguamiento crítico vs distancia  $x$  para el primer TMD.

Figura 6.1.8. Gráfica de la fracción de amortiguamiento crítico vs distancia  $x$  para el segundo TMD.

Figura 6.1.9. Gráfica de la fracción de amortiguamiento crítico vs distancia  $x$  para el tercer TMD.

Figura 7.1.1. a Figura 7.1.27 Preparación, modelo físico y disposición de la prueba de los TMD.

Figura 7.2.1. Vista del espectro de respuesta obtenido con el analizador de espectros *3582A Spectrum Analyser Hewlett Packard* debido a la vibración generada en la masa del TMD con la placa de cobre adherida, el cual representa al elemento inferior del par, con una frecuencia de 11.4 Hz.

Figura 7.2.2. Vista del espectro de respuesta obtenido con el analizador de espectros *3582A Spectrum Analyser Hewlett Packard*, debido a la vibración generada en la masa del TMD con la placa de cobre adherida, que representa al elemento superior del par, con una frecuencia de 11.4 Hz.

Figura 7.2.3. Vista del espectro de respuesta obtenido con el analizador de espectros *3582A Spectrum Analyser Hewlett Packard*, debido a la vibración generada en la masa del TMD con la placa de cobre adherida, que representa al elemento superior del par, con una frecuencia de 12 Hz.

Figura 7.2.4. Vista del espectro de respuesta obtenido con el analizador de espectros *3582A Spectrum Analyser Hewlett Packard*, debido a la vibración generada en la masa del TMD con la placa de cobre adherida, el cual representa al elemento inferior del par, con una frecuencia de 12 Hz.

# Índice de tablas

Tabla 4.1.2.1 Coeficientes aerodinámicos del puente

Tabla 4.1.2.2 Datos utilizados en el modelo del puente

Tabla 4.1.2.3 Derivadas parciales de los coeficientes aerodinámicos

Tabla 6.1.2.1 Pesos y dimensiones de cada uno de los 3 TMD propuestos

## Capítulo 1

# Introducción

En este trabajo de doctorado se expone el proceso que se sigue para obtener los resultados del estudio desarrollado en la búsqueda de expresiones matemáticas que reflejen el amortiguamiento aerodinámico en una sección estructural esbelta del tipo que presentan las secciones transversales de puentes, torres, chimeneas y estructuras similares.

Existen una gran cantidad de estudios sobre los efectos aeroelásticos en estructuras (p. e. Hodges, Dewey H., Pierce, 2011, Raymond L. Bisplinghoff, 1996) que abordan el tema desde diversas perspectivas, pero se aprecia que éstas propuestas resultan complejas y en la práctica es complicada su utilización, por lo que en este estudio se propone una alternativa que puede resultar más sencilla y práctica.

En el enfoque que se sigue se establece este amortiguamiento aerodinámico en función de los coeficientes aerodinámicos de la velocidad y del ángulo de ataque del viento, con respecto a una longitud característica de referencia de la estructura. Aunque este enfoque no difiere demasiado de algunas propuestas, por ejemplo la aproximación de Nikolaos (Nikolaos y Macdonald, 2010), es en el estudio de referencia en el que se diferencia del resto, no sólo por esto, sino que se proponen expresiones para el amortiguamiento generado por el giro de la sección transversal de la estructura.

Los mecanismos para atenuar las vibraciones, en general se encuentran estudiados con amplitud y existen tratados al respecto (Tomlison, 1998, Soong, 1997); lo que se plantea es algo diferente respecto a los sistemas regularmente empleados en la práctica y estudiados con cierto detalle. Se explora la utilidad del amortiguamiento magnético propio de sistemas en los que un conductor es insertado en el campo magnético de un par de imanes y es sujeto a movimiento por el sistema principal, de lo que resulta este tipo de fuerzas de amortiguamiento.

## 1.1 El fenómeno aeroelástico

Todo cuerpo sumergido en un fluido, estático o que fluye, está sometido a presiones de superficie inducidas por tal fluido. Si existe turbulencia en el fluido incidente, éste puede ser la fuente de presiones superficiales variables en el tiempo. Estos esfuerzos son causados también por fluctuaciones de flujo indicadas por el propio cuerpo.

Adicionalmente, si el cuerpo se mueve o deforma apreciablemente por las fuerzas de superficie inducidas, esos desplazamientos, que modifican la capa límite del fluido, afectarán las fuerzas del fluido, las cuales a su vez influirán en los desplazamientos. De ahí, la aeroelasticidad es la disciplina que estudia el fenómeno donde interactúan significativamente las fuerzas aerodinámicas y los movimientos estructurales de un cuerpo (Emil Simiu, Robert H Scanlan, 1996).

La aeroelasticidad se fundamenta en otras disciplinas, como la aerodinámica, la dinámica estructural y la elasticidad. Las teorías aerodinámicas definen las fuerzas que ejerce el viento sobre un obstáculo con una geometría determinada. La elasticidad estudia la forma de un determinado cuerpo elástico sometido a una carga determinada. La dinámica introduce en el análisis estructural los efectos de las fuerzas de inercia (Hodges y Alvin Pierce, 2002).

Entre estas tres disciplinas hay diversas áreas de interacción. La combinación entre la aerodinámica y la elasticidad se conoce con el nombre de aeroelasticidad estática. Si, además, intervienen las fuerzas de inercia, se tiene un problema de aeroelasticidad dinámica.

Una inestabilidad aerodinámica puede ser un fenómeno que ocurra únicamente en el fluido, como cuando una serie de vórtices o una estela divergente rápida se desprenden de un cuerpo fijo. Pero si el cuerpo en un flujo de fluido se flexiona debido a alguna fuerza y ese desplazamiento inicial da lugar a desplazamientos sucesivos de carácter oscilatorio y/o divergente, entonces se trata de una inestabilidad aeroelástica. Una inestabilidad aerodinámica pura, como el

desprendimiento de vórtices, puede ocasionar desplazamientos estructurales también, y da lugar a un fenómeno que tiene carácter aeroelástico. De hecho, todas las inestabilidades aeroelásticas involucran fuerzas aerodinámicas que actúan sobre el cuerpo como consecuencia de su movimiento. Tales fuerzas se denominan autoexcitadas (Emil Simiu y Robert H Scanlan, 1996).

Según sean las condiciones del viento (velocidad, uniformidad, carácter estacionario o no estacionario), de la geometría y propiedades estructurales del obstáculo, se producirá un fenómeno aeroelástico determinado. Los diferentes fenómenos que pueden producirse son (Simiu y Scanlan, 1996):

Desprendimiento de vórtices: bajo ciertas condiciones, un cuerpo fijo de perfil no aerodinámico (cuerpo agudo) situado en una corriente, desprende torbellinos o vórtices alternados, cuya frecuencia depende de la geometría del cuerpo y de las condiciones del flujo (principalmente velocidad y viscosidad). Si el cuerpo se desplaza o se deforma, modifica las condiciones del flujo, dando lugar a un fenómeno aeroelástico.

Galopeo transversal: Es una inestabilidad típica de estructuras esbeltas de sección rectangular. Si la estructura oscila en la dirección transversal al flujo, las fuerzas aerodinámicas tienden a reforzar las oscilaciones (Dyrbye y Hansen, 1997), que pueden alcanzar una amplitud de una a más de diez veces la dimensión transversal de la estructura. Las frecuencias de oscilación son mucho más bajas que las que resultan del desprendimiento de vórtices, por lo que se suele admitir que el movimiento es lo suficientemente lento como para considerar el problema cuasi estacionario.

Galopeo inducido por estela: puede darse al incidir una corriente sobre dos cilindros, uno situado corriente abajo del otro. Bajo ciertas condiciones, el cilindro situado corriente abajo puede sufrir oscilaciones de galopeo, inducidas por la estela turbulenta del primero. Este fenómeno puede ocurrir cuando las frecuencias de respuesta del cilindro situado corriente abajo son bajas comparadas con sus frecuencias de desprendimiento de vórtices y con las del cilindro situado corriente arriba.

Divergencia aeroelástica o torsional: Este fenómeno puede producirse en perfiles como alas de avión o tableros de puentes con poca rigidez a torsión. El viento incidente da lugar a un momento en el perfil, que introduce una torsión en el mismo, e incrementa el ángulo efectivo de ataque del viento. Éste incremento del ángulo dará lugar a un aumento del momento, que demandará un momento resistente adicional de la estructura. Finalmente, se alcanza una velocidad de viento para la cual el momento inducido por la corriente es mayor que el momento resistente, produciéndose el aumento sin límite de la deformación del cuerpo y el colapso estructural. Se trata de un fenómeno análogo al de pandeo de una columna. Así como el pandeo ocurre cuando se alcanza una carga determinada (carga crítica), la divergencia torsional ocurre a una velocidad de viento crítica. Los efectos de las fuerzas de inercia son despreciables en este fenómeno, por lo que puede considerarse un problema cuasi estático.

Aleteo: Este fenómeno puede tener lugar cuando la corriente de aire incide sobre un sistema que ya oscilaba inicialmente. Las oscilaciones del sistema pueden ser amortiguadas o crecer indefinidamente, según sea que la corriente disipe o aporte energía al mismo. Si el sistema presenta amortiguamiento mecánico, la oscilación divergiría; si la energía aportada por el viento fuese mayor que la disipada mecánicamente. La condición de flujo para la cual los desplazamientos del sistema no decaen ni divergen, se llama condición crítica de flameo. Este fenómeno puede presentar diferentes características, pudiéndose hablar de diferentes tipos de aleteo. En un fenómeno de aleteo clásico, dos modos de vibración, habitualmente de rotación y traslación vertical, se acoplan en una oscilación inestable. La divergencia de un sólo modo de vibración, se conoce como aleteo de un sólo grado de libertad. En estructuras de perfil no aerodinámico, este tipo de aleteo suele tener lugar según un modo de vibración a torsión. La oscilación inestable de un solo grado de libertad de un perfil aerodinámico conducida por las características no lineales de la sustentación aerodinámica cerca de las condiciones de pérdida, se conoce como flameo de entrada en pérdida.

Bataneo: El bataneo se define como el fenómeno producido por una carga no estacionaria sobre una estructura debida a las fluctuaciones de la velocidad del flujo incidente. Estas fluctuaciones pueden deberse a la turbulencia del viento

incidente o a las turbulencias desprendidas en la estela de un cuerpo situado corriente arriba. Este último caso se conoce como bataneo de estela.

### **1.1.1 Los fenómenos aeroelásticos en la ingeniería civil**

Los fenómenos aeroelásticos se pueden dar en aquellas estructuras que se deforman y oscilan significativamente bajo la acción del viento. Son, por tanto, las estructuras más esbeltas (y, por tanto, más flexibles), como torres, chimeneas, o puentes, las que pueden ser más susceptibles a estos fenómenos.

Las estructuras verticales esbeltas, como torres o chimeneas, además de sufrir los efectos de la turbulencia del viento (bateo), suelen presentar desprendimiento de vórtices, que en ocasiones provoca oscilaciones de gran amplitud en sentido transversal al viento. Estos problemas se dan de manera especial en chimeneas no excesivamente altas (30-40 m) de poco peso, con amortiguamiento estructural reducido, como es el caso de las chimeneas de acero (Simiu y Scanlan, 1996).

Son los puentes de grandes claros (varios centenares de metros), los que pueden sufrir algunos fenómenos de tipo aeroelástico, ya que un aumento del claro se traduce en una disminución de las rigideces, tanto a flexión como a torsión.

La divergencia torsional sólo puede darse en puentes con una rigidez a torsión muy baja. En la práctica, para puentes normales, la velocidad de divergencia es muy alta, mucho mayor que las velocidades de cálculo habituales, que no suelen pasar los 40 m/s. Por tanto, es un problema que no suele darse en la ingeniería civil. Tampoco se han dado en puentes casos de grandes oscilaciones en sentido transversal al viento debidas al galopeo.

Las oscilaciones inducidas por desprendimiento de vórtices son más frecuentes en puentes con secciones no aerodinámicas, como los cajones cerrados o las secciones en H. En ocasiones, velocidades de viento menores de 20 m/s han producido oscilaciones verticales de hasta 50 cm. En secciones de viga triangular no se forman grandes vórtices, con lo que las oscilaciones de este tipo son muy débiles (Simiu y Scanlan, 1996). La velocidad de aleteo depende de la geometría del tablero. Favorecen la inestabilidad secciones no aerodinámicas, como las que tienen forma de H o los cajones cerrados. Por otra parte, la rigidez a torsión favorece la

estabilidad. En este sentido, las secciones en H resultan ser también las más desfavorables.

Estas características condicionan la velocidad crítica de aleteo, que es aquella por encima de la cual se produce la inestabilidad aeroelástica. Las velocidades críticas de aleteo en puentes de grandes claros están entre 40 y 60 m/s, según sea el claro y la sección transversal. Los puentes se proyectan de manera que la velocidad crítica de aleteo resulte ser un 20 o 30% mayor que la velocidad de cálculo del viento, que es aquella que se da una vez cada cien años (que es la vida útil del puente) en una ráfaga de unos segundos de duración (G. Forastero, 2003).

## **1.1.2 Control de los efectos del viento en estructuras**

Como se ha mencionado, el viento produce en las estructuras oscilaciones que, en estructuras más esbeltas, pueden alcanzar amplitudes significativas. Estas oscilaciones afectan directamente a factores esenciales en una estructura, como la funcionalidad, la comodidad del usuario, etc. En ocasiones, alguno de estos efectos aeroelásticos puede producir el colapso estructural. Un ejemplo de ello es el del flameo en puentes, como ocurrió en el puente de Tacoma, en 1940.

Para reducir esas oscilaciones y evitar que se produzca la inestabilidad aeroelástica, pueden emplearse los diversos métodos de control de vibraciones. En primer lugar, vamos a describir brevemente esos métodos. Después veremos cómo se aplican, en concreto, para controlar los efectos del viento.

### **1.1.2.1 Control de oscilaciones en estructuras**

Las vibraciones en las estructuras pueden tener su origen en el tráfico de vehículos o de peatones, en la maquinaria, en las fuerzas del viento, en los sismos, etc.

Una primera manera de evitar o reducir las oscilaciones en una estructura consiste en eliminar o atenuar las causas que las producen. Como ejemplo se tienen los métodos de aislamiento sísmico, con los cuales la estructura se desacopla parcialmente del movimiento del terreno al usar apoyos flexibles, en lugar de cimentaciones tradicionales. En los puentes, como se ha visto anteriormente, un diseño adecuado de la sección del tablero disminuirá las fuerzas aerodinámicas. En

chimeneas o torres se pueden modificar sus características aerodinámicas, al colocar en su superficie unos dispositivos que evitan el desprendimiento de vórtices, que produce oscilaciones transversales.

Cuando no se puede actuar sobre las causas que producen las oscilaciones se recurre a otros métodos.

La energía de excitación de una estructura puede ser absorbida y disipada en dispositivos ajenos a la estructura (disipadores de energía) o puede ser “desviada”, para producir vibraciones que no afectan a la estructura.

Los disipadores de energía se conectan a la estructura de manera que cuando ésta vibra se generan deformaciones en estos, y así se disipa la energía. Como no tienen que resistir el peso de la construcción, suelen ser dispositivos relativamente sencillos y económicos. Los principales mecanismos propuestos se basan en la plastificación o extrusión de metales dúctiles, deformación de materiales viscoelásticos, deslizamiento en superficies de fricción y flujo de fluidos viscosos. La mayor parte de estos dispositivos pueden ser combinados en serie y en paralelo. Estos dispositivos se pueden aplicar en edificios, chimeneas esbeltas, presas, etc. En algunos edificios se colocan amortiguadores de fricción en las uniones entre las columnas y las vigas, para disipar energía cuando se produce un desplazamiento relativo entre ambos. En algunos puentes peatonales, la energía de excitación se absorbe por dispositivos de ese tipo, situados en los apoyos. También se puede colocar sobre el tablero una capa de asfalto altamente viscosa para amortiguar las vibraciones producidas por el tráfico peatonal.

Los amortiguadores de masa modifican las oscilaciones de una estructura por medio de fuerzas de inercia; es decir, en vez de disipar la energía, la redistribuyen, para que afecte a modos de vibración que no dañen la estructura principal.

Un amortiguador de masa sintonizada (TMD) es un sistema secundario resorte-amortiguador-masa cuya frecuencia natural es muy próxima a la frecuencia natural de la estructura. De esta forma, gran parte de la energía de la excitación se emplea en acelerar la masa secundaria y se reduce la oscilación de la estructura principal. Los amortiguadores de masa sintonizada se utilizan sobre todo para reducir las

oscilaciones horizontales de construcciones esbeltas (edificios altos, torres de comunicación, torres y tableros de puentes colgantes, etc.) aunque también se han utilizado para reducir las oscilaciones verticales en tableros de puentes sometidos a la acción del viento.

Al usar amortiguadores líquidos sintonizados (TLD) la masa se sustituye por un fluido (agua, fluido con propiedades magnéticas, soluciones coloidales, barro pesado, etc.) cuyas oscilaciones (oleaje) producen el efecto de amortiguamiento deseado (Car y López Almansa, 2000).

Cuando cualquiera de estos mecanismos que disipan la energía o reducen las oscilaciones de la estructura mediante fuerzas de inercia, son mecanismos inertes, (es decir, no están alimentados por ninguna fuente de energía y, por tanto, su comportamiento no puede ser modificado en tiempo real), se trata de un dispositivo de control pasivo. Por tanto, no se pueden adaptar a las características inesperadas de la excitación. Sin embargo, si se conocen los principales parámetros de las cargas dinámicas, estos sistemas son altamente eficaces.

El funcionamiento de los dispositivos de control activo es parecido al de los pasivos, con la diferencia de que en vez de dispositivos inertes se colocan mecanismos actuadores alimentados por fuentes de energía que son capaces de “empujar” a la estructura para contrarrestar el efecto de la excitación. Además, su comportamiento se puede controlar, en función de la situación de la estructura, que es conocida gracias a un controlador.

Los sistemas semi-activos se distinguen de los activos en que los actuadores reciben sólo un pequeño aporte de energía, por lo que no son capaces de mover la estructura, sino sólo de frenarla. En definitiva, pueden “absorber” energía del sistema, pero no pueden proporcionársela. Los sistemas híbridos consisten en una combinación de un sistema activo (o semi-activo) y uno pasivo. El pasivo puede producir la mayor magnitud de reducción mientras que el activo puede proporcionar el ajuste complementario.

### 1.1.2.2 Control de los efectos aeroelásticos

Para reducir o eliminar los efectos aeroelásticos en estructuras esbeltas se utilizan o pueden utilizarse prácticamente todos los dispositivos que se acaban de mencionar.

En torres y chimeneas, las oscilaciones producidas por la turbulencia de la corriente y el desprendimiento de vórtices pueden atenuarse mediante dispositivos de absorción de vibraciones. En chimeneas, que pueden presentar oscilaciones mayores debidas al desprendimiento de vórtices, también se pueden emplear medidas de tipo aerodinámico. Así sucede con el dispositivo estabilizador helicoidal de Scruton, que consiste en tres bandas metálicas de anchura diez veces menor que el diámetro de la chimenea, colocadas en la superficie exterior del tercio superior en forma de hélice (Varios, 2002).

En pilas de puentes se puede plantear (al igual que con las torres o chimeneas) un dispositivo TMD adecuado. Suele utilizarse un péndulo suspendido en forma de dos resortes de torsión colocados uno detrás del otro. El amortiguamiento se suele completar con pistones hidráulicos.

En los tableros de puentes los dispositivos TMD pueden usarse también para absorber las vibraciones provocadas por turbulencias.

En cuanto al desprendimiento de vórtices, una sección transversal adecuada puede atenuar las oscilaciones debidas a este fenómeno. Se mencionó en el título anterior como la sección de vigas trianguladas dificulta la formación de vórtices. El mismo efecto favorable producen las carenas (cuerpo de forma triangular), colocadas en ambos bordes del tablero.

Para evitar que se produzca el aleteo hay que recurrir, en primer lugar, a los métodos aerodinámicos. En primer lugar, es necesario elegir una sección del tablero adecuada. Hemos visto cómo las secciones en viga triangulada y algunos cajones cerrados son una buena solución. También se ha comprobado que el comportamiento aerodinámico del puente mejora cuando el tablero se divide en dos partes, unidas rígidamente entre sí a lo largo de todo el claro del puente.

Otra manera de mejorar la estabilidad aeroelástica es aumentar la rigidez a torsión del puente. Los tableros en viga triangulada son más rígidos a torsión que los de cajón cerrado. Otra forma es aumentar la rigidez del sistema de suspensión. La rigidez de toda la estructura depende en buena parte de la rigidez que proporcionan los cables que sostienen el puente.

Una tercera posibilidad consiste en aumentar el amortiguamiento con mecanismos de control pasivos o activos. De entre todos éstos, son los amortiguadores de masas sintonizadas (TMDs) los más estudiados. Aunque no se han empleado en la práctica con este fin, numerosos estudios han demostrado su eficacia en el control del aleteo en puentes.

Otros sistemas de amortiguamiento utilizados para contrarrestar los efectos del viento son los que se mencionaron anteriormente y que pueden ser utilizados eficazmente para contrarrestar los efectos aeroelásticos inducidos por el viento, a saber: amortiguadores líquidos sintonizados (TLD) en sus dos variantes amortiguador de columna líquida sintonizada (TLCD “Tuned Liquid Column Damper”) y amortiguador de agua agitada sintonizada (TSWD “Tuned Sloshing Water Damper”), sistemas de amortiguamiento viscoso y viscoelástico, así como amortiguadores de masa activa (AMD).

### **1.1.3 Tendencias de amortiguamiento**

Se han revisado algunas publicaciones recientes, particulares, acerca del tratamiento del amortiguamiento de vibraciones en estructuras.

Se comentó en el planteamiento inicial del tema doctoral, que las partículas que se encuentran suspendidas en el aire, al involucrarse dentro de los diferentes fenómenos aerodinámicos que propician los fenómenos aeroelásticos, se desarrollan procesos de disipación de energía cinética. Este aspecto es externo a la estructura en sí y depende de fenómenos físicos que se desarrollan en el fluido; por supuesto el comportamiento de estas partículas suspendidas en el aire y con movimiento no limitado, dependen de la forma de la estructura contra la que inciden, aunque el estudio acerca de la forma cuantitativa y cualitativa en que interactúan con la superficie externa de la estructura. De ahí la disipación de

movimiento a través de su impacto y fricción con esa superficie, merece un estudio que en parte se ha desarrollado en publicaciones llevadas a cabo en institutos que tienen secciones especializadas en el estudio de partículas suspendidas libres, como se puede observar en una de las publicaciones del AIChE (Shihai Feng, James R. Abbott, y otros, 2001).

La profundización en el conocimiento acerca de la forma cuantitativa en que una estructura civil es impactada por este grado de disipación, se pretende presentar en posteriores informes. Su conocimiento numérico permitirá determinar cómo contribuye aportando o disipando energía de la estructura, y en qué medida hace favorable el amortiguamiento aerodinámico.

No solamente las partículas suspendidas son capaces de disipar energía externamente en forma natural, sino que el mismo viento, a través de la fricción con la superficie y la forma de esta fricción, en la que interviene el grado de velocidad del viento y la turbulencia, en si el movimiento del fluido es dominado por fuerzas inerciales o viscosas que dependan del número de Reynolds, aportan o disipan energía sobre la estructura. El conocimiento de este comportamiento también permitirá comprender el grado de amortiguamiento aerodinámico aportado por el fluido en sí.

En la actualidad se sabe que a cierta velocidad o velocidad crítica empiezan problemas de inestabilidad aeroelástica debido a que el amortiguamiento aerodinámico es mayor que el mecánico o estructural, pero lo que sucede en las etapas previas en cuanto al amortiguamiento o la energía que aporta aerodinámicamente el viento, no es muy preciso.

Se revisó la forma en que se puede disipar energía a través de mecanismos adicionales sobre un elemento en movimiento o vibración, mecanismos consistentes en elementos huecos, generalmente de forma rectangular que alojan partículas en su interior y que al chocar entre sí y contra las paredes que las contiene disipan la energía o la vibración del elemento principal al que se adhiere este mecanismo.

Así se ha desarrollado, incluso, una metodología para el amortiguamiento de partículas encerradas que consideran el tamaño y la cantidad de partículas (Bryce L. Fowler, Eric M. Flint, Steven E. Olson, 2001).

Desafortunadamente este efecto disipador de las partículas encerradas tiene su mayor efecto en frecuencias elevadas en relación a las que se manejan en forma ordinaria en estructuras civiles. Aun así se puede implementar un mecanismo dentro de las estructuras sujetas a la acción del viento, de tal forma que se desarrolle este mecanismo propiciándole un funcionamiento al orden de frecuencias que resulta más efectivo. No se tiene suficiente información al respecto y su enfoque a estructuras civiles en funcionamiento es limitado, por no mencionar que inexistente.

Otro aspecto que había sido señalado en el planteamiento del proyecto de investigación doctoral es el referente a considerar el grado de amplificación aeroelástica que le es propia a cada estructura de acuerdo con el estudio efectuado en un trabajo de validación del método de modelo aerodinámico (D.W. Boggs, 1992). A este respecto, con apoyo en el número de Scruton y en el producto del amortiguamiento y el peso específico del modelo y al tomar en consideración diversos intervalos de velocidad reducida, se puede determinar si la amplificación aeroelástica que experimenta un modelo es razonable o no. Este aspecto se aplica en forma particular en un modelo desarrollado en el Laboratorio de túnel de viento y que se muestra posteriormente en este informe.

## **1.2 Motivación**

El presente estudio de doctorado encuentra su razón de ser en la comprensión de los fenómenos de amortiguamiento aerodinámico provocados por el viento sobre las estructuras susceptibles a sus efectos, y que se ha establecido, en el resumen de este estudio, que en esta categoría se encuentran estructuras que no son demasiado robustas o cuya flexibilidad es considerable de manera que puedan vibrar por la acción del viento.

El establecimiento de expresiones que definan en forma relativamente sencilla el amortiguamiento aerodinámico que se genera en secciones transversales de estructuras flexibles y susceptibles al viento, y que contrarrestan el efecto vibratorio del mismo con sistemas mecánicos adicionales o cambios de forma de la sección o implementos adicionales en la periferia de las mismas, motiva el emprender el entendimiento y búsqueda del fenómeno aerodinámico involucrado en la aparición del amortiguamiento aerodinámico.

La búsqueda de expresiones matemáticas para entender la evolución del amortiguamiento en una estructura en función de los diferentes parámetros involucrados en el fenómeno, se convierte en una referencia para este estudio.

En la actualidad existen muchos mecanismos para disipar la energía del sistema estructural principal y se siguen explorando nuevas posibilidades de disipación de energía cinética introducida en dichos sistemas. El explorar y experimentar en este campo resulta valioso, porque se tiene la posibilidad de desarrollar nuevos prototipos que contribuyan a atenuar las vibraciones aeroelásticas producidas por el viento.

El poco estudio dedicado en México a la generación de mecanismos propios para amortiguar las vibraciones en general y aeroelásticas en particular, motiva este estudio de doctorado, así como encontrar la factibilidad de establecer un sistema de amortiguamiento sencillo sin demasiado gasto y con la eficiencia adecuada.

Por otra parte, la inclusión o exploración del efecto del viento sobre la torsión o giro de la sección transversal de una sección estructural, es motivo de inquietud en aquellas en las que se revisa una sección estructural transversal semi aerodinámica y aún aerodinámica, ya que no se ha estudiado lo necesario al respecto, o cómo incluirlo en los análisis y diseños estructurales; existen incertidumbres respecto a su contribución.

## 1.3 Objetivos

Ante el panorama planteado en el resumen y expuesto en las motivaciones, se plantan los objetivos de este trabajo de investigación con el fin de desarrollar el tema de Doctorado. Al iniciar este estudio se tiene en mente la búsqueda de alternativas para cuantificar el amortiguamiento aerodinámico presente en todas las estructuras al ser excitadas por el viento, ya sea en mayor o menor medida, según sea el sitio en el que se encuentre la estructura y el grado de exposición de ésta.

En forma amplia los objetivos que se tienen al iniciar este trabajo de investigación es encontrar alternativas para atenuar las vibraciones aeroelásticas provocadas por el viento en estructuras susceptibles a sus efectos, y que en la medida de lo posible sirvan como base para ser usadas como opción para ser implementada en la práctica en estructuras que son susceptibles a vibraciones peligrosas. Además, un objetivo general de este estudio y propuesta es que sea un antecedente utilizado para futuros estudios sobre amortiguamiento estructural y aerodinámico con las bases presentadas.

En forma particular los objetivos que se tienen al desarrollar este estudio de Doctorado y que tomaran forma a lo largo del trabajo, son los siguientes.

- El establecimiento en condiciones cuasi estáticas de expresiones que definan los coeficientes de amortiguamiento aerodinámico en estructuras civiles con sección transversal semi aerodinámica y no aerodinámica.
- Evaluar estos coeficientes de amortiguamiento aerodinámico en función de los parámetros principales que intervienen en la energía cinética que contiene el aire que incide sobre secciones transversales de estructuras con diferente forma.
- Proponer expresiones que en forma relativamente sencilla puedan ser utilizadas para cuantificar el amortiguamiento aerodinámico que se genera

por la excentricidad de la resultante de las fuerzas de sustentación en las secciones transversales de estructuras que se encuentran bajo la acción del viento. Al hablar de amortiguamiento aerodinámico en este punto se hace referencia a los coeficientes de amortiguamiento aerodinámico que se denominan “de torsión”, debido a que esa excentricidad en la resultante de las fuerzas de sustentación y aún en las de empuje, en general no coinciden con el centro de rigidez a torsión o centro elástico de la sección, sino que en general se encuentran con excentricidad.

- Revisar la forma en que, o establecer la forma en que ese efecto del giro de la sección transversal por esa excentricidad influye sobre el amortiguamiento en los otros dos grados de libertad ordinariamente considerados, a saber, el de empuje y el de sustentación.
- Identificar en qué forma el número de Scruton influye sobre estas estructuras y qué efecto tiene sobre el amortiguamiento aerodinámico. En qué intervalo del número de Scruton las estructuras estudiadas pueden ser perjudicadas.
- Proponer un sistema de amortiguamiento que pueda ser empleado sin algún sistema de alimentación energética adicional y que por lo tanto sea fácil de operar durante la vida útil del sistema principal al que se incorpore. Este sistema de amortiguamiento se pretende que sea el amortiguamiento que necesita el amortiguador de masa sintonizada que se pretende desarrollar y elaborar en este estudio.
- Verificar experimentalmente las características del amortiguamiento que se pretende desarrollar en este estudio.

## 1.4 Contenido

En el capítulo 1 se establecen en forma general los antecedentes sobre los fenómenos aeroelásticos que pueden presentarse sobre las estructuras y algunos de los mecanismos existentes para disminuir las vibraciones que puedan ser generadas por estos fenómenos. Pero también se hace una breve referencia a la contención de vibraciones en estructuras excitadas en general, no solamente por el viento, sino por otros efectos, sobre todo sísmicos.

En el capítulo 2 se revisa el planteamiento teórico original con dos grados de libertad (DGL), estudio que sirve de referencia y base de parte de la propuesta de este trabajo doctoral. En este capítulo 2 se presentan los principios que sustentan el planteamiento inicial del problema de amortiguamiento aerodinámico desde la perspectiva considerada en las aspas de aerogeneradores.

En el capítulo 3 se expone el planteamiento para expandir la matriz de amortiguamiento aerodinámico original con una matriz de  $2 \times 2$  a una de  $3 \times 3$  coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, en el que se incluye el efecto producido por la inclusión del amortiguamiento rotacional de la sección transversal.

En el capítulo 4 se presenta el resultado de la aplicación de la propuesta de amortiguamiento aerodinámico teórica establecida en el capítulo 3 para lo cual se recaba la información necesaria de acuerdo a las variables establecidas para determinar los coeficientes de amortiguamiento aerodinámico de la matriz de  $3 \times 3$  elementos. Esta información se desarrolla y se presenta para dos ejemplos particulares de estructuras, del tipo puente y torre observatorio.

En el capítulo 5 se aborda el funcionamiento general de los TMD y su funcionamiento óptimo al ser implementados en las estructuras, así como influye la cantidad de TMDs en la respuesta estructural.

En el capítulo 6 se establecen las características teóricas de un TMD magnético propuesto, así como numéricas de un tipo particular de TMD que, a nivel

internacional, tiene la particularidad de ser poco utilizado y estudiado; posee una fuente de amortiguamiento de tipo magnético permanente que no requiere una continua fuente de energía. Aquí se obtienen valores teóricos del amortiguamiento de estos TMD respecto a su variación respecto a la relación de distancia imán - elemento conductor, y se subdividen estos TMD en dos condiciones respecto a la manera en que se genera esta fuerza de amortiguamiento magnético.

En el último capítulo, capítulo 7, se procede a la experimentación de los modelos de TMD propuestos en dos configuraciones; propuestas que varían en cuanto a la configuración geométrica con la cual se genera el amortiguamiento magnético debido a la “corriente de remolino” involucrada; también se verifica experimentalmente la validez de la propuesta teórica de los capítulos 5 y 6 de este trabajo.

## Capítulo 2

# Planteamiento original del problema de amortiguamiento aerodinámico

En el área de energía eólica enfocada a la generación de electricidad a través de turbinas de viento, se ha desarrollado un extensivo estudio acerca del comportamiento de las aspas de las hélices y de todos los componentes de los aerogeneradores, que involucran prácticamente todas las variables que aparecen comúnmente en la ingeniería eólica enfocada a estructuras civiles.

De ahí que se decidiera revisar la información que procede de esa área energética, y se confirmó que existe gran cantidad de información aplicable en el área estructural.

De hecho, una sección de aspa bien puede equipararse por ejemplo a una sección de puente, por supuesto sin el diseño aerodinámico sofisticado que permite la primera, aunque las condiciones de flujo resultan similares y las variables que intervienen pueden orientarse con relativa facilidad hacia un enfoque estructural.

Así, al revisar esa bibliografía se encontró una referencia respecto al tratamiento o planteamiento que se hace con respecto a las cargas dinámicas y las vibraciones inducidas en condiciones de desprendimiento de la capa límite o pérdida de adherencia del fluido sobre la superficie del aspa de la hélice (Jorgen Thirstrup Petersen, Helge Aagaard Madsen, y otros, 1998).

Revisiones posteriores del mismo laboratorio (RISØ) que tiene una gran riqueza en cuanto a estudios de incidencia del viento sobre aspas de hélices de aerogeneradores de viento, se encontró que tienen estudios donde tratan la atenuación o amortiguamiento.

En una primera etapa, se muestra el planteamiento que se hace para generar la matriz de coeficientes de amortiguamiento aerodinámico que no aparece en las fuentes bibliográficas enfocadas a estructuras civiles sometidas a viento u otra sollicitación similar, por eso es importante destacar este planteamiento. En dicha publicación se presenta el planteamiento en condiciones de análisis cuasi estáticas, en las que sólo se consideran dos grados de libertad, comúnmente utilizados en la ingeniería eólica; el de arrastre (D) y el de sustentación (L).

Una vez que se presente el planteamiento con dos grados de libertad, éste se ampliará con la inclusión del tercer grado de libertad en uso en la ingeniería eólica; el correspondiente al giro o rotación, para completar la participación de los tres posibles coeficientes de amortiguamiento aerodinámico.

## **2.1 Planteamiento de la matriz de amortiguamiento aerodinámico con dos grados de libertad en aerogeneradores**

Se establecen las condiciones aerodinámicas a partir de las cuales se determina el estado del amortiguamiento aerodinámico en dos direcciones ortogonales, así como la correlación que existe entre éstos y las direcciones de empuje y sustentación y sus respectivos coeficientes aerodinámicos.

Las variables que se ven involucradas en esta deducción se muestran gráficamente en la figura 2.1 que representa una sección de hélice de un aerogenerador.

En la figura 2.1 y en el desarrollo matemático que sigue aparecen los siguientes símbolos y variables con sus respectivos significados:

- $\Omega$  Velocidad angular del rotor
- $r$  Posición radial de la sección transversal del aspa en consideración
- $V$  Velocidad de viento, sentida por el aspa en la dirección, y de acuerdo a la figura 2.1

$W$  Velocidad de viento resultante

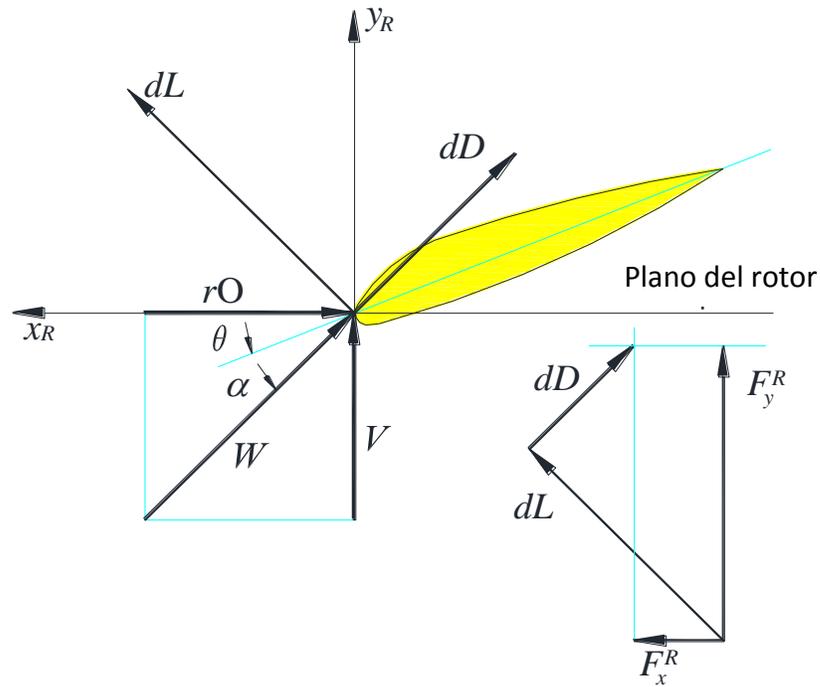


Figura 2.1 Sección transversal de una hélice característica de un aerogenerador

- $\theta$  Ángulo entre la cuerda y el plano del rotor
- $\alpha$  Ángulo de ataque
- $dL$  Fuerza de sustentación por longitud unitaria de aspa
- $dD$  Fuerza de arrastre por longitud unitaria de aspa
- $F_x^R$  Fuerza resultante por longitud unitaria en la dirección  $x_R$  (aproximadamente la dirección frontal)
- $F_y^R$  Fuerza resultante por longitud unitaria en la dirección  $y_R$  (aproximadamente la dirección perpendicular a la frontal)

La fuerza de sustentación por unidad de longitud de aspa se evalúa con la siguiente expresión.

$$dL = dL(r, \alpha) = \frac{1}{2} \rho c(r) W^2(r) C_L(r, \alpha) \quad (1)$$

Y, la fuerza de arrastre, como:

$$dD = dD(r, \alpha) = \frac{1}{2} \rho c(r) W^2(r) C_D(r, \alpha) \quad (2)$$

El significado de los últimos símbolos complementarios a los presentados inicialmente, es el siguiente:

- $\rho$  Densidad del aire
- $c(r)$  Longitud de cuerda de la sección transversal del aspa en el radio  $r$  respecto a su apoyo
- $C_L(r, \alpha)$  Coeficiente de sustentación en el radio  $r$ , el cual adicionalmente es función del ángulo de ataque  $\alpha$
- $C_D(r, \alpha)$  Coeficiente de arrastre en el radio  $r$ , el cual, adicionalmente, es función del ángulo de ataque  $\alpha$

La velocidad de viento resultante,  $W$ , es obtenida de:

$$W = \sqrt{V^2 + r^2 \Omega^2} \quad (3)$$

La proyección de las fuerzas de arrastre y sustentación en el sistema coordenado del rotor  $(x_R, y_R)$ , da el vector de fuerzas resultantes en coordenadas  $R$ .

$$\begin{Bmatrix} F_x^R \\ F_y^R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sen} \gamma & -\text{cos} \gamma \\ \text{cos} \gamma & \text{sen} \gamma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dL \\ dD \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Donde el ángulo de transformación,  $\gamma$ , y las relaciones trigonométricas son derivadas de la figura inicial.

$$\gamma = \theta + \alpha, \quad \text{cos} \gamma = \frac{r\Omega}{W}, \quad \text{sen} \gamma = \frac{V}{W} \quad (5)$$

En forma concentrada la ecuación (3) se puede escribir:

$$\{F^R\} = [T_{LR}] \{F^L\} \quad (6)$$

Las componentes de este vector de fuerzas se linearizan al expandir cada componente en una serie de Taylor, en un punto de operación correspondiente a  $V = V_0$  y  $r\Omega = r\Omega_0$ . La linearización se obtiene por truncación de las series, así que solamente los términos de primer orden se mantienen en las series.

La expansión resulta en la componente en  $x_R$ :

$$F_x^R(\Delta V, \Delta(r\Omega)) \cong F_x^R(V_0, r\Omega_0) + \frac{\partial F_x^R(V_0, r\Omega_0)}{\partial V} \Delta V + \frac{\partial F_x^R(V_0, r\Omega_0)}{\partial(r\Omega)} \Delta(r\Omega) \quad (7)$$

Y la componente en  $y_R$ :

$$F_y^R(\Delta V, \Delta(r\Omega)) \cong F_y^R(V_0, r\Omega_0) + \frac{\partial F_y^R(V_0, r\Omega_0)}{\partial V} \Delta V + \frac{\partial F_y^R(V_0, r\Omega_0)}{\partial(r\Omega)} \Delta(r\Omega) \quad (8)$$

Esas ecuaciones expresan la fuerza como función del incremento de la velocidad del viento libre incidente,  $\Delta V$ , y la velocidad originada en la rotación,  $\Delta(r\Omega)$ , respectivamente, siendo ambas modificadas por el movimiento del aspa debido a la deformación elástica.

Se agrupan las dos últimas ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} F_x^R \\ F_y^R \end{Bmatrix} \cong \begin{Bmatrix} F_{x_0}^R \\ F_{y_0}^R \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial F_x^R}{\partial(r\Omega)} & \frac{\partial F_x^R}{\partial V} \\ \frac{\partial F_y^R}{\partial(r\Omega)} & \frac{\partial F_y^R}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta(r\Omega) \\ \Delta V \end{Bmatrix} \quad (9)$$

De acuerdo con la convención definida en la primera figura, los incrementos en velocidades como se observa en el aspa (debido al movimiento de la sección de aspa relativo al flujo de campo instantáneo) corresponde a:

$$\Delta(r\Omega) = \dot{x}_R = \frac{dx_R}{dt} \quad (10)$$

para la dirección  $x_R$ , y

$$\Delta V = -\dot{y}_R = \frac{dy_R}{dt} \quad (11)$$

para la dirección  $y_R$ , respectivamente.

Esto resulta en la ecuación matricial, que expresa las fuerzas aerodinámicas linealizadas resultantes del movimiento del aspa por si misma:

$$\begin{Bmatrix} F_x^R \\ F_y^R \end{Bmatrix} \cong \begin{Bmatrix} F_{x0}^R \\ F_{y0}^R \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{\partial F_x^R}{\partial(r\Omega)} & \frac{\partial F_x^R}{\partial V} \\ -\frac{\partial F_y^R}{\partial(r\Omega)} & \frac{\partial F_y^R}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_R \\ \dot{y}_R \end{Bmatrix} \quad (12)$$

de donde se deduce la matriz de amortiguamiento aerodinámico que se presenta enseguida:

$$c_a^R = \begin{bmatrix} c_{xx}^R & c_{xy}^R \\ c_{yx}^R & c_{yy}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial F_x^R}{\partial(r\Omega)} & \frac{\partial F_x^R}{\partial V} \\ -\frac{\partial F_y^R}{\partial(r\Omega)} & \frac{\partial F_y^R}{\partial V} \end{bmatrix} \quad (13)$$

y la velocidad en la sección por:

$$\{\dot{u}^R\} = \begin{Bmatrix} \dot{x}^R \\ \dot{y}^R \end{Bmatrix} \quad (14)$$

con lo cual la ecuación (6) se puede escribir en la siguiente forma:

$$\{F_a^R\} \cong \{F_{a0}^R\} - [c_a^R]\{\dot{u}^R\} \quad (15)$$

donde el índice superior  $R$  indica que la ecuación se refiere al sistema coordinado del rotor ( $x_R, y_R$ ). Se puede suponer que la fuerza media es cero,  $\{F_{a0}^R\}=\{0\}$ , sin pérdida de generalidad en las conclusiones.

La derivación de los términos en la matriz de amortiguamiento, la cual es directa, se omite. Los términos individuales de la matriz (los coeficientes de amortiguamiento) son:

$$c_{xx}^R(r, V) = \frac{1}{2} c \rho \frac{r \Omega}{W} \left[ \left( \frac{2r^2 \Omega^2 + V^2}{r \Omega} \right) C_D - V \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} - V C_L + \frac{V^2}{r \Omega} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right] \quad (16)$$

$$c_{xy}^R(r, V) = \frac{1}{2} c \rho \frac{r \Omega}{W} \left[ -V C_D - r \Omega \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} + \left( \frac{r^2 \Omega^2 + 2V^2}{r \Omega} \right) C_L + V \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right] \quad (17)$$

$$c_{yx}^R(r, V) = \frac{1}{2} c \rho \frac{r \Omega}{W} \left[ -V C_D + \frac{V^2}{r \Omega} \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} - \left( \frac{2r^2 \Omega^2 + V^2}{r \Omega} \right) C_L + V \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right] \quad (18)$$

$$c_{yy}^R(r, V) = \frac{1}{2} c \rho \frac{r \Omega}{W} \left[ V C_L + r \Omega \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + \left( \frac{r^2 \Omega^2 + 2V^2}{r \Omega} \right) C_D + V \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} \right] \quad (19)$$

El término  $c_{xx}^R$  corresponde al movimiento puro del aspa en el plano, es decir, al movimiento paralelo con el eje  $x_R$  y, principalmente al movimiento frontal. El término  $c_{yy}^R$  corresponde a movimiento fuera del plano del aspa, es decir, paralelo a  $y_R$ , principalmente en dirección perpendicular a la frontal.

## Planteamiento modificado del problema de amortiguamiento aerodinámico

### 3.1 Planteamiento de la matriz de amortiguamiento aerodinámico con 3 grados de libertad en aerogeneradores

Para incluir el grado de libertad correspondiente al momento de torsión, se procede de manera similar a la deducción para los desplazamientos horizontales y verticales que se presentó en la sección 2.1.

Así, la fuerza o momento de giro en este caso, de giro por unidad de longitud,  $dM$ , de la hélice del aerogenerador o, en este caso, de la sección prismática esbelta de un elemento horizontal, se determina a partir de la definición general de momento de giro de una sección transversal sometida al empuje del viento con un determinado ángulo de ataque:

$$dM = dM(r, \alpha) = \frac{1}{2} \rho c(r)^2 W^2(r) C_M(r, \alpha) \quad (20)$$

donde  $C_M(r, \alpha)$  es el coeficiente de momento de giro en el radio  $r$  del aspa, el cual adicionalmente es función del ángulo de ataque  $\alpha$ .

Con esta propuesta se debe incluir una sección transversal con la adición del grado de libertad en consideración  $\theta_{zR}$ , que se muestra en la Figura 3.1 junto con la magnitud que se acaba de establecer,  $dM$ .

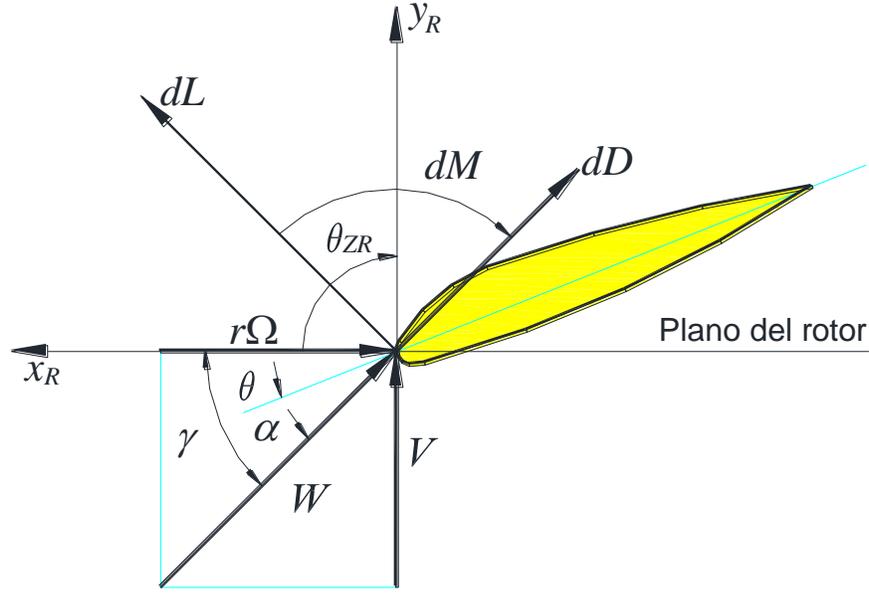


Figura 3.1 Sección transversal de una hélice característica de un aerogenerador con la adición del grado de libertad correspondiente al giro de la sección.

Con esta inclusión, se obtiene el siguiente vector de fuerzas en coordenadas  $R$  ( $x_R$ ,  $y_R$ ,  $\theta_{zR}$ ).

$$\begin{Bmatrix} F_x^R \\ F_y^R \\ M_z^R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sen}\gamma & -\text{cos}\gamma & 0 \\ \text{cos}\gamma & \text{sen}\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dL \\ dD \\ dM \end{Bmatrix} \quad (21)$$

$$\{F^R\} = [T_{LR}]\{F^L\} \quad (22)$$

Y las relaciones angulares se mantienen como se estableció en la ecuación 5.

$$\gamma = \theta + \alpha; \quad \text{cos}\gamma = \frac{r\Omega}{W}; \quad \text{sen}\gamma = \frac{V}{W}$$

Al considerar que una matriz de amortiguamiento es cuadrada, y que la tercera variable que interviene es el ángulo de ataque  $\alpha$  que es función tanto de  $r\Omega$  como de  $V$ , se introduce ésta en de la serie de Taylor.

Se expande la serie trunca de Taylor y sólo se consideran los términos de primer orden) al ángulo de ataque  $\alpha$  multiplicado por  $n$ , donde  $n$  es la frecuencia rotacional del perfil con unidades de ciclos / segundo (Hertz) para giro, con  $\alpha$  como única variable.

Así, a  $V = V_o$  y  $r\Omega = r\Omega_o$ , se agrega una tercer variable de operación correspondiente a la velocidad rotacional  $n\alpha = n\alpha_o$ , al aceptar que la velocidad rotacional, como se ha mencionado, sea función de la frecuencia rotacional y el ángulo de ataque, de manera similar a la pseudo velocidad rotacional.

En la serie truncada de Taylor se obtienen, con la inclusión de las tres variables, las siguientes fuerzas.

$$\begin{aligned}
 F_x^R(\Delta V, \Delta(r\Omega), \Delta(n\alpha)) \\
 \cong F_x^R(V_o, r\Omega_o, n\alpha_o) + \frac{\partial F_x^R(V_o, r\Omega_o, n\alpha_o)}{\partial V} \Delta V + \frac{\partial F_x^R(V_o, r\Omega_o, n\alpha_o)}{\partial(r\Omega)} \Delta(r\Omega) \\
 + \frac{\partial F_x^R(V_o, r\Omega_o, n\alpha_o)}{\partial(n\alpha)} \Delta(n\alpha)
 \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
 F_y^R(\Delta V, \Delta(r\Omega), \Delta(n\alpha)) \\
 \cong F_y^R(V_o, r\Omega_o, n\alpha_o) + \frac{\partial F_y^R(V_o, r\Omega_o, n\alpha_o)}{\partial V} \Delta V + \frac{\partial F_y^R(V_o, r\Omega_o, n\alpha_o)}{\partial(r\Omega)} \Delta(r\Omega) \\
 + \frac{\partial F_y^R(V_o, r\Omega_o, n\alpha_o)}{\partial(n\alpha)} \Delta(n\alpha)
 \end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
 M_z^R(\Delta V, \Delta(r\Omega), \Delta(n\alpha)) \\
 \cong M_z^R(V_o, r\Omega_o, n\alpha_o) + \frac{\partial M_z^R(V_o, r\Omega_o, n\alpha_o)}{\partial V} \Delta V + \frac{\partial M_z^R(V_o, r\Omega_o, n\alpha_o)}{\partial(r\Omega)} \Delta(r\Omega) \\
 + \frac{\partial M_z^R(V_o, r\Omega_o, n\alpha_o)}{\partial(n\alpha)} \Delta(n\alpha)
 \end{aligned} \tag{25}$$

Los dos primeros términos del lado derecho de las primeras dos ecuaciones (ecuaciones 23-24) ya fueron determinados en la sección 2.1, por lo que solo faltaría el último sumando de las mismas y los tres sumandos de la tercera ecuación (ecuación 25). Estas expresiones se reagrupan en forma matricial.

$$\begin{Bmatrix} F_x^R \\ F_y^R \\ M_z^R \end{Bmatrix} \cong \begin{Bmatrix} F_{x_o}^R \\ F_{y_o}^R \\ M_{z_o}^R \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{\partial F_x^R}{\partial(r\Omega)} & \frac{\partial F_x^R}{\partial V} & \frac{\partial F_x^R}{\partial(n\alpha)} \\ \frac{\partial F_y^R}{\partial(r\Omega)} & \frac{\partial F_y^R}{\partial V} & \frac{\partial F_y^R}{\partial(n\alpha)} \\ \frac{\partial M_z^R}{\partial(r\Omega)} & \frac{\partial M_z^R}{\partial V} & \frac{\partial M_z^R}{\partial(n\alpha)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta(r\Omega) \\ \Delta V \\ \Delta(n\alpha) \end{Bmatrix} \quad (26)$$

Los incrementos de velocidad en coordenadas ortogonales equivalen a las derivadas respecto al tiempo de las coordenadas cartesianas indicadas enseguida:

$$\Delta(r\Omega) = \dot{x}_R = \frac{dx_R}{dt} \quad (27)$$

$$\Delta V = -\dot{y}_R = \frac{dy_R}{dt} \quad (28)$$

$$\Delta(n\alpha) = -\dot{\theta}_{zR} = \frac{d\theta_R}{dt} \quad (29)$$

ya que, al sustituirlas por los incrementos de la ecuación 26, se obtiene la siguiente forma modificada:

$$\begin{Bmatrix} F_x^R \\ F_y^R \\ M_z^R \end{Bmatrix} \cong \begin{Bmatrix} F_{x_o}^R \\ F_{y_o}^R \\ M_{z_o}^R \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} -\frac{\partial F_x^R}{\partial(r\Omega)} & \frac{\partial F_x^R}{\partial V} & \frac{\partial F_x^R}{\partial(n\alpha)} \\ -\frac{\partial F_y^R}{\partial(r\Omega)} & \frac{\partial F_y^R}{\partial V} & \frac{\partial F_y^R}{\partial(n\alpha)} \\ -\frac{\partial M_z^R}{\partial(r\Omega)} & \frac{\partial M_z^R}{\partial V} & \frac{\partial M_z^R}{\partial(n\alpha)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_R \\ \dot{y}_R \\ \dot{\theta}_{zR} \end{Bmatrix} \quad (30)$$

que se reagrupa en la siguiente forma matricial genérica,

$$\{F_a^R\} \cong \{F_{a_o}^R\} - [c_a^R]\{\dot{u}^R\} \quad (31)$$

de donde la matriz general de amortiguamiento aerodinámico, queda en función de las nuevas derivadas parciales de momento de torsión y de fuerza en función de las velocidades, como se indica.

$$[c_a^R] = \begin{bmatrix} c_{xx}^R & c_{xy}^R & c_{x\theta_z}^R \\ c_{yx}^R & c_{yy}^R & c_{y\theta_z}^R \\ c_{\theta_z x}^R & c_{\theta_z y}^R & c_{\theta_z \theta_z}^R \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial F_x^R}{\partial(r\Omega)} & \frac{\partial F_x^R}{\partial V} & \frac{\partial F_x^R}{\partial(n\alpha)} \\ -\frac{\partial F_y^R}{\partial(r\Omega)} & \frac{\partial F_y^R}{\partial V} & \frac{\partial F_y^R}{\partial(n\alpha)} \\ -\frac{\partial M_z^R}{\partial(r\Omega)} & \frac{\partial M_z^R}{\partial V} & \frac{\partial M_z^R}{\partial(n\alpha)} \end{pmatrix} \quad (32)$$

Así, las derivadas parciales indicadas en la tercera columna y en el último renglón, se desarrollan como se indica en los siguientes renglones para obtener los coeficientes de amortiguamiento aerodinámico correspondientes a ese renglón y columna.

$$\begin{aligned} c_{\theta_z x}^R(r, V) &= -\frac{\partial M_z^R}{\partial(r\Omega)} = -\frac{\partial}{\partial(r\Omega)} \left[ \frac{1}{2} \rho c(r)^2 W(r)^2 C_M(r, \alpha) \right] \\ &= -\frac{1}{2} \rho c(r)^2 \frac{\partial}{\partial(r\Omega)} [W(r)^2 C_M(r, \alpha)] \\ &= -\frac{1}{2} \rho c(r)^2 \left[ W(r)^2 \frac{\partial C_M(r, \alpha)}{\partial(r\Omega)} + C_M(r, \alpha) \frac{\partial}{\partial(r\Omega)} W(r)^2 \right] \\ &= -\frac{1}{2} \rho c(r)^2 \left[ W(r)^2 \frac{\partial C_M(r, \alpha)}{\partial(r\Omega)} + C_M(r, \alpha) \frac{\partial}{\partial(r\Omega)} (V^2 + r^2 \Omega^2) \right] \\ &= -\frac{1}{2} \rho c(r)^2 \left[ W(r)^2 \frac{\partial C_M(r, \alpha)}{\partial(r\Omega)} + C_M(r, \alpha) 2r\Omega \right] \end{aligned} \quad (33)$$

Como  $\partial(r\Omega) = -\frac{W^2}{V} \partial(\alpha)$ , se sustituye en la ecuación 33 y se obtiene la siguiente expresión.

$$\begin{aligned} c_{\theta_z x}^R(r, V) &= -\frac{1}{2} \rho c^2 \left[ W^2 \frac{\partial C_M}{\left(-\frac{W^2}{V}\right) \partial \alpha} + C_M 2r\Omega \right] \\ &= -\frac{1}{2} \rho c^2 \left[ -V \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} + 2r\Omega C_M \right] \\ &= \frac{1}{2} \rho c^2 \frac{(r\Omega)}{W} \left[ \frac{VW}{(r\Omega)} \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} - 2W C_M \right] \end{aligned} \quad (34)$$

En cuanto al coeficiente de amortiguamiento aerodinámico en la dirección rotacional de la sección transversal respecto a la velocidad en dirección  $y$ , se tiene el siguiente resultado:

$$\begin{aligned}
c_{\theta zy}^R(r, V) &= \frac{\partial M_z^R}{\partial(V)} = \frac{\partial}{\partial(V)} \left[ \frac{1}{2} \rho c(r)^2 W(r)^2 C_M(r, \alpha) \right] \\
&= \frac{1}{2} \rho c(r)^2 \frac{\partial}{\partial(V)} [W(r)^2 C_M(r, \alpha)] \\
&= \frac{1}{2} \rho c(r)^2 \left[ W(r)^2 \frac{\partial C_M(r, \alpha)}{\partial(V)} + C_M(r, \alpha) \frac{\partial}{\partial(V)} W(r)^2 \right] \\
&= \frac{1}{2} \rho c(r)^2 \left[ W(r)^2 \frac{\partial C_M(r, \alpha)}{\partial(V)} + C_M(r, \alpha) \frac{\partial}{\partial(V)} (V^2 + r^2 \Omega^2) \right] \\
&= \frac{1}{2} \rho c(r)^2 \left[ W(r)^2 \frac{\partial C_M(r, \alpha)}{\partial(V)} + C_M(r, \alpha) 2V \right] \tag{35}
\end{aligned}$$

Como  $\partial V = \frac{W^2}{r\Omega} \partial(\alpha)$ , se sustituye en la última ecuación (ecuación 35), y se logra la siguiente expresión.

$$\begin{aligned}
c_{\theta zy}^R(r, V) &= \frac{1}{2} \rho c^2 \left[ W^2 \frac{\partial C_M}{\left(\frac{W^2}{r\Omega}\right) \partial \alpha} + C_M 2V \right] \\
&= \frac{1}{2} \rho c^2 \left[ r\Omega \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} + 2V C_M \right] \\
&= \frac{1}{2} \rho c^2 \frac{(r\Omega)}{W} \left[ W \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} + \frac{2VW C_M}{r\Omega} \right] \tag{36}
\end{aligned}$$

Respecto al coeficiente de amortiguamiento aerodinámico en la dirección  $x$  de la sección transversal respecto a la velocidad en rotación  $\theta_z$ , se tiene el siguiente resultado.

$$c_{x\theta z}^R = \frac{\partial F_x^R}{\partial(n\alpha)} = \frac{\partial}{\partial(n\alpha)} [\text{sen}\gamma(dL) - \text{cos}\gamma(dD)]$$

$$\gamma = \theta + \alpha = \theta + \frac{1}{n}(n\alpha)$$

$$\begin{aligned}
c_{x\theta z}^R &= \frac{\partial F_x^R}{\partial(n\alpha)} = \frac{\partial}{\partial(n\alpha)} [\text{sen}\gamma(dL) - \text{cos}\gamma(dD)] \\
&= \frac{\partial}{\partial(n\alpha)} \left[ \frac{1}{2} \rho c W^2 (\text{sen}\gamma(C_L) - \text{cos}\gamma(C_D)) \right] \\
&= \frac{\partial}{\partial(n\alpha)} \left[ \frac{1}{2} \rho c W^2 \left( \text{sen} \left( \theta + \frac{1}{n}(n\alpha) \right) C_L - \text{cos} \left( \theta + \frac{1}{n}(n\alpha) \right) C_D \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \rho c W^2 \left[ \frac{1}{n} \text{cos} \left( \theta + \frac{1}{n}(n\alpha) \right) C_L + \text{sen} \left( \theta + \frac{1}{n}(n\alpha) \right) \frac{\partial C_L}{\partial(n\alpha)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{n} \text{sen} \left( \theta + \frac{1}{n}(n\alpha) \right) C_D - \text{cos} \left( \theta + \frac{1}{n}(n\alpha) \right) \frac{\partial C_D}{\partial(n\alpha)} \right] \\
&= \frac{1}{2} \rho c W^2 \left[ \frac{1}{n} \frac{r\Omega}{W} C_L + \frac{V}{W} \frac{\partial C_L}{\partial(n\alpha)} + \frac{1}{n} \frac{V}{W} C_D - \frac{r\Omega}{W} \frac{\partial C_D}{\partial(n\alpha)} \right] \\
&= \frac{1}{2} \rho c \frac{r\Omega}{Wn} \left[ W^2 C_L + \frac{nVW^2}{r\Omega} \frac{\partial C_L}{\partial(n\alpha)} + \frac{VW^2}{r\Omega} C_D - nW^2 \frac{\partial C_D}{\partial(n\alpha)} \right] \tag{37}
\end{aligned}$$

Como  $\partial(n\alpha) = n\partial\alpha$ , se sustituye en la última ecuación (ecuación 37) y se obtiene la siguiente expresión.

$$c_{x\theta z}^R = \frac{1}{2} \rho c \frac{r\Omega}{Wn} \left[ W^2 C_L + \frac{VW^2}{r\Omega} \frac{\partial C_L}{\partial\alpha} + \frac{VW^2}{r\Omega} C_D - W^2 \frac{\partial C_D}{\partial\alpha} \right] \tag{38}$$

El coeficiente de amortiguamiento aerodinámico en la dirección y de la sección transversal respecto a la velocidad en rotación  $\theta_z$ , resulta como se desglosa a continuación.

$$\begin{aligned}
c_{y\theta z}^R &= \frac{\partial F_y^R}{\partial(n\alpha)} = \frac{\partial}{\partial(n\alpha)} [\cos\gamma(dL) + \text{sen}\gamma(dD)] \\
&= \frac{\partial}{\partial(n\alpha)} \left[ \frac{1}{2} \rho c W^2 (\cos\gamma(C_L) + \text{sen}\gamma(C_D)) \right] \\
&= \frac{\partial}{\partial(n\alpha)} \left[ \frac{1}{2} \rho c W^2 \left( \cos \left( \theta + \frac{1}{n} (n\alpha) \right) C_L + \text{sen} \left( \theta + \frac{1}{n} (n\alpha) \right) C_D \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \rho c W^2 \left[ -\frac{1}{n} \text{sen} \left( \theta + \frac{1}{n} (n\alpha) \right) C_L + \cos \left( \theta + \frac{1}{n} (n\alpha) \right) \frac{\partial C_L}{\partial(n\alpha)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{n} \cos \left( \theta + \frac{1}{n} (n\alpha) \right) C_D + \text{sen} \left( \theta + \frac{1}{n} (n\alpha) \right) \frac{\partial C_D}{\partial(n\alpha)} \right] \\
&= \frac{1}{2} \rho c W^2 \left[ -\frac{1}{n} \frac{V}{W} C_L + \frac{r\Omega}{W} \frac{\partial C_L}{\partial(n\alpha)} + \frac{1}{n} \frac{r\Omega}{W} C_D + \frac{V}{W} \frac{\partial C_D}{\partial(n\alpha)} \right] \\
&= \frac{1}{2} \rho c \frac{r\Omega}{Wn} \left[ -\frac{VW^2}{r\Omega} C_L + nW^2 \frac{\partial C_L}{\partial(n\alpha)} + W^2 C_D + \frac{nVW^2}{r\Omega} \frac{\partial C_D}{\partial(n\alpha)} \right] \quad (39)
\end{aligned}$$

Como  $\partial(n\alpha) = n\partial\alpha$ , se sustituye en la última ecuación (ecuación 39) y se logra la siguiente expresión.

$$c_{y\theta z}^R = \frac{1}{2} \rho c \frac{r\Omega}{Wn} \left[ -\frac{VW^2}{r\Omega} C_L + W^2 \frac{\partial C_L}{\partial\alpha} + W^2 C_D + \frac{VW^2}{r\Omega} \frac{\partial C_D}{\partial\alpha} \right] \quad (40)$$

El coeficiente de amortiguamiento aerodinámico en rotación de la sección transversal respecto a la misma velocidad en rotación  $\theta_z$ , resulta como se indica a continuación.

$$\begin{aligned}
c_{\theta z\theta z}^R &= \frac{\partial M_z^R}{\partial(n\alpha)} = \frac{\partial}{\partial(n\alpha)} [dM] \\
&= \frac{\partial}{\partial(n\alpha)} \left[ \frac{1}{2} \rho c^2 W^2 C_M \right] \\
&= \frac{1}{2} \rho c^2 W^2 \frac{\partial C_M}{\partial(n\alpha)} \quad (41)
\end{aligned}$$

Como  $\partial(n\alpha) = n\partial\alpha$ , se sustituye en la última ecuación (ecuación 41) y se establece la siguiente expresión.

$$c_{\theta z \theta z}^R = \frac{1}{2n} \rho c^2 W^2 \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} = \frac{1}{2n} \rho c^2 \frac{r\Omega}{W} \left[ \frac{W^3}{r\Omega} \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \right] \quad (42)$$

Así, se muestran finalmente las expresiones de la matriz de coeficientes de amortiguamiento:

$$c_{xx}^R(r, V) = \frac{1}{2} c \rho \frac{r\Omega}{W} \left[ \left( \frac{2r^2\Omega^2 + V^2}{r\Omega} \right) C_D - V \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} - V C_L + \frac{V^2}{r\Omega} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right]$$

$$c_{xy}^R(r, V) = \frac{1}{2} c \rho \frac{r\Omega}{W} \left[ -V C_D - r\Omega \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} + \left( \frac{r^2\Omega^2 + 2V^2}{r\Omega} \right) C_L + V \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right]$$

$$c_{yx}^R(r, V) = \frac{1}{2} c \rho \frac{r\Omega}{W} \left[ -V C_D - \frac{V^2}{r\Omega} \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} + \left( \frac{2r^2\Omega^2 + V^2}{r\Omega} \right) C_L + V \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right]$$

$$c_{yy}^R(r, V) = \frac{1}{2} c \rho \frac{r\Omega}{W} \left[ \left( \frac{r^2\Omega^2 + 2V^2}{r\Omega} \right) C_D + V \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} + V C_L + r\Omega \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right]$$

$$c_{\alpha x}^R(r, V) = \frac{1}{2} \rho c^2 \frac{(r\Omega)}{W} \left[ \frac{VW}{(r\Omega)} \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} - 2WC_M \right]$$

$$c_{\alpha y}^R(r, V) = \frac{1}{2} \rho c^2 \frac{(r\Omega)}{W} \left[ W \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} + \frac{2VWC_M}{r\Omega} \right]$$

$$c_{x\alpha}^R = \frac{1}{2} \rho c \frac{(r\Omega)}{Wn} \left[ W^2 C_L + \frac{VW^2}{r\Omega} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + \frac{VW^2}{r\Omega} C_D - W^2 \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} \right]$$

$$c_{y\alpha}^R = \frac{1}{2} \rho c \frac{(r\Omega)}{Wn} \left[ -\frac{VW^2}{r\Omega} C_L + W^2 \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + W^2 C_D - \frac{VW^2}{r\Omega} \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} \right]$$

$$c_{\alpha\alpha}^R = \frac{1}{2} \rho c^2 \frac{r\Omega}{W} \left[ \frac{W^3}{r\Omega} \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \right]$$

En estas expresiones resulta clara la influencia que ejercen las componentes de la velocidad ( $V$  y  $r\Omega$ ) sobre el perfil así como los coeficientes ( $C_D$ ,  $C_L$  y  $C_M$ ) en los tres grados de libertad; de arrastre, sustentación y giro.

El siguiente paso es validar estas expresiones, para lo cual se precisa de datos físicos referentes a velocidad para diferentes ángulos ( $\alpha$ ) de ataque del viento, descompuesta en dos direcciones paralelas a  $V$  y  $r\Omega$ , lo cual se obtiene con una descomposición de la componente principal  $W$ , que a su vez también se requiere en la determinación de los coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, como se puede apreciar.

La otra serie de parámetros ( $C_D$ ,  $C_L$  y  $C_M$ ) son datos que se pueden obtener igualmente de modelos físicos a partir de pruebas en túnel de viento.

## **3.2 Planteamiento de la matriz de amortiguamiento aerodinámico con 3 grados de libertad en secciones estructurales**

En la sección previa, sección 3.1, ha quedado establecido cómo es posible obtener el amortiguamiento aerodinámico completo al considerar los tres grados de libertad utilizados en ingeniería eólica.

Resulta clara la correspondencia que existe entre las secciones transversales de las aspas de aerogeneradores y las secciones transversales de estructuras, particularmente aquellas de puentes, torres eléctricas, chimeneas y edificios de gran altura.

En la figura 3.2.1 se muestra la sección transversal de una estructura flexible, tipo puente y se indican las diferentes variables que se utilizarán para la deducción matemática de la sección 3.1 que aparecen en la Figura 3.1. En la figura que se

presenta en esta sección, el ángulo formado por la cuerda del aspa y el plano del rotor,  $\theta$ , ha sido eliminado, ya que en el presente caso, es decir en estructuras, el concepto de plano del rotor respecto a la cuerda del aspa no se presenta, sino que el ángulo de ataque,  $\alpha$ , es el que representa el ángulo de la dirección del viento resultante, respecto al plano de referencia de la sección estructural que coincide con el eje principal de dicha sección transversal.

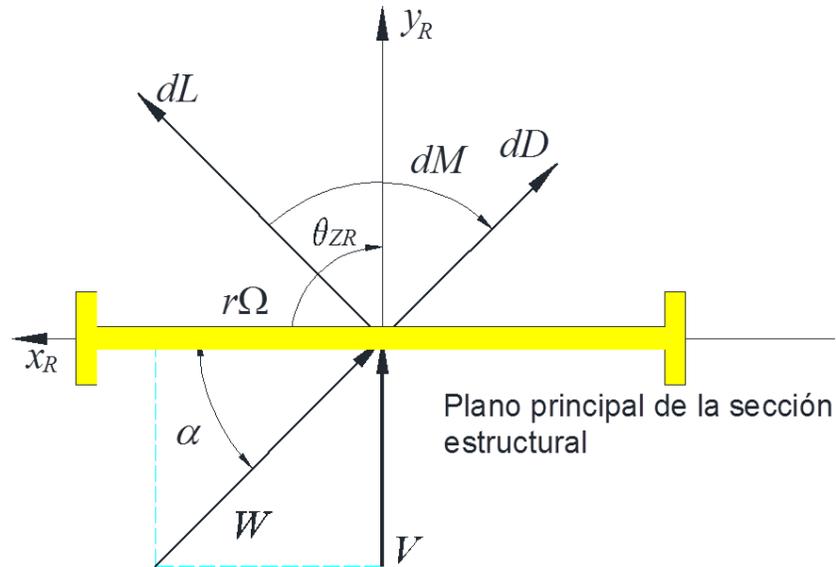


Figura 3.2.1 Sección transversal de una estructura tipo puente con la adición del grado de libertad correspondiente al giro de la sección.

En esta figura resulta aún más clara la relación que existe entre los factores que intervienen en la deducción matemática para el amortiguamiento aerodinámico y los que conforman una sección estructural, del tipo citado en esta sección, sometida a acciones del viento.

En función de la relación presentada, se proponen estas expresiones como válidas para cuantificar y explorar el amortiguamiento aerodinámico en secciones transversales de estructuras tipo puente, torres, chimeneas, y demás secciones con una relación longitudinal a transversal relativamente grande.

Respecto al viento que incide sobre la sección transversal de las estructuras civiles, en teoría este puede tener cualquier dirección respecto a la dimensión transversal mayor que funciona como referencia del ángulo de ataque y, a diferencia del planteamiento para la sección transversal del rotor del aerogenerador en estructuras, la magnitud del viento incidente de acuerdo a su ángulo de ataque se descompone en dos componentes ortogonales en la dirección  $x$ , que coincide con la dimensión transversal máxima y en dirección  $y$ , que es perpendicular a la dimensión transversal máxima.

# **Aplicación del amortiguamiento aerodinámico**

## **4.1 Aplicación del desarrollo matemático propuesto para determinar la matriz de amortiguamiento aerodinámico en secciones de estructuras**

Para evaluar las expresiones propuestas, se necesita obtener los datos que se requieren para mostrar su aplicabilidad y posibilidad de evaluar el amortiguamiento aerodinámico.

Debido a esta necesidad, se aprovechó, para aplicar las expresiones, la información generada de dos estudios que se efectuaron en el Laboratorio del Túnel de Viento existente en el sótano de la Torre de Ingeniería de la UNAM, que pertenece al Instituto de Ingeniería de la Universidad, estudios de los que se efectuaron mediciones que se requerían para un informe de trabajo del mismo Instituto asignado con ese fin al túnel de viento.

### **4.1.1 Túnel de viento**

Como se ha mencionado, se utilizó el túnel aerodinámico de viento del Instituto de Ingeniería de la UNAM (Túnel de viento del II, 2007). Este túnel tiene una sección de prueba corta con 2.4 m de largo, y sección transversal de 0.8 m de ancho por 1.2 m de alto, con una relación de largo a alto menor de 10. Fue diseñado para generar flujo uniforme de viento con índice de turbulencia de 1.5 % para  $\Delta t$  de 1 hora, en los bordes de la sección de pruebas.

El túnel es de régimen subsónico y, debido a su conducto de retorno, se clasifica como un túnel de circuito cerrado con cámara de ensayos cerrada. A manera de ilustración se muestra en la figura 4.1.1 un croquis de la planta del túnel aerodinámico.

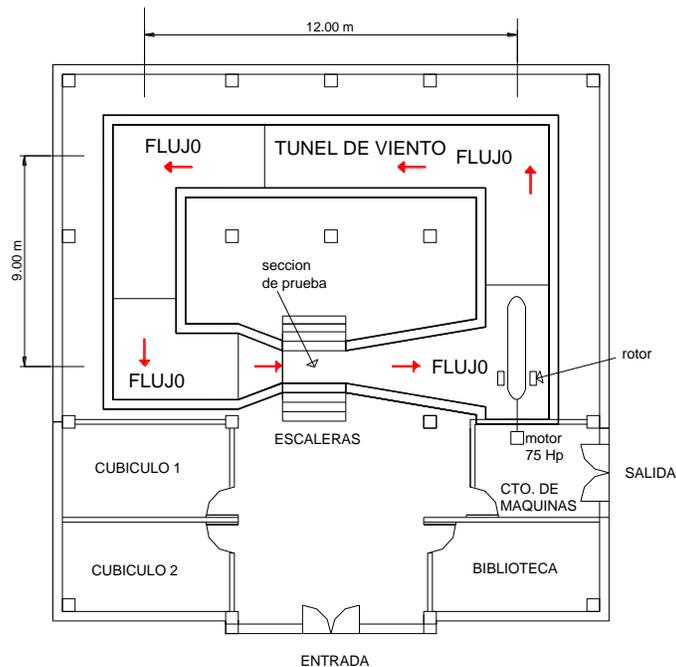


Figura 4.1.1 Planta del actual túnel de viento del II de la UNAM en el basamento de la torre de Ingeniería.

## 4.1.2 Puente “Cancún”

Este modelo se utilizó debido a que representa a una sección característica de puente con sección transversal semi-aerodinámica y con sección constante a lo largo de su longitud. A esto se agrega el hecho de que generalmente este tipo de secciones corresponde a puentes de gran claro que los hace más susceptibles a la acción del viento. A continuación, se describen algunos detalles del modelo estudiado.

Si bien se estableció en el anterior punto 3.2 que la formulación se desarrolló para una sección prismática esbelta, no se limita solamente a elementos esbeltos, sino

que se puede aplicar a secciones constantes en general, sin importar tanto su esbeltez.

Es así que se revisó un puente de sección constante compuesta por dos cuerpos en paralelo de 10.2 m de ancho cada uno, separados por 20 cm, de 32 metros de claro, simplemente apoyados, y con una sección propuesta como semi-aerodinámica y que se muestra con detalle en la figura 4.1.2.1.

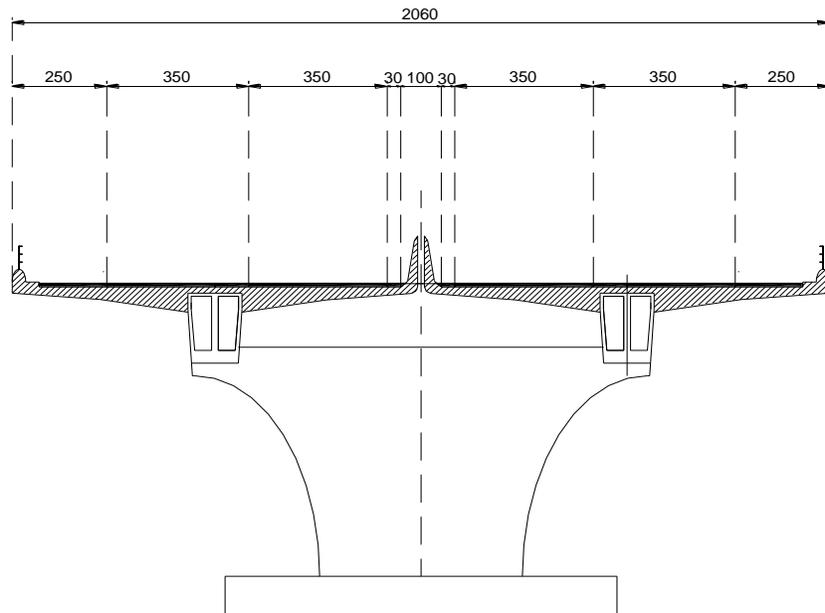


Figura 4.1.2.1 Sección transversal de la sección del puente con sus dimensiones reales, en cm.

Se elaboró un modelo a escala 1:32, de acrílico, con 2 piezas cilíndricas y 2 tubos metálicos acoplados respectivamente en cada extremo sobre los que se montó el modelo, de manera que al ser dos secciones paralelas idénticas, se unieron en sus extremos por medio de placas de acrílico que configuraron una sección rectangular en el extremo de 10 x 5 cm, como se muestra esquemáticamente en la figura 4.1.2.2.

La longitud libre del modelo es de 98 cm y el ancho de cada modelo de puente es de 316 mm. Longitudinalmente se incrustan 2 cm en cada extremo en las dos secciones rectangulares citadas en el párrafo anterior, y visibles en la figura 4.1.2.2.



Figura 4.1.2.2. Vista del modelo elaborado en acrílico en el que se aprecia la restricción en el extremo para ensaye en el túnel de viento y los apoyos cilíndricos en la zona central de los extremos.

Las dimensiones de la sección transversal escalada (como se mencionó 1:32) del modelo, se muestra en la figura 4.1.2.3, donde aparece la mitad interna de la sección transversal.

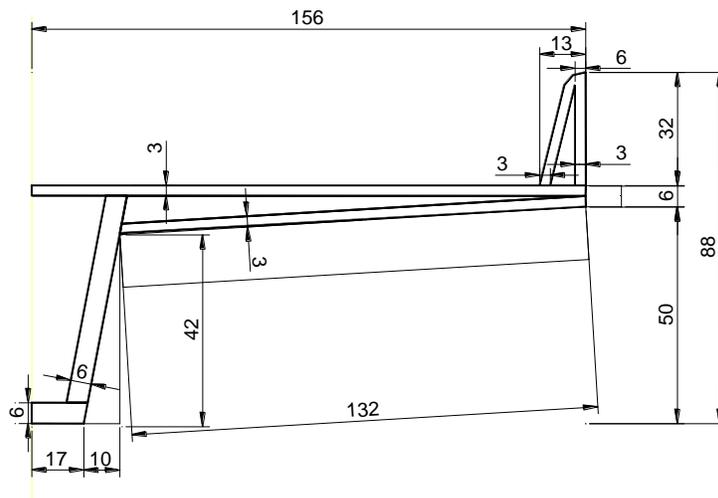


Figura 4.1.2.3 Vista esquemática de la mitad central de uno de los cuerpos de la superestructura del modelo de puente elaborado para su estudio, en mm.

El modelo fue diseñado con parapetos, cuyos elementos longitudinales fueron moldeados para que, transversalmente, tuvieran la forma aerodinámica correspondiente a un perfil simétrico, denominado Perfil 66-015, ubicados longitudinalmente en los extremos externos del conjunto de las 2 secciones, es decir en el extremo de la otra mitad de sección que complementa la mostrada en la figura 4.1.2.4 y que se muestra en la figura 4.1.2.5.

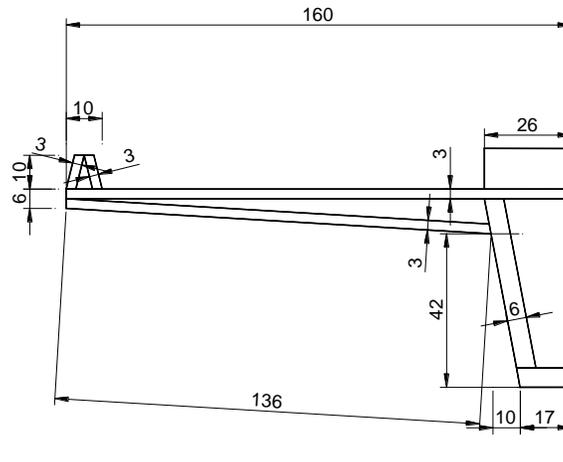


Figura 4.1.2.4. Vista esquemática de la mitad externa de uno de los cuerpos de la superestructura del modelo de puente elaborado para su estudio, con dimensiones.

La sección del parapeto del modelo (montado sobre la guarnición que se muestra en la figura 4.1.2.5) tiene la forma que se indica en la misma figura 4.1.2.5 y aunque no se presentan los datos numéricos de la configuración del perfil aerodinámico, se hicieron con apego a esa configuración y que por extensión fueron utilizados en la modelación completa del puente, que se hizo con elementos sólidos, en computadora.

Se partió de todos los datos del modelo a escala; con piezas de acrílico que conformaron el modelo y los elementos de apoyo (tubos de latón). Se procedió a elaborar el modelo a escala con el programa de análisis SAP 2000 V.9.0.3. (SAP 2000, 2006) con elementos sólidos, con la intención de tener un mejor conocimiento del comportamiento del modelo. En este modelo de computadora, se reprodujo fielmente el modelo (a escala), incluso en las proporciones exactas de la forma aerodinámica de los elementos horizontales del parapeto (Perfil 66-015).

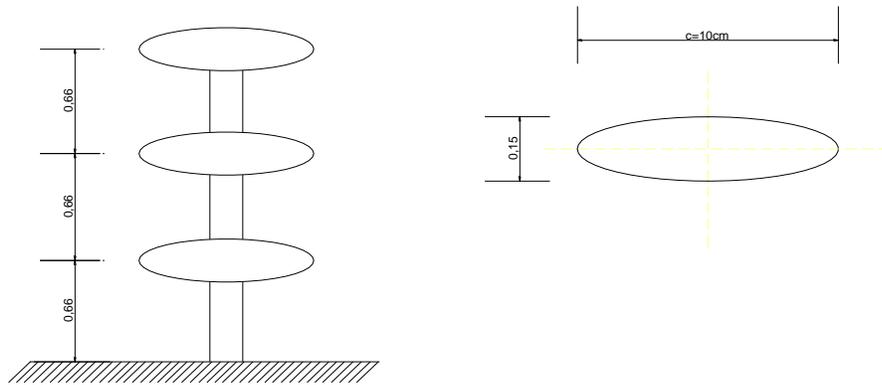


Figura 4.1.2.5 Detalles de la forma del parapeto con la sección aerodinámica de los elementos longitudinales.

Así se decidió obtener las tres primeras formas modales y sus respectivas frecuencias y se validó el peso del modelo en el programa de análisis, con el obtenido en una balanza (10.10 kgf).

Para clarificar lo escrito, enseguida se presentan algunas figuras (4.1.2.6, 4.1.2.7, 4.1.2.8) del modelo elaborado con el programa de análisis.

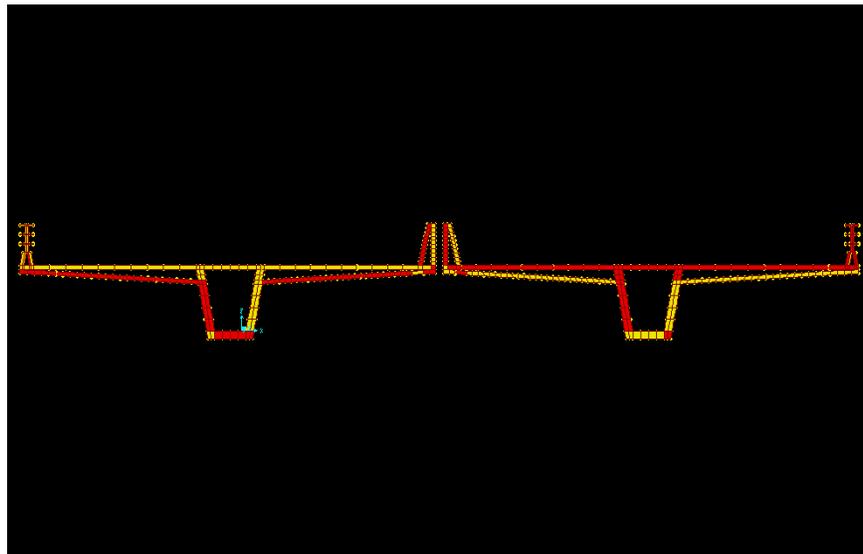


Figura 4.1.2.6 Sección transversal del modelo del puente.

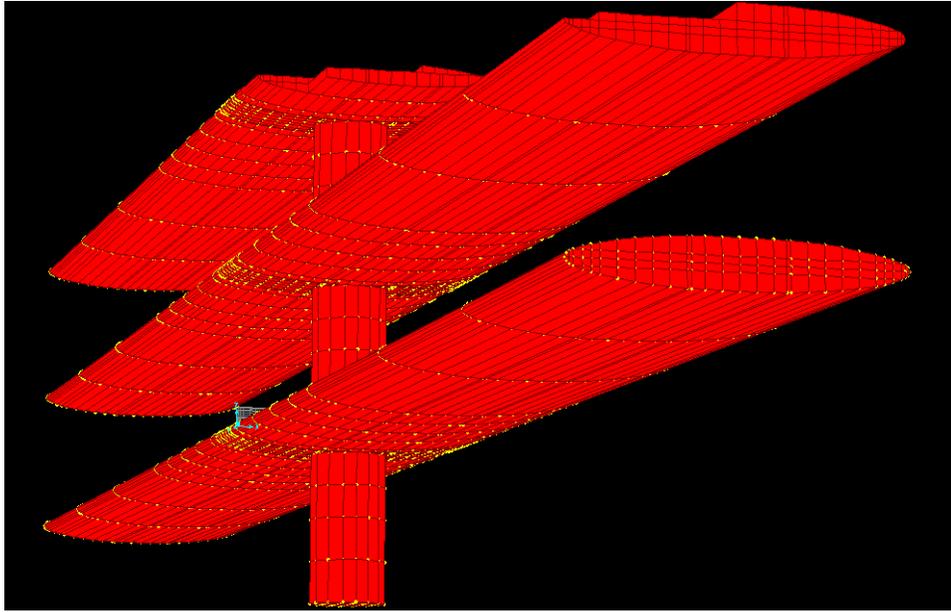


Figura 4.1.2.7 Vista de los elementos longitudinales y del poste vertical de los parapetos, modelados con elementos sólidos.

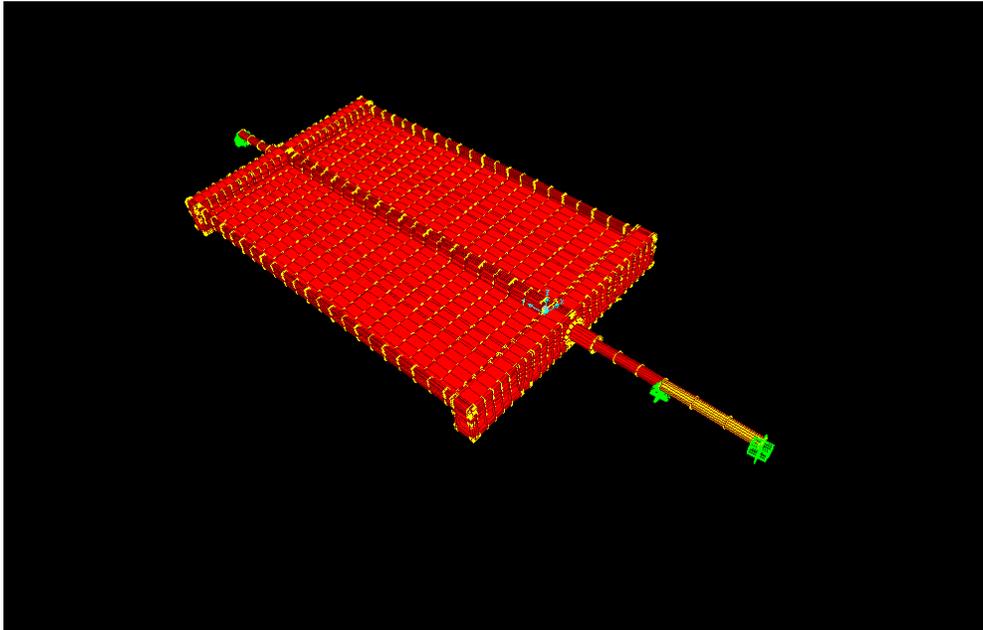


Figura 4.1.2.8 Detalle del modelo, con sus apoyos.

Así se determinó, los valores de las frecuencias modales, que fueron cotejadas con las obtenidas en las mediciones físicas del modelo colocado en el túnel de viento, instrumentado con acelerómetros.

El modelo físico se montó en la sección de pruebas, con tubos extremos acoplados al modelo, con el sistema de soporte de la sección de prueba, el cual permite sujetar los modelos de prueba, en la parte superior e inferior de la sección de pruebas, por lo que el modelo del puente quedó en posición vertical.

Se buscó determinar las presiones normales en 64 puntos seleccionados del modelo.

El régimen de viento que se hizo incidir sobre el modelo, fue flujo laminar y flujo turbulento; el último se generó con espigas de madera, que se colocan dentro del conducto del túnel cerrado, a poca distancia de la zona de pruebas.

Los acelerómetros utilizados fueron de tipo piezoeléctrico, y se colocaron en posición horizontal transversal al flujo del viento, en el centro del modelo, y paralelos al flujo del viento en cada tablero del modelo; para identificar las formas modales del modelo y sus frecuencias.

#### **4.1.2.1 Planteamiento para obtener los coeficientes aerodinámicos y velocidades de incidencia**

Para obtener datos numéricos de los coeficientes locales de presión en el modelo, se implementaron 62 sensores de presión normales a la superficie del modelo, en dos secciones diferentes ubicadas en un tercio y dos tercios del claro. Así en cada sección se colocaron 31 sensores distribuidos en la periferia de la sección transversal, compuesta de los dos tableros en paralelo. Estos coeficientes de presión normal fueron registrados en cada punto de medición. En cada punto se registraron valores para definir valores promedio. Se obtuvieron coeficientes locales de presión para varios ángulos de ataque (ángulo entre el eje transversal largo de la sección compuesta y la dirección del viento); la dirección del viento siempre fue horizontal, y al girar el modelo se obtuvieron coeficientes de presión para 11 diferentes ángulos de ataque, desde de  $0^\circ$  hasta  $+12.5^\circ$  y  $-12.5^\circ$ , con

incrementos de  $+2.5^\circ$  y  $-2.5^\circ$ . Se consideró positivo el giro cuando la parte superior del modelo se colocaba de frente al flujo del viento y, negativo, cuando el viento primero incidía en la parte inferior del tablero.

Con estos coeficientes de presión normal obtenidos para cada punto, y para cada ángulo de ataque del viento, se obtuvieron las fuerzas normales a los anchos tributarios de sección transversal de cada punto; se consideró un peso específico del aire de  $1.25 \text{ kgf/m}^3$  y se utilizó la expresión para fluidos deducida del teorema de Bernoulli.

$$F = \frac{1}{2} \rho B(1) C_p V^2 \quad (43)$$

donde  $F$  es la fuerza normal a la superficie,  $\rho$  la densidad de aire,  $B$  el ancho tributario de cada estación,  $C_p$  es el coeficiente local de presión y  $V$  la velocidad de viento. Al emplear la expresión (43) se consideró a la velocidad media de cada prueba.

Una vez conocida la fuerza para cada punto (de succión o compresión), se usó cada fuerza normal, en sus componentes horizontales y verticales (arrastre y sustentación), y se determinaron los momentos generados por esas componentes, respecto al centro geométrico transversal de la sección compuesta.

Así, la suma parcial de las fuerzas horizontales, verticales y momentos de cada punto o estación se sumaron para cada una de las dos secciones monitoreadas del modelo con lo que se obtuvo finalmente la fuerza total horizontal de arrastre, la de sustentación y el momento de volteo, ( $F_D$ ,  $F_L$  y  $M$ ), por longitud unitaria de la sección compuesta de los dos tableros, en función de  $V^2$ .

Los valores finales de los coeficientes aerodinámicos  $C_D$ ,  $C_L$  y  $C_M$  se obtuvieron al dividir cada una de las fuerzas de arrastre, sustentación y el momento de volteo entre  $1/2 \rho B(1) V^2$ .

Estas expresiones son:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho V^2 B}, \quad C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho V^2 B}, \quad C_M = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho V^2 B^2}$$

Los valores  $C_D$ ,  $C_L$  y  $C_M$  se muestran en la tabla 4.1.2.1.

Estos valores se graficaron y se suavizaron con una curva ajustada; a partir de ella, se obtuvieron las derivadas que intervienen en la formulación de coeficientes de amortiguamiento aerodinámico que se presentaron en el desarrollo matemático previo.

Las componentes de velocidad, una componente paralela al eje mayor de la sección transversal del tablero compuesto, y a la otra componente normal a ésta, en función de los ángulos de ataque del viento (de  $0^\circ$  hasta  $+12.5^\circ$  y  $-12.5^\circ$ , con incrementos de  $+2.5^\circ$  y  $-2.5^\circ$ ) para obtener los coeficientes aerodinámicos que aparecen en la table 4.1.2.1.

**Tabla 4.1.2.1 Coeficientes aerodinámicos del puente**

$\alpha$	$C_D$ (1-31)	$C_D$ (33-63)	$C_L$ (1-31)	$C_L$ (33-63)	$C_M$ (1-31)	$C_M$ (33-63)
<b>0</b>	0.079611	0.086738	-0.129846	-0.061588	0.070582	0.093391
<b>2.5</b>	0.076475	0.082119	0.023505	0.067918	0.095073	0.109533
<b>5</b>	0.089213	0.100729	0.120451	0.151888	0.102492	0.108368
<b>7.5</b>	0.122665	0.110111	0.243172	0.198358	0.094700	0.104849
<b>10</b>	0.137622	0.147228	0.235056	0.230300	0.107390	0.101021
<b>12.5</b>	0.163406	0.151460	0.259673	0.213828	0.107962	0.106808
<b>-2.5</b>	0.103263	0.101711	-0.278841	-0.147983	0.030954	0.044621
<b>-5</b>	0.117724	0.112758	-0.502141	-0.504915	-0.037660	-0.047582
<b>-7.5</b>	0.141370	0.121802	-0.756992	-0.713545	-0.093747	-0.097498
<b>-10</b>	0.184557	0.156844	-1.203763	-1.122556	-0.146790	-0.150273
<b>-12.5</b>	0.408722	0.236213	-1.800483	-1.379132	-0.214850	-0.162575

Los datos necesarios para ser utilizados en las expresiones propuestas en la sección 3.1, se muestran en la tabla 4.1.2.2; adicionalmente a los mostrados en la tabla 4.1.2.1 y sus respectivas derivadas, se muestran en la tabla 4.1.2.3.

Con estos datos se determinan los valores de los coeficientes de amortiguamiento aerodinámico para conocer el amortiguamiento aerodinámico del puente.

#### 4.1.2.2 Resultados del modelo del puente

Se presentan, los resultados obtenidos para ilustrar la tendencia de los coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, en función del ángulo de ataque del viento, así como gráficas que ilustran la variación de los coeficientes aerodinámicos.

Los coeficientes aerodinámicos obtenidos en cada sección se muestran en las figuras 4.1.2.2.1 a 4.1.2.2.3 con curvas de ajuste polinomial, de grado seis. Se observa que la forma de las seis curvas, dos por cada coeficiente en las secciones instrumentadas del modelo, es comparable con las obtenidas para secciones transversales de otros puentes con tendencias similares (Emil Simiu, Robert H Scanlan,1996).

**Tabla 4.1.2.2 Datos utilizados en el modelo del puente**

$c$	20.6 m/s
$\rho$	1.24 kg/m <sup>3</sup>
$W$	40m/s
$f$	3.1 Hz
$\theta$	0°
$\alpha$	$12.5^\circ \leq \alpha \leq 12.5^\circ$
$r\Omega$	$W \cos \alpha$
$V$	$W \sin \alpha$

A partir de las curvas de ajuste de los coeficientes aerodinámicos obtenidos, se calcularon las derivadas parciales con respecto al ángulo de ataque, de cada coeficiente aerodinámico.

Las derivadas parciales de cada curva de ajuste, se muestran en la tabla 4.1.2.3.

Los resultados de los coeficientes de amortiguamiento aerodinámico planteados para sus nueve componentes con su mutua relación, se presentan en la figura 4.1.2.2.4 en función de los ángulos de ataque estudiados en el modelo del puente.

**Tabla 4.1.2.3 Derivadas parciales de los coeficientes aerodinámicos**

<b>Coefficiente aerodinámico</b>	<b>Derivada parcial</b>	<b>Expresión</b>
$C_D$ (1-31)	$\partial C_D / \partial \alpha$	$1E-07\alpha^5 - 1E-06\alpha^4 - 2E-05\alpha^3 + 0.0001\alpha^2 + 0.0015\alpha - 0.0059$
$C_D$ (33-63)	$\partial C_D / \partial \alpha$	$-1E-09\alpha^5 - 5E-07\alpha^4 + 1E-06\alpha^3 + 8E-05\alpha^2 + 0.0005\alpha - 0.0035$
$C_L$ (1-31)	$\partial C_L / \partial \alpha$	$1E-07\alpha^5 + 4E-07\alpha^4 - 4E-05\alpha^3 + 8E-05\alpha^2 - 0.0008\alpha + 0.0605$
$C_L$ (33-63)	$\partial C_L / \partial \alpha$	$4E-08\alpha^5 - 1E-06\alpha^4 - 5E-07\alpha^3 + 0.0003\alpha^2 - 0.0043\alpha + 0.0528$
$C_M$ (1-31)	$\partial C_M / \partial \alpha$	$-6E-08\alpha^5 + 1E-07\alpha^4 + 2E-05\alpha^3 - 2E-05\alpha^2 - 0.002\alpha + 0.0139$
$C_M$ (33-63)	$\partial C_M / \partial \alpha$	$-6E-08\alpha^5 - 3E-08\alpha^4 + 2E-05\alpha^3 - 2E-05\alpha^2 - 0.0027\alpha + 0.0152$

Donde  $\alpha$ , en grados, es el ángulo de ataque del viento.

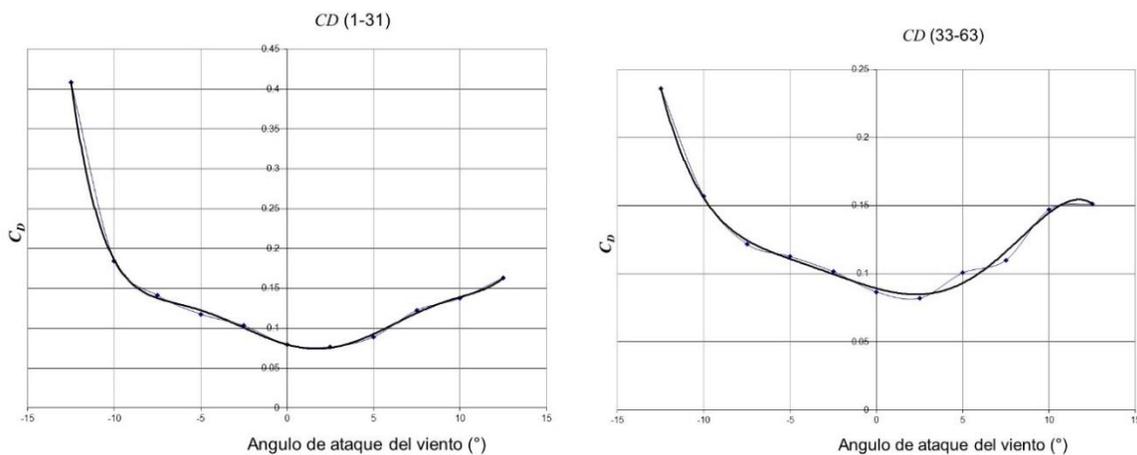


Figura 4.1.2.2.1 Coeficientes de arrastre aerodinámico en las dos secciones de medición del modelo del puente.

Las gráficas de cada coeficiente de amortiguamiento aerodinámico corresponden a una velocidad de incidencia del viento  $W$ , igual a 40 m/s. Se aceptó que cualquier

otra magnitud de viento tendría una forma similar, solamente que escalada, según del valor de la velocidad  $W$ .

Para definir la constante  $n$  que aparece en las expresiones que se ven afectadas por el planteamiento de la velocidad de giro, se asocia esta constante a la frecuencia natural por torsión, que resulta ser la frecuencia natural del primer modo del modelo del puente la cual resultó ser igual a 17.6 Hz en el modelo, y de 3.098 Hz en el prototipo.

Se destaca que el comportamiento de los coeficientes no es constante, sino que varía según el ángulo de ataque del viento, en particular  $c_{\theta_{zx}}$ ,  $c_{x\theta_z}$  y  $c_{\theta_z\theta_z}$  varían notablemente con el ángulo de ataque del viento.

Por último, los resultados de los coeficientes de amortiguamiento aerodinámicos se utilizaron para obtener el determinante de la matriz de amortiguamiento aerodinámico para cada ángulo de ataque de viento considerado, con la intención de apreciar los ángulos de ataque en los que el determinante respectivo resulta negativo y así poder conocer la posibilidad de que un amortiguamiento aerodinámico negativo global pueda inducir inestabilidad en la sección transversal del puente. Estos resultados son presentados en la figura 4.1.2.2.5.

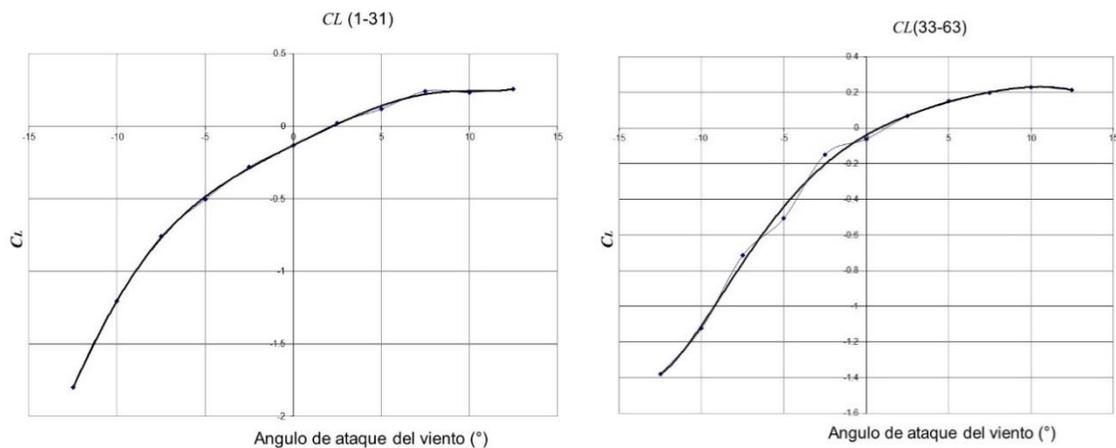


Figura 4.1.2.2.2 Coeficientes de sustentación aerodinámica en las dos secciones de medición del modelo del puente.

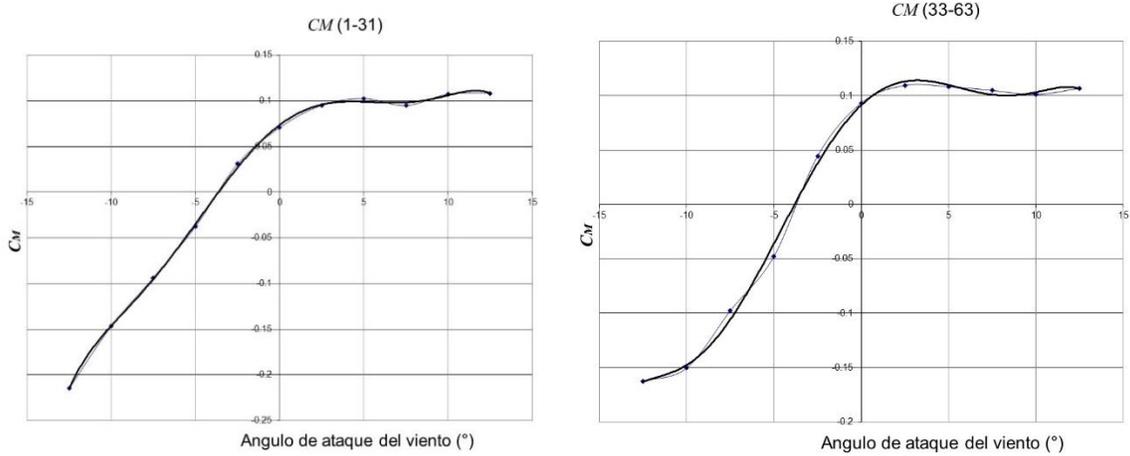


Figura 4.1.2.2.3 Coeficientes de momento aerodinámico de torsión en las dos secciones de medición del modelo del puente.

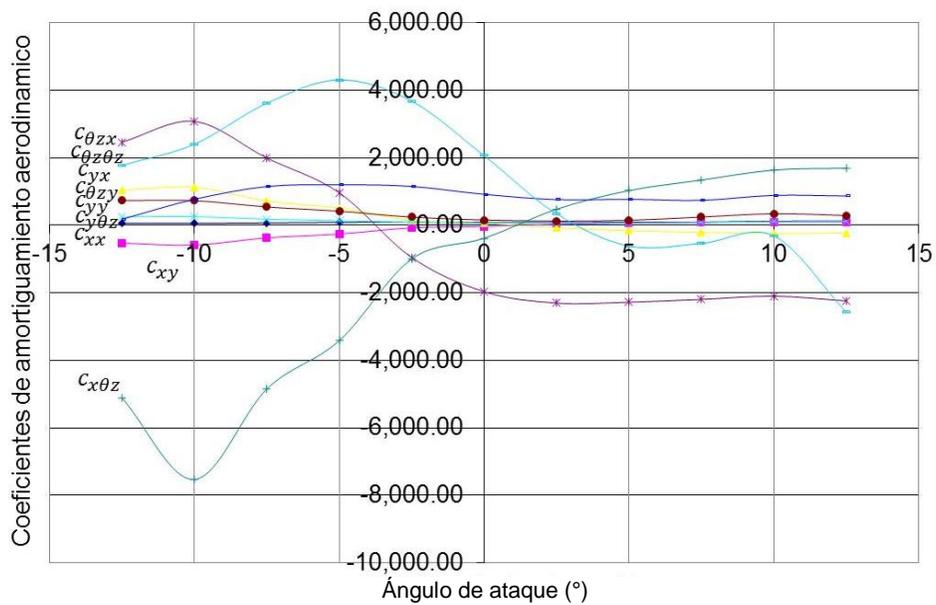


Figura 4.1.2.2.4 Coeficientes de amortiguamiento de momento aerodinámico de torsión, en las dos secciones instrumentadas del modelo del puente.

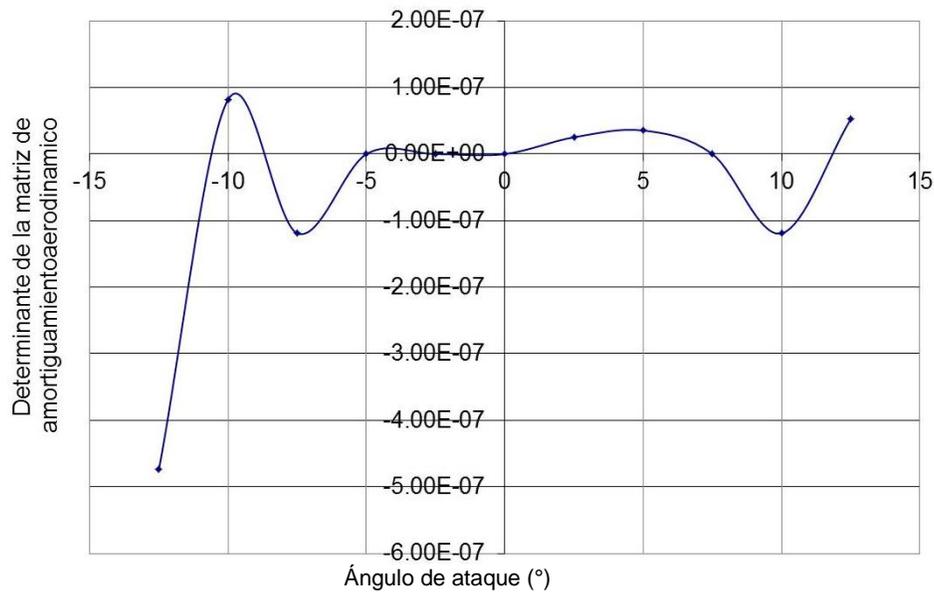


Figura 4.1.2.2.5 Determinante de la matriz de amortiguamiento para cada ángulo de ataque del viento del modelo del puente.

En la figura 4.1.2.2.5 se aprecian claramente los intervalos en los cuales el determinante adquiere valores negativos, según la proyección de la curva ajustada. Existen valores negativos en los intervalos próximos a los ángulos de ataque de  $-12.5^\circ$  y  $-5^\circ$  e  $10^\circ$ .

### 4.1.3 Torre “Medellín”

En un segundo ejemplo de aplicación de las expresiones propuestas para cuantificar el amortiguamiento aerodinámico, se revisa una estructura vertical tipo torre de observación, similar a CN tower en Toronto; Milad Tower en Theran, o, en Kuala Lumpur, el Menara Kuala Lumpur; con características similares a la estudiada en este trabajo.

Para este estudio se elaboró un modelo a escala en acrílico que fue instrumentada y colocada en el túnel de viento del Instituto de Ingeniería de la UNAM.

Los valores que se presentan corresponden a la torre real obtenidos del modelo; del modelo se obtuvieron los coeficientes de presión, en el túnel de viento del II-UNAM, y las frecuencias modales que se mencionan más adelante. Una representación del modelo en computadora que se hizo para su análisis (Márquez, D., Sergio, 2006) se muestra en la figura 4.1.3.1.



Figura 4.1.3.1 Modelo elaborado en el programa de análisis SAP 2000 de la torre Medellín (Márquez, D., Sergio, 2006).

#### **4.1.3.1 Obtención de los coeficientes aerodinámicos y velocidades de incidencia**

Para poder obtener los datos numéricos del modelo, se implementaron sensores de presión normales a la superficie monitoreada, en un número total de 62 puntos que se muestran en la figura 4.1.3.2.

Los coeficientes locales de presión normal fueron registrados en cada punto de medición y se promediaron, varios ángulos de ataque (24 en total con incrementos de  $15^\circ$  a partir de  $0^\circ$  y hasta  $360^\circ$ ). El ángulo  $0^\circ$  corresponde a la dirección en la cual la normal positiva al punto de medición es paralela y contraria a la dirección del flujo del viento. Se incrementó el ángulo de ataque a cada  $15^\circ$  en sentido de las manecillas del reloj. El ángulo  $0^\circ$  corresponde a la línea bisectriz del ángulo interno de  $60^\circ$  que forman las caras B y C en el modelo. Esta dirección del viento siempre

estuvo fija, pues lo que se giraba era el modelo. Así se registraron los coeficientes locales de presión para los 24 ángulos de ataque mencionados.

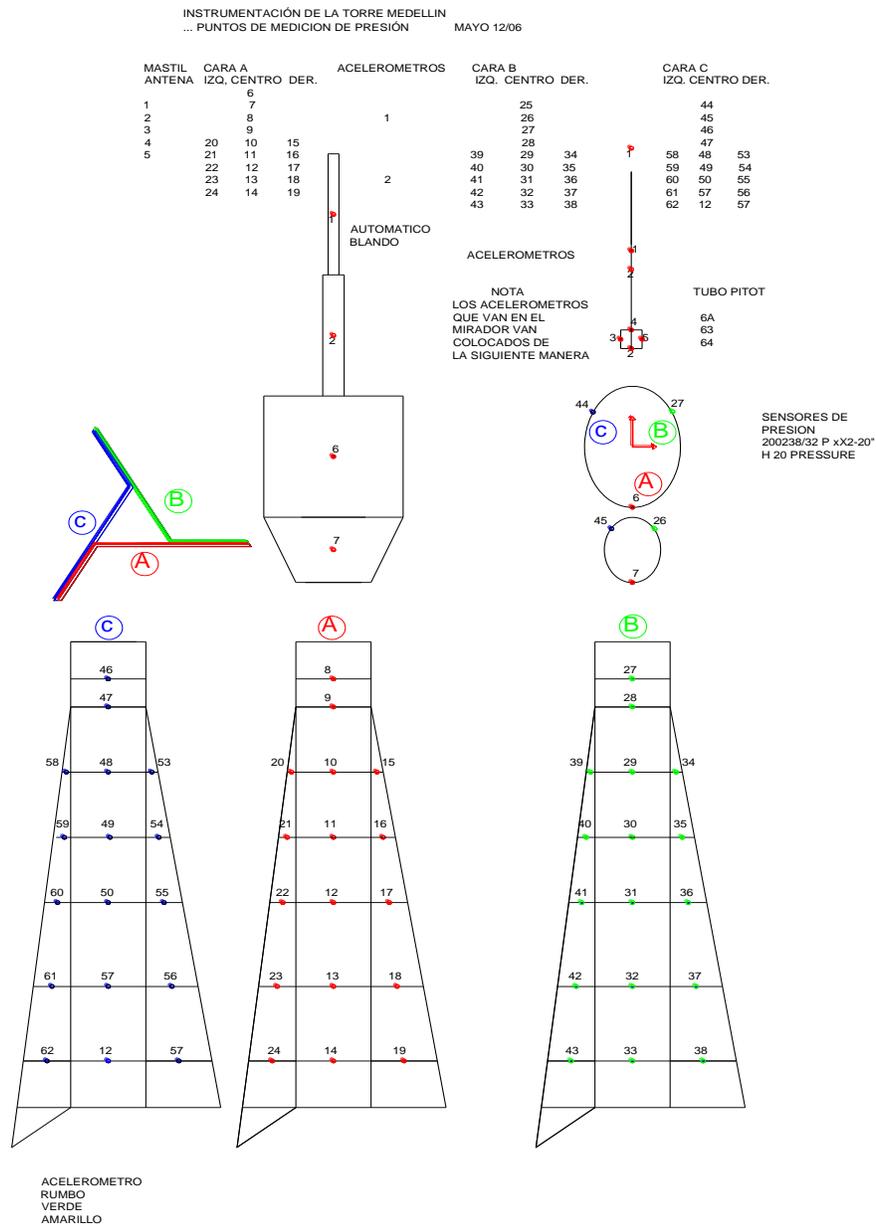


Figura 4.1.3.2. Puntos de medición de presión en el modelo de la torre Medellín.

De manera similar a la que se efectuó la determinación de los coeficientes aerodinámicos, en el modelo del puente descrito en el punto 4.1.2.1, se desarrolló la misma secuencia en este modelo.

A partir de coeficientes locales de presión registrados en cada punto, y para cada ángulo de ataque del viento, se calcularon las fuerzas normales asociadas a los anchos tributarios de sección transversal, en cada punto, con la expresión  $F = B(l)C_p$ , donde  $F$  es la fuerza normal a la superficie,  $B$  el ancho tributario de cada estación y  $C_p$ , el coeficiente local de presión obtenido de mediciones,  $1/2\rho V^2$  se omitió de la expresión, ya que en el proceso, se anula al calcular los cocientes para obtener los coeficientes aerodinámicos.

Una vez que se conoce la fuerza para cada punto se descompone esta fuerza normal, en componentes longitudinales y transversales, (arrastre y sustentación lateral). Se determinaron, así mismo, los momentos generados por esas componentes respecto al centro geométrico transversal de la sección tanto en las secciones triangulares, como en las 4 caras de la parte superior de la torre (antena cuadrada).

Así, la suma parcial de las fuerzas horizontales longitudinales, transversales y momentos de cada punto o estación, se estableció para cada una de las secciones transversales instrumentadas del modelo, que se muestran en la figura 4.1.3.3, con lo que se obtuvo la fuerza total horizontal de arrastre, de sustentación lateral y momento de volteo ( $F_D$ ,  $F_L$  y  $M$ ) por longitud unitaria para cada sección. Finalmente, se calcularon determinar los coeficientes aerodinámicos de arrastre, sustentación y de momento en cada sección y para cada ángulo de ataque ( $C_D$ ,  $C_L$  y  $C_M$ ).

Para mostrar la tendencia de los coeficientes  $C_D$ ,  $C_L$  y  $C_M$  en la zona de sección triangular principal con aletas y sin aletas, así como en la zona superior en la antena cuadrada de la torre, se muestran las gráficas representativas en 30 m, 200 m y en la antena de coronación en régimen laminar del viento en las figuras 4.1.3.4 a 4.1.3.6. La validez y congruencia de las gráficas para  $C_D$ ,  $C_L$  y  $C_M$  también queda corroborada por secciones relativamente similares que se muestran en otras referencias (Emil Simiu, Robert H Scanlan, 1996).

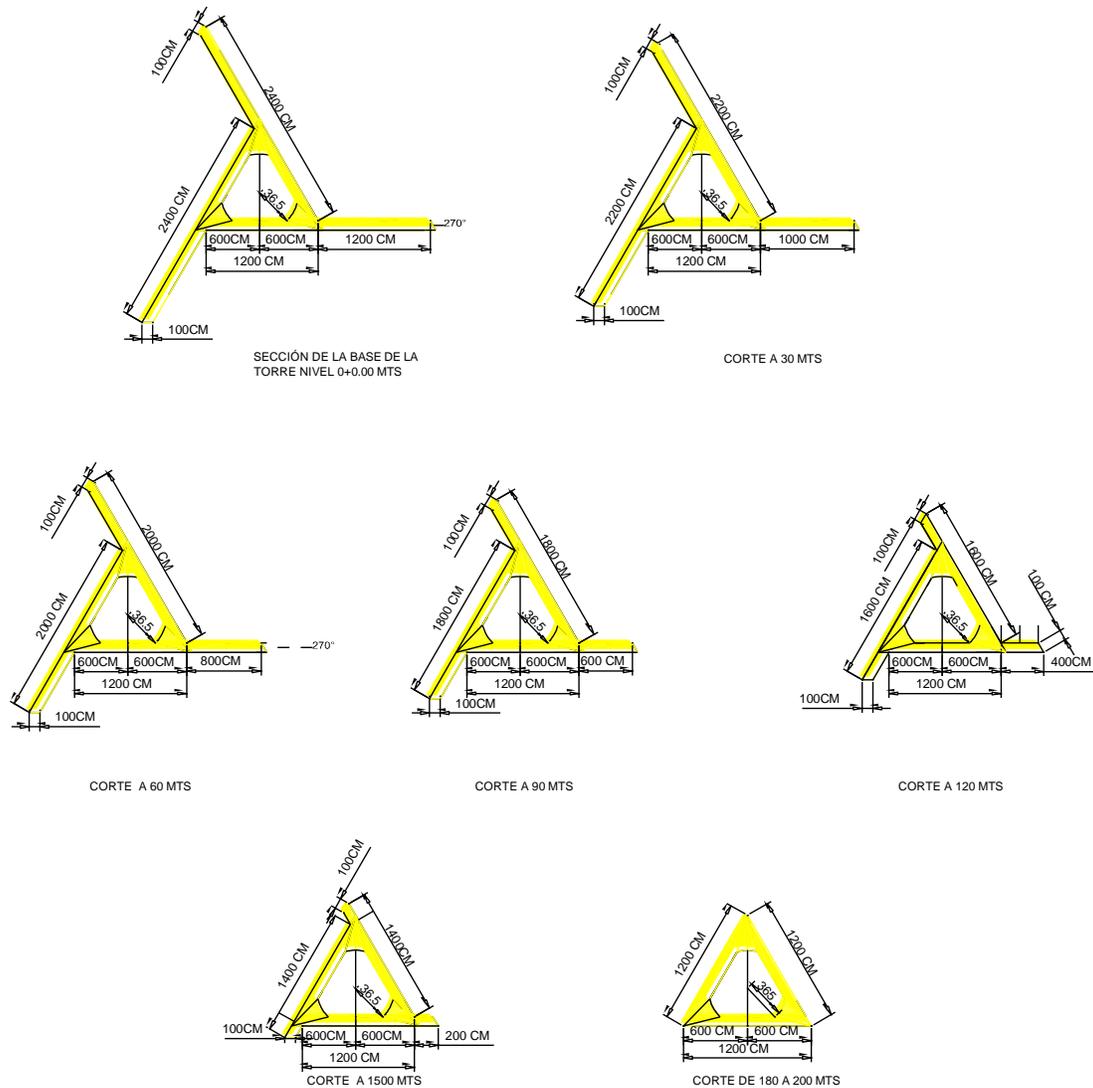


Figura 4.1.3.3. Secciones transversales instrumentadas hasta donde termina la sección triangular sin aletas.

Se efectuó también un estudio de los mismos coeficientes aerodinámicos en los mismos puntos y secciones, pero en condiciones turbulentas, de tal forma que para obtenerlos se siguió el mismo procedimiento utilizado para la condición laminar del flujo. Se muestran como ejemplos representativos de las diferentes secciones revisadas los resultados en las mismas secciones seleccionadas del flujo turbulento en las figuras 4.1.3.7 a 4.1.3.9.

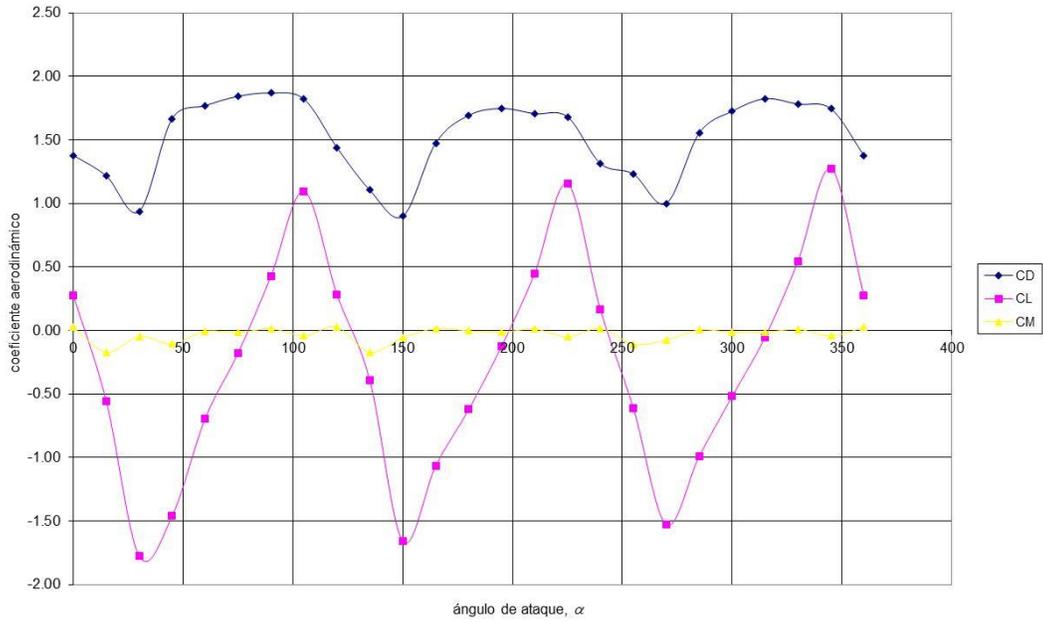


Figura 4.1.3.4. Coeficientes aerodinámicos en función del ángulo de ataque, en la sección transversal con aletas de la torre Medellín, a 30 m de altura.

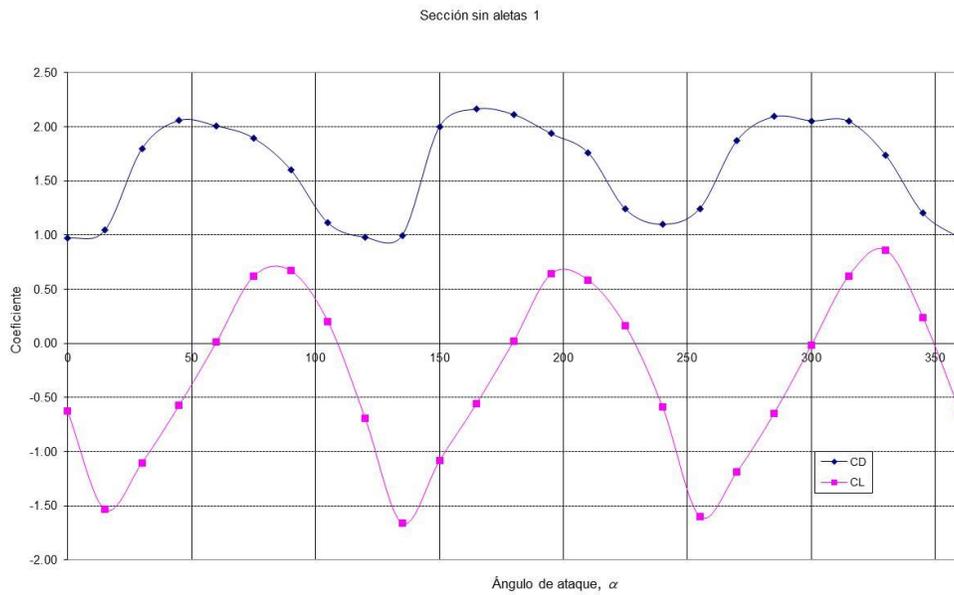


Figura 4.1.3.5. Coeficientes aerodinámicos en función del ángulo de ataque, en la sección transversal sin aletas de la torre Medellín, a 200 m de altura.

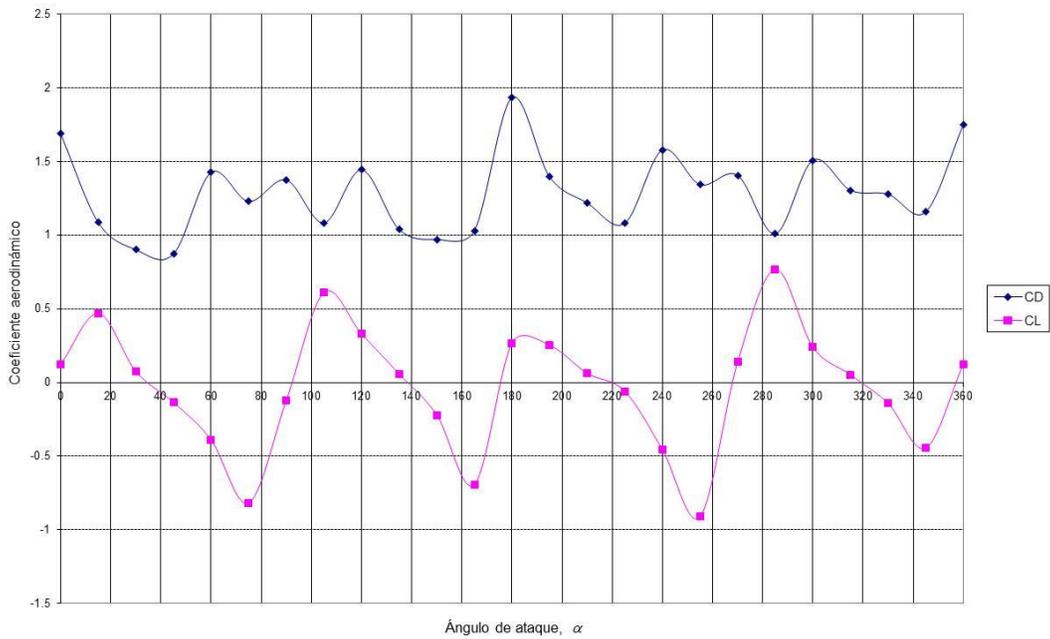


Figura 4.1.3.6. Coeficientes aerodinámicos en función del ángulo de ataque en la sección transversal cuadrada de la antena de la torre Medellín.

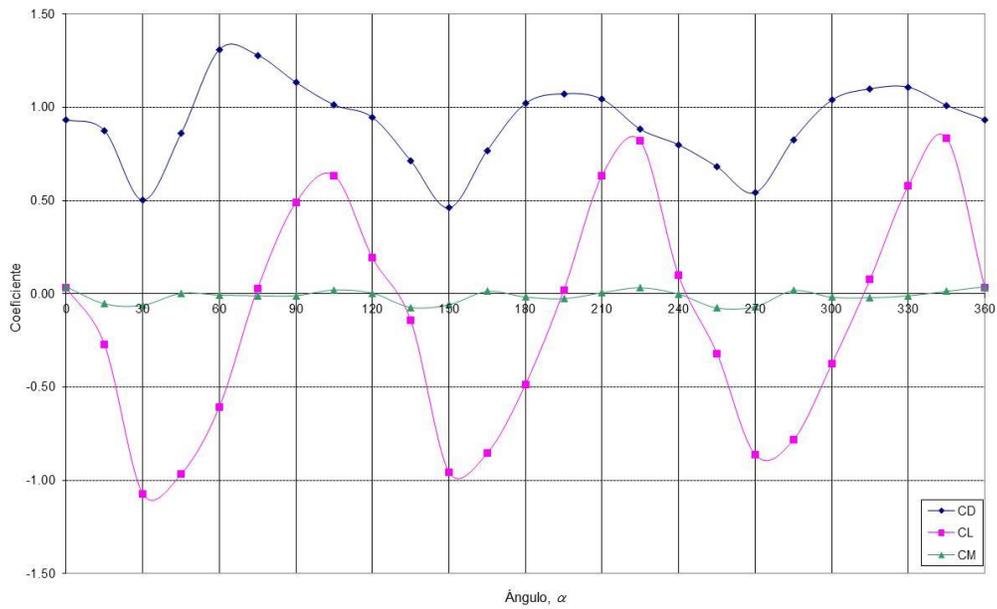


Figura 4.1.3.7. Coeficientes aerodinámicos en flujo turbulento, en función del ángulo de ataque en la sección transversal con aletas, de la torre Medellín, a 30 m de altura.

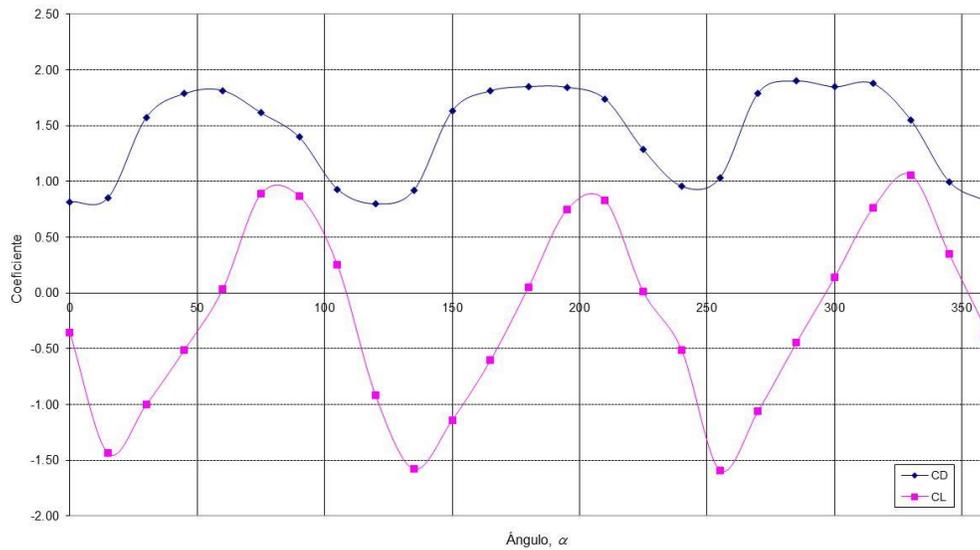


Figura 4.1.3.8. Coeficientes aerodinámicos en flujo turbulento en función del ángulo de ataque, en la sección transversal sin aletas de la torre Medellín, a 200 m de altura.

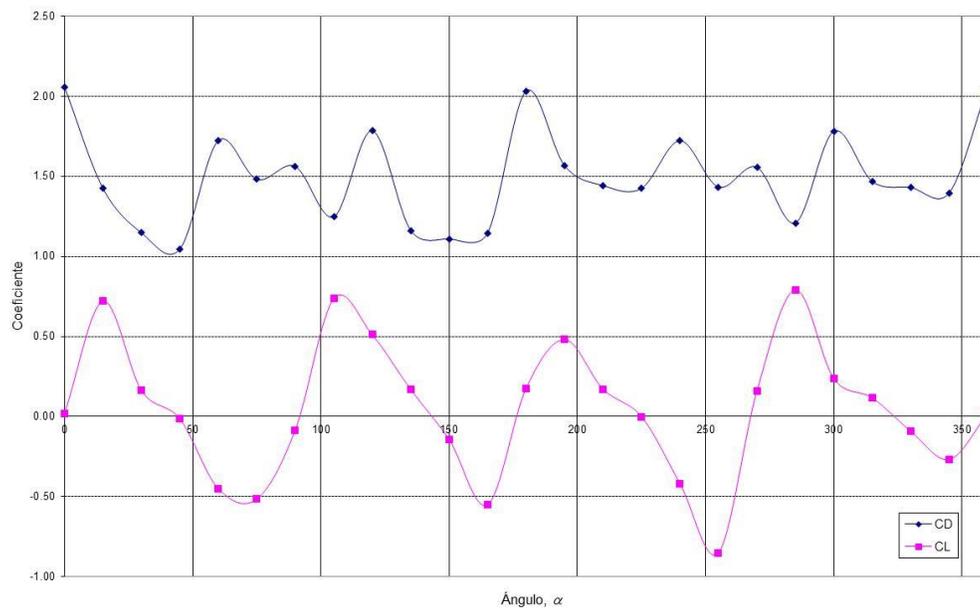


Figura 4.1.3.9. Coeficientes aerodinámicos en flujo turbulento en función del ángulo de ataque, en la sección transversal cuadrada de la antena de la torre Medellín.

Conocidos los coeficientes aerodinámicos, se determinaron sus derivadas parciales con respecto al ángulo de ataque, a partir de los datos obtenidos para los ángulos de ataque estudiados, al asignar a cada par (ángulo de ataque-coeficiente aerodinámico) la pendiente formada por los puntos o pares (ángulo de ataque-

coeficiente aerodinámico) anterior y posterior al par en estudio; el proceso se repitió para cada par de ángulo-coeficiente y los resultados se muestran en las figuras 4.1.3.10 a 4.1.3.15, correspondientes a las gráficas de coeficientes aerodinámicos mostrados previamente para la torre, tanto en flujo laminar como turbulento.

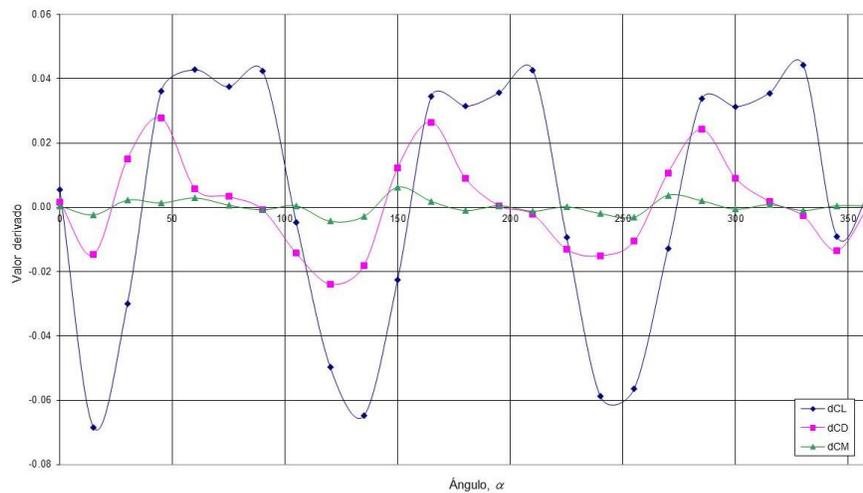


Figura 4.1.3.10. Derivadas parciales de los coeficientes aerodinámicos, en función del ángulo de ataque para flujo laminar a 30 m de altura de la torre Medellín.

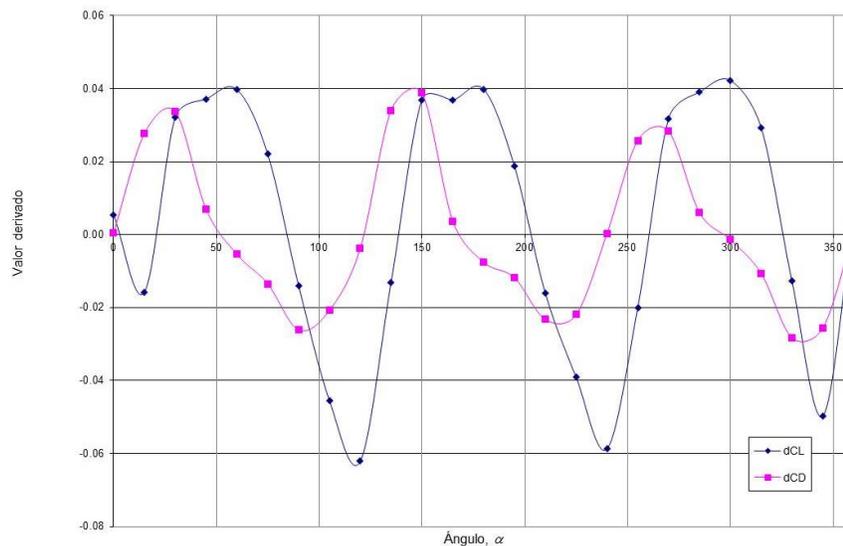


Figura 4.1.3.11. Derivadas parciales de los coeficientes aerodinámicos, en función del ángulo de ataque para flujo laminar a 200 m de altura de la torre Medellín.

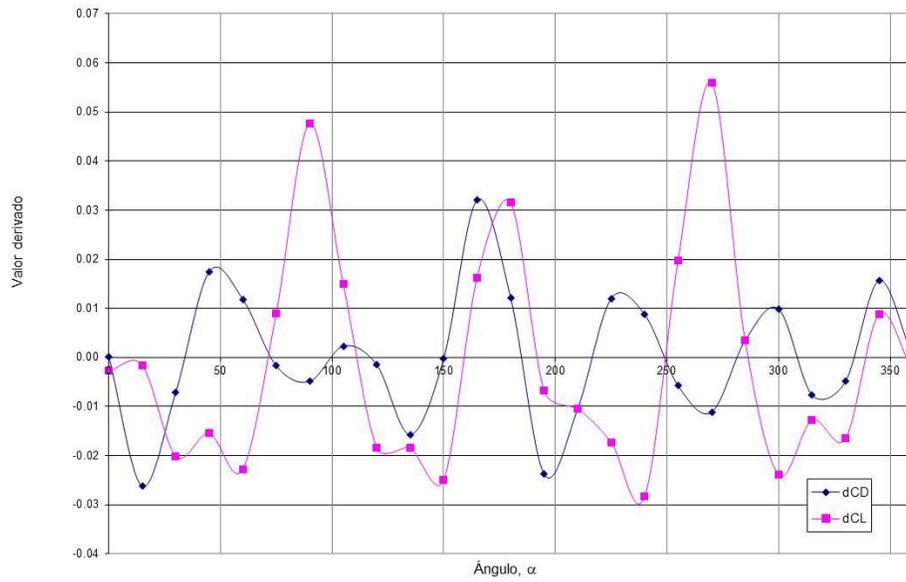


Figura 4.1.3.12. Derivadas parciales de los coeficientes aerodinámicos, en función del ángulo de ataque, para flujo laminar en la sección transversal cuadrada de la antena de la torre Medellín.

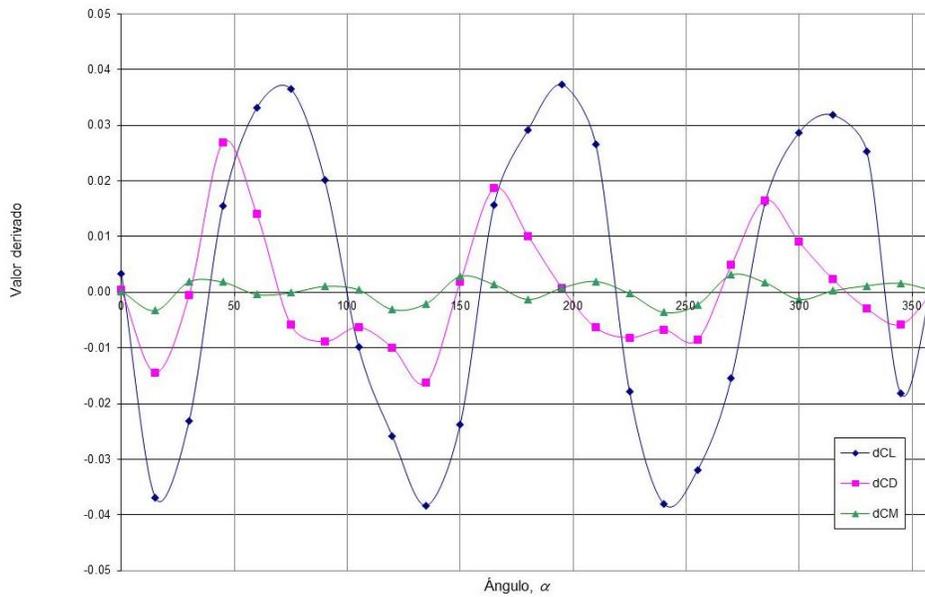


Figura 4.1.3.13. Derivadas parciales de los coeficientes aerodinámicos en función del ángulo de ataque para flujo turbulento, a 30 m de altura de la torre Medellín.

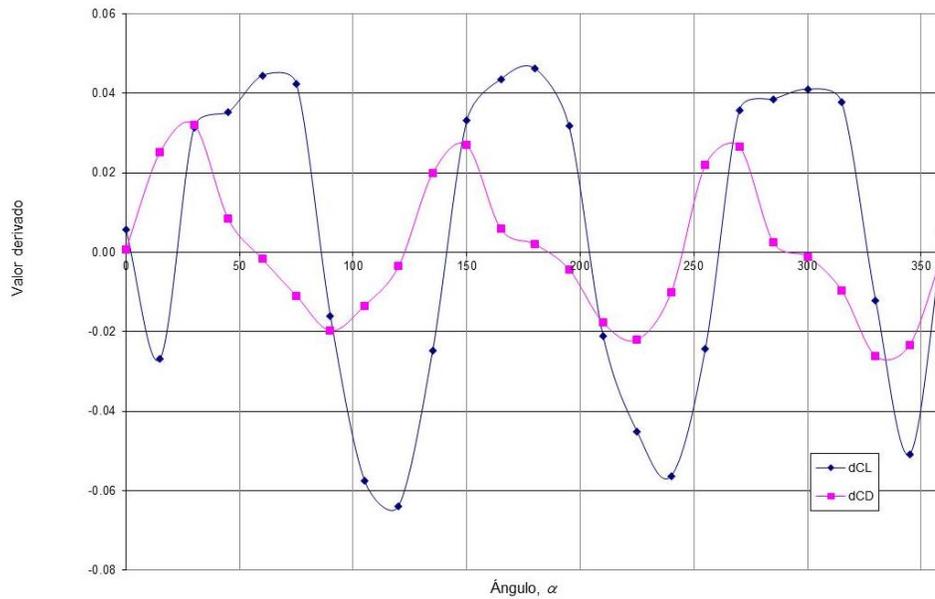


Figura 4.1.3.14. Derivadas parciales de los coeficientes aerodinámicos, en función del ángulo de ataque para flujo turbulento a 200 m de altura de la torre Medellín.

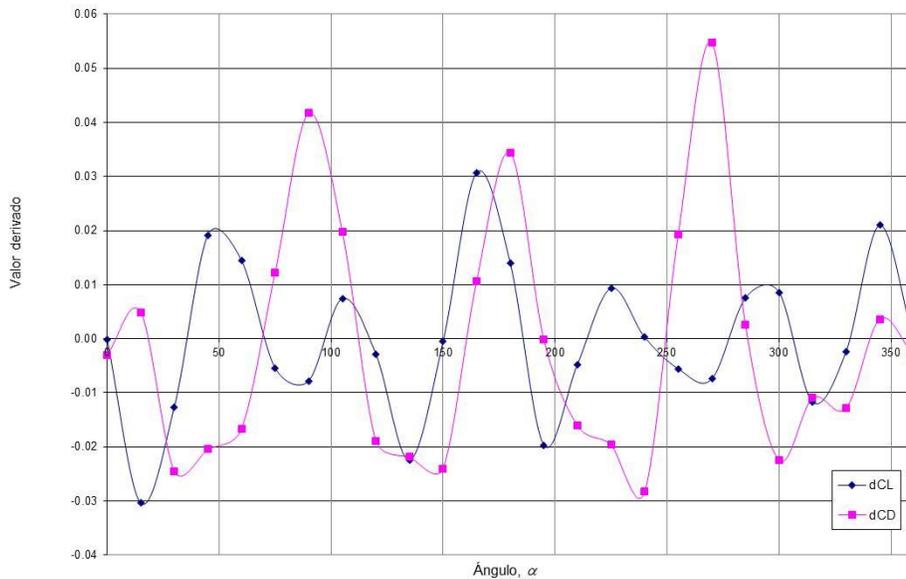


Figura 4.1.3.15. Derivadas parciales de los coeficientes aerodinámicos, en función del ángulo de ataque para flujo turbulento, en la sección transversal cuadrada de la antena de la torre Medellín.

Se aprecia la regularidad de los resultados en todos los niveles, tanto para los coeficientes aerodinámicos como para sus derivadas, con lo cual la periodicidad de los resultados valida los valores obtenidos experimentalmente.

Una vez identificados los coeficientes aerodinámicos y sus derivadas parciales, correctamente validados, se tiene la posibilidad de determinar los coeficientes de amortiguamiento aerodinámico de la torre, a partir de los valores aplicables del primer ejemplo (puente Cancún), y al sustituir los correspondientes al presente caso, así  $\rho$  se toma con el mismo valor de  $1.25/9.81 \text{ kgs}^2/\text{m}^4$ ,  $B$  es variable conforme aumenta la altura de la sección considerada de manera que adquiere los valores de 27 m, 24.044 m, 21 m, 18 m, 15 m, 12 m, 12 m y 2.121 m a alturas de 30 m, 60 m, 90 m, 120 m, 150 m, 180 m, 200 m, y a la altura de la antena respectivamente. Los valores de  $V$  y  $r\Omega$  se obtienen a partir del ángulo y velocidad de incidencia del viento  $\alpha$  y  $W$  respectivamente, con las correspondientes descomposiciones que se indican para el modelo del puente Cancún.

En el presente ejemplo de estudio, se consideran positivos los ángulos que se encuentran en el intervalo anterior de  $60^\circ$  al lado largo de las aletas, y negativos los ángulos en el rango de  $60^\circ$  grados que se encuentran posteriormente al lado largo de las aletas, en el rango de  $60^\circ$  adyacente al lado corto de las aletas. Como se observa en el nivel 0 de la figura 4.1.3.3, esta relación de ángulos se repite en las tres aletas de maneja que los resultados sean homologables.

La constante  $n$ , correspondiente a la primera frecuencia natural de torsión de la torre, tiene un valor de 38 Hz en las mediciones del modelo y corresponde a 2.687 Hz en el prototipo.

### **4.1.3.2 Resultados obtenidos en la Torre Medellín**

Con los datos necesarios para establecer las ecuaciones propuestas, se determinaron los coeficientes de amortiguamiento aerodinámico en las diferentes secciones, y para una velocidad de viento igual a 60 m/s, para observar la tendencia ante esta velocidad. Los resultados se pueden observar en las figuras 4.1.3.16 a 4.1.3.27 en flujo laminar y turbulento. Se observa a las 9 componentes de la matriz

de amortiguamiento aerodinámico para las secciones anteriores a los 150 m de altura, figuras 4.1.3.16 y 4.1.3.19, en tanto que en las secciones a 200 m de altura y en la sección de antena, desaparecen los del coeficiente aerodinámico de momento, al no existir esta componente, debido a la geometría de la últimas secciones superiores, figuras 4.1.3.17, 4.1.3.18, 4.1.3.20 y 4.1.3.21.

De manera similar a lo que se revisó sobre la posibilidad de inestabilidad aerodinámica en el puente Cancún, en la torre en estudio se efectuó una revisión similar, al calcular en cada sección, los determinantes en función del ángulo de ataque del viento, en flujo laminar y turbulento. Para ilustrar la tendencia de los determinantes, se presentan las secciones a 30 m, 60 m y 120 m de altura como ejemplos ilustrativos, donde se observa que la tendencia de las gráficas desde la altura de 30 m hasta la altura de 150 m se mantiene, figuras 4.1.3.22 a 4.1.3.27.

La tendencia de los determinantes ilustra cómo hay algunos ángulos de ataque del viento, propician el inicio de inestabilidad aerodinámica, ya que los valores de estos determinantes no se mantienen siempre en el intervalo positivo o negativo, es decir, que en esos ángulos el determinante tiene un valor nulo. Lo relevante de esto es que los valores del ángulo de ataque en que los determinantes se anulan son periódicos, y no solamente en los determinantes nulos, sino que, en todos los valores del determinante, existe periodicidad, repitiéndose esta periodicidad de valores de determinante a cada  $120^\circ$  para las secciones con tres caras, que se encuentran en la sección ubicada a 150 m de altura.

Otro aspecto interesante de los resultados reside en que la inestabilidad se tiende a presentar en los ángulos de ataque con mayor desprendimiento de la masa de aire o desprendimiento de la capa límite; en estos se presenta la tendencia a valor determinante negativo. Contrariamente, en los ángulos en los que se tiene una mayor forma aerodinámica de la sección, se presenta la mayor tendencia a la estabilidad, debido a que el valor determinante máximo resulta positivo. Así, en las secciones ubicadas debajo de los 200 m de altura, el valor determinante presenta un máximo en  $30^\circ$ ,  $150^\circ$  y  $270^\circ$ , correspondientes a incidencia del viento contra los vértices externos de las secciones triangulares con y sin aletas; por ello las

orientaciones más estables son las secciones triangulares; con aletas antes de los 150 m y sin aletas después de los 150 m, y en la sección de 200 m de altura.

Aparentemente las expresiones propuestas representan al fenómeno inestable, por la variabilidad del amortiguamiento y muestran congruencia con la existencia o inexistencia de la capa límite adherida a la superficie expuesta, de manera que, al presentarse ese desprendimiento de aire adherido, se debe a la geometría de las secciones; al incidir el viento aparece un deterioro del determinante de amortiguamiento aerodinámico, al decrecer su valor positivo, tanto en las secciones donde existe la componente de momento aerodinámico, como en las que la geometría de la sección no propicia su existencia, como también se observa en las matrices de amortiguamiento aerodinámico de 2 x 2 componentes (Jorgen Thirstrup Petersen, Helge Aagaard Madsen, y otros, 1998).

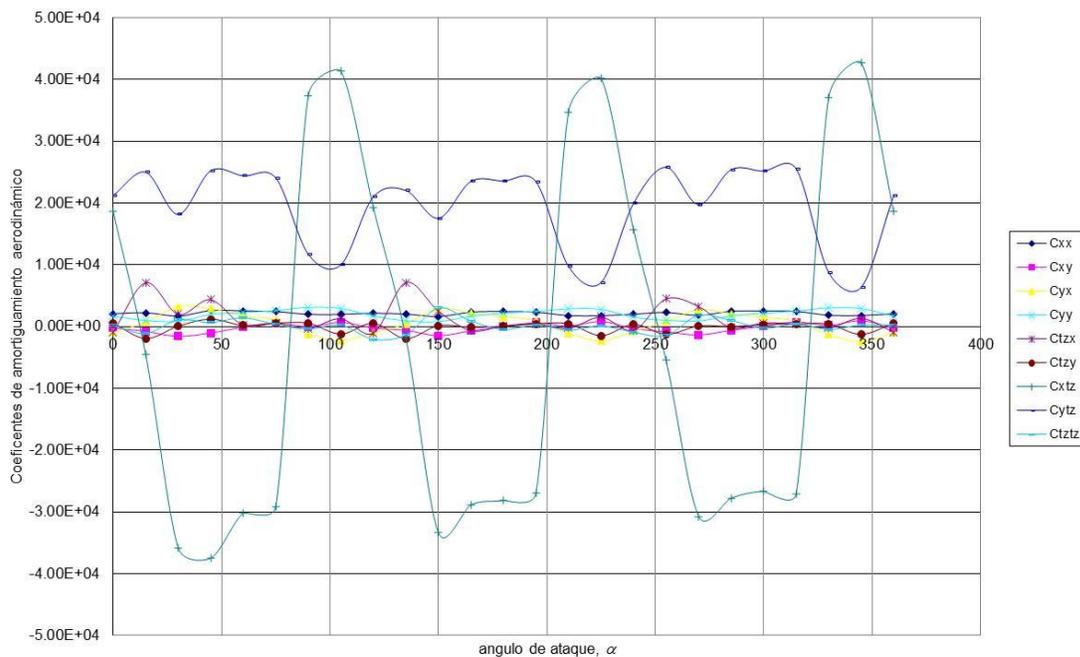


Figura 4.1.3.16. Coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, en función del ángulo de ataque, para flujo laminar, a 30 m de altura de la torre Medellín.

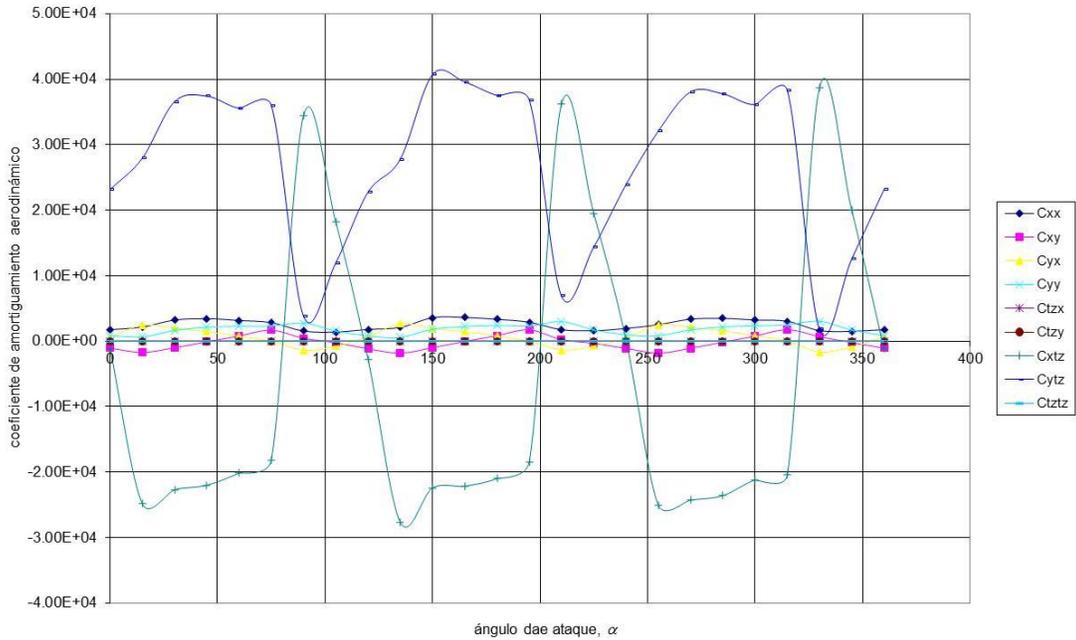


Figura 4.1.3.17. Coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, en función del ángulo de ataque, para flujo laminar, a 200 m de altura de la torre Medellín.

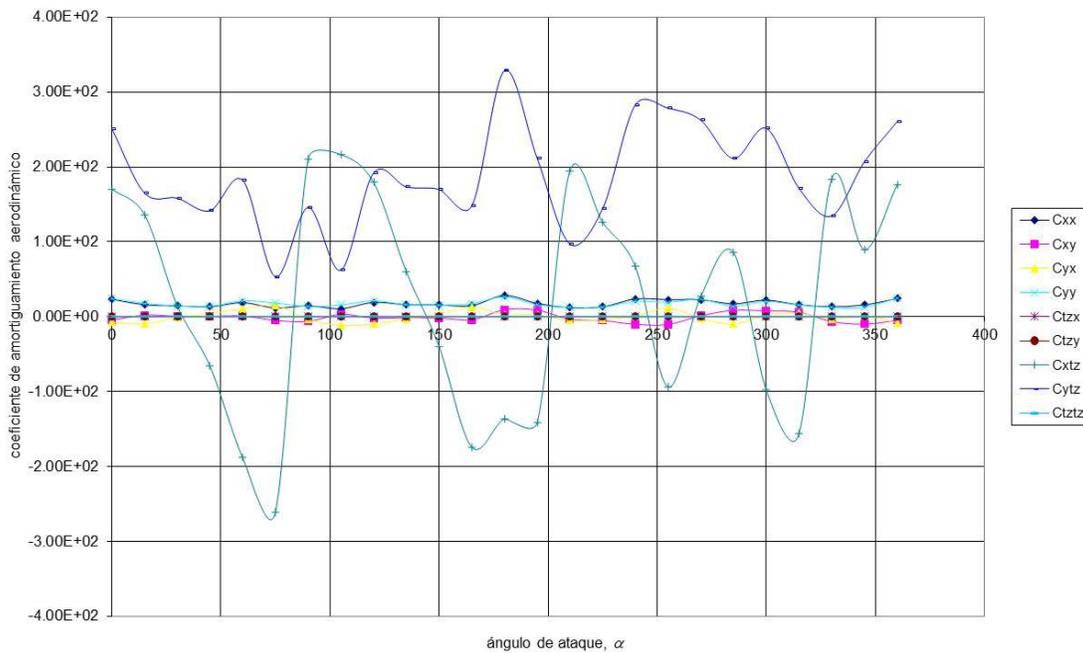


Figura 4.1.3.18. Coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, en función del ángulo de ataque, para flujo laminar en la sección transversal cuadrada de la antena de la torre Medellín.

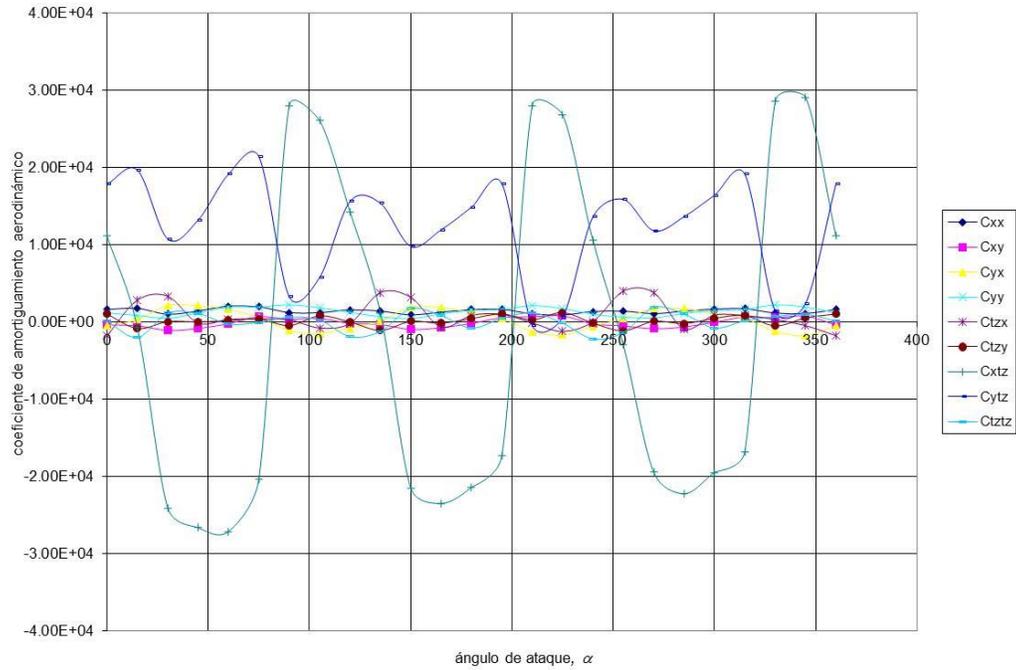


Figura 4.1.3.19. Coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, en función del ángulo de ataque, para flujo turbulento a 30 m de altura de la torre Medellín.

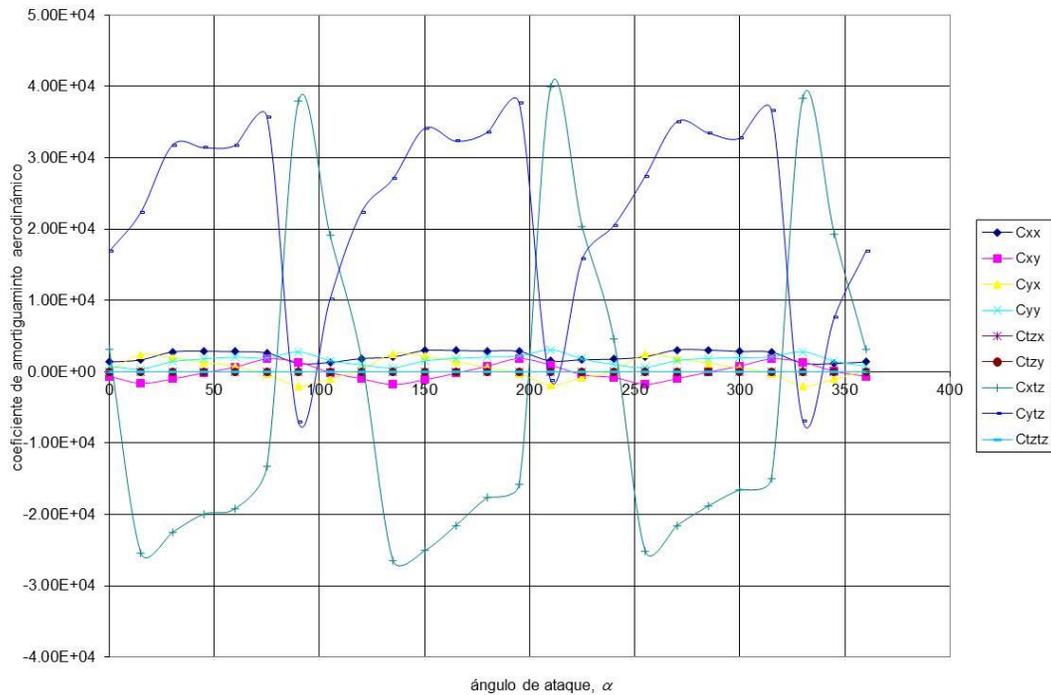


Figura 4.1.3.20. Coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, en función del ángulo de ataque, para flujo turbulento a 200 m de altura de la torre Medellín.

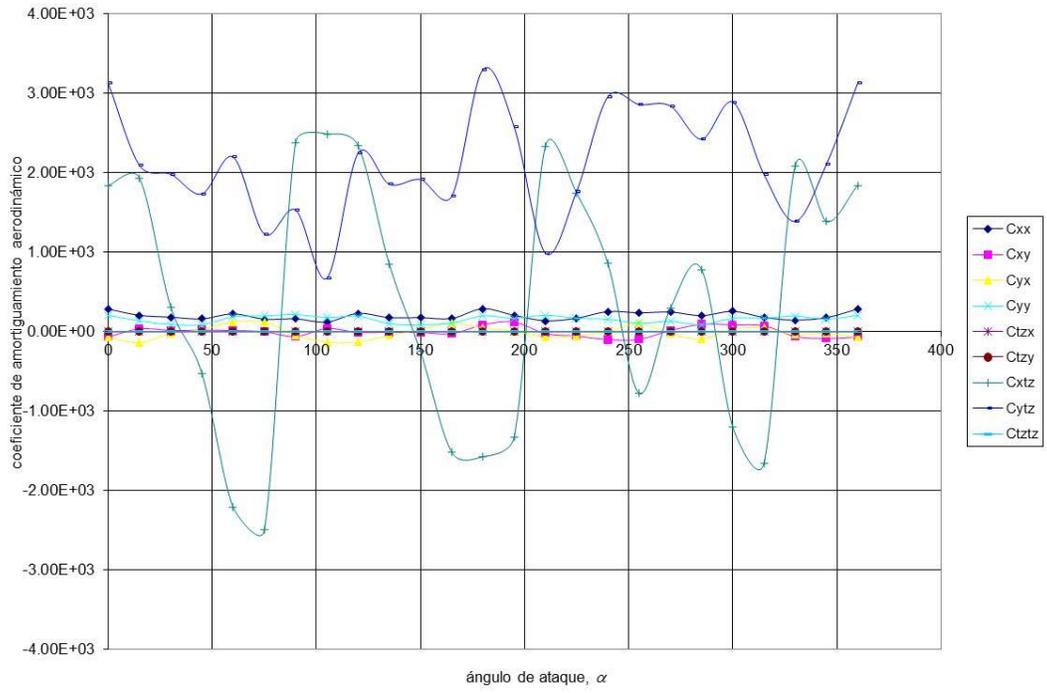


Figura 4.1.3.21. Coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, en función del ángulo de ataque, para flujo turbulento en la sección transversal cuadrada de la antena de la torre Medellín.

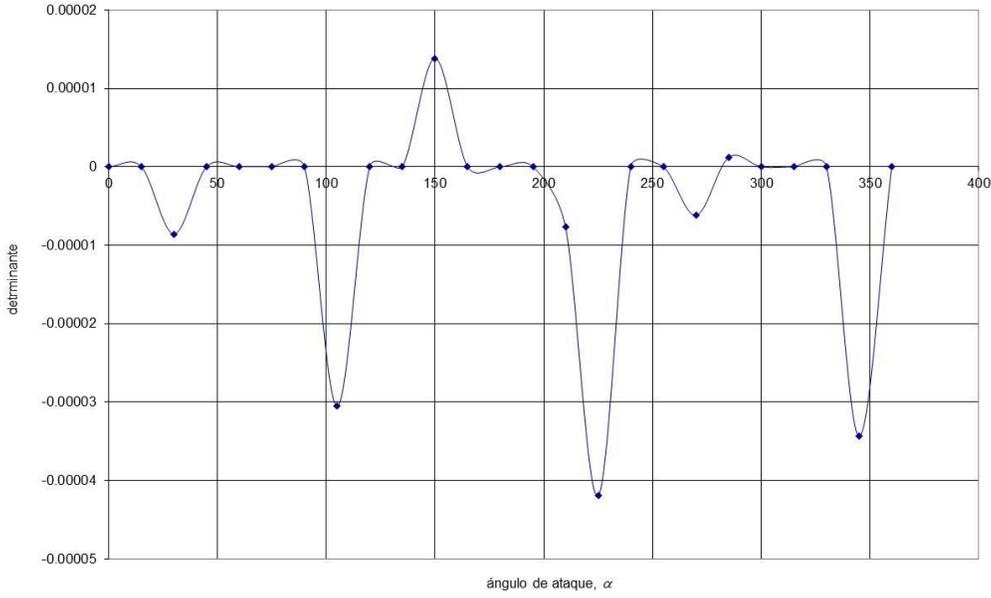


Figura 4.1.3.22. Valores del determinante, en función del ángulo de ataque, para una velocidad en flujo laminar de 60 m/s, obtenidos a 30 m de altura de la Torre Medellín.

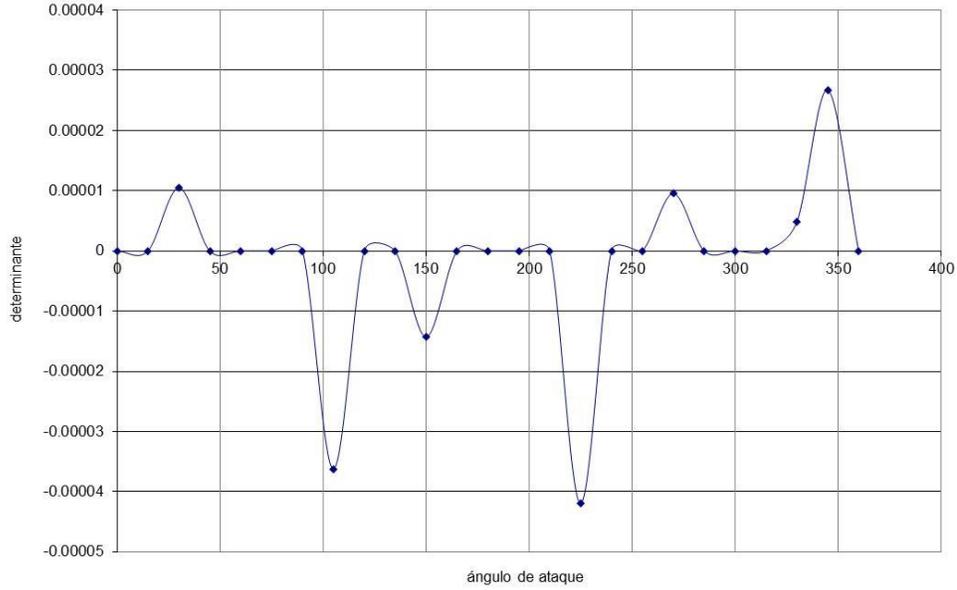


Figura 4.1.3.23. Valores del determinante, en función del ángulo de ataque, para una velocidad en flujo laminar de 60 m/s, obtenidos a 60 m de altura de la Torre Medellín.

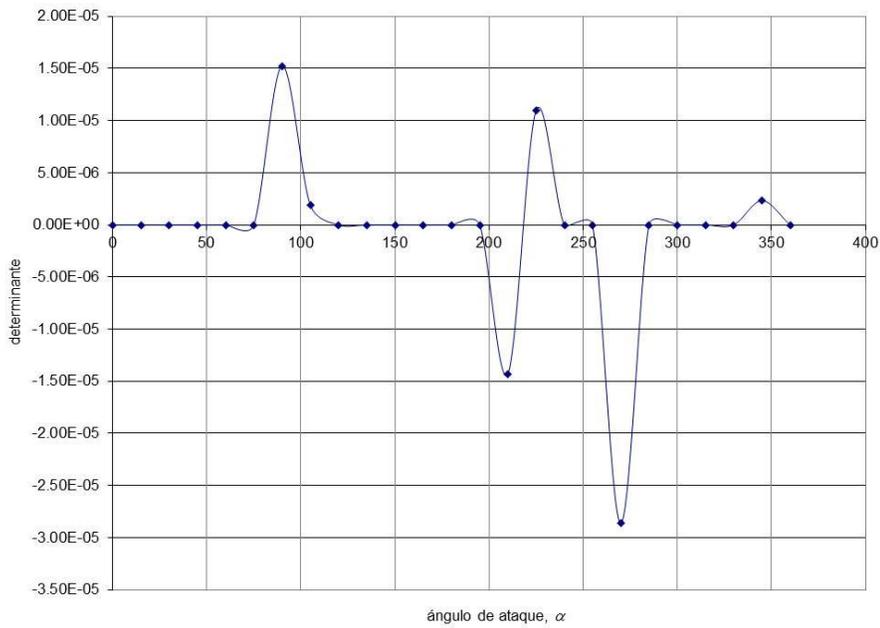


Figura 4.1.3.24. Valores del determinante, en función del ángulo de ataque, para una velocidad en flujo laminar de 60 m/s, obtenidos a una altura de 120 m de la Torre Medellín.

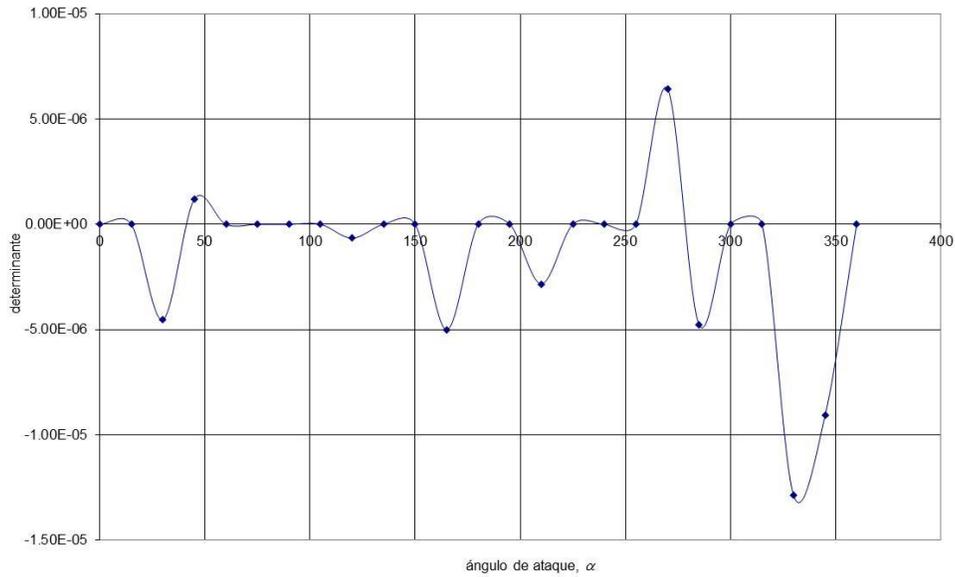


Figura 4.1.3.25. Valores del determinante, en función del ángulo de ataque, para una velocidad en flujo turbulento de 60 m/s, obtenidos a 30 m de altura de la Torre Medellín.

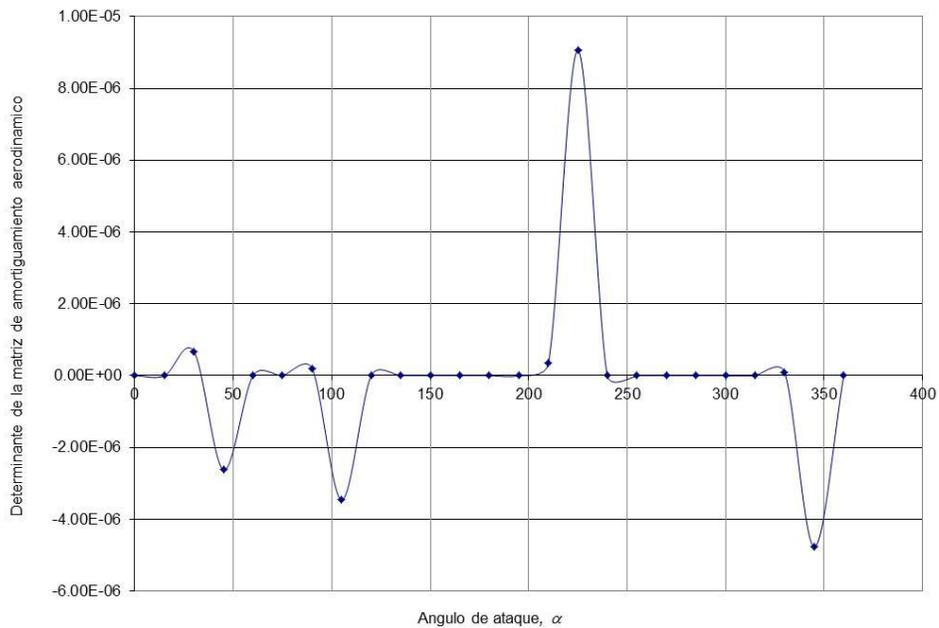


Figura 4.1.3.26. Valores del determinante, en función del ángulo de ataque, para una velocidad en flujo turbulento de 60 m/s, obtenidos a 60 m de altura de la Torre Medellín.

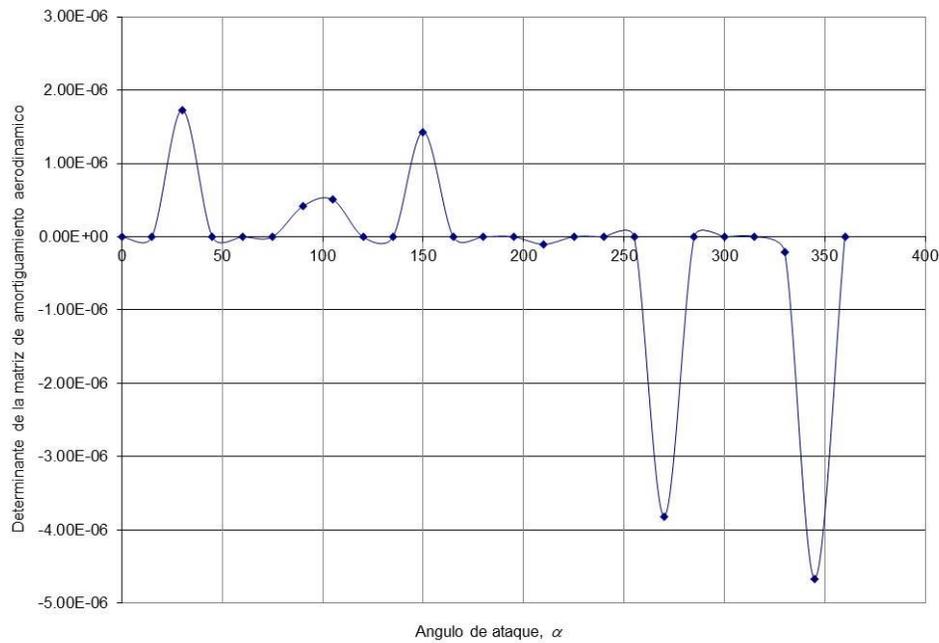


Figura 4.1.3.27. Valores del determinante, en función del ángulo de ataque, para una velocidad en flujo turbulento de 60 m/s, obtenidos a la altura de 120 m de la Torre Medellín.

Para posteriores revisiones, se recomienda aplicar la matriz de amortiguamiento aerodinámico a modelos que tengan forma prismática a lo largo de un eje longitudinal representativo, similar a secciones de torres, edificios, puentes y estructuras.

La investigación mostró la aplicabilidad del procedimiento desarrollado en este trabajo para establecer las condiciones para el inicio de inestabilidad del flujo de viento, en las estructuras seleccionadas.

# **Propuesta para atenuar vibraciones aeroelásticas inducidas por el viento**

Para atenuar las vibraciones inducidas sobre estructuras metálicas ligeras y, en general, sobre estructuras susceptibles a la acción del viento, se han propuesto diferentes mecanismos, que comprenden desde modificaciones a la forma del perfil estructural, ó a la adhesión de elementos externos que impidan la aparición de los fenómenos aeroelásticos, así como el empleo de mecanismos o apéndices con así como el empleo de energía con propiedades dinámicas propias, que buscan atenuar las vibraciones con estos dispositivos.

En función del bajo nivel de amortiguamiento estructural que poseen la mayoría de las estructuras civiles (Stevenson, J. D., 1980) se han elaborado diversas propuestas para cuantificarlo, pero en las estructuras susceptibles a efectos aeroelásticos provocados por el viento, la posible aparición de amortiguamiento aerodinámico negativo, en la evolución de la interacción viento-estructura, puede superar al amortiguamiento estructural, y provocar que las vibraciones aumenten a niveles inaceptables, tanto por comodidad de las personas, como por fatiga y capacidad propia de las estructuras sujetas a este efecto.

En el capítulo anterior se presentó un procedimiento para cuantificar este amortiguamiento aerodinámico, que, bajo algunos ángulos de ataque del viento, con respecto a un eje de la sección transversal de la estructura, pueda presentar amortiguamiento aerodinámico negativo puede iniciar grandes vibraciones estructurales, en algunas direcciones por amplificación de alguno de los tres grados de libertad considerados en el estudio.

El amortiguamiento aerodinámico negativo se presenta cuando el viento sobrepasa una velocidad crítica, y produce vibraciones en la frecuencia fundamental de la estructura, de manera que en esta frecuencia natural de la estructura se presentan

las mayores oscilaciones y el mayor amortiguamiento aerodinámico negativo. Para disminuir estas posibles vibraciones en la frecuencia fundamental de la estructura estimuladas por la aparición de amortiguamiento aerodinámico negativo, se propone un mecanismo con amortiguamiento magnético.

En el siguiente desarrollo, se propone el uso de un amortiguador de masa sintonizada, cuyo amortiguamiento se genera por alteración de un campo magnético provocado por imanes permanentes que no requieren alimentación de energía eléctrica. En este estudio se propone un amortiguador magnético, en el que se aprovechan las propiedades de los imanes permanentes formados con “tierras raras”, para evitar la inestabilidad de la estructura a la cual se adhieren.

## **5.1 Evaluación del método propuesto para la atenuación de la amplificación aeroelástica, con amortiguadores de masa sintonizada**

Para ilustrar la manera en la cual se pretende amortiguar las vibraciones, se recurrió a información disponible de uno de los modelos estudiados en el capítulo anterior; se utilizan los datos dinámicos y geométricos obtenidos del puente Cancún; se ejemplifica como se puede utilizar un sistema de amortiguamiento magnético para atenuar las vibraciones que se presentan, en la frecuencia de resonancia.

Se ha observado en la descripción de los registros que corresponden a las mediciones dinámicas del modelo del puente “Cancún”, que la determinación de la frecuencia de resonancia ante la acción del viento no corresponde a la obtenida en vibración ambiental, ya que se observó que la acción del viento modificó esta frecuencia y que la primera frecuencia de vibración ante la acción del viento, se encuentra en 12 Hz, con mayor excitación cuando la velocidad del viento alcanzó 15 m/s. Es por este motivo que se seleccionó esta frecuencia como representativa del modelo. Para un ángulo de fase ( $32^\circ$ ) entre los dos acelerómetros montados en el modelo, el primer modo corresponde a torsión, en torno al eje longitudinal del

modelo. Por otra parte, al observar los registros de los acelerogramas de los 2 puntos de registro, en la figura 5.1.1, se aprecia su periodicidad, particularmente en el canal B, con una amplitud mayor, lo que es de esperarse por la mayor amplitud de su espectro. De esto se puede concluir que las vibraciones que experimentó el modelo en el punto B, y en menor medida en el punto A, son de tipo periódico senoidal.

El método matemático que se presenta se asocia a un sistema masa-resorte de un grado de libertad correspondiente a torsión, que es el modo dominante, y representa el movimiento crítico del modelo. La deducción matemática del comportamiento y optimización de los parámetros ya ha sido efectuada, tanto para sistemas amortiguados, como no amortiguados (Den Hartog, 1974), ampliada por otros autores (Warburton, G. B., 1982). Por otra parte, se aprecia en la figura 5.1.2 que el espectro de respuesta del modelo es angosto, lo que indica bajo nivel de amortiguamiento, de acuerdo a lo indicado por el método de banda ancha, que se utiliza para evaluar amortiguamiento (Paz, 1997).

En función de lo expresado en el párrafo previo, a partir del espectro de respuesta con la mayor amplificación y presentado como crítico, se utiliza el método de ancho de banda para determinar el amortiguamiento estructural del modelo (Paz, M., 1997):

$$\zeta = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (44)$$

donde  $f_1$  y  $f_2$  son las frecuencias asociadas a  $1/\sqrt{2}$  veces la amplitud máxima, antes y después de la amplitud máxima. Así se obtuvo de los espectros con amplificación máxima, mostrado en la figura 5.1.2, los valores de  $f_1$  y  $f_2$  son 11.9 Hz y 13.4 Hz respectivamente, por lo que la fracción del amortiguamiento crítico resulta de 5.93 %, en términos prácticos se consideró igual a 5.9 %.

Con estos antecedentes, se pueden definir las características del amortiguador de masa sintonizada (TMD) formado por dos dispositivos, uno a cada lado del eje de giro del modelo, para evitar que el modo fundamental en torsión provoque

vibraciones excesivas. Se pretende utilizar las propiedades ferromagnéticas de los imanes de “tierras raras” en amortiguadores de tipo pasivo.

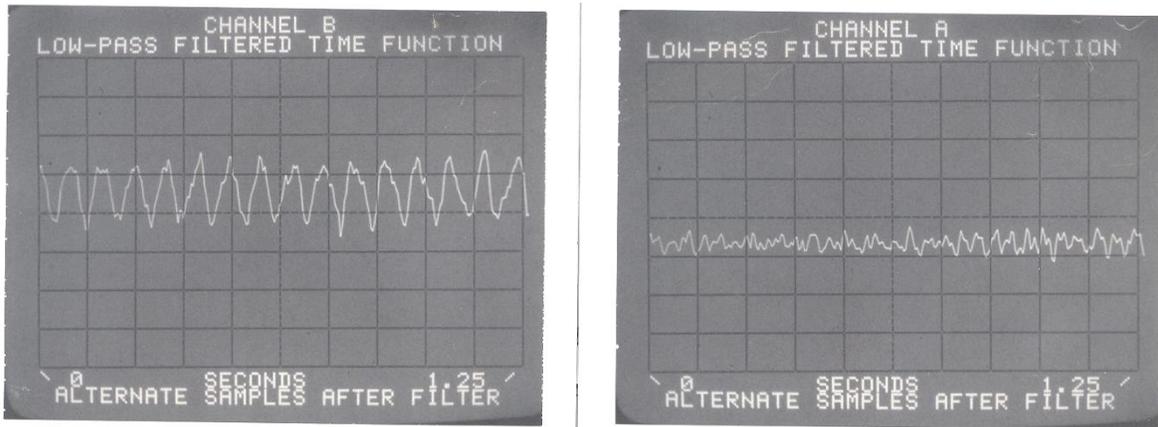
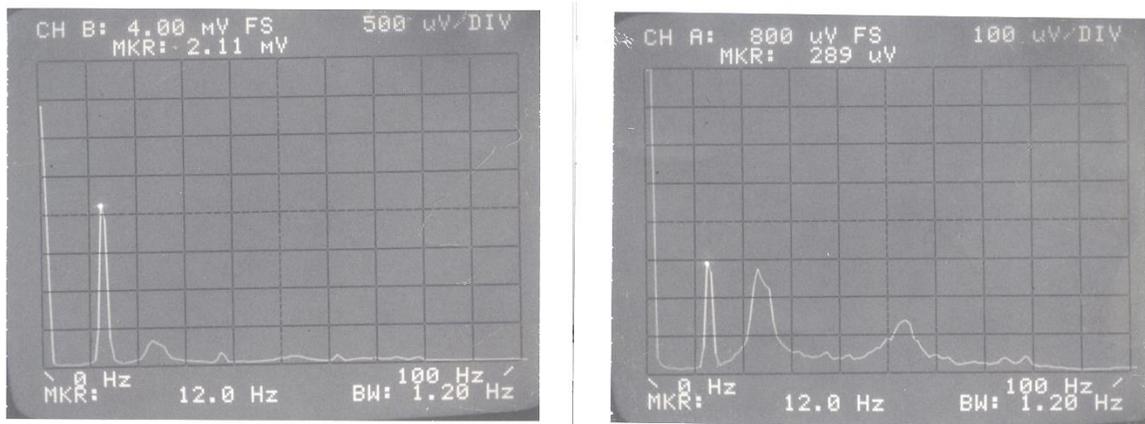


Figura 5.1.1. Acelerogramas de los canales A y B (perpendiculares al eje transversal del modelo) resultantes de la incidencia del viento con un ángulo de ataque de  $0^\circ$  y con velocidad de 14 m/s.



Figuras 5.1.2. Espectros de la señal de acelerómetros A y B, perpendiculares al flujo del viento, con viento a 14 m/seg y  $0^\circ$  de ángulo de ataque.

## 5.2 Planteamiento teórico sobre el comportamiento de los amortiguadores de masa sintonizada

Se presenta el proceso de modelación del amortiguador de masa sintonizada (TMD por sus siglas en inglés) magnético, mencionado al final del capítulo anterior. Una vez conocida la frecuencia crítica del modo fundamental, que resultó ser torsional en el modelo de laboratorio con valor de 12 Hz, se definen las características de los dos amortiguadores magnéticos ubicados en una sección transversal, en los extremos opuestos respecto al eje de giro torsional del modelo, con las características de frecuencia, masa y amortiguamiento adecuadas para atenuar los movimientos detectados en la pantalla del analizador de espectros.

Se han mencionado antecedentes sobre amortiguadores de masa sintonizada, en el punto 1.1.2.2 de este trabajo doctoral; aquí se agregan algunos aspectos introductorios a este tema, en lo referente a los fenómenos magnéticos involucrados. Al revisar la literatura correspondiente al empleo de amortiguadores de masa sintonizada, no se encuentra una gran variedad de ellos, en cuanto a su comportamiento; la diferencia entre ellos se reduce a la manera en la que se genera su amortiguamiento. Originalmente el planteamiento de los TMD no consideró la existencia de amortiguamiento en las estructuras por atenuar (Den Hartog, 1974), lo cual resultaba irreal, ya que esta propiedad, en mayor o menor medida, es inherente a todas ellas.

Las configuraciones de los TMD consideran péndulos simples, con dos masas conectadas a barra rígida; de rodillo de péndulo sintonizado y péndulos de múltiples fases. Generalmente se genera el amortiguamiento mediante dispositivos que inducen amortiguamiento viscoso, viscoelástico ó de fricción. La implementación del amortiguamiento mediante el uso de fuerzas magnéticas (amortiguamiento magnético) ha sido poco utilizado en el pasado, (Ueda y coautores, 1992), aunque ya se han usado en modelos aeroelásticos de puentes, en los cuales el amortiguamiento se generó magnéticamente, para atenuar modos lineales verticales de vibración (Larose, G. L., Larsen, A, Svensson, E., 1995). La

información es limitada ya que solo se menciona que usaron un amortiguador de masa sintonizada con amortiguamiento magnético, pero no ofrece mayores detalles respecto al mismo. En otra referencia se detalla más la información respecto al arreglo del amortiguador, aunque sin dar detalles precisos sobre las características del imán permanente utilizado.

Se han efectuado estudios sobre amortiguamiento magnético, no enfocados propiamente al amortiguamiento de las vibraciones en estructuras civiles (Nagaya, K, Kojima, H, 1982, Matsuoka, T, Ohmata, K, 2000, Sodano, H y coautores, 2005, Sodano, H, Inman, D, Belvin, K, 2006, Matsuoka, Sunakoda y Zeniya, 2007), que muestran claramente el comportamiento de los amortiguadores magnéticos y las expresiones matemáticas que lo definen, de manera relativamente clara. Estos conocimientos se aplicaron en el desarrollo del presente amortiguador magnético, destinado a atenuar las vibraciones resultantes de la aplicación del flujo de viento, al modelo aeroelástico del puente Cancún.

De acuerdo con los principios teóricos establecidos por Den Hartog (Den Hartog, 1974), para amortiguadores de masa sintonizada. En una gráfica de frecuencias de excitación y factores de amplificación dinámica del sistema estructural, se reduce la amplificación en la frecuencia de resonancia, pero se producen 2 amplificaciones adicionales con frecuencias próximas a la frecuencia de resonancia, antes y después de ella. Den Hartog consideró amortiguamiento estructural cero. Su objetivo fue encontrar la relación entre la frecuencia del amortiguador de masa sintonizada y la frecuencia del modelo estructural, así como la fracción del amortiguamiento crítico del amortiguador de masa sintonizada, que minimizara esa amplificación, con lo cual resultaron dos frecuencias derivadas de la implementación del amortiguador con igual amplitud.

Así, en los estudios de Den Hartog, el factor de amplificación dinámica,  $R$ , para un sistema no amortiguado, sometido a una excitación senoidal con frecuencia  $\omega$  ( $f(t) = P_o \text{sen} \omega t$ ), se define con la siguiente expresión:

$$R = \frac{y_{m\acute{a}x}}{y_{estat}} = \sqrt{\frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2 + (s\zeta_a \alpha\beta)^2}{[(\alpha^2 - \beta^2)(1 - \beta^2) - \alpha^2\beta^2\mu]^2 + (2\zeta_a \alpha\beta)^2(1 - \beta^2 - \beta^2\mu)^2}} \quad (45)$$

Donde:

$y_{estat} = P_o/K$	Desplazamiento estático
$\beta = \omega/\omega_s$	Relación de la frecuencia de excitación a la estructural
$\alpha = \omega_a/\omega_s$	Relación de frecuencias naturales (amortiguador-estructura)
$\omega_a^2 = k/m$	Cuadrado de la frecuencia natural del amortiguador de masa sintonizada
$\omega_s^2 = K/M$	Frecuencia natural cuadrada de la estructura, al cuadrado
$\zeta_a = c/c_c = c/2m\omega_a$	Fracción de amortiguamiento crítico del amortiguador

Los valores óptimos,  $\alpha$  y  $\zeta_a$ , se definen con las siguientes expresiones:

$$\alpha = \frac{1}{1 + \mu}, \quad \zeta_{aopt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}}, \quad \mu = \frac{m}{M} \quad (46), (47), (48)$$

Que logran la misma amplificación en los 2 puntos máximos de excitación, producidos por la atenuación de la amplitud de la resonancia, definidas por la siguiente expresión:

$$R_{opt} = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}} \quad (49)$$

El estudio de Den Hartog ha servido como antecedente y base para las investigaciones posteriores, de manera que otros autores propusieron expresiones para estudiar y optimizar también la velocidad y la aceleración con amortiguadores de masa sintonizada (TMD), en las que se consideró o no, el amortiguamiento estructural, para completar el desarrollo original de Den Hartog.

Dentro de los investigadores más avanzados en la utilización de los TMD, Warburton (Warburton, G. B., 1982) propuso una serie de expresiones para determinar el factor de amplificación dinámica,  $R$ , de desplazamientos, velocidades y aceleraciones, tanto para ejemplos sin amortiguamiento estructural, como con él, así como los valores óptimos de  $R$ ,  $\alpha$  y  $\zeta_a$ , al someter al conjunto estructura-amortiguador a diferentes excitaciones directas sobre la estructura e indirectas en su base, para representar las excitaciones directas que simularon la acción del viento.

En las expresiones propuestas por Warburton, la excitación es directa sobre la estructura, ésta es de tipo senoidal. Este último aspecto es importante, ya que en el modelo del puente Cancún, estudiado en el túnel de viento del Instituto de Ingeniería, se observó en el analizador de espectros un comportamiento de la excitación marcadamente periódico, como se observa en el acelerograma respectivo (figura 5.1.1) cuando la excitación a que es sometido el modelo por el viento; se observó una similitud notable con las excitaciones que dan origen a las expresiones de Warburton.

Debido a la similitud del planteamiento de Warburton y el movimiento experimentado por el actuar del modelo, se opta por las expresiones propuestas por este autor, para definir y atenuar el movimiento del modelo del puente en el túnel de viento.

Se utilizan las expresiones que consideran la presencia del amortiguamiento estructural y dentro de éstas, las que consideran la aceleración como parámetro de respuesta y optimización, debido a que esta respuesta es observada en los espectros de respuesta del modelo a través de la equivalencia entre volts y aceleración, debido a que la aceleración es un parámetro significativo en el aspecto dinámico y ofrece una idea de la magnitud del movimiento.

La expresión que define el factor de amplificación dinámica de respuesta de la estructura, es la siguiente expresión:

$$R_j = \sqrt{\frac{A_j^2 + B_j^2}{C^2 + D^2}} \quad (50)$$

Donde  $j$  es el número de modo seleccionado respecto al parámetro optimizado y el tipo de excitación, que es la respuesta en aceleración y cuyas variables en el numerador del radical son:

$$A = -\beta^2(\alpha^2 - \beta^2) \quad (51)$$

$$B = -2\zeta_a \alpha \beta^3 \quad (52)$$

En tanto que el denominador son las mismas.

$$C = (\alpha^2 - \beta^2)(1 - \beta^2) - \alpha^2 \beta^2 \mu - 4\zeta_a \zeta_s \alpha \beta^2 \quad (53)$$

$$D = 2\zeta_a \alpha \beta (1 - \beta^2 - \beta^2 \mu) + 2\zeta_s \beta (\alpha^2 - \beta^2) \quad (54)$$

Los valores óptimos de  $R$ ,  $\alpha$  y  $\zeta_a$  se determinan al efectuar las derivadas parciales de  $R$  respecto a  $\alpha$  y  $\zeta_a$  e igualar las expresiones resultantes a cero. La obtención de los valores óptimos de  $\alpha$  y  $\zeta_a$  se complica, debido a que las ecuaciones son no lineales en  $\alpha$  y  $\zeta_a$  y requieren soluciones numéricas para encontrar dichos valores que minimizan  $R$  en las 2 frecuencias señaladas. Las derivadas resultantes son:

$$\frac{\partial R}{\partial \alpha} = A \frac{\partial A}{\partial \alpha} + B \frac{\partial B}{\partial \alpha} - \left( \frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2} \right) \left( C \frac{\partial C}{\partial \alpha} + D \frac{\partial D}{\partial \alpha} \right) = 0 \quad (55)$$

$$\frac{\partial A}{\partial \alpha} = -2\beta^2 \alpha \quad (56)$$

$$\frac{\partial B}{\partial \alpha} = -2\beta^3 \zeta_a \quad (57)$$

$$\frac{\partial C}{\partial \alpha} = 2\alpha(1 - \beta^2) - 2\alpha\beta^2\mu - 4\beta^2\zeta_a\zeta_s \quad (58)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \alpha} = 2\zeta_a\beta(1 - \beta^2 - \beta^2\mu) + 4\beta\alpha\zeta_s \quad (59)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \zeta_a} = A \frac{\partial A}{\partial \zeta_a} + B \frac{\partial B}{\partial \zeta_a} - \left( \frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2} \right) \left( C \frac{\partial C}{\partial \zeta_a} + D \frac{\partial D}{\partial \zeta_a} \right) = 0 \quad (60)$$

$$\frac{\partial A}{\partial \zeta_a} = 0 \quad (61)$$

$$\frac{\partial B}{\partial \zeta_a} = -2\alpha\beta^3 \quad (62)$$

$$\frac{\partial C}{\partial \zeta_a} = -4\zeta_s\alpha\beta^2 \quad (63)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \zeta_a} = 2\alpha\beta(1 - \beta^2 - \beta^2\mu) \quad (64)$$

Para obtener el valor adecuado de  $\mu$  se pueden proponer valores y determinar los parámetros  $\alpha$  y  $\zeta_a$  óptimos correspondientes, con la limitación de que  $\mu$  no sea excesivamente grande, es decir, con valores inferiores a 0.1 y seleccionar aquel que teóricamente produzca una mayor atenuación del factor de amplificación dinámica.

En el presente ejemplo, debido a que se busca atenuar un movimiento angular, la forma de  $\mu$  tiene el siguiente ajuste (Soon-Duck Kwon, 2004):

$$\mu = \frac{m_{tmd}L_i^2}{I_t} \quad (65)$$

Donde  $m_{tmd}$  es la masa total del amortiguador de masa sintonizada (TMD),  $I_t$  es el momento de inercia de masa del modelo, respecto a su eje longitudinal y  $L_i$  es la distancia horizontal transversal de cada TMD, al eje longitudinal del modelo. Más adelante se retoma la definición para obtener los parámetros implícitos.

Se logra así que los valores óptimos de  $\mu$  se encuentran limitados, lo cual se confirma por la expresión propuesta por Luft (Luft, 1979), quien propone la siguiente expresión para la relación de masas  $\mu$  requerida para amortiguadores y mantener las estructuras dentro de niveles aceptables de desplazamiento y aceleración.

$$\mu = 16 \left( \zeta_{eq} - 0.8\zeta_s \right)^2 \quad (66)$$

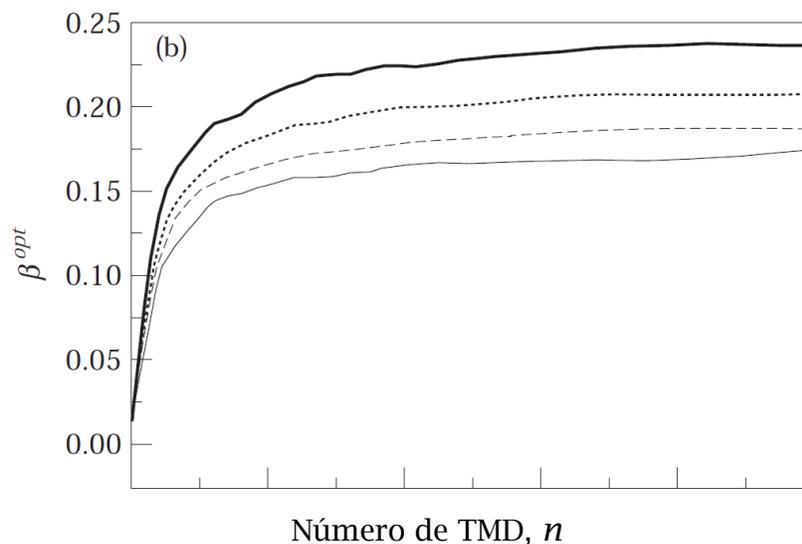
Donde  $\zeta_{eq}$  representa la fracción de amortiguamiento crítico equivalente necesario en la estructura para lograr mantener su desplazamiento y aceleración, dentro de los límites tolerables establecidos por los reglamentos de construcción.

Aunque inicialmente se consideró dos amortiguadores, se incrementó el número de amortiguadores magnéticos de masa sintonizada a tres pares, para atenuar la respuesta de resonancia, colocados equidistantes a lo largo del puente, con la finalidad de absorber cualquier variación en la frecuencia de resonancia, ya que ha mostrado efectividad en la atenuación de un mayor intervalo de frecuencias en frecuencias próximas a la excitación aerodinámica (Kareem, A., Kline, Samuel, 1995, Larsen, A., Svensson, E., Andersen, H., 1995).

Se desarrolló en este trabajo, el estudio de una frecuencia de resonancia fija correspondiente a 75.1718 rad/seg, pero ahora se consideran dos frecuencias próximas a ésta, con el objetivo de cubrir cualquier eventualidad que pueda desplazar la frecuencia de resonancia hacia un valor menor o mayor. Se han efectuado estudios para determinar la manera en que se distribuyen estas frecuencias en torno a la de resonancia y sobre el valor del incremento y decremento de las frecuencias periféricas a la de resonancia (Soon-Duck y coautores, 2004. Jong-Dar Yau, Yeong-Bin Yang, 2004. Jangid, R. S. 1999. Joshi, Jangid, 1997). Algunos autores proponen mantener la masa constante en cada amortiguador, que sumadas dan la masa total necesaria y variar los coeficientes de amortiguamiento y la rigidez de cada uno de ellos. Por otra parte, otros sugieren mantener la rigidez y el coeficiente de amortiguamiento constantes y variar la masa de cada amortiguador.

En el presente desarrollo se adopta y adapta la última condición, que considera la rigidez y la fracción de amortiguamiento constantes, ya que así no varía la relación de amortiguamiento, pero se modifica el coeficiente de amortiguamiento. Se utilizará la misma fracción de amortiguamiento crítico en los tres pares de amortiguadores y se varía únicamente la masa y el coeficiente de amortiguamiento.

Para incrementar y disminuir la amplitud de resonancia, en los pares de amortiguadores 1 y 3 respectivamente ubicados a un cuarto de la longitud del puente entre ambos extremos de apoyo, Joshi y Jangid (Joshi, Jangid, 1997) presentan entre otros estudios, una gráfica (figura 5.2.1), que relaciona el número de amortiguadores de masa sintonizada vs ancho de banda adimensional de la frecuencia, para sistemas amortiguados con múltiples amortiguadores de masa sintonizada excitados en la base; aunque no es un puente excitado por el viento, sí se generó esta excitación por una excitación armónica en la base, que se asemeja al tipo de excitación y respuesta del puente, por lo que su aplicación se puede considerar aceptable.



Figuras 5.2.1. Variación del intervalo de frecuencias óptimas  $\beta^{opt}$  de los MTMD con el número de MTMD, para una relación de masas de 1 %, para diferentes fracciones de amortiguamiento crítico  $\zeta_s$  de la estructura; 0%, 2%, 5% y 10% (líneas ascendentes respectivamente).

A continuación, se presenta el desarrollo para obtener los parámetros necesarios del amortiguador de masa sintonizada al considerar los tres amortiguadores de acuerdo a la recomendación indicada en párrafos inmediatos.

Se identifica la frecuencia de resonancia como  $\omega_T$ , que a su vez se considera la frecuencia promedio de las 3 frecuencias pares que se proponen, de manera que

$$\omega_T = \sum_{j=1}^n \frac{\omega_j}{n} \quad (67)$$

donde  $n$  es el número de pares de amortiguadores de masa sintonizada, en este ejemplo 3, y  $\omega_j$  es la frecuencia circular de cada amortiguador  $j$ .

La frecuencia de cada par de amortiguadores se obtiene con la siguiente expresión:

$$\omega_j = \omega_T \left[ 1 + \left( j - \frac{n+1}{2} \right) \frac{\beta}{n-1} \right] \quad (68)$$

donde  $\beta$  es el ancho de banda adimensional de la frecuencia, expresada por el cociente de la diferencia de frecuencias entre la frecuencia mayor y la menor y la frecuencia de resonancia, es decir:

$$\beta = \frac{\omega_n - \omega_1}{\omega_T} = \frac{\omega_3 - \omega_1}{\omega_T} = \frac{2\Delta}{\omega_T} \quad (69)$$

$\Delta$  es el incremento y decremento de la frecuencia de resonancia  $\omega_T$ . Este incremento depende de  $\beta$ , por lo que esta última variable se define en primer lugar, para lo cual se utiliza la gráfica de la figura 5.2.1 ajustada para considerar la relación de masas  $\mu$  que se establece en la optimización, ya que la citada gráfica fue elaborada para un valor de  $\mu$  igual a 1 %. Para este último ajuste, se hace una correlación con la gráfica de la figura 5.2.2 de los mismos autores que relacionan  $\mu$  y  $\beta$  para 11 y 21 TMD y rangos de  $\mu$  entre 0.5 y 10 %, ya que en el presente ejemplo, solo se proponen 3 TMD en pares, aunque la fracción de amortiguamiento crítico  $\zeta_s$  de la estructura que se estableció previamente en 5.9 %, es próxima, en 5 %, con el que se elabora una de las 4 curvas de la figura 5.2.1 y las 2 curvas de la figura 5.2.2.

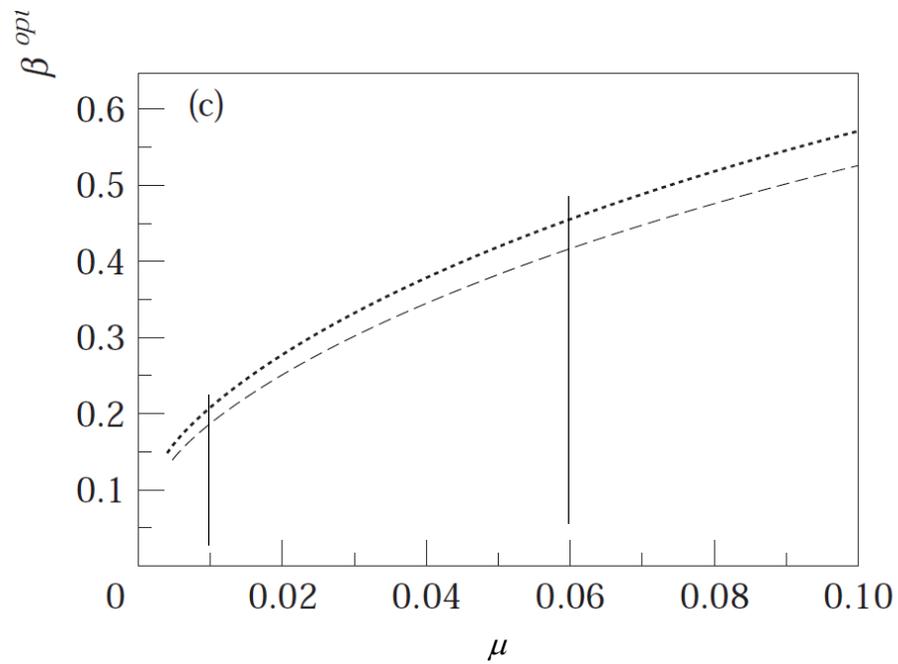


Figura 5.2.2. Variación del intervalo de frecuencias óptimas  $\beta$  de los MTMD con el cociente de masas  $\mu$ , para una fracción de amortiguamiento crítico  $\zeta_s$  de la estructura de 5 %. 11 y 12 TMD (líneas ascendentes respectivamente).

## **Propiedades de Amortiguador Magnético de Masa Sintonizada (TMD)**

### **6.1 Determinación de valores de los amortiguadores de masa sintonizada para el modelo del puente**

#### **6.1.1 Parámetros particulares del amortiguador de masa sintonizada**

Con el marco teórico referente a los amortiguadores de masa sintonizada, en lo que sigue se determinan los valores adecuados al modelo estudiado del puente “Cancún” y se comparan con los establecidos teóricamente en capítulo previo, en el que se definen estos parámetros.

En esta propuesta, después de varias iteraciones y considerando las ecuaciones 45 a 64, se establece que el valor óptimo de  $\mu$  es 6 %, para la relación de masas del amortiguador de masa sintonizada, y la estructura.

Esto se confirma por la ecuación 66, en la que se establece un valor apropiado de  $\zeta_{eq}$  igual a 11%, resulta así un valor de  $\mu$  igual a 0,063, lo cual da una aproximación para el valor  $\mu$  propuesto de 0.06.

En esta condición, con  $\zeta_s$  igual a 0.059, se obtuvo que los valores óptimos de  $\alpha$  y  $\zeta_a$  resultaron ser 0.997 y 0.07 respectivamente, lo cual significa un factor de

amplificación dinámica teórico de 3.93. El comportamiento teórico del sistema se muestra en la figura 6.1.1.

En cuanto a la masa del modelo, se obtuvo del peso del modelo del puente Cancún, igual a 10.1 kilogramos fuerza, por tanto su masa,  $m = W/g = 10.10/9.81 = 1.02956 \text{ kgf seg}^2/\text{m}$ . La obtención de esta masa, desglosada por elementos constitutivos del modelo, se presenta en el anexo de este trabajo y coincide con el valor determinado del cociente del peso del modelo, obtenido en balanza y la aceleración de la gravedad.

En cuanto a la distancia transversal entre los amortiguadores de masa sintonizada, desde el eje longitudinal de la sección transversal, a la posición de los amortiguadores magnéticos de masa sintonizada en el modelo, se propone colocarlos en el interior del cajón que forman las almas de cada sección de puente, ya que así se aísla el amortiguador de masa sintonizada, del flujo de aire, ya que la exposición del amortiguador, altera el comportamiento del flujo y éste, a su vez, las propiedades de estabilidad del amortiguador magnético.

En estas circunstancias la distancia utilizada de acuerdo a las dimensiones transversales del modelo y la distancia transversal del eje longitudinal a los cajones, es de 16.1 cm, como se indica en la figura 6.1.2 de este trabajo doctoral.

Puesto que en la expresión 65 aparece el momento de inercia de masa del modelo, en torno a su eje longitudinal, ésta se determina y se desglosa en función de los elementos parciales numerados, mostrados en el apéndice de este trabajo. Para esta variable se obtuvo un valor de momento de inercia del modelo respecto a su eje longitudinal, expresado en unidades internacionales,  $I_t = 3.156846397 \text{ kgf s}^2\text{cm} = 30.968663 \text{ N s}^2\text{cm}$ .

En función de las gráficas de las figuras 5.2.1 y sobre todo 5.2.2, donde se indica la relación de masas de 6 %, conforme a lo comentado en párrafos anteriores, se establece 0.1849 como valor óptimo de  $\beta$ , que para fines prácticos se usó 0.15.

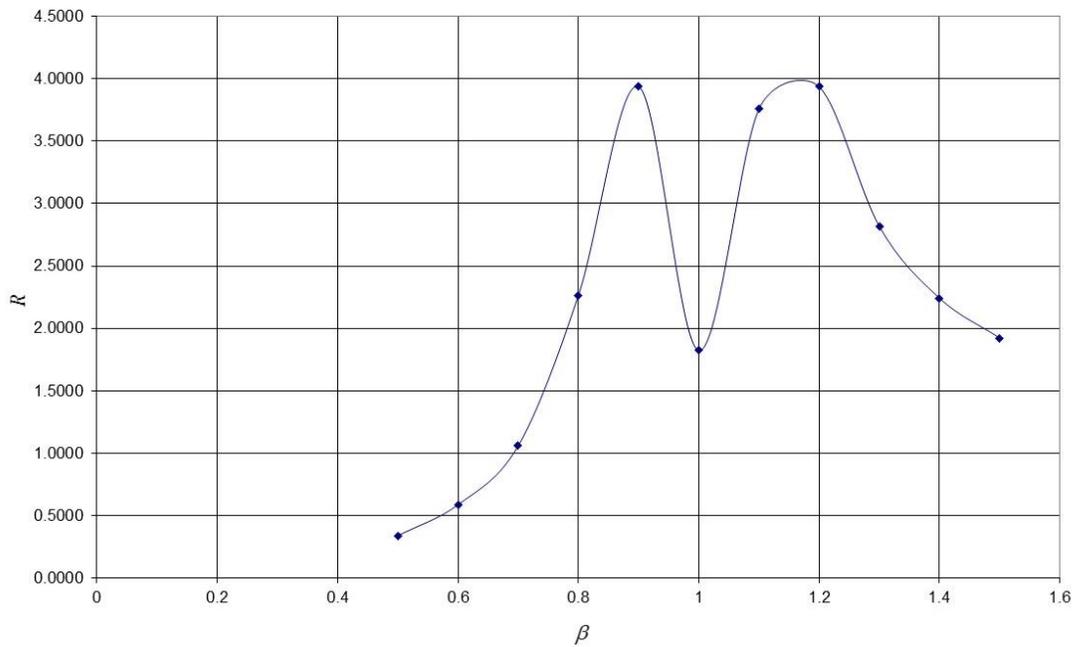


Figura 6.1.1. Factor de amplificación dinámico-teórica para las condiciones del modelo, con los valores óptimos propuestos.

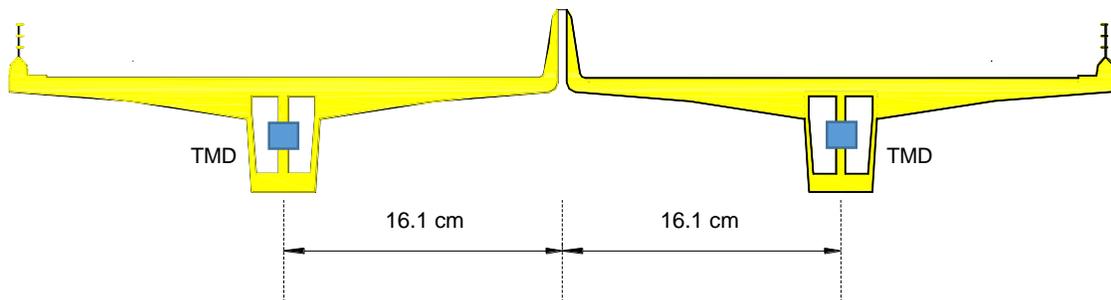


Figura 6.1.2. Posición transversal de los amortiguadores magnéticos de masa sintonizada.

Así, de acuerdo con esta propuesta y conforme a la expresión 68, las frecuencias resultantes, son las siguientes:

$$\omega_1 = 75.1718 \left[ 1 + \left( 1 - \frac{3+1}{2} \right) \frac{0.15}{3-1} \right] = 69.5339 \text{ rad/seg}$$

$$\omega_2 = 75.1718 \left[ 1 + \left( 2 - \frac{3+1}{2} \right) \frac{0.15}{3-1} \right] = 75.1718 \text{ rad/seg}$$

$$\omega_3 = 75.1718 \left[ 1 + \left( 3 - \frac{3+1}{2} \right) \frac{0.15}{3-1} \right] = 80.8097 \text{ rad/seg}$$

Respecto a la masa de los amortiguadores de masa sintonizada, cuando sólo se utiliza un par de amortiguadores de masa sintonizada, según la expresión 65, le corresponde la siguiente masa.

$$m_{tmd} = \frac{\mu I_t}{L_i^2} = \frac{0.06(30.968663)}{(16.1)^2} = 0.0071683954 \frac{Ns^2}{cm}$$

Que equivale a un peso conjunto del par de amortiguadores igual a:

$$peso_{tmd} = m_{tmd}g = 0.0071683954 \frac{Ns^2}{cm} \left( 981 \frac{cm}{s^2} \right) = 7.032196N$$

Por lo que el peso de un solo amortiguador de masa sintonizada (TMD), resultó ser 3.55161 N (0.3584 kgf).

Se propusieron y estudiaron varias configuraciones para el TMD, pero se optó por la configuración más simple, que corresponde a 2 subamortiguadores cuya configuración se presentará posteriormente, ya que así se mantiene con mayor eficiencia la separación constante de los imanes con el conductor, además de que su elaboración e implementación es relativamente más sencilla.

En esa configuración se tienen 2 sub amortiguadores magnéticos de masa sintonizada, cuyas masas y pesos resultan de 0.001792 Ns<sup>2</sup>/cm (0.000182681 kgfs<sup>2</sup>/cm) y 1.758 N (0.1792 kgf); respectivamente.

Ya que la frecuencia circular óptima del TMD fue determinada en 75.1718 rad/seg, se pueden determinar las rigideces de cada uno de los TMD para esta condición:

$$k_{tmd} = \omega^2 m = (75.1718)^2 0.001792 = 10.1268N/cm \text{ (1.0323 kg/cm)}$$

En esta nueva propuesta, que contempla 3 pares de amortiguadores, esta rigidez se distribuye entre ellos con un tercio de su valor, de tal forma que cada uno de ellos adquiere una rigidez de 3.3756 N/cm (0.34441 kg/cm), por lo que la masa para cada uno de los subsistemas resulta ser:

$$m_{TMDi} = \frac{k_{TMDi}}{\omega_i^2}$$

$$m_{TMDi} = \frac{3.3756}{69.5339^2} = 0.00069816Ns^2/cm = 0.00007116863kgfs^2/cm$$

$$m_{TMDi} = \frac{3.3756}{75.1718^2} = 0.00059737Ns^2/cm = 0.00006089366kgfs^2/cm$$

$$m_{TMDi} = \frac{3.3756}{80.80966^2} = 0.00051692Ns^2/cm = 0.0000526933 kgfs^2/cm$$

Para conservar la fracción de amortiguamiento crítico óptimo del amortiguador  $\zeta_a = 7\%$  establecido previamente, los coeficientes de amortiguamiento necesarios para cada masa y frecuencia de los amortiguadores de masa sintonizada resultan ser los siguientes:

$$\begin{aligned} c_{e1} &= \zeta_{aopt} 2m\omega = 0.07(0.000698)2(69.534) \\ &= 0.006796Ns/cm \text{ (0.000693kgfs/cm)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{e2} &= \zeta_{aopt} 2m\omega = 0.07(0.000597)2(75.172) \\ &= 0.006287Ns/cm \text{ (0.000641kgfs/cm)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{e3} &= \zeta_{aopt} 2m\omega = 0.07(0.000517)2(80.810) \\ &= 0.005848Ns/cm \text{ (0.000596kgfs/cm)} \end{aligned}$$

## 6.1.2 Determinación de la fuente de amortiguamiento para amortiguador de masa sintonizada

A continuación, se plantean las características del amortiguamiento del amortiguador magnético.

A este respecto, en la literatura, Nagaya y Kojima (Nagaya, K. Kojima, H, 1982) desarrollaron en forma teórica un amortiguador de tipo magnético que en base a principios encontrados en el electromagnetismo; utilizaron una expresión para

establecer el amortiguamiento magnético tipo “remolino”; la única dificultad consistía en determinar un factor, denominado coeficiente de amortiguamiento adimensional, que depende únicamente de la relación de aspecto del flujo magnético y del conductor, por lo que se recurría a una serie de sumatorias que originaban este coeficiente. Este trabajo fue la base para que establecieran el amortiguador magnético para atenuar el movimiento unidireccional vertical en un ejemplo que proponen, aunque éste no se enfocaba a estructuras civiles, sino de la ingeniería mecánica.

Posteriormente se abandonó esta investigación. En 2005, Bae, J-S. y coautores (Bae, J-S., Kuak, Inman, 2005) presentan un trabajo donde se utilizan los mismos principios electromagnéticos para suprimir la vibración unidireccional de traslación de una viga, aunque no se trataba propiamente de un amortiguador de masa sintonizada magnético, sino que solamente recurrían a la corriente “remolino” para generar el amortiguamiento necesario sobre una viga en voladizo, aunque el desarrollo del coeficiente estudiado por Nagaya y Kojima se hizo más claro, pero no por ello más sencillo.

Se utilizan estos mismos principios magnéticos para establecer las características del amortiguador del modelo del puente Cancún, con la intención no de atenuar un movimiento de traslación, sino angular y utiliza un imán (permanente) sin generación eléctrica, aunque los principios de comportamiento son iguales.

La corriente de “remolino” que se aprovecha para el presente planteamiento, se genera cuando un material conductor se mueve dentro de un campo magnético, que se encuentra entre dos imanes que se atraen o se repelen; esa interacción es la base del amortiguamiento de “remolino”. Este amortiguamiento de remolino tiene la dirección correspondiente a la de movimiento del material conductor.

La fuerza de amortiguamiento de la corriente de “remolino” queda establecida de la siguiente forma (Jae-Sung Bae, y coautores, 2005):

$$F = \sigma \delta B_z^2 S (\alpha_1 + \alpha_2) V_o \quad (70)$$

Donde  $\delta$  es el espesor del conductor,  $F$  es la fuerza debida al amortiguamiento de remolino,  $\sigma$  es la conductividad del material de la placa que se mueve a través del

campo magnético,  $B_z$  es el flujo magnético entre los imanes permanentes,  $S$  es el área del magneto o imán de la que emerge el flujo magnético y que incide a través la cara de la placa en movimiento,  $V_o$  es la velocidad media de movimiento de la placa;  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son factores adimensionales que dependen de las dimensiones del imán proyectadas sobre la placa, el ancho de esta y su espesor, quedan definidos por las siguientes expresiones:

$$\alpha_1 = 1 - \frac{1}{2\pi} \left[ \tan^{-1} \frac{b}{a} + \frac{b}{a} \ln \left( 1 + \frac{a^2}{b^2} \right) - \frac{a}{b} \ln \left( 1 + \frac{b^2}{a^2} \right) \right] \quad (71)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2\pi} [I_1 + I_2] \quad (72)$$

$$\begin{aligned} I_1 = \frac{1}{ab} & \left[ 4Ab \tan^{-1} \frac{b}{A} - 4(-A + a)b \tan^{-1} \frac{b}{(-A + a)} + A^2 \log 4A^2 \right. \\ & - (A^2 - b^2) \log[4(A^2 + b^2)] \\ & - (-A + a)^2 \log[4(-A + a)^2] \\ & \left. + [(-A + a)^2 - b^2] \log[4(a - A)^2 + 4b^2] \right] \quad (73) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 = \frac{1}{ab} & \left[ 4Ab \tan^{-1} \frac{b}{A} - 4(A + a)b \tan^{-1} \frac{b}{(A + a)} + A^2 \log 4A^2 \right. \\ & - (A^2 - b^2) \log[4(A^2 + b^2)] \\ & \left. - (A + a)^2 \log[4(A + a)^2] + [(A + a)^2 - b^2] \log[4(a + A)^2 + 4b^2] \right] \quad (74) \end{aligned}$$

donde  $a$  y  $b$  son los semianchos de las dimensiones del imán de forma rectangular y  $A$  es el semiancho de la placa en movimiento.

Se proponen imanes de gran capacidad de atracción de gran flujo magnético,  $B_z$ , que sea capaz de generar la fracción de amortiguamiento crítico propuesta para el amortiguador y que anteriormente fue descrita como óptima para el TMD, esto es  $\zeta_a$  de 0.07.

De la expresión para la fuerza de amortiguamiento de “remolino” se observa que el coeficiente de amortiguamiento magnético está definido por las variables ahí involucradas, excepto  $V_o$ , es decir:

$$F = c_e V_o \quad (75)$$

$$c_e = \sigma \delta B_z^2 S (\alpha_1 + \alpha_2) \quad (76)$$

Ya que se conocen los valores de  $c_e$  para los tres amortiguadores de masa sintonizada, en 6.1.1, a estos valores se requiere para plantear condiciones para conocer  $c_e$  en la ecuación 76.

En esta última expresión, el parámetro magnético fundamental que determina en mayor medida el coeficiente de amortiguamiento, es la densidad del flujo magnético (Jae-Sung Bae, y coautores, 2005),  $B_z$ .

$$B_z = \sqrt{\frac{c_e}{\sigma \delta S (\alpha_1 + \alpha_2)}}$$

Para conocer los valores de  $S$ ,  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , se propuso un imán cuadrado ( $a = b$ ) con dimensiones de 5/8” x 5/8” x 1/4” (1.5875 x 1.5875 x .637cm), el valor correspondiente al espesor de la placa conductora  $\delta$  de cobre, fija al movimiento del modelo del puente, se propone de 1/8” (0.3175 cm), con ancho de 1” (2.54 cm) y longitud de 5.2 cm, correspondiente al espacio libre vertical interno del cajón central donde se coloca el TMD. El cobre tiene una resistividad de 0.0000017  $\Omega\text{cm}$ , es decir una conductividad,  $\sigma$ , de 596000 (1/ $\Omega\text{cm}$ ).

El imán propuesto es un imán de Neodimio, que pertenece a los denominados imanes de tierras raras, por ser una aleación de elementos (3 elementos: Neodimio, Hierro y Boro),  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ , que son superiores a los provenientes de ferrita o de

aleaciones de acero. Este imán genera la densidad del campo magnético más elevada y de allí su elección.

Se opta así por un imán NdFeB, grado N50 (que corresponde al grado del material), que tiene una inducción residual,  $B_r$ , de 1.45 Teslas (14500 Gauss), donde la inducción residual se refiere a la densidad de flujo magnético en la cara del imán, es decir representa la máxima salida de flujo del imán y se presenta cuando la brecha de aire entre el imán y el conductor es cero. El imán seleccionado tiene las características citadas y lo produce “*Chen Yang Technologies GmbH & Co. KG*”, aunque se puede seleccionar algún otro proveedor que satisfaga los requerimientos establecidos previamente.

De acuerdo a la geometría del imán el valor de  $S$ , el área del magneto o imán, es de  $1.5875 \times 1.5875 = 2.5202 \text{ cm}^2$  y para las dimensiones propuestas los valores de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , cuyas expresiones aparecen en las expresiones 71 y 72, resultan ser  $\alpha_1 = 0.5$  y  $\alpha_2 = -0.041149722$  respectivamente.

Como se señaló en 6.1.1, se propusieron varias formas del dispositivo (TMD) pero se optó por dos configuraciones como las más adecuadas, que difieren entre sí en el intercambio de posición del elemento conductor y de los imanes que generan la “corriente de remolino” cuya interacción en movimiento genera la corriente.

La disposición original se muestra esquemáticamente en la figura 6.1.3, en la que se aprecian los imanes adheridos a la parte frontal del TMD y la placa conductora de cobre, fija a la estructura, en las paredes superior e inferior del cajón del modelo del puente.

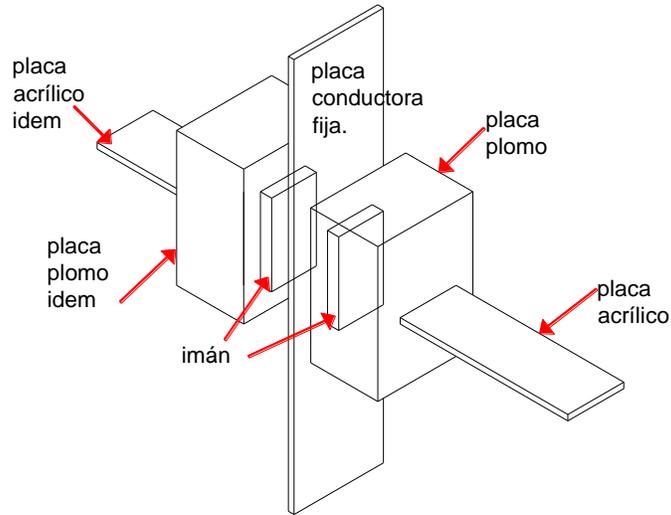


Figura 6.1.3 Vista esquemática del modelo original, en el que los imanes forman parte de la masa de los 2 TMD.

Otra opción se muestra en la figura 6.1.4, en la que se observa un solo imán adherido a la estructura, por medio de un elemento no conductor, en las paredes superior e inferior del cajón del modelo del puente y la placa conductora se adhiere al TMD en la posición que antes ocupaba el imán en el modelo inicial, como se puede apreciar en la figura esquemática.

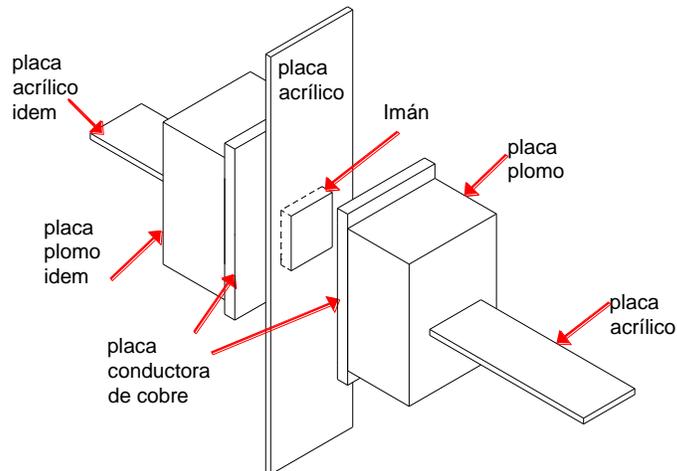


Figura 6.1.4 Vista esquemática del modelo modificado, en el que las placas de cobre forman parte de la masa de los 2 TMD.

Independientemente del modelo, los valores de  $B_z$  para cada una de los tres TMD establecidos en 6.1.1 y con la adición de los necesarios valores establecidos en este apartado, son los siguientes.

$$B_{z1} = \sqrt{\frac{0.0067964Ns/cm}{596000 \left(\frac{1}{\Omega cm}\right) 0.3175cm(2.5202cm^2)(0.5 + (-0.041149722))}}$$

$$= 0.0001762347 \left(\frac{Ns\Omega}{cm^3}\right)^{0.5} = 0.1762347 \left(\frac{Ns\Omega}{m^3}\right)^2$$

Se efectúa una equivalencia de unidades para determinar la cantidad de Teslas o Gausse que se requieren para la densidad de flujo magnético necesario para lograr el coeficiente de amortiguamiento.

$$1\Omega = 1 \frac{mN}{sA^2}$$

$$B_z = 0.1762347 \left(\frac{Ns mN}{m^3 sA^2}\right)^{0.5} = 0.1762347 \left(\frac{N^2}{A^2 m^2}\right)^{0.5}$$

$$1T = 1 \frac{N}{Am} = 10000 Gauss$$

Por lo que:

$$B_z = 0.1762347 Teslas = 1762.347 Gauss$$

De la misma manera se determina la densidad de flujo magnético para los otros dos TMD.

$$B_{z2} = \sqrt{\frac{0.00628675Ns/cm}{596000 \left(\frac{1}{\Omega cm}\right) 0.3175cm(2.5202cm^2)(0.5 + (-0.041149722))}}$$

$$= 0.0001694982 \left(\frac{Ns\Omega}{cm^3}\right)^{0.5} = 0.1694982 \left(\frac{Ns\Omega}{m^3}\right)^2$$

$$= 1694.982 \text{ Gauss}$$

$$B_{z3} = \sqrt{\frac{0.0058481 \text{Ns/cm}}{596000 \left(\frac{1}{\Omega \text{cm}}\right) 0.3175 \text{cm} (2.5202 \text{cm}^2) (0.5 + (-0.041149722))}}$$

$$= 0.0001634780 \left(\frac{\text{Ns}\Omega}{\text{cm}^3}\right)^{0.5} = 0.163478 \left(\frac{\text{Ns}\Omega}{\text{m}^3}\right)^2$$

$$= 1634.78 \text{ Gauss}$$

Así, el objetivo fue determinar la densidad de flujo magnético para cada subamortiguador. Para esto, se requiere fijar la distancia a la que se colocará el imán de la cara frontal de la placa conductora, para producir el coeficiente de amortiguamiento  $c_e$ , necesario.

Para definir el valor necesario de la densidad de flujo magnético establecida en este apartado, por Craik (Craik, 1995), se parte de la expresión que define la densidad de flujo magnético a determinada distancia, y después de una serie de simplificaciones, queda reducida a la siguiente expresión, la cual relaciona las características geométricas del imán, el espacio o brecha de aire entre el imán y el elemento conductor y la densidad de flujo magnético residual  $B_r$ , propio de cada tipo de imán.

$$B = \frac{B_r}{\pi} \left\{ \tan^{-1} \left[ \frac{WL}{2x_1 \sqrt{4x_1^2 + W^2 + L^2}} \right] - \tan^{-1} \left[ \frac{WL}{2(x_1 + 2T) \sqrt{4(x_1 + T)^2 + W^2 + L^2}} \right] \right. \\ \left. + \tan^{-1} \left[ \frac{WL}{2x_2 \sqrt{4x_2^2 + W^2 + L^2}} \right] \right. \\ \left. - \tan^{-1} \left[ \frac{WL}{2(x_2 + 2T) \sqrt{4(x_2 + T)^2 + W^2 + L^2}} \right] \right\} \quad (77)$$

Donde:  $W$  es el ancho del imán,  $L$  es la longitud del imán y  $T$  es el espesor del imán,  $x_1$  es la distancia a que se encuentra la cara frontal del elemento conductor o placa conductora, a uno de los imanes;  $x_2$  es la distancia a que se encuentra la cara posterior de la placa conductora al otro imán. En el presente ejemplo, las distancias  $x_1$  y  $x_2$  son iguales y se sustituyen simplemente por  $x$  (ver figura 6.1.5 de este estudio), de manera que la expresión final a utilizar es la siguiente:

$$B = \frac{2B_r}{\pi} \left\{ \tan^{-1} \left[ \frac{WL}{2x\sqrt{4x^2 + W^2 + L^2}} \right] - \tan^{-1} \left[ \frac{WL}{2(x + 2T)\sqrt{4(x + T)^2 + W^2 + L^2}} \right] \right\} \quad (78)$$

Se aprecia que la densidad de flujo magnético debida a los dos imanes, es la superposición de ambos efectos, es decir la densidad de flujo magnético debida a un solo imán, es la mitad de la densidad de flujo magnético definida por la expresión anterior (expresión 78).

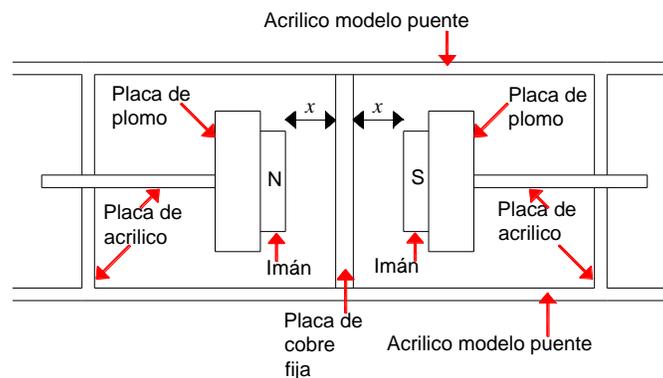


Figura 6.1.5. Vista esquemática del modelo, en el que se aprecia el espacio libre, “brecha” o distancia  $x$  entre caras de imán y placa conductora: los 2 TMD.

Para los valores propuestos de  $W = L = 1.5875$  cm,  $T = 0.635$  cm y  $B_r = 14500$  Gauss, se obtiene el cambio de la densidad de flujo magnético, con la distancia  $x$  para un solo imán, que se muestra en la figura 6.1.6 de este trabajo de investigación.

Se define numéricamente el valor de  $x$  que satisface la densidad de flujo magnético necesario, de 1762.364 Gauss, se obtuvo 0.63 cm para un solo imán. Así, la distancia

libre entre caras de imán y placa conductora, debe corresponder a este último valor, para obtener la fracción de amortiguamiento crítico óptimo requerido.

Al conservar el mismo tipo de imán, la relación entre la densidad de flujo magnético y la distancia  $x$  entre la cara del imán y la cara de la placa conductora para un solo imán se mantiene, con lo que se logra que las distancias a que se deben colocar cada uno de los subsistemas sean:

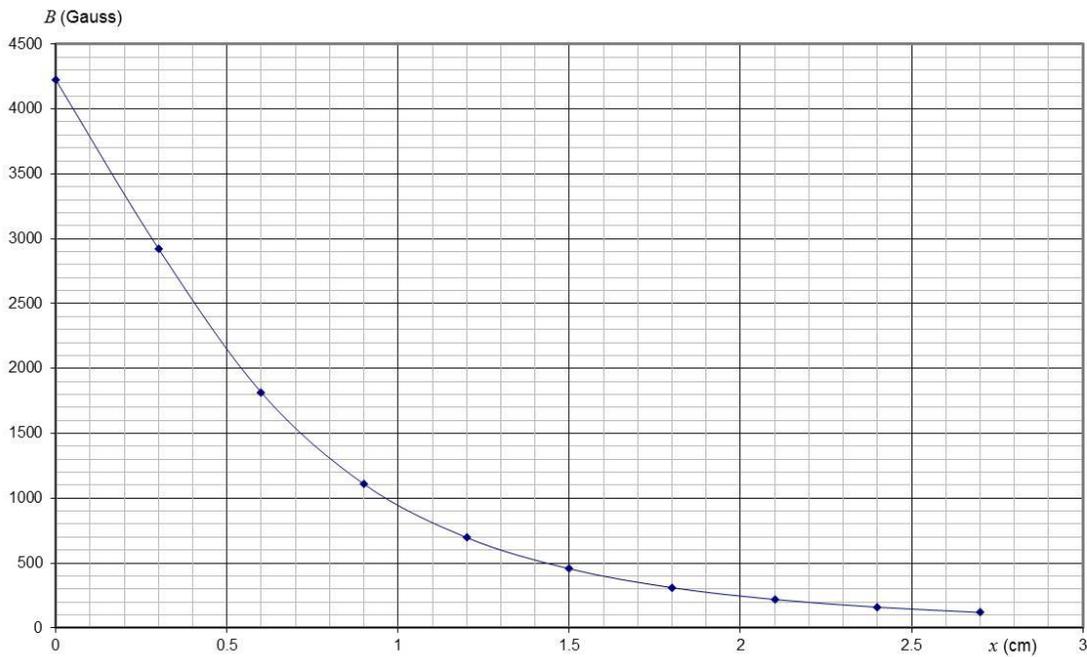


Figura 6.1.6. Relación teórica entre la densidad de flujo magnético  $B$  y la distancia  $x$  entre la cara del imán y la cara de la placa conductora para un solo imán.

$$x_1 = 0.63 \text{ cm}$$

$$x_2 = 0.64 \text{ cm}$$

$$x_3 = 0.66 \text{ cm}$$

Resulta claro que la fracción de amortiguamiento crítico,  $\zeta$ , es función del coeficiente de amortiguamiento. Varía en función de la densidad de flujo magnético, para diversas distancias entre caras de imanes y placa conductora. En

este ejemplo se muestra la variación teórica del amortiguamiento, para un solo imán para el primer subsistema, con frecuencia de 69.5339 rad/seg:

$$\zeta = \frac{c_e}{2m\omega} = \frac{\sigma\delta B_z^2 S(\alpha_1 + \alpha_2)}{2m\omega} =$$

$$= \frac{\sigma\delta S(\alpha_1 + \alpha_2) \left\{ \frac{B_r}{\pi} \left\{ \tan^{-1} \left[ \frac{WL}{2x\sqrt{4x^2 + W^2 + L^2}} \right] - \tan^{-1} \left[ \frac{WL}{2(x+2T)\sqrt{4(x+T)^2 + W^2 + L^2}} \right] \right\} \right\}^2}{2m\omega}$$

$$= \frac{21.882453 \left\{ \frac{B_r}{\pi} \left\{ \tan^{-1} \left[ \frac{WL}{2x\sqrt{4x^2 + W^2 + L^2}} \right] - \tan^{-1} \left[ \frac{WL}{2(x+2T)\sqrt{4(x+T)^2 + W^2 + L^2}} \right] \right\} \right\}^2}{2(0.069816)69.5339}$$

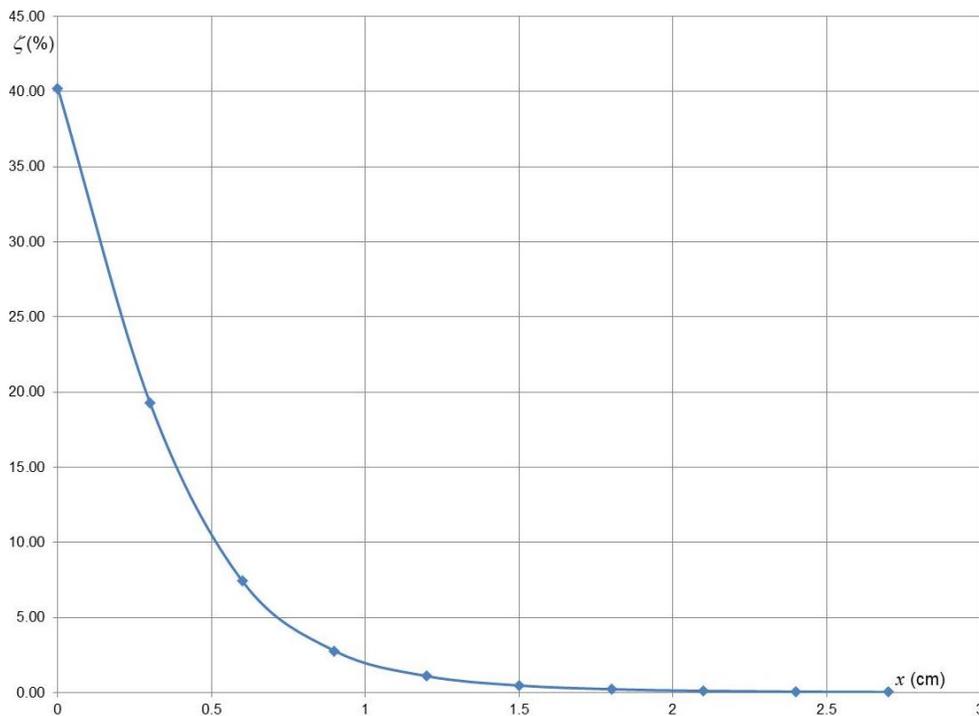


Figura 6.1.7. Gráfica de la fracción de amortiguamiento crítico vs distancia  $x$  para el primer TMD.

Se observa claramente cómo la fracción de amortiguamiento crítico es función de la distancia, para este ejemplo. Los resultados se muestran en la figura 6.1.7.

De igual manera, para los otros dos pares de amortiguadores de masa sintonizada con amortiguamiento magnético, se obtuvieron las gráficas teóricas de la variación de la fracción de amortiguamiento crítico, con respecto a la distancia entre el imán y la cara de la placa conductora. Estas se muestran en las figuras 6.1.8 y 6.1.9.

En cuanto a las características del soporte de cada subamortiguador, que proporcione la rigidez necesaria para satisfacer la frecuencia de cada uno de ellos, se estableció que la rigidez fuese de 3.3756 N/cm (0.34441 kgf/cm).

Para la selección del elemento barra de soporte, se usó placa de acrílico con ancho de ½” y espesor a 1/32” (1.27 cm x 0,079375 cm) cuya inercia, respecto al eje horizontal, resulta 0.00005292656 cm<sup>4</sup>, con módulo de elasticidad de 31710 kg/cm<sup>2</sup> (Contreras, A. S, 2005) y que, de acuerdo a la expresión para determinar la rigidez de una barra en voladizo, resulta la siguiente longitud del soporte.

$$k = \frac{3EI}{L^3}$$

$$L = \sqrt[3]{\frac{3EI}{k}} = \sqrt[3]{\frac{3(31710)0.00005292656}{0.34441}} = 3.82 \text{ cm}$$

Así el elemento de soporte de acrílico tendría longitud de 3.82 cm, ancho de ½” y espesor de 1/32”, se empotraría en un extremo, y en el otro se conectaría a la pieza de plomo anterior al imán, con pegamento, con suficiente adherencia.

Esta pieza de plomo proporciona la masa necesaria para satisfacer las condiciones de frecuencia y fracción de amortiguamiento crítico óptimos, establecidos para cada subsistema.

Para conocer el volumen de material adicional (plomo en este ejemplo), se considera en primer lugar, el peso del imán, o el peso de la placa conductora de cobre cuando se utilice en sustitución del imán, cuando se adhiera a la estructura y después, el peso complementario de plomo para lograr el valor de 0.00007116863 kgfs<sup>2</sup>/cm

$(981 \text{ cm/s}^2) = 0.0698 \text{ kgf}$ , establecido para el primer amortiguador de masa sintonizada.

Se logra así definir las propiedades geométricas de cada elemento componente, de los tres amortiguadores de masa sintonizada, y se ensamblan para definir el peso adecuado de cada subsistema.

Para satisfacer la condición de masa impuesta a cada subsistema, se obtiene la geometría de cada elemento constituyente del TMD magnético, al considerar el peso específico del cobre ( $8960 \text{ kgf/m}^3$ ), del plomo ( $11340 \text{ kgf/cm}^3$ ) y del acrílico ( $1190 \text{ kgf/m}^3$ ); resultan así las dimensiones que satisfacen los parámetros establecidos. Todos los subsistemas tienen la placa de cobre adherida a la parte frontal de la placa de plomo, la que se presenta en la tabla 6.1.2.1, así como la pieza de acrílico incrustada en la cara anterior de las placas de plomo, cuya suma de pesos proporciona la masa necesaria en cada subsistema, establecida en 6.1.1 para cumplir con las condiciones impuestas.

**Tabla 6.1.2.1 Pesos y dimensiones de cada uno de los 3 TMD propuestos**

<b>material</b>	<b>Peso específico ( kgf/m<sup>3</sup> )</b>	<b>Dimensiones Largo-ancho-espesor ( cm )</b>	<b>Peso ( kgf )</b>
Acrílico incrustado	1190	0.4 – 1.7 – 0.079375	0.00004798
cobre	8960	3 – 2.54 – 0.3175	0.02167700
Plomo TMD1	11340	3.5 – 2.54 – 0.48	0.04839000
Plomo TMD2	11340	3.5 – 2.54 – 0.38	0.03830880
Plomo TMD3	11340	3.5 – 2.54 – 0.30	0.03024378

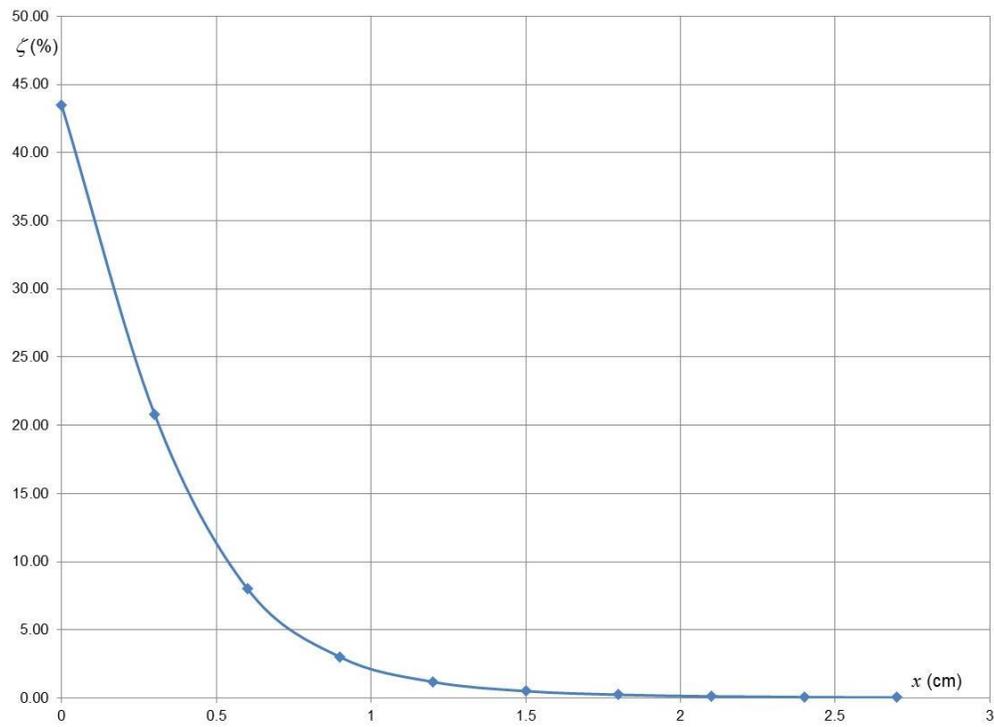


Figura 6.1.8. Gráfica de la fracción de amortiguamiento crítico vs distancia  $x$  para el segundo TMD.

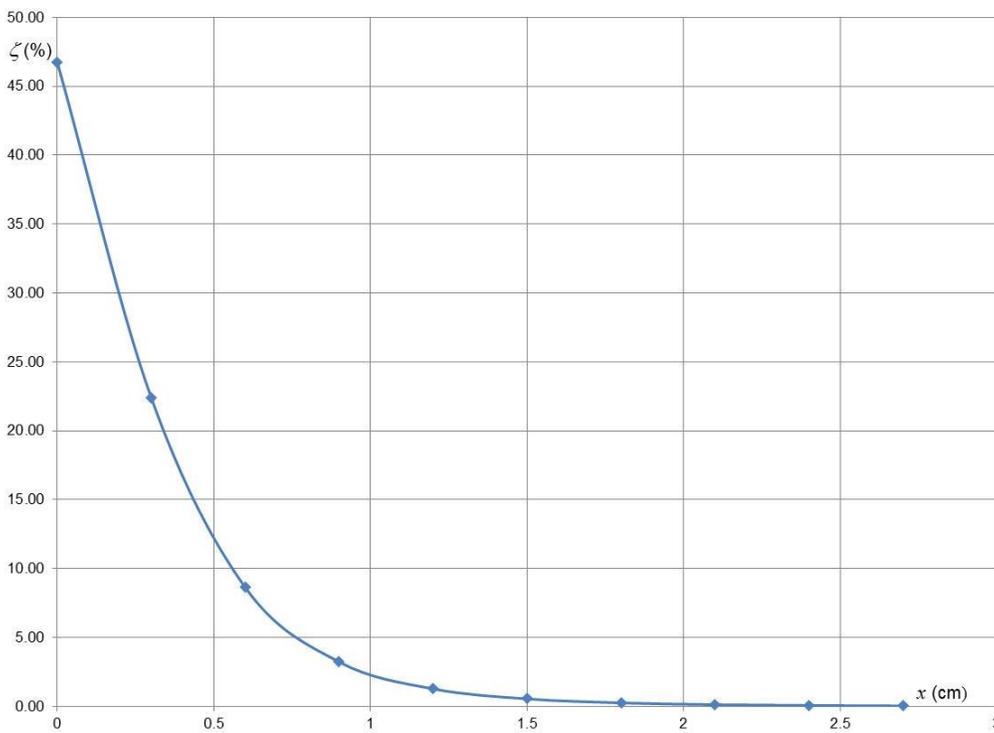


Figura 6.1.9. Gráfica de la fracción de amortiguamiento crítico vs distancia  $x$  para el tercer TMD.

Se conocen así las dimensiones de los tres pares de amortiguadores de masa sintonizada, con amortiguamiento generado por efectos magnéticos. En realidad, son seis pares de TMD magnéticos ya que teóricamente se colocarían en cada uno de los cajones de la superestructura del puente “Cancún”. La elaboración e implementación de estos TMD dentro de los mencionados cajones, queda fuera del alcance del presente trabajo de investigación.

La geometría de los TMD presentados en la tabla 6.1.2.1, corresponde a la condición en la que el imán se une a las paredes de la estructura y se coloca frontalmente a las placas de cobre, que forman parte del TMD adheridas a las masas de plomo.

La otra condición (ver figura 6.1.3) donde los imanes que forman parte directamente de la masa del TMD magnético, al estar adheridos a la parte frontal de las masas de plomo, la placa de cobre no forma parte de la masa del TMD, sino que es más larga y se apoya directamente en las caras interiores de la estructura a la que se quiere amortiguar. La geometría necesaria para esta última condición es omitida, pero su obtención no reviste mayor dificultad, ya que se reduce a determinar pesos de acrílico, plomo e imán, y en definir teóricamente distancias mayores entre los imanes y la palca conductora de cobre intermedia, fija a la estructura por amortiguar, ya que se tienen dos imanes en lugar de uno, como se estableció en el desarrollo de este inciso.

# **Implementación experimental de los modelos de TMD magnéticos propuestos**

## **7.1 Modelo experimental de los TMD propuestos**

Con la finalidad de corroborar los aspectos teóricos presentados hasta ahora, se procedió a elaborar modelos de los TMD magnéticos.

Se presenta la elaboración de los modelos teóricos definidos, en los que se establecieron dos configuraciones de ensaye; la correspondiente a la utilización de dos imanes adheridos a las masas de los amortiguadores de masa sintonizada magnéticos y una placa conductora de cobre fija al modelo principal a atenuar, colocada entre ambos imanes, y la correspondiente a la utilización de un imán fijo al modelo principal a atenuar, y las dos masas de TMD magnético con las placas de cobre adheridas a ellas a ambos lados del imán. Se presenta un resumen fotográfico de los modelos físicos, con las dimensiones y pesos establecidos para los amortiguadores de masa sintonizada, con las separaciones entre la cara del imán y la cara de la placa conductora correspondiente a 0.728 cm para el primer modelo; con 2 imanes en los 2 TMD y 0.297 cm para el modelo con un solo imán intermedio adherido al modelo.

Una vez construidos los modelos, se buscó corroborar sus propiedades dinámicas establecidas para atenuar la torsión en el modelo del puente, hecho en acrílico; se deberán colocar directamente en el interior del modelo del puente, con lo que se lograría avalar la propuesta teórica de atenuación.

Se fabricaron las piezas individuales, con materiales diamagnéticos, como el plomo, para generar el menor volumen de masa y el acrílico, como marco de referencia y elemento de apoyo; materiales paramagnéticos, como el aluminio, en lugar del acrílico, como elemento de rigidez lateral y material ferromagnético, como tornillos y tuercas de ajuste de hierro, alejados de la zona de influencia de los imanes.

Se utilizó una balanza eléctrica con precisión de diezmilésimas de gramo para corroborar y ajustar los pesos necesarios de las masas suspendidas de los amortiguadores magnéticos de masa sintonizada. También se implementó un sistema de mesa vibradora con una caladora, con diferentes velocidades, la cual se utilizó para generar el movimiento armónico, con el que se determinan las propiedades dinámicas de los modelos de TMD magnéticos. Sobre esta caladora se construyó un marco de soporte, de aluminio, para colocar en él las masa, en la posición en el modelo del puente de acrílico en estudio, es decir, en posición vertical, con las placas de rigidez de aluminio en posición vertical, para lo cual, el marco de soporte se orienta en esta dirección. La fijación de los modelos al marco, se logró mediante tornillos. Los detalles se muestran en las fotografías que aparecen en las figuras 7.1.1 a 7.1.25.



Figura 7.1.1. Placas conductoras de cobre que se colocan entre los dos imanes, y detalle de preparación para su conexión a las paredes de acrílico.



Figura 7.1.2. Soportes de placas de aluminio, con muescas en el centro, para introducir la placa de aluminio, con roscas de fijación para la muesca donde se introduce el tornillo de fijación de placa de aluminio al acrílico y a las paredes del marco de soporte.



Figura 7.1.3. Mismos detalles de figura 2, con tornillos y tuercas y muesca central retirada.

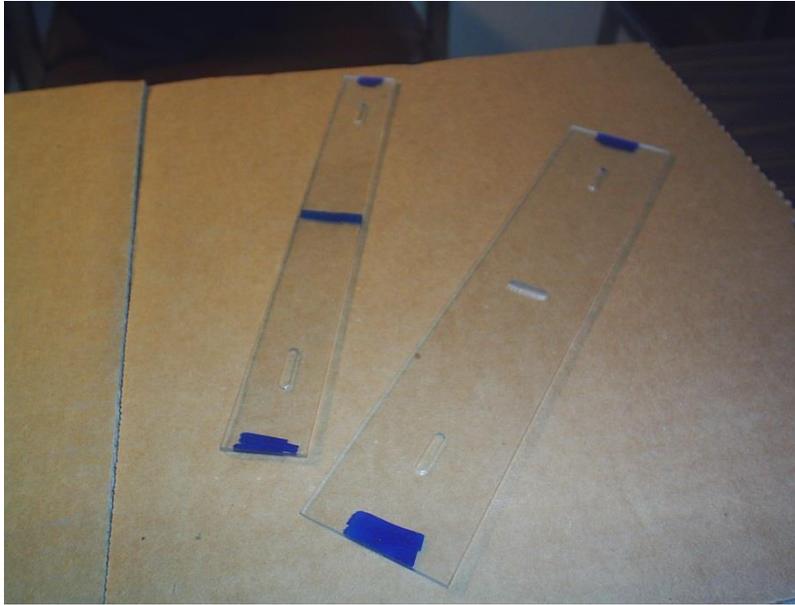


Figura 7.1.4. Detalles de las placas de acrílico con ranuras, a las que se conecta el soporte trapecial de acrílico y la placa conductora central de cobre.



Figura 7.1.5. Masas de aluminio, con placa de soporte de aluminio identificado, para 4 subsistemas.

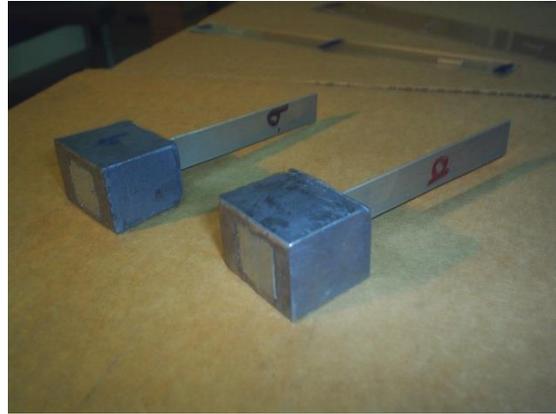


Figura 7.1.6. Masas de aluminio con placas de soporte de aluminio, identificadas para 4 subsistemas. Vista posterior con imanes insertados en 2 masas.

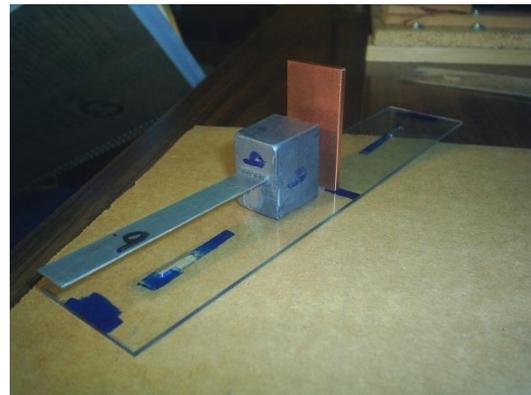
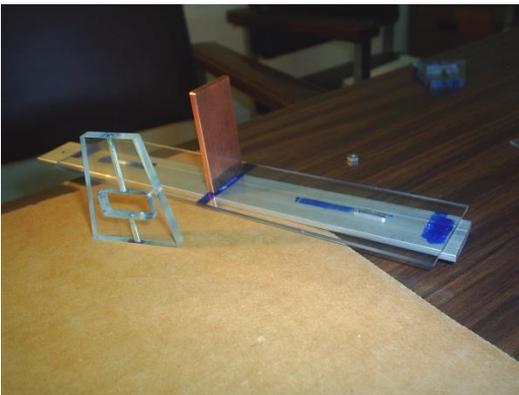


Figura 7.1.7. Detalle de inserción de placa de cobre vertical en el acrílico y colocación de masa del amortiguador magnético de masa sintonizada.

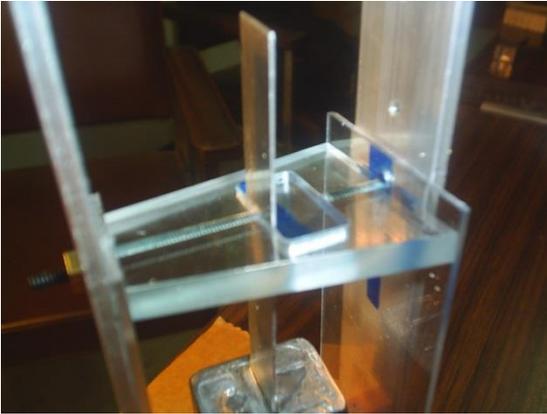


Figura 7.1.8. Detalles de conexión de masa suspendida colgante en la parte inferior y superior del modelo, donde se aprecian la placa trapecial de acrílico de soporte, los tornillos y roscas que sujetan la masa y las placas laterales de referencia del acrílico y de aluminio, que sirven de soporte.



Figura 7.1.9. Otra vista de la conexión superior.



Figura 7.1.10. Placa central de cobre en posición horizontal y masas con imanes, a una separación de 0.728 cm entre caras de imanes de masas y cara de placa de cobre.



Figura 7.1.11. Vista parcial lateral del modelo, con detalles de sujeción.



Figura 7.1.12. Vista general del modelo con 2 imanes y placa de cobre intermedia, con dos placas verticales de aluminio que forman parte del marco de rigidez.

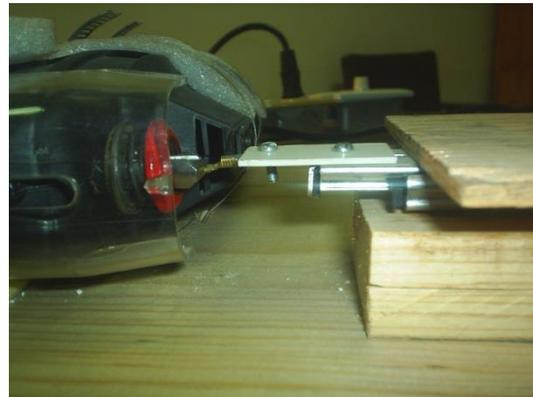


Figura 7.1.13. Detalles de conexión de la mesa vibradora (lado derecho) con el sistema excitador.



Figura 7.1.14. Vista general de mesa vibradora, con ángulo de aluminio para la base del marco y riel de desplazamiento.

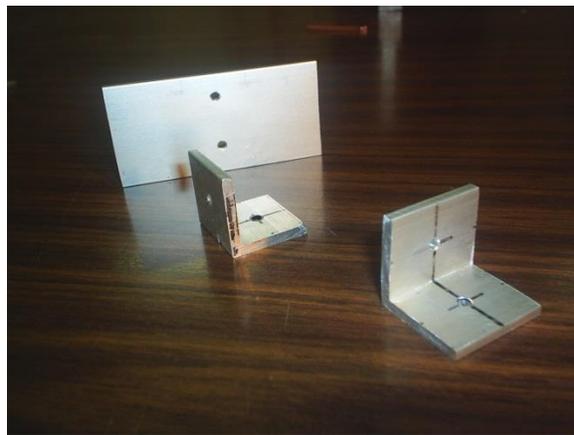


Figura 7.1.15. Placas y ángulos para formar el marco de soporte del modelo.

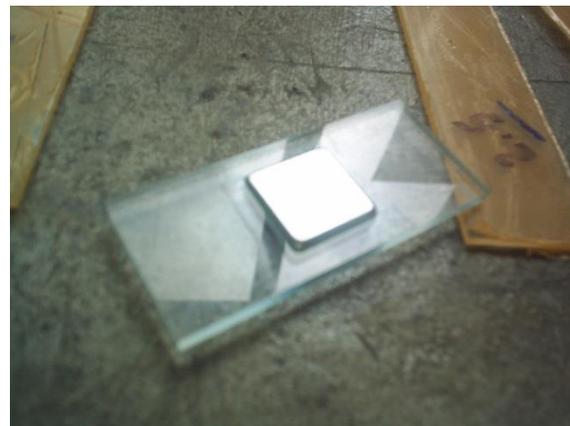


Figura 7.1.16. Imán central con soporte de acrílico para el modelo, con un solo imán intermedio, y placas de cobre adheridas a las masas.

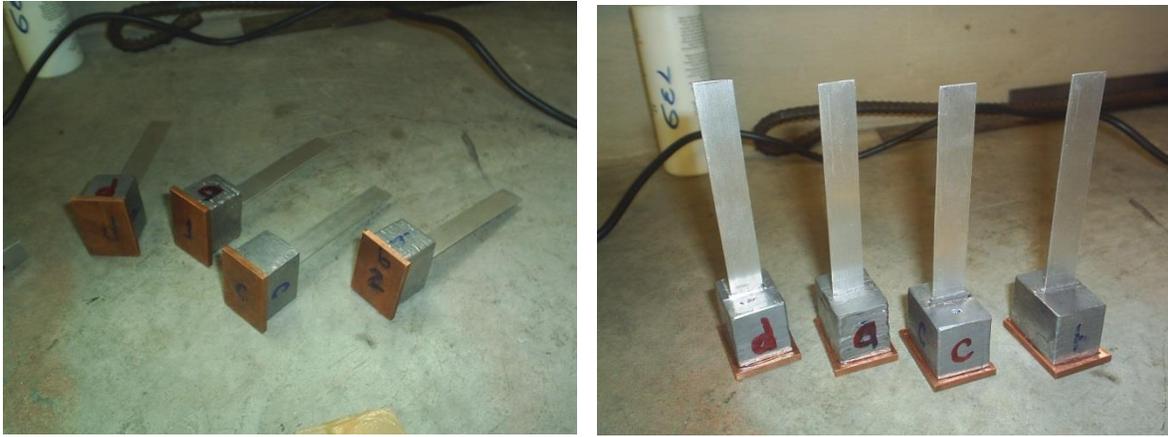


Figura 7.1.17. Masas con placas de cobre y placas de aluminio como elementos de rigidez, en dos vistas para los 4 subsistemas de amortiguadores con imán fijo intermedio entre cada par de masas.

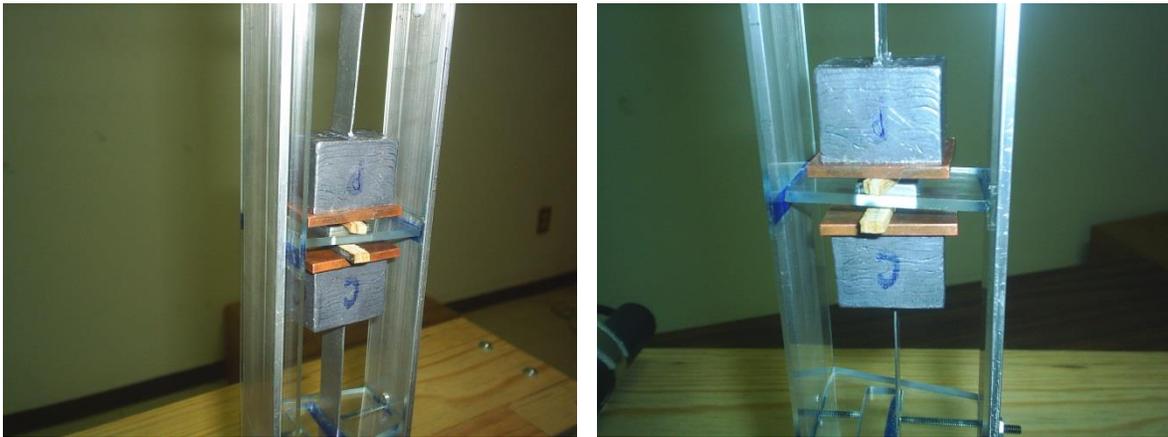


Figura 7.1.18. Detalle de modelo con un solo imán intermedio y masas laterales superior e inferior con placa conductora de cobre adherida, separados con un pedazo de madera de 0.3 cm que es el espacio requerido para generar el amortiguamiento necesario. También se aprecia el detalle de la conexión a las placas laterales auxiliares de acrílico y de las placas de aluminio del marco de soporte.

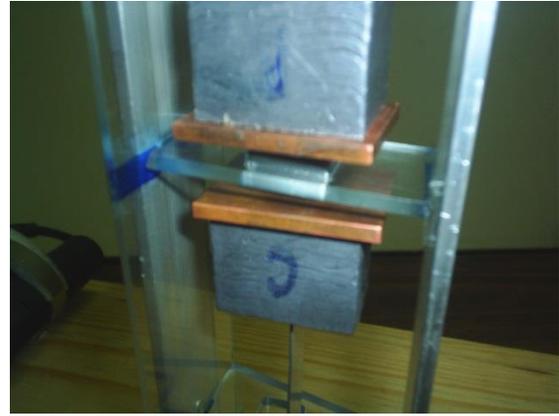


Figura 7.1.19. Otra vista de la figura 18 sin los pedazos de madera.



Figura 7.1.20. Ángulos de la base del marco de soporte del modelo y conexiones del marco y del modelo

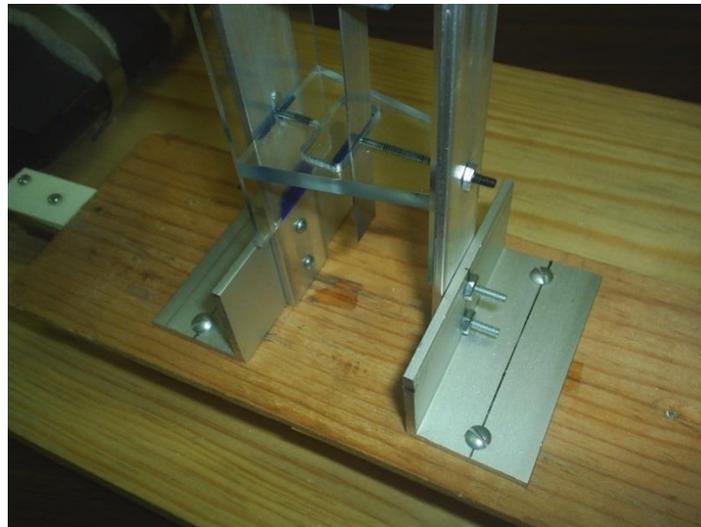


Figura 7.1.21. Otra vista de la conexión inferior del marco a la mesa vibradora.

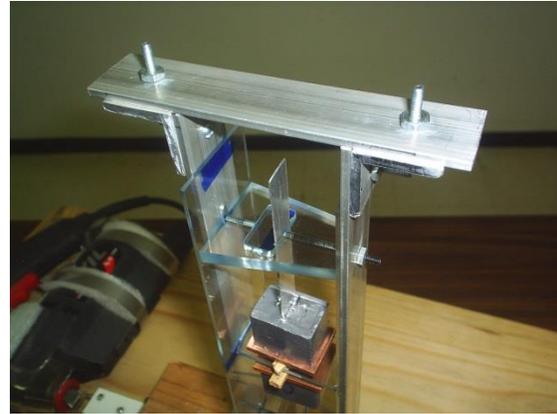


Figura 7.1.22. Detalle de conexión superior del marco de soporte.



Figura 7.1.23. Vista general del modelo con un solo imán montado en el marco de soporte y sujeción de éste a la mesa vibradora.

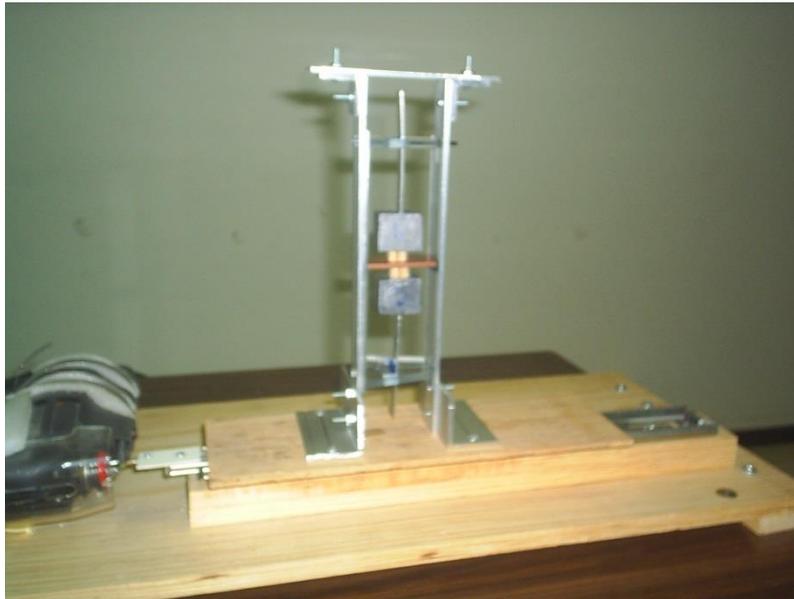


Figura 7.1.24. Vista general del modelo con 2 imanes y placa de cobre intermedia con pedazos de madera, que separa las dos masas de la placa de cobre montado en el marco de soporte de aluminio, y en la mesa vibradora, con los ángulos de conexión.



Figura 7.1.25. Vista de los dos modelos, donde se aprecia la diferencia de configuración en la zona en que se genera el amortiguamiento magnético, uno de los cuales se encuentra montado en el marco de soporte y en la mesa vibradora.

Estas figuras muestran el modelo físico de los amortiguadores. Posteriormente se corroborarán los valores de frecuencia y amortiguamiento, con la mesa vibradora

mostrada, implementada para este fin; se hicieron los ajustes necesarios para lograr similitud con el modelo teórico. Los detalles referentes a la conexión de los acelerómetros en los subsistemas superior e inferior (TMD superior e inferior) así como la conexión a la fuente de vibración, se ven en las figuras 7.1.26 y 7.1.27.

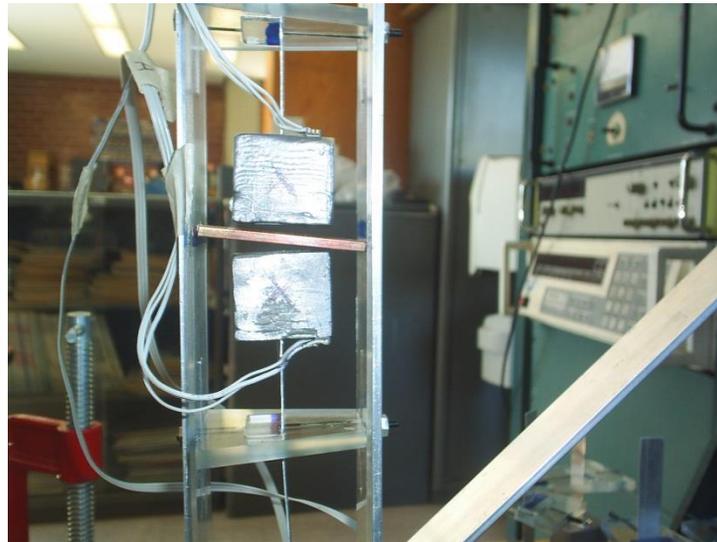


Figura 7.1.26. Vista de los dos TMD superior e inferior, con los imanes formando parte de las masas de los mismos TMD, en donde se aprecian los acelerómetros montados en cada uno de ellos, así como los cables de conexión al analizador de espectros y parte de las instalaciones del laboratorio de instrumentación del II.

## 7.2 Ensaye de los modelos TMD magnéticos propuestos

Una vez elaborados los modelos de los TMD magnéticos, se procedió a determinar sus propiedades de amortiguamiento, al vibrar el marco de soporte de los TMD.

La vibración del marco de soporte, produjo movimiento de las masas de los TMD, para originar la “corriente de remolino” sobre la placa conductora, para generar amortiguamiento magnético sobre el TMD. Este movimiento se logró en el experimento mediante un mecanismo externo, una caladora, con la cual se puede regular la frecuencia de excitación, facilitada por el personal del Área de Instrumentación del Instituto de Ingeniería de la UNAM (Coordinación de

Instrumentación, 2010). También se logró una vibración similar a “ruido ambiental”, a través de golpes externos sobre el marco de soporte de los TMD.

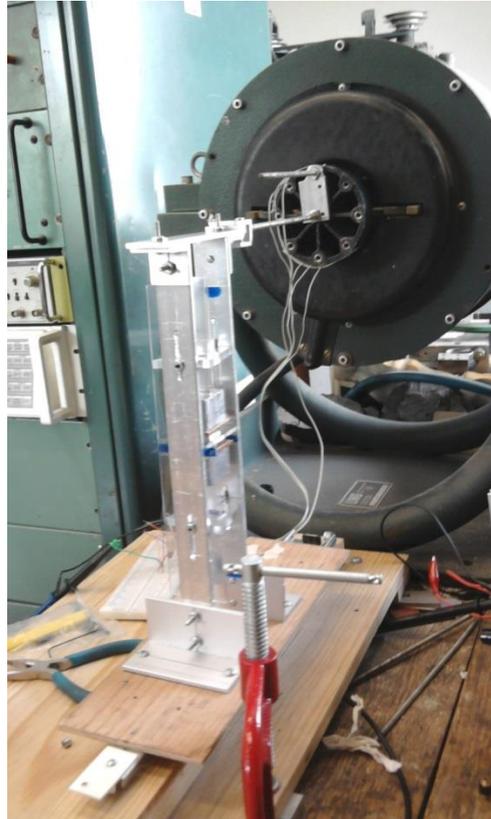


Figura 7.1.27. Vista general de los dos TMD, superior e inferior, con las placas de cobre que forman parte de las masas de los mismos TMD, en donde se aprecia la conexión de la fuente de excitación (en el fondo de la imagen), correspondiente a una caladora a la que se le regula la frecuencia de excitación y la amplitud, así como la conexión del marco en su cara superior y la barra que sirve de extensión de la caladora de excitación; se aprecia en la parte inferior la base correspondiente a la mesa vibradora implementada. La instrumentación se efectuó en las instalaciones del laboratorio de instrumentación del II.

Para registrar las aceleraciones de los TMD, se colocaron en ellos, acelerómetros del tipo PCV de 10 gramos, cuya señal se llevó a un analizador de espectros tipo 3582A *Spectrum Analyser Hewlett Packard*; donde se obtuvieron los espectros de

aceleración de los TMD magnéticos, para completar el ciclo de medición de sus propiedades.

Estos registros detectaron las frecuencias dominantes en cada TMD y sus respectivas fracciones de amortiguamiento crítico, mediante el método de ancho de banda, en función de la separación entre la cara del imán y la cara del elemento conductor.

En este proceso experimental, se evaluaron ambos pares de TMD, tanto los correspondientes a las masas con las placas conductoras de cobre, como los pares con los imanes adheridos a las masas de cada TMD.

La evaluación se efectuó para la condición de masa original, pero el proceso sería el mismo para cualquier condición de TMD magnético, en el que se haga variar la rigidez, masa y fracción de amortiguamiento crítico del mismo de acuerdo al número y las condiciones particulares necesarias para cada estructura. Al hablar de condición original, se hace referencia al primer planteamiento en este estudio, en el que la rigidez lateral de cada TMD fue 1.0323 kgf/cm; la fracción de amortiguamiento crítico óptima de 7 % y el peso neto de cada masa de TMD fue de 179.2 gramos. En este peso se incluye al TMD con imanes, el peso del imán propiamente, el peso de la masa de plomo y la fracción de peso de la barra de aluminio, que se incrusta en la masa de plomo y, para el TMD con placa de cobre, el peso de 179.2 gramos, incluye el peso de la placa de cobre, el peso de la masa de plomo y el peso de la placa de aluminio que se incrusta en la masa de plomo. La placa de aluminio se eligió en lugar de la de acrílico, debido a que el espesor de la placa se reduce, así como su ancho. En este estudio se colocó una placa de aluminio de 9 cm de largo, 1/21" de ancho y un espesor de 0.559 mm (calibre 22).

Como se mostró en las figuras precedentes, y se indica en las posteriores, se montaron los pares de TMD en el marco de soporte, en el que se simula el movimiento de los cajones longitudinales de la superestructura del modelo de puente; después, se establecieron sobre los modelos las condiciones de espacio libre entre las caras del o los imanes y la cara de las o la placa conductora de cobre, de acuerdo al resultado teórico estudiado, para obtener los parámetros requeridos para el TMD. Sin embargo, debido a la dificultad en las condiciones del montaje de

las masas en el soporte de acrílico de las placas de aluminio que proporcionan la rigidez y soporte necesario del TMD, se efectuaron algunos ajustes para obtener la frecuencia buscada de 12 Hz al aumentar o disminuir la longitud de la placa de aluminio, respecto a su apoyo, lo que proporciona la rigidez lateral del TMD y aumenta o disminuye la separación entre palca de cobre e imán.

En una de las etapas en esta búsqueda, de las condiciones establecidas, se ve gráficamente en la figura 7.2.1, en la que se aprecia cómo el espectro se encuentra ensanchado notablemente, producto del amortiguamiento producido por la corriente de remolino inducida por el imán en movimiento sobre la placa de cobre, lo que indica un gran amortiguamiento; se observó que la frecuencia óptima de atenuación buscada de 12 Hz aún no se alcanzó. Este ejemplo corresponde a uno de los TMD magnéticos, colocado en la parte inferior del par de sub amortiguadores, donde la fracción de amortiguamiento crítico, que se alcanzó para esta distancia entre el imán y la placa fue de 7.8 %. En la figura 3.3.4.2. se muestra el espectro resultante de la vibración en el subsistema TMD superior, del par de amortiguadores en el que se aprecia gran amortiguamiento alcanzado, del orden de 7.9 %, con una frecuencia también de 11.4 Hz.

En estas dos figuras se muestra el procedimiento para obtener la fracción de amortiguamiento crítico para el TMD, el cual puede ser ajustado, como se observó en la expresión 77, en función de la distancia entre caras de imán y placas conductoras. En estos dos ejemplos se muestra el amortiguamiento, que es muy cercano al óptimo buscado de 7 %, la frecuencia de los TMD es menor, de aquí que resulta necesario disminuir el brazo de palanca del elemento, que proporciona la rigidez lateral del TMD, de la placa de aluminio, para aumentar su frecuencia hasta alcanzar los 11.9645 Hz (75.172 rad/seg), que prácticamente son 12 Hz, en consonancia con la deducción matemática presentada.

En los dos experimentos, los modelos estudiados tienen la placa conductora de cobre adherida a la masa de plomo del TMD y el imán entre ambos TMD, los resultados mostrados en las figuras 7.2.1 y 7.2.2 mantienen un espacio libre entre cara del imán y cara de las placas conductoras de cobre de 3 mm, unidas a los TMD magnéticos que corrobora los 0.297 cm para la solución teórica original; inclusive

este espacio debería ser mayor, ya que la fracción de amortiguamiento generada en los TMD, es superior al óptimo establecido de 7 %.

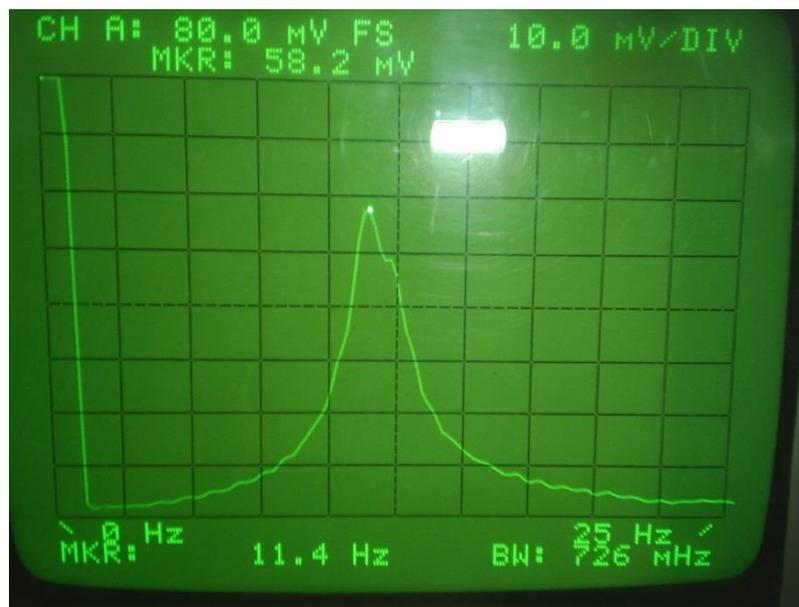


Figura 7.2.1. Vista del espectro de respuesta obtenido con el analizador de espectros 3582A *Spectrum Analyser Hewlett Packard*, debido a la vibración generada en la masa del TMD con la placa de cobre adherida y representa al elemento inferior del par con una frecuencia de 11.4 Hz.

Otros resultados se muestran en las figuras 7.2.3 y 7.2.4, en cuyos espectros se ha alcanzado la frecuencia buscada de 12 Hz y, para el TMD de la masa superior (figura 7.2.3), el espacio libre entre la cara del imán y la cara de la placa conductora de cobre es la necesario para generar una fracción de amortiguamiento crítico de 6.9 %, que prácticamente es el 7 % buscado, en tanto que en la masa inferior, aunque se ha logrado la frecuencia de 12 Hz, el espacio libre entre cara de imán y placa conductora es más cercana de lo necesario, de manera que la fracción de amortiguamiento crítico es de 9.14 %, que sobrepasa el requerido, por lo cual es necesario aumentar la brecha entre imán y placa conductora, para disminuir la fracción de amortiguamiento crítico hasta 7 %, como el TMD de la masa superior.

En cuanto a la condición de los TMD con los imanes adheridos a su masa, se determinó que la distancia requerida entre la placa central de cobre adherida al

modelo y las caras de los imanes que forman parte del TMD, debe ser mayor para conseguir el amortiguamiento buscado de 7 %, ya que para el valor registrado en el espectro resultante del TMD de la parte inferior del par, se observó una fracción de amortiguamiento crítico de 7.78 %, con una brecha libre entre cara de imán y placa de cobre de 3.9 mm, en tanto que para el TMD superior del mismo par de elementos que registró una frecuencia próxima a los 12 Hz, la fracción de amortiguamiento crítico generado en este último TMD fue de 7.6 % con una brecha o espacio libre entre imán y placa de cobre de 3.9 mm; se confirma así que la separación debe ser mayor para obtener el amortiguamiento óptimo necesario por los TMDs, al coincidir con la distancia establecida para esta condición, que debe tener una brecha mayor entre elementos, que la debida a los TMDs con la placa de cobre adherida y mostrados en las figuras de este inciso.

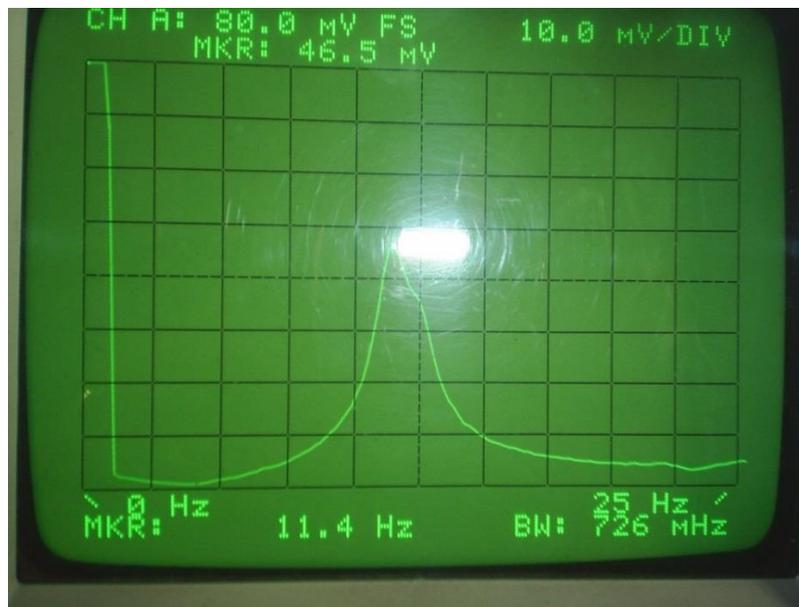


Figura 7.2.2. Vista del espectro de respuesta obtenido con el analizador de espectros 3582A *Spectrum Analyser Hewlett Packard*, debido a la vibración que generada en la masa del TMD con la placa de cobre adherida, representa al elemento superior del par con una frecuencia de 11.4 Hz.

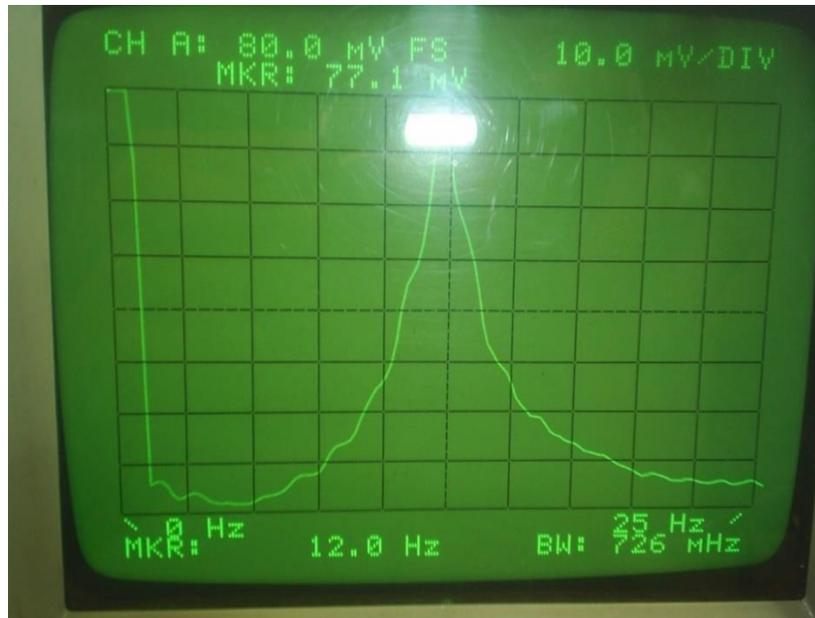


Figura 7.2.3. Vista del espectro de respuesta obtenido con el analizador de espectros 3582A *Spectrum Analyser Hewlett Packard* debido a la vibración generada en la masa del TMD con la placa de cobre adherida y representa al elemento superior del par con una frecuencia de 12 Hz.

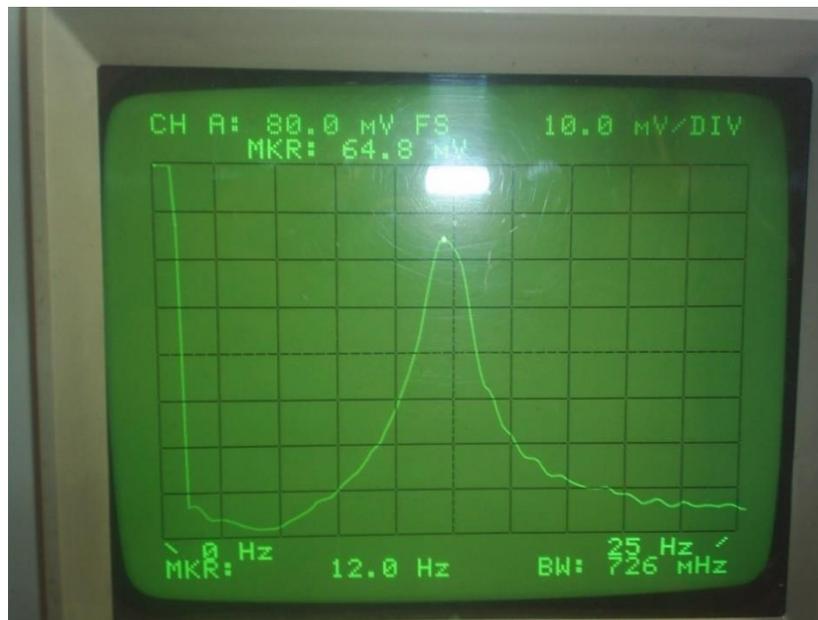


Figura 7.2.4. Vista del espectro de respuesta obtenido con el analizador de espectros 3582A *Spectrum Analyser Hewlett Packard* debido a la vibración generada en la masa del TMD con la placa de cobre adherida y que representa al elemento inferior del par con una frecuencia de 12 Hz.

# Conclusiones

Se han expuesto en este trabajo aspectos referentes al planteamiento de una matriz para evaluar el amortiguamiento aerodinámico producido al derredor de un perfil o sección estructural, con o sin forma prismática, aerodinámica o, de cualquier forma. Se parte de una condición cuasi dinámica en torno a la sección estructural, con una matriz original con dos grados de libertad, tal como se estableció en los planteamientos aerodinámicos para aspas de aerogeneradores, y se extendió su aplicación al área de ingeniería estructural, particularmente, a la ingeniería de viento.

A partir de este planteamiento para dos grados de libertad, el movimiento inducido por el viento (arrastre en la dirección relativa del viento y de sustentación en dirección perpendicular a la primera), se amplió para tres grados de libertad, con una matriz de coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, que considera un tercer grado de libertad, debido al efecto del momento torsional sobre la sección transversal estructural.

La matriz se establece en función del ángulo de ataque del viento y de la frecuencia circular de la estructura en estudio, y se definen las restantes cuatro componentes de la matriz de coeficientes de amortiguamiento aerodinámico, así como el coeficiente de amortiguamiento aerodinámico en torsión pura.

Se ha aplicado este enfoque matricial a ejemplos de estructuras prismáticas, relativamente esbeltas, susceptibles a la acción del viento, y se ha encontrado factible su utilización para obtener los ángulos de ataque del viento, en los cuales se espera el inicio de inestabilidad, debido a la aparición de un amortiguamiento aerodinámico negativo, que no pueda ser anulado o superado por el amortiguamiento estructural propio de la estructura.

Esta matriz de coeficientes de amortiguamiento estructural, de  $3 \times 3$ , permite estimar el amortiguamiento aerodinámico en estructuras susceptibles a los efectos del viento, a partir de nuevas variables, como son los coeficientes aerodinámicos,

sus derivadas parciales con respecto al ángulo de ataque del viento, la dimensión característica de la estructura en la sección en estudio, la velocidad del viento, sus componentes y la densidad del aire, así como la frecuencia circular de la estructura.

Con las expresiones propuestas, se puede definir el inicio del desprendimiento de la capa laminar sobre el perfil de la estructura, en determinados ángulos de ataque del viento; depende también de la aparición de amortiguamiento aerodinámico negativo.

Así, se puede evaluar el inicio de la inestabilidad estructural ante la acción del viento de manera relativamente simple, en condiciones cuasi estáticas.

En la segunda parte de este trabajo, se estudia y establece un dispositivo mecánico de amortiguamiento para atenuar las vibraciones producidas por los efectos aeroelásticos sobre las estructuras susceptibles a estos efectos.

Se entiende como dispositivo mecánico de amortiguamiento, a un amortiguador de masa sintonizada (TMD) que se modela y acondiciona, para proporcionar la rigidez, masa y fracción de amortiguamiento crítico óptimos, necesarios para atenuar la vibración de la estructura principal en la cual se desea instalar.

Existe poca información respecto a generar artificialmente amortiguamiento en el TMD, con una cantidad medible y controlable de la fracción de amortiguamiento crítico. Esta fracción de amortiguamiento crítico, se obtiene al aparecer fuerza de amortiguamiento generada por “corrientes de remolino” que aparecen en un elemento conductor de cobre, al hacer vibrar una placa del mismo elemento frente a un imán fijo, o al hacer vibrar un imán respecto a una palca conductora, que permanece fija.

El amortiguamiento generado artificialmente, desaparece en el instante en que cesa el movimiento en el par imán - elemento conductor; se reactiva al existir una excitación externa sobre la estructura principal.

Al ser un mecanismo auto-activado, con imanes permanentes, no requiere una fuente externa de energía para su funcionamiento, como sucede al aplicar

corrientes eléctricas que generan magnetismo, para producir el efecto presentado, por lo que su mantenimiento se reduciría a cuidados externos para su protección.

Su comportamiento unidireccional no los limita a esta condición ya que en problemas en torsión, se puede aplicar en conjunto, en cada extremo transversal de giro de la estructura, como se mostró en este trabajo, en el ejemplo teórico del puente “Cancún”.

Con este tipo de TMD con amortiguamiento magnético, se tiene la posibilidad de tener un gran intervalo de fracciones de amortiguamiento crítico, que se pueda ajustar fácilmente con la “brecha” o espacio libre entre la cara del imán y la cara del conductor. Esto es útil cuando se requieren diferentes fracciones de amortiguamiento crítico de acuerdo a los requerimientos del ajuste óptimo de atenuación del TMD. Asimismo, la rigidez es fácilmente ajustable con un ajuste del elemento de rigidez del TMD que altera su frecuencia según se requiera para el TMD.

Se elaboraron modelos físicos de estos TMD y la experimentación corroboró que este enfoque teórico define a la fracción de amortiguamiento crítico aceptable, ya que la variación del amortiguamiento y de la frecuencia se logra mediante los resultados gráficos y físicos presentados.

Se presentó y evaluó, a dos configuraciones diferentes de los TMD, basados en los mismos principios, pero con posición de imanes y placa conductora alternas; los resultados han sido congruentes con el planteamiento teórico, referentes al espacio libre entre imanes y placas para una y otra alternativa.

## Recomendaciones y trabajos futuros de investigación

Para el desarrollo posterior a la investigación presentada en este trabajo, se esbozan algunos puntos que, en opinión del autor, merecerían atención en el desarrollo de la temática. Estos puntos son enlistados en forma genérica, a continuación.

- La instalación de estos dispositivos en el modelo de puente estudiado que sirvió de base para este desarrollo, así como su utilización en la torre estudiada, con los ajustes necesarios en los TMD propuestos.
- La implementación de los modelos de TMD, descritos y presentados en un modelo a escala, en alguna otra estructura de la que se puedan conocer sus propiedades dinámicas, a fin de efectuar los ajustes necesarios en los TMD en cuanto a masa, rigidez y fracción de amortiguamiento crítico.
- Verificar la posibilidad de colocar los TMD que se desarrollaron en este trabajo, para cubrir varias frecuencias de excitación de alguna estructura a escala adecuada, por ejemplo, los primeros tres modos de vibrar.
- Considerar el desarrollo actual de la tecnología para crear imanes permanentes del tipo utilizados en este trabajo de investigación; se considera producir crear imanes de mayor tamaño para colocarlos en TMD que siga el desarrollo mostrado en este trabajo, que requiera características de tamaño adecuado para atenuar la vibración de una estructura real, tipo torre o puente, susceptibles a efectos del viento.
- Aplicar estos dispositivos a elementos flexibles, con poca masa, como chimeneas de gran altura o torres ligeras, para mostrar que su utilización es factible y de bajo costo.
- En una estructura real, se pueden implementar dispositivos en número adecuado, sin necesidad de incrementar considerablemente el tamaño del TMD estudiado.

# Apéndice A

## Simbología

A continuación, se presenta la simbología empleada en el desarrollo del presente trabajo de investigación; algunos símbolos son omitidos por ser de conocimiento común en la ingeniería estructural.

$r$	Posición radial de la sección transversal del aspa en consideración
$dL$	Fuerza de sustentación por longitud unitaria de aspa
$dD$	Fuerza de arrastre por longitud unitaria de aspa
$\alpha$	Ángulo de ataque
$\theta$	Ángulo entre la cuerda y el plano del rotor
$\rho$	Densidad del aire
$c(r)$	Longitud de cuerda de la sección transversal del aspa en el radio $r$ respecto a su apoyo
$W$	Velocidad resultante del viento
$C_L(r, \alpha)$	Coeficiente de sustentación en el radio $r$ , el cual adicionalmente es función del ángulo de ataque $\alpha$
$C_D(r, \alpha)$	Coeficiente de arrastre en el radio $r$ , el cual adicionalmente es función del ángulo de ataque $\alpha$
$C_M(r, \alpha)$	Coeficiente de momento de giro en el radio $r$ , el cual adicionalmente es función del ángulo de ataque $\alpha$
$n$	Frecuencia rotacional, Hz (capítulo 3)
$\Omega$	Velocidad angular del rotor
$V$	Componente de la velocidad del viento en dirección $y$
$r\Omega$	Componente de la velocidad del viento en dirección $x$
$\gamma$	Angulo de transformación, i. e. $\alpha + \theta$

$F_x^R$	Fuerza resultante por longitud unitaria en la dirección $x_R$ (aproximadamente la dirección frontal)
$F_y^R$	Fuerza resultante por longitud unitaria en la dirección $y_R$ (aproximadamente la dirección perpendicular a la frontal)
$x^R$	DOF en dirección $x$ , lado largo de la sección transversal
$y^R$	DOF en dirección $y$ , lado corto de la sección transversal
$M_z^R$	Momento resultante por longitud unitaria en dirección $z$
$\theta_z^R$	Grado de libertad rotacional
$dM$	Momento por longitud unitaria de aspa o estructura
$c_a^R$	Matriz de amortiguamiento aerodinámico
$c_{xx}^R$	Coeficiente de amortiguamiento aerodinámico en dirección $x$ , debido al incremento de velocidad en dirección $x$
$c_{yy}^R$	Coeficiente de amortiguamiento aerodinámico en dirección $y$ , debido al incremento de velocidad en dirección $y$
$c_{xy}^R$	Coeficiente de amortiguamiento aerodinámico en dirección $x$ , debido al incremento de velocidad en dirección $y$
$c_{yx}^R$	Coeficiente de amortiguamiento aerodinámico en dirección $y$ , debido al incremento de velocidad en dirección $x$
$c_{x\theta_z}^R$	Coeficiente de amortiguamiento aerodinámico en dirección $x$ , debido al incremento de velocidad rotacional en dirección $\theta_z$
$c_{y\theta_z}^R$	Coeficiente de amortiguamiento aerodinámico en dirección $y$ , debido al incremento de velocidad rotacional en dirección $\theta_z$
$c_{\theta_z x}^R$	Coeficiente de amortiguamiento aerodinámico en la dirección rotacional $\theta_z$ , debido al incremento de velocidad en dirección $x$
$c_{\theta_z y}^R$	Coeficiente de amortiguamiento aerodinámico en la dirección rotacional $\theta_z$ , debido al incremento de velocidad en dirección $y$
$c_{\theta_z \theta_z}^R$	Coeficiente de amortiguamiento aerodinámico en la dirección rotacional $\theta_z$ , debido al incremento de velocidad rotacional en dirección $\theta_z$
$\{F^R\}$	Vector de fuerza resultante en el sistema coordenado del rotor

$[T_{LR}]$	Matriz de transformación de coordenadas
$\{F^L\}$	Vector de fuerzas en las direcciones aerodinámicas del viento
$V_o$	Componente de la velocidad del viento en dirección $y$ , en un determinado punto de operación
$r\Omega_o$	Componente de la velocidad del viento en dirección $x$ , en un determinado punto de operación
$\Delta()$	Incremento de la magnitud que se encuentre dentro del paréntesis
$\dot{x}_R$	Incremento de velocidad en dirección $x$
$\dot{y}_R$	Incremento de velocidad en dirección $y$
$\{\dot{u}^R\}$	Vector de velocidades en las coordenadas del rotor
$\{F_{ao}^R\}$	Vector de fuerza media en el sistema coordenado del rotor
$C_p$	Coefficiente de presión aerodinámica normal a la superficie
$B$	Ancho tributario de cada estación o punto de medición
$\zeta$	Fracción de amortiguamiento crítico
$f_1$ y $f_2$	Frecuencias registradas a uno y otro lado del espectro de respuesta a $1/\sqrt{2}$ de la altura de amplitud máxima
$R$	Factor de amplificación dinámica
$\zeta_a$	Fracción de amortiguamiento crítico del amortiguador de masa sintonizada, TMD
$\zeta_s$	Fracción de amortiguamiento crítico de la estructura
$P_o$	Carga estática lateral
$K$	Rigidez lateral de la estructura
$k_{tmd}$	Rigidez lateral del TMD
$m$	Masa del TMD
$M$	Masa de la estructura
$\mu$	Relación entre la masa del TMD y la masa de la estructura
$I_i$	Inercia de masa del modelo respecto a su eje longitudinal

$L_i$	Distancia horizontal transversal de cada TMD al eje longitudinal del modelo o estructura
$\beta$	ancho de banda adimensional de la frecuencia (ecuación 69)
$\omega_r$	Frecuencia circular de resonancia
$\omega_j$	Frecuencia circular del TMD $j$
$F$	Fuerza generada por el amortiguamiento magnético tipo “remolino”
$\sigma$	Conductividad eléctrica del material de la placa conductora
$B_z$	Flujo magnético
$S$	Área del imán de la cual emerge el flujo magnético
$V_o$	Velocidad media del movimiento de la placa (ecuación 70)
$\alpha_1$ y $\alpha_2$	Factores adimensionales que dependen de los semianchos del imán y de la placa conductora
$a$ y $b$	Semianchos de las dimensiones del imán de forma rectangular
$A$	Semiancho de la placa conductora
$T$	Espesor del imán
$x$	Distancia libre entre cara de imán y cara de placa conductora (ecuación 77)
$y_{estat} = P_o/K$	Desplazamiento estático
$\beta = \omega/\omega_s$	Relación de la frecuencia de excitación a la estructural
$\alpha = \omega_a/\omega_s$	Relación de frecuencias naturales (amortiguador-estructura)

# Apéndice B

## Tabla con los elementos discretizados del modelo del puente “Cancún”, para obtener su momento de inercia de masa

Fig.	sección	área	Long	x	y	a	b	vol.	densidad	acrílico	latón
									(kg s <sup>2</sup> /cm <sup>4</sup> )	0.00000124	8.97E-06
									masa	Imas cent.	Imas *d*d
1	interm.	0.12	98.0	-31.4	4.60	1.000	0.120	11.760	1.45824E-05	1.2327E-06	0.01469520
2	interm.	0.12	98.0	-31.41	3.88	1.000	0.120	11.760	1.45824E-05	1.2327E-06	0.01460616
3	interm.	0.12	98.0	-31.41	3.16	1.000	0.120	11.760	1.45824E-05	1.2327E-06	0.01453225
4	interm.	0.30	98.0	-31.66	2.00	1.020	0.294	29.400	0.000036456	3.4224E-06	0.03668723
5	interm.	0.30	98.0	-31.16	2.00	1.020	0.294	29.400	0.000036456	3.4224E-06	0.03554216
6	interm.	4.07	99.9	-25.13	0.65	13.59	0.300	406.783	0.000504411	0.00776072	0.31873963
7	interm.	2.86	99.9	-17.81	-1.15	4.767	0.600	285.754	0.000354335	0.00068172	0.11281746
8	interm.	2.86	99.9	-14.01	-1.15	4.767	0.600	285.754	0.000354335	0.00068172	0.07004879
9	interm.	2.10	99.9	-15.91	-3.80	3.502	0.600	209.900	0.000260276	0.00027379	0.06963987
10	interm.	3.95	99.9	-6.89	0.65	13.19	0.300	394.715	0.000489446	0.00709445	0.02344445
11	interm.	9.48	99.9	-16.11	1.35	31.60	0.300	947.052	0.001174344	0.09772993	0.30691276
12	interm.	0.97	98.0	-1.11	3.10	3.275	0.300	95.187	0.000118032	0.00010638	0.00127920
13	interm.	0.96	98.0	-0.46	3.10	3.200	0.300	94.080	0.000116659	0.00010042	0.00114576
14	interm.	0.17	3.48	-31.41	4.24	0.600	0.281	0.587	7.28406E-07	2.6659E-08	0.00073172
15	interm.	0.17	3.48	-31.41	3.52	0.600	0.281	0.587	7.28406E-07	2.6659E-08	0.00072765
16	interm.	0.17	3.48	-31.41	3.80	0.600	0.281	0.587	7.28406E-07	2.6659E-08	0.00072915
17	ext. Apoy	650.20	0.60	0.00	0.00	65.02	10.00	390.118	0.000483746	0.17445279	0
18	ext. Apoy	650.20	0.60	0.00	0.00	65.02	10.00	390.118	0.000483746	0.17445279	0
19	ext. Apoy	39.01	3.80	0.00	4.70	65.02	0.600	148.245	0.000183823	0.06476571	0.00406066
20	ext. Apoy	39.01	3.80	0.00	4.70	65.02	0.600	148.245	0.000183823	0.06476571	0.00406066
21	ext. Apoy	39.01	3.80	0.00	4.70	65.02	0.600	148.245	0.000183823	0.06476571	0.00406066
22	ext. Apoy	39.01	3.80	0.00	4.70	65.02	0.600	148.245	0.000183823	0.06476571	0.00406066
23	ext. Apoy	5.28	3.80	-32.21	0.00	8.800	0.600	20.064	2.48794E-05	0.00016130	0.02581162
24	ext. Apoy	5.28	3.80	-32.21	0.00	8.800	0.600	20.064	2.48794E-05	0.00016130	0.02581162
25	ext. Apoy	5.28	3.80	-32.21	0.00	8.800	0.600	20.064	2.48794E-05	0.00016130	0.02581162
26	ext. Apoy	5.28	3.80	-32.21	0.00	8.800	0.600	20.064	2.48794E-05	0.00016130	0.02581162
27	ext. Apoy	28.58	0.60	0.00	0.00	6.033	6.033	17.149	2.12647E-05	9.6731E-05	0
28	ext. Apoy	28.58	0.60	0.00	0.00	6.033	6.033	17.149	2.12647E-05	9.6731E-05	0
29	ext. Apoy	6.00	0.60	-32.21	0.30	10.00	0.600	3.600	0.000004464	3.73339E-05	0.00463167
30	ext. Apoy	19.15	0.60	-15.95	-4.40	31.91	0.600	11.488	1.42445E-05	0.00120912	0.00390185
31	ext. Apoy	5.43	0.60	-27.38	0.37	13.59	0.800	3.261	4.04342E-06	4.16115E-05	0.00303194

32	ext. Apoy	58.56	0.60	-24.94	-2.00	13.94	4.200	35.137	4.35704E-05	0.00076996	0.02727107	
33	ext. Apoy	121.26	0.60	-15.95	3.40	31.91	3.800	72.754	9.02154E-05	0.00776360	0.02400801	
34	ext. Apoy	58.18	0.60	-6.93	-2.00	13.85	4.200	34.910	4.32884E-05	0.00075593	0.00225004	
35	ext. Apoy	5.27	0.60	-4.71	0.37	13.19	0.800	3.165	3.92438E-06	3.80516E-05	8.74164E-05	
36	ext. Apoy	0.43	0.60	-0.15	0.80	1.400	0.310	0.260	3.22673E-07	5.5284E-08	2.1425E-07	
37	ext. Apoy	6.00	0.60	-32.21	0.30	10.00	0.600	3.600	0.000004464	3.7334E-05	0.00463167	
38	ext. Apoy	19.15	0.60	-15.95	-4.40	31.91	0.600	11.488	1.42445E-05	0.00120913	0.00390185	
39	ext. Apoy	5.43	0.60	-27.38	0.37	13.59	0.800	3.261	4.04342E-06	4.1612E-05	0.00303194	
40	ext. Apoy	58.56	0.60	-24.94	-2.00	13.94	4.200	35.137	4.35704E-05	0.00076996	0.02727107	
41	ext. Apoy	121.26	0.60	-15.95	3.40	31.91	3.800	72.754	9.02154E-05	0.00776360	0.02400801	
42	ext. Apoy	58.18	0.60	-6.93	-2.00	13.85	4.200	34.910	4.32884E-05	0.00075593	0.00225004	
43	ext. Apoy	5.27	0.60	-4.71	0.37	13.19	0.800	3.165	3.92438E-06	3.8052E-05	8.7416E-05	
44	ext. Apoy	0.43	0.60	-0.15	0.80	1.400	0.310	0.260	3.22673E-07	5.5284E-08	2.1425E-07	
45	ext. Apoy	-4.45	0.60	0.00	0.00	2.381	2.381	-2.672	-3.31341E-06	-2.3485E-06	0	
46	ext. Apoy	-4.45	0.60	0.00	0.00	2.381	2.381	-2.672	-3.31341E-06	-2.3485E-06	0	
47	ext. Apoy	28.58	0.71	0.00	0.00	6.033	6.033	20.418	0.000183149	0.00083313	0	
48	ext. Apoy	28.58	0.71	0.00	0.00	6.033	6.033	20.418	0.000183149	0.00083313	0	
49	ext. Apoy	-4.45	0.71	0.00	0.00	2.381	2.381	-3.181	-2.85378E-05	-2.0228E-05	0	
50	ext. Apoy	-4.45	0.71	0.00	0.00	2.381	2.381	-3.181	-2.85378E-05	-2.0228E-05	0	
51	ext. Apoy	11.59	5.79	0.00	0.00	3.842	3.842	67.167	0.000602488	0.00111152	0	
52	ext. Apoy	11.59	5.79	0.00	0.00	3.842	3.842	67.167	0.000602488	0.00111152	0	
53	ext. Apoy	-4.45	5.79	0.00	0.00	2.381	2.381	-25.805	-0.000231473	-0.0001641	0	
54	ext. Apoy	-4.45	5.79	0.00	0.00	2.381	2.381	-25.805	-0.000231473	-0.0001641	0	
									<b>masa</b>	<b>Imasa cent.</b>	<b>Imas *d*d</b>	
									<b>S total</b>	0.0102789	0.862433	2.294412
									<b>Imasa tot.</b>		3.156846	kg.seg <sup>2</sup> .cm
									<b>masa tot.</b>		0.010279	kg.seg <sup>2</sup> /cm

# Referencias

- Den Hartog, J. P. (1974), "Mecánica de las vibraciones", Editorial CECSA.
- Luft, R. W. (1979), "Optimal Tuned Mass Dampers for Buildings", J. Struct. Div., ASCE, 103 (9), 17985 - 1789.
- Stevenson, J. D. (1980), "Structural Damping Values as a Function of Dynamic Response Stress and Deformation Levels", Nuclear Engineering and Design, 60, pp. 211 - 237.
- Nagaya, K. y Kojima, H. (1982), "Shape Characteristics of a Magnetic Damper Consisting of a Rectangular Magnetic Flux and a Rectangular Conductor", Bulletin of The JSME, Vol. 25, No. 206-16.
- Warburton, G. B. (1982), "Optimal Absorber Parameters for Various Combinations of Response and Excitation Parameters", Earthquake Eng. Struct. Dyn., 10, 381 - 401.
- D.W. Boggs (1992), "Validation of the Aerodynamic Model Method", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Elsevier.
- Sakamoto, M., Kobori, T., Yamada, T., and Takahashi, M. (1994), "Practical applications of active and hibrid response control systems and their verifications by earthquake and strong wind observations" Proc., Ist World Conf. Structural Control, Los Angeles, WP2, pp. 90-99.
- Ahsan Kareem, Samuel Kline (1995), "Performance of multiple tuned mass dampers under random loading". Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.121, No.2, pp.348-361.
- Craik, Derek (1995), "Magnetism, principles and applications", John Wiley & Sons, Chichester, England.
- Larose, G. L., Larsen, A. y Svensson, E. (1995), "Modelling of tuned mass dampers for wind-tunnel tests on a full-bridge aeroelastic model", Vol. 54, pp. 427-437.
- Svensson, E., Larsen, A. y Andersen, H.(1995), "Design Aspects of tuned mass dampers for the Great Belt East Bridge approach spans". Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 54/55, pp. 413-426.
- Raymond L. Bisplinghoff, Holt Ashley, Robert L. Halfman (1996), Aeroelasticity, Dover Publications, Nedw York, USA.

- E. Simiu y Robert H. Scanlan (1996), « Wind Effects on Structures », Wiley.
- C. Dyrbye y S. O. Hansen (1997), Wind Loads on Structures, Wiley.
- Housner, G. W., Bergman, L. A., Caughey, T. K., Chassiakos, A. G., Claus, R. O., Masri, S.F., Skelton, R. E. Soong, T. T., Spencer, B.F., and Jao, J. T. P. (1997), “Structural Control: Past, Present and Future” J. Eng. Mech., 123(9), pp. 897-971.
- A. S. Joshi, R. S. Jangid (1997), “Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited damped systems”, Journal of Sound and Vibration 202 (5), pp. 657-667.
- Paz, Mario (1997), Structural Dynamics, Fourth Edition, Chapman & Hall, New York.
- Piccirillo, N. (1997), “Analysis of fluid-structural instability in water”. Kapl Atomic Power Laboratory, Schenectady, New York 12311, 14 p.
- Soong, T. T. y Dargush, G. F. (1997), “Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering”, Editorial John Wiley & Sons Ltd, Chichester, England.
- Jorgen Thirstrup Petersen, Helge Aagaard Madsen, Anders Björck, Peder Enevoldsen, Stug Oye, Hans Ganander, Danny Winkelaar, (1998), Prediction of Dynamic Loads and Induced Vibrations in Stall. Riso National Laboratory, ISBN 87-550-2437-8, 160 p., Dinamarca.
- Tomlinson, G. R. y Bullough W. A. (1998), “Smart Materials and Structures”, Proceedings of the 4<sup>th</sup> European and 2<sup>nd</sup> MIMR Conference, Harrogate, UK, 6 - 8.
- R. S. Jangid (1999), “Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited undamped systems”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 28, pp. 1041-1049.
- Kareem, A., Kijewski, T., and Tamura, Y. (1999), “Mitigation of motions of tall buildings with specific examples of recent applications.” Wind Struc., 2(3), 201-251.
- E. Car y López Almansa, O. (2000), “Estructuras Sometidas a Acciones Dinámicas”, CIMNE.
- Matsuoka, T. y Ohmata, K. (2000), “A study of magnetic dampers using a pinned displacement enlargement mechanism”, Proc. 12<sup>th</sup> Symposium on Electromagnetics and Dynamics and Dynamics (in Japanese), pp. 645 - 650.
- Shihai Feng, James R. Abbott, Alan L. Graham, Howard Brenner (2001), “Interrelationship of shear viscosity, vortex viscosity and spin viscosity in energy dissipation in suspensions”, Particulate and Multiphase Flows II. AIChE.

Bryce L. Fowler, Eric M. Flint, Steven E. Olson (2001), "Design Methodology for Particle Damping", SPIE Conference on Smart Structures and Materials, Newport Beach, CA.

D. H. Hodges y G. Alvin Pierce (2002), Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity, Cambridge University Press. New York, NY.

Ueda, T., Nakagaki, R. y Koshida, K. (2002), "Suppression of wind-induced vibration by dynamic dampers in tower-like structures", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 43, pp. 1907-1918.

Varios (2002), Problemas de vibraciones en estructuras, CICCP.

Forastero G. (2003), "Análisis de la inestabilidad aeroelástica de puentes de grandes luces", Tesis presentada a la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Madrid, como requisito para obtener el grado de Doctor en Ingeniería, Madrid, España.

Jong-Dar Yau, Yeong-Bin Yang (2004), "A wideband MTMD system for reducing the dynamic response of continuous truss bridges to moving train loads", Engineering Structures 26, pp. 1795-1807.

Soon-Duck, Kwon y Kwan-Soon Park (2004), "Suppression of bridge flutter using tuned mass dampers based on robust performance design", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 92, pp. 919-934.

Contreras Aguirre, Sebastián (2005), Acción del viento en anuncios espectaculares, Tesis de Maestría en Ingeniería, p. 70. UNAM, México.

Jae-Sun Bae, Moon K. Kwak y Daniel J. Inman. (2005), "Vibration suppression of a cantilever beam using eddy current damper". Journal of Sound and Vibration., 284, pp. 805-824.

SAP 2000 v. 9.0.3 (2005), Integrated Structural Analysis and Design, Computer and Structures Inc., Berkeley, California.

Henry A. Sodano, Jae-Sun Bae, Daniel J. Inman y W. Keith Belvin (2005), "Concept and model of eddy current damper for vibration suppression of a beam", Journal of Sound and Vibration 288, pp. 1177-1196.

Márquez Domínguez, Sergio (2006), Interacción dinámica entre viento y estructura. Tesis de Maestría, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

Henry A. Sodano, Jae-Sun Bae, Daniel J. Inman y W. Keith Belvin (2006), "Improved Concept and Model of Eddy Current Damper", Transactions of ASME, Vol. 128, junio, pp. 294-302.

Matsuoka, T., Sunakoda, K. y Zeniya, M. (2007), "Development of Magnetic Damper Using Hybrid Electromagnet", 12<sup>th</sup> Asia-Pacific Vibration Conference, August 6-9, Hokkaido University, Sapporo, Japan.

Laboratorio del Túnel de Viento del Instituto de Ingeniería (2007), Universidad Nacional Autónoma de México. Ciudad Universitaria, Ciudad de México, D. F., México.

Coordinación de Instrumentación (2010), Circuito escolar, Ciudad Universitaria CP 04510, México, D.F.

Nikitas N., Macdonald J. H. G. (2010), "The Den Hartog galloping criterion revisited: a non-classical case" in 9th UK Conference on Wind Engineering (WES-2010).

Hodges, Dewey H., Pierce, G. Alvin (2011), Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity, Cambridge University Press, 2d. Edition, New York, USA.