



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**CUADERNO DE TRABAJO.**

**COMPORTAMIENTO DE SUELOS.**

**G. CARLOS ARIAS RIVERA.**

**JORGE L. MEZA REYNA.**

**CUADERNO DE TRABAJO DE**  
**COMPORTAMIENTO**  
**DE SUELOS**

**G. Carlos Arias Rivera**  
**Jorge L. Meza Reyna**



FACULTAD DE INGENIERIA

Apéndice 99

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA**  
**DIVISION DE INGENIERIA CIVIL, TOPOGRAFICA Y**  
**GEODESICA**  
**DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS**



610982

#### FROLOGO

Debido a la restructuración del plan de estudios de la carrera de Ingeniería Civil que se imparte en la Facultad de Ingeniería de la UNAM y específicamente en la materia de Geotecnia II (anteriormente Comportamiento de los Suelos), se requiere de un cuaderno de ejercicios acorde al nuevo programa, con el objeto de que se complementen los conocimientos del alumno en este renglón.

Hemos elaborado esta obra con el propósito de que se tenga una guía útil sobre los principales aspectos introductorios a la Mecánica de Suelos, de una manera ágil y dinámica, sin profundizar demasiado en cuestiones de teorías analíticas complicadas que escapan a los objetivos del curso.

Cada capítulo abarca los siguientes aspectos:

- a) Elaboración de una síntesis de los conceptos teóricos más relevantes.
- b) Presentación de una serie de ejercicios resueltos, expuestos en su planteamiento y solución en un lenguaje evidente y sencillo.
- c) Finalmente, se presentan al terminar cada capítulo, una serie de ejercicios propuestos con un grado de dificultad similar al de los ejercicios resueltos, anotándose en la mitad de los casos las respuestas correctas.

Estamos conscientes de que este libro puede adolecer de errores, aun cuando se ha tratado de minimizarlos, por lo que de antemano se hace una abierta invitación para que los alumnos y profesores de la Facultad enriquezcan con sus opiniones y comentarios el contenido de esta obra.

No quisieramos dejar de manifestar nuestro sincero agradecimiento a las autoridades de la Facultad de Ingeniería, y en especial al Ingeniero Luis Garza Vazquez, al Maestro en Ingeniería Agustín Demeneghi Colina y al Maestro en Ciencias Francisco Zamora Millán, del Departamento de Geotécnica, sin cuya valiosa ayuda y colaboración no hubiera sido posible la elaboración de este texto.

ATENTAMENTE

G. CARLOS ARIAS RIVERA  
JORGE L. MEZA REYNA

**REVISION:**

**Agustín Deméneghi Colina**  
**Luis Garza Vázquez**  
**Miguel Pozas Estrada**  
**Fernando Aitami Katagiri**  
**Luis Manríquez Muñoz**

I N D I C E

	Pág.
Tema I. Introducción a la Mecánica de Suelos.	1
Tema II. Propiedades Físicas de los Suelos.	3
Tema III. Granulometría.	32
Tema IV. Plasticidad.	50
Tema V. Clasificación de Suelos.	68
Tema VI. Flujo de Agua.	87
Tema VII. Estado de Esfuerzos en la Masa de Suelo.	129
Tema VIII. Deformación Volumétrica.	179

I

**INTRODUCCION**

## TEMA I

### INTRODUCCION A LA MECANICA DE SUELOS

#### 1.1. Propiedades de los Suelos

Las principales propiedades de los suelos que en mayor o menor grado afectan de manera importante el comportamiento de las obras civiles son:

— *Compresibilidad*. Relacionada a la deformación que sufre un material al aplicarle una carga o al disminuir su volumen.

— *Resistencia al Corte*. La resistencia de un material puede medirse por el esfuerzo cortante máximo que puede soportar ese material; el esfuerzo límite es aquel que causará la falla en el suelo por fractura o por flujo plástico.

— *Permeabilidad*. Nos indica la mayor o menor facilidad con que el agua fluye a través de un suelo estando sujeta a un gradiente hidráulico dado.

#### 1.2. Factores Geológicos Influyentes

Se entiende como suelo al material formado por partículas minerales (producidas por la descomposición de las rocas) y vacíos, los cuales pueden o no estar ocupados por agua. Se distinguen suelo y roca, desde el punto de vista práctico, en que el suelo puede ser disgregado por medios manuales (mediante el empleo de agua en caso necesario), ya que normalmente presentan una cementación nula, mientras que en las rocas sucede lo contrario.

La Mecánica de Suelos, es la rama de la Ingeniería Civil que estudia la aplicación de las leyes de la Mecánica e Hidráulica a los problemas de Ingeniería que trata con sedimentos y otras acumulaciones no consideradas de partículas sólidas, producidas por la desintegración mecánica o descomposición química de las rocas, independientemente de que tengan contenido de materia orgánica.

Los procesos que dan lugar a la alteración de las rocas son la Desintegración Mecánica y la Descomposición Química, cuyas principales causas son:

##### *Desintegración Mecánica:*

- Congelación de agua (efecto de cuña al aumentar el volumen de agua)
- Cambios de temperatura
- Efectos de los organismos (raíces, roedores, etc.)
- Esfuerzos tectónicos
- Efectos abrasivos del agua y el viento
- Efectos telúricos (sismos, terremotos, etc.)
- Efectos de la gravedad (taludes, derrumbes, etc.)

##### *Descomposición Química:*

La Descomposición Química ocurre en presencia de agua y otras sustancias naturales, lo que da lugar, en general a suelos finos. Las reacciones químicas que se presentan son, en términos generales muy complejas y escapan al alcance de este texto. A continuación se mencionan algunos ejemplos de intemperismo químico en las rocas:

- Algún tipo de descomposición química se presenta al reaccionar los diferentes minerales de algunas rocas con el ácido carbónico producido por el agua y el bióxido de carbono natural del aire.
- Las rocas ígneas y silíceas en general contienen feldespato, propio del granito, lo que produce suelos de tipo arcilloso como por ejemplo la Illita.
- Los materiales formados por hidróxidos de hierro son consecuencia del intemperismo sobre rocas que contienen por ejemplo minerales de hierro. Es por eso que en general en regiones con altos índices de humedad, se encontrarán suelos finos (limosos o arcillosos).

### 1.3. Tipos de Suelo

#### a. Suelos Residuales.

Los suelos residuales son aquellos que permanecen en el sitio donde fueron formados. Este tipo de suelos son generalmente buenos para resistir una edificación sobre cimentaciones superficiales, a excepción de casos como el hecho de que en estos suelos haya huecos provocados por filtraciones de agua o de que sobre él exista un alto índice de intemperismo.

Los suelos residuales provocados por alteraciones sobre las rocas en un grado avanzado de intemperismo dan origen a un suelo residual maduro sobre el que se observan comúnmente cuatro horizontes o capas. La lluvia cae sobre la roca original lavando y disolviendo materiales que forman el horizonte A; el material así lavado penetra por los huecos sobre la roca formando el horizonte B. El horizonte C se forma por roca alterada y finalmente el horizonte D en la roca madre original.

#### b. Suelos Transportados.

Los suelos transportados son aquellos formados por los productos de alteración de las rocas removidos y depositados en otro sitio diferente al de su origen, siendo los principales agentes de transporte el agua, el viento, los glaciares, la gravedad, etc. De acuerdo a su forma de transporte, estos suelos pueden dividirse en:

— *Suelos Aluviales.* Siendo el agua el más importante de los agentes transportadores, el movimiento de partículas por ésta influye en forma determinante en el tamaño y distribución de los acarreo, pudiéndose formar depósitos gruesos o de finura diferente dependiendo de la velocidad del agua; así, depósitos gruesos son formados cuando el agua tiene cierta velocidad depositándose principalmente bancos de grava, cantos rodados o arenas en los lechos de los ríos. Los aluviones o depósitos finos se forman generalmente cuando el agua pierde velocidad, por ejemplo en los desbordamientos de cauces de los ríos, formándose en las llanuras de inundación depósitos de materiales finos como arcillas y limos que son muy comprensibles y de baja resistencia al corte.

— *Suelos Lacustres.* Pueden por acarreo, crearse también este tipo de suelos, cuando por ejemplo un río pierde velocidad (en un lago) formándose depósitos de partículas finísimas. Las cimentaciones en este tipo de suelos son muy difíciles, pues por la misma finura de sus partículas poseen una estructura muy abierta. Una manera muy sencilla de solucionar este problema consiste en utilizar "pilotes de fricción", "pilotes de control" (pilotes que atraviesan la losa de cimentación y descansan sobre cubos comprensibles de madera), "pilotes de punta" apoyados en roca sólida o estratos resistentes, cimentaciones por compensación o sustitución, etc.

— *Suelos Eólicos.* Los Suelos Eólicos son los que han sido transportados y depositados por el viento. Entre este tipo de suelos encontramos las Dunas o Medanos, los Loess, etc. Las Dunas se forman en estado suelto, pudiendo encontrarse compactas o medianamente compactas por efecto de las lluvias. Las cimentaciones de estructuras ligeras pueden formarse por zapatas, aunque para estructuras pesadas es necesario estudiar la capacidad particular del suelo. Un problema común en las Dunas es la erosión ya que puede darse el caso de que se descubran las cimentaciones por lo que es conveniente protegerlas en su derredor mediante sembradíos de ornato o mamposterías.

Los Loess son también sedimentos de origen eólico formados por polvos de arcillas y limos en regiones donde hay vegetación. El Loess presenta la característica de ser un suelo colapsable (que sufre fuertes hundimientos al aumentar su humedad), por eso se recomienda antes de construir sobre ellos provocar su hundimiento mediante riego o flujo de agua o bien removiendo y compactando el Loess húmedo con máquinas pesadas. Puede ocurrir que ciertos Loess se compacten en forma natural por efectos de lluvia u otros factores, conociéndose este tipo de Loess como Loess Modificado que en general presentan gran resistencia.

— *Depósitos de Pie de Monte.* Son formados por acción directa de la gravedad y se constituyen de gran diversidad de materiales como fragmentos de roca, materiales finos (limos y arcillas), gravas, arenas y en ocasiones de materia orgánica, de tal manera que una característica de estos depósitos es su heterogeneidad. Otra característica de este tipo de suelos es su baja compactación, encontrándose generalmente en estado suelto. Es usual resolver la cimentación de estructuras sobre este tipo de depósitos, desplantando pilas por abajo de ellos.

**II**

**PROPIEDADES FISICAS  
DE LOS SUELOS**

## TEMA II

### PROPIEDADES FÍSICAS DE LOS SUELOS

#### 2.1. Estructura de los Suelos Gruesos

Se conoce como estructura de un suelo a la ubicación, arreglo y orientación, entre otros factores, de sus partículas. Según esto, los suelos pueden ser gruesos o finos, cuyos tamaños fluctúan de la siguiente manera:

7.6 cm > Suelos Gruesos > 0.074 mm (Malla No. 200) > Suelos Finos

Nombre	Límites de tamaño	Ejemplo vulgar
Bolco	305 mm (12 plg) o mayores	Mayor que una pelota de balón-cesto
Canto rodado	76 mm (3 plg) a 305 mm (12 plg)	Toronja
Grava gruesa	19 mm (¾ plg) a 76 mm (3 plg)	Limón o naranja
Grava fina	4.76 mm (T. No. 4) a 19 mm (¾ plg)	Chicharo o uva
Arena gruesa	2 mm (T. No. 10) a 4.76 mm (T. No. 4)	Sal mineral
Arena mediana	0.42 mm (T. No. 40) a 2 mm (T. No. 10)	Azúcar o sal de mesa
Arena fina*	0.074 mm (T. No. 200) a 0.42 mm (T. No. 40)	Azúcar en polvo
Finos	Menores que 0.074 mm (T. No. 200)	

\* Las partículas menores que la arena fina no se pueden distinguir a simple vista a una distancia de 20 cm.

La estructura de los suelos gruesos es simple, llamándose así a aquella estructura en la que las partículas se apoyan una sobre otra en forma continua; las fuerzas que existen entre el contacto de las partículas, se deben exclusivamente a la gravedad, o sea que se deben al peso propio.

Existe una serie de factores que influyen en el comportamiento de un suelo grueso entre los que destacan los siguientes:

- Condiciones de drenaje (Saturación, nivel freático, etc.).** En general, el efecto del agua sobre suelos gruesos es desfavorable, ya que disminuyen su resistencia al corte y aumenta su compresibilidad.
- Compacidad del suelo.** Quizás éste sea el factor más importante, ya que un suelo compacto es mucho más útil que uno en estado suelto.
- Estratigrafía.** Capas horizontales que lo forman.
- Granulometría.** En ésta se distinguen en general dos aspectos importantes: por un lado el tamaño de las partículas y por otro la distribución granulométrica.
- Resistencia Individual o Dureza de los granos.**
- Forma de los granos.** Se conoce la forma equidimensional y la alargada, la redondez (redondeada o subredondeada), la angulosa y la subangulosa.
- Rugosidad de las partículas.** Se consideran dentro de ésta los movimientos entre los granos.

## 2.2. Estructura de los Suelos Finos

La estructura de los suelos finos es mucho más compleja que la de los suelos gruesos. En la estructura de los suelos finos influyen de manera determinante las fuerzas electromagnéticas propias de partículas de esas dimensiones y las fuerzas de origen molecular. Este tipo de suelos resulta ser pequesísimo, ya que por lo general las partículas que lo forman no pueden ser observadas a simple vista. Las estructuras más comunes de estos suelos son las llamadas panaloide, flocculenta y dispersa.

## 2.3. Físico-Química de las Arcillas

Las arcillas están formadas en su mayor parte por partículas que forman estructuras llamadas panaloides; estas al unirse a su vez componen las estructuras flocculentas o panaloides de orden superior.

Estas partículas presentan entre sí fenómenos de atracción que se deben principalmente a fenómenos electromagnéticos (cargas negativas) en su superficie. Al estar las partículas en contacto con el agua (que actúa como agente electrolítico) se equilibran sus cargas, notándose que la repulsión de las partículas disminuye al aumentar la concentración de sales en el agua, por lo que las flocculaciones son más frecuentes en arcillas de origen marino. Existen otras fuerzas de atracción entre las partículas de arcilla denominadas de Van der Waals, siendo éstas menores que las de repulsión.

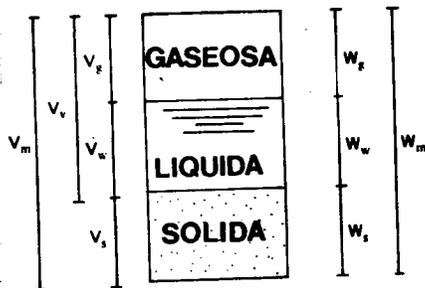
Cuando no se presenta la flocculación, las partículas de arcilla quedan suspendidas o dispersas, lo que nos demuestra por qué las estructuras flocculentas son más compresibles que las no flocculentas.

Es tan fuerte la presión de atracción entre las partículas de arcilla (aproximadamente  $20 \text{ ton/cm}^2$ ), que el agua que circunda las partículas se encuentra en estado sólido. Entre las superficies de contacto de esta agua y la partícula de arcilla existe agua en estado de plasma o viscoso; por esta razón, en algunas construcciones como taludes y muros de retención, no se utilizan materiales arcillosos ya que estas tienden a deslizarse de acuerdo al llamado "fenómeno de Creep".

## 2.4. Propiedades Volumétricas y Gravimétricas

Observando a simple vista un suelo, se podría definir como un sistema de partículas cuyos espacios libres pueden estar parcial o totalmente llenos de agua, teniéndose de hecho, tres fases en juego: la sólida, la líquida y la gaseosa.

Para identificar racionalmente los suelos, preveer su posible comportamiento mecánico y facilitar la solución de los problemas que presentan, se han establecido relaciones entre los pesos y volúmenes de las fases, siendo de gran importancia el estudio de las mismas. Se acostumbra idealizar a una muestra de suelo de la siguiente manera:



En donde:

- $V_m$  = Volumen de la muestra.
- $V_v$  = Volumen de vacíos.
- $V_g$  = Volumen de gases (aire).
- $V_w$  = Volumen de líquidos (agua).
- $V_s$  = Volumen de sólidos.
- $w_g$  = Peso de gases (nulo para fines prácticos).
- $w_w$  = Peso de líquidos.
- $w_s$  = Peso de sólidos.
- $w_m$  = Peso de la muestra.

Un suelo formado por las fases sólida y líquida se denomina **suelo saturado**; uno constituido por las fases sólida y gaseosa es un **suelo seco**, y uno integrado por las tres fases es un **suelo parcialmente saturado**.

### 2.5. Relaciones entre Volúmenes y Pesos

— *Relación de Vacíos*. Se denomina **relación de vacíos**, **oquedad** o **índice de poros** a la relación entre volumen de vacíos y volumen de sólidos en un suelo. Su medida es **adimensional**, y teóricamente sus valores fluctúan de 0 a ∞.

$$e = \frac{V_v}{V_s} \text{ Algunos valores usuales son:}$$

e	Suelo
0.25	Arenas muy compactas
0.85	Arena limosa
1.0	Arena fina uniforme
1.2	Limo uniforme
6.0	Arcillas muy compresibles (Cd. de México).
15.0	Arcillas altamente compresibles.

— *Porosidad*. Se llama **porosidad** de un suelo a la **relación** entre su volumen de vacíos y el volumen de su masa. Físicamente, la porosidad representa que tantos huecos tiene una muestra. La porosidad de un suelo se expresa normalmente en porcentaje, y teóricamente sus valores van desde el 0 hasta el 100%.

$$n (\%) = \frac{V_v}{V_m} \times 100 \text{ Algunos valores de la porosidad son:}$$

n	Material
20%	Arenas muy compactas
90%	Arcillas muy compresibles
100%	Aire

— *Grado de Saturación*. Esta es la **relación** entre el volumen de agua de un suelo y su volumen de vacíos. El grado de saturación nos permite observar si un suelo es **seco**, **parcialmente saturado** o **saturado** de acuerdo a las siguientes consideraciones:

Grado de Saturación	Tipo de Suelo
0%	Suelo Seco
1 - 99%	Suelo Parcialmente Saturado
100%	Suelo Totalmente Saturado

Como puede observarse, el grado de saturación de un suelo se expresa en porcentaje y para calcularlo, basta aplicar la siguiente expresión:

$$G_w (\%) = \frac{V_w}{V_v} \times 100$$

— *Contenido de Agua*. Resulta de relacionar el peso del agua entre el peso de la fase sólida de una muestra de suelo. Esta es una de las propiedades de más fácil determinación y que en gran forma nos ayuda a prever el posible comportamiento de un suelo. El contenido de agua o humedad de un suelo suele expresarse como un porcentaje y

se calcula de acuerdo a la siguiente expresión:

$$w (\%) = \frac{W_w}{W_s} \times 100$$

En el laboratorio, dada la muestra, se pesa para tener su peso  $W_m$ . A continuación, se seca en el horno durante un tiempo que por convención varía de 18 a 24 horas y a una temperatura de 105 a 110° C. Se vuelve a pesar la muestra ya seca y se obtiene el  $W_s$ . Se deduce que para calcular el peso del agua, simplemente se aplica la expresión  $W_w = W_m - W_s$ , con lo cual la humedad podrá quedar determinada.

El contenido de agua varía teóricamente de 0 a  $\infty$ . En la naturaleza la humedad de los suelos varía entre límites muy amplios, como a continuación se ilustra:

w	Suelo
19%	Arena densa
40%	Arcilla Glacial Saturada
200%	Arcilla Bentonítica
300-600%	Arcillas compresibles (Cd. de México)
1 000%	Arcillas altamente compresibles

### 2.6. Pesos Específicos o Volumétricos

— *Peso específico húmedo.* Es el cociente del peso total de la muestra entre el volumen de la misma. Sus unidades usuales son  $\text{ton/m}^3$ .

$$\gamma_m = \frac{W_m}{V_m}$$

Para tener una idea de los valores reales de el peso específico, diremos que en la Ciudad de México éste es de aproximadamente  $1.2 \text{ ton/m}^3$ , mientras que el de una arena compacta es de alrededor de  $2 \text{ ton/m}^3$ .

A continuación se ilustra una tabla que nos muestra los pesos volumétricos de algunos suelos según el reglamento de construcciones vigente del D.D.F.:

TIPO DE SUELO	PESO VOLUMETRICO ( $\text{ton/m}^3$ )		
	MAXIMO	MINIMO	
Tepetates	Secos	1.60	0.75
	Saturados	1.95	1.30
Arena de grano en tamaño uniforme	Seca	1.75	1.40
	Saturada	2.10	1.85
Arena bien graduada	Seca	1.90	1.55
	Saturada	2.30	1.95
Arcilla Típica del Valle de México en cond. naturales	1.50	1.20	

— *Peso específico seco.* Resulta de dividir el peso de los sólidos entre el volumen total de la muestra, es decir, se excluye el peso del agua. Se expresa en  $\text{ton/m}^3$ .

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V_m}$$

A continuación se presenta una tabla ilustrativa que nos muestra en que forma se relacionan los pesos específicos y las relaciones de vacíos típicos de estructuras de contacto.

**RELACIONES DE VACÍOS Y PESOS ESPECÍFICOS  
TÍPICOS DE ESTRUCTURAS DE CONTACTO**

Descripción del suelo	Relación de vacíos		Peso específico ( $\text{Kg/m}^3$ )	
	máx.	mín.	mín.	máx.
Arena subangular uniforme	0.85	0.50	1 890 sat. 1 550 sec.	2 100 sat. 1 950 sec.
Arena subangular de buena graduación	0.70	0.35	1 970 sat. 1 550 sec.	2 230 sat. 1 950 sec.
Grava arena limosa de muy buena graduación	0.85	0.25	2 000 sat. 1 600 sec.	2 320 sat. 2 110 sec.
Arena y limo micáceos	1.25	0.80	1 760 sat. 1 200 sec.	1 950 sat. 1 510 sec.

— *Peso específico sumergido.* Se trata del caso de un suelo sumergido en agua y que experimenta un empuje hacía arriba igual al peso del volumen del agua desalojada, según el principio de Arquímedes. Se acostumbra expresar en  $\text{ton/m}^3$ .

$$\gamma' = \frac{W_m}{V_m} - \gamma_0$$

El último elemento de esta relación ( $\gamma_0$ ) representa el peso específico del agua y equivale al peso que tiene el agua por unidad de volumen, a  $4^\circ\text{C}$  y al nivel del mar. Para fines prácticos, es usual igualar dicho peso específico del agua con el peso volumétrico de la misma, aunque este último puede variar respecto a la temperatura.

$$\gamma_0 = \gamma_w = 1 \text{ ton/m}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$$

La siguiente tabla nos muestra algunos tipos de suelos comunes y sus pesos específicos en una forma aproximada:

Suelo	$\gamma_d$ [ton/m <sup>3</sup> ]	$\gamma_{sat}$ [ton/m <sup>3</sup> ]	$\gamma'$ [ton/m <sup>3</sup> ]
Arena Uniforme Suelta	1.43	1.89	0.89
Arena Uniforme Compacta	1.75	2.09	1.09
Arcilla Blanda	—	1.43	0.43
Arcilla muy Blanda	—	1.27	0.27

\* NOTA: El peso específico saturado es el valor del peso específico de la muestra cuando el grado de saturación  $G_w = 100\%$ .

— **Peso específico relativo.** Se define como la relación entre el peso específico de una sustancia y el peso específico del agua, siendo entonces un número adimensional.

Este peso específico puede ser de toda la muestra de un suelo y se expresa por definición, como:

$$S_m = \frac{\gamma_m}{\gamma_0} = \frac{W_m}{V_m \gamma_0}$$

Sin embargo, en la práctica el más usual es el peso específico relativo de los sólidos, también llamado densidad de sólidos, relación que se calcula de acuerdo a lo siguiente:

$$S_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_a} = \frac{W_s}{V_s \gamma_a}$$

Este peso específico relativo resulta ser también un número adimensional.

A continuación se nos muestran los principales minerales de rocas y suelos, algunas de sus propiedades físicas y su peso específico relativo:

PRINCIPALES MINERALES DE ROCAS Y SUELOS					
Grupo mineral	Varietas	Dureza*	Color	Exfoliación	Peso específico relativo
Silice	Cuarzo	7	Incoloro-blanco	Ninguna	2.66
	Pedral	7	Claro	Ninguna	2.66
Feldespatos	Ortoclase, microlina	6	Blanco-rosado	Angulo recto	2.56
	Plagioclase	6	Blanco-gris	Angulo recto Superficie estriada	2.6-2.75
Mica	Muscovita	2-2.5	Plateado	Escamosa fina	2.75-3.0
	Biotita	2.5-3	Oscuro	Escamosa fina	
Ferromagnesiano	Piroxeno: augita	5-6	Negro	Angulo recto	3.1-3.6
	Anfibol: homblenda	5-6	Negro	Angulo oblicuo	2.9-3.8
	Olivino	6-5.7	Verdoso		3.3
Oxidos de hierro	Limonita, magnetita	5-6	Rojo, amarillo, negro		5.4
Calcita**	Cristalina a terrosa	3	Blanco-gris	3 caras del paralelogramo	2.7
	Dolomita***	4	Blanco-gris	3 caras del paralelogramo	2.8
Minerales arcillosos	Caolinita, illita	1	Blanco	Terrosa	2.2-2.6
	Montmorillonita				
Celulosas				Fibrosa	1.5-2

\* Dureza: Uña = 2, moneda de cobre = 3, cortaplumas = 5, vidrio = 5.5.

\*\* Produce efervescencia con ácido clorhídrico frío.

\*\*\* Ligera efervescencia con ácido frío.

**Compacidad Relativa.** Para poder medir la compacidad de un manto de estructura simple, el Doctor K. Terzaghi introdujo una relación empírica, determinable en el laboratorio, denominada Compacidad Relativa, definida mediante la expresión.

$$C_r (\%) = \frac{e_{m \text{ máx.}} - e_{nat.}}{e_{m \text{ máx.}} - e_{m \text{ mín.}}} \times 100$$

Esta compacidad relativa presenta, de acuerdo a los diferentes grados de compactación de un suelo, tendencias a ser más grande mientras dicho suelo sea más compacto, siendo obviamente no mayor al 100%.

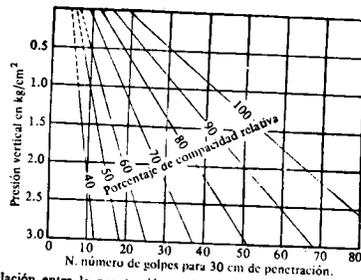
Para determinar la relación de vacíos máxima ( $e_{m \text{ máx.}}$ ), es necesario secar la muestra completamente en un horno y proceder a vaciar el suelo sobre un recipiente de volumen conocido y en una forma lenta para evitar que se compacte.

La relación de vacíos natural ( $e_{nat.}$ ) puede determinarse en el laboratorio de acuerdo a la expresión:

$$e_{nat.} = e = \frac{S_s V_m \gamma_o}{W_s} - 1$$

Finalmente, para obtener la relación de vacíos mínima, se introduce el suelo seco en un recipiente de volumen conocido, pero por capas, varillando y vibrando energicamente cada capa hasta lograr la mayor compactación posible; una vez que se tiene el recipiente al ras, puede aplicarse convencionalmente la expresión que se aplica para calcular la relación de vacíos natural, pero con los datos obtenidos de esta muestra compactada.

La compacidad relativa de un suelo resulta de gran utilidad en la previsión de su posible comportamiento; existen, además, tablas y gráficas que asocian la compacidad relativa de un suelo con algunas otras de sus características físicas o de composición, que nos permiten formarnos un criterio más amplio y seguro sobre el mismo, como por ejemplo la siguiente gráfica que nos relaciona la penetración estándar (un tipo de sondeo exploratorio en suelos), la presión vertical, y la compacidad relativa para arenas:



Relación entre la penetración estándar, la presión vertical y la compacidad relativa para arenas

Recientemente se ha adoptado una relación diferente para medir la compactación relativa, basándose en los pesos específicos secos de la muestra, de acuerdo a lo siguiente:

$$C_r(\%) = \frac{\gamma_{d \text{ máx}} (\gamma_{d \text{ nat}} - \gamma_{d \text{ mín}})}{\gamma_{d \text{ nat}} (\gamma_{c \text{ máx}} - \gamma_{d \text{ mín}})} \times 100$$

El significado de las literales en esta nueva expresión es el siguiente:

- $\gamma_{d \text{ máx.}}$  = Máximo peso específico seco obtenido según un cierto procedimiento de compactación de laboratorio.
- $\gamma_{d \text{ mín.}}$  = Mínimo peso específico seco del material.
- $\gamma_d$  = Peso específico seco del material tal como ha sido compactado en la obra.

Esta modalidad para determinar la compactación relativa presenta ciertas ventajas sobre la que se apoya en la relación de vacíos (e), ya que para poder calcularla no es necesario conocer la densidad de sólidos del suelo; sin embargo, se presenta el inconveniente de que en la actualidad no existe aún un procedimiento estándar para poder determinar el peso específico seco mínimo ( $\gamma_{d \text{ mín}}$ ).

#### EJERCICIOS RESUELTOS

1 Se sabe tanto el contenido de agua de un suelo saturado como su peso específico relativo de sólidos. Encuentre el peso específico de la masa y el peso específico sumergido de dicho suelo.

SOLUCION

Se sabe que:  $w = \frac{W_w}{W_s}$

Si hacemos que  $W_s = 1$ , resulta  $w = W_w$

Por otro lado:  $S_s = \frac{W_s}{V_s \gamma_s}$

por lo tanto:  $V_s = \frac{1}{S_s \gamma_s}$

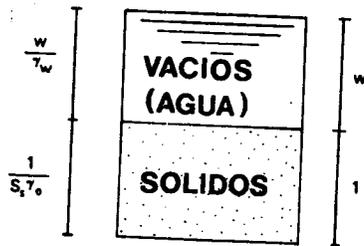
Además, el volumen de agua es  $V_w = \frac{W_w}{\gamma_w}$

por lo tanto  $V_w = \frac{w}{\gamma_w}$

Graficamente lo anterior quedaría representado como:

**VOLUMENES**

**PESOS**



Apoyándose en la figura, el peso específico de la muestra puede interpretarse de la siguiente manera:

$$\gamma_m = \frac{W_m}{V_m} = \frac{1 + w}{\frac{w}{\gamma_w} + \frac{1}{S_s \gamma_o}}$$

Finalmente:

$$\gamma_m = S_s \gamma_o \frac{1 + w}{1 + w S_s}$$

El peso volumétrico sumergido es igual al peso volumétrico de la muestra menos el peso específico del agua.

$$\gamma'_m = \gamma_m - \gamma_o = S_s \gamma_o \frac{1 + w}{1 + w S_s} - \gamma_o$$

Es decir:

$$\gamma'_m = \frac{(S_s - 1) \gamma_o}{1 + w S_s}$$

**2** Obtenga una expresión que relacione la porosidad con la relación de vacíos.

**SOLUCION**

Por definición, tenemos las siguientes relaciones conocidas:

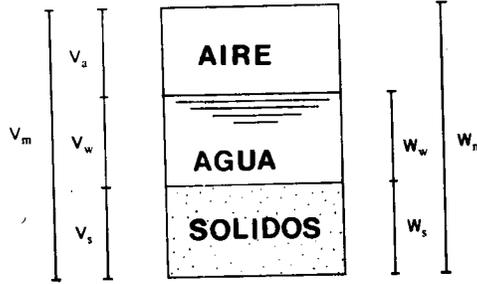
Relación de Vacíos:  $e = \frac{V_v}{V_s}$

Porosidad:  $n = \frac{V_v}{V_m}$

Idealizando la muestra, resulta la siguiente figura:

## VOLUMENES

## PESOS



Convencionalmente igualamos el volumen de sólidos a uno:

$$V_s = 1$$

Resulta que:  $V_m = V_v + 1$

De la definición que se tiene de relación de vacíos:

$$V_v = V_s e = e$$

$$V_m = e + 1$$

Finalmente, si sustituimos estas últimas igualdades que nos proporcionan el volumen de vacíos y el volumen de la muestra en función de la relación de vacíos, en la definición ya conocida de porosidad resulta:

$$n = \frac{e}{e + 1}$$

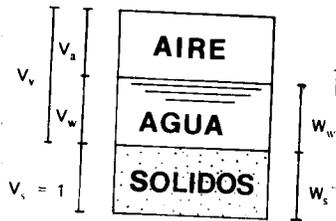
**3** Si se conoce la relación de vacíos y la densidad de sólidos de una muestra de suelo parcialmente saturada, encontrar una expresión que en función de dichas variables dé el contenido de agua.

### SOLUCION

Puesto que las características del material pueden expresarse como relaciones, asignándoles al denominador el valor de uno, podremos hacer las siguientes consideraciones.

La siguiente figura nos presenta la muestra de suelo parcialmente saturada:

## VOLUMENES PESOS



Por convención igualemos el volumen de sólidos a la unidad:

$$V_s = 1$$

De acuerdo a la definición de densidad de sólidos:

$$S_s = \frac{W_s}{V_s \gamma_o} = \frac{W_s}{(1) (\gamma_o)}$$

Despejando, el peso de sólidos resulta ser:

$$W_s = S_s \gamma_o$$

El volumen de vacíos, considerando que el volumen de sólidos es igual a uno, puede expresarse en función de la relación de vacíos como

$$V_v = e V_s = e$$

Se sabe, por otro lado que el grado de saturación es igual a:

$$G_w = \frac{V_w}{V_v} = \frac{V_w}{e}$$

Así pues, el volumen de agua puede expresarse como:

$$V_w = e G_w$$

Por definición, el volumen de aire puede expresarse como:

$$V_a = V_v - V_w = e - e G_w = e (1 - G_w)$$

Finalmente, es conveniente expresar el peso del agua en función de su peso volumétrico, o sea:

$$\gamma_w = \frac{W_w}{V_w} = \frac{W_w}{e G_w}$$

por lo tanto:  $W_w = \gamma_w e G_w$

De acuerdo a todas las definiciones anteriores, el diagrama que representa a la muestra de suelo podría idealizarse de la siguiente manera:



Así, a partir de la definición de contenido de agua se tendría que:

$$w = \frac{W_w}{W_s} = \frac{\gamma_w e G_w}{S_s \gamma_s}$$

En esta expresión, y para fines prácticos, consideramos que el peso específico del agua  $\gamma_w$  es igual al peso volumétrico del agua  $\gamma_w$ , quedándonos finalmente:

$$w = \frac{e G_w}{S_s}$$

**4** Determine el peso específico seco en función del peso específico húmedo y el contenido de agua

SOLUCION

En este tipo de problema es conveniente auxiliarse con un diagrama que nos represente a la muestra en forma idealizada.



Hagamos, por conveniencia que el peso de los sólidos sea igual a uno:

$$W_s = 1$$

Por otro lado, la definición de contenido de agua establece lo siguiente:

$$w = \frac{W_w}{W_s} = \frac{W_w}{W_w + W_s} = \frac{W_w}{W_m} \quad (1)$$

El peso específico húmedo o de la muestra es igual a:

$$\gamma_m = \frac{W_m}{V_m} = \frac{W_w + W_s}{V_m} = \frac{w + 1}{V_m}$$

Así, el volumen de la muestra puede quedar representado como:

$$V_m = \frac{w + 1}{\gamma_m} \quad (1)$$

El peso específico seco, por definición es:

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V_m} = \frac{1}{V_m}$$

Si sustituimos en esta última expresión a aquella que nos proporcionó el valor del volumen de la muestra en función del contenido de agua y el peso específico húmedo (ec. 1), obtenemos finalmente que:

$$\gamma_d = \frac{1}{\frac{w + 1}{\gamma_m}}$$

$$\gamma_d = \frac{\gamma_m}{w + 1}$$

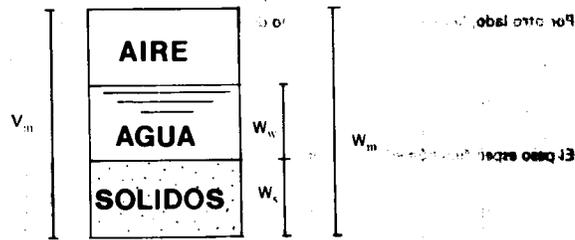
**5** Si se conoce el contenido de agua y el peso volumétrico de un suelo; ¿Cuál es la expresión que nos dé el valor del peso volumétrico seco?

**SOLUCION**

Consideremos la siguiente figura que nos ilustra una muestra de suelo.

## VOLUMENES

## PESOS



Igualemos, por conveniencia, el peso de los sólidos con la unidad:

$$W_s = 1$$

Por otro lado, la definición de contenido de agua nos señala que:

$$w = \frac{W_w}{W_s} = \frac{W_w}{1} = W_w \quad (1)$$

Así pues, el peso total de la muestra es:

$$W_m = W_w + W_s = w + 1$$

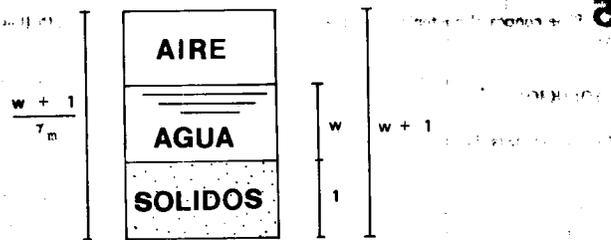
De la definición de peso volumétrico de la muestra:

$$\gamma_m = \frac{W_m}{V_m}$$

El volumen de la muestra resulta ser:

$$V_m = \frac{W_m}{\gamma_m} = \frac{w + 1}{\gamma_m}$$

La figura que originalmente nos representó a la muestra de suelo resultaría:



Finalmente, según la definición de peso volumétrico seco:

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V_m} = \frac{1}{\frac{1+w}{\gamma_m}}$$

$$\gamma_d = \frac{\gamma_m}{w+1}$$

6 Se tiene una muestra de arcilla saturada que pesa 1 650 gr. Se seca en un horno y se ve que su peso baja hasta 1 086 gr; si su densidad de sólidos es de 2.85, calcular su relación de vacíos, porosidad, contenido de agua, peso volumétrico total y peso volumétrico seco.

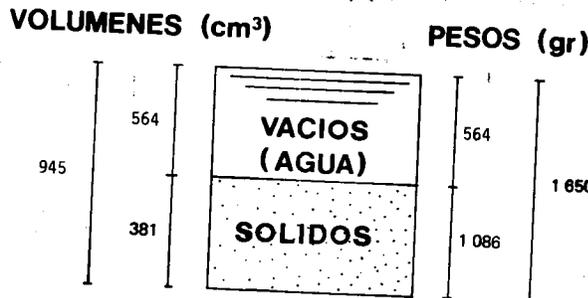
SOLUCION

Por definición se tiene que:

$$S_s = \frac{W_s}{V_s \gamma_o} \therefore V_s = \frac{W_s}{V_s \gamma_o} = \frac{1\ 086}{(2.85)(1)} = 381\text{ cm}^3$$

$$W_t = W_s + W_w \therefore W_w = W_t - W_s = 1\ 650 - 1\ 086 = 564\text{ gr}$$

Según las consideraciones anteriores, y sabiendo que el agua tiene un peso volumétrico del 1 gr/cm<sup>3</sup>, podemos hacer el siguiente esquema ilustrativo:



A partir de este esquema se tiene que:

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{564 \text{ cm}^3}{381 \text{ cm}^3}$$

$$e = 1.480$$

$$n = \frac{V_v}{V_m} = \frac{564 \text{ cm}^3}{945 \text{ cm}^3}$$

$$n = 0.596$$

$$w = \frac{W_w}{W_s} \times 100 = \frac{564 \text{ gr}}{1086 \text{ gr}} \times 100$$

$$w = 51.93\%$$

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V_m} = \frac{1086 \text{ gr}}{945 \text{ cm}^3}$$

$$\gamma_d = 1.14 \text{ gr/cm}^3$$

7 De una muestra de suelo se obtuvieron los siguientes resultados:

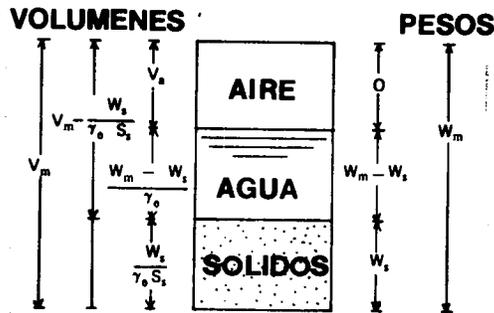
Peso total de la muestra	95	gr
Volumen de la muestra	50	cm <sup>3</sup>
Beso de sólidos	75	gr
Densidad de sólidos	2.88	

Calcular las siguientes relaciones y propiedades:

- Contenido de agua
- Peso volumétrico de la muestra
- Peso volumétrico seco
- Relación de vacíos
- Porosidad
- Grado de saturación del suelo

SOLUCION

Para resolver este problema es conveniente apoyarse en el siguiente diagrama que nos idealiza la muestra del suelo:



a) De los datos de la muestra:

$$W_w = W_m - W_s = (95 - 75) \text{ gr} = 20 \text{ gr}$$

De acuerdo a la definición de contenido de agua:

$$w = \frac{W_w}{W_s} \times 100 = \frac{20 \text{ gr}}{75 \text{ gr}} \times 100$$

$$w = 26\%$$

b) Se sabe que el peso volumétrico de la muestra es igual a:

$$\gamma_m = \frac{W_m}{V_m} = \frac{95 \text{ gr}}{50 \text{ cm}^3}$$

$$\gamma_m = 1.9 \text{ gr/cm}^3$$

c) Por definición, el peso volumétrico seco resulta ser:

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V_m} = \frac{75 \text{ gr}}{50 \text{ cm}^3}$$

$$\gamma_d = 1.5 \text{ gr/cm}^3$$

d) De acuerdo a la densidad de sólidos:

$$S_s = \frac{W_s}{\gamma_o V_s} \Rightarrow V_s = \frac{W_s}{\gamma_o S_s} = \frac{75}{1 \times 2.68} = 28.0$$

Por otro lado, la relación de vacíos puede expresarse como:

$$V_v = V_m - V_s = 50 - 28 = 22 \text{ cm}^3$$

Sustituyendo:

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{22}{28}$$

$$e = 0.79$$

e) Según se sabe, la porosidad puede estar expresada en función de la relación de vacíos. Así:

$$n = \frac{e}{e+1} = \frac{0.79}{0.79+1} = 0.44$$

$$n = 44\%$$

f) Para poder calcular el grado de saturación, es necesario conocer primeramente el volumen de agua y el volumen de vacíos. Basandose en las expresiones que nos definen el peso específico del agua y la porosidad:

$$\gamma_o = \frac{W_w}{V_w} \Rightarrow V_w = \frac{W_w}{\gamma_o} = \frac{20 \text{ gr}}{1 \text{ gr/cm}^3} = 20 \text{ cm}^3$$

$$n = \frac{V_v}{V_m} \Rightarrow V_v = n V_m = (0.44) (50 \text{ cm}^3) = 22 \text{ cm}^3$$

Conocidos ambos valores, calculemos el grado de saturación:

$$G_w = \frac{V_w}{V_v} \times 100 = \frac{20 \text{ cm}^3}{22 \text{ cm}^3} \times 100$$

$$G_w = 91\%$$

8 En un suelo parcialmente saturado son conocidas las siguientes variables:

$$\begin{aligned} w &= 32\% \\ e &= 1.0 \\ S_s &= 2.70 \end{aligned}$$

Calcular el peso volumétrico de la muestra, el grado de saturación, el peso específico relativo de la masa del suelo, el peso volumétrico seco, el peso específico sumergido y la porosidad.

SOLUCION

Por definición, el contenido de agua es igual a:

$$w = \frac{W_w}{W_s}$$



$$\gamma_m = \frac{W_m}{V_m} = \frac{1+w}{\frac{e+1}{S_s \gamma_o}} = \frac{(S_s \gamma_o) (1+w)}{e+1} = \frac{(2.70 \times 1.0) (1+0.32)}{(1.0+1)}$$

$$\gamma_m = 1.78 \text{ ton/m}^3$$

$$G_w = \frac{V_w}{V_v} \times 100 = \frac{\frac{w}{\gamma_o}}{\frac{e}{S_s \gamma_o}} \times 100 = \frac{(w) (S_s \gamma_o)}{(e) (\gamma_o)} \times 100 = \frac{(0.32) (2.70 \times 1.0)}{(1.0) (1.0)} \times 100$$

$$G_w = 86.4\%$$

$$S_m = \frac{\gamma_m}{\gamma_o} = \frac{W_m}{V_m \gamma_o} = \frac{1+w}{\left(\frac{e+1}{S_s}\right) \gamma_o} = \frac{(1+w) (S_s)}{e+1} = \frac{(1+0.32) (2.70)}{(1.0+1)}$$

$$S_m = 1.78$$

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V_m} = \frac{1}{\frac{e+1}{S_s \gamma_o}} = \frac{S_s \gamma_o}{e+1} = \frac{(2.70) (1.0)}{(1.0+1)}$$

$$\gamma_d = 1.35 \text{ ton/m}^3$$

Para el cálculo del peso específico sumergido, consideremos que el grado de saturación es casi del 100%; es decir, supondremos que el suelo se encuentra sumergido en agua. El peso específico sumergido corresponde al instante inmediato después de haberlo sumergido, ya que este peso específico sumergido varía con el tiempo, dependiendo de los poros ocupados con el agua.

$$\gamma' = \gamma_m - \gamma_o = (1.78 - 1.0) \text{ ton/m}^3$$

$$\gamma' = 0.78 \text{ ton/m}^3$$

Finalmente, la porosidad puede obtenerse refiriéndose al diagrama de la muestra de suelo:

$$n = \frac{V_v}{V_m} \times 100 = \frac{\frac{e}{S_s \gamma_o}}{\frac{e+1}{S_s \gamma_o}} \times 100 = \frac{e}{e+1} \times 100 = \frac{1.0}{1.0+1} \times 100$$

$$n = 50\%$$

9 El volumen de una muestra irregular de suelo parcialmente saturada, se ha determinado cubriendo al espécimen con cera y pesándolo tanto en aire como sumergido en agua, obteniéndose los siguientes datos:

- Peso total del espécimen en el aire .....  $W_m = 180.6 \text{ gr}$
- Contenido de agua .....  $w = 13.6\%$
- Peso del espécimen cubierto con cera y sumergido en agua .....  $W'_{m,c} = 78.3 \text{ gr}$
- Peso del espécimen cubierto con cera en el aire .....  $W_{m,c} = 199.3 \text{ gr}$
- Densidad de sólidos .....  $S_s = 2.71$
- Densidad de la cera .....  $S_c = 0.92$

Calcular:

- a) El peso volumétrico seco
- b) El grado de saturación

**SOLUCION**

a) El peso volumétrico seco se calcula de acuerdo a la expresión.

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V_m}$$

Desconocemos el valor de ambos parámetros, o sea del peso de los sólidos y el volumen de la muestra.

Para encontrar el valor de  $W_s$ , consideremos lo siguiente:

La densidad de sólidos se define como:

$$S_s = \frac{W_s}{\gamma_o V_s} \Rightarrow W_s = S_s \gamma_o V_s$$

El peso volumétrico del agua es igual a:

$$\gamma_w = \frac{W_w}{V_w} \Rightarrow W_w = \gamma_w V_w$$

Así pues, el peso total del espécimen puede expresarse:

$$W_t = W_s + W_w = S_s \gamma_o V_s + \gamma_w V_w \quad \dots (1)$$

y el contenido de agua puede también ser expresado como:

$$w = \frac{W_w}{W_s} \times 100 = \frac{\gamma_w V_w}{\gamma_o S_s V_s} \times 100$$

En esta última expresión consideraremos para fines prácticos que el peso volumétrico del agua  $\gamma_w$  es igual a su peso específico  $\gamma_o$ , por lo que el contenido de agua podría expresarse como:

$$w = \frac{V_w}{S_s V_s} \times 100 \quad \dots (2)$$

Si sustituimos los valores conocidos del problema en las ecuaciones (1) y (2) resulta lo siguiente:

$$W_m = 180.6 = 2.71 V_s + V_w \quad \dots (3)$$

$$0.136 = \frac{V_w}{2.71 V_s} \Rightarrow V_w = (2.71 V_s) (0.136) = 0.37 V_s \quad \dots (4)$$

Sustituyendo (4) en (3)

$$180.6 = 2.71 V_s + 0.37 V_s \Rightarrow V_s = 58.63 \text{ cm}^3$$

Conocido el valor del volumen de sólidos y regresando a la ecuación (4)

$$V_w = (0.37) (58.63) = 21.72 \text{ cm}^3$$

Análogamente, el peso de los sólidos sería igual a:

$$W_s = S_s \gamma_o V_s = (2.71) (1.0) (58.63) = 158.90 \text{ gr} \quad \dots (5)$$

Para calcular el volumen total del espécimen, único parámetro que nos hace falta para calcular el peso volumétrico seco, hagamos las siguientes consideraciones:

El peso de la cera es:

$$W_c = W_{mc} - W_m = (199.3 - 180.6) \text{ gr} = 18.7 \text{ gr}$$

Consecuentemente, el volumen de la cera será:

$$V_c = \frac{W_c}{S_c \gamma_o} = \frac{18.7}{(0.92) (1.0)} = 20.33 \text{ cm}^3 \quad \dots (6)$$

Basándonos en el principio de Arquímedes, el peso del agua desalojada ( $W_{wd}$ ) por el espécimen o muestra cubierta de cera se obtiene con la relación:

$$W_{wd} = W_{cxc} - W'_{mc} = (199.3 - 78.3) \text{ gr} = 121 \text{ gr}$$

Conociendo este peso del agua desalojada, el volumen que le corresponde será igual a:

$$V_{wd} = \frac{W_{wd}}{\gamma_w} = \frac{121 \text{ gr}}{1.0 \text{ gr/cm}^3} = 121 \text{ cm}^3$$

Como el volumen del agua desalojada debe ser igual al volumen sumergido de suelo y cera:

$$V_{wd} = V_m + V_c = V_{mc} = 121 \text{ cm}^3 \quad \dots (7)$$

Sustituyendo el valor del volumen de la cera obtenida de la ecuación (6) en esta última expresión (7), y dejando el parámetro  $V_m$ , este es igual a:

$$V_m = V_{wd} - V_c = (121 - 20.3) \text{ cm}^3 = 100.7 \text{ cm}^3 \quad \dots (8)$$

Así pues, conocidos ya los valores del peso de los sólidos (5) y el volumen de la muestra (8), de acuerdo a la relación que originalmente se enunció para poder calcular el peso volumétrico seco, se tiene que:

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V_t} = \frac{158.90 \text{ gr}}{100.7 \text{ cm}^3}$$

$$\gamma_d = 1.58 \text{ gr/cm}^3$$

b) El grado de saturación se expresa de acuerdo a la relación:

$$G_w = \frac{V_w}{V_v} \times 100$$

El volumen de agua es ya una propiedad conocida por las necesidades propias del inciso anterior, siendo igual a:

$$V_w = 21.72 \text{ cm}^3$$

También del anterior inciso, fueron conocidos el volumen total y el volumen de sólidos de la muestra, por lo que el volumen de vacíos se obtiene fácilmente:

$$V_v = V_m - V_s = (100.7 - 58.63) \text{ cm}^3 = 42.07 \text{ cm}^3$$

Finalmente conocidos los valores que originalmente nos interesaban, obtenemos:

$$G_w = \frac{V_w}{V_v} \times 100 = \frac{21.73 \text{ cm}^3}{42.07 \text{ cm}^3} \times 100$$

$$G_w = 51.6\%$$

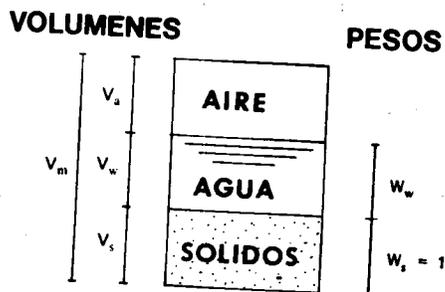
**10** Una arena sobre el nivel freático tiene un contenido de agua del 15% y un peso volumétrico de 1600 kg/m<sup>3</sup>. Su densidad de sólidos es de 2.67. En el laboratorio se vió que su relación de vacíos máxima es de 1.20 y su relación de vacíos mínima es igual a 0.60. Calcule el grado de saturación del suelo y su compacidad relativa.

#### SOLUCION

Para este problema, es conveniente calcular la relación de vacíos natural de la arena, de acuerdo a su definición:

$$e = \frac{V_v}{V_s}$$

Basándose en una figura que nos idealice a la muestra, se tiene que:



Si hacemos que el peso de los sólidos sean igual a la unidad, y de acuerdo a la humedad del suelo resulta que:

$$w = \frac{W_w}{W_s} = 0.15$$

$$\Rightarrow W_w = 0.15 \text{ gr}$$

Para calcular las variables o índices de la figura, nos apoyaremos en las definiciones ya conocidas:

$$V_s = \frac{W_s}{S_s \gamma_o} = \frac{1}{(2.67)(1.0)} = 0.37 \text{ cm}^3$$

$$V_w = \frac{W_w}{\gamma_o} = \frac{0.15}{1.0} = 0.15 \text{ cm}^3$$

$$\gamma_m = \frac{W_m}{V_m} \Rightarrow V_m = \frac{W_m}{\gamma_m} = \frac{1 + 0.15}{1.6} = 0.72 \text{ cm}^3$$

$$V_v = V_m - (V_s + V_w) = 0.72 - (0.15 + 0.37) = 0.20 \text{ cm}^3$$

Así, la relación de vacíos es igual a:

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{(0.15 + 0.20)}{0.37} = 0.94$$

Conocida esta relación de vacíos natural, la compacidad relativa resulta ser:

$$C_r = \frac{e_{m\acute{a}x} - e}{e_{m\acute{a}x} - e_{m\acute{i}n}} \times 100 = \frac{1.20 - 0.94}{1.20 - 0.60} \times 100$$

$$C_r = 43.3\%$$

Finalmente, el grado de saturación:

$$G_w = \frac{V_w}{V_v} \times 100 = \frac{0.15}{0.35} \times 100$$

$$G_w = 42.8\%$$

#### PROBLEMAS PROPUESTOS

**1** Encontrar una expresión que dé el valor del peso volumétrico seco de una masa de suelo en función de la relación de vacíos y de la densidad de sólidos.

Respuesta

$$\gamma_d = \frac{S_s \gamma_o}{1 + e}$$

**2** En una muestra de suelo parcialmente saturada se conoce:

$$V_m = 50 \text{ cm}^3$$

$$W_m = 95 \text{ gr}$$

$$W_s = 75 \text{ gr}$$

$$S_s = 2.68$$

Encuentre el contenido de agua, la relación de vacíos, la porosidad, el grado de saturación, el peso volumétrico de la muestra y el peso volumétrico seco (ambos pesos específicos en  $\text{kg/m}^3$ ).

**3** Una muestra de arena se tomó de un depósito natural usando un muestreador cilíndrico, con los siguientes datos:

Volumen del cilindro	382 cm <sup>3</sup>
Peso muestra natural	707 gr
Peso muestra seca	664 gr
Volumen muestra compactada	334 cm <sup>3</sup>
Volumen muestra suelta	493 cm <sup>3</sup>

Calcular la relación de vacíos natural de la arena y la compactación relativa del manto.

Respuesta

$$e_{nat.} = 0.51$$

$$C_r = 70\%$$

**4** Si se conocen la relación de vacíos, la densidad de sólidos y el grado de saturación de un suelo, encontrar una expresión que dé el peso volumétrico en función de dichos valores.

**5** Una muestra de suelo pesa 122 gr y tiene un peso específico relativo  $S_m = 1.82$ . El peso específico de los sólidos es  $S_s = 2.53$ . Si después de secada la muestra al horno pesa 104 gr: ¿Cuál será su volumen de sólidos y cuál su volumen de aire?

Respuesta

$$V_s = 7.92 \text{ cm}^3$$

$$V_a = 41.10 \text{ cm}^3$$

**6** Una muestra de suelo parcialmente saturada pesa 206.25 gr; después de secarla en el horno a 100° C durante 24 horas, se obtuvo un peso de sólidos de 137.5 gr. Se encontró además que el peso volumétrico de la muestra original es de 1.65 ton/m<sup>3</sup> y la densidad de sólidos es de 2.75.

- Calcule el contenido de agua, la porosidad, la relación de vacíos y el grado de saturación.
- Supongase que el suelo alcanza el 100% de saturación y calcúlese el contenido de agua, el peso volumétrico y el peso volumétrico sumergido.

**7** En un suelo parcialmente saturado se tiene que la densidad de sólidos  $S_s = 2.60$ , la relación de vacíos  $e = 1.0$  y el peso volumétrico total  $\gamma_m = 1.60 \text{ ton/m}^3$ . Calcular  $G_w$ ,  $n$ ,  $w$  y  $\gamma_d$ .

Respuesta

$$G_w = 60\%$$

$$n = 50\%$$

$$w = 23\%$$

$$\gamma_d = 1.30 \text{ ton/m}^3$$

**8** Una muestra de arcilla saturada pesa 1 526 gr y después de secarse en el horno, 1 053 gr. Calcule el contenido de agua  $w$ . Considerando que  $\gamma_s = 2.70 \text{ gr/cm}^3$ , calcule también la relación de vacíos  $e$ , la porosidad  $n$  y el peso específico de la muestra  $\gamma_m$ .

**9** Una muestra de arcilla totalmente saturada cuyo peso total es de 160.10 gr, se seca en el horno a  $100^\circ\text{C}$  durante 24 hrs. Inmediatamente después de haberla sacado del horno, su peso fué de 113.88 gr, y se encontró que su densidad de sólidos fue de 2.52. En base a los datos anteriores se pide:

- a) El contenido de agua
- b) La relación de vacíos
- c) La porosidad
- d) El peso volumétrico
- e) El peso volumétrico seco

**Respuesta**

a)  $w = 40.6\%$

b)  $e = 1.02$

c)  $n = 0.51$

d)  $\gamma_m = 1.75 \text{ ton/m}^3$

e)  $\gamma_d = 1.25 \text{ ton/m}^3$

**10** Una muestra de suelo húmedo tiene un volumen de  $52.3 \text{ cm}^3$  y pesa 74.2 gr. Después de secada al horno pesa 63.3 gr. Su densidad de sólidos vale 2.67. Obtenga para ese suelo el grado de saturación, contenido de agua, porosidad y relación de vacíos.

**11** Un estrato de arena sobre el N.A.F. (Nivel de Aguas Freáticas) tiene un contenido de agua del 15% y un peso volumétrico de  $120 \text{ lb/ft}^3$  en estado natural. De una muestra llevada al laboratorio se vió que la relación de vacíos en el estado más suelto fué 0.85 y en el estado más compacto de 0.50. Considerando una densidad de sólidos de 2.65, calcule el grado de saturación y la compacidad relativa.

**Respuesta**

$G_w = 67.3\%$

$C_r = 74.3\%$

**12** Un cilindro contiene  $1\ 000 \text{ cm}^3$  de arena suelta totalmente saturada; el peso del material totalmente seco es de 1 500 gr. Después de saturado bajo una presión de  $3 \text{ kg/cm}^2$ , el volumen disminuyó a  $990 \text{ cm}^3$  y subsecuente-mente por vibración a  $900 \text{ cm}^3$ . Considerando que la densidad de sólidos es de 2.65, calcule para los tres casos:

- a) La relación de vacíos
- b) La porosidad
- c) El peso volumétrico seco
- d) El peso volumétrico saturado y el peso volumétrico sumergido.

**13** De una muestra de suelo parcialmente saturada se obtuvieron:  $S_r = 2.6$ ,  $e = 1.0$ ,  $\gamma_m = 1.6 \text{ ton/m}^3$ .

Calcule:

- a) El contenido de agua
- b) El grado de saturación
- c) La porosidad
- d) El peso volumétrico seco

Respuestas

a)  $w = 23\%$

b)  $G_w = 60\%$

c)  $n = 0.5$

d)  $\gamma_d = 1.3 \text{ ton/m}^3$

**14** Un banco de material arcilloso que se usa en el corazón impermeable de la cortina de una presa de tierra tiene un contenido de agua del 6% y un peso volumétrico de  $1750 \text{ kg/m}^3$ . ¿Cuántos litros de agua deberán añadirse por  $\text{m}^3$  de arcilla para aumentar su contenido de agua al 13%?

### III

## GRANULOMETRIA

## TEMA III

### GRANULOMETRIA

#### 3.1. Introducción

La **Granulometría** es la parte de la **Mecánica de Suelos** que estudia lo referente a las formas y distribución de tamaños de las gravas o partículas que constituyen un suelo.

En lo que respecta a las formas, las más comunes de las partículas de cualquier suelo pueden manifestarse en equidimensionales, placas y tubulares. Las primeras son propias de los suelos gruesos, las placas en las arcillas y micas y las tubulares que son las menos comunes se forman a partir de placas enrolladas, propias de algunas arcillas.

Las formas equidimensionales se acostumbra subdividir en muy redondeadas, redondeada, subredondeada, subangulares y angulares. En suelos con características de este último tipo (angulares), existe una mayor trabazón entre partículas, lo cual hace posible una mayor resistencia a comparación de suelos que están constituidos por partículas con forma subredondeada o redondeada; sin embargo para niveles de altos esfuerzos, los suelos angulosos ceden porque se destruye o rompe esta trabazón, lo que no sucede con suelos cuyas partículas presentan formas subredondeada o redondeada.

#### 3.2. Suelos Gruesos. Análisis por Mallas

El análisis granulométrico solo tiene sentido efectuarlo en **suelos gruesos**, o sea aquellos en que el rango de tamaño varía entre 0.074 y 76.2 mm. La experiencia nos indica que los suelos gruesos bien graduados, o sea con amplia gama de tamaños, tienen un comportamiento mecánico e hidráulico más favorable que los suelos de granulometría muy uniforme o uniforme.

La medición en el tamaño de los granos de un suelo puede efectuarse de la siguiente manera:

a) **Análisis Directo.** Este tipo de medición puede hacerse en partículas de suelo de más de 3 pulgadas de tamaño con aparatos de precisión manuales (Vernier).

b) **Medición con Mallas.** Este análisis mecánico es el usado principalmente en suelos gruesos y su principio consiste en ordenar en forma descendente una serie de mallas (generalmente siete u ocho mallas), depositar al suelo previamente seco en el juego de mallas agitándolo en forma horizontal o vertical durante 5 ó 10 minutos en un "Roll-Tap" o agitador, luego pesar el suelo retenido en cada malla teniendo mucho cuidado de evitar pérdidas de material, posteriormente, se calcula el porcentaje retenido en cada malla con respecto al peso total de la muestra y el porcentaje que pasa respecto a dicho total. Por último, se grafica en escala semilogarítmica el porcentaje de material que pasa, en peso, y el diámetro de la malla, formando ambos parámetros un sistema de ejes sobre el cual, una vez graficados los resultados, obtendremos la llamada Curva de Distribución Granulométrica.

Este último método de medición por mallas es muy utilizado para clasificar suelos gruesos, sin embargo, pueden presentarse problemas para que pasen las partículas por las mallas más finas. Cuando esto sucede, se usa el procedimiento de la vía húmeda, o sea, lavar el material para que pueda pasar. Lógicamente, se aumenta el peso del suelo por lo que la muestra obtenida se deposita en un recipiente refractario, se espera a que se sedimenten las partículas y por medio de un sifón se extrae el máximo de agua posible hasta dejar una ligera capa de agua que luego se procede a secar en un horno.

#### 3.3. Suelos Finos, Análisis con Hidrómetro

Algunas veces puede ser necesario determinar la granulometría de los suelos finos (menores a 0.074 mm). Puesto que no existen mallas menores que la No. 200 se usa el procedimiento denominado del hidrómetro, que consiste en establecer una mezcla homogénea de suelo-agua y que se basa principalmente en la hipótesis de Stokes, que nos dice que la velocidad de sedimentación de las partículas grandes es mayor que la de las pequeñas. Para obtener resultados aún más exactos, se puede pasar una muestra por el hidrómetro varias veces.

Así como es importante la granulometría de suelos gruesos, en suelos finos no reviste tanto, y esto se debe principalmente a que en suelos finos el comportamiento depende más fundamentalmente de las formas de las par-

tículas y su composición mineralógica, y solo en una mínima parte del tamaño de los granos, de tal manera, que los suelos finos de partículas laminares son más compresibles y más plásticos que los suelos de partículas equidimensionales. Por esta razón en general, las partículas de los limos que son de forma redonda son menos compresibles que las arcillas cuyas partículas son de forma laminar; así pues, se pueden tener dos suelos finos con la misma granulometría pero diferentes comportamientos.

### 3.4. Curva Granulométrica

La distribución de una gran variedad de tamaños de las partículas que constituyen un suelo, como se comentó anteriormente, tienen un mejor comportamiento ingenieril que un suelo en el cual no existe esta distribución; por ejemplo, para una carga que actúe sobre dos suelos uno bien graduado y otro uniforme, se tendrá menos concentración de esfuerzos en el suelo bien graduado que en el uniforme, ya que en el suelo bien graduado, los huecos que existen entre las partículas de mayor tamaño los ocupan otras de menor tamaño, y a su vez los huecos que existen entre estas últimas los ocupan otras todavía más pequeñas, y así sucesivamente, lo que no sucede en el suelo uniforme, lo que disminuye su capacidad de carga; si suponemos un mismo origen geológico para los granos que constituyen ambos suelos.

Por lo anteriormente dicho, nos damos cuenta que de acuerdo a la distribución de partículas de un suelo se puede inferir cierta información a nivel cualitativo para un suelo grueso, esta información aunada a la compacidad relativa y otros elementos que más adelante se verán, nos sirven como base para determinar las características mecánicas e hidráulicas de estos suelos. La distribución del tamaño de las partículas constitutivas de un suelo grueso se expresa gráficamente mediante una Curva de Distribución Granulométrica. Para el trazo de dicha curva, se usa el eje de las ordenadas a fin de localizar el porcentaje de partículas en peso, cuyo tamaño resulta menor que el diámetro dado por el eje de las abscisas.

Entonces, una curva de distribución granulométrica nos indica en general el tamaño de los granos y la buena o mala graduación de estos. Así, se pueden tener por ejemplo curvas como las siguientes:



A partir de la curva de distribución granulométrica pueden obtenerse dos importantes indicadores que caracterizan a un suelo.

a) El Coeficiente de Uniformidad

$$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}}$$

b) El Coeficiente de Curvatura

$$C_c = \frac{(D_{30})^2}{D_{10} D_{60}}$$

En estos parámetros, el significado es el siguiente:

$D_{10}$  = Diámetro Efectivo, o sea el diámetro que corresponde a las partículas cuyo tamaño es mayor o igual, que el 10% en peso del total de partículas de un suelo.

$D_{30}$  = Diámetro de partículas; cuyo tamaño es mayor o igual que el 30% en peso del total de partículas.

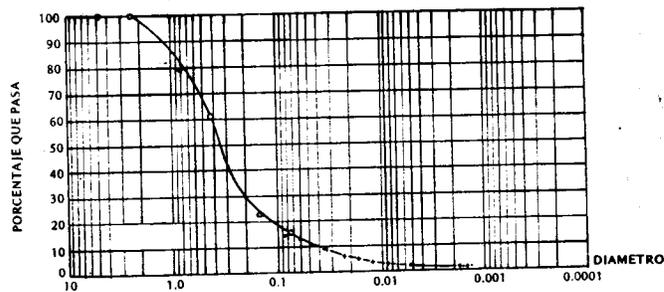
$D_{60}$  = Diámetro de partículas cuyo tamaño es mayor o igual que el 60% del peso total de las partículas.

El coeficiente de uniformidad ( $C_u$ ) representa la extensión de la curva de distribución granulométrica, es decir, a mayor extensión de esta curva, se tendrá una mayor variedad de tamaños, lo que es propio de un suelo bien graduado; generalmente esto se cumple en arenas para un  $C_u > 6$ , y en gravas con un  $C_u > 4$ .

El coeficiente de Curvatura ( $C_c$ ) trata de indicarnos una curva granulométrica constante, sin escalones; esto se cumple tanto en arenas como gravas para cuando  $1 < C_c < 3$ .

Por lo tanto, ambos coeficientes de Uniformidad y Curvatura sirven para indicarnos de una manera práctica y sencilla en el laboratorio cuando un suelo se encuentra bien graduado o mal graduado.

Algunas aplicaciones prácticas de la curva de distribución granulométrica son entre otras, la determinación de bancos de préstamo para la construcción de cortinas de tierra en la zona de transición y respaldo, en la base y sub-base que forman parte del cuerpo geométrico de las carreteras, en el agregado pétreo para la fabricación de concreto, etc.



#### EJERCICIOS RESUELTOS

1 Trace en papel semilogarítmico la curva granulométrica del suelo cuyos datos se tabulan. Anote su diámetro efectivo y los valores respectivos de  $C_u$  y  $C_c$ . Dibuje la escala del S.U.C.S. en la parte superior de la gráfica, para distinguir la grava, la arena y los finos.

Malla No.	Depósito Glacial	
	Tamaño mm	% Que pesa
4	18.85	93.70
10	4.70	84.00
20	1.65	75.30
28	0.833	65.50
35	0.589	
48	0.417	53.80
65	0.295	
100	0.208	
150	0.147	32.70
200	0.104	
	0.074	21.00
	0.070	15.60
	0.039	10.10
	0.028	7.50
	0.016	4.20
	0.013	3.10
	0.0080	1.60
	0.0029	0.50

#### SOLUCION

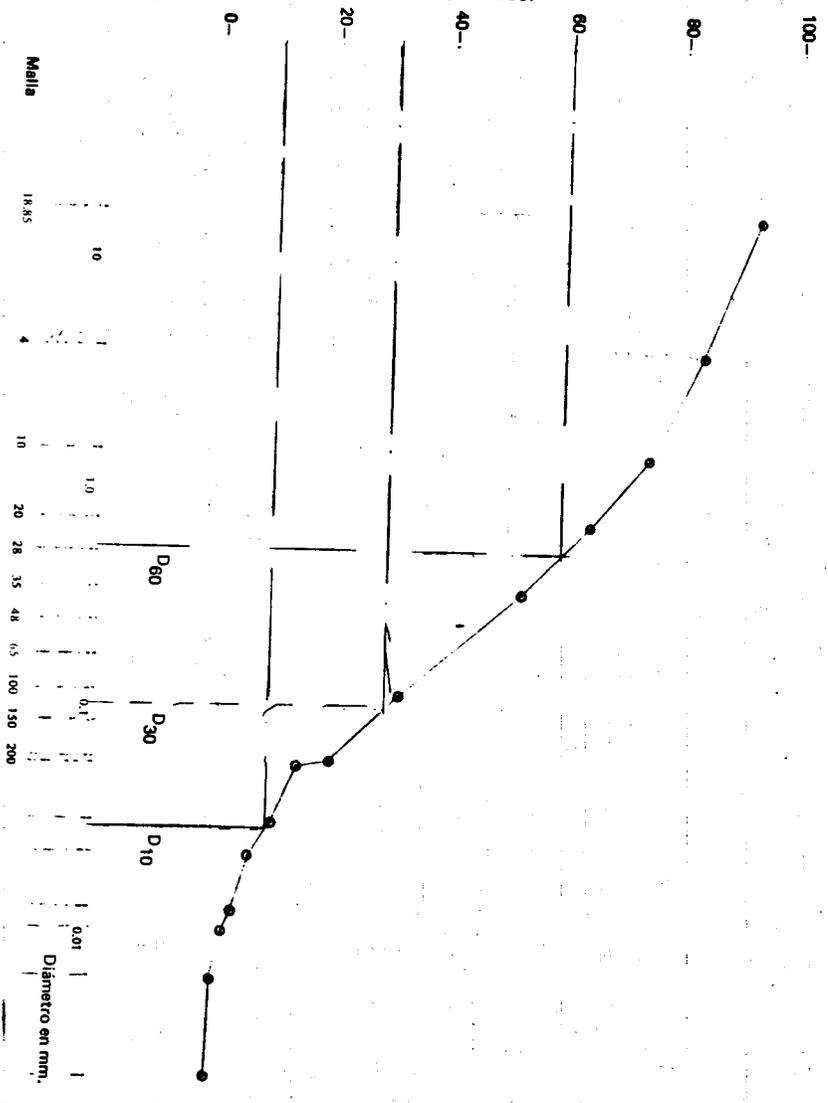
Con los datos del problema, se obtiene la curva de distribución granulométrica, como se aprecia en la siguiente figura:

GRAVA

ARENA

FINOS

% QUE PASA, EN PESO.



Malla

18.75

10

1.0

20

28

35

48

6.5

100

150

200

0.01

Díametro en mm.

De la curva de distribución granulométrica anterior, obtenemos:

$$D_{10} = 0.036 \text{ mm}$$

$$D_{30} = 0.125 \text{ mm}$$

$$D_{60} = 0.620 \text{ mm}$$

Por definición:

$$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}}$$

$$C_c = \frac{(D_{30})^2}{(D_{10})(D_{60})}$$

Sustituyendo:

$$C_u = \frac{0.620}{0.036} = 17.22$$

$$C_c = \frac{(0.125)^2}{(0.036)(0.620)} = 0.70$$

$$C_u = 17.22$$

$$C_c = 0.70$$

**2** Para un análisis granulométrico se tomó una muestra de 3 500 gr, y al cribarla se obtuvieron los siguientes resultados:

Malla	Abertura (mm)	Peso Suelo retenido (gr)
2"	50.80	—
1 1/2"	38.10	—
1"	25.40	—
3/4"	19.05	269
1/2"	12.70	379
3/8"	9.52	542
No. 4	4.76	533
No. 8	2.38	866
No. 18	1.00	680
No. 30	0.59	156
No. 50	0.297	25
No. 100	0.149	11
No. 200	0.074	16
Pasa Malla No. 200		10
		13
Suma		3 500

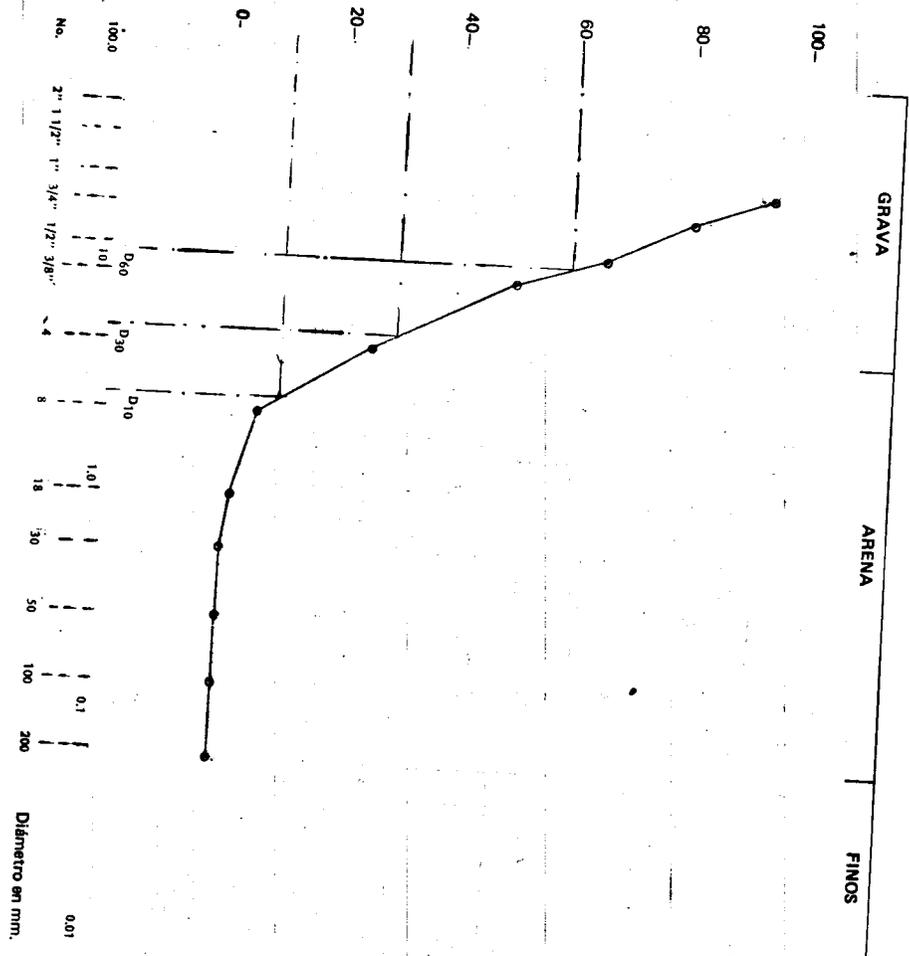
- a. Trazar la curva de distribución granulométrica  
 b. Obtener el coeficiente de uniformidad y de curvatura. Dibuje la escala del S.U.C.S. en la parte superior de la curva de distribución granulométrica, para distinguir la grava, la arena y los finos.

**SOLUCION**

a. Para el trazo de la curva de distribución granulométrica, nos auxiliamos de la siguiente tabla que se obtiene con los datos del problema.

Malla	Abertura (mm)	Peso Suelo retenido (gr)	% Retenido (%)	% Retenido acumulado (%)	% Que pasa (%)
2"	50.80				
1 1/2"	38.10				
1"	25.40	269	7.69	7.69	92.31
3/4"	19.05	379	10.83	18.52	81.48
1/2"	12.70	542	15.49	34.01	65.99
3/8"	9.52	533	15.23	49.24	50.76
No. 4	4.76	866	24.74	73.98	26.02
No. 8	2.38	680	19.43	93.41	6.59
No. 18	1.00	156	4.45	97.86	2.14
No. 30	0.59	25	0.71	98.57	1.43
No. 50	0.297	11	0.31	98.88	1.12
No. 100	0.149	16	0.46	99.34	0.66
No. 200	0.074	10	0.29	99.63	0.37
Pasa Malla No. 200		13	0.37	100.00	0.00
Suma		3 500	100.00		

QUE PASA, EN PESO.



GRAVA

ARENA

FINOS

Diámetro en mm.

b. De la curva de distribución granulométrica anterior, obtenemos:

$$D_{10} = 2.75 \text{ mm}$$

$$D_{30} = 5.40 \text{ mm}$$

$$D_{60} = 11.50 \text{ mm}$$

Por definición:

$$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}}$$

$$C_c = \frac{(D_{30})^2}{(D_{10})(D_{60})}$$

Sustituyendo:

$$C_u = \frac{11.50}{2.75} = 4.18$$

$$C_u = 4.18$$

$$C_c = \frac{(5.40)^2}{(2.75)(11.50)} = 0.92$$

$$C_c = 0.92$$

**3** En una prueba de granulometría se han obtenido los siguientes resultados:

Peso bruto del material 32.810 kg.

Malla	Retenido, en kg
1 1/2"	0.997
1"	2.580
3/4"	1.445
1/2"	1.759
3/8"	1.520
1/4"	1.645
No. 4	Pasaron 22.680 kg

De la fracción que pasó la malla No. 4 se tomaron 200 gr y se sometieron a análisis mecánicos, obteniéndose los siguientes resultados:

Malla	Retenido, en gr
10	
20	33.1
40	25.3
60	23.9
100	20.1
200	18.5
Pasa malla No. 200	15.6
	63.5

Dibuje la curva granulométrica del material y calcule su  $D_{10}$ ,  $C_u$  y  $C_c$ .

#### SOLUCION

Para el trazo de la curva de distribución granulométrica, nos auxiliaremos de las siguientes tablas. Para obtener el porcentaje retenido de la malla 1 1/2" a la malla No. 4, dividiremos cada uno de los pesos retenidos entre el total de la muestra, es decir, 32.810 kg.

Malla	Abertura (mm)	Peso retenido (kg)	% Retenido (%)	% Retenido acumulado (%)	% Que pasa (%)
1 1/2"	38.10	0.997	3.04		
1"	25.40	2.580	7.86	3.04	96.96
3/4"	19.05	1.445	4.40	10.90	89.10
1/2"	12.70	1.759	5.36	15.30	84.70
3/8"	9.52	1.520	4.63	20.66	79.34
1/4"	6.35	1.645	5.01	25.29	74.71
No. 4	4.70	0.184*	0.56	30.30	69.70
Suma		10.130		30.86	69.14

\* El peso retenido en la malla No. 4, se obtuvo por la diferencia entre el total de la muestra y la suma de los pesos retenidos de la malla 1 1/2" a 1/4" más el peso que pasa la malla No. 4; es decir,  $32.810 - (9.946 + 22.680) = 0.184$  kg.

El porcentaje retenido de la malla No. 10 a la malla No. 200, la obtendremos dividiendo el peso retenido en cada malla entre 200 gr. y lo multiplicaremos por el factor  $\left(\frac{32.8}{32.81} = 0.6913\right)$ , para tomar en cuenta que 200 gr son representativos de 22.68 kg, que a su vez son el 69.13% del total de la muestra (32.81 kg).

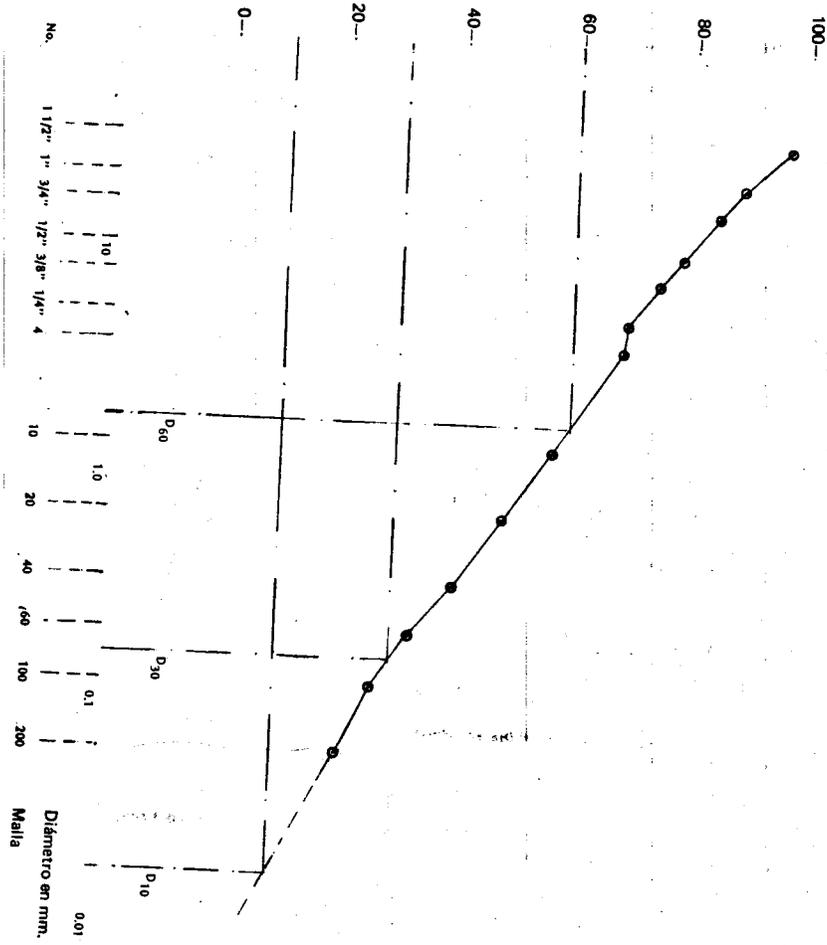
Ejemplo: Malla No. 10

$$\left(\frac{33.10}{200} \times 100\right) \left(\frac{22.68}{32.10}\right) = (16.55\%) (0.6913) = 11.44\%$$

Malla	Abertura (mm)	Peso retenido (gr)	% Retenido (%)	% Retenido Acumulado (%)	% Que pasa (%)
10	1.650	33.10	11.44	42.30	57.70
20	0.833	25.30	8.75	51.05	48.95
40	0.420	23.90	8.26	59.31	40.69
60	0.250	20.10	6.95	66.26	33.74
100	0.149	18.50	6.40	72.66	27.34
200	0.074	15.60	5.39	78.05	21.95
Pasa Malla No. 200		63.50	21.95	100.00	00.00
Suma		200.00			

La gráfica obtenida con los datos anteriores se muestra en la siguiente página.

% QUE PASA, EN PESO.



De la curva de distribución granulométrica anterior, obtenemos:

$$D_{10} = 0.0215 \text{ mm}$$

$$D_{30} = 0.195 \text{ mm}$$

$$D_{60} = 2.14 \text{ mm}$$

$$D_{10} = 0.0215 \text{ mm}^*$$

Por definición:

$$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}}$$

$$C_c = \frac{(D_{30})^2}{(D_{10})(D_{60})}$$

Sustituyendo:

$$C_u = \frac{2.140}{0.0215} = 99.5$$

$$C_u = 99.5$$

$$C_c = \frac{(0.195)^2}{(0.0215)(2.140)} = 0.83$$

$$C_c = 0.83$$

\*NOTA: Con los datos del problema no puede determinar el  $D_{10}$ , sin embargo, por prolongación de la curva en este tramo, se obtuvo éste de manera aproximada; no obstante, esto no se aconseja.

**4** Obtenga la curva de distribución granulométrica, el coeficiente de curvatura y el coeficiente de uniformidad, según los datos que se muestran en la siguiente tabla que se obtuvieron al pasar por mallas una muestra cuyo peso es 200 gr; además, trace la escala del S.U.C.S. en la parte superior de la curva, para distinguir la grava, la arena y los finos.

Malla No.	Abertura mm	Peso Suelo Retenido gr
1 1/2"	38.10	—
1"	25.40	—
3/4"	19.05	—
1/2"	12.70	—
3/8"	9.52	5.22
1/4"	6.35	12.13
No. 4	4.76	7.90
No. 10	2.00	7.41
No. 20	0.84	26.60
No. 40	0.42	39.70
No. 60	0.25	51.25
No. 100	0.149	14.00
No. 200	0.074	9.40
Pasa No. 200		7.60
Suma		18.79
		200.00

**SOLUCION**

Para el trazo de la curva utilizaremos las columnas primera y última; la última fue obtenida con los datos del problema, como se aprecia en la tabla.

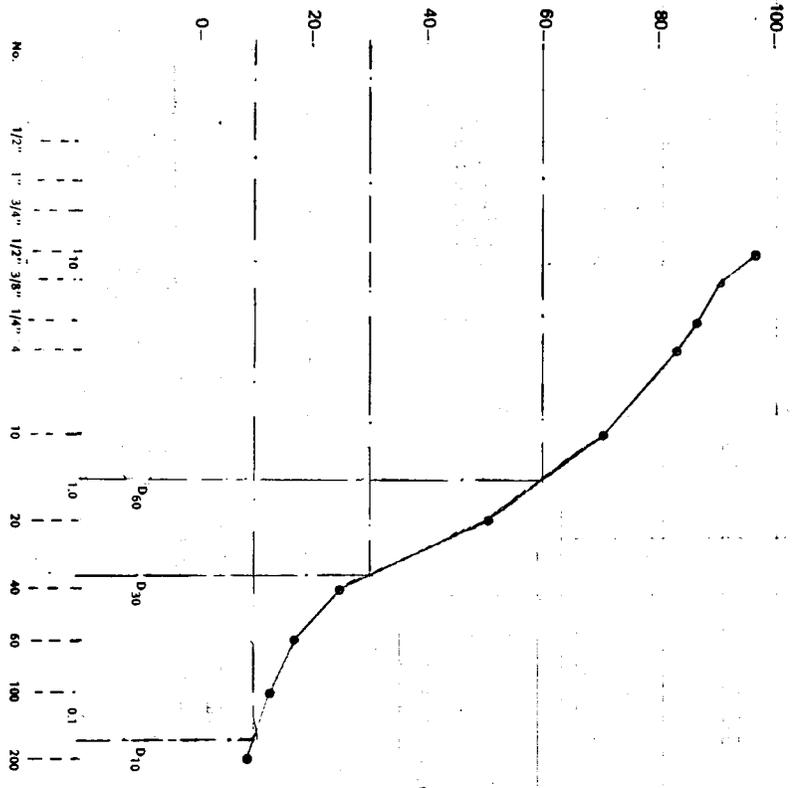
Malla	Abertura (mm)	Peso suelo retenido (gr)	% Retenido (%)	% Retenido Acumulado (%)	% Que pasa (%)
1 1/2"	38.10	—			
1"	25.40	—			
3/4"	19.05	—			
1/2"	12.70	—			
3/8"	9.52	5.22	2.61		
1/4"	6.35	12.13	6.07	2.61	
No. 4	4.76	7.90	3.95	8.68	97.39
No. 10	2.00	7.41	3.71	12.63	91.32
No. 20	0.84	26.60	13.30	16.34	87.37
No. 40	0.42	39.70	19.85	29.64	83.66
No. 60	0.25	51.25	25.62	49.49	70.36
No. 100	0.149	14.00	7.00	75.11	50.51
No. 200	0.074	9.40	4.70	82.11	24.89
Pasa Malla No. 200		7.60	3.80	86.81	17.89
Suma		18.79	9.39	90.61	13.19
		200.00	100.00	100.00	9.39

GRAVA

ARENA

FINOS

% QUE PASA, EN PESO.



diámetro en mm.

De la curva de distribución granulométrica anterior, obtenemos:

$$D_{10} = 0.09 \text{ mm}$$

$$D_{30} = 0.48 \text{ mm}$$

$$D_{60} = 1.29 \text{ mm}$$

Por definición:

$$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}}$$

$$C_c = \frac{(D_{30})^2}{(D_{10})(D_{60})}$$

Sustituyendo:

$$C_u = \frac{1.29}{0.09} = 14.33$$

$$C_u = 14.33$$

$$C_c = \frac{(0.48)^2}{(0.09)(1.29)} = 1.98$$

$$C_c = 1.98$$

#### PROBLEMAS PROPUESTOS

**1** Dibujar la curva de distribución granulométrica correspondiente a los siguientes datos. Obtener el  $D_{10}$ ,  $C_u$  y  $C_c$ . Anotar en la parte superior de la curva la escala del S.U.C.S.

Tamiz No	Abertura (mm)	% Que pasa (%)
1/2"	12.70	94
4	4.76	68
10	2.00	50
20	0.84	35
40	0.42	22
60	0.25	18
100	0.149	15
200	0.074	11
0.045 mm*		10
0.010 mm*		7
0.005 mm*		5
0.001 mm*		2

\*De prueba de sedimentación.

Respuesta

$$D_p = 0.045 \text{ mm}$$

$$C_u = 71.55$$

$$C_c = 2.92$$

2 Los siguientes datos se obtuvieron de ensayos de análisis granulométricos de muestras de suelos:

Tamaño	PORCENTAJES QUE PASARON					
	MUESTRA DE SUELO					
	1	2	3	4	5	6
10	—	—	—	—	—	100
20	86%	98%	93%	99%	98%	
40	72	85	79	94	95	86
60	60	72	68	89	92	
100	45	56	56	82	86	
200	35	42	42	76	83	9
0.05 mm	33	41	41	74	82	
0.01 mm	21	20	11	38	57	0
0.002 mm	10	8	4	23	36	

- Dibuje la curva de composición granulométrica de cada suelo.
- Obtenga el Coeficiente de Uniformidad y el de Curvatura de cada suelo.

**3** De un análisis granulométrico por mallas se obtuvieron los siguientes resultados:

Malla	Peso retenido (gr)
1 1/2"	40.71
1"	34.90
3/4"	58.16
1/2"	83.60
3/8"	85.79
No. 4	203.57
No. 10	277.73
No. 20	247.20
No. 40	157.04
No. 60	122.14
No. 100	70.52
No. 200	61.07
Charola	11.63

- a) Dibujar la Curva de Distribución Granulométrica.  
 b) Determinar el coeficiente de uniformidad y el Coeficiente de curvatura.

Respuesta

$$C_u = 12.64$$

$$C_c = 0.85$$

**4** A continuación se mencionan los resultados obtenidos en dos muestras de un análisis granulométrico por mallas.

Malla No.	Abertura (mm)	Peso Retenido	
		Muestra 1 (gr)	Muestra 2 (gr)
1"	25.40	32	—
3/4"	19.05	13	—
1/2"	12.70	236	—
3/8"	9.52	322	230
No. 4	4.76	518	214
No. 8	2.38	601	489
No. 18	1.00	184	170
No. 30	0.59	18	—
No. 50	0.297	21	36
No. 100	0.149	25	23
No. 200	0.074	18	15
Pasa No. 200	—	14	13

Calcule para cada muestra el coeficiente de uniformidad y el coeficiente de curvatura.

# IV PLASTICIDAD

[The page contains extremely faint and illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the document. The text is too light to transcribe accurately.]

**TEMA IV**  
**PLASTICIDAD**

**4.1. Introducción.**

Se sabe que todos los materiales, inclusive los más rígidos de la naturaleza son deformables, existiendo cuerpos con comportamiento elástico (o aquellos que al aplicarles una carga sufren deformación con tendencias o posibilidades de recuperar su forma) o bien con comportamiento plástico (cuerpos a los que al aplicarles una carga no recuperan la forma original cuando ésta se les retira).

Así pues, se conoce como plasticidad de un cuerpo a la capacidad o propiedad de un material por la cual es capaz de soportar deformaciones sin "rebote" elástico, sin variación volumétrica apreciable y sin desmoronarse ni agrietarse.

**4.2. Estados y Límites de Consistencia.**

Se han desarrollado hasta la fecha varios criterios para medir la plasticidad de las arcillas; sin embargo, el más aplicado es el de Atterberg, quien hizo notar que la plasticidad no es una propiedad permanente de las arcillas, sino puramente circunstancial y dependiente de su contenido de agua. Según este autor existen diferentes estados de los suelos finos en función de su contenido de agua, llamados Estados de Consistencia, o sea:

$w \rightarrow 0$

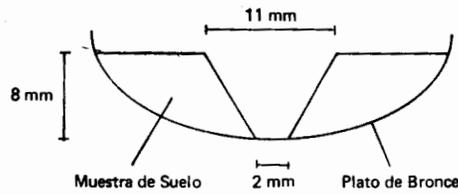
ESTADO DE CONSISTENCIA	LIQUIDO	SEMILIQUIDO	PLASTICO	SEMISOLIDO	SOLIDO
Propiedades y Carácter del Suelo	Suspensión	Comportamiento de un fluido viscoso	Comportamiento plástico	Disminución del volumen al perder humedad (contracción)	No disminuye volumen al secarse

$$\frac{\text{Límite Líquido (LL)} - \text{Límite Plástico (LP)}}{\text{Límite Líquido (LL)}} = \text{Índice de Plasticidad } I_p$$

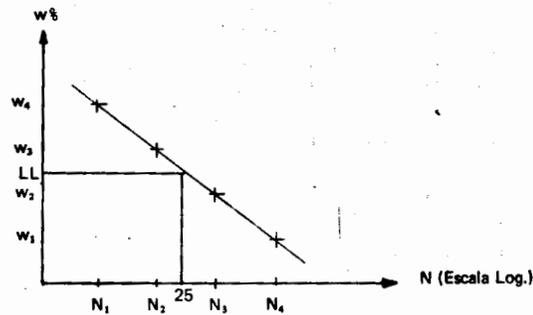
$$I_p = LL - LP$$

En el cuadro anterior, los estados son fases por las que pasa un suelo al irse secando. Para establecer las fronteras entre éstos, el mismo Atterberg estableció las primeras convenciones para ello, nombrándolos límites de consistencia, siendo los más importantes:

a) **Límite Líquido (LL).** Contenido de agua de un suelo fino para el cual éste tiene una resistencia al esfuerzo cortante de 25 gr/cm<sup>2</sup>. Su valor se determina en el laboratorio utilizando el método de la Copa de Casagrande (método empírico), que consiste en colocar una mezcla homogénea del suelo que se desea clasificar, dentro de la copa y enrasarlo, haciendo seguidamente con un ranurador una pequeña ranura (ver dibujo) y después, mediante una pequeña leva la copa se levanta y cae repentinamente, repitiendo el procedimiento varias veces hasta que se cierra la ranura. La determinación del Límite Líquido se hace mediante tanteos, es decir, se efectúa una prueba en la Copa de Casagrande y cuando se cierra la ranura se determina el contenido de agua, siendo que cuando se requieren justamente 25 golpes para cerrar la ranura hecha en la muestra de suelo, (de aproximadamente media pulgada) entonces, nos encontramos en el Límite Líquido.



Se acostumbra repetir el procedimiento 4 veces de modo que dos determinaciones sean de más de 25 golpes y dos estén por debajo de dicho número; si se llevan los resultados de cada prueba a una gráfica en donde el contenido de agua en por ciento ( $w\%$ ) se representa en el eje de las ordenadas y el número de golpes ( $N$ ) en el de las abscisas (en escala logarítmica), se encontrará que los puntos obtenidos pueden casi unirse por una recta. Entonces, para encontrar el LL del suelo en cuestión bastará encontrar el valor correspondiente al contenido de agua para 25 golpes.



b) *Límite Plástico (LP)*. Es el contenido de agua según el cual el suelo comienza a perder sus propiedades plásticas para pasar a un estado semisólido. Su determinación se lleva a cabo en el laboratorio colocando aproximadamente  $1 \text{ cm}^3$  de mezcla agua-suelo sobre un vidrio pulido empezando a formar "rollitos" de ella con los dedos de diámetro de 3 mm; en el momento en que, al seguir girando dichos rollitos estos empiezan a agrietarse, entonces se dice que se está llegando al límite plástico, que se determina obteniendo rápidamente su contenido de agua.

c) *Límite de Contracción (LC)*. Cuando un suelo pierde agua, normalmente su volumen disminuye y esto se debe principalmente a las fuerzas de tensión capilar que son producidas por el agua intersticial. El límite de contracción es el contenido de agua a partir del cual el volumen del suelo permanece constante aunque la humedad disminuya. Este límite suele manifestarse visualmente por un cambio de tono de color obscuro a más claro al irse secando el suelo gradualmente.

### LIMITES DE ATTERBERG

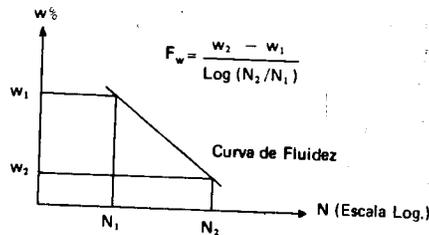
Estado	Descripción	Límite
Líquido	Una pasta; sopa de guisantes a mantequilla blanda; un líquido viscoso	
Plástico	Mantequilla blanda a masilla dura; se deforma pero no se agrieta	Límite líquido (LL)
Semisólido	Queso; se deforma permanentemente, pero se agrieta	Límite plástico (LP)
Sólido	Caramelo duro; falla completamente al deformarse	Límite de retracción (LC) o contracción

Los límites anteriormente mencionados son especialmente importantes para describir la plasticidad en una arcilla; al rango de contenidos de agua para los cuales un suelo se comporta plásticamente se le conoce como Índice de Plasticidad, parámetro que numéricamente es igual a la diferencia del Límite Líquido y el Plástico.

$$I_p = LL - LP$$

Puede presentarse el caso en que dos suelos tengan los mismos límites de plasticidad o el mismo índice plástico, pero distintas curvas de fluidez; cuando esto suceda, el suelo cuya curva sea la más tendida, tendrá una mayor resistencia en el límite plástico o tenacidad; por ejemplo, suelos plásticos como arcillas muestran alta tenacidad cerca del límite plástico (y tardan mucho tiempo en llegar a él) y tienen un intervalo plástico bien definido. Para evaluar estas propiedades se establecen los siguientes índices:

**Índice de Fluidez (Fw).** Es la pendiente de la curva de flujo, es decir, la variación del contenido de agua para un ciclo de la escala logarítmica con que se mide el número de golpes:



**Índice de Tenacidad (Tw).** Este índice nos es muy útil para establecer una diferenciación adicional en lo que se refiere a las características plásticas de un suelo; su valor generalmente varía entre 1 y 3 y rara vez alcanza valores de 5 o menores a uno. El índice de tenacidad se calcula mediante la expresión:

$$T_w = \frac{I_p}{F_w}$$

Índice de Líquidez ( $I_L$ ). Este índice define la posición del suelo dentro del rango plástico y se expresa como:

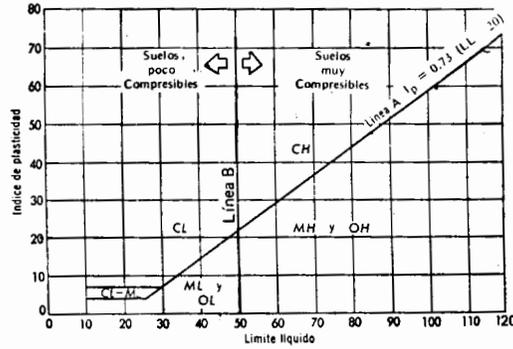
$$I_L = \frac{w - LP}{I_p} = \frac{w - LP}{LL - LP}$$

Este índice tiende a cero cuando el contenido natural de agua del suelo está cerca del límite plástico, mientras que si esta cerca del límite líquido tiende a la unidad.

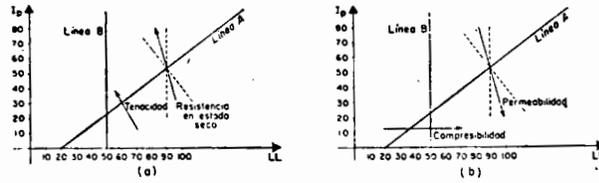
#### 4.3. Carta de Plasticidad

En base al Límite Líquido y al Índice de Plasticidad, Casagrande comenzó a obtener características indicativas del comportamiento de los suelos y construyó la llamada Carta de Plasticidad, de modo que localizando un suelo en ella, se puede tener información a nivel cualitativo sobre su comportamiento.

La carta de plasticidad según el Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (S.U.C.S.) es la siguiente:



Característica	Límite líquido constante, pero índice plástico creciente	Índice plástico constante, pero límite líquido creciente
Compresibilidad	Prácticamente la misma	Crece
Permeabilidad	Disminuye	Disminuye
Razón de variación volumétrica	Disminuye	Disminuye
Tenacidad	Disminuye	Disminuye
Resistencia en estado seco	Disminuye	Disminuye



Dirección de variación de algunas propiedades físicas de los suelos en la Carta de Plasticidad.

Dentro de la carta, se han agrupado los suelos formándose el símbolo de cada grupo por dos letras mayúsculas, de acuerdo a los siguientes criterios.

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
M	Limos Inorgánicos
C	Arcillas Inorgánicas
O	Limos y-Arcillas Orgánicas

Estos suelos a su vez se subdividen, de acuerdo a su límite líquido en dos grupos; si este límite es menor de 50 %, son suelos de baja o mediana compresibilidad, se añade al símbolo la letra L (Low compressibility). Los suelos finos con límite líquido mayor al 50 % son de alta compresibilidad, llevan el símbolo de la letra H (high compressibility).

Conforme aumenta el límite líquido, los suelos se vuelven más compresibles; como puede verse, sobre la línea A no puede localizarse un suelo orgánico. De hecho, el aumento de materia orgánica en los suelos disminuye su plasticidad. Los suelos orgánicos en general son muy compresibles y su resistencia al corte es escasa o nula, por lo que pueden presentarse en las edificaciones constituidas sobre ellos, con el paso del tiempo, hundimientos considerables. A continuación se presentan algunas tablas que pueden ser de uso práctico.

#### COMPRESIBILIDAD

Término Usado	Límite Líquido (apr.)
Ligera o baja compresibilidad	0.30
Moderada o intermedia	31.50
Alta compresibilidad	51 y mayor

#### PLASTICIDAD

Término usado	IP	Resistencia en estado seco	Ensayos de campo
No plástico	0-3	Muy baja	Cae en pedazos fácilmente
Ligeramente plástico	4-15	Ligera	Se tritura fácilmente con los dedos
Medianamente plástico	15-30	Mediana	Difícil de triturar con los dedos
Muy plástico	31 o mayor	Alta	Imposible de triturar con los dedos

PROBLEMAS RESUELTOS

**1** Para la determinación del Límite Líquido (en la copa de Casagrande) y Límite Plástico de una arcilla café poco arenosa, cuyo contenido de agua natural es 21.05%, se obtuvieron los siguientes resultados:

Límite Líquido

1	2	3	4	5	6
Prueba No.	Cápsula No.	Número de Golpes (N)	peso cápsula + suelo húmedo gr	peso cápsula + suelo seco gr	peso cápsula gr
1	601	33/34	39.770	35.071	24.110
2	170	23/24	42.838	37.344	24.786
3	241	13/14	40.808	35.503	24.255
4	220	5/6	46.398	41.038	30.770

Límite Plástico

1	281		32.322	31.154	23.720
2	118		31.990	31.078	25.014

Determine:

- Límite Líquido (LL)
- Límite Plástico (LP)
- Índice de Plasticidad ( $I_p$ )
- Índice de Liquidez ( $I_L$ )
- Índice de Fluidez ( $F_w$ )
- Índice de Tenacidad ( $T_w$ )

SOLUCION

a) Para determinar el límite líquido, trazaremos la gráfica  $w\% - N$  en papel semilogarítmico y determinaremos el contenido de agua ( $w\%$ ) para  $N = 25$ .

El contenido de agua de cada prueba se determina de la siguiente manera:

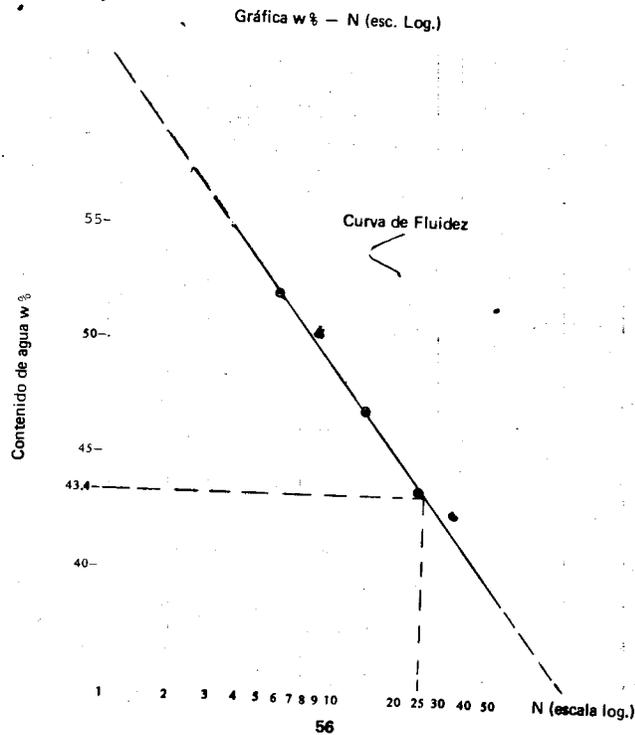
$$W_w = \text{Peso del agua} = \text{Columna 4} - \text{Columna 5}$$

$$W_s = \text{Peso del suelo seco} = \text{Columna 5} - \text{Columna 6}$$

$$w\% = \text{Contenido de agua del suelo en porcentaje} = \frac{W_w}{W_s} \times 100$$

Por lo tanto, en base a lo anterior y a los datos del problema obtenemos la siguiente tabla, la cual nos servirá para trazar la gráfica  $w\% - N$ .

Prueba No.	Número de Golpes (N)	$W_w$ (gr)	$W_s$ (gr)	$w\%$ (%)
1	33/34	4.699	10.961	42.87
2	23/24	5.494	12.558	43.75
3	13/14	5.305	11.248	47.16
4	5/6	5.360	10.268	52.20



De la gráfica  $w\% - N$ , obtenemos que para  $N = 25$ ,  $w\% = 43.4\%$ , por lo tanto:

$$LL = 43.4\%$$

b) El límite plástico se obtendrá como el promedio del contenido de agua de las dos pruebas que se llevaron a cabo para determinar dicho límite, por lo tanto:

Prueba No.	$W_w$ (gr)	$W_s$ (gr)	$w\%$ (%)
1	1.168	7.434	15.71
2	0.912	6.064	15.04

$$\therefore LP = \frac{15.71 + 15.04}{2} = 15.38\%$$

$$LP = 15.38\%$$

c) El índice de plasticidad está definido por:

$$I_p = LL - LP = 43.40 - 15.38 = 28.02\%$$

$$I_p = 28.02\%$$

d) El índice de liquidez está definido por la siguiente expresión:

$$I_L = \frac{w - LP}{I_p} = \frac{21.05 - 15.38}{28.02} = 0.2024$$

$$I_L = 0.20$$



indica que está muy cerca del límite plástico

e) El índice de fluidez está definido por:

$$F_w = \frac{w_2 - w_1}{\text{Log}(N_2/N_1)}$$

Para el primer ciclo obtenemos en la curva de fluidez:

$$F_w = \frac{62.00 - 48.55}{\text{Log}(10/1)} = 13.45\%$$

$$F_w = 13.45\%$$

NOTA: En rigor el valor de  $F_w$  es negativo, lo cual nos indica que la pendiente es negativa, sin embargo en la práctica se da a conocer el valor absoluto.

f) El índice de tenacidad está definido por:

$$T_w = \frac{I_p}{F_w} = \frac{28.02}{13.45} = 2.08$$

$$T_w = 2.08$$

**2** Para determinar el límite líquido y límite plástico en el laboratorio se obtuvieron los siguientes resultados:

Límite Líquido

	1	2	3	4	5	6
Prueba No.	Cápsula No.	Número de Golpes (N)	peso cápsula + suelo húmedo(gr)	peso cápsula + suelo seco(gr)	peso cápsula (gr)	
1	286	42/43	37.465	33.988	23.846	
2	253	24/25	42.361	37.407	24.136	
3	199	16/17	42.800	37.723	24.676	
4	254	10/11	44.802	38.600	23.616	

**Límite Plástico**

	1	2	3	4	5	6
1		159		31.313	30.398	24.804
2		126		30.172	29.454	24.974

Determine:

- a) Límite Líquido
- b) Límite Plástico
- c) Índice de Plasticidad
- d) Índice de Fluidez
- e) Índice de Tenacidad

**SOLUCION**

Para el cálculo del Límite Líquido y Límite plástico, calcularemos primero el contenido de agua de cada prueba, para lo cual, nos auxiliaremos de los siguientes tablas que se obtienen a partir de los datos del problema.

El contenido de agua de cada prueba se obtiene de la siguiente manera:

$$W_w = \text{Peso del agua} = \text{columna 4} - \text{columna 5}$$

$$W_s = \text{Peso de sólidos} = \text{columna 5} - \text{columna 6}$$

$$w\% = \text{Contenido de agua} = \frac{W_w}{W_s} \times 100$$

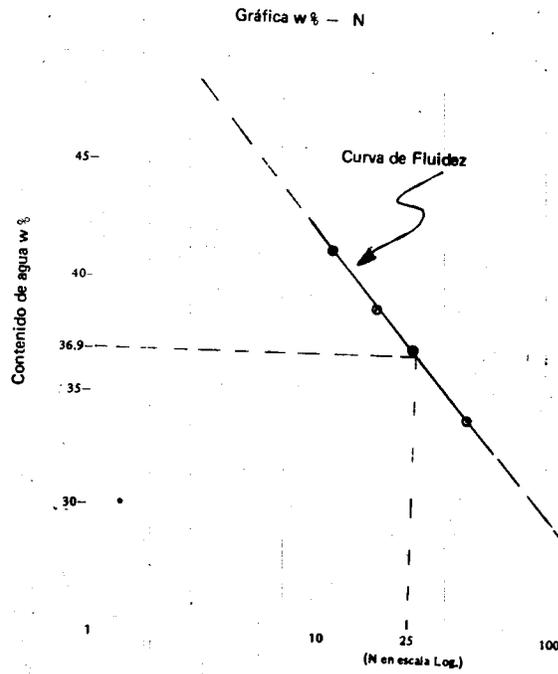
**Límite Líquido**

Prueba No.	Número de Golpes (N)	$W_w$ (gr)	$W_s$ (gr)	w% (%)
1	42/43	3.477	10.142	34.28
2	24/25	4.954	13.271	37.33
3	16/17	5.077	13.047	38.91
4	10/11	6.202	14.984	41.39

**Límite Plástico**

1		0.915	5.594	16.36
2		0.718	4.480	16.03

a) Con los datos de la tabla de límite líquido, trazamos la gráfica  $w\% - N$  ( $N$  en escala log.), lo cual aparece en la siguiente figura.



De la gráfica  $w\% - N$ , obtenemos:

Para  $N = 25$ ,  $w\% = 36.9\%$

$$\therefore LL = 36.90\%$$

••

b) De la tabla de límite plástico, calcularemos dicho límite, como el promedio del contenido de agua de cada una de las pruebas, por lo tanto:

$$LP = \frac{16.36 + 16.03}{2} = 16.20\%$$

$$\therefore LP = 16.20\%$$

c) Índice plástico ( $I_p$ )

$$I_p = LL - LP = 36.90 - 16.20 = 20.70\%$$

$$\therefore I_p = 20.70\%$$

d) Índice de Fluidez. Pendiente de la curva de fluidez en un ciclo de la escala logarítmica, por lo tanto de la gráfica  $w\% - N$ :

$$F_w = \frac{w_2 - w_1}{\text{Log}(N_2/N_1)} = \frac{41.60 - 29.85}{\text{Log}\left(\frac{100}{10}\right)} = 11.75\%$$

$$\therefore F_w = 11.75\%$$

e) Índice de tenacidad:

$$T_w = \frac{I_p}{F_w} = \frac{20.70}{11.75} = 1.76$$

$$\therefore T_w = 1.76$$

**3** Para determinar el límite líquido y límite plástico de una arcilla arenolimoso color café se obtuvieron los siguientes resultados:

**Límite Líquido**

Prueba No.	Número de Golpes N	Contenido de agua w %
1	37/38	33.52
2	27/28	34.37
3	16/17	36.35
4	8	40.01

**Límite Plástico**

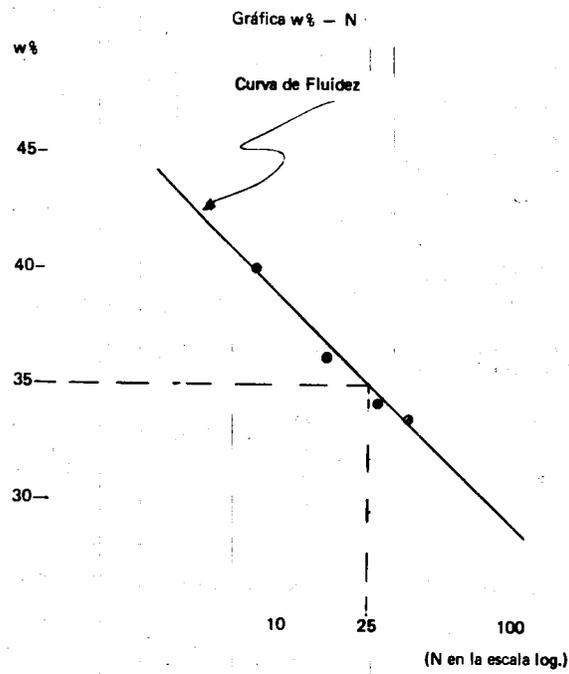
1		18.26
2		18.47

Calcule:

- a) Límite Líquido
- b) Límite Plástico
- c) Índice de Plasticidad
- d) Índice de Fluidez
- e) Índice de Tenacidad

**SOLUCION**

a) Para determinar el límite líquido (LL), trazaremos la curva de fluidez con los datos proporcionados por la tabla de límite líquido y posteriormente determinaremos el contenido de agua (w %) para  $N = 25$ , por lo tanto:



De la gráfica anterior:

$$\therefore LL = 35.0\%$$

b) De la tabla de límite plástico:

$$LP = \frac{18.26 + 18.47}{2} = 18.365\%$$

$$\therefore LP = 18.37\%$$

$$c) I_p = LL - LP = 35.00 - 18.37 = 16.63\%$$

$$\therefore I_p = 16.63\%$$

$$d) F_w = \frac{w_2 - w_1}{\text{Log}(N_2/N_1)} = \frac{39.0 - 29.1}{\text{Log}\left(\frac{100}{10}\right)} = 9.9\%$$

$$\therefore F_w = 9.9\%$$

$$e) T_w = \frac{I_p}{F_w} = \frac{16.63}{9.9} = 1.679$$

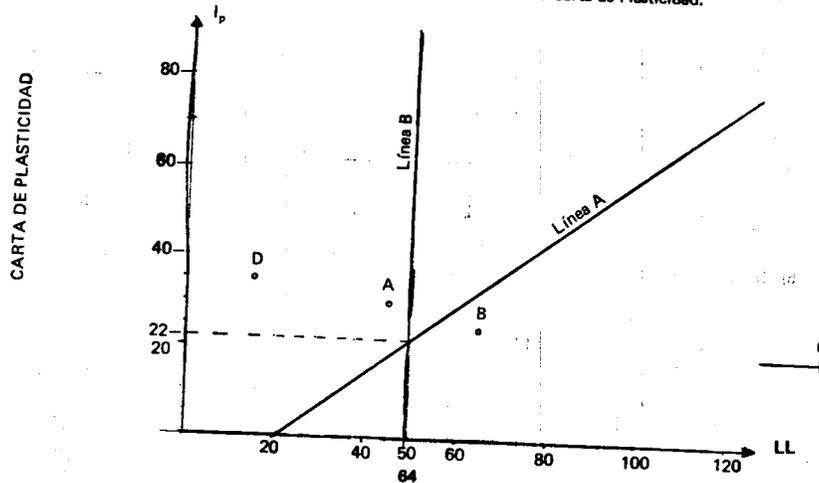
$$\therefore T_w = 1.68$$

**4** Existen cuatro lugares en donde es posible construir una planta industrial. Por lo que respecta a la Mecánica de Suelos, estimar burdamente cuál es el sitio más conveniente, si el límite líquido y el índice plástico de cada suelo es:

Suelo	LL	Ip
A	45	30
B	65	25
C	165	20
D	35	15

#### SOLUCION

Para facilitar la decisión, debe localizarse cada uno de los suelos en la Carta de Plasticidad.



De la gráfica anterior se deduce que:

El suelo del sitio A es el más resistente en estado seco y no es muy compresible.

El suelo del sitio B tiene una compresibilidad notoria en comparación con el suelo A y D.

El material del suelo C es el menos indicado para cimentar sobre él por su altísima compresibilidad, por lo tanto:

*El suelo clasificado como D, por su menor compresibilidad, probablemente sea el más conveniente para construir sobre él la planta industrial.*

### PROBLEMAS PROPUESTOS

**1** De una prueba de límite líquido y límite plástico se obtuvieron los siguientes resultados:

#### Límite Líquido

Prueba No.	Cápsula No.	Número de Golpes	peso cápsula + suelo húmedo(gr)	peso cápsula + suelo seco(gr)	peso cápsula (gr)
1	156	42	57.730	49.965	24.640
2	729	22/23	54.910	47.693	25.596
3	110-A	13/14	56.252	48.187	24.639
4	235	6/7	56.393	47.352	23.630

#### Límite Plástico

1	721		38.210	36.251	25.670
2	159		36.845	34.983	24.804

Si el contenido natural de agua del suelo es 20.30%, calcule:

- Límite Líquido
- Límite Plástico
- Índice de Plasticidad
- Índice de Fluidéz
- Índice de Tenacidad
- Índice de Liquidez

Respuesta:

- a) LL = 32.50%
- b) LP = 18.40%
- c)  $I_p$  = 14.10%
- d)  $F_w$  = 8.80%
- e)  $T_w$  = 1.60
- f)  $I_L$  = 0.86

**2** Para determinar el límite líquido y límite plástico de una arena arcillosa café claro, se obtuvieron los siguientes resultados:

**Límite Líquido**

Prueba No.	Cápsula No.	Número de Golpes	peso cápsula + suelo húmedo(gr)	peso cápsula + suelo seco(gr)	peso cápsula (gr)
1	159	34/35	44.078	39.730	24.804
2	127	25/26	44.133	39.864	25.306
3	102	15/16	45.213	40.486	24.655
4	126	7	50.400	44.159	24.974

**Límite Plástico**

1	100		32.422	31.318	24.500
2	176		32.597	31.442	24.236

Calcule:

- a) Límite Líquido
- b) Límite Plástico
- c) Índice Plástico
- d) Índice de Fluidéz
- e) Índice de Tenacidad

**3** En una prueba de límite líquido y límite plástico se obtuvieron los siguientes resultados:

**Límite Líquido**

Ensaye	No. de Golpes	peso cápsula + suelo húmedo(gr)	peso cápsula + suelo seco(gr)	Peso Cápsula (gr)
1	35	35.77	22.48	14.15
2	24/25	36.55	24.40	16.85
3	15/16	33.42	21.03	13.45
4	7/8	35.17	21.65	13.50

**Límite Plástico**

1		17.30	16.00	13.95
2		16.88	15.50	13.48

Determine:

- a) LL
- b) LP
- c)  $I_p$
- d)  $F_w$
- e)  $T_w$

Respuesta:

- a) LL = 161%
- b) LP = 65.37%
- c)  $I_p$  = 95.63%
- d)  $F_w$  = 9.6%
- e)  $T_w$  = 9.96%

**4** En un conjunto de pruebas de límites en arcilla del valle de México se obtuvieron los siguientes resultados:

**Límite Líquido**

Ensaye	No. de Golpes	peso cápsula + suelo húmedo gr	peso cápsula + suelo seco gr	Peso Cápsula gr
1	34/35	35.10	19.84	14.74
2	24/25	34.72	19.36	14.26
3	15/16	35.94	20.68	15.69
4	8/9	34.61	19.08	14.12

**Límite Plástico**

1		16.05	14.68	13.15
2		15.97	14.74	12.85

Calcule el límite líquido y el límite plástico. Dibuje la curva de flujo o fluidez y sitúe el suelo dentro de la carta de plasticidad.

DE 20

V

# CLASIFICACION DE SUELOS

1960

1960

Mate

1960

1960

88

**TEMA V**  
**CLASIFICACION DE SUELOS**

**5.1. Necesidad de clasificar suelos.**

Existen varios antecedentes sobre la necesidad dentro de la Mecánica de Suelos de que haya un sistema de clasificación de suelos que norme un criterio respecto a sus cualidades y propiedades mecánicas. Según esto, destacan los realizados por A. Casagrande, que dieron pie al llamado Sistema Unificado de Clasificación de Suelos, representado por las siglas SUCS, y que distingue los suelos finos de los gruesos de acuerdo a las partículas finas que pasan a través de la malla No. 200 (0.074 mm).

Así, un suelo es grueso, si más del 50% de sus partículas (en peso) son gruesas, y fino si más de la mitad de sus partículas son finas.

Dentro de los suelos gruesos, el Sistema Unificado de Clasificación de Suelos, considera a cada grupo representándolo con dos letras mayúsculas, que son las iniciales de los nombres ingleses de los suelos más típicos, tal como a continuación se indica:

SIMBOLO	SIGNIFICADO
G	Gravas
S	Arenas y suelos arenosos

Las gravas y arenas se separan en la malla No. 4 (4.76 mm) por lo que un suelo pertenecerá al grupo G si más del 50% de su fracción gruesa (o sea la retenida en la malla No. 200) no pasa la malla No. 4, y si sucede lo contrario, el suelo formará parte del grupo S.

**5.2. Suelos Gruesos**

Las gravas y arenas dan lugar a la siguiente clasificación, dependiendo de las características de limpieza, graduación y porcentaje de finos de cada grupo:

SIMBOLO	CARACTERISTICA
W	Material limpio de finos, bien graduado
P	Material limpio de finos, mal graduado
M	Material con finos no plásticos
C	Material con finos plásticos

Los anteriores símbolos precedidos del de la grava (G) o arena (S) dan lugar a los grupos que a continuación se mencionan, todos considerados suelos gruesos:

GRUPO	DESCRIPCION
GW y SW	Suelos bien graduados y con pocos finos o bien limpios, de tal manera que, en la práctica, el contenido de finos sea menor del 5% en peso. Para considerar una arena bien graduada, el Coeficiente de Uniformidad será mayor que 6, y el de Curvatura entre 1 y 3; para una grava, el Coeficiente de Uniformidad debe de ser mayor que 4 y el Coeficiente de Curvatura debe de estar comprendido también entre 1 y 3.

GP y SP

Este tipo de suelos siendo mal graduados, son de apariencia uniforme o presentan predominio de un tamaño fal-

GRUPO	tando algunos intermedios. Deben de satisfacer los requisitos señalados para los grupos GW y SW, pero no cumplen en lo referente a los índices de graduación necesarios para que se les considere bien graduados. Como ejemplo de éstos tenemos las arenas de las playas y médanos, etc.
GM y SM	Dentro de estos suelos, la proporción de finos afecta las principales características mecánicas (resistencia, esfuerzo-deformación, drenaje) de la parte gruesa. Normalmente esto ocurre para porcentajes de finos superiores al 12%. La plasticidad de estos finos es nula o media situándose bajo la línea A de la Carta de Plasticidad o bien con un índice de plasticidad menor que 4.
GC y SC	Igual que en los grupos GM y SM, el contenido de finos para estos grupos debe de ser mayor al 12% en peso; pero sin embargo, los finos para estos suelos son de media a alta plasticidad, localizándose sobre la línea A con un índice plástico mayor que 7.

A los suelos gruesos con contenido de finos comprendido entre el 5% y el 12% en peso, así como a los suelos cuyo material no cae claramente dentro de un grupo, el Sistema Unificado de Clasificación de Suelos les asigna un símbolo doble por considerarse casos de frontera.

### 5.3. Suelos Finos

Respecto a los suelos finos, el Sistema también considera a los suelos reuniéndolos en grupos formados por dos letras mayúsculas, elegidas con un criterio similar al usado para los suelos gruesos, tal como ya fue explicado en el capítulo anterior, al hacerse referencia a la llamada Carta de Plasticidad, obteniéndose las siguientes divisiones:

SIMBOLO GENERICO	MATERIAL
M	Limos inorgánicos
C	Arcillas inorgánicas
O	Limos y arcillas orgánicas

Estos tres tipos se subdividen a su vez, de acuerdo a su límite líquido, en dos grupos: si el LL es menor de 50%, se les añade al símbolo genérico la letra L (low compressibility), que representa a suelos de compresibilidad media o baja. A los suelos finos con un límite líquido mayor que el 50%, o sea suelos de alta compresibilidad, se les agrega tras el símbolo genérico la letra H (high compressibility).

Los suelos que contienen una gran cantidad de elementos orgánicos, suelos usualmente fibrosos tales como turbas y suelos pantanosos, que resultan ser altamente compresibles, se consideran dentro de un grupo independiente con símbolo Pt.

A continuación se describen los distintos grupos de suelos finos, en una forma más detallada, haciendo principal referencia a su localización dentro de la Carta de Plasticidad.

GRUPO	DESCRIPCION
CL y CH	A estos grupos pertenecen las arcillas inorgánicas. El grupo CL comprende a la zona sobre la línea A, definida por $LL < 50\%$ e $I_p > 7\%$ . El grupo CH corresponde a la

## GRUPO

zona arriba de la línea A, definida por  $LL > 50\%$ . Como ejemplo de este último grupo, se tienen las arcillas formadas por la descomposición química de cenizas volcánicas, tales como las arcillas del Valle de México, que llegan a poseer límites líquidos de hasta  $500\%$ .

## ML y MH

El grupo ML comprende la zona bajo la línea A, definida por  $LL < 50\%$  y la porción de la línea A con  $I_p < 4$ ; el grupo MH corresponde a la zona abajo de la línea A, definida por  $LL > 50\%$ . Dentro de estos grupos quedan comprendidos los limos típicos inorgánicos y limos arcillosos. Los tipos comunes de limos inorgánicos y polvo de roca que comprenden un límite líquido menor que el  $30\%$  caen, al igual que los depósitos eólicos, dentro del grupo ML. Las tierras diatomáceas prácticamente puras suelen no ser plásticas, por más que su límite líquido pueda ser mayor que  $100\%$ , por lo que caen, aún estando mezcladas con otros suelos de partículas finas, dentro de los grupos ML o MH.

## OL y OH

A estos dos grupos las zonas que les corresponden son las mismas que las de los grupos ML y MH, aunque cabe señalar que los suelos orgánicos siempre se encuentran en lugares próximos a la línea A.

## Pt

En suelos turbosos las pruebas de límites se ejecutan después de un completo remoldeo. El límite líquido en estos suelos suele estar entre  $300\%$  y  $500\%$ , quedando su posición dentro de la Carta de Plasticidad netamente abajo de la línea A.

El índice plástico normalmente se define por los límites  $100\% < I_p < 200\%$ .

Al igual que en los suelos gruesos, cuando un material fino no se define claramente en uno de estos grupos, se utilizarán para él símbolos dobles de frontera. Por ejemplo, el símbolo doble MH - CH representará un suelo fino con  $LL > 50\%$  e índice plástico tal que el material quede situado prácticamente sobre la línea A.

El SUCS no se concreta a ubicar al material dentro de uno de los grupos enumerados, sino que abarca, además, una descripción del mismo, tanto alterado como inalterado.

En los suelos gruesos, en general, deben proporcionarse los siguientes datos: nombre típico, porcentajes aproximados de grava y arena, tamaño máximo de las partículas, angulosidad y dureza de las mismas, características de su superficie, nombre local y geológico, etc., de acuerdo a la aplicación ingenieril que se va a hacer del material.

En suelos gruesos de estado inalterado se añadirán además datos sobre estratificación, compacidad, cementación, condiciones de humedad y características de drenaje.

Para los suelos finos se proporcionarán, en general, los siguientes datos: nombre típico, grado o carácter de su plasticidad, cantidad y tamaño máximo de las partículas gruesas, color del suelo húmedo, olor, nombre local y geológico, así como cualquier otra información descriptiva pertinente, de acuerdo a la aplicación que vaya a hacerse del material.

Los suelos finos en estado inalterado deberán de agregar información relativa a su estructura, estratificación, consistencia en los estados inalterado y remoldeado, condiciones de humedad y características de drenaje.

## EJERCICIOS RESUELTOS

**1** Una muestra de suelo llevada al laboratorio, se sometió a un análisis granulométrico por mallas, encontrándose que la malla No. 200 retuvo el 20% del suelo en peso y que el 92% pasó la malla No. 4. De la curva de distribución granulométrica se encontró que el coeficiente de uniformidad es 4 y el coeficiente de curvatura es 1.5. Cuando se analizaron los finos, el límite líquido fue de 250% y el límite plástico correspondiente de 150%. El contenido de materia orgánica se despreció. Interesa clasificar dicho suelo de acuerdo al SUCS.

### SOLUCION

De acuerdo al enunciado, los datos del problema se resumen a lo siguiente:

Malla No. 200 retuvo el 20%  
 Malla No. 4 dejó pasar el 92%  
 $C_u = 4$   
 $C_c = 1.5$   
 $LL = 250$   
 $LP = 150$   
 Suelo no orgánico

Analizando la cantidad de retenido por las mallas:

Malla	3"	No. 4	No. 200	Charola
% Retenido		8%	20%	72%

Es decir, se tiene que:

Grava	Arena	Finos
8%	20%	72%

Se obtienen las siguientes consideraciones:

- El contenido de finos es  $F = 72\% > 50\%$  → Suelo Fino
- El límite líquido  $LL = 250\% > 50\%$  → Suelo de alta compresibilidad
- Si aplicamos la ecuación de la línea A resulta que:

$$I_p = 0.73 (LL - 20) = 0.73(250 - 20) = 168\%$$

Es decir, la línea A corta a  $LL = 250\%$  cuando  $I_p = 168\%$

Para nuestro caso, el índice plástico es igual a:

$$I_p = LL - LP = 250 - 150 = 100\%$$

Es decir, el suelo en cuestión se encuentra localizado bajo la línea A de la carta de plasticidad, por lo que exist-

ten solamente dos posibilidades:

- 1o. Que se trate de un suelo OH.
- 2o. Que se trate de un suelo MH.

... pero de acuerdo a los datos originales del problema, se dijo que no existe materia orgánica en el suelo; por consiguiente:

El suelo es un Limo de Alta Compresibilidad MH

**2** Al analizar la granulometría de un suelo, se encontró que el 2% del peso de la fracción más gruesa fue retenido por la malla No. 4. La malla No. 200 dejó pasar el 8% del peso total y el material retenido por la misma malla tiene un coeficiente de uniformidad igual a 8 y un coeficiente de curvatura igual a 2. En cuanto a la fracción fina, el límite líquido es igual al 45% y el límite plástico igual al 31%. Clasificar el suelo de acuerdo al SUCS.

**SOLUCION:**

Del enunciado tenemos que:

$$\begin{aligned} \text{Suelos Gruesos} &= 92\% \\ \text{Suelos Finos} &= 8\% \end{aligned}$$

De los Suelos Gruesos, solamente el 2% de ellos son graves, es decir:

$$\text{Gravas} = (92 \times 0.02) = 1.84\%$$

... consecuentemente:

$$\text{Arenas} = (92 - 1.84) = 90.16\%$$

Se trata entonces de un suelo arenoso ya que  $S > G$ .

Los coeficientes de curvatura y uniformidad, nos indican lo siguiente:

$$C_u = 8$$

$$C_c = 2$$



Se trata de una arena bien graduada SW

Se tiene un 8% de contenido de finos, es decir:

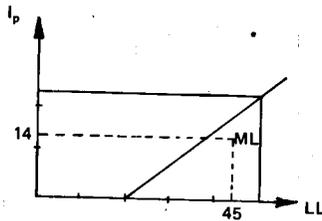
$$5\% < F < 12\%$$

... por lo que se tratará de un caso de frontera que requiere símbolo doble.

Por otro lado, sabiendo que su índice plástico es igual a:

$$I_p = LL - LP = (45 - 31) = 14\%$$

... recurrimos a la Carta de Plasticidad para identificar plenamente su colocación, resultando:



Finalmente y en base a todas las anteriores consideraciones decimos que se trata de un suelo

**SW - SM**

*Arena bien graduada Poco Limosa*

**3** Para la determinación del límite líquido de un suelo, cuyo contenido de agua natural es 65%, se obtuvieron los siguientes resultados:

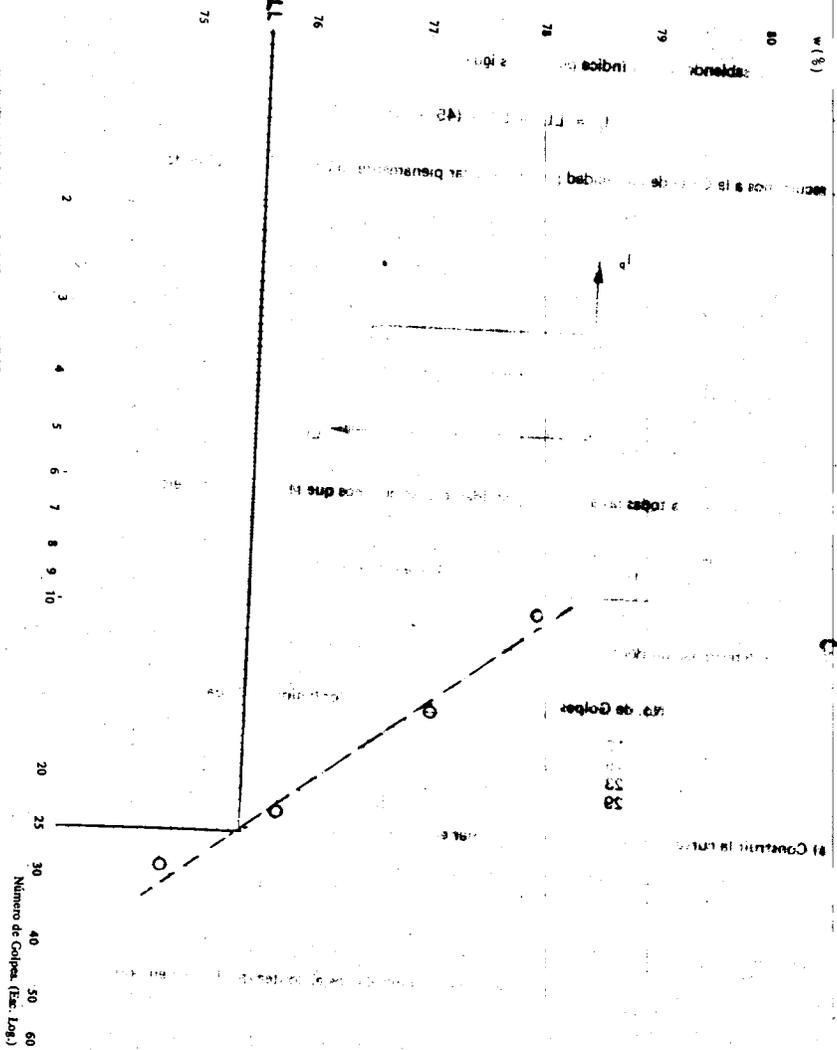
No. de Golpes	Contenido de Agua
10	78.1%
15	77.2
23	75.9
29	74.9

a) Construir la curva de fluidez y determinar el límite líquido.

b) Si en dos determinaciones del límite plástico se obtuvieron 45.2 y 46.8%, calcular el índice de liquidez y ayudándose de la carta de plasticidad, estimar las propiedades del suelo, en el cual se notó la existencia de materia orgánica.

#### SOLUCION

a) Para graficar la curva de flujo, en el eje de las ordenadas dibujamos el contenido de agua en porcentaje, mientras que en el eje de las abscisas, que estará en escala logarítmica, se considerará el número de golpes, todo esto basándose en los datos proporcionados.



De acuerdo a la curva de flujo obtenida, para 25 golpes se tendrá que el límite líquido es:

$$LL = 75.6\%$$

b) Se puede estimar que el límite plástico es, según un promedio:

$$LP = \frac{45.2 + 46.8}{2} = 46.0\%$$

De esa manera, el índice de liquidez es:

$$I_L = \frac{w - LP}{LL - LP} = \frac{65.0 - 46.0}{75.6 - 46.0}$$

$$IL = 64.4\%$$

Por otro lado, el índice plástico es igual a:

$$I_p = LL - LP = 75.6 - 46.0$$

$$I_p = 29.6\%$$

Finalmente, ya conocidos el límite líquido y el índice plástico del suelo, y considerando que se notó originalmente la existencia de materia orgánica, podemos decir, apoyándonos en la carta de plasticidad, que el suelo en cuestión es:

OH Limo orgánico muy compresible



FACULTAD DE INGENIERIA

G-610982

4 Para el cálculo del límite líquido de un suelo cuyo contenido de agua es del 48%, se usó la copa de Casagrande, obteniéndose lo siguiente:

Límite plástico LP = 24.5%

No. de Golpes	Contenido de Agua
28	51.6%
22	52.2
13	53.8
7	52.2

- a. Dibujar la curva de flujo y encontrar el límite líquido.
- b. Calcular el índice de liquidez y con ayuda de la Carta de Plasticidad, clasificar el suelo de acuerdo a su probable comportamiento.

**SOLUCION**

- a) De acuerdo con los datos y despreciando el 4o. punto por estar muy alejado de la tendencia, la gráfica es:

w (%)

56

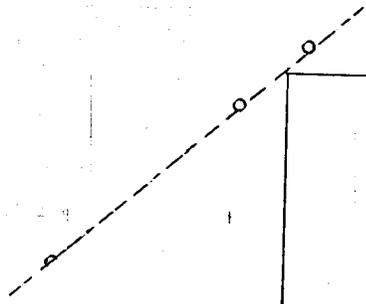
55

54

53

52

51



N (Número de Golpes. Esc. Log.)

2 3 4 5 6 7 8 9 10 20 30 40 50

N (Número de Golpes. Esc. Log.)

De la gráfica, para 25 golpes:

$$LL = 51.8\%$$

b) Se tiene que:

$$I_L = \frac{w - LP}{LL - LP} = \frac{w - LP}{I_p} = \frac{48 - 24.5}{51.8 - 24.5} \times 100$$

$$I_L = 87.99\%$$

Veamos ahora que tipo de suelo es:

El punto en donde la línea A corta a  $LL = 51.8\%$  es:

$$I_p = 0.73(LL - 20) = 0.73(51.8 - 20) = 23.21$$

Para este problema:

$$I_p = LL - LP = 51.8 - 24.5 = 27.3$$

Como  $23.21 < 27.3$  → El suelo en cuestión se encuentra sobre la línea A, tratándose seguramente de una arcilla.

Por otro lado:

$LL > 50$  → Este suelo tiene una gran compresibilidad

Resumiendo, el suelo es:

**CH, arcilla inorgánica franca de alta compresibilidad**

### EJERCICIOS PROPUESTOS

**1** Clasifique el siguiente suelo:

- Pasa la malla No. 200: 8%
- Pasa la malla No. 4: 60% de la fracción gruesa
- $C_u = 7$
- $C_c = 5$
- Para la fracción fina:  $LL = 60\%$        $LP = 40\%$

RESPUESTA

**El suelo es SP - SM: Arena mal graduada poco limosa.**

**2** Los suelos A y B fueron cribados y ensayados en laboratorio, obteniéndose las siguientes características:

	Suelo A	Suelo B
Peso total (gr)	1.118	815
Peso malla No. 200 (gr)	83	695
Retenido por malla No. 4 (gr)	712	20
D <sub>60</sub> (mm)	6.4	
D <sub>30</sub> (mm)	2.4	
D <sub>10</sub> (mm)	0.8	
Límite Líquido (%)	45	86
Límite Plástico (%)	13	59

Asignar a cada uno el símbolo que le corresponde según el Sistema Unificado de Clasificación de Suelos.

**3** Clasificar el suelo de cuyo análisis granulométrico se obtuvieron los siguientes resultados:

- 10% retenido en la malla No. 4
- 60% pasa la malla No. 4 y es retenido en la malla No. 200
- 30% pasa la malla No. 200
- LL = 40% , LP = 20%
- C<sub>u</sub> = 4

RESPUESTA

El suelo es SC : Arena arcillosa

**4** Dibujar los límites de consistencia de los siguientes suelos en la Carta de Plasticidad y asignar a cada uno el símbolo que le corresponde en el SUCS, atendiendo tanto a los límites como a la descripción dada.

SUELO NUM.	LIMITE LIQUIDO	LIMITE PLASTICO	DESCRIPCION DEL SUELO
1	35	19	Arcilla inorgánica verde olivo, de plasticidad media a baja, resistencia media en estado seco.
2	59	25	Arcilla inorgánica de color claro y alta plasticidad.
3	22	18	Polvo de roca de muy baja plasticidad y muy poca resistencia en estado seco.
4	46	29	Arcilla caolinítica amarillo claro; resistencia en estado seco de media a baja.
5	23	15	Limo areno-arcilloso con grava, resistencia media en estado seco; límites de consistencia determinados sólo en la fracción que pasó la malla No. 40.
6	85	40	Arcilla limosa orgánica de color gris oscuro y resistencia media en estado seco.
7	72	36	Muestra No. 6 secada al aire.
8	59	35	Muestra No. secada al horno.
9	585	238	Turba.
10	77	25	Arcilla de un depósito finamente estratificado con capas de limo cuya resistencia en estado seco va de media a alta.
11	38	23	Estratos limosos de un depósito finamente estratificado con la arcilla No. 10, cuya resistencia en estado seco va de media a baja.

**5** Una muestra de suelo se cribó y ensayó en el laboratorio obteniéndose los siguientes resultados:

- 95% del peso total pasó malla No. 4
- 90% del peso total retenido en malla No. 200
- $D_{60} = 0.75$  mm.
- $D_{30} = 0.45$  mm.
- $D_{10} = 0.20$  mm.
- LL = 32%
- LP = 14%

- Color café claro
- Inodoro
- Partículas angulosas con tamaño máximo 2 cm.

Clasificar el suelo y describir sus probables características.

**RESPUESTA**

Se trata de un suelo SP – SC, arena mal graduada arcillosa; menor resistencia a esfuerzos de compresión ya que las puntas fallan y un mayor ángulo de fricción interna al haber más trabazón.

**VI**  
**FLUJO DE AGUA**

TEMA VI  
FLUJO DE AGUA

6.1. Introducción.

El agua del suelo puede clasificarse en tres categorías, dependiendo de la movilidad dentro de él:

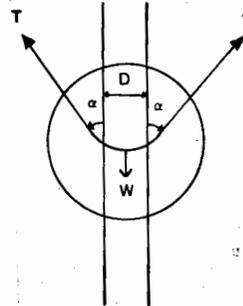
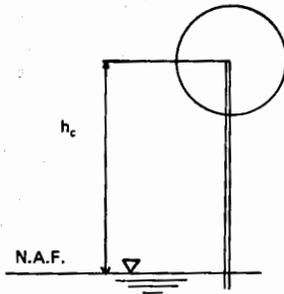
- *Agua Adsorbida.* Esta agua está ligada a las partículas del suelo por fuerzas de origen eléctrico.
- *Agua Capilar.* Esta agua cuyo flujo presta gran importancia en algunas cuestiones de Mecánica de Suelos, se encuentra por arriba del Nivel de Aguas Freáticas (N.A.F.).
- *Agua Libre o Gravitacional.* Esta agua puede moverse en el interior de la masa de un suelo por efecto de la gravedad terrestre sin otro obstáculo que el que le impone su viscosidad y la trama estructural del suelo; en este capítulo se tratará sobre el flujo de este tipo de agua.

En una masa de suelo, el agua libre está separada del agua capilar por una superficie de agua a la que se le denomina Nivel de Aguas Freáticas. Se le considera Nivel de Aguas Freáticas (N.A.F.) a la superficie que constituye el lugar geométrico de los puntos en que el agua posee una presión igual a la atmosférica, que en cuestiones de flujo de agua y para fines ingenieriles en los que se trabaja con presiones manométricas, se le considera igual a cero.

6.2. Capilaridad de los Suelos.

Existe evidencia de que una superficie líquida resiste tensiones debido a la atracción superficial entre moléculas adyacentes; esta atracción molecular viene medida por la tensión superficial, una propiedad constante de cualquier líquido puro en contacto con otro líquido o con un gas a una cierta temperatura. Este fenómeno permite que un suelo seco succione o mantenga agua a niveles por encima del nivel freático, el nivel al que asciende es inversamente proporcional al tamaño de los poros del suelo.

La altura ( $h_c$ ) de ascenso capilar, de acuerdo con el siguiente croquis está dada por la fórmula que a continuación se demuestra:



En donde:

$W$  = Peso de la columna de agua por encima del N.A.F.

$$W = (\pi D^2/4)h_c \gamma_w$$

$F$  = Fuerza debida a la tensión capilar ( $T$ ) =  $\pi D T \cos \alpha$

Para el equilibrio:

$$W = F$$

$$\frac{\pi D^2}{4} h_c \gamma_w = \pi D T \cos \alpha$$

$$\therefore h_c = \frac{4 T \cos \alpha}{D \gamma_w} \quad \dots \dots \dots (A)$$

$$h_{c \text{ máx}} = \frac{4 T}{D \gamma_w}$$

Si  $\alpha = 0 \Rightarrow \cos \alpha = 1$  este valor se presenta cuando el tubo capilar es de vidrio.

Además se sabe que:

$$T = 0.074 \text{ g/cm}$$

contacto aire-agua a 20°C.

$$\therefore h_{c \text{ máx}} = \frac{0.3}{D} \quad \text{D y h en centímetros}$$

### 6.3. Esfuerzos Totales, Neutros y Efectivos.

En una masa de suelo existen esfuerzos producidos por el peso propio del suelo (fase sólida y líquida) o por sobrecargas que se le imponen. En Mecánica de Suelos se acostumbra clasificar los esfuerzos en totales, neutros y efectivos y la relación que existe entre ellos lo expresa la siguiente fórmula:

$$P = \bar{P} + u$$

$$\therefore \bar{P} = P - u \quad \dots \dots \dots (B)$$

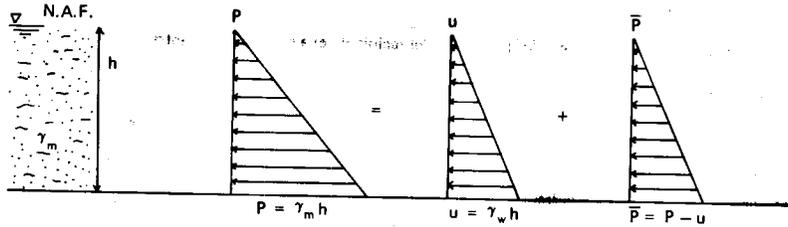
Donde:

$\bar{P}$  = Esfuerzo efectivo o intergranular, de la magnitud de éste depende la resistencia al esfuerzo cortante de un suelo.

$P$  = Esfuerzo total, es un esfuerzo debido al peso de la fase sólida y líquida que constituye un suelo y su magnitud ( $P$ ), para un estrato que se le considere homogéneo con peso volumétrico ( $\gamma_m$ ), a una profundidad ( $h$ ) es:  $P = \gamma_m h$

$u$  = Esfuerzo neutro de poro, este esfuerzo generalmente es producto de la presión hidrostática que produce el agua intersticial, su magnitud para una profundidad ( $z$ ) medida a partir del N.A.F. es:  $u = \gamma_w z$ ; produciendo esfuerzos de tensión o compresión, dependiendo si ( $z$ ) se mide a partir del N.A.F., hacia arriba o hacia abajo respectivamente.

Gráficamente, se acostumbra representar los esfuerzos de la siguiente manera:



Para  $n$  estratos, los esfuerzos (totales, neutros y efectivos) de cada estrato se suman para obtener los esfuerzos a la profundidad de interés.

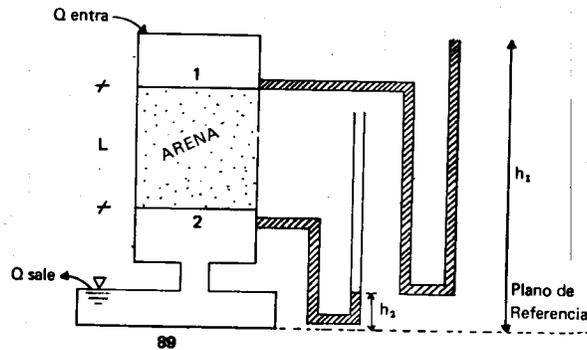
#### 6.4. Flujo de agua unidimensional.

Darcy utilizó un dispositivo semejante al que aparece en la figura, para estudiar las propiedades del flujo a través de un lecho filtrante de arenas; hizo variar la longitud de la muestra ( $L$ ) y la presión del agua en las partes superior e inferior de la misma, midiendo el gasto  $Q$  a través de la arena. Darcy encontró que:

$$Q = k \left( \frac{h_1 - h_2}{L} \right) A = k i a$$

$$Q = v A$$

$$v = k i \dots \dots \dots (C)$$



Donde:

$Q$  = Gasto.

$k$  = Una constante conocida actualmente como coeficiente de permeabilidad de Darcy.

$h_1$  = Altura sobre el plano de referencia, que alcanza el agua en un tubo colocado en la entrada de la capa filtrante (altura piezométrica en 1).

$h_2$  = Alturas, sobre el plano de referencia, que alcanza el agua en tubo colocado a la salida de la capa filtrante (altura piezométrica en 2).

$L$  = Longitud de la muestra.

$A$  = Area total interior de la sección transversal del recipiente que contiene la muestra.

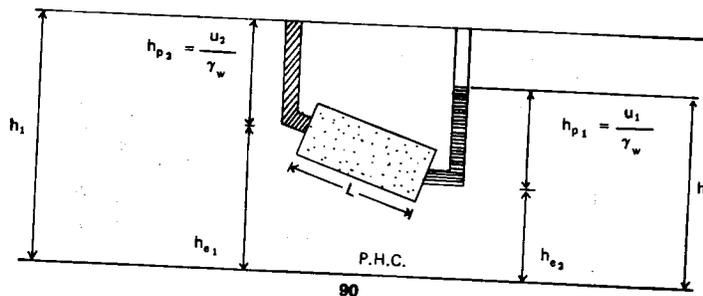
$v$  = Velocidad de descarga.

$i = \frac{h_1 - h_2}{L}$  = gradiente hidráulico o pérdida de energía por unidad de longitud.

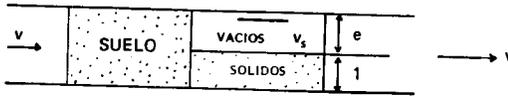
Para determinar el gradiente hidráulico debe tomarse en cuenta que  $h_1$  y  $h_2$  nos dan la energía total en los puntos 1 y 2 en términos de alturas o cargas hidráulicas, correspondientes a la energía por unidad de masa, debidas a la carga de presión ( $u/\gamma_w$ ) y carga geométrica o de posición respecto a el plano horizontal de comparación (P.H.C.); esta carga, no toma en cuenta la carga de velocidad, ya que la ley de Darcy (Ecuación C) es válida para flujo laminar, la cual implica velocidades muy pequeñas y la energía correspondiente es despreciable, por lo tanto:

$$h_1 = h_{p1} + h_{e1} \quad \text{y} \quad h_2 = h_{p2} + h_{e2}$$

Resumiendo, la carga hidráulica total es igual a la carga piezométrica (suma de carga de presión y elevación) cuando se desprecia la carga de velocidad ( $v^2/2g$ ) como se aprecia en la siguiente figura:



La velocidad de descarga ( $v$ ) es la que lleva el agua inmediatamente antes o después de entrar o salir del suelo.



La velocidad que lleva el agua en el interior de la masa se llama velocidad de flujo ( $v_s$ ).

Por continuidad, el gasto que pasa a través del tubo que contiene la muestra de suelo es igual al que atraviesa dicha muestra, por lo que:

$$v(1 + e) = v_s e \quad \therefore$$

$$\therefore v_s = \frac{1 + e}{e} v = \frac{v}{n} \quad \dots \dots \dots (D)$$

La permeabilidad de un suelo se determina en el laboratorio o en el campo.

Entre los métodos utilizados en el laboratorio están:

- El permeámetro de carga constante.
- El permeámetro de carga variable.

Su uso se comentará más adelante en los problemas resueltos.

Las variables que más afectan la permeabilidad son:

- a) Relación de vacíos.
- b) Granulometría.
- c) La micro estructura y macro estructura.
- d) El grado de compactación.
- e) Temperatura.
- f) Grado de saturación.
- g) Naturaleza del fluido.

Como se puede apreciar la permeabilidad es función de muchas variables por lo que su estimación para una formación geológica es compleja, comentaremos las primeras y se dejan al estudiante que comente de que manera influyen los demás.

a) *La relación de vacíos.* Empíricamente se ha visto que en suelos no cohesivos.

$$k = e^3 k'$$

Con esta ecuación basta conocer  $k$  y  $e$  en cualquier lugar del suelo para determinar el valor de  $k'$ , la que es constante en todo ese suelo; para determinar  $k$  en otra parte del mismo suelo, basta determinar la relación de vacíos ( $e$ ) correspondiente.

Para suelos cohesivos, Taylor encontró que graficando el coeficiente de permeabilidad contra la relación de vacíos en papel semilogarítmico, se obtenía una recta para un mismo suelo, por lo tanto:

$$e - e_2 = \frac{e_1 - e_2}{\log k_1 - \log k_2} (\log k - \log k_2)$$

De donde:

$$k = \text{antilog} \left[ \frac{(e - e_2) \log \frac{k_1}{k_2}}{e_1 - e_2} + \log k_2 \right]$$

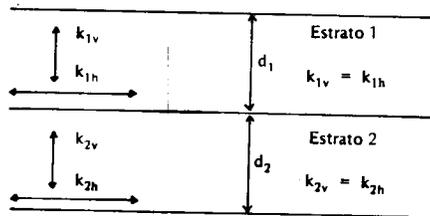
b) *La Granulometría.* Los conductos más pequeños son los que gobiernan la permeabilidad.

Allen Hazen (1911) encontró para filtros de arena que el coeficiente de permeabilidad puede ser estimado burdamente como:

$$k = 100 D_{10}^2 \quad \text{para } 0.1 < D < 3 \text{ mm y } C_u < 5$$

c) *La Micro-Estructura.* Las formas y disposición de las partículas de un suelo, afectan su permeabilidad.

d) *La Macro-Estructura.* La estratigrafía de un perfil de una formación geológica afecta la permeabilidad. Para determinar el coeficiente de permeabilidad representativo tanto en sentido horizontal y vertical de n estratos utilizaremos el siguiente croquis:



De acuerdo con el croquis y bajo la suposición de que para cada estrato  $k_v = k_h$ .

Cuando el agua fluye en dirección horizontal, se tiene que el gasto total es igual a la suma de los gastos de cada estrato, es decir:

$$q = q_1 + q_2$$

Para un fondo unitario, el área de la sección transversal es:

$$A_1 = 1 \times d_1 = d_1$$

De donde:

$$q = q_1 + q_2 = k_{1h} i d_1 + k_{2h} i d_2 = k_h i (d_1 + d_2)$$

$$k_h = \frac{k_{1h} d_1 + k_{2h} d_2}{d_1 + d_2}$$

Aceptando que:

$$i_1 = i_2 = i$$

Así para j estratos

$$k_h = \frac{\sum k_j d_j}{\sum d_j} \quad \text{(E)}$$

Cuando el agua fluye en dirección vertical el gasto que atraviese los estratos es el mismo, por lo que si se considera un área unitaria:

$$q = q_1 = q_2 = k_{1v} \frac{\Delta h_1}{d_1} = k_{2v} \frac{\Delta h_2}{d_2}$$

$$\therefore \Delta h_1 = \frac{q d_1}{k_{1v}} ; \Delta h_2 = \frac{q d_2}{k_{2v}}$$

También:

$$q = k_v \frac{\Delta h}{d_1 + d_2}$$

$$\therefore \Delta h = \frac{(d_1 + d_2) q}{k_v} \quad \text{I}$$

Además:

$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 = \frac{q d_1}{k_{1v}} + \frac{q d_2}{k_{2v}} \quad \text{II}$$

Igualando I y II:

$$\frac{(d_1 + d_2) q}{K_v} = \frac{q d_1}{k_{1v}} + \frac{q d_2}{k_{2v}}$$

$$\therefore k_v = \frac{d_1 + d_2}{\frac{d_1}{k_{1v}} + \frac{d_2}{k_{2v}}}$$

Para j estratos

$$k_v = \frac{\sum d_i}{\sum \frac{d_i}{k_{jv}}} \quad \text{..... (F)}$$

De este análisis, nos damos cuenta que existe una permeabilidad mayor en el sentido de la estratificación, ya que en dicho sentido el gasto lo determina el estrato más permeable, mientras que en el sentido normal a la estratificación, el gasto está gobernado por el estrato menos permeable.

### 6.5 Flujo de Agua Bidimensional.

La ecuación diferencial de flujo de agua bidimensional en un medio homogéneo e isótropo es:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad \text{..... (G)}$$

si  $k_x = k_y = k$  (isótropo)

La ecuación (G) se le conoce como ecuación de Laplace y ha sido muy estudiada por describir matemáticamente muchos fenómenos físicos de gran importancia práctica.

La solución general de la ecuación de Laplace está constituida por dos grupos o familias de curvas que se intersecan ortogonalmente, la solución que satisface las condiciones de frontera de una región de flujo específica, constituirá la solución particular de la ecuación de Laplace; sin embargo, la ecuación de Laplace es matemáticamente integrable sólo en condiciones muy simples de flujo de agua, por lo que en la práctica se utiliza el procedimiento gráfico de Forchheimer, quien demostró que la función carga hidráulica "h" que gobierna el flujo de un medio poroso es una función armónica, es decir, que satisface la ecuación de Laplace, este método gráfico se le conoce como Red de Flujo.

El método de la Red de Flujo, se basa en la afirmación de que la solución de la ecuación (G) está resuelta por dos familias de curvas ortogonales entre sí, que son las líneas de flujo y las líneas equipotenciales. El trazo de una red de flujo comprende en la práctica los siguientes pasos:

1. Delimitación de la zona de flujo que se desea estudiar, analizando sus condiciones específicas de frontera.

2. Trazo de dos familias de curvas ortogonales entre sí que satisfagan las condiciones de frontera y que constituyan la solución única de la ecuación de Laplace.

3. Dibujar las líneas de flujo de manera que el gasto que pase por el canal formado entre cada dos de ellas sea el mismo, según lo anterior, se tendrá un cierto número de canales de flujo  $N_f$ , de tal manera que:

$$\Delta q = \frac{q}{N_f} \dots \dots \dots (G.1)$$

3. Dibujar las líneas equipotenciales de manera que la carga hidráulica  $\Delta h$  en cada dos de ellas sea la misma, es decir, escoger un cierto número de caídas equipotenciales  $N_e$ , de tal modo que:

$$\Delta h = \frac{H}{N_e} \dots \dots \dots (G.2)$$

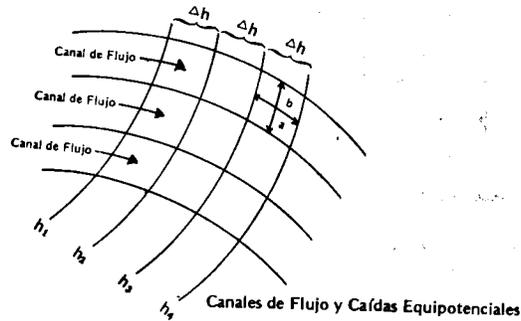
Donde:

H = La carga hidráulica total perdida en toda la zona del flujo, que en la ecuación (G) esta representada por h.

Suponiendo que se ha trazado la red de flujo cumpliendo los requisitos anteriores, como se muestra en la figura siguiente, donde "a" es el ancho de los canales de flujo (ancho entre las líneas de flujo) y la distancia de las líneas equipotenciales es "b", el gasto  $\Delta q$  que pasa por el canal vale, según la ley de Darcy,

$$\Delta q = vA = kiA$$

$$\Delta q = k \frac{\Delta h}{b} a \dots \dots \dots (G.3)$$



Sustituyendo (G.2) en (G.3), obtenemos:

$$\Delta q = k \frac{H/N_e}{b} a = \frac{k H a}{N_e b} \dots \dots \dots (G.4)$$

y el gasto total q por unidad normal al plano del papel es, según la ecuación (G.1),

$$q = N_f \Delta q = k H \frac{N_f a}{N_e b} \dots \dots \dots (G.5)$$

Si la red de flujo se traza de tal modo que la relación  $a/b = 1$ , obtenemos finalmente

$$q = k H \frac{N_f}{N_e} \dots\dots\dots (G.6)$$

Que es la ecuación que nos da el gasto por unidad de longitud perpendicular al papel. Esta ecuación es válida si se aceptan las siguientes hipótesis:

- 1o. El régimen es establecido
- 2o. El suelo está saturado
- 3o. El agua y las partículas sólidas son incompresibles en sí mismas
- 4o. El flujo no modifica la estructura del suelo en ninguna forma
- 5o. Es válida la Ley de Darcy
- 6o. El suelo a través del que ocurre el flujo es isótropo en cuanto a permeabilidad, es decir:

$$k_x = k_y = k$$

Las hipótesis 1a. a 5a. son aceptables para fines ingenieriles, sin embargo, no así la última hipótesis, en suponer isotropía en cuanto a permeabilidad; no obstante, bajo la teoría de la sección transformada, que no es más que un artificio matemático, se puede resolver el caso en que  $k_x \neq k_y$ . Haciendo la siguiente transformación:

$$y' = \sqrt{\frac{k_x}{k_y}} y \dots\dots\dots (H)$$

Se resuelve el problema de Flujo de Agua bidimensional en un medio anisótropo, es decir, cuando  $k_x \neq k_y$ .

**6.6. Fuerza de Filtración. (J)**

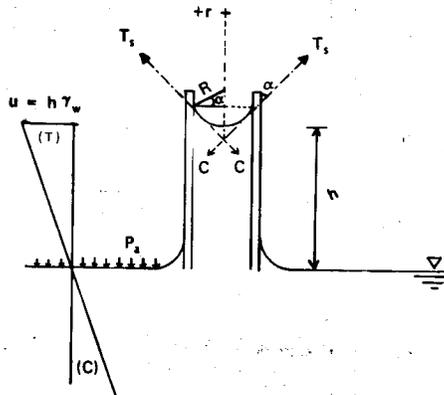
El agua en movimiento ejerce fuerza de filtraciones sobre la estructura del suelo por efecto de arrastre friccional. En un suelo isótropo la fuerza de filtración siempre actúa en la dirección de la corriente, esta fuerza se calcula por unidad de volumen del suelo, por lo tanto:

$$J = \frac{\text{Fuerza de filtración}}{\text{Volumen del Suelo}} = \frac{H \gamma_w A}{L A}$$

$$J = i \gamma_w \dots\dots\dots (I)$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1 Calcular la tensión capilar máxima en  $\text{gr/cm}^2$ , en un tubo con 0,005 mm de diámetro. Calcule la ascensión capilar máxima del agua en dicho tubo.



SOLUCION

$$u = h \gamma_w = \frac{2 T_s \cos \alpha}{r} = \frac{2 T_s}{R}$$

DONDE

$u$  = Esfuerzo de tensión capilar.

$h$  = Altura de ascensión capilar.

$\gamma_w$  = Peso específico del fluido.

$T_s$  = Coeficiente de tensión capilar.

$R$  = Radio del menisco =  $\frac{r}{\cos \alpha}$

$r$  = Radio del tubo capilar.

$\alpha$  = Angulos de contacto entre el menisco y el recipiente.

$P_a$  = Presión atmosférica que se considera como origen de la presión manométrica, ya sea positiva o negativa.

Para el caso de agua vidrio \*  $\alpha = 0 \Rightarrow R = r$ .

En el caso de agua-aire experimentalmente se ha probado que:

$$T_s = 73 \text{ dinas/cm} = 0.074 \frac{\text{g-f}}{\text{cm}}$$

Por lo tanto, sustituyendo:

$$u = \frac{2 T_s}{R} = \frac{2 \times 0.074 \text{ g/cm}}{0.00025 \text{ cm.}} = 592 \text{ g/cm}^2$$

$$u = 592 \text{ g/cm}^2$$

Como:

$$u = h \gamma_w \Rightarrow h = \frac{u}{\gamma_w} = \frac{592 \text{ g/cm}^2}{1 \text{ g/cm}^3}$$

$$h = 592 \text{ cm} = 5.92 \text{ m}$$

$$h = 5.92 \text{ m}$$

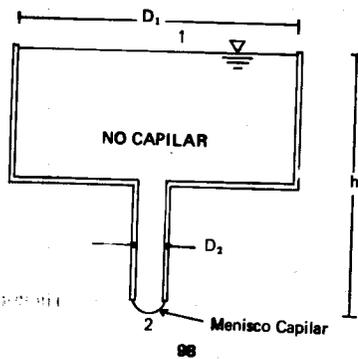
\*  $\alpha = 0$  cuando se tiene la máxima tensión capilar, que es cuando se presente la máxima ascensión capilar.

#### OBSERVACION:

De este ejemplo nos damos cuenta cómo los esfuerzos de tensión en el agua se traducen en esfuerzos de compresión en el tubo capilar que la contiene, según lo explica una de las leyes de Newton que a toda acción corresponde una reacción de magnitud igual, pero de sentido contrario, lo cual se representa en el croquis anterior:

Esto mismo sucede en los suelos, ya que éstos contienen un conjunto de orificios, los cuales están intercomunicados formando una serie de vasos capilares, en donde se da lugar dicho fenómeno, lo cual explica el porqué se produce la contracción en suelos finos.

2 Calcule, en la figura, la h máxima compatible con el equilibrio.



**SOLUCION:**

Para que exista equilibrio:

$$P_1 + u_1 = P_2 + u_2 + h \gamma_w$$

$$u_2 = u_1 - h \gamma_w \quad \dots \dots \dots \text{SOLUCION (a)}$$

Como no existe tensión capilar en (1)  $\Rightarrow u_1 = 0$  y la máxima tensión capilar  $u_2$  está dada por:

$$u_2 = \frac{2 T_s \cos \alpha}{r_2}$$

Para agua-vidrio tenemos:

$$\alpha = 0 \Rightarrow \cos \alpha = 1 \text{ y } T_s = 0.074 \text{ g/cm}$$

$$\therefore u_2 = \frac{2 T_s}{r_2} = \frac{4 T_s}{D_2} = \frac{4 (0.074)}{D_2} = \frac{0.3}{D_2} \quad \dots \dots \dots \text{(b)}$$

Sustituyendo (b) en (a) y despejando h:

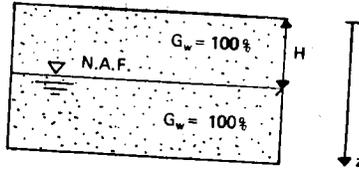
$$h = \frac{-u_2}{\gamma_w} = \frac{-0.3}{D_2 \gamma_w}$$

$$h = \frac{-0.3}{D_2 \gamma_w}$$

El signo (-) indica tensión capilar en el agua y por reacción a estas tensiones las paredes del tubo sufren presión capilar, lo cual tiende a cerrar el tubo y acortar su longitud.

Estos dos ejemplos nos ilustran como el fenómeno de tensión capilar produce compresión en el tubo capilar que contiene el fluido. Cuando este acontece en los suelos (ya que los poros intercomunicados de los suelos, se pueden considerar como un conjunto de tubos capilares), aumenta los esfuerzos efectivos, como se verá en el siguiente ejemplo, lo cual explica el porque se produce la consolidación por secado de los suelos.

**3** El esquema muestra un estrato limoso, el nivel de aguas freáticas se encuentra a una profundidad H y sobre él, el suelo tiene un grado de saturación del 100% producido por capilaridad, determinar las gráficas de distribución de presiones total de poro y efectiva, explicar la obtención de ellas.



**SOLUCION**

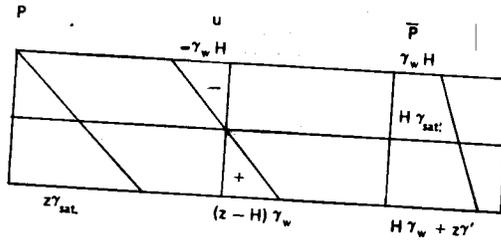
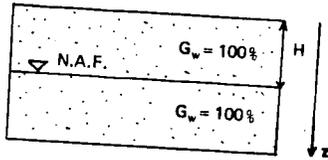
En forma general la distribución de presiones para un conjunto de estratos es:

$$\sum_{i=1}^n z_i \gamma_i$$

**DONDE**

- $z_i$  = La profundidad a la cual el peso volumétrico  $\gamma_i$  es constante.
- $\gamma_i$  = Peso volumétrico del material del cual se desea conocer la distribución de presiones a la profundidad  $z_i$ .
- $n$  = El número de estratos en los cuales varía el peso volumétrico ( $\gamma_i$ ) del perfil del subsuelo en cuestión y que se encuentran por encima del punto del cual se quiere conocer la presión.

Por lo tanto:



$P$  = Presión total =  $z \gamma_{sat}$  Ya que es un solo estrato en que las condiciones no cambian; es decir  $\gamma = \text{constante}$ .

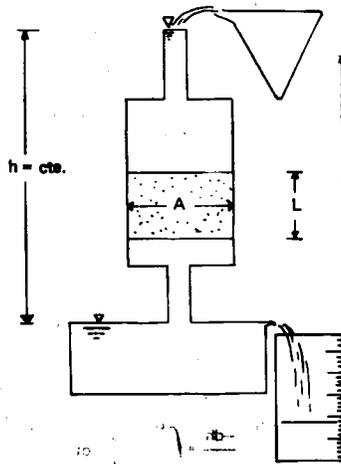
$u$  = Presión de poro Como se aprecia en el diagrama, el agua que se encuentra arriba del N.A.F. (Nivel de Aguas Freáticas) se encuentra a tensión por efecto de la tensión capilar, la que se está representando con el signo menos y con signo positivo a los esfuerzos de compresión.

$\bar{P}$  =  $P - u$  Presión efectiva; como se aprecia en el diagrama una tensión en el agua produce un aumento en la presión efectiva.

**4** Un permeámetro de Carga Constante, consiste como se muestra esquemáticamente en la figura, de un tubo que contiene una muestra de suelo y es alimentada con agua, de modo que su gradiente hidráulico es el mismo du-

rante el tiempo que dura la prueba. El agua que filtra a través del suelo se recoge durante un tiempo determinado obteniéndose que el gasto es:

$$q = \frac{\text{Vol}}{t}$$



DONDE

Vol = Volumen recogido por el recipiente durante el tiempo que dura la prueba.

t = Tiempo de duración de la prueba.

Pero también:

$$q = vA = kiA = k \frac{h}{L} A$$

Donde A es el área de la sección transversal de la muestra, por lo tanto de la ecuación anterior obtenemos:

$$k = \frac{qL}{hA}$$

Este tipo de prueba solo puede hacerse en materiales que no sean muy impermeables, de modo que el volumen de agua recogido en el recipiente no tenga tiempo de evaporarse.

5. Un permeámetro de Carga Variable se representa esquemáticamente en la figura. El tubo delgado (de área de sección  $a$  es de diámetro suficientemente pequeño para que la evaporación pueda despreciarse, por lo que cuando se requiere medir el coeficiente de permeabilidad de un suelo con permeabilidad muy pequeña, como lo son las limos, se recomienda este tipo de permeámetro.

En la figura,  $h_0$  representa la carga hidráulica total del agua en el tiempo  $t_0$ , es decir, al iniciar la prueba y  $h_1$  la carga hidráulica total en el tiempo  $t_1$ .  $A$  y  $L$  representan el área de la sección transversal y la longitud de la muestra respectivamente. Por lo consiguiente, el volumen de agua ( $v$ ) que ocupaba el tubo pequeño en el instante  $t_0$ , se ve disminuído para el instante  $t_1$ , en:

$$dv = -a dh \quad (1)$$

Lo cual en función del tipo de suelo y de acuerdo a la Ley de Darcy es:

$$dv = ki A dt = k \frac{h}{L} A dt \quad (2)$$

Igualando (1) y (2):

$$-adh = k \frac{h}{L} A dt$$

$$\frac{dh}{h} = \frac{k A}{a L} dt$$

Integrando en ambos miembros:

$$\int_{h_0}^{h_1} \frac{-dh}{h} = \int_{t_0=0}^{t_1} \frac{kA}{aL} dt$$

$$-\int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{h} = \frac{k A}{a L} \int_{t_0=0}^{t_1} dt$$

$$Ln \frac{h_0}{h_1} = \frac{k A}{a L} t_1$$

De donde:

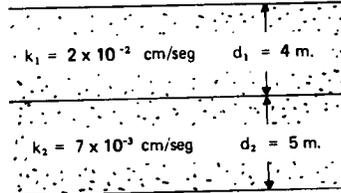
$$k = \frac{L a}{A t_1} Ln \frac{h_0}{h_1}$$

Pasando a logaritmos decimales:

$$k = \frac{2.3 La}{A t_1} \text{Log} \frac{h_0}{h_1}$$

$t_1$  = Duración de la prueba

**6** Un estrato superficial de 4 m de espesor tiene un coeficiente de permeabilidad de  $2 \times 10^{-2}$  cm/seg. y descarga sobre otra capa de 5 m de espesor cuyo coeficiente de permeabilidad es  $7 \times 10^{-3}$  cm/seg. Suponiendo homogéneo e isótropo cada uno de los estratos representados en la figura, calcule los valores de los coeficientes de permeabilidad horizontal y vertical del conjunto.



### SOLUCION

En la parte teórica de este capítulo se vió que en estos casos, para el flujo de agua en sentido paralelo a la estratigrafía.

$$k_h = \frac{\sum k_j d_j}{\sum d_j}$$

Sustituyendo valores:

$$k_h = \frac{(2 \times 10^{-2}) (400) + (7 \times 10^{-3}) (500)}{400 + 500} = 1.28 \times 10^{-2} \text{ cm/seg.}$$

$$k_h = 1.28 \times 10^{-2} \text{ cm/seg.}$$

Y en el sentido normal a la estratigrafía

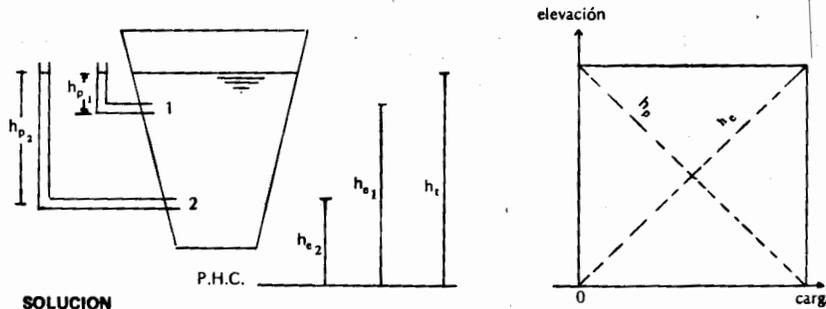
$$k_v = \frac{\sum d_j}{\sum \frac{d_j}{k_j}}$$

Sustituyendo valores

$$k_v = \frac{400 + 500}{\frac{400}{2 \times 10^{-2}} + \frac{500}{7 \times 10^{-2}}} = 9.84 \times 10^{-3} \text{ cm/seg.}$$

$$k_v = 9.84 \times 10^{-3} \text{ cm/seg.}$$

**7** Si los gradientes son los que gobiernan el movimiento de un fluido, ¿por qué las moléculas constitutivas de un líquido contenido en un recipiente no ascienden o descienden, considerando que para distintas cotas los gradientes de presión y elevación son diferentes?



**SOLUCION**

No se establece flujo en ningún sentido, por que el gradiente debe ser considerado con respecto a la carga total, la cual toma en cuenta las siguientes cargas:

$h_e$  = Carga de posición, medida con respecto a un plano horizontal de comparación (P.H.C.)

$h_p$  = Carga de presión = Presión dividida entre el peso específico del fluido.

$h_t$  = Carga total =  $h_e + h_p$

$h_v = 0$  = carga de velocidad, no se toma en cuenta, ya que en suelos esta velocidad es demasiado pequeña.

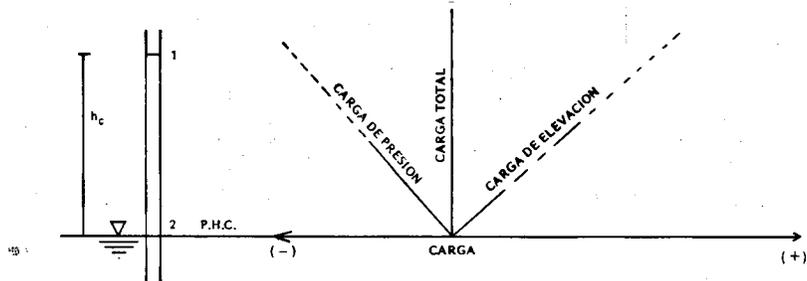
De una forma gráfica, si se toma en cuenta el croquis anterior obtenemos:

Punto	Carga de Altura	Carga de Presión	Carga Total
1	$h_{e1}$	$h_{p1}$	$h_{e1} + h_{p1} = h_t$
2	$h_{e2}$	$h_{p2}$	$h_{e2} + h_{p2} = h_t$

$$\therefore h_{t_1} - h_{t_2} = 0$$

Lo cual explica el por qué no existe flujo

**8** Efectúe el mismo análisis del problema anterior, usando para ello un tubo capilar, donde como se aprecia en la figura el líquido está sujeto a tensión.



En base al esquema mostrado y escogido como plano horizontal de comparación el nivel al cual se encuentra la presión atmosférica, obtenemos:

$h_c$  = Altura capilar

Para el punto 1

$$\left. \begin{array}{l} h_{p_1} = -h_c \\ h_{e_1} = h_c \end{array} \right\} h_{t_1} = h_{p_1} + h_{e_1} = 0$$

Para el punto 2

$$\left. \begin{array}{l} h_{p_2} = 0 \\ h_{e_2} = 0 \end{array} \right\} h_{t_2} = 0$$

$$\therefore h_{t_1} - h_{t_2} = 0$$

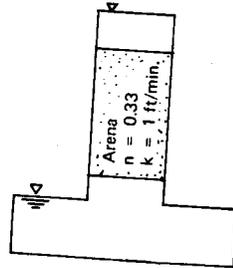
Por lo tanto, en éstos dos últimos problemas resaltan dos importantes principios:

I. El flujo entre los puntos depende únicamente de la diferencia de carga total.

II. Cualquier elevación puede escogerse como plano horizontal de comparación (P.H.C.) para medir la carga de altura. La magnitud absoluta de esta carga tiene escaso significado, es más interesante la diferencia de carga de altura, la cual es independiente del plano de referencia.

9 En un permémetro de carga constante, se efectuó una prueba para medir el coeficiente de permeabilidad de una arena cuya porosidad es 0.33, encontrándose que dicho coeficiente es 1 ft/min, encontrar:

- Gráfica de distribución de carga de presión, de elevación y total.
- Velocidad de descarga y de filtración.



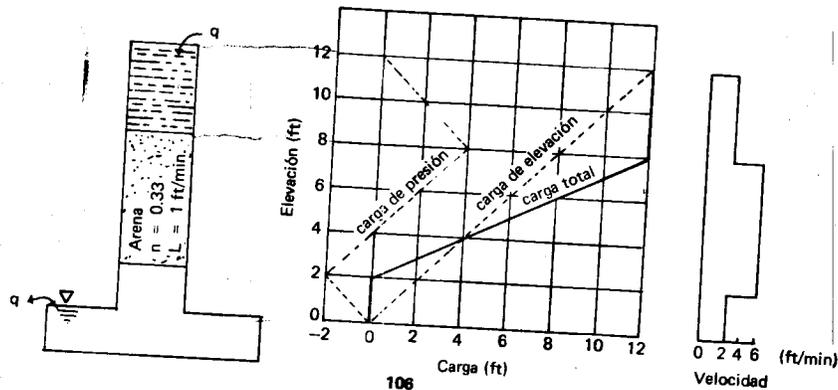
**SOLUCION**

a) En general es más conveniente calcular primero las cargas de elevación y total, la carga de presión es la diferencia de ellos.

La carga de elevación es la cota del agua en el punto considerado, por lo que si consideremos iguales escalas en sentido vertical y horizontal para las cotas y cargas respectivamente, la pendiente de la gráfica de cargas de posición o elevación es 1.

La carga total es 12 ft y es igual a la carga de elevación, ya que en dicho punto de carga de presión es cero (presión atmosférica como origen).

Al pasar el agua de la cota 12 ft a 8 ft prácticamente no hay pérdidas, por lo que la carga total sigue siendo 12 ft; de igual modo se advierte que en la cota 0 y 2 ft la carga total es cero. Como el suelo tiene permeabilidad y porosidad uniforme, la pérdida de la carga total en la filtración a través del suelo debe ser uniforme; el diagrama de carga total es por lo tanto: una línea vertical que arranca de un valor 12 ft a la cota 8 ft, de este punto en una línea recta hasta un valor de 0 en la cota 2 ft que se mantiene constante hasta la cota 0. La carga de presión en cualquier punto considerado se obtiene restando la carga de altura de la carga total. El diagrama se muestra en la siguiente figura.



b) La velocidad de descarga ( $v$ )

$$v = ki = k \frac{h}{L_{\text{muestra}}}$$

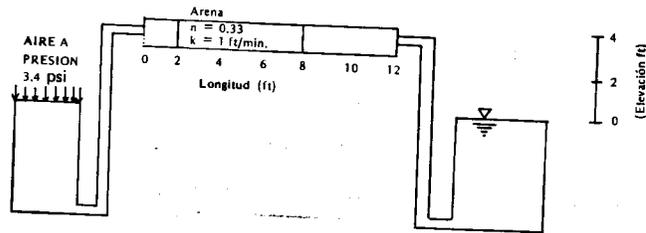
$$v = 1 \left( \frac{12}{6} \right) = 2 \text{ ft/min.}$$

Velocidad de filtración  $v_s$

$$v_s = \frac{v}{n} = \frac{2}{0.33} = 6 \text{ ft/min.}$$

**10** Graficar las distribuciones de carga de presión, de elevación y total, así como las velocidades de descarga y filtración, para el sistema mostrado en la figura.

La muestra de arena tiene un coeficiente de permeabilidad de 1 ft/min. y una porosidad de 0.33.



### SOLUCION

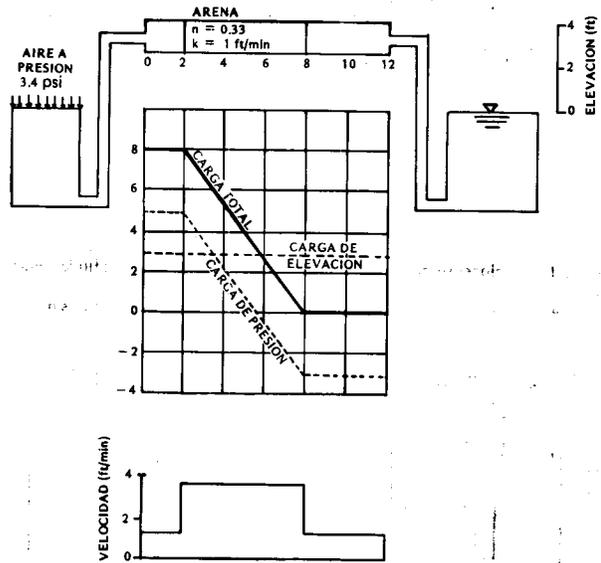
Si el plano horizontal de comparación pasa por la superficie del agua de los recipientes, la carga de elevación será constante en todo el tubo y su valor será 3 ft. Por otro lado sabemos que:

$$1 \text{ psi} = 1 \frac{\text{Lb}}{\text{pulg}^2} = 2.307 \text{ ft de columna de agua, por lo que la carga total donde se}$$

aplica la presión es:

$$ht = (3.4) (2.307) = 7.86 \text{ ft de columna de agua.}$$

Considerando que las pérdidas por fricción en el tubo, antes y después de la muestra, son despreciables en comparación con las que pierde el agua al pasar por la muestra, además como se supone que la muestra es uniforme en cuanto a porosidad y permeabilidad, la pérdida de la carga total debe ser lineal en el tramo comprendido por la longitud de la muestra. En cuanto a la carga de presión, basta encontrar la diferencia entre la carga total y la carga de elevación, lo anterior queda expresado gráficamente en el siguiente diagrama:



velocidad de descarga (v):

$$v = ki$$

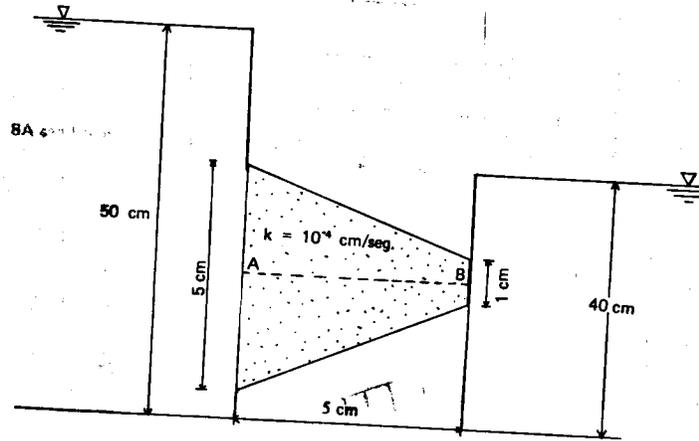
$$v = (1) \frac{7.86}{6} = 1.31 \text{ ft/min.}$$

Velocidad de Filtración ( $v_s$ )

$$v_s = \frac{v}{n}$$

$$v_s = \frac{1.31}{0.33} = 3.97 \text{ ft/min.}$$

11 La sección muestra un equipo de laboratorio que se utiliza para determinar el coeficiente de permeabilidad.

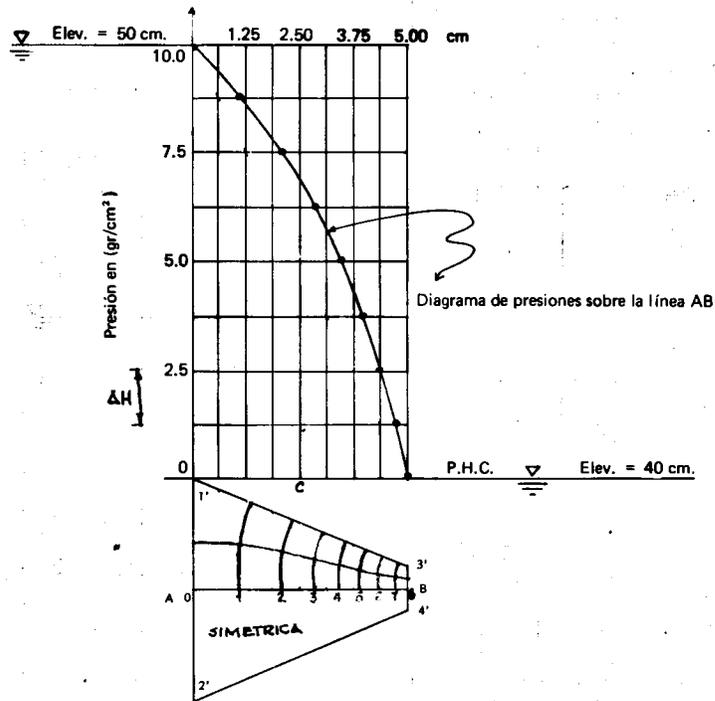


Determinar:

- La red de flujo usando cuatro canales de flujo.
- Estime el gasto que por metro lineal perpendicular al papel pasa por la sección mostrada.
- Dibujar un diagrama que represente las presiones sobre la línea AB.
- Comente sobre la existencia de puntos en que la velocidad del agua sea nula y puntos en que haya concentración de flujo ( $v \rightarrow \infty$ ).
- Estime la velocidad en el centro de la línea AB.
- Calcule la fuerza de filtración por unidad de volumen en el centro de la línea AB.
- Si en el centro de la línea AB colocamos un tubito de 0.01 cm de diámetro. ¿Qué altura alcanza el agua?

SOLUCION

- Red de Flujo. Para el trazo se eligió la escala 1:1, solo se trazará la mitad de la red por la simetría que existe en la sección.



$$b) q = \left( k H \frac{N_r}{N_c} \right) (1 \text{ metro})$$

$$k = 10^{-4} \text{ cm/seg}; H = 50 - 40 = 10 \text{ cm}; N_r = 4; N_c = 8$$

$$q = (10^{-4}) (10) \frac{4}{8} 100 = 5 \times 10^{-2} \text{ cm}^3/\text{seg/m}$$

$$q = 5 \times 10^{-2} \text{ cm}^3/\text{seg/m}$$

c) El diagrama que representa las presiones en exceso de la hidrostática sobre la línea AB se muestra en la figura del inciso (a).

d)  $v =$  velocidad del agua  $\rightarrow 0$  cuando  $\alpha < 90^\circ$

Donde  $\alpha =$  ángulo que forman la línea equipotencial y la línea de flujo, por lo tanto:

En los puntos 1' y 2':  $\alpha < 90^\circ \Rightarrow v \rightarrow 0$

En los puntos 3' y 4':  $\alpha > 90^\circ \Rightarrow v \rightarrow \infty$

e)  $v = ki$

$$i = \frac{h}{l}$$

$h =$  pérdida de carga entre las equipotenciales 2 y 3 según se observa de la figura del inciso (a).

$$h = \Delta H = \left(\frac{H}{8}\right) = \left(\frac{10}{8}\right) = 1.25 \text{ cm}$$

$l =$  la longitud en la cual se disipa dicha carga.

$$l = 0.7 \text{ cm}$$

$$k = 10^{-4} \text{ cm/seg.}$$

Sustituyendo:

$$i = \frac{1.25}{0.7} = 1.8$$

Por otro lado, la diferencia de carga entre A y B es:

$H = 10 \text{ cm}$  y la longitud de la muestra  $L = 5 \text{ cm}$ .

$i = \frac{10}{5} = 2$  que es el mismo valor anteriormente obtenido debido a que la carga de elevación es la misma sobre la línea AB.

$$v = ki = (10^{-4})(1.8) = 1.8 \times 10^{-4} \frac{\text{cm}}{\text{seg}}$$

$$v = 1.8 \times 10^{-4} \text{ cm/seg}$$

f) La fuerza de filtración (J) en el centro de la línea AB.

$$J = \gamma_w i = (1)(1.8) = 1.8 \text{ gr/cm}^3 = 1.8 \frac{\text{t}}{\text{m}^3}$$

$$J = 1.8 \text{ t/m}^3$$

g) La altura a la cual sube el agua en el tubo (piezómetro), esta dada por la presión en el agua en C, leída en el diagrama de presiones

$$U = 6.8 \text{ gr/cm}^2$$

$$h_u = \frac{U}{\delta_w} = \frac{6.8}{1} = 6.8 \text{ cm} \quad \text{ya que } \delta_w = 1 \text{ gr/cm}^3$$

a la altura anterior debemos agregarle la altura capilar

$$h_c = \frac{0.3}{D} = \frac{0.3}{0.01} = 30 \text{ cm}$$

entonces la altura total será

$$h = h_u + h_c = 36.8 \text{ cm}$$

$$h = 36.8 \text{ cm}$$

Observación:

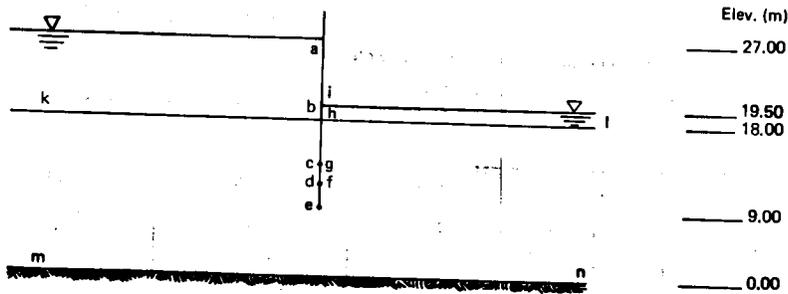
Para el trazo de la red de flujo del inciso (a) se siguió la siguiente secuencia:

- Determinación de la escala 1:1.
- Determinación de la zona de flujo, que es la comprendida entre los puntos 1', 2', 4' y 3'.
- Determinación de las condiciones específicas de frontera, a saber:

Línea 1' 2' primer equipotencial  
Línea 3' 4' última equipotencial  
Las líneas de flujo de frontera son las líneas 1' 3' y 2' 4'

- Trazo de la red de flujo, procurando que satisfaga las condiciones de frontera y se intersecten ortogonalmente las líneas de flujo y las equipotenciales, formando cuadrados.

**12** La figura representa un establestacado hincado en un suelo limoso con permeabilidad de  $3 \times 10^{-3}$  cm/min. El tablestacado es de longitud considerable en dirección perpendicular al papel.



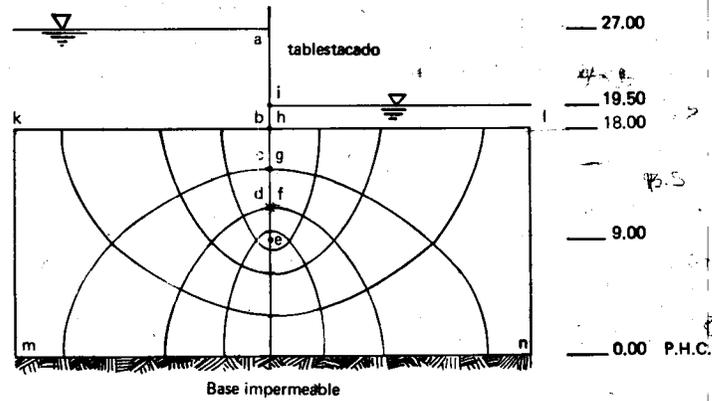
Calcular:

- La presión de poro en los puntos a, b, c, d, e, f, g, h, i.
- El gasto total bajo el tablestacado.
- El gradiente a la salida.

**SOLUCION**

Se fijarán las condiciones de frontera.

- La línea kb es la primer línea equipotencial.
- La línea hl es la última línea equipotencial.
- La línea beh es una línea de flujo.
- La línea mn es una línea de flujo.



De la figura (red de flujo) se obtienen datos para construir la siguiente tabla:

PUNTO	CARGA DE ELEVACION $h_e$ (m)	CARGA TOTAL (m)	CARGA DE PRESION (m)	PRESION DE AGUA (ton/m <sup>2</sup> )
a	27.0	27.00	0.00	0.00
b	18.0	27.00	9.00	9.00
c	14.7	26.06	11.36	11.40
d	11.7	25.12	13.42	13.40
e	9.0	23.25	14.25	14.20
f	11.7	21.37	9.67	9.70
g	14.7	20.44	5.73	5.70
h	18.0	19.50	1.50	1.50
i	19.5	19.50	0.00	0.00

La carga hidráulica total se obtuvo al aplicar la siguiente fórmula, que se comentó en el problema inmediato anterior:

$$h_t = h_1 - \frac{H}{N_c} N$$

114

Si se escoge el estrato impermeable como P.H.C. obtenemos; según se aprecia de la red de flujo anterior los siguientes datos:

$$h_1 = 27.00 \text{ m}$$

$$H = 27.00 - 19.50 = 7.50$$

$$N_e = 8$$

Por lo tanto, para un punto cualquiera (n) dentro de la red:

$$h_n = 27 - \left(\frac{7.50}{8}\right) N; \quad n = a, b, c, \dots, i$$

Por ejemplo, para los puntos d y f, N es igual a 2 y 6 respectivamente, que sustituidos en la fórmula anterior; obtenemos la carga hidráulica en dichos puntos.

$$h_d = 27 - \left(\frac{7.5}{8}\right) 2 = 25.12 \text{ m}$$

$$h_f = 27 - \left(\frac{7.5}{8}\right) 6 = 21.37 \text{ m}$$

b) La filtración bajo el tablestacado:

$$\frac{Q}{L} = k H \frac{N_f}{N_e}$$

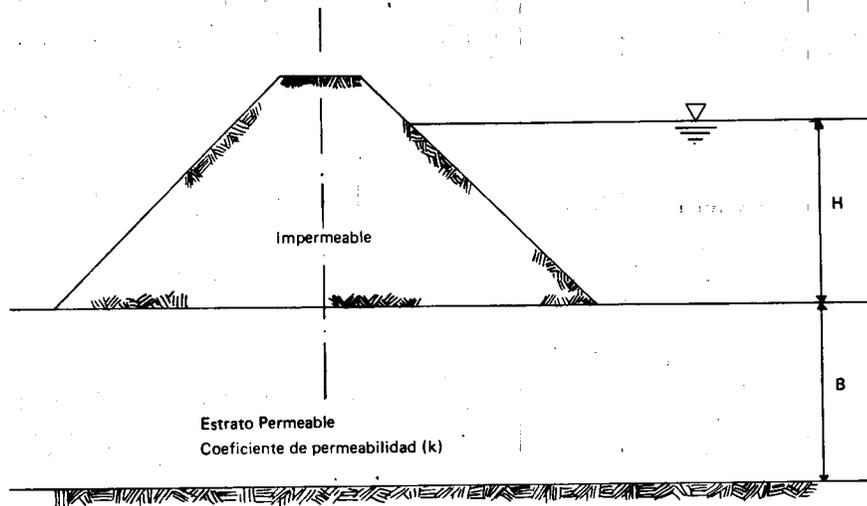
$$\frac{Q}{L} = 3 \times 10^{-5} \times 750 \times \frac{4}{8} = 1125 \times 10^{-5} \text{ cm}^3/\text{min}/\text{cm}$$

$$\frac{Q}{L} = 1125 \times 10^{-5} \text{ cm}^3/\text{min}/\text{cm}$$

c) El gradiente de salida :

$$i = \frac{\Delta h}{l} = \frac{7.5/8}{18.0 - 14.7} = 0.28$$

$$i = 0.28$$



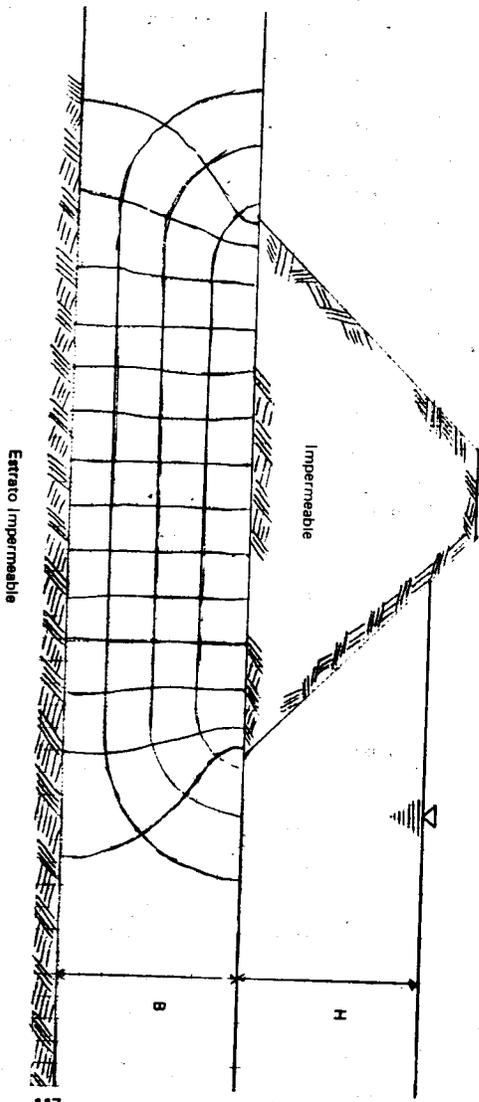
**13** De la presa anterior, calcule:

- El gasto de infiltración ( $q_{m\acute{a}x}$ ) por metro perpendicular al plano de dibujo, debido a la infiltración del agua a través del estrato permeable, en función del coeficiente de permeabilidad y de la carga hidráulica total.
- La profundidad de la pantalla impermeable para que solo se infiltre el 50% del  $q_{m\acute{a}x}$  (suponga que la pantalla conviene aplicarse al centro de la base de la cortina) a través del estrato permeable.

**SOLUCION**

- Para determinar el gasto de infiltración  $q_{m\acute{a}x}$  a través del estrato permeable, trazaremos la red de flujo sin la pantalla impermeable y aplicaremos la fórmula:

$$q_{m\acute{a}x} = \frac{N_f}{N_c} kH$$



De la red anterior obtenemos:

$$N_1 = 4$$

$$N_2 = 15$$

$$q_{max} = \frac{4}{15} KH = 0.27 KH$$

$$\therefore q_{max} = 0.27 KH$$

b) Para determinar la profundidad (D) de la pantalla impermeable para que el gasto de infiltración (q) sea igual a  $0.5 q_{m\acute{a}x}$ , trazaremos una gráfica en ejes cartesianos cuyas coordenadas sean: (D/B, q/q<sub>máx</sub>).

Donde:

q = El gasto de infiltración cuando la pantalla impermeable tiene una profundidad (D).

D = Profundidad de la pantalla impermeable a través del estrato permeable, medida a partir de la base de la cortina.

q<sub>máx</sub> = Gasto de infiltración para cuando D = 0, es decir, cuando no existe pantalla (caso resuelto en el inciso (a)).

B = Espesor del estrato permeable.

Una vez trazada la gráfica, determinaremos el valor de D/B para cuando  $q/q_{m\acute{a}x} = 0.5$  y obtendremos el valor de D en función de B.

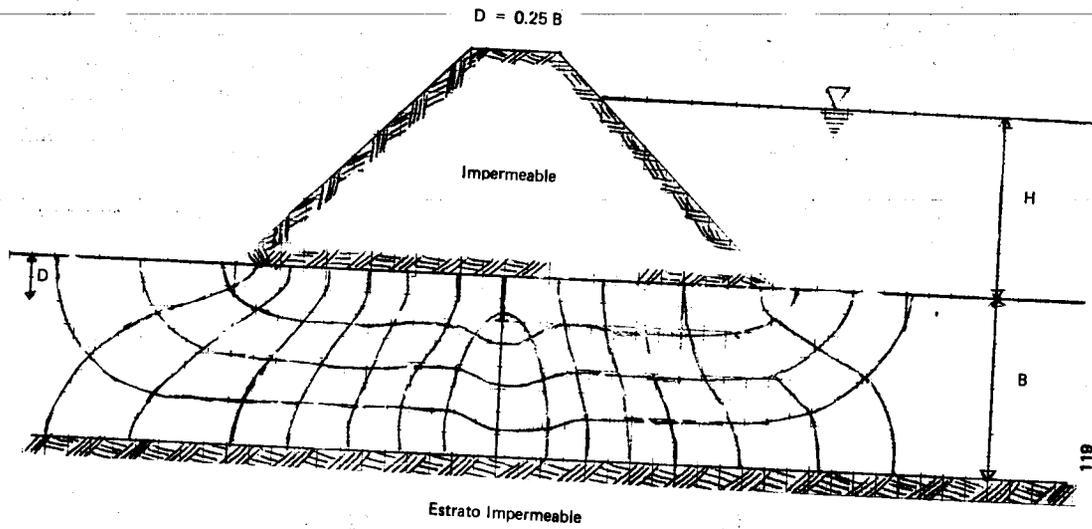
Para el trazo de la gráfica, conocemos dos puntos, los puntos frontera, es decir:

I. Si  $q/q_{m\acute{a}x} = 1 \Rightarrow d/B = 0$  (no hay pantalla)

II. Si  $q/q_{m\acute{a}x} = 0 \Rightarrow D/B = 1$  (la pantalla impermeable llega hasta el estrato impermeable).

Para conocer puntos intermedios de la gráfica y completar su trazo, se dibujarán redes de flujo para cuando:

III. D/B = 0.25, la red de flujo correspondiente es la siguiente:



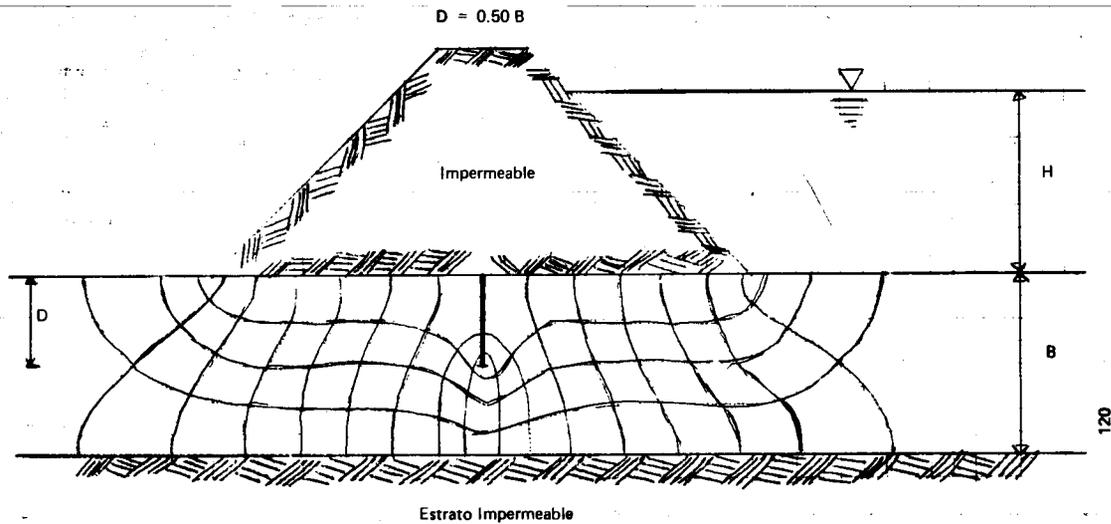
De la red anterior obtenemos:

$$N_f = 4; N_e = 16$$

$$q = \frac{N_f}{N_e} k H = \frac{4}{16} k H = 0.25 k H$$

$$q/q_{m\acute{a}x} = \frac{0.25 k H}{0.27 k H} = 0.926$$

IV.  $D/B = 0.50$ , la red de flujo correspondiente es:



De la red anterior obtenemos:

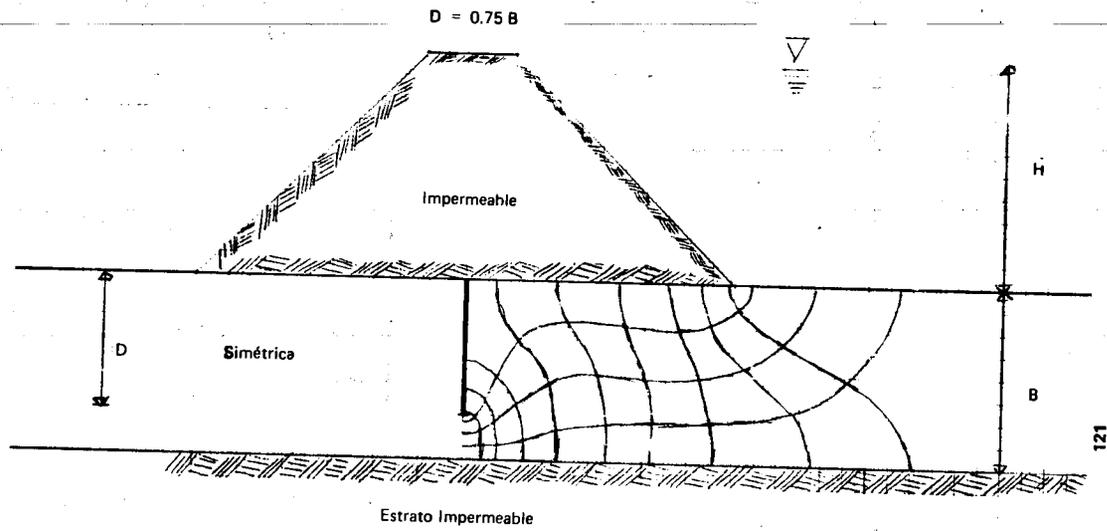
Nf

$$N_f = 4; N_c = 17$$

$$q = \frac{4}{17} kH = 0.235 kH$$

$$q/q_{\max} = \frac{0.235 kH}{0.27 kH} = 0.87$$

V.  $D/B = 0.75$  la red de flujo correspondiente es:



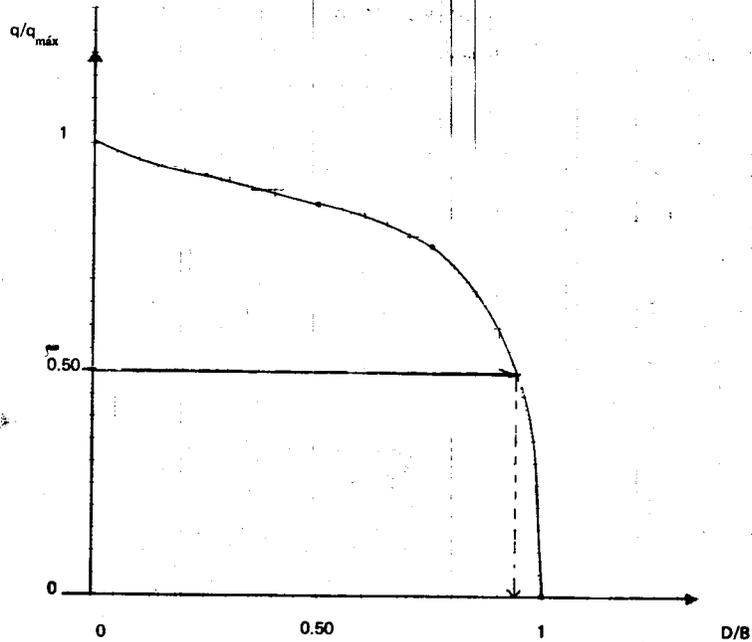
De la red inmediata anterior obtenemos:

$$N_f = 4; N_c = 19$$

$$q = \frac{4}{19} kH = 0.211 kH$$

$$q/q_{m\acute{a}x} = \frac{0.211 kH}{0.27 kH} = 0.78$$

Por lo tanto, las coordenadas para el trazo de la gráfica ( $D/B, q/q_{m\acute{a}x}$ ) son: (0.1), (1,0), (0.25, 0.926) (0.50, 0.87) y (0.75, 0.78); la cual se aprecia en la siguiente figura:



Gráfica (D/B,  $q/q_{máx}$ )

De esta última figura obtenemos:

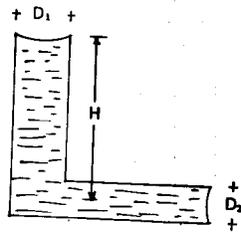
$$\text{si } q/q_{máx} = 0.50 \Rightarrow D/B = 0.94$$

$$\therefore \boxed{D = 0.94 B}$$

NOTA: De este análisis concluimos que lo mejor sería llevar la pantalla impermeable hasta el estrato impermeable o de plano no construirla, ya que para que  $q = 0.50 q_{máx}$  la pantalla impermeable se tendría que llevar hasta 0.94 B.

**PROBLEMAS PROPUESTOS**

1 Si en  $D_1$  el menisco está totalmente desarrollado, proporcione el valor  $D_2$ .

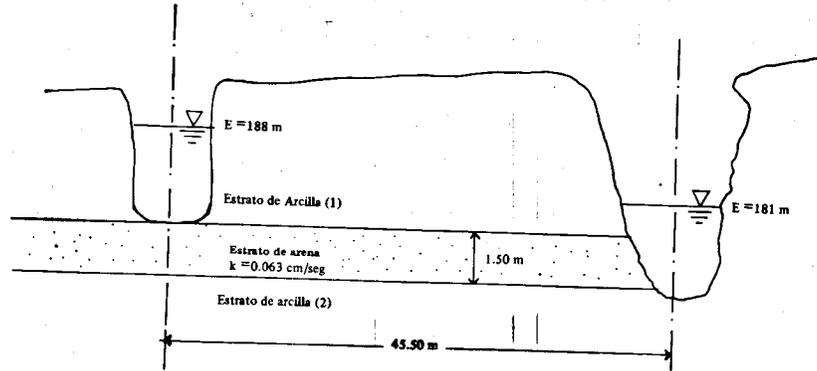


RESPUESTA

$$D_2 = \frac{(4T_s \cos \alpha_s) D_1}{4T_s - D_1 H \gamma_w}$$

2 Calcular la ascensión capilar en metros en una arena en que  $D_{10}$  es 0.2 mm, si el diámetro efectivo de los poros es  $1/5 D_{10}$ .

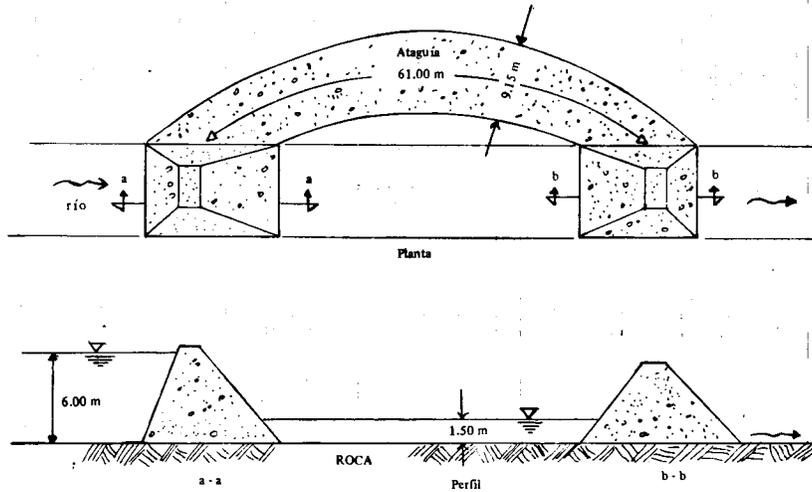
3 Un canal y un río corren paralelamente separados 45.50 m como promedio, la elevación del agua en el canal  $E=188$  m y en el río  $E=181$  m. Un estrato de arena de 1.50 m de espesor que está entre dos estratos de arcilla impermeable, atraviesa el canal y el río por debajo del nivel de agua. Calcule la pérdida por filtración del canal en metros cúbicos por segundo y por kilómetro, si la permeabilidad de la arena es 0.063 cm/seg; como se aprecia en la siguiente figura:



RESPUESTA

$$q = 14.54 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{seg-km}$$

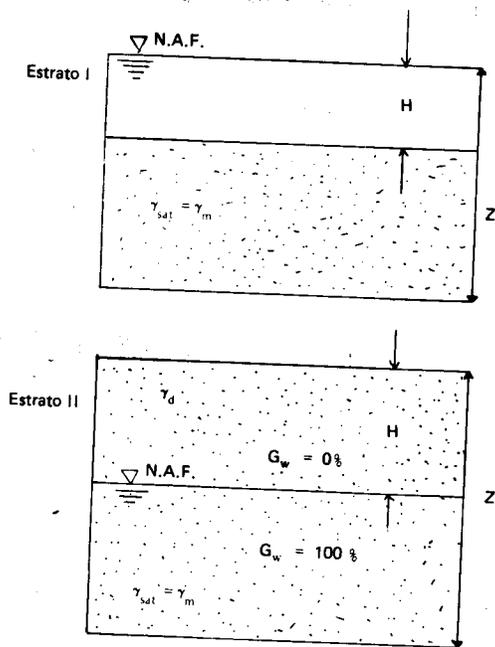
**4** Se coloca un ataguía provisional a través de un río para bajar el nivel del agua y facilitar el trabajo en el lugar, el nivel del agua, aguas arriba está a 6 m sobre el lecho de la roca de la corriente y a 1.50 m sobre el lecho de la corriente aguas abajo. La ataguía tiene 61.00 m de largo a través del río y 9.15 m de ancho promedio. El relleno de la ataguía es grava limo-arenosa de buena graduación que tiene un coeficiente de permeabilidad de 0.0006 cm/seg. Estimar el gasto a través de la ataguía en litros por hora. Sugerencia: Suponga que la sección transversal promedio del flujo de agua a través de la ataguía es el promedio de las áreas de entrada y salida.



RESPUESTA

$$Q = 2.026 \text{ m}^3/\text{hr}$$

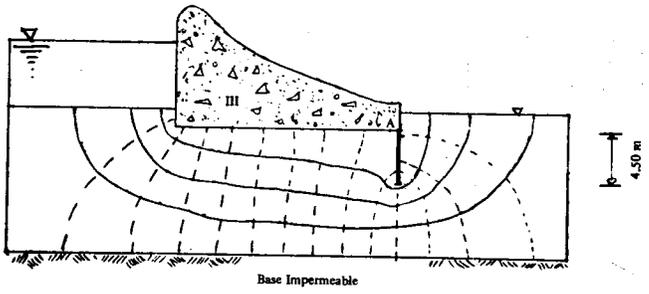
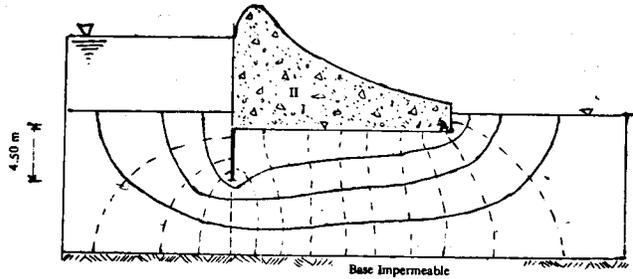
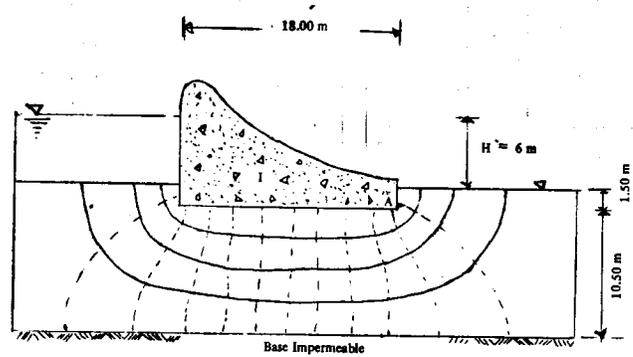
**5** El esquema muestra dos estratos de arena, encontrar la distribución de presión total, de poro y efectiva de cada uno de los estratos.



RESPUESTA

Estrato	$\sigma$	$u$	$\bar{\sigma}$
I	$H\gamma_w + (z - H)\gamma_{sat}$	$z\gamma_w$	$(z - H)\gamma'_m$
II	$H\gamma_d + (z - H)\gamma_{sat}$	$(z - H)\gamma_w$	$H\gamma'_d + (z - H)\gamma'_m$

6 Para las presas mostradas en las siguientes figuras: ( $k = 3 \text{ cm/min}$ ).



Encontrar:

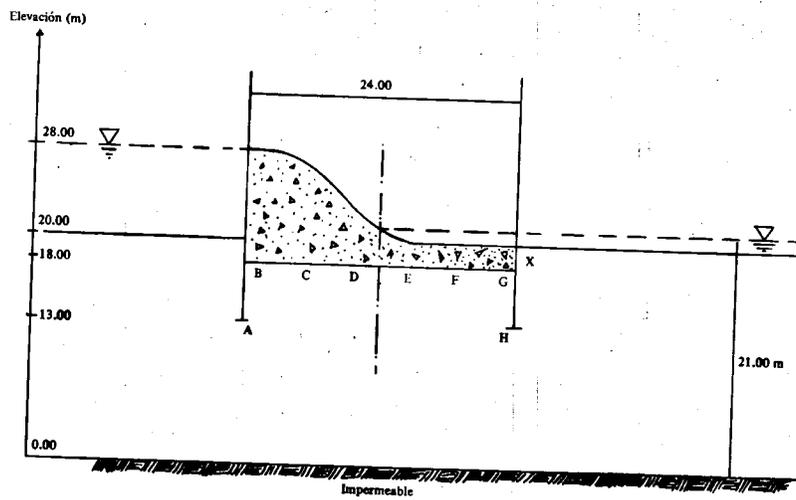
- a) El gasto.
- b) La carga de presión en el punto A.
- c) El máximo gradiente de salida.

RESPUESTA

Presa	Filtración bajo la presa ( $\text{cm}^3/\text{min-cm}$ )	Carga de presión en A (m)	Gradiente de salida
I	600.00	2.25	0.36
II	514.28	2.14	0.45
III	514.28	3.85	0.20

7 En la siguiente figura se muestra una presa con cortina de concreto y pantalla impermeable de 5 metros de profundidad; calcular:

- Carga de presión en los puntos A, B, C, D, E, F, G y H.
- Gasto de infiltración
- Gradiente en el punto X.



**VII**  
**ESTADO DE ESFUERZOS**  
**EN LA MASA DE SUELO**

TEMA VII

ESTADO DE ESFUERZOS EN LA MASA DE SUELO

7.1. Introducción.

La Mecánica de Suelos, hasta la fecha, no ha sido capaz de realizar una solución completamente satisfactoria en lo que se refiere a la distribución de esfuerzos aplicados en la superficie de una masa de suelo a todos los puntos de esa masa. La mayoría de las soluciones que actualmente se aplican, se basan en la teoría de la Elasticidad, teoría que no puede ser aceptada completamente por la Mecánica de Suelos debido principalmente a la rigidez de que adolece al basarse en hipótesis matemáticas.

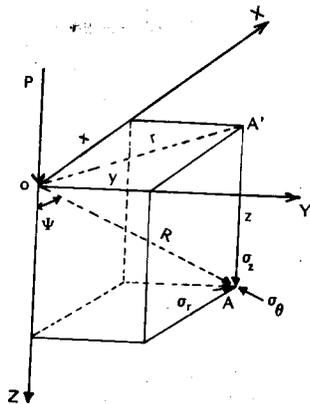
La presión que una estructura ejerce sobre la masa de un suelo varía en orden decreciente con la profundidad, de tal manera que esta disminuye hasta hacerse casi nula a una profundidad de aproximadamente a 2 veces al ancho mayor de la base de la edificación apoyada sobre el suelo.

Así pues, dentro de la Mecánica de Suelos existen varias teorías por medio de las cuales se puede calcular la distribución de presiones dentro de la masa del suelo. Estas teorías demuestran que una carga aplicada al suelo aumenta los esfuerzos verticales en toda la masa; el aumento es mayor debajo de la carga pero se extiende en todas direcciones. A medida que aumenta la profundidad, disminuye la concentración de esfuerzos debajo de la carga.

7.2. Teoría de Boussinesq.

Las siguientes ecuaciones fueron obtenidas por Boussinesq en 1885 empleando la teoría de la elasticidad y son válidas para la aplicación de una carga concentrada sobre la superficie de una masa de suelo homogénea (las propiedades mecánicas son constantes en cualquier posición), semiinfinita (se extiende infinitamente por debajo de la superficie de la masa), isotrópica y linealmente elástica (la deformación es directamente proporcional a la carga o esfuerzo, recuperándose en forma lineal la posición original del material al quitar la carga).

La figura que a continuación se ilustra, representa los esfuerzos provocados en un punto de una masa de suelo por una carga concentrada actuante "P" según la vertical; las coordenadas del punto en el que se calculan los esfuerzos son (x, y, z), r es la distancia radial de A' al Origen O, y  $\psi$  es el ángulo entre el vector posición (R) de A y el eje Z.



Los esfuerzos del punto A pueden escribirse como:

$$\sigma_z = \frac{3P \cos^3 \psi}{2\pi z^3} = \frac{3P z^3}{2\pi R^5}$$

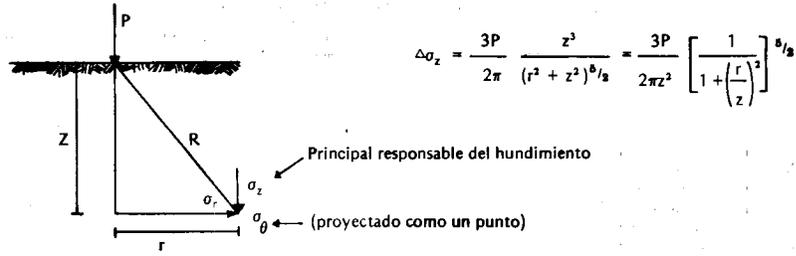
$$\sigma_\theta = -(-1 - 2\mu) \frac{P}{2\pi z^2} \left[ \cos^3 \psi - \frac{\cos^2 \psi}{1 + \cos \psi} \right]$$

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi z^2} \left[ 3 \cos^3 \psi \operatorname{Sen}^2 \psi (1 - 2\mu) \frac{\cos^2 \psi}{1 + \cos \psi} \right]$$

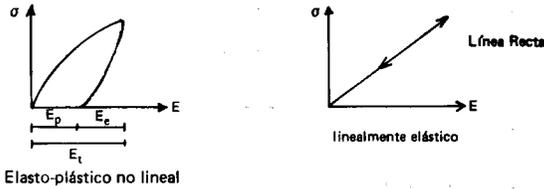
$$\tau_{rz} = \frac{3P}{2\pi z^2} \cos^4 \psi \operatorname{Sen} \psi$$

NOTA: El símbolo  $\mu$  representa el Módulo de Poisson.

El incremento de esfuerzo vertical  $\Delta\sigma_z$  a una profundidad  $z$  y a una distancia horizontal  $r$  del punto de aplicación de la carga  $P$  se calcula mediante la expresión:



En general, los suelos muestran una ley fenomenológica de tipo elastoplástico no lineal:



De hecho, a pesar de que los suelos no cumplen con las cuatro condiciones de la teoría de Boussinesq, la aplicación de los resultados de esta teoría ha sido satisfactoria para fines prácticos; las fórmulas de Boussinesq tienen su aplicación más frecuente en el cálculo de asentamientos de suelos sujetos a consolidación, tales como arcillas y suelos compresibles, en las que fórmulas basadas en hipótesis teóricas, como la de la elasticidad perfecta, no pueden aplicarse por distar en mucho de la realidad del comportamiento de los suelos en general.

Así, el incremento de esfuerzo vertical puede calcularse en forma adimensional ya que:

$$\sigma_z \frac{z^2}{P} = \frac{3}{2\pi} \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{r^2}{z^2}\right)} \right]^{5/2}$$

Si igualamos el segundo miembro a una cantidad  $P_0$ , el incremento  $\Delta z$  podría quedar como:

$$\sigma_z = \frac{P}{z^2} P_0$$

A continuación se presenta una tabla de valores de  $P_0$  en función de la relación  $r/z$ . Para encontrar el valor de un esfuerzo normal vertical  $\sigma_z$ , del punto de aplicación de la carga al punto de la superficie (A) exactamente arriba del punto de la masa en que se mide el esfuerzo, y dividir ese valor de  $r$ , entre la  $z$  o profundidad correspondiente al plano en que se calcula el esfuerzo. Con el valor de esta relación  $r/z$ , se selecciona el valor que le corresponde de  $P_0$  y se calcula el esfuerzo aplicando la última ecuación obtenida.

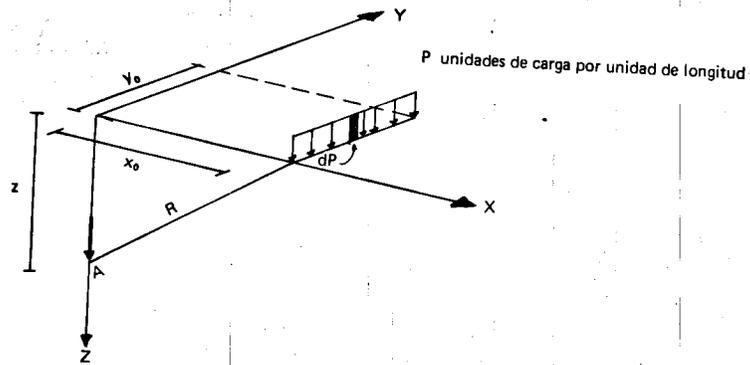
Valores de influencia para el caso de carga concentrada  
Solución de Boussinesq

$$\sigma_z = \frac{P}{z^2} \cdot P_0$$

$r/z$	$P_0$	$r/z$	$P_0$	$r/z$	$P_0$	$r/z$	$P_0$
0.00	-0.4775	0.40	-0.3294	0.80	-0.1386	1.20	-0.0513
1	-0.4773	1	-0.3238	1	-0.1353	1	-0.0501
2	-0.4770	2	-0.3181	2	-0.1320	2	-0.0489
3	-0.4764	3	-0.3124	3	-0.1288	3	-0.0477
4	-0.4756	4	-0.3068	4	-0.1257	4	-0.0466
5	-0.4745	5	-0.3011	5	-0.1226	5	-0.0454
6	-0.4732	6	-0.2955	6	-0.1196	6	-0.0443
7	-0.4717	7	-0.2899	7	-0.1166	7	-0.0433
8	-0.4699	8	-0.2843	8	-0.1138	8	-0.0422
9	-0.4679	9	-0.2788	9	-0.1110	9	-0.0412
0.10	-0.4657	0.50	-0.2733	0.90	-0.1083	1.30	-0.0402
1	-0.4633	1	-0.2679	1	-0.1057	1	-0.0393
2	-0.4607	2	-0.2625	2	-0.1031	2	-0.0384
3	-0.4579	3	-0.2571	3	-0.1005	3	-0.0374
4	-0.4548	4	-0.2518	4	-0.0981	4	-0.0365
5	-0.4516	5	-0.2466	5	-0.0956	5	-0.0357
6	-0.4482	6	-0.2414	6	-0.0933	6	-0.0348
7	-0.4446	7	-0.2363	7	-0.0910	7	-0.0340
8	-0.4409	8	-0.2313	8	-0.0887	8	-0.0332
9	-0.4370	9	-0.2263	9	-0.0865	9	-0.0324
0.20	-0.4379	0.60	-0.2214	1.00	-0.0844	1.40	-0.0317
1	-0.4286	1	-0.2165	1	-0.0823	1	-0.0309
2	-0.4242	2	-0.2117	2	-0.0803	2	-0.0302
3	-0.4197	3	-0.2070	3	-0.0783	3	-0.0295
4	-0.4151	4	-0.2024	4	-0.0764	4	-0.0288
5	-0.4103	5	-0.1978	5	-0.0744	5	-0.0282
6	-0.4054	6	-0.1934	6	-0.0727	6	-0.0275
7	-0.4004	7	-0.1889	7	-0.0709	7	-0.0269
8	-0.3954	8	-0.1846	8	-0.0691	8	-0.0263
9	-0.3902	9	-0.1804	9	-0.0674	9	-0.0257
0.30	-0.3849	0.70	-0.1762	1.10	-0.0658	1.50	-0.0251
1	-0.3796	1	-0.1721	1	-0.0641	1	-0.0245
2	-0.3742	2	-0.1681	2	-0.0626	2	-0.0240
3	-0.3687	3	-0.1641	3	-0.0610	3	-0.0234
4	-0.3632	4	-0.1603	4	-0.0595	4	-0.0229
5	-0.3577	5	-0.1565	5	-0.0581	5	-0.0224
6	-0.3521	6	-0.1527	6	-0.0567	6	-0.0219
7	-0.3465	7	-0.1491	7	-0.0553	7	-0.0214
8	-0.3408	8	-0.1455	8	-0.0539	8	-0.0209
9	-0.3351	9	-0.1420	9	-0.0526	9	-0.0204
1.60	-0.0200	2.10	-0.0070	2.60	-0.0029	3.10	-0.0013
1	-0.0195	1	-0.0069	1	-0.0028	1	-0.0013
2	-0.0191	2	-0.0068	2	-0.0028	2	-0.0013
3	-0.0187	3	-0.0066	3	-0.0027	3	-0.0012
4	-0.0183	4	-0.0065	4	-0.0027	4	-0.0012
5	-0.0179	5	-0.0064	5	-0.0026	5	-0.0012
6	-0.0175	6	-0.0063	6	-0.0026	6	-0.0012
7	-0.0171	7	-0.0062	7	-0.0025	7	-0.0012
8	-0.0167	8	-0.0060	8	-0.0025	8	-0.0012
9	-0.0163	9	-0.0059	9	-0.0025	9	-0.0011

$r/z$	$P_s$	$r/z$	$P_s$	$r/z$	$P_s$	$r/z$	$P_s$
1.70	0.0160	2.20	0.0058	2.70	0.0024	3.20	0.0011
1	0.0157	1	0.0057	1	0.0024	1	0.0011
2	0.0153	2	0.0056	2	0.0023	2	0.0011
3	0.0150	3	0.0055	3	0.0023	3	0.0011
4	0.0147	4	0.0054	4	0.0023	4	0.0011
5	0.0144	5	0.0053	5	0.0022	5	0.0011
6	0.0141	6	0.0052	6	0.0022	6	0.0010
7	0.0138	7	0.0051	7	0.0022	7	0.0010
8	0.0135	8	0.0050	8	0.0021	8	0.0010
9	0.0132	9	0.0049	9	0.0021	9	0.0010
1.80	0.0129	2.30	0.0048	2.80	0.0021	3.30	0.0010
1	0.0126	1	0.0047	1	0.0020	1	0.0009
2	0.0124	2	0.0047	2	0.0020	2	0.0009
3	0.0121	3	0.0046	3	0.0020	3	0.0009
4	0.0119	4	0.0045	4	0.0019	4	0.0009
5	0.0116	5	0.0044	5	0.0019	5	0.0009
6	0.0114	6	0.0043	6	0.0019	6	0.0009
7	0.0112	7	0.0043	7	0.0019	7	0.0009
8	0.0109	8	0.0042	8	0.0018	8	0.0009
9	0.0107	9	0.0041	9	0.0018	9	0.0009
1.90	0.0105	2.40	0.0040	2.90	0.0018	3.40	0.0009
1	0.0103	1	0.0040	1	0.0017	1	0.0008
2	0.0101	2	0.0039	2	0.0017	2	0.0008
3	0.0099	3	0.0038	3	0.0017	3	0.0008
4	0.0097	4	0.0038	4	0.0017	4	0.0008
5	0.0095	5	0.0037	5	0.0016	5	0.0008
6	0.0093	6	0.0036	6	0.0016	6	0.0008
7	0.0091	7	0.0036	7	0.0016	7	0.0008
8	0.0089	8	0.0035	8	0.0016	8	0.0008
9	0.0087	9	0.0034	9	0.0015	9	0.0008
2.00	0.0085	2.50	0.0034	3.00	0.0015	3.50	
1	0.0084	1	0.0033	1	0.0015	a	0.0007
2	0.0082	2	0.0033	2	0.0015	3.61	
3	0.0081	3	0.0032	3	0.0014	3.62	
4	0.0079	4	0.0032	4	0.0014	a	0.0006
5	0.0078	5	0.0031	5	0.0014	3.74	
6	0.0076	6	0.0031	6	0.0014	3.75	
7	0.0075	7	0.0030	7	0.0014	a	0.0005
8	0.0073	8	0.0030	8	0.0013	3.90	
9	0.0072	9	0.0029	9	0.0013	3.91	
3.91		4.13		4.44		4.91	
a	0.0004	a	0.0003	a	0.0002	a	0.0001
4.12		4.43		4.90		6.15	

La carga única concentrada cuyo efecto se ha analizado en base a la fórmula de Boussinesq, no es el único caso práctico; por ejemplo, a continuación se menciona el caso de una carga lineal de longitud finita. En la siguiente figura se ilustra una carga lineal, uniformemente distribuida a lo largo de  $Y$ , de  $p$  unidades de carga por unidad de longitud.



De la figura, de acuerdo al elemento diferencial de la carga:

$$dp = p dy$$

$$d\sigma_z = \frac{3dp}{2\pi} \frac{z^3}{R^3}$$

La resultante "R" es igual a:

$$R = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z^2}$$

$$R^3 = (x_0^2 + y_0^2 + z^2)^{3/2}$$

$$d\sigma_z = \frac{3z^3 p}{2\pi} \frac{dy}{(x_0^2 + y_0^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\therefore \sigma_z = \int_0^{y_0} \frac{3z^3 p}{2\pi} \frac{dy}{(x_0^2 + y_0^2 + z^2)^{3/2}}$$

Integrando a lo largo de la línea de carga resulta:

$$\sigma_z = \frac{p}{2\pi} \frac{y_0 z^3}{(x_0^2 + z^2)} \frac{1}{(x_0^2 + y_0^2 + z^2)} \left( \frac{1}{x_0^2 + y_0^2 + z^2} + \frac{2}{x_0^2 + z^2} \right)$$

Introduzcamos dos útiles parámetros:

$$m = \frac{x_0}{z} \qquad n = \frac{y_0}{z}$$

El valor del esfuerzo normal sería entonces:

$$\sigma_z = \frac{p}{z} \frac{1}{2\pi} \frac{n}{(m^2 + 1)\sqrt{m^2 + n^2 + 1}} \left( \frac{1}{m^2 + n^2 + 1} + \frac{2}{m^2 + 1} \right)$$

Lo cual en forma adimensional puede expresarse como:

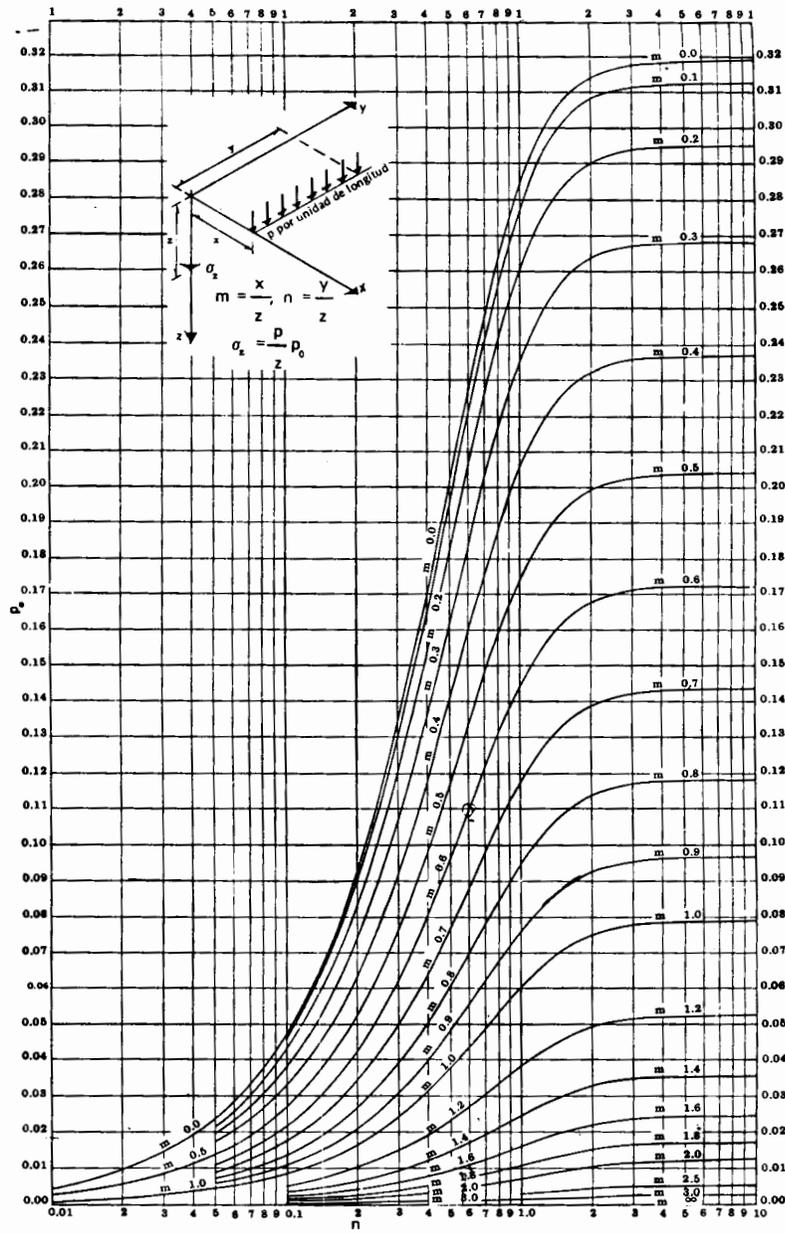
$$\sigma_z \frac{z}{p} = \frac{1}{2\pi} \frac{n}{(m^2 + 1)\sqrt{m^2 + n^2 + 1}} \left( \frac{1}{m^2 + n^2 + 1} + \frac{2}{m^2 + 1} \right)$$

El segundo miembro de esta expresión puede igualarse a  $p_0$ , con lo que finalmente el esfuerzo normal queda:

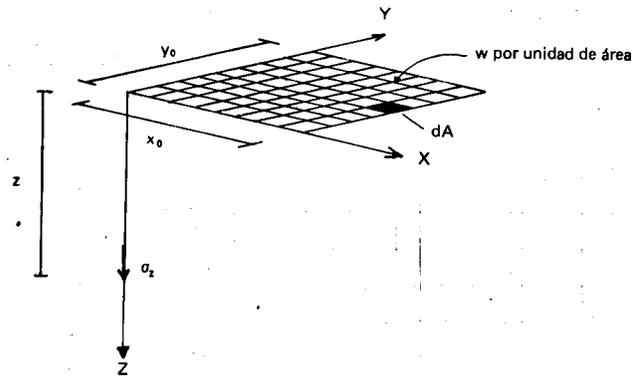
$$\sigma_z = \frac{p}{z} p_0$$

El valor de  $p_0$  ha sido tabulado por Fadum para diferentes valores de  $m$  y  $n$ , en las gráficas que a continuación se presentan. Para encontrar el valor de un esfuerzo  $\sigma_z$  en cualquier punto A debido a una carga lineal de longitud finita, utilizando la gráfica, basta medir las distancias  $x$  e  $y$ , tal como se definen en la figura que dió origen a esta serie de disertaciones, y dividir estas distancias entre la profundidad  $z$  para obtener los valores de  $m$  y  $n$  respectivamente. Con estos, la gráfica proporciona el valor de influencia  $p_0$ , y el esfuerzo  $\sigma_z$  se encuentra mediante la última fórmula mencionada.

GRAFICA DE FADUM PARA INFLUENCIA DE CARCA LINEAL



Otro caso que se presenta frecuentemente en la práctica es el que sucede cuando se tiene una carga uniforme sobre una carga rectangular, con  $w$  unidades de carga por unidad de área, tal como se muestra en la siguiente figura, en donde se pretende calcular el esfuerzo  $\sigma_z$ , bajo una esquina de la superficie cargada y a una profundidad  $z$ .



Considerando un elemento diferencial de Area:

$$dA = dx dy \quad \Rightarrow \quad dP = w dx dy$$

$$d\sigma_z = \frac{3w dx dy z^3}{2\pi R^5}$$

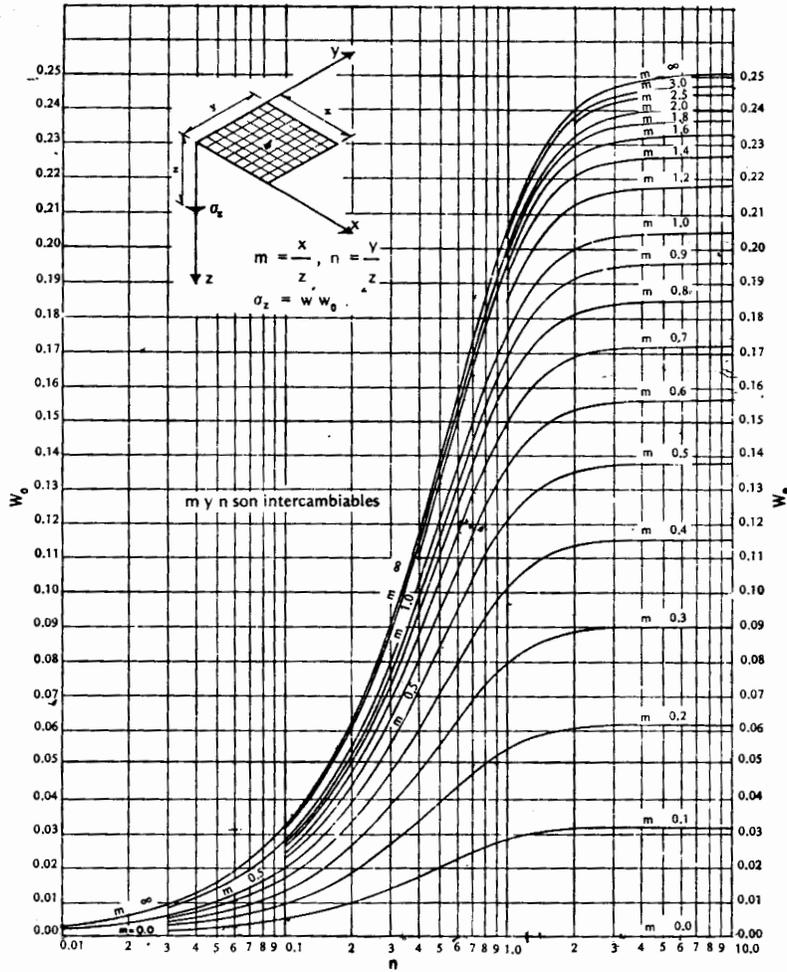
Procediendo de manera análoga al caso de carga lineal de longitud finita, pero en este caso aplicándose una integral doble, se obtiene:

$$\sigma_z = w \left\{ \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{2mn(m^2 + n^2 + 1)^{1/2}}{(m^2 + n^2 + 1) + m^2 n^2} \frac{m^2 + n^2 + 2}{m^2 + n^2 + 1} + \text{ang tg} \frac{2mn(m^2 + n^2 + 1)^{1/2}}{(m^2 + n^2 + 1) - m^2 n^2} \right] \right\}$$

Si a la parte encerrada en corchetes, del segundo miembro de la ecuación, se le denomina  $w_0$ , su valor puede tabularse en función de diferentes valores de  $m$  y  $n$ , es decir:

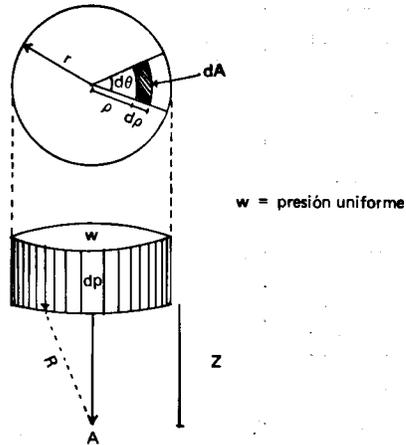
$$m = \frac{x_0}{z} \quad n = \frac{y_0}{z} \quad \text{y} \quad w_0 = f(m, n)$$

Se puede encontrar el valor de un esfuerzo  $\sigma_z$  en un punto A bajo una esquina de una carga rectangular uniformemente cargada, con solo medir las distancias  $x_0, y_0$ , la profundidad  $z$ , calcular los valores  $m$  y  $n$ , referirlos a las gráficas que Fadum elaboró para este caso, encontrar el valor de  $w_0$  y aplicar la ecuación:  $\sigma_z = w w_0$



Con estas gráficas, se encuentra el valor de  $\sigma_z$  correspondiente a cada profundidad  $z$ ; sin embargo no debe de olvidarse que el sistema de coordenadas base que dió origen a esta grafica de Fadum, es tal que su origen coincide precisamente con la esquina del área rectangular uniformemente cargada. Si se quieren saber las presiones bajo otro punto, debe de procederse haciendo las adiciones o sustracciones convenientes al área cargada.

Un caso común que se presenta en la práctica, es el que se refiere al cálculo de esfuerzos a lo largo de una normal por el centro de una área circular con carga uniformemente repartida, como la que a continuación se ilustra:



De la figura, puede definirse una diferencial de área:

$$dA = \rho d\theta d\rho$$

Si en esa área obrara una carga concentrada  $dP$ :

$$dP = w dA = w \rho d\theta d\rho$$

Por otro lado, se sabe que el esfuerzo vertical  $\sigma_z$  a una profundidad  $z$  puede calcularse de acuerdo a la expresión:

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^3}$$

O sea, para este caso específico:

$$d\sigma_z = \frac{3dP}{2\pi} \frac{z^3}{R^3} = \frac{3w\rho d\theta d\rho}{2\pi} \frac{z^3}{R^3}$$

Además R, es igual a:

$$R = \sqrt{z^2 + \rho^2}; \text{ ya que } x^2 + y^2 = \rho^2$$

Aplicando entonces a la diferencial del esfuerzo vertical una integral de superficie, se obtiene:

$$\sigma_z = \iint_{\text{sup}} \frac{3w\rho d\theta d\rho}{2\pi} \frac{z^3}{(z^2 + \rho^2)^{5/2}}$$

Sustituyendo límites:

$$\sigma_z = \frac{3wz^3}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^r \frac{\rho d\rho}{(z^2 + \rho^2)^{5/2}} =$$

$$= \frac{3wz^3}{2\pi} [2\pi] \int_0^r (z^2 + \rho^2)^{-5/2} \rho d\rho =$$

$$= 3wz^3 \left[ -\frac{1}{2} \frac{2}{3} (z^2 + \rho^2)^{-3/2} \right]_0^r =$$

$$= -wz^3 [ (z^2 + r^2)^{-3/2} - (z^2)^{-3/2} ]$$

Finalmente:

$$\sigma_z = wz^3 [ z^{-3} - (z^2 + r^2)^{-3/2} ] = w \left[ 1 - \frac{z^3}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \right]$$

... expresión que resuelve problemas en los que la planta de la carga es una sección circular.

Lo anterior puede también escribirse como:

$$\sigma_z = w \left[ 1 - \left( \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right)^{3/2} \right]$$

... o bien:

$$\sigma_z = w w_0$$

Para obtener los valores  $w_0$ , se presenta a continuación una tabla de tabulación en los que para cada relación de  $r/z$ , se presenta su correspondiente valor de  $w_0$ . Así, con este valor, el esfuerzo vertical  $\sigma_z$  a lo largo de una normal por el centro de una área circular uniformemente cargada, se obtiene simplemente aplicando la última fórmula enunciada.

**Valores de influencia para área circular uniformemente cargada**  
*Solución de Boussinesq*

$$\sigma_z = w w_0$$

$r/z$	$w_0$	$r/z$	$w_0$	$r/z$	$w_0$	$r/z$	$w_0$
00	0.00000	30	0.12126	60	0.36949	90	0.58934
1	0.00015	1	0.12859	1	0.37781	1	0.59542
2	0.00060	2	0.13605	2	0.38609	2	0.60142
3	0.00135	3	0.14363	3	0.39437	3	0.60734
4	0.00240	4	0.15133	4	0.40247	4	0.61317
5	0.00374	5	0.15915	5	0.41058	5	0.61892
6	0.00538	6	0.16706	6	0.41863	6	0.62459
7	0.00731	7	0.17507	7	0.42662	7	0.63018
8	0.00952	8	0.18317	8	0.43454	8	0.63568
9	0.01203	9	0.19134	9	0.44240	9	0.64110
10	0.01481	40	0.19959	70	0.45018	1.00	0.64645
1	0.01788	1	0.20790	1	0.45789	1	0.65171
2	0.02122	2	0.21627	2	0.46553	2	0.65690
3	0.02483	3	0.22469	3	0.47310	3	0.66200
4	0.02870	4	0.23315	4	0.48059	4	0.66703
5	0.03283	5	0.24165	5	0.48800	5	0.67198
6	0.03721	6	0.25017	6	0.49533	6	0.67686
7	0.04184	7	0.25872	7	0.50259	7	0.68168
8	0.04670	8	0.26729	8	0.50976	8	0.68639
9	0.05181	9	0.27587	9	0.51685	9	0.69104
20	0.05713	50	0.28446	80	0.52386	1.10	0.69562
1	0.06268	1	0.29304	1	0.53079	1	0.70013
2	0.06844	2	0.30162	2	0.53763	2	0.70457
3	0.07441	3	0.31019	3	0.54439	3	0.70894
4	0.08057	4	0.31875	4	0.55106	4	0.71324
5	0.08692	5	0.32728	5	0.55766	5	0.71747
6	0.09346	6	0.33579	6	0.56416	6	0.72163
7	0.10017	7	0.34427	7	0.57058	7	0.72573
8	0.10704	8	0.35272	8	0.57692	8	0.72976
9	0.11408	9	0.36112	9	0.58317	9	0.73373

r/z	w <sub>z</sub>	r/z	w <sub>z</sub>	r/z	w <sub>z</sub>	r/z	w <sub>z</sub>
1.20	-0.73763	1.56	-0.84283	1.91	-0.90021	3.40	-0.97753
1	-0.74142	7	-0.84495	2	-0.90143	.50	-0.97927
2	-0.74525	8	-0.84704	3	-0.90263	.60	-0.98083
3	-0.74896	9	-0.84910	4	-0.90382	.70	-0.98224
4	-0.75262			5	-0.90499	.80	-0.98352
5	-0.75622	1.60	-0.85112	6	-0.90613	.90	-0.98468
6	-0.75976	1	-0.85312	7	-0.90726		
7	-0.76324	2	-0.85507	8	-0.90838	4.00	-0.98573
8	-0.76666	3	-0.85700	9	-0.90948	.20	-0.98757
9	-0.77003	4	-0.85890			.40	-0.98911
		5	-0.86077	2.00	-0.91056	.60	-0.99041
1.30	-0.77334	6	-0.86260	2	-0.91267	.80	-0.99152
1	-0.77660	7	-0.86441	4	-0.91472		
2	-0.77981	8	-0.86619	6	-0.91672	5.00	-0.99246
3	-0.78296	9	-0.86794	8	-0.91865	.20	-0.99327
4	-0.78606					.40	-0.99396
5	-0.78911	1.70	-0.86966	2.10	-0.92053	.60	-0.99457
6	-0.79211	1	-0.87136	15	-0.92499	.80	-0.99510
7	-0.79507	2	-0.87302	20	-0.92914		
8	-0.79797	3	-0.87467	25	-0.93301	6.00	-0.99556
9	-0.80083	4	-0.87628	30	-0.93661	.50	-0.99648
		5	-0.87787	35	-0.93997		
1.40	-0.80364	6	-0.87944	40	-0.94310	7.00	-0.99717
1	-0.80640	7	-0.88098	45	-0.94603	.50	-0.99769
2	-0.80912	8	-0.88250	50	-0.94877		
3	-0.81179	9	-0.88399	55	-0.95134	8.00	-0.99809
4	-0.81442			60	-0.95374	9.00	-0.99865
5	-0.81701	1.80	-0.88546	65	-0.95599	10.00	-0.99901
6	-0.81955	1	-0.88691	70	-0.95810	12.00	-0.99943
7	-0.82206	2	-0.88833	75	-0.96009	14.00	-0.99964
8	-0.82452	3	-0.88974	80	-0.96195	16.00	-0.99976
9	-0.82694	4	-0.89112	85	-0.96371	18.00	-0.99983
		5	-0.89248	90	-0.96536	20.00	-0.99988
1.50	-0.82932	6	-0.89382	95	-0.96691	25.00	-0.99994
1	-0.83167	7	-0.89514			30.00	-0.99996
2	-0.83397	8	-0.89643	3.00	-0.96838	40.00	-0.99998
3	-0.83624	9	-0.89771	10	-0.97106	50.00	-0.99999
4	-0.83847			20	-0.97346	100.00	-1.00000
5	-0.84067	1.90	-0.89897	30	-0.97561	∞	-1.00000

Existen algunas otras condiciones de carga en las cuales en la práctica es necesario calcular el esfuerzo vertical que produce a determinada profundidad. A continuación se mencionarán algunos de estos casos de transmisión de esfuerzos provocados por cargas superficiales, y que se resuelven en la práctica con la ayuda de algunas gráficas. No profundizaremos en la obtención de las expresiones de las que se obtienen dichos esfuerzos, ya que hacerlo implicaría entrar en detalle a disertaciones matemáticas que salen de los temas del curso.

a) Carga lineal de longitud infinita

Cuando una línea de carga se extiende infinitamente en ambos sentidos ( $-\infty, +\infty$ ), el esfuerzo  $\sigma_z$  a una profundidad  $z$ , en un plano normal a la línea de carga, se calcula con la expresión:

$$\sigma_z = \frac{2P}{\pi} \frac{z^3}{(x^2 + z^2)^2}$$

Si la línea de carga se extiende solamente semi-infinitamente, es decir,  $z_0$  crece solamente en un solo sentido ( $+\infty$ ), pero su magnitud es mucho mayor que las  $x_0$  y las  $z$  que intervengan en el caso, el esfuerzo vertical  $\sigma_z$  es simplemente la mitad de lo dado por la ecuación antes mencionada.

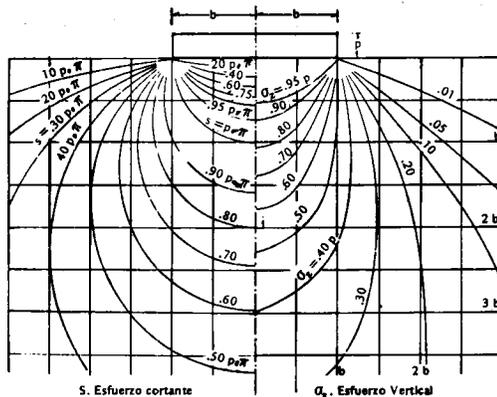
b) Carga rectangular de longitud infinita

Las fórmulas que nos definen los esfuerzos  $\sigma_z$  y el cortante  $\tau_{m\acute{a}x}$  máximo son:

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi} (\alpha + \text{sen } \alpha) \qquad \tau_{m\acute{a}x} = \frac{P}{\pi} \text{sen } \alpha$$

... siendo  $\alpha$  el ángulo que forma el punto A respecto a las aristas del rectángulo cargado.

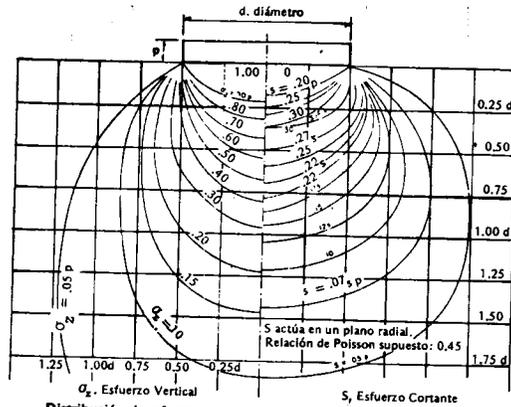
A continuación se ilustra una gráfica que da los valores de  $\sigma_z$  y  $\tau_{m\acute{a}x}$  para los diferentes puntos del medio semi-infinito.



Distribución de esfuerzos verticales y cortantes máximos bajo una carga rectangular de longitud infinita

**c) Área circular uniformemente cargada**

Anteriormente se trató este punto, pero para una área circular con carga uniformemente repartida, solamente se podían calcular los esfuerzos verticales a lo largo de una línea normal al área trazada por su centro. La siguiente gráfica nos sirve para calcular los esfuerzos verticales y las cortantes máximas en cualquier punto del medio semi-infinito.

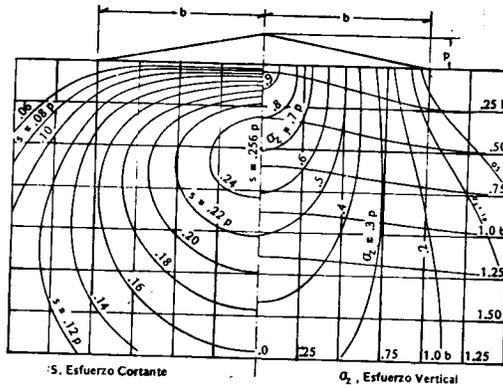


Distribución de esfuerzos verticales y cortantes máximos bajo un área circular uniformemente cargada

d) Carga triangular de longitud infinita. Caso del triángulo isósceles

Este es un caso muy usual en la práctica, pues se utiliza en la construcción de por ejemplo presas de tierra, elementos de retención o soporte, etc.

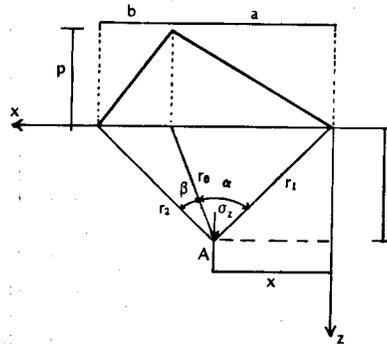
En la siguiente figura, se ilustra la solución gráfica que nos permite encontrar los valores máximos para el esfuerzo vertical  $\sigma_z$  y cortante  $\tau_{m\acute{a}x}$ .



Distribución de esfuerzos verticales y cortantes máximos bajo una carga triangular de longitud infinita (triángulo isósceles)

e) *Carga triangular de longitud infinita. Caso del triángulo escaleno*

Para el caso específico del triángulo escaleno, se tiene la siguiente figura:



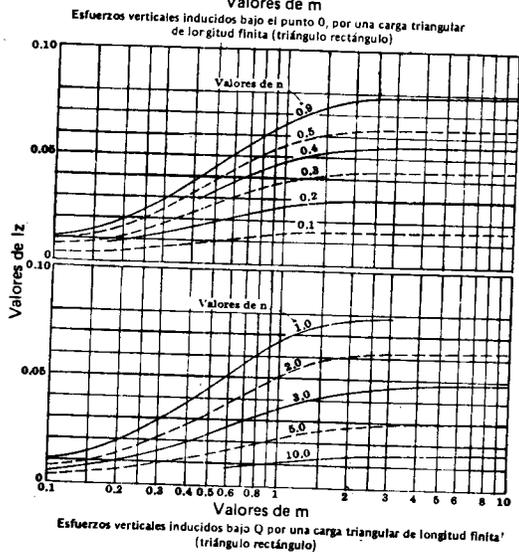
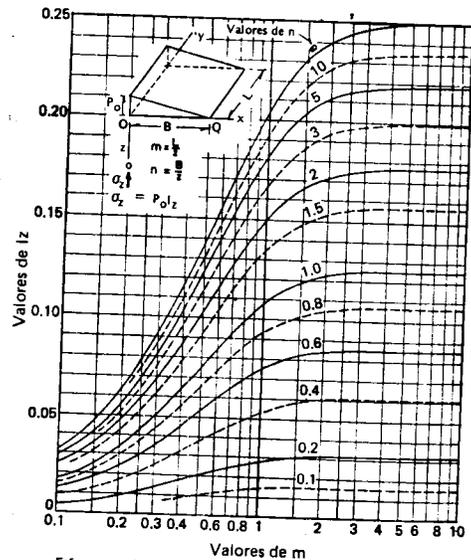
Los esfuerzos vertical y cortante máximo se tabulan según las expresiones:

$$\tau_{xz} = \frac{P}{\pi} \left( \frac{z}{a} \alpha - \frac{z}{b} \beta \right)$$

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi} \left[ \frac{x}{a} \alpha + \frac{a+b-x}{b} \beta \right]$$

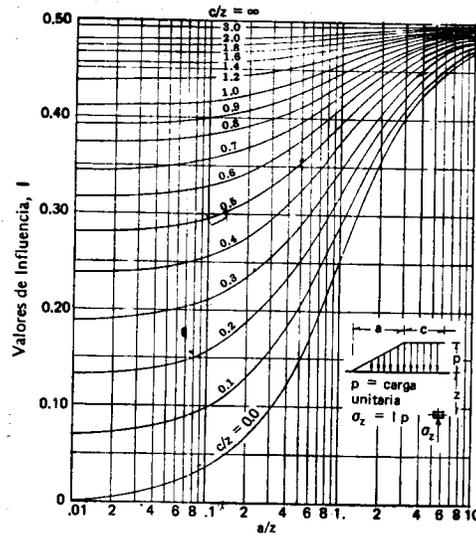
f) *Carga triangular de longitud finita. Caso del triángulo rectángulo*

A continuación se ilustran las soluciones gráficas que nos proporcionan los esfuerzos verticales para este importante caso práctico.



**g) Carga trapecial de longitud infinita**

A continuación se ilustra una solución gráfica para el cálculo de esfuerzos verticales de acuerdo a una presión producida por una carga distribuida por un trapecio rectángulo.

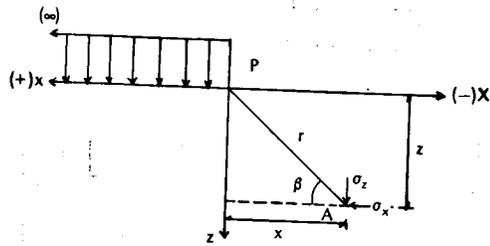


Gráfica de valores de influencia para el cálculo de esfuerzos verticales debido a la sobrecarga impuesta por una carga trapecial de longitud infinita (según J. O. Osterberg)

Con esta gráfica, es fácil poder calcular los esfuerzos inducidos por un terraplén. Si se desea conocer dicho esfuerzo bajo el centro del terraplén, basta con multiplicar por dos el valor de  $\sigma_z$  obtenido. Para calcular los esfuerzos bajo el centro del extremo final de un terraplén supuestamente de longitud semi-infinita, será suficiente con calcular la mitad del valor del esfuerzo  $\sigma_z$  obtenido como si se tratase de un terraplén completo de longitud infinita.

**h) Plano semi-infinito uniformemente cargado**

Consideremos el siguiente esquema:



Los esfuerzos actuantes se calculan según las ecuaciones:

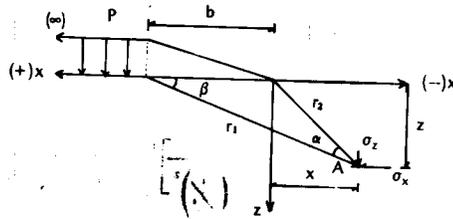
$$\sigma_z = \frac{P}{\pi} \left[ \beta + \frac{xz}{r^2} \right]$$

$$\sigma_x = \frac{P}{\pi} \left[ \beta - \frac{xz}{r^2} \right]$$

$$\tau_{xz} = \frac{P}{\pi} \operatorname{sen}^2 \beta$$

**i) Plano semi-infinito uniformemente cargado con talud**

La figura que a continuación se ilustra, corresponde a los esfuerzos que se sucedan en un punto A cualquiera al cual se le aplica la carga mencionada.



La solución se presenta en las siguientes fórmulas:

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi} \left[ \beta + \frac{x}{b} \alpha \right]$$

$$\sigma_x = \frac{P}{\pi} \left[ \beta + \frac{x}{b} \alpha - \frac{z}{b} \operatorname{Ln} \frac{r_2}{r_1} \right]$$

$$\tau_{xz} = \frac{P}{\pi} \frac{z}{b} \alpha$$

### 7.3. Carta de Newmark.

El señor N. M. Newmark, elaboró un método gráfico de aplicación sencilla que nos permite obtener en una forma rápida los esfuerzos verticales  $\sigma_z$  transmitidos a un medio semi-infinito, homogéneo, isótropo y elástico para cualquier condición de carga uniformemente repartida sobre la superficie del medio. La Carta de Newmark es especialmente útil cuando se tienen varias áreas cargadas, aplicando a cada una de ellas, diferentes presiones a la superficie del medio.

Este método se basa en la ecuación que nos define el esfuerzo vertical bajo el centro de un área circular uniformemente cargada, ecuación que en forma adimensional puede escribirse como:

$$\frac{\sigma_z}{w} = 1 - \left[ \frac{1}{1 + \left( \frac{r}{z} \right)^2} \right]^{3/2}$$

O sea:

$$1 - \frac{\sigma_z}{w} = \left[ \frac{1}{1 + \left( \frac{r}{z} \right)^2} \right]^{3/2}$$

Si se elevan ambos miembros a la  $2/3$ :

$$\left(1 - \frac{\sigma_z}{w}\right)^{2/3} = \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2}$$

Despejando el coeficiente  $r/z$ :

$$\frac{1}{\left(1 - \frac{\sigma_z}{w}\right)^{2/3}} = 1 + \left[\frac{r}{z}\right]^2$$

$$\therefore r/z = \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{\sigma_z}{w}\right)^{2/3}} - 1}$$

De acuerdo a esta última expresión, se dá convencionalmente a  $\frac{\sigma_z}{w}$  el valor de 0.1 y se encuentra que  $r/z = 0.268$ ; es decir, que si se tiene un círculo cargado de radio  $r = 0.268z$ , donde  $z$  es la profundidad de un punto A bajo el centro de el círculo cargado uniformemente, el esfuerzo en dicho punto será:

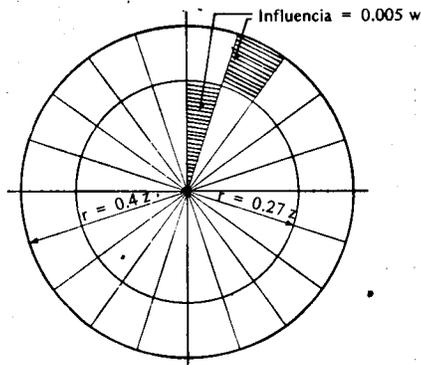
$$\sigma_z = 0.1 w$$

Si dividimos este círculo de  $r = 0.268 z$  en 20 segmentos iguales (cinco por cuadrante), cada uno de estos segmentos contribuirá al esfuerzo  $\sigma_z$  total con la misma proporción, es decir, cada uno de los veinte segmentos de este círculo cooperará para el esfuerzo  $\sigma_z$  con  $0.1w/20 = 0.005 w$ .

Este valor de 0.005 es el valor de influencia o coeficiente de influencia correspondiente a cada uno de los segmentos circulares considerados.

Supongamos ahora que se toma  $\frac{\sigma_z}{w} = 0.2$ ; el valor resultante de  $r/z = 0.40$ ; esto significa que para el mismo punto A a la profundidad  $z$ , se requiere un círculo cargado con radio  $r = 0.40 z$  para que el esfuerzo  $\sigma_z$  sea igual a  $0.2 w$ .

Dibujando ambos círculos concéntricos (de radios  $r = 0.27 z$ , y  $r = 0.40 z$ ), y subdividiendo ambos en 20 segmentos simétricos, se tiene la siguiente figura:



Génesis de la carta de Newmark

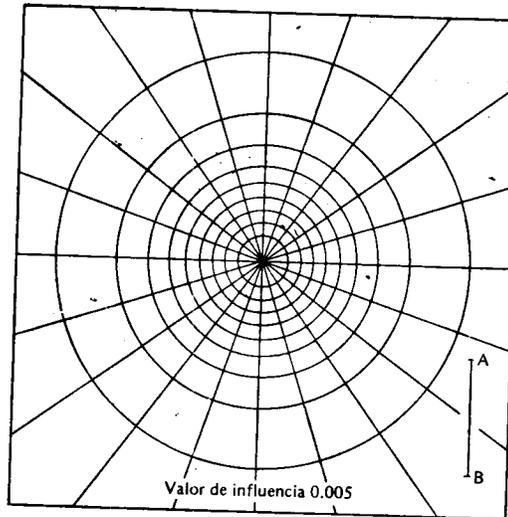
El primer círculo producía en el punto A un esfuerzo  $\sigma_z = 0.1 w$ ; la corona circular ahora agregada, produce otro esfuerzo  $\sigma_z = 0.1 w$ , de tal manera que el nuevo círculo total genera un esfuerzo  $\sigma_z = 0.2 w$ . Así pues, si los radios que dividían el primer círculo se prolongan hasta el segundo, se tendrá la corona subdividida en áreas cuya influencia es la misma que la de los segmentos originales (0.005 w).

Hagamos análisis sucesivos para diferentes valores de  $\sigma_z/w$  y obtengamos así los radios de círculos concéntricos en función de la profundidad  $z$  del punto A, que den los esfuerzos en dichos puntos:

$\sigma_z/w$	$r$
0.3	0.52z
0.4	0.634z
0.5	0.766z
0.6	0.916z
0.7	1.11z
0.8	1.384z
0.9	1.906z
1.0	$\infty$

Puede observarse que para  $\sigma_z/w = 1.0$ , resulta que el radio del círculo correspondiente es ya infinito, para cualquier  $z$  diferente de cero, por lo que las áreas que se generan por prolongación de los radios vectores fuera del círculo en que  $z/w = 0.9$ , aún siendo infinitas, tiene la misma influencia sobre A que las restantes dibujadas.

A continuación se presenta una carta de Newmark construida para el valor de  $z$  indicado. Siendo que la relación  $\sigma_z/w$  varía cada décima, cada anillo circular provoca el 10% de la carga distribuida o unitaria aplicada en la superficie del suelo.



Carta de Newmark ( $z = AB$ )

Para encontrar el valor del esfuerzo  $\sigma_z$  en puntos con diferentes profundidades del A puede procederse en forma similar, construyendo otras cartas de Newmark, según otros valores de  $z$ ; sin embargo, es conveniente hacer notar que el valor de  $\sigma_z$  depende exclusivamente del valor de la relación  $r/z$ , por lo que una sola carta de Newmark puede ser utilizada para determinar los esfuerzos  $\sigma_z$  a distintas profundidades, a lo largo de la vertical por el centro de los círculos concéntricos, considerando que la  $z$  usada para la construcción de la carta, representa las distintas profundidades a que se desea calcular los esfuerzos, solo que a diferentes escalas.

Dicho esto último en otra forma, para una mayor comodidad, en la práctica puede usarse una sola carta de Newmark, disponiendo para ello de varias plantillas del área cargada cuya influencia se estudia, dibujadas a escalas diferentes. Por ejemplo, si la carta de que dispone fué construida con base a una  $z$  de 10 cm, y se desea conocer el esfuerzo  $\sigma_z$  que se produce a las profundidades de 2 m, 5 m, 10 m y 20 m, deberán construirse las plantillas a escalas tales que esas profundidades queden representadas por la  $z = 10$  cm; es decir, a escalas 1:20, 1:50, 1:100 y 1:200.

La plantilla del área cargada, dibujada previamente en un papel transparente, se coloca en tal forma que el centro de la carta coincida con el punto bajo el cual quieran calcularse los esfuerzos  $\sigma_z$ . A continuación se contarán los elementos de área de la carta cubiertas por dicha área cargada, aproximando convenientemente las fracciones de entrada igual a 0.005, nos dará el valor de influencia total, que multiplicando por la carga  $w$  nos indicará el esfuerzo  $\sigma_z$  deseado.

O sea:

$$\sigma_z = I N w$$

... en donde:

- I = Coeficiente de influencia de cada cuadro
- N = Número de cuadros o elementos cubiertos
- w = Carga unitaria uniformemente distribuida (ton/m<sup>2</sup>)

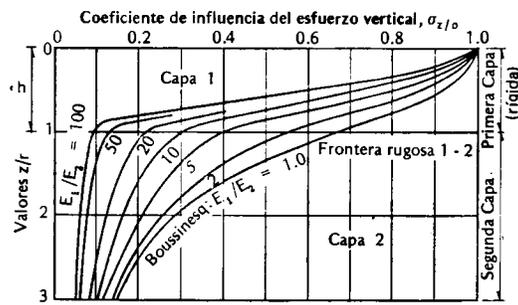
La mayor utilidad de la carta de Newmark se presenta cuando se tiene una zona con diversas áreas cargadas uniformemente, pero con cargas de distintas intensidades como ya se comentó anteriormente, en donde de utilizar los métodos convencionales se requerirían de muchos cálculos, mientras que con el método de Newmark se podrían calcular los esfuerzos sin mayor dificultad

#### 7.4 Medios Heterogéneos.

En general para suelos que no puedan definitivamente ser considerados como homogéneos por su estratificación o variabilidad de componentes como podría presentarse por ejemplo en la colocación de pavimentos o algunas losas corridas de cimentación, los hundimientos pueden ser calculados según la teoría de Boussinesq, mientras que los efectos de las estructuras pueden ser considerados en forma independiente.

El señor D. M. Burmister, estudió este problema de distribución de esfuerzos y desplazamientos en un sistema, no homogéneo formado por dos capas, cada una de ellas homogénea, isótropa y linealmente elástica. Consideró que la primera capa es infinita horizontalmente, pero tiene un espesor infinito h. La segunda capa, subyacente a la anterior es semiinfinita. Se supone que entre las dos capas existe un contacto continuo, siendo la frontera plana entre ellas perfectamente rugosa. Las dos capas o estratos tienen respectivamente sus módulos de elasticidad  $E_1$  y  $E_2$ , y como se estudió un caso de interés práctico, directamente relacionado con el diseño de pavimentos, entonces los módulos resultan ser  $E_1 > E_2$ .

A continuación se muestran las curvas de influencia de la carga superficial, supuesta circular y uniformemente distribuida, en lo que se refiere a los esfuerzos verticales bajo el centro del área cargada, suponiendo que el radio del círculo de carga es igual al espesor h de la primera capa. Las curvas mostradas se refieren a distintas relaciones  $E_1/E_2$  en materiales cuya relación de Poisson se fijó en el valor 0.5 para ambos estratos.



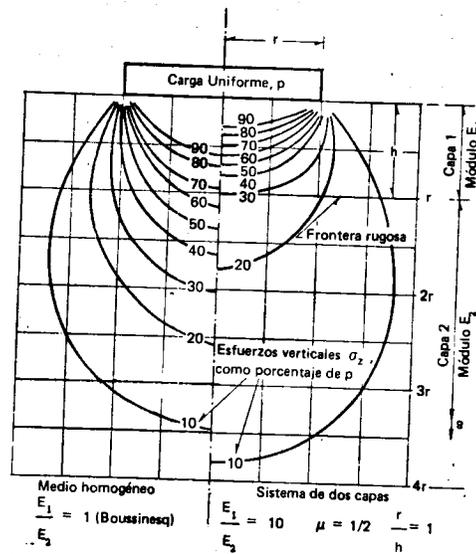
Curvas de influencia de esfuerzos verticales transmitidos en un sistema de dos capas elásticas (según Burmister)

Puede notarse que en la frontera, y para el caso  $E_1/E_2 = 1$ , que corresponde al problema de Boussinesq ya tratado, el esfuerzo vertical  $\sigma_z$  es del 70% de la presión  $P$  aplicada en la superficie, mientras que si  $E_1/E_2 = 100$ , dicho valor se reduce a solamente un 10% de la presión superficial.

De esto puede deducirse que mientras más rígida sea la capa 1, las cargas se disipan en torno a ella, y por ende, casi no llega esfuerzo a la capa 2, generalmente de menos rigidez por tratarse de un terreno natural poco o nada compactado. Esta disipación también se acentúa si el estrato 1 es muy profundo.

El criterio utilizado en el diseño de pavimentos se fundamenta en las consideraciones anteriores, los cuales generalmente son muy resistentes ya que normalmente no sufren fallas por esfuerzo sino por no considerar en sus tracceras un 2% de pendiente, con la cual se proporciona drenaje suficiente para que no se humedezca el terreno natural.

En la siguiente figura se muestra una comparación de las distribuciones del esfuerzo vertical en un medio homogéneo y en un sistema de dos capas en el cual  $E_1/E_2 = 10$ , la relación de Poisson  $\mu = 0.5$ , y  $r/h = 1$ . La figura nos muestra los esfuerzos en cualquier punto de la masa del suelo y no solo en la línea vertical bajo el centro del área cargada.



Comparación de la distribución de esfuerzos verticales en un medio homogéneo en un sistema de dos capas.

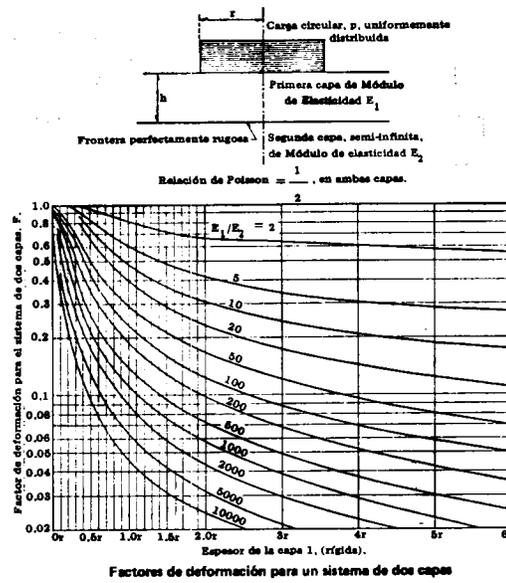
De acuerdo a las consideraciones de Burmister, el desplazamiento vertical elástico en la superficie del sistema se calcula con la expresión:

$$\Delta = 1.5 F \frac{pr}{E_2}$$

en dónde:

- $\Delta$  = Desplazamiento vertical en la superficie del sistema.
- F = Factor adimensional de desplazamiento, que depende de las relaciones  $E_1/E_2$  y  $h/r$ .
- p = presión uniforme en el área circular.
- r = radio del círculo cargado.
- $E_2$  = Módulo de Elasticidad de la segunda capa semiinfinita.

A continuación se ilustra una gráfica que nos da los valores de F para diferentes relaciones de las que tal factor depende.



Para utilizar esta gráfica, es preciso determinar primeramente los valores numéricos de  $E_1$  y  $E_2$ , lo cual se logra por medio de pruebas de placa; en el supuesto caso de que la placa transmisora de las cargas sea idealmente rígida, el desplazamiento vertical en la superficie del sistema se calcula según la fórmula:

$$\Delta = 1.18 \frac{pr}{E_2}$$

Si colocamos una placa rígida sobre el material que va a constituir la segunda capa y se transmite presión, esta última expresión permite el cálculo de  $E_2$ . Efectuando la prueba de placa ahora en la superficie del sistema de dos capas, utilizando otra vez la última fórmula mencionada en donde interviene  $F$ , podremos calcular  $F$ , y la gráfica de los factores de deformación nos proporcionará la correspondiente relación  $E_1/E_2$ , de lo cual puede deducirse el valor del módulo  $E_1$ . Con los valores de  $E_1$  y  $E_2$ , así determinados, pueden calcularse con las fórmulas anteriores y la mencionada gráfica de factores de deformación, los desplazamientos verticales bajo el centro de cualquier área circular cargada aplicada en la superficie del sistema de dos estratos o capas.

Como anteriormente se mencionaba, los resultados de Burmister se han aplicado sobre todo al diseño de pavimentos, fungiendo el pavimento como primera capa más rígida, sin embargo, hasta hoy, los métodos analíticos de ahí emanados son menos confiables que otros de fundamento más empírico, pero de resultados más comprobados.

Debe notarse que desde el punto de vista de transmisión de esfuerzos, las teorías de Burmister ofrecen resultados que hacen parecer los obtenidos con la solución básica de Boussinesq como conservadores.

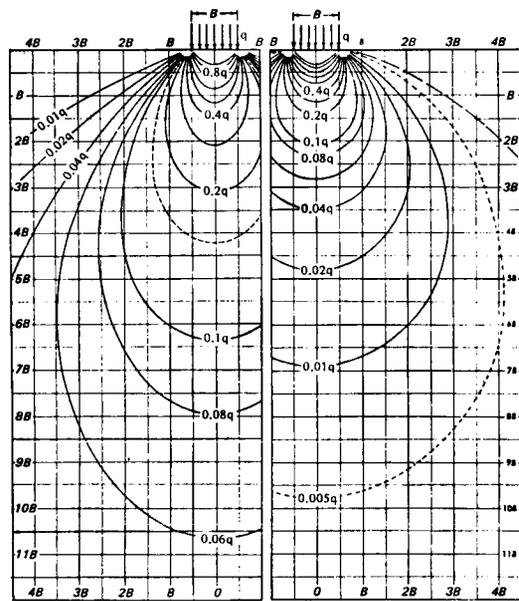
#### 7.5. Teoría de Westergaard.

La teoría de Westergaard se ajusta más a las condiciones elásticas de una masa estratificada de suelo. El supone una masa homogénea elástica reforzada por finas láminas horizontales no deformables, de espesores despreciables. La fórmula que calcula el incremento de esfuerzo vertical producido por una carga concentrada aplicada en la superficie de un suelo compresible (con módulo de Poisson igual a cero) es la siguiente:

$$\Delta \sigma_z = \frac{P}{\pi z^2 [1 + 2(r/z)^2]^{3/2}}$$

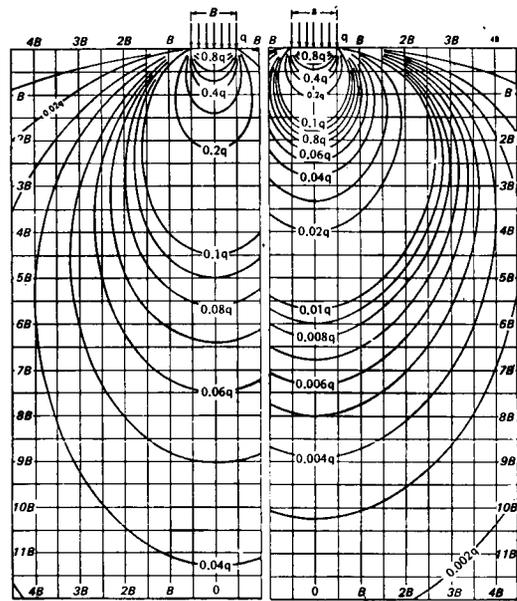
... en donde las literales  $P$ ,  $z$  y  $r$ , significan lo mismo que la fórmula de Boussinesq, teniendo una carga de tipo concentrada.

Ambas ecuaciones se pueden utilizar para calcular el incremento de esfuerzo producido por una cimentación, si la profundidad  $z$  es mayor que dos veces, aproximadamente, el ancho de la cimentación  $B$ . Para profundidades menores la presión producida por la cimentación debe ser integrada en toda el área de la cimentación para dar el incremento de esfuerzo. Los resultados de estas integraciones se presentan en las gráficas que a continuación se ilustran, mostrándonos las líneas de iguales esfuerzos (isobaras) debajo de una cimentación de ancho  $B$  que ejerce una presión uniforme en la superficie del suelo. El lado izquierdo de cada gráfica es para cimentaciones de largo infinito, y el lado derecho para cimentaciones cuadradas. La profundidad y la distancia horizontal están expresadas en términos del ancho  $B$  de la cimentación. Las líneas de iguales esfuerzos representan fracciones de la presión  $q$ . Cuando la cimentación es rectangular, se puede usar el gráfico para cimentaciones cuadradas, con ligero error, suponiendo que  $B = \sqrt{A}$ , siendo  $A$  el área de la cimentación.



a. Cimentación infinitamente larga      b. Cimentación cuadrada

Líneas isobáricas de esfuerzo vertical debajo de una cimentación en un sólido semi-infinito y elástico; análisis de Boussinesq. Los esfuerzos están dados en función de la presión uniforme  $q$ , en la cimentación; las distancias y profundidades están dadas en función del ancho de la cimentación  $B$ .

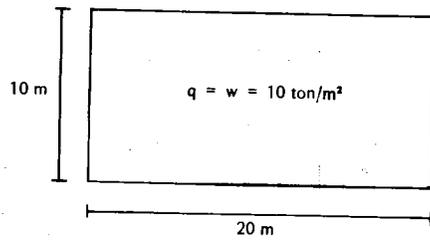


a. Cimentación infinitamente larga      b. Cimentación cuadrada

Líneas isobáricas de esfuerzo vertical debajo de una cimentación en un material de finos estratos, semi-infinito y homogéneo; análisis de Westergaard. Los esfuerzos están dados en función de la presión uniforme  $q$ , en la cimentación; las distancias y profundidades están dadas en función del ancho de la cimentación,  $B$ .

### EJERCICIOS RESUELTOS

1 Una cimentación de 10 x 20 m soportará una carga uniforme de 10 ton/m<sup>2</sup>. Calcular las presiones verticales en una esquina a profundidades de 10, 20 y 30 metros. Graficar los valores obtenidos.



#### SOLUCION

En problemas similares a éste en que se tienen áreas rectangulares, es conveniente emplear las gráficas de Fadum, por lo que es necesario calcular los parámetros  $m$  y  $n$ , ambos indispensables para poder utilizar dichas gráficas.

Dichos parámetros se definen como:

$$m = \frac{x}{z}$$

$$n = \frac{y}{z}$$

... en donde  $x$  e  $y$  son longitudes de los lados que forman el área rectangular, y  $z$  es la profundidad a la cual se quiere conocer el esfuerzo (las longitudes  $x$  e  $y$  pueden intercambiarse).

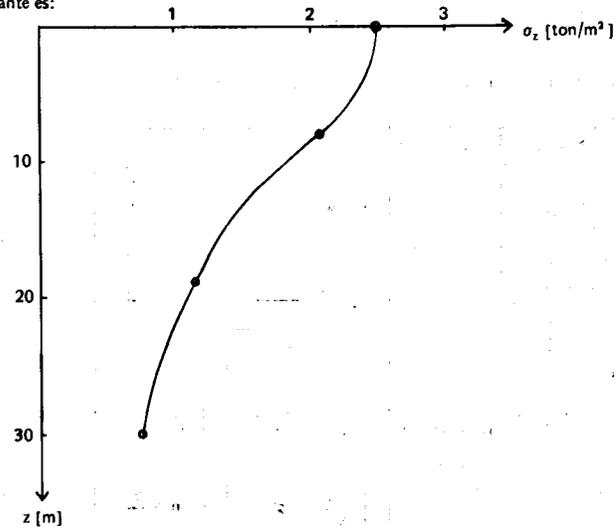
Así, al obtenerse del gráfico de Boussinesq el valor  $w_0$ , de acuerdo a los valores de  $m$  y  $n$ , se procede a aplicar la fórmula que nos proporciona la magnitud del esfuerzo vertical, es decir:

$$\sigma_{z_0} = w_0 q$$

Para este problema en particular, puesto que se desea saber el esfuerzo a diferentes profundidades  $z$ , se procede a hacer una tabla, considerando  $x = 20$  mts,  $y = 10$  m, y refiriéndose a las gráficas de Boussinesq.

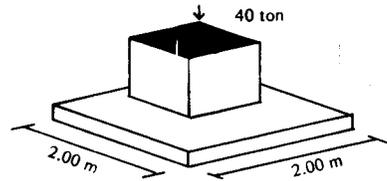
$z$	$m = \frac{x}{z}$	$n = \frac{y}{z}$	$w_0$	$q$	$\sigma_{z_0}$
0 m	$\infty$	$\infty$	0.25	10 ton/m <sup>2</sup>	2.5 ton/m <sup>2</sup>
10	2	1	0.20	10	2.0
20	1	0.5	0.12	10	1.2
30	0.66	0.33	0.075	10	0.75

La gráfica resultante es:



**2** Calcular los esfuerzos a profundidades de 5, 10, 20 y 30 metros bajo la carga de la zapata mostrada en la figura, suponiendo:

- Carga concentrada de 40 toneladas
- Carga uniforme de 10 ton/m<sup>2</sup>. Graficar los resultados obtenidos bajo el centro del área cargada



**SOLUCION**

a) Se tiene la expresión de Boussinesq:

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^3} \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right]^{5/2}$$

158

Para el caso analizado, y a cualquier profundidad, es válido decir que el radio  $r = 0$ , por lo que la anterior fórmula queda para el centro de la zapata:

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2}$$

Así, sustituyendo los valores para cada profundidad  $z$  se obtiene:

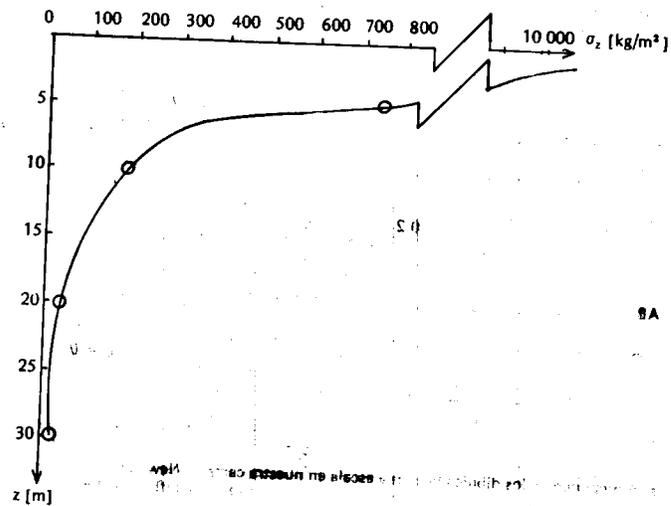
$$\sigma_{z_{5m}} = \frac{3(40\,000)}{2\pi(5)^2} = 763.9 \text{ kg/m}^2$$

$$\sigma_{z_{10m}} = \frac{3(40\,000)}{2\pi(10)^2} = 191 \text{ kg/m}^2$$

$$\sigma_{z_{20m}} = \frac{3(40\,000)}{2\pi(20)^2} = 47.75 \text{ kg/m}^2$$

$$\sigma_{z_{30m}} = \frac{3(40\,000)}{2\pi(30)^2} = 21.22 \text{ Kg/m}^2$$

La gráfica de esfuerzo para estas profundidades es la siguiente:



b) Utilizando la Carta de Newmark y empleando la fórmula:

$$\sigma_z = I w N$$

... en donde:

- $\sigma_z$  = Esfuerzo vertical
- $w$  = Carga Constante
- $N$  = Número de cuadros cubiertos
- $I$  = Coeficiente de Influencia

Para las diferentes profundidades, se dibuja el área cuadrada de la zapata (dibujada a escala), haciendo simplemente una regla sencilla. Es decir:

**CARTA DE NEWMARK**

**REALIDAD**

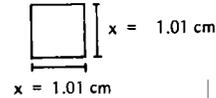
AB = 2.54 cm \_\_\_\_\_

z = 5 m

Lado x zapata \_\_\_\_\_

2 m

$$\therefore x = \frac{(2)(2.54)}{(5)} = 1.01$$



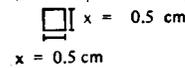
AB = 2.54 cm \_\_\_\_\_

z = 10 m

Lado x zapata \_\_\_\_\_

2 m

$$x = \frac{(2)(2.54)}{(10)} = 0.5$$



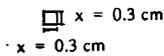
AB = 2.54 cm \_\_\_\_\_

z = 20 m

Lado x zapata \_\_\_\_\_

2 m

$$x = \frac{(2)(2.54)}{(20)} = 0.2$$



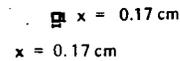
AB = 2.54 cm \_\_\_\_\_

z = 30 m

Lado x zapata \_\_\_\_\_

2 m

$$x = \frac{(2)(2.54)}{(30)} = 0.17$$



Así, si sobreponemos los dibujos hechos a escala en nuestra carta de Newmark, podemos saber el valor de N, y podemos aplicar la fórmula anteriormente mencionada, ya que el valor de influencia I es conocido.

Para la profundidad de 5 m:  $N = 15$  cuadros.

$$\therefore \sigma_{z_{5m}} = (15) (0.005) (10) = 0.75 \text{ ton/m}^2$$

Para  $z = 10$  m:  $N = 4$  cuadros.

$$\therefore \sigma_{z_{10m}} = (4) (0.005) (10) = 0.2 \text{ ton/m}^2$$

Para  $z = 20$  m:  $N = 1$  Cuadro.

$$\therefore \sigma_{z_{20m}} = (1.0) (0.005) (10) = 0.05 \text{ ton/m}^2$$

Para  $z = 30$  m:  $N = 1/2$  Cuadro.

$$\therefore \sigma_{z_{30m}} = (0.5) (0.005) (10) = 0.025 \text{ ton/m}^2$$

Graficando los valores se obtiene una gráfica muy parecida a la dibujada en el inciso a; existe semejanza entre ambos procedimientos y como una cuestión común, puede notarse que a profundidades pequeñas, los resultados difieren más a profundidades grandes en donde los esfuerzos son prácticamente iguales.

**3** Calcular el esfuerzo a una profundidad de 3 metros y a 2.4 metros del centro de una zapata cuadrada de 3 metros de lado y que trasmite una presión de  $1.5 \text{ kg/cm}^2$ :

- Usando la ecuación de Westergaard.
- Usando las gráficas de Westergaard.

#### SOLUCION

a) D. M. Westergaard supone en su teoría una masa homogénea, elástica reforzada por finas láminas horizontales no deformables de espesores despreciables. La fórmula para calcular el esfuerzo vertical producido por una carga concentrada aplicada en la superficie del suelo es:

$$\sigma_z = \frac{Q}{\pi z^2 \left[ 1 + 2 \left( \frac{r}{z} \right)^2 \right]^{3/2}}$$

... expresión en la cuál  $Q$  es la carga concentrada,  $r$  es la distancia del centro del cimiento al punto A en donde se desea conocer el esfuerzo vertical y  $z$  es la profundidad de dicho punto.

Por comodidad, utilizaremos sistemas de unidades apropiadas; es decir:

$$z = 3.0 \text{ m} = 300 \text{ cm}$$

$$r = 2.4 \text{ m} = 240 \text{ cm}$$

Como es necesario tener una carga concentrada, es necesario convertir la carga uniforme en su equivalente:

$$Q = w (\text{Area cargada}) = (1.5 \text{ Kg/cm}^2) (90\,000 \text{ cm}^2) = 135\,000 \text{ kg}$$

Finalmente, sustituyendo valores:

$$\sigma_z = \frac{135\,000}{\pi (300^2) \left[ 1 + 2 \left( \frac{240}{300} \right)^2 \right]^{3/2}} = \frac{135\,000}{9\,972\,639.4} = 0.138$$

$$\therefore \sigma_z = 0.138 \text{ kg/cm}^2$$

b) El ancho de la zapata es de 3m, siendo esta medida la que corresponde al ancho B de acuerdo a la gráfica de Westergaard para cimentación cuadrada.

La profundidad es igual al ancho de la cimentación, pero se quiere saber el esfuerzo a 2.4 m del centro de la zapata (distancia horizontal), siendo que esta medida corresponde a 0.8 B.

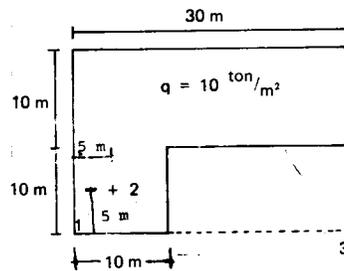
Entonces, entrando a la gráfica con B y 0.8 B, se obtiene que la línea que corresponde es 0.009, es decir:

$$\sigma_z = 0.09 q = (0.09) (1.5) = 0.135$$

$$\sigma_z = 0.135 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

**4** Para los puntos mostrados en el área de la figura, calcular las presiones transmitidas a las profundidades de 10, 20 y 30 metros:

- Empleando la gráfica de Fadum para hacer los cálculos.
- Utilizando la carta de Newmark.
- Aplicando la teoría de Westergaard para el punto 3.



**SOLUCION**

a) El esfuerzo provocado para las diferentes profundidades se calculará utilizando la gráfica de Fadum y descomponiendo el área total de la figura en otras áreas que forman una esquina con el punto considerado 1, 2 ó 3.

PUNTO 1.

\* Area I de (10 x 10) m:

$\underline{z}$	$\underline{x}$	$\underline{y}$	$\underline{m}$	$\underline{n}$	$\underline{w_0}$	$\underline{\sigma_z [kg/m^2]}$
10	10	10	1	1	0.177	1770
20	10	10	0.5	0.5	0.084	840
30	10	10	0.33	0.33	0.041	410

\* Area II de (30 x 20) m:

$\underline{z}$	$\underline{x}$	$\underline{y}$	$\underline{m}$	$\underline{n}$	$\underline{w_0}$	$\underline{\sigma_z [kg/m^2]}$
10	30	20	3	2	0.238	2380
20	30	20	1.5	1	0.194	1940
30	30	20	1	0.66	0.147	1470

\* Area III de (30 x 10) m:

$\underline{z}$	$\underline{x}$	$\underline{y}$	$\underline{m}$	$\underline{n}$	$\underline{w_0}$	$\underline{\sigma_z [kg/m^2]}$
10	30	10	3	1	0.230	2300
20	30	10	1.5	0.5	0.130	1300
30	30	10	1	0.33	0.088	880

Los esfuerzos en el punto 1 son:

$$\sigma_{z_1} = \sigma_{z_{\text{Area I}}} + \sigma_{z_{\text{Area II}}} - \sigma_{z_{\text{Area III}}}$$

$$\therefore \sigma_{z_1} = 1770 + 2380 - 2300 = \underline{1850 \text{ kg/m}^2}$$

$z = 10 \text{ m.}$

$$\sigma_{z_1} = 840 + 1940 - 1300 = \underline{1480 \text{ kg/m}^2}$$

$z = 20 \text{ m.}$

$$\sigma_{z_1} = 410 + 1470 - 880 = \underline{1000 \text{ kg/m}^2}$$

$z = 30 \text{ m.}$

**PUNTO 2.**

\* Area IV, 3 cuadrados de (5 x 5) m:

<u>z</u>	<u>x</u>	<u>y</u>	<u>m</u>	<u>n</u>	<u>w<sub>0</sub></u>	<u>σ<sub>z</sub></u>	<u>3σ<sub>z</sub> [kg/m<sup>2</sup>]</u>
10	5	5	0.5	0.5	0.085	850	2 550
20	5	5	0.25	0.25	0.028	280	840
30	5	5	0.16	0.16	0.012	120	360

\* Area V de (15 x 5) m:

<u>z</u>	<u>x</u>	<u>y</u>	<u>m</u>	<u>n</u>	<u>w<sub>0</sub></u>	<u>σ<sub>z</sub> [kg/m<sup>2</sup>]</u>
10	5	15	0.5	1.5	0.13	1300
20	5	15	0.25	0.75	0.06	600
30	5	15	0.16	0.5	0.03	300

\* Area VI de (25 x 15) m:

<u>z</u>	<u>x</u>	<u>y</u>	<u>m</u>	<u>n</u>	<u>w<sub>0</sub></u>	<u>σ<sub>z</sub> [kg/m<sup>2</sup>]</u>
10	25	15	2.5	1.5	0.225	2 250
20	25	15	1.25	0.75	0.170	1700
30	25	15	0.83	0.5	0.112	1120

\* Area VII de (25 x 5) m:

<u>z</u>	<u>x</u>	<u>y</u>	<u>m</u>	<u>n</u>	<u>w<sub>0</sub></u>	<u>σ<sub>z</sub> [kg/m<sup>2</sup>]</u>
10	25	5	2.5	0.5	0.137	1370
20	25	5	1.25	0.25	0.07	700
30	25	5	0.83	0.16	0.043	430

Los esfuerzos verticales en el punto 2 son:

$$\sigma_z = \sigma_{z\text{área IV}} + \sigma_{z\text{área V}} + \sigma_{z\text{área VI}} - \sigma_{z\text{área VII}}$$

$$\therefore \sigma_z = 2\,550 + 1\,300 + 2\,250 - 1\,370 = 4\,730 \text{ kg/m}^2$$

$$z = 10 \text{ m.}$$

$$\sigma_{z_2} = 840 + 600 + 1700 - 700 = \underline{2440 \text{ kg/m}^2}$$

z = 20 m.

$$\sigma_{z_1} = 360 + 300 + 1120 - 430 = \underline{1350 \text{ kg/m}^2}$$

z = 30 m.

**PUNTO 3.**

\* Area VIII de (30 x 20) m:

$\frac{z}{m}$	$\frac{x}{m}$	$\frac{y}{m}$	$\frac{m}{m}$	$\frac{n}{m}$	$w_0$	$\sigma_z \text{ [kg/m}^2\text{]}$
10	30	20	3	2	0.238	2380
20	30	20	1.5	1	0.192	1920
30	30	20	1	0.66	0.145	1450

\* Area IX de (20 x 10) m:

$\frac{z}{m}$	$\frac{x}{m}$	$\frac{y}{m}$	$\frac{m}{m}$	$\frac{n}{m}$	$w_0$	$\sigma_z \text{ [kg/m}^2\text{]}$
10	20	10	2	1	0.20	2000
20	20	10	1	0.5	0.121	1210
30	20	10	0.66	0.33	0.068	680

Considerando lo anterior, la distribución de esfuerzos en el punto 3 resulta ser:

$$\sigma_{z_3} = \sigma_{\text{área VIII}} - \sigma_{\text{área IX}}$$

$$\therefore \sigma_{z_3} = 2380 - 2000 = \underline{380 \text{ kg/m}^2}$$

z 10 m.

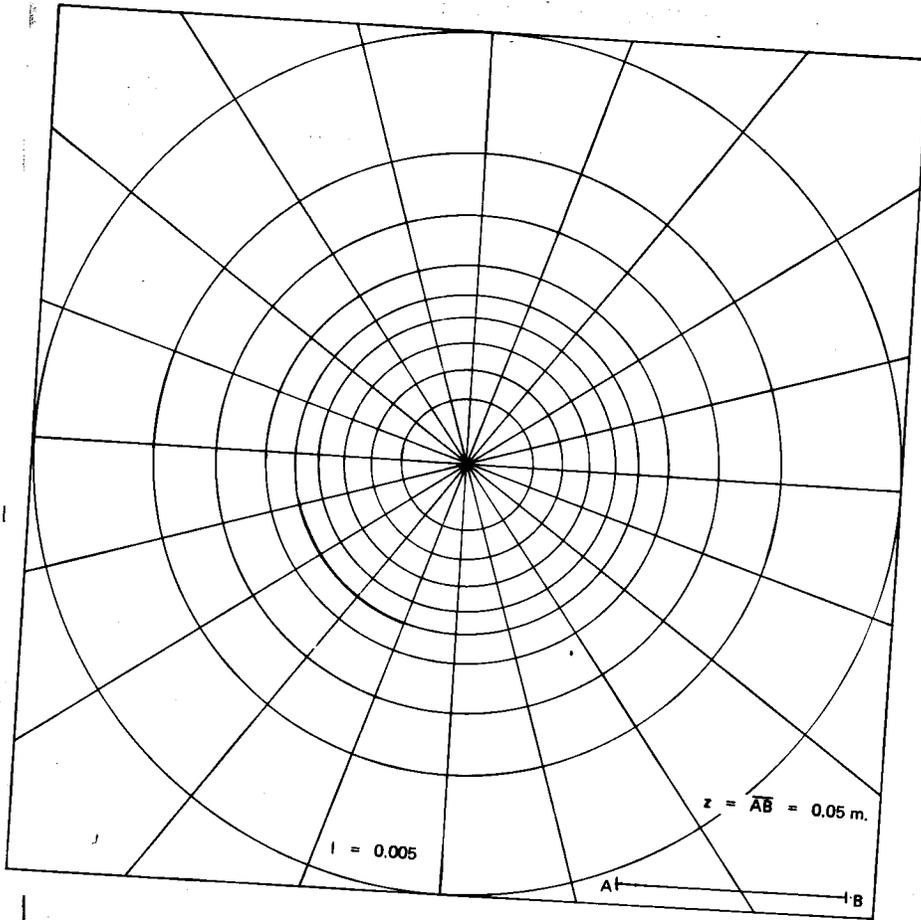
$$\sigma_{z_3} = 1920 - 1210 = \underline{710 \text{ kg/m}^2}$$

z 20 m.

$$\sigma_{z_3} = 1450 - 680 = \underline{770 \text{ kg/m}^2}$$

z 30 m.

b) A continuación se ilustra una carta de Newmark con un valor de z = 0.05 m.



Para emplear la carta de Newmark, es necesario hacer el dibujo de la planta cargada y ver el número de cuadros que abarca.

PROFUNDIDAD 10 m.

Carta de Newmark

Realidad

AB = 5 cm.

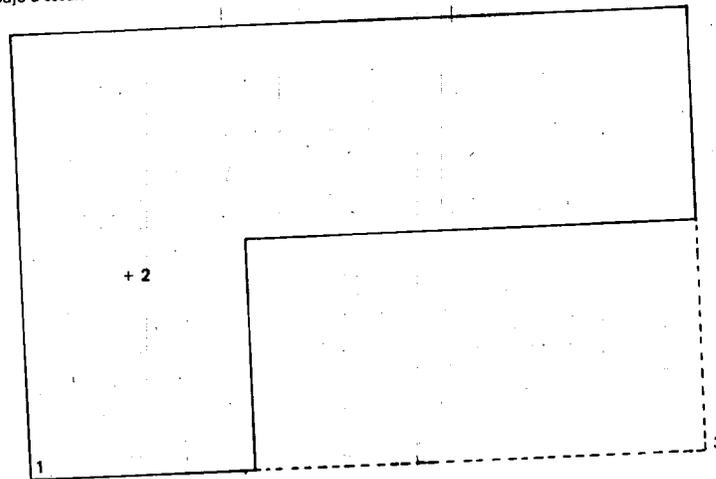
z = 10 m.

Lado superior cargado

30 m.

∴ Lado superior cargado = 15 cm ⇒ 5 cm equivale a 10 m

El dibujo a escala es:



Sobreponiendo el dibujo a la Carta de Newmark, coincidiendo el punto considerado con el centro de la carta y aplicando la expresión  $\sigma_z = INW$ , obtenemos:

PUNTO 1:

$$N = 40.5 \text{ divisiones: } \sigma_{z_1} = (0.005) (40.5) (10) = \frac{2.025 \text{ ton}}{\text{m}^2}$$

$z = 10 \text{ m.}$

PUNTO 2:

$$N = 86 \text{ divisiones } \therefore \sigma_{z_2} = (0.005) (86) (10) = \frac{4.300 \text{ ton}}{\text{m}^2}$$

$z = 10 \text{ m.}$

PUNTO 3:

$$N = 4.8 \text{ divisiones} \therefore \sigma_{z_3} = (0.005) (4.8) (10) = \underline{0.240 \text{ ton/m}^2}$$

$z = 10 \text{ m}$

PROFUNDIDAD 20 m.

Carta de Newmark

Realidad

AB = 5 cm

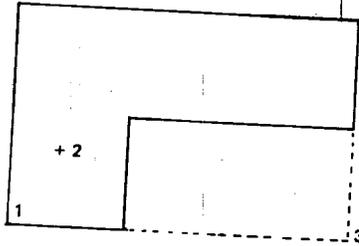
z = 20 m

Lado superior área Cargada

30 m.

$$\therefore \text{Lado Superior Area Cargada} = 7.5 \text{ cm} \Rightarrow 2.5 \text{ cm} = 10 \text{ m (escala)}$$

El dibujo es:



PUNTO 1

N = 29 divisiones

$$\therefore \sigma_{z_1} = (29) (0.005) (10) = \underline{1.350 \text{ ton/m}^2}$$

$z = 20 \text{ m.}$

PUNTO 2

N = 43 divisiones

$$\therefore \sigma_{z_2} = (43) (0.005) (10) = \underline{2.050 \text{ ton/m}^2}$$

$z = 20 \text{ m.}$

PUNTO 3

N = 13 divisiones

$$\therefore \sigma_{z_3} = (13) (0.005) (10) = \underline{0.650 \text{ ton/m}^2}$$

$z = 20 \text{ m.}$

PROFUNDIDAD 30 m

Carta de Newmark

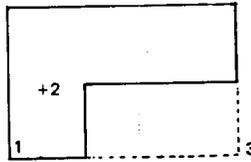
Realidad

AB = 5 cm

z = 30 m.

Lado superior del área Cargada \_\_\_\_\_ 30 m.

∴ Lado superior área cargada = 5 cm      1.67 cm = 10 m. (escala)



PUNTO 1

N = 20 divisiones

$$\therefore \sigma_{z_1} = (20) (0.005) (10) = \underline{1.000 \text{ ton/m}^2}$$

z = 30 m.

PUNTO 2

N = 31 divisiones

$$\therefore \sigma_{z_2} = (31) (0.005) (10) = \underline{1.550 \text{ ton/m}^2}$$

z = 30 m.

PUNTO 3

N = 13.5 divisiones

$$\therefore \sigma_{z_3} = (13.5) (0.005) (10) = \underline{0.675 \text{ ton/m}^2}$$

z = 30 m.

c) Para el punto 3, se nos pide aplicar la teoría de Westergaard; ésta nos dice que los esfuerzos verticales en un punto se pueden calcular según la expresión:

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi z^2 \left[ 1 + 2 \frac{r^2}{z^2} \right]^{3/2}}$$

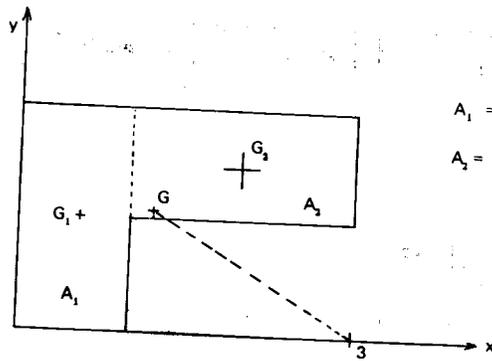
... en donde:

$$P = [10 \text{ ton/m}^2] [400 \text{ m}^2] = 4\,000 \text{ ton.}$$

z = 10, 20 y 30 m.

r = distancia horizontal del punto considerado al punto de aplicación de la carga concentrada P.

Para el cálculo de  $r$ , es necesario saber las coordenadas del centro de gravedad del área cargada, referida a un sistema de ejes; para esto, se descompone la figura en 2 partes:



$$A_1 = (20 \times 10) \text{ m}^2 = 200 \text{ m}^2$$

$$A_2 = (10 \times 20) \text{ m}^2 = 200 \text{ m}^2$$

Los centros de gravedad de ambas partes son:

$$\bar{x}_1 = 5 \text{ m}$$

$$\bar{x}_2 = 20 \text{ m}$$

$$\bar{y}_1 = 10 \text{ m}$$

$$\bar{y}_2 = 15 \text{ m}$$

El centro de gravedad G de la figura total resulta ser:

$$x_G = \frac{A_1 \bar{x}_1 + A_2 \bar{x}_2}{A_1 + A_2} = \frac{(200)(5) + (200)(20)}{200 + 200} = 12.50 \text{ m}$$

$$y_G = \frac{A_1 \bar{y}_1 + A_2 \bar{y}_2}{A_1 + A_2} = \frac{(200)(10) + (200)(15)}{200 + 200} = 12.50 \text{ m}$$

Las coordenadas del Centro de Gravedad son:

$$\therefore G = (12.5, 12.5)$$

... y la distancia  $r$  del punto 3 a dicho centro de gravedad, considerando las coordenadas del punto 3: (30,0)

$$r = \sqrt{(x_3 - x_G)^2 + (y_3 - y_G)^2}$$

$$r = \sqrt{(30 - 12.5)^2 + (-12.5)^2} = 21.5 \text{ m}$$

Finalmente, sustituyendo los valores ya conocidos en la fórmula de Westergaard, para las diferentes profundidades tenemos:

**PROFUNDIDAD 10 m**

$$\sigma_z = \frac{4\,000}{\pi (10)^2 \left[1 + 2 \left(\frac{21.5}{10}\right)^2\right]^{3/2}} = 0.388 \text{ ton/m}^2$$

**PROFUNDIDAD 20 m**

$$\sigma_z = \frac{4\,000}{\pi (20)^2 \left[1 + 2 \left(\frac{21.5}{20}\right)^2\right]^{3/2}} = 0.528 \text{ ton/m}^2$$

**PROFUNDIDAD 30 m**

$$\sigma_z = \frac{4\,000}{\pi (30)^2 \left[1 + 2 \left(\frac{21.5}{30}\right)^2\right]^{3/2}} = 0.396 \text{ ton/m}^2$$

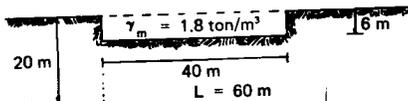
Comparando los resultados de los incisos a) y b), basados en la misma teoría de Boussinesq, puede verse que la diferencia en los resultados se debe a la menor precisión del método de Newmark, comparado con las gráficas de Fadum, pues el conteo de los cuadritos y el complementarlos es poco preciso.

En relación a la teoría de Westergaard, puede notarse que los valores del esfuerzo son menores, concluyéndose que el criterio de Boussinesq es más conservador, pues de acuerdo con Westergaard la presión aplicada se disipa más rápidamente con la profundidad. Es por esto que en la práctica se utiliza más generalmente el criterio de Boussinesq.

**5** Si la excavación de un edificio rectangular de 60 x 40 m se hace a una profundidad de 6 m y el material excavado es arena húmeda cuyo peso volumétrico es  $\gamma_m = 1.8 \text{ ton/m}^3$ . ¿Cuál será la presión vertical reducida al remover el peso de la arena en un punto a 20 metros debajo de la superficie original del terreno y en una esquina?

#### SOLUCION

La siguiente figura nos presenta el problema en cuestión:



La descarga que produce la excavación es igual a:

$$= (1.8) (6) = 10.8 \text{ ton/m}^2$$

Aplicaremos la teoría de Boussinesq para el cálculo del esfuerzo vertical. En este caso se tiene:

$$m = \frac{x}{z} = \frac{60}{20} = 3$$

$$n = \frac{y}{z} = \frac{40}{20} = 2$$

Con estos valores, en la gráfica de Boussinesq para el caso de una área rectangular uniformemente cargada, se tiene:

$$w_0 = 0.237$$

Finalmente, aplicando la expresión:

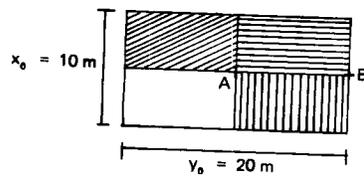
$$\sigma_z = w/w_0 = (10.8) (0.237)$$

$$\sigma_z = 2.556 \text{ ton/m}^2$$

**6** Un edificio de 5 pisos va a ser cimentado con una losa corrida de (10 x 20) m de planta. Hallar los esfuerzos verticales en el centro (punto A) y en un extremo medio (punto B) a 4 y 8 m de profundidad. Para fines prácticos, considérese la carga de contacto entre losa y suelo de 6 ton/m<sup>2</sup>.

#### SOLUCION

Aplicaremos la gráfica de Fadum para calcular esfuerzos en las esquinas de superficies rectangulares uniformemente cargadas. Los puntos en donde se quiere saber el esfuerzo vertical son:



$$w = 6 \text{ ton/m}^2$$

$$m = \frac{x_0}{z} \quad n = \frac{y_0}{z}$$

### PUNTO A

Puesto que el esfuerzo vertical dado por la gráfica de Fadum para el caso de Boussinesq, solamente puede ser calculado para las esquinas de un área rectangular uniformemente cargada, es necesario dividir la zona de carga total en cuatro áreas según las cuales el punto A se localiza en una esquina; puesto que estas cuatro áreas son iguales por simetría, el resultado final del esfuerzo vertical para cada área se multiplica por 4, siendo este el esfuerzo total para el punto A considerado.

Para 4 m de profundidad

$$x_0 = 5 \text{ m}$$

$$m = \frac{5}{4} = 1.25$$

$$y_0 = 10 \text{ m}$$

$$z = 4 \text{ m}$$

$$n = \frac{10}{4} = 2.25$$

Refiriéndose a la gráfica de Fadum para valores de Boussinesq:  $w_0 = 0.218$

$$\therefore \sigma_{zA} = w_0 \times w = (0.218) (6) = 1.308 \text{ ton/m}^2$$

Este es el esfuerzo en el punto A provocado por cada una de las áreas en que se divide la carga total, a 4 m de profundidad; el esfuerzo total es:

$$\therefore \sigma_{zA} = 4(1.308) = \underline{5.232 \text{ ton/m}^2}$$

$z=4$

Para 8 m de profundidad:

$$x_0 = 5 \text{ m}$$

$$m = \frac{5}{8} = 0.63$$

$$y_0 = 10 \text{ m}$$

$$z = 8 \text{ m}$$

$$n = \frac{10}{8} = 1.25$$

Apoyándose en la Gráfica:

$$w_0 = 0.149$$

$$\sigma_{zA} = (0.149) (6) = 0.894 \text{ ton/m}^2$$

El esfuerzo total del punto A, a 8 m de profundidad:

$$\therefore \sigma_{zA} = 4(0.894) = \underline{3.576 \text{ ton/m}^2}$$

$z=8 \text{ m.}$

### PUNTO B

En el punto B, la zona de carga se divide únicamente en 2 áreas que son las que forman una esquina con dicho punto, y el resultado final de esfuerzo para cada una de estas áreas, se multiplica por dos (por ser ambas áreas iguales), lo que nos dará el esfuerzo total en el punto B.

Para 4 m de profundidad.

$$x_0 = 5 \text{ m}$$

$$y_0 = 20 \text{ m}$$

$$z = 4 \text{ m}$$

$$m = \frac{5}{4} = 1.25$$

$$n = \frac{20}{4} = 5$$

De acuerdo a Fadum:

$$w_0 = 0.220$$

$$\therefore \sigma_{z_B} = w_0 w = (0.220) (6) = 1.320 \text{ ton/m}^2$$

Siendo 2 áreas simétricas las que hacen esquina en el punto B:

$$\therefore \sigma_{z_B} = (2) (1.320) = \underline{2.640 \text{ ton/m}^2}$$

z = 4 m.

Para 8 m de profundidad:

$$x_0 = 5 \text{ m}$$

$$y_0 = 20 \text{ m}$$

$$z = 8 \text{ m}$$

$$m = \frac{5}{8} = 0.63$$

$$n = \frac{20}{8} = 2.50$$

En forma análoga:  $w_0 = 0.162$

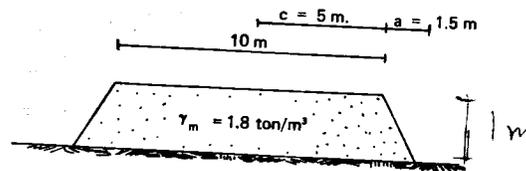
$$\therefore \sigma_{z_B} = (0.162) (6) = 0.972 \text{ ton/m}^2$$

Finalmente:

$$\sigma_{z_B} = 2 (0.972) = \underline{1.944 \text{ ton/m}^2}$$

z = 8 m.

**7** En la figura se presenta el terraplén de una carretera. Encontrar el esfuerzo vertical en el centro del terraplén y en uno de los extremos, a profundidades de 10, 20 y 30 metros.



### SOLUCION

Siendo el peso volumétrico del terraplén igual a  $1.8 \text{ ton/m}^3$ , la carga que trasmite a la superficie del terreno, por unidad de área es igual a:

$$P = (1.8 \text{ ton/m}^3) (1\text{m}) = 1.8 \text{ ton/m}^2$$

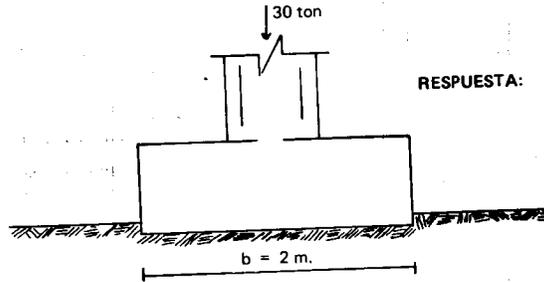
Siendo valores conocidos  $c$  y  $a$ , se puede utilizar la gráfica de valores de influencia para el cálculo de esfuerzos verticales debidos a la sobrecarga impuesta por una carga trapecial de longitud infinita, que nos proporciona el señor J. Osterberg, la cual nos indica para cada profundidad  $z$ , siendo  $a$  y  $c$  constantes, un determinado valor de influencia  $I$ , valor que multiplicado por la carga unitaria  $P$ , nos indica el esfuerzo vertical en un extremo del terraplén; para conocer el esfuerzo bajo el centro del terraplén, será suficiente con multiplicar por dos el valor del  $\sigma_z$  obtenido para el extremo.

En base a las consideraciones anteriores, se procede a hacer la siguiente tabla:

$z$	$a/z$	$c/z$	$I$	$\sigma_z = IP$	$2 \sigma_z$
10	0.15	0.5	0.350	0.630 ton/m <sup>2</sup>	1.260 ton/m <sup>2</sup>
20	0.075	0.25	0.175	0.315	0.630
30	0.05	0.166	0.120	0.216	0.432

### EJERCICIOS PROPUESTOS

- 1** La zapata mostrada en la figura recibe una carga concentrada de 30 toneladas. Calcular la presión vertical en el centro de la zapata a una profundidad  $z$  de 3 metros.



RESPUESTA:  $\sigma_z = 1.35 \text{ ton/m}^2$

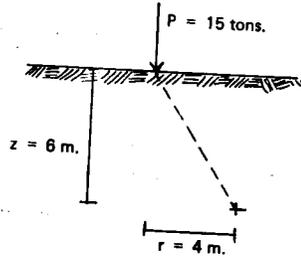
- 2** Calcular el incremento de esfuerzo a una profundidad de 5.00 metros y a 3.00 metros del centro de un cimiento cuadrado de 4.50 m de lado y que ejerce una presión de  $1.85 \text{ kg/cm}^2$  en un suelo estratificado.

- a) Utilizando la teoría de Westergaard.  
b) Apoyándose en la Carta de Newmark.

- 3** Calcule el esfuerzo que produce una carga concentrada de 15 toneladas, a una profundidad de 6 m y a una distancia de 4 m medida horizontalmente a partir del punto de aplicación de la carga.

- a) Usando la fórmula de Boussinesq.  
 b) Usando la tabla propuesta por Boussinesq.

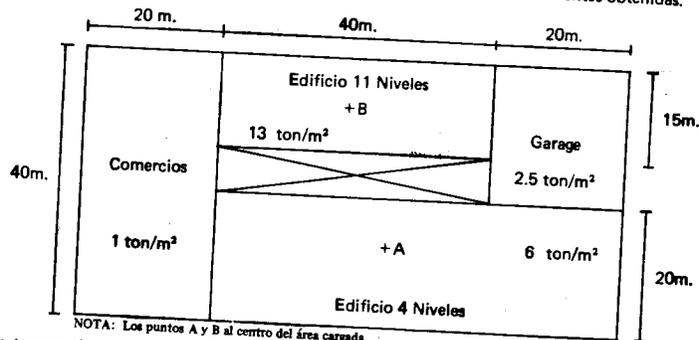
METODOS



RESPUESTA:

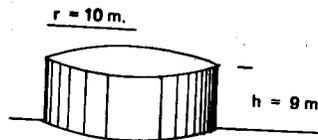
- a)  $\Delta\sigma_z = 79.32 \text{ kg/m}^2$   
 b)  $\Delta\sigma_z = 78.71 \text{ kg/m}^2$

4 Determinar la distribución de presiones en los puntos A y B de la planta del edificio de la figura mostrada a profundidades de 10, 20 y 30 metros. Usar la carta de Newmark y dibujar las envolventes obtenidas.



NOTA: Los puntos A y B al centro del área cargada.

5 Un tanque circular de 10 m. de radio y 9 m de altura, utilizado para almacenar petróleo, transmite al subsuelo una carga unitaria de 11 ton/m². Calcular la distribución de presiones a profundidades de 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 y 40 metros.

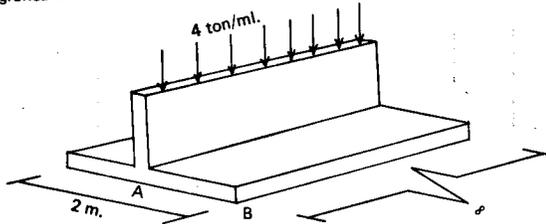


**RESPUESTA**

Profundidad z [m]	5	10	15	20	25	30	35	40
Esfuerzo $\sigma_z$ [ton/m <sup>2</sup> ]	10.016	7.110	4.644	3.129	2.195	1.595	1.210	0.956

**6** Para la zapata corrida de la figura, calcular y dibujar la distribución de esfuerzos para los puntos A y B a profundidades de 1, 2, 4 y 8 metros.

- a) Considerando carga lineal (Gráfica de Fadum.)
- b) Por medio de la gráfica de distribución de esfuerzos verticales para carga rectangular de longitud infinita.



**VIII**  
**DEFORMACION VOLUMETRICA**

TEMA VIII  
DEFORMACION VOLUMETRICA

**8.1. Introducción.**

Cualquier suelo al someterlo a un incremento de carga se deforma. La deformación puede ocurrir a corto o a largo plazo, o bien, bajo ambas condiciones.

La deformación a corto plazo es de tipo elasto-plástico y se presenta inmediatamente después de aplicar la carga. Se le denomina deformación o asentamiento elástico inmediato. La deformación a largo plazo es debida a la acción de cargas de larga duración que producen la consolidación del terreno de cimentación, distinguiéndose dos componentes: consolidación primaria y consolidación secundaria.

La consolidación primaria ocurre en suelos finos plásticos, de baja permeabilidad, en los que el tiempo que tarda para producirse es función del tiempo de expulsión del agua que los satura. Este fenómeno se estudia a partir de la teoría de consolidación de Terzaghi, de la cual se hablará más adelante.

La consolidación secundaria se presenta en algunos suelos (principalmente arcillas muy compresibles, suelos altamente orgánicos, micáceos, etc.) que después de sufrir el proceso de consolidación primaria, continúan deformándose en forma similar al comportamiento de un cuerpo viscoso; este proceso continúa durante muchos años.

Cuando un terreno es descargado, las deformaciones serán ascendentes, denominándose, de manera similar, expansiones a corto y a largo plazo, aunque esta última en general es de pequeña magnitud.

En base a lo aquí expuesto, la expresión general del asentamiento debido al incremento de carga aplicado al suelo por la cimentación de una estructura es.

$$\Delta H_t = \Delta H_e + \Delta H_p + \Delta H_s \quad \dots \dots \dots (1)$$

Donde:

- $\Delta H_t$  = Asentamiento total
- $\Delta H_e$  = Asentamiento elástico
- $\Delta H_p$  = Asentamiento por consolidación primaria
- $\Delta H_s$  = Asentamiento por consolidación secundaria

**8.2. Compresibilidad en Suelos Gruesos.**

Dependiendo del tipo y características (inherentes o adquiridas) del suelo, uno o dos de estos asentamientos es más importante que los restantes. Así en arenas, gravas y boleos el asentamiento elástico es preponderante, por lo tanto:

$$\Delta H_t = \Delta H_e \quad \dots \dots \dots (2)$$

La deformación elástica para una área uniformemente cargada y flexible está dada por la expresión que integra la solución de Boussinesq:

$$\Delta H_e = \frac{WB(1-\mu^2)}{E} I_f \quad \dots \dots \dots (3)$$

Donde:

- B = Ancho del cimiento
- W = Carga uniformemente repartida
- $\mu$  = Relación de Poisson
- E = Módulo elasto-plástico
- $I_f$  = Factor de forma o de influencia

Sowers anota los siguientes valores de influencia o factores de forma para distintas formas del área uniformemente cargada:

Forma del área	Valor de Influencia $I_f$		
	Centro	Esquina	Medio
Cuadrada	1.12	0.56	0.95
Rectangular L/B = 2	1.52	0.76	1.30
L/B = 5	2.10	1.05	1.83
L/B = 10	2.54	1.27	2.20
Circular (D en vez de B)	1.00	0.64 (borde)	0.85

Los asentamientos elásticos de un área cargada uniformemente y rígida, se calculan con la expresión (3) para el centro de la figura y se afectan de los siguientes factores que dependen de la profundidad de desplante:

Profundidad	Factor
0 a 0.50 B	0.85
B	0.90
1.5 B	0.95
2 B	1.0

La teoría para el cálculo de los asentamientos elásticos también se aplica en la estimación de expansiones a corto plazo en arcillas, las cuales ocurren inmediatamente después de retirar el peso del terreno.

El problema con la aplicación de la expresión (3) y otras similares, estriba en la suposición a partir de la cual parten, a saber, en considerar al suelo homogéneo, isótropo y linealmente elástico; además, la dificultad de determinar los valores apropiados de E y  $\mu$ . Por lo que esta solución teórica es de valor limitado, y en la práctica el asentamiento en suelos arenosos se estima a partir de relaciones empíricas o semi-empíricas, o bien se limita a un valor tal de presión de contacto que produzca asentamientos tolerables a la estructura. A continuación se presentan dos casos: uno para zapatas y otro para losas de cimentación.

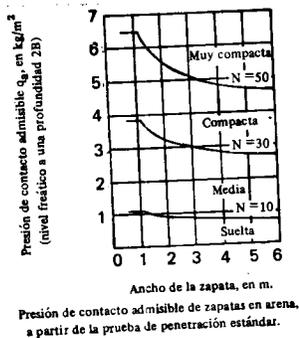
**Caso 1. — Zapata desplantada en arena**

El criterio más utilizado es el de Terzaghi y Peck que correlaciona la resistencia a la penetración estándar (número

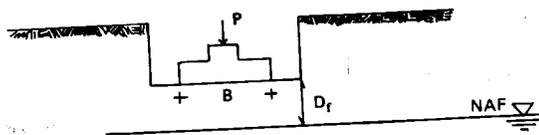
de golpes (N) del muestreador estándar) con la presión de contacto ( $q_a$ ) limitada a un valor tal que produzca un asentamiento máximo de 2.5 cm y diferencial de 1.9 cm.

La figura 1 muestra la gráfica de correlación entre N y  $q_a$  para diferentes anchos de zapatas desplantadas en arena seca o parcialmente saturada, de los grupos del Sistema Unificado de Clasificación de Suelos: SM, SP y SM. Si el suelo es grava o una mezcla de ésta con arena, N no es indicativa del grado de compactación. En este caso se recomienda efectuar pozos a cielo abierto para estimar su compactación por otros métodos.

Fig. 1



Si la arena bajo el cimiento está saturada y muy suelta ( $N < 5$  golpes), cualquier vibración puede producir licuación seguida de un asentamiento súbito. Asentamientos fuertes también pueden deberse a cambios del nivel freático. Por tanto, en arenas bajo esas condiciones deberá emplearse otro tipo de cimentación como pilotes. En arenas saturadas de mayor capacidad, para el cálculo de  $q_a$  debe tomarse en cuenta el efecto de sumersión. Si la relación  $D_f/B$  es menor que 1 el valor proporcionado por la fig. 1 debe reducirse a la mitad; si  $D_f/B = 1$  el valor se reduce un tercio.



**Caso II.— Losas desplantadas en arena**

Terzaghi y Peck proponen los valores de capacidad de carga unitaria admisibles anotados en la siguiente tabla, aplicables a losas cimentadas en suelos arenosos, siempre que la estructura tolere sin dañarse asentamientos diferenciales entre columnas de 2 cm y un asentamiento máximo de 5 cm.

Compacidad relativa de la arena	Suelta	Media	Compacta	Muy Compacta
N q <sub>s</sub> (ton/m <sup>2</sup> )	< 10 requiere compactarse	10-30 7-25	30-50 25-45	50 45

TABLA: Valores propuestos de la capacidad de carga admisible para losas desplantadas en arena.

Se supone que el espesor del estrato de arena es mayor que el ancho B de la losa y que el nivel freático está muy cercano o arriba de la losa. Si el espesor del estrato de arena está a una distancia mucho menor que B/2, o si el nivel freático está a una profundidad mayor que B/2, la capacidad de carga admisible puede aumentarse.

Se supone que las cargas están distribuidas más o menos uniformemente sobre la base del edificio. Si algunas partes de una losa grande desplantada sobre arena, están sujetas a muy diferentes cargas por unidad de superficie, es conveniente establecer juntas de construcción en los límites de esas partes.

Por otra parte el asentamiento máximo que se puede presentar en suelos granulares se puede obtener de la siguiente fórmula:

$$\Delta H_{\text{máx}} = \frac{e_{\text{nat}} - e_{\text{mín}}}{1 + e_{\text{nat}}} H \quad (4)$$

Donde:

$\Delta H_{\text{máx}}$  = Asentamiento máximo

$e_{\text{nat}}$  = Relación de vacíos de la arena en su estado natural

$e_{\text{mín}}$  = Relación de vacíos mínima, correspondiente al estado más compacto de la arena que se obtiene por vibración o varillado.

H = Espesor del estrato.

### 8.3. Compresibilidad de Suelos Finos.

En suelos arcillosos inorgánicos saturados la componente más importante del asentamiento es la de la consolidación primaria, siguiendo la deformación elástica, pero esta última suele no tomarse en cuenta por ser despreciable comparada con aquella, por lo tanto:

$$\Delta H_t = \Delta H_p + \Delta H_e = \Delta H_p \quad (5)$$

En suelos tales como la arcilla muy blanda, orgánico y turba, las tres deformaciones son importantes, pero usualmente la elástica es menor y se desprecia, por lo que:

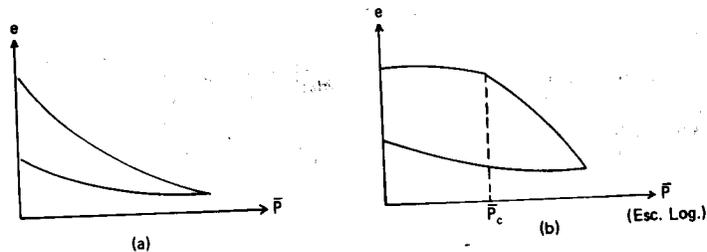
$$\Delta H_t = \Delta H_p + \Delta H_s \quad (6)$$

La consolidación primaria se estudia a partir de la teoría de consolidación de Terzaghi. Esta teoría se basa en la hipótesis de que la disminución de volumen que tenga lugar en un lapso, es debido a la expulsión de agua provocado por un aumento de las cargas sobre el suelo. Además, este proceso de consolidación se supone unidimensional o unidireccional, es decir, que la posición relativa de las partículas sólidas sobre un mismo plano horizontal permanece esencialmente la misma y el cambio de volumen del suelo se debe al movimiento de las partículas del suelo solo en dirección vertical.

En esta teoría resaltan dos aspectos importantes:

- I. La relación que existe entre los esfuerzos efectivos  $\bar{P}$  o  $\bar{\sigma}$  y la relación de vacíos  $e$  ( $e - \bar{P}$ ).
- II. Variación de la relación de vacíos  $e$  bajo carga exterior constante conforme transcurre el tiempo  $t$  ( $e - t$ ).

La relación entre  $\bar{P}$  y  $e$  está dada por la curva de compresibilidad.



Curva de Compresibilidad

- a) Escala aritmética
- b) Escala semilogarítmica

La figura (a) representa la curva de compresibilidad en escala aritmética. Sin embargo en la práctica se acostumbra trabajar con la gráfica  $e - \bar{P}$  (esc. log.) (fig. b), ya que tiene la ventaja que en el tramo de interés de dicha gráfica la relación es lineal.

La carga correspondiente al punto donde se nota un quiebre en la curva se llama Carga de Preconsolidación  $P_c$  y equivale a la carga máxima que el suelo ha soportado. La rama de la curva a la izquierda de  $P_c$ , corresponde a la rama de recompresión y a la derecha rama virgen.

Se dice que un suelo es *preconsolidado* cuando en la actualidad soporta cargas menores a las máximas que ha soportado en toda su historia geológica; en estos suelos al efectuar una prueba de consolidación, la carga actuante en la actualidad es menor que la carga de preconsolidación.

Se dice que un suelo es *normalmente consolidado* cuando la carga que soporta en la actualidad es la mayor que ha soportado desde que se formó, es decir, la carga que soporta en la actualidad, corresponde a la carga de preconsolidación.

La rama de recompresión de la curva de compresibilidad, puede representarse mediante la ecuación.

$$e = e_0 - c_s \log \frac{\bar{P}}{P_0} \dots\dots\dots (7)$$

y la rama virgen

$$e = e_0 - c_c \log \frac{\bar{p}}{\bar{p}_0} \quad (8)$$

Donde:

$e_0$  = Relación de vacíos inicial de un elemento de suelo situado a la profundidad  $z$  (o de la muestra extraída de dicha profundidad).

$\bar{p}_0$  = Presión efectiva que soporta el elemento a la profundidad  $z$ .

$c_c$  = Índice de descarga.

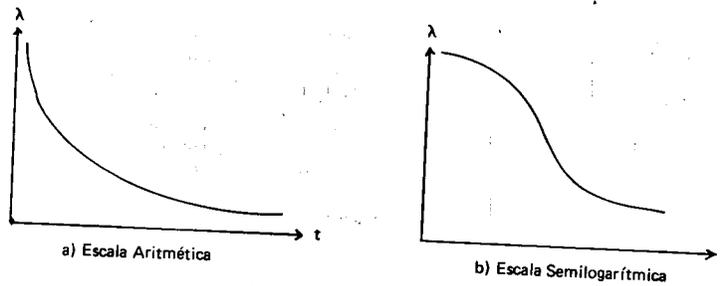
$c_c$  = Índice de compresión o de compresibilidad.

$e$  = Relación de vacíos del mismo elemento de suelo correspondiente a la presión efectiva  $\bar{p}$ .

$$\bar{p} = \bar{p}_0 + \Delta \bar{p}$$

$\Delta \bar{p}$  = Incremento de la presión efectiva a la profundidad  $z$ .

La relación entre  $e$  y  $t$  está dada por la *curva de consolidación*. Se llama curva de consolidación a la gráfica que en el eje de las ordenadas representa la relación de vacíos  $e$ , el asentamiento  $\Delta H$  o bien la lectura del micrómetro  $\Delta$  que se usa en la prueba de consolidación y en el eje de las abscisas está el tiempo, como se muestra en la siguiente figura:



Curvas de consolidación

Debe tenerse en cuenta que al efectuar una prueba de consolidación se puede obtener solamente una curva de compresibilidad, pero tantas curvas de consolidación como incrementos de carga se apliquen. Para el desarrollo teórico de la consolidación de Terzaghi, se hicieron básicamente las siguientes hipótesis:

1. Para un intervalo de carga  $\Delta \bar{p}$  solo existe una relación de vacíos  $e$  para cada carga  $\bar{p}$ .
2. Es válida la ley de Darcy.
3. La deformación del suelo y el flujo son unidireccionales.
4. El suelo está totalmente saturado.

5. El agua y los sólidos del suelo son incompresibles.  
 6. El cambio de espesor del elemento de suelo es despreciable en comparación con su espesor inicial.  
 Además deben de tomarse en cuenta las siguientes definiciones:

-Coeficiente de compresibilidad ( $a_v$ )

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta \bar{p}} \quad [L^2, F^{-1}] \quad (9)$$

-Coeficiente de cambio volumétrico ( $m_v$ )

$$m_v = \frac{a_v}{1 + e_0} \quad [L^2, F^{-1}]$$

-Índice de compresibilidad o compresión ( $c_c$ ) (pendiente de la rama virgen de la curva de compresibilidad, ya visto en la ecuación 8).

$$c_c = \frac{e_1 - e_2}{\text{Log } \bar{p}_2 / \bar{p}_1} \quad (10)$$

-Coeficiente de consolidación ( $c_v$ )

$$c_v = \frac{k}{m_v \gamma_w} = \frac{T H_c^2}{t} \quad [L^2, T^{-1}] \quad (11)$$

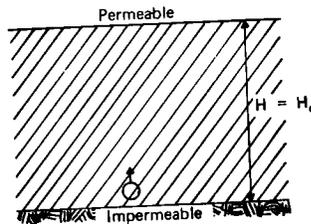
Donde:

$k$  = permeabilidad del suelo  
 $t$  = tiempo de consolidación

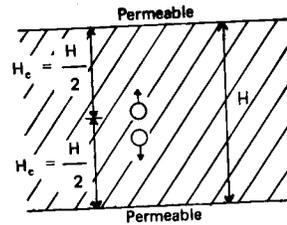
-Factor tiempo (T)

$$T = \frac{k (1 + e_0) t}{H_e^2 a_v \gamma_w} = \frac{c_v t}{H_e^2} \quad (12)$$

$H_e$  = Distancia por recorrer durante la consolidación de la partícula de agua más alejada de un medio permeable colindante con el estrato en cuestión, que le denominaremos  $H$  efectivo, como se muestra en la figura.



Estrato compresible drenado por un solo lado



Estrato compresible drenado por ambos lados

-Grado o porcentaje de consolidación a la profundidad  $z$  y en un instante  $t$  ( $U_z$ ).— Se define como la relación entre la consolidación que ha tenido lugar a esa profundidad y la consolidación total que ha de producirse bajo un incremento de carga impuesto.

$$U_z = 1 - \frac{u_z}{\Delta P} = \frac{\Delta \bar{P}}{\Delta P} \times 100 \quad (13)$$

Donde:

$$u_z = \Delta P \sum_{n=0}^{\infty} f_1(N) f_2(z/H, N) \exp \left\{ f_3(N, H, k, e, a_v, t) \right\}$$

Donde:

$u_z$  = Presión en exceso de la hidrostática que existe en el agua por efecto de la sobrecarga  $\Delta P$  a la profundidad  $z$  y en un instante  $t$  después de haber aplicado la sobrecarga  $\Delta P$ .

$\Delta \bar{P}$  = Incremento en la presión efectiva por efecto de la sobrecarga  $\Delta P$ , o bien, la parte de la sobrecarga que ha sido transmitida a la estructura de suelo a la profundidad  $z$  y un instante  $t$  después de haber sido aplicada la sobrecarga  $\Delta P$ .

-Grado o porcentaje de consolidación del estrato ( $U$ ).— El grado medio de consolidación de un estrato en un instante  $t$  es la relación entre la consolidación que ya ha tenido lugar en ese tiempo  $t$  y la total que ha de producirse.

$$U(\%) = \frac{\int_0^{2H} (\Delta P - \Delta u) dz}{\Delta P (2H)} \times 100 = \frac{\int_0^{2H} \Delta P dz}{\Delta P (2H)} \times 100 \quad (14)$$

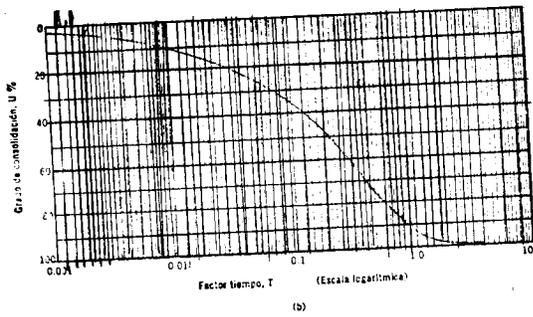
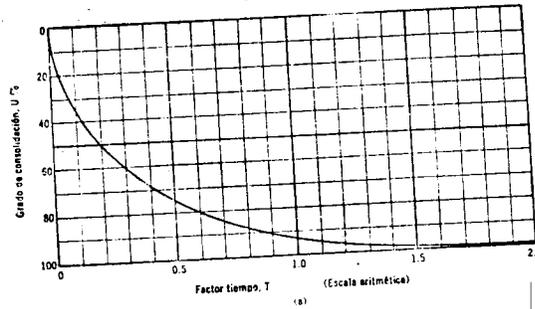
$$U(\%) = \frac{1}{2H} \int_0^{2H} \frac{\Delta e}{\Delta e_{\max}} dz = \frac{\Delta H}{\Delta H_{\max}} \times 100 \quad (14')$$

$$U(\%) = 100 \left\{ 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 T}{4}} \right\} \quad (14'')$$

Se llama *curva de consolidación teórica* a la que en las ordenadas lleva el grado de consolidación ( $U\%$ ) y en las abscisas al factor tiempo ( $T$ ), como se muestra en la siguiente figura.

Relación teórica  $U(\%) - T$

$U(\%)$	$T$
0	0.000
10	0.008
15	0.018
20	0.031
25	0.049
30	0.071
35	0.096
40	0.126
45	0.159
50	0.197
55	0.238
60	0.287
65	0.342
70	0.405
75	0.477
80	0.565
85	0.664
90	0.848
95	1.127
100	$\infty$



Curvas teóricas de consolidación.

- a) Trazado aritmético.
- b) Trazado semilogarítmico.

Para determinar el orden de magnitud de los asentamientos por consolidación primaria total se emplea cualquiera de las siguientes expresiones, que en realidad es una sola, solo que alguna variable está expresada en función de otra como se demostrará en los ejercicios resueltos de este capítulo.

$$\Delta H = \frac{\Delta e}{1+e_0} H \quad \dots \dots \dots (15)$$

$$\Delta H = \frac{a_v}{1+e_0} \Delta P H \quad \dots \dots \dots (15a)$$

$$\Delta H = m_v \Delta P H \quad \dots \dots \dots (15b)$$

$$\Delta H = \frac{c_c}{1+e_0} H \text{ Log } \frac{\bar{P}_0 + \Delta \bar{P}}{\bar{P}_0} \quad \dots \dots \dots (15c)$$

Donde:

$\Delta H$  = Asentamiento total del estrato de espesor H.

El asentamiento  $S_t$  ocurrido en un tiempo t, se calcula con la siguiente expresión:

$$S_t = \Delta H \frac{U\%}{100}$$

Los pasos a seguir en el cálculo del asentamiento total, en términos generales son los siguientes:

- a) Elección del tipo de cimentación.
- b) División del subsuelo en estratos de propiedades iguales y si es necesario dividir cada estrato en capas.
- c) Cálculo de capacidad de carga admisible por resistencia al esfuerzo cortante (lo cual se verá en el siguiente curso).
- d) Cálculo de la presión efectiva inicial (antes de aplicar el incremento presión) a la mitad de cada estrato o capa.
- e) Cálculo del incremento a presión efectiva ( $\Delta P$ ) que produce la estructura a la mitad de cada estrato o capa.
- f) Obtención para cada estrato o capa  $\Delta e$  correspondiente a  $\Delta P$ , utilizando las curvas de consolidación correspondientes.
- g) Aplicación de la ecuación 15.
- h) Comparar los asentamientos total y diferencial con los tolerables por la estructura.

#### 8.3.1. Consolidación Secundaria.

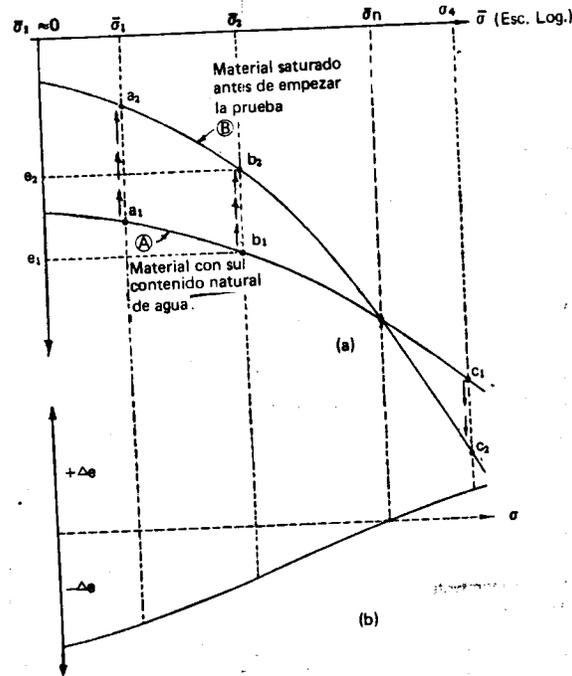
Para el cálculo del asentamiento por consolidación secundaria puede decirse que no existe un procedimiento que nos permita cuantificar en forma aproximada el asentamiento debido a este fenómeno, aunque el Dr. Zeevaert establece algunas consideraciones de bastante interés al respecto.

#### 8.4. Suelos Expansivos.

Los depósitos de suelo fino que están constituidos básicamente por minerales de arcilla del tipo de la montmorilinita o illita son los que producen expansión al cambiar su humedad, la humedad de estos suelos cambia por estar en contacto con el agua (suponiendo que no están saturadas) o por descargarlos, sufriendo fuertes contracciones o compresiones al secarse.

Si una cimentación es desplantada en o sobre este tipo de material expansivo y de ahí en adelante las condiciones ambientales cambian incrementando la humedad del subsuelo, el estrato que contenga este tipo de material sufrirá fuerte desplazamiento vertical, dañando la construcción que soporta.

Para estimar la magnitud de esta expansión o desplazamiento vertical de los suelos expansivos en estado confinado, el Dr. Leonardo Zeevaert realizó la prueba de compresibilidad en el consolidómetro, cuyos resultados se muestran en la siguiente figura:



La curva A representa la prueba de compresibilidad realizada en un espécimen de una muestra inalterada con su contenido natural de agua, y la curva B muestra la curva de compresibilidad del mismo material saturado por capilaridad antes de realizar la prueba. Por medio de estas dos curvas la expansión máxima puede ser estimada conocida la presión a que va a estar sujeto el estrato, por ejemplo, si un estrato de espesor  $H$  cuyas gráficas de compresibilidad son las que muestran en la gráfica anterior y la presión efectiva a que estará sujeto es  $\bar{\sigma}_1$ , la expansión máxima  $\Delta H_E$  que tendrá dicho estrato al saturarse totalmente será:

$$\Delta H_E = \frac{e_2 - e_1}{1 + e_1} H$$

Donde:

- $e_1$  = Relación de vacíos correspondiente a la presión efectiva  $\bar{\sigma}_1$  en la curva de compresibilidad del suelo con su contenido natural de agua (curva A).
- $e_2$  = Relación de vacíos correspondiente a la misma presión efectiva  $\bar{\sigma}_1$  en la curva de compresibilidad del suelo totalmente saturado (curva B).

La máxima expansión tiene lugar cuando el material es saturado bajo condiciones de descarga o con una presión efectiva muy pequeña.

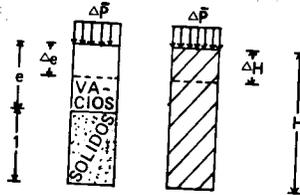
Notece que habrá una presión efectiva  $\bar{\sigma}_n$  para la cual el suelo totalmente saturado no sufrirá expansión.  
 Cabe mencionar, sin embargo, que arcillas de origen residual no saturadas, llegan a ser más compresibles total-  
 mente saturadas. Por lo tanto, la máxima compresibilidad de estos suelos puede ser estimada en el consolidómetro.

### EJERCICIOS RESUELTOS

**1** Deduzca una fórmula para obtener el asentamiento de un estrato compresible en función de la relación de vacíos y del espesor del estrato.

#### SOLUCION

La figura anexa en su parte izquierda representa esquemáticamente el volumen de sólidos y el volumen de vacíos, así como su decremento de volumen de vacíos debido al incremento de presión efectiva  $\Delta \bar{P}$ .



En la parte derecha se representa un estrato de espesor H con su asentamiento debido al mismo incremento de carga; de esta figura se deduce que:

$$\frac{\Delta H}{\Delta e} = \frac{H}{1 + e_0}$$

$$\therefore \Delta H = \frac{\Delta e}{1 + e_0} H$$

**2** En base a la fórmula anterior, encontrar otras para obtener asentamientos, debidos al incremento de carga impuesto al suelo.

#### SOLUCION

Si se multiplica la fórmula obtenida en el problema (1) por  $\frac{\Delta \bar{P}}{\Delta \bar{P}}$ , se obtiene.

$$\Delta H = \frac{\Delta \bar{P}}{1 + e_0} \frac{\Delta e}{\Delta \bar{P}} H$$

Por definición se sabe que:

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta \bar{P}}$$

$$\therefore \Delta H = \frac{a_v}{1 + e_0} \Delta \bar{P} H$$

También por definición se sabe que:

$$m_v = \frac{a_v}{1 + e_0}$$

$$\therefore \Delta H = m_v \Delta \bar{P} H$$

En el tramo de la rama virgen, se sabe que:

$$\Delta e = c_c \log \frac{\bar{P}_0 + \Delta \bar{P}}{\bar{P}_0}$$

Sustituyendo en la fórmula obtenida en el problema (1), obtenemos:

$$\therefore \Delta H = \frac{c_c H}{1 + e_0} \log \left( \frac{\bar{P}_0 + \Delta \bar{P}}{\bar{P}_0} \right)$$

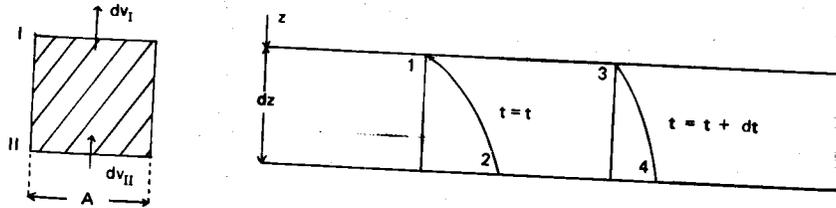
Si se trabaja en el tramo de la recompresión

$$\Delta H = \frac{c_s H}{1 + e_0} \log \left( \frac{\bar{P}_0 + \Delta \bar{P}}{\bar{P}_0} \right)$$

3 Se sabe que en un proceso de consolidación unidimensional el valor de la presión de poro es función de la profundidad y del tiempo. Establezca la ecuación diferencial que relaciona a estos tres valores.

**SOLUCION**

Considere un elemento de suelo como el de la figura donde se muestra la distribución de presiones de poro en exceso de la hidrostática con la profundidad, para los tiempos  $t$  y  $t + dt$  en un proceso de consolidación.



$A =$  Area de la sección transversal  $= 1$

Sabemos que:

$u = f(z, t) =$  Presión en exceso de la hidrostática.

Para el punto 1 (tiempo  $t$  y profundidad  $z$ ).

$$u_1 = u \dots \dots \dots (1)$$

Para el punto 2 representa la presión el tiempo  $t$  y a la profundidad  $z + dz$ .

$$u_2 = u + \frac{\partial u}{\partial z} dz \dots \dots \dots (2)$$

El punto 3 representa la presión a la profundidad  $z$  en el tiempo  $t + dt$

$$u_3 = u + \frac{\partial u}{\partial t} dt \dots \dots \dots (3)$$

El punto 4 representa la presión en el tiempo  $t + dt$  y a la profundidad  $z + dz$

$$u_4 = u + \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial}{\partial z} [u + \frac{\partial u}{\partial t} dt] dz \dots \dots \dots (4)$$

$$u_4 = u + \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial z} dz + \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} dt dz \dots \dots \dots (4)$$

Por definición, el gradiente hidráulico es la pérdida de carga por unidad de longitud. Entonces en la cara I el gradiente hidráulico será:

$$i_1 = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} \dots \dots \dots (5)$$

Ya que:

$$h = \frac{u}{\gamma_w} \text{ y } i = \frac{h}{L} = \frac{1}{\gamma_w} \frac{u}{L}$$

La notación de derivada parcial se debe a que  $u$  es función tanto de  $z$  como de  $t$ .

Para la profundidad  $z + dz$ , análogamente se tiene:

$$i_2 = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} \left( u + \frac{\partial u}{\partial z} dz \right) \dots \dots \dots (6)$$

Suponiendo válida la Ley de Darcy, la cantidad de agua que pasa por la cara I es: (el área I y II, es unitaria)

$$dv_I = \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} dt \dots \dots \dots (7)$$

y el que pasa por la cara II

$$dv_{II} = \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} \left( u + \frac{\partial u}{\partial z} dz \right) dt \dots \dots \dots (8)$$

El cambio de volumen es:

$$\Delta dv = dv_I - dv_{II} = \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} dt - \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} \left( u + \frac{\partial u}{\partial z} dz \right) dt$$

$$\Delta dv = - \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz dt \dots \dots \dots (9)$$

Para el tiempo  $t + dt$

$$i_3 = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} \left( u + \frac{\partial u}{\partial t} dt \right) \dots \dots \dots (10)$$

$$i_4 = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} \left( u + \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial z} dz + \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} dt dz \right) \dots \dots \dots (11)$$

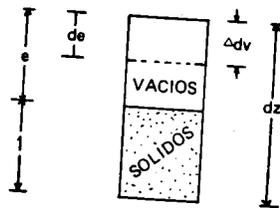
$$\therefore \Delta dv = - \frac{k}{\gamma_w} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz + \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial z^2} dt dz \right) dt$$

Pero pueden despreciarse las magnitudes de orden superior, por lo que:

$$\Delta dv = - \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz dt \dots \dots \dots (12)$$

Que es igual al resultado del análisis para los puntos 1 y 2.

Por otra parte si consideramos un elemento de suelo con área unitaria como el mostrado en la siguiente figura, podemos afirmar que:



$$\Delta dv = \frac{de}{1+e} dz \quad (13)$$

Se sabe que:

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta \bar{p}} = \frac{de}{d\bar{p}}$$

$$\therefore de = a_v d\bar{p} \quad (14)$$

Sustituyendo 14 en 13

$$\Delta dv = \frac{a_v}{1+e_0} d\bar{p} dz \quad (15)$$

$d\bar{p}$  = Variación de  $\bar{p}$  con el tiempo a profundidad constante teniendo en cuenta que:

$$\bar{p} + u_n = P = \text{etc.}$$

Por lo que:

$$d\bar{p} + du_n = 0$$

$$\therefore d\bar{p} = -du_n \quad (16)$$

Como:

$$u_n = u + u_h$$

$$\therefore du_n = du \quad (17)$$

Donde:

$u_n$  = Presión neutral o de poro.

$u$  = Presión en exceso de la hidrostática.

$u_h$  = Presión hidrostática = Constante para una profundidad dada.

Sustituyendo 17 en 16:

$$d\bar{P} = -du \quad \dots \dots \dots (18)$$

Al transcurrir el tiempo de  $t$  a  $t + dt$  en la cara superior del elemento de espesor  $dz$  (punto 1 y 3), existe una diferencia de presiones en exceso de la hidrostática que vale:

$$du = \frac{\partial u}{\partial t} dt \quad \dots \dots \dots (19)$$

Y en la cara inferior del elemento (Puntos 2 y 4) la diferencia de presiones en exceso de la hidrostática es:

$$du = \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} dt dz$$

Pero pueden despreciarse los elementos de orden superior, por lo que la diferencia de presiones en la cara inferior es:

$$du = \frac{\partial u}{\partial t} dt \quad \dots \dots \dots (20)$$

Que es la misma que en la cara superior (ecuación 19).

Si sustituimos en la ecuación (19) ó (20) en (18) obtenemos:

$$d\bar{P} = -\frac{\partial u}{\partial t} dt \quad \dots \dots \dots (21)$$

Sustituyendo (21) en (15):

$$\Delta dv = -\frac{a_v}{1 + e_0} \frac{\partial u}{\partial t} dt dz \quad \dots \dots \dots (22)$$

Igualando (22) con (12)

$$-\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz dt = -\frac{a_v}{1 + e_0} \frac{\partial u}{\partial t} dt dz$$

$$\therefore \frac{k(1 + e_0)}{a_v \gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad \dots \dots \dots (23)$$

Finalmente:

$$c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$$

**4** De una muestra arcillosa llevada al laboratorio se encontró que la relación de vacíos era 1.8 y la densidad de sólidos 2.6. De dicha muestra se labró una pastilla de 1.12 cm de altura y con un peso igual a 88 gr. para someterla a una prueba de consolidación drenada por ambas caras. El área interior del anillo del consolidómetro es 50 cm<sup>2</sup>. Al efectuar la prueba se observó que para un incremento de carga de 2 kg, la altura de la muestra disminuyó 0.12 cm. De la curva de consolidación se observó que el 50% de consolidación se alcanzó a los 2 minutos de sobrepuersta la sobrecarga. Calcule el coeficiente de permeabilidad de dicha arcilla.

**SOLUCION:**

Datos:

$$e = 1.8 ; h_0 = 1.12 \text{ cm} ; A = 50 \text{ cm}^2 ; \Delta h = 0.12 \text{ cm}$$

$$S_s = 2.6 ; W_t = 88 \text{ gr} ; \Delta p = 2 \text{ Kg/cm}^2 ; t_{50\%} = 2 \text{ min}$$

La ecuación que relaciona el coeficiente de permeabilidad y la mayor parte de los datos del problema es el factor tiempo:

$$T = \frac{kt}{H_0^2 m_v \gamma_w}$$

$$\therefore k = \frac{TH^2 m_v \gamma_w}{t} \quad (1)$$

Incógnitas: T y  $m_v$

Como conocemos  $t_{50}$ , conviene encontrar T correspondiente a  $U_{50} \%$

$$\therefore T_{50} = 0.197 \quad (2)$$

$$m_v = \frac{a_v}{1 + e_0} \quad (3)$$

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta p} \quad (4)$$

$$\Delta e = e_0 - e_t \quad (5)$$

$$e_0 = 1.8 \quad (\text{Dato}) \quad (6)$$

$$e_t = ? \quad (6)$$

Para encontrar  $e_t$ , contamos con las ecuaciones siguientes:

$$W_t = W_w + W_s \quad (7)$$

$$w = \frac{W_w}{W_s} \quad (8)$$

$$\text{Si } G_w = 100\% \quad (9)$$

$$\therefore w = \frac{e}{S_s}$$

Para la condición inicial:

$$\therefore w = \frac{1.8}{2.6} = 0.692$$

De la ecuación (8)

$$W_w = w W_s$$

$$W_w = 0.692 W_s$$

Sustituyendo (9) en (7):

$$W_t = 0.692 W_s + W_w$$

$$\therefore W_s = \frac{W_t}{1.692} = \frac{88}{1.692}$$

$$W_s = 52 \text{ gr}$$

Sustituyendo (10) en (9)

$$W_w = (0.692)(52) = 36 \text{ gr}$$

Como:

$$V_s = \frac{W_s}{S_s \gamma_p} = \frac{52}{(2.6)(1)}$$

$$V_s = 20 \text{ cm}^3$$

Y:

$$V_w = \frac{W_w}{\gamma_w} = \frac{36}{1} = 36 \text{ cm}^3$$

Cuando la pastilla está consolidada, su volumen total es:

$$V_t = Ah_t = 50(1.12 - 0.12)$$

$$V_t = 50 \text{ cm}^3$$

Como  $V_s$  no cambia:

$$V_{w_1} = V_t - V_s = 50 - 20 = 30$$

$$\text{Como } G_w = 100\% \Rightarrow V_{v_1} = V_{w_1}$$

$$\therefore e_1 = \frac{V_{v_1}}{V_s} = \frac{30}{20} = 1.5$$

$$e_1 = 1.5$$

Sustituyendo (11) y (6) en (5):

$$\Delta e = 1.8 - 1.5 = 0.3$$

$$\therefore a_v = \frac{0.3}{2} = 0.15 \frac{\text{cm}^2}{\text{kg}}$$

$$m_v = \frac{0.15}{2.8} = 0.0536 \frac{\text{cm}^2}{\text{kg}}$$

$$m_v = 5.36 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}^2}{\text{gr}}$$

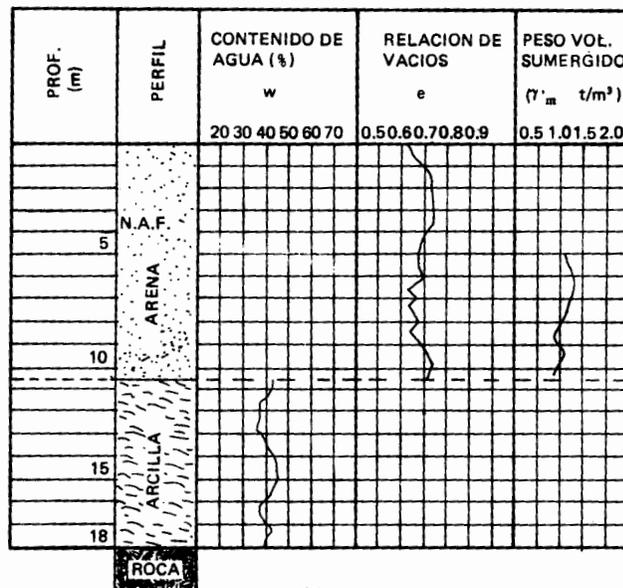
Sustituyendo (13) y (2) en (1)

$$k = \frac{(0.197) \left(\frac{1.12}{2}\right)^2 (5.36 \times 10^{-5}) (1)}{2}$$

$$k = 0.165 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{min}}$$

$$k = 2.75 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{seg}}$$

**5** El perfil mostrado en la figura inferior, muestra las características físicas de un subsuelo. El estrato arcilloso está normalmente consolidado y su índice de compresibilidad es 1.035. Sobre dicho subsuelo se construirá un edificio y mediante la teoría de Boussinesq, se sabe que la carga que transmitirá el edificio a la parte central del estrato arcilloso es 1.2 kg/cm<sup>2</sup>. Calcule el asentamiento que tendrá el edificio debido a la deformación del estrato de arcilla normalmente consolidada y cuya densidad de sólidos es 2.78.



**SOLUCION**

Datos:

Arcilla Normalmente Consolidada

$H = 7.5 \text{ m}$

$w = 40\%$

$S_s = 2.78$

$c_c = 1.035$

$\Delta \bar{p} = 1.2 \text{ kg/cm}^2$

Arena:

$\gamma' = 1,040 \text{ kg/m}^3$

$e = 0.68$

El método más exacto sería dividir el estrato compresible en una infinidad de capas, tantas como grado de exactitud se quiera obtener; sin embargo, para los fines del ejemplo no se justifica lo anterior, por lo tanto, consideremos que las propiedades obtenidas son representativas del estrato y que la presión efectiva a la mitad de éste es el promedio de las presiones actuantes en dicho estrato, por lo tanto: calcularemos la presión efectiva a la mitad del estrato arcilloso y posteriormente le sumaremos el incremento de presión debido a la carga de dicho edificio al mismo nivel para aplicar la expresión:

$$\Delta H = \frac{c_c}{1 + e} \text{Log} \left( \frac{\bar{p}_0 + \Delta \bar{p}}{\bar{p}_0} \right)$$

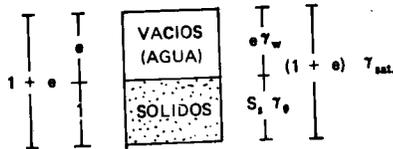
Que nos dará el asentamiento del estrato arcilloso

Por lo tanto:

Para el estrato de arena:

$$\gamma' = \gamma_{\text{sat}} - \gamma_w \Rightarrow \gamma_{\text{sat}} = \gamma' + \gamma_w = 1.04 + 1.0 = 2.04 \text{ ton/m}^3$$

El peso volumétrico seco de la arena es de acuerdo al siguiente diagrama:



$$S_s \gamma_w = \gamma_{\text{sat}} (1 + e) - \gamma_w$$

$$S_s \gamma_w = 2.04 (1.68) - 0.68 (1) = 2.74 \text{ ton/m}^3$$

$$S_s = \frac{2.74}{\gamma_w} = \frac{2.74}{1} = 2.74$$

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V_t} = \frac{S_s \gamma_w}{1 + e} = \frac{2.74}{1.68} = 1.63 \text{ ton/m}^3$$

Para el estrato de arcilla:

De la misma figura se puede deducir que:

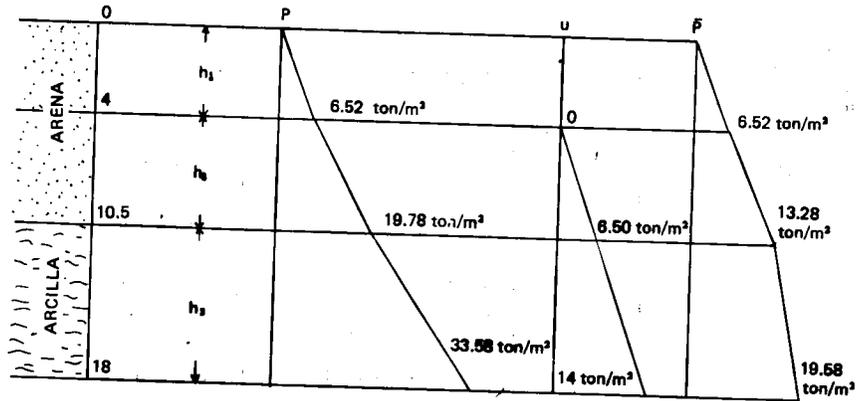
$$w = \frac{e \gamma_w}{S_s \gamma_s} ; \text{ como } \gamma_s = \gamma_w = 1$$

$$\rightarrow w = \frac{e}{S_s} \therefore e = w S_s$$

$$e = (0.4) (2.78) = 1.11$$

$$\gamma_{sat} = \frac{(e + S_s) \gamma_s}{1 + e} = \frac{(1.11 + 2.78) 1}{1 + 1.11} = 1.84 \text{ ton/m}^3$$

Teniendo en cuenta que  $\bar{P} = P - U$ , determinaremos el diagrama de presiones totales, luego de poro o neutrales y posteriormente la diferencia de las dos nos determinará la presión efectiva correspondiente.



$$P_4 = h_1 \gamma_{d \text{ arena}} = (4) (1.63) = 6.52 \text{ ton/m}^2$$

$$P_{10.5} = P_4 + h_2 \gamma_{sat \text{ arena}} = 6.52 + 6.50 (2.04) = 19.78 \text{ ton/m}^2$$

$$P_{18} = P_{10.5} + h_3 \gamma_{sat \text{ arcilla}} = 19.78 + 7.5 (1.84) = 33.58 \text{ ton/m}^2$$

$$u_4 = 0$$

$$u_{10.5} = h_2 \gamma_w = 6.50 (1) = 6.50 \text{ ton/m}^2$$

$$u_{18} = (h_2 + h_3) \gamma_w = (14) (1) = 14 \text{ ton/m}^2$$

$$\bar{P}_0 = P_0 - u_0 = 6.52 - 0 = 6.52 \text{ ton/m}^2$$

$$\bar{P}_{10.5} = P_{10.5} - u_{10.5} = 19.78 - 6.50 = 13.28 \text{ ton/m}^2$$

$$\bar{P}_{18} = P_{18} - u_{18} = 33.58 - 14 = 19.58 \text{ ton/m}^2$$

En el centro del estrato arcilloso  $\bar{P}_0 = \frac{\bar{P}_{10.5} + \bar{P}_{18}}{2}$

$$\bar{P}_0 = \frac{13.28 + 19.58}{2}$$

$$\bar{P}_0 = 16.43 \text{ ton/m}^2$$

$$\bar{P}_0 = 1.643 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \Delta H = \frac{C_c H}{1+e_0} \text{Log} \left( \frac{\bar{P}_0 + \Delta \bar{P}}{\bar{P}_0} \right)$$

$$\Delta H = \frac{(1.035)(7.50)}{1 + 1.11} \text{Log} \left( \frac{1.643 + 1.20}{1.643} \right) = 0.88 \text{ m}$$

$$\therefore \Delta H = 0.88 \text{ m}$$

**6** Las características de un espécimen de suelo son:

Altura 3.8 cm

Area 90.1 cm<sup>2</sup>

Peso total 621.5 gr.

Densidad de sólidos 2.79

Peso Seco 475.1 gr.

Presión a que estará sujeto el suelo 5.68 kg/cm<sup>2</sup>

(Carga = 512 kg; cuya evolución cronológica aparece en la tabla siguiente)

Los datos obtenidos de la prueba de consolidación son:

Temperatura °C	Fecha	Hora Hrs.	Carga P kg	Tiempo min	Lect. micrómetro Pulg. x 10 <sup>-1</sup>
23.0	16-III-66		0	0 (Def. inmediata)	0.000
			16	"	0.310
			32	"	0.463
			64	"	0.730
			128	"	1.140
			256	"	1.655
			512	"	1.695
22.7 22.2	22-III-66	9.55		0.1	1.710
				1.0	1.756
				4.0	1.836
				10.0	1.925
				28.0	2.061
				72.0	2.158
				182.0	2.204
				480.0	2.232
				787.0	2.244
	23-III-66 24-III-66 24-III-66 24-III-66	17.55 22.66 10.95 11.00			2.265
				1 024	2.900
				1 024	2.932
				512	2.850
				256	2.736
				128	2.603
				32	2.314
				0.27	1.454

Se pide:

- Dibujar la curva de compresibilidad, tanto en escala aritmética como semilogarítmica.
- Estimar la carga de preconsolidación.
- Calcular el índice de compresibilidad.
- Dibujar la curva de consolidación correspondiente al incremento de carga de 256 a 512 kg, en escalas aritmética y semilogarítmica.
- Calcular el coeficiente de compresibilidad, el coeficiente de consolidación y el coeficiente de permeabilidad para el incremento de carga de 256 a 512 kg.

La muestra estuvo drenada por ambas caras.

### SOLUCION

- La curva de compresibilidad es función de:

$f(P, e)$

$$\bar{P} = \frac{P}{A}$$

$$e = e_0 + \Delta e$$

$$\Delta e = \frac{\Delta H (1 + e_0)}{H}$$

Donde:

$\bar{P}$  = Presión efectiva para cada carga P

P = Carga que se le aplica a la muestra de área A y altura H.

e = Relación de vacíos correspondiente a cada  $\bar{P}$

$e_0$  = Relación de vacíos inicial de la muestra

$\Delta e$  = Incremento o decremento de la relación de vacíos, correspondientes al incremento o decremento de la altura  $\Delta H$  de la muestra por efecto del incremento o decremento en la presión efectiva.

Para determinar la relación de vacíos inicial ( $e_0$ ):

$$e_0 = \frac{V_v}{V_s}$$

$$V_v = V_t - V_s$$

$$V_t = AH = (90.1) (3.8) = 342.4 \text{ cm}^3$$

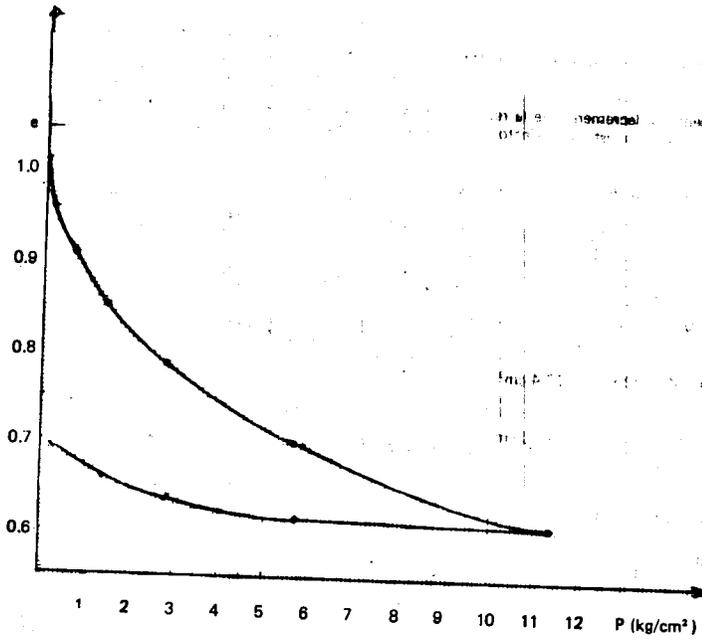
$$V_s = \frac{W_s}{S_s \gamma_s} = \frac{475.1}{(2.79) (1)} = 170.0 \text{ cm}^3$$

$$V_v = 342.4 - 170.0 = 172.4 \text{ cm}^3$$

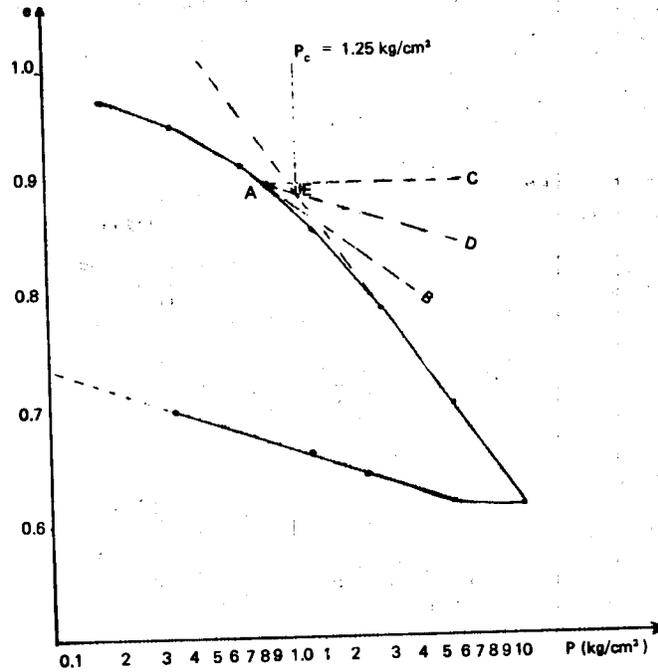
$$e_0 = \frac{172.4}{170.0} = 1.01$$

Para trazar la curva de compresibilidad nos ayudaremos de la siguiente tabla, la cual es obtenida de los datos del problema y las fórmulas anteriormente mencionadas.

Carga P (kg)	$\Delta H$ Acum. Lect. Microm. (Pulg x $10^{-4}$ )	$\Delta H$ Acum. Lect. Microm. (cm x $10^{-4}$ )	$\Delta H$ (cm x $10^{-6}$ )	$\Delta e$ (x $10^{-3}$ )	e (acumulativo)	P (kg/cm <sup>2</sup> )
0	0	0	0	0	1.0100	0.000
16	310	787	-787	-416	0.9684	0.178
32	463	1176	-389	-206	0.9478	0.355
64	730	1854	-678	-358	0.9120	0.710
128	1140	2895	-1041	-550	0.8570	1.421
256	1655	4203	-1308	-692	0.7878	2.841
512	2265	5753	-1550	-820	0.7058	5.683
1024	2932	7447	-1694	-892	0.6162	11.365
512	2850	7239	208	110	0.6172	5.683
256	2736	6949	290	153	0.6425	2.841
128	2603	6611	338	179	0.6604	1.421
64	2314	5877	734	388	0.6992	0.355
32	2314	5877	734	388	0.6992	0.355
0.27	1454	3693	2184	1155	0.8147	0.003



Curva de Compresibilidad en Escala Aritmética



Curva de Compresibilidad en Escala Semilogarítmica (e - P esc. log.)

b) Para determinar la carga de preconsolidación utilizaremos el método que Casagrande propone, para lo cual, nos auxiliaremos de la curva de compresibilidad en escala semilogarítmica; este método consiste en:

1. Localizar el punto A de mayor curvatura y trazar por él una tangente a la curva AB y una horizontal AC.
2. Trazar la bisectriz AD del ángulo formado por AB y AC y prolongar la rama virgen hasta cortar la bisectriz en el punto E. La abscisa del punto E es la carga de preconsolidación; de esta manera se obtiene, según se aprecia en la curva mencionada:

$P_c = 1.25 \text{ kg/cm}^2$

c) El índice de compresibilidad es la variación de la relación de vacíos de la rama virgen de la curva de compresibilidad, en un ciclo de la escala logarítmica; por lo tanto de la gráfica obtenemos:

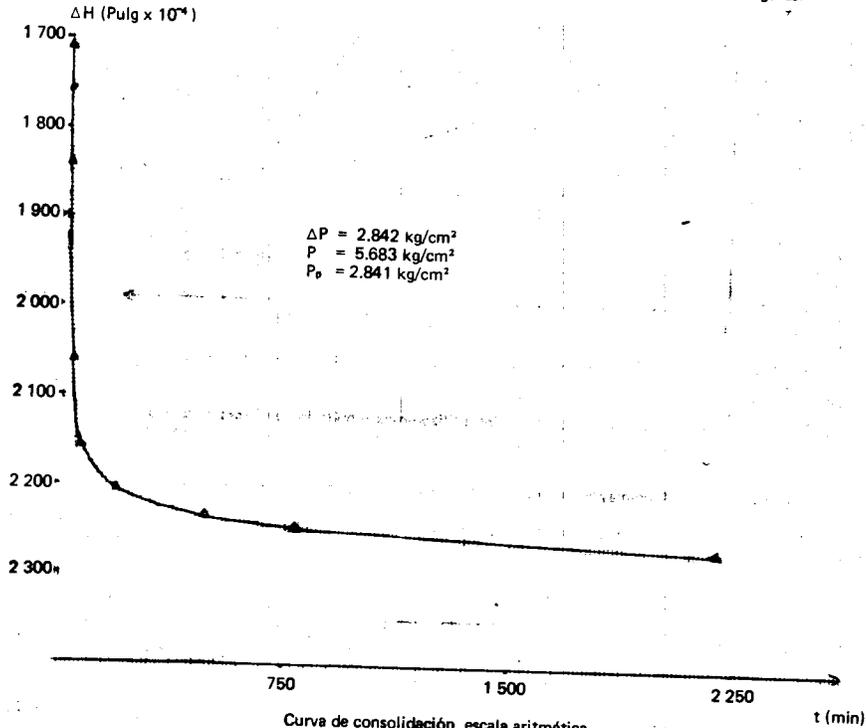
$$C_c = \frac{0.612 - 0.885}{\text{Log}(10/1)} = -0.273$$

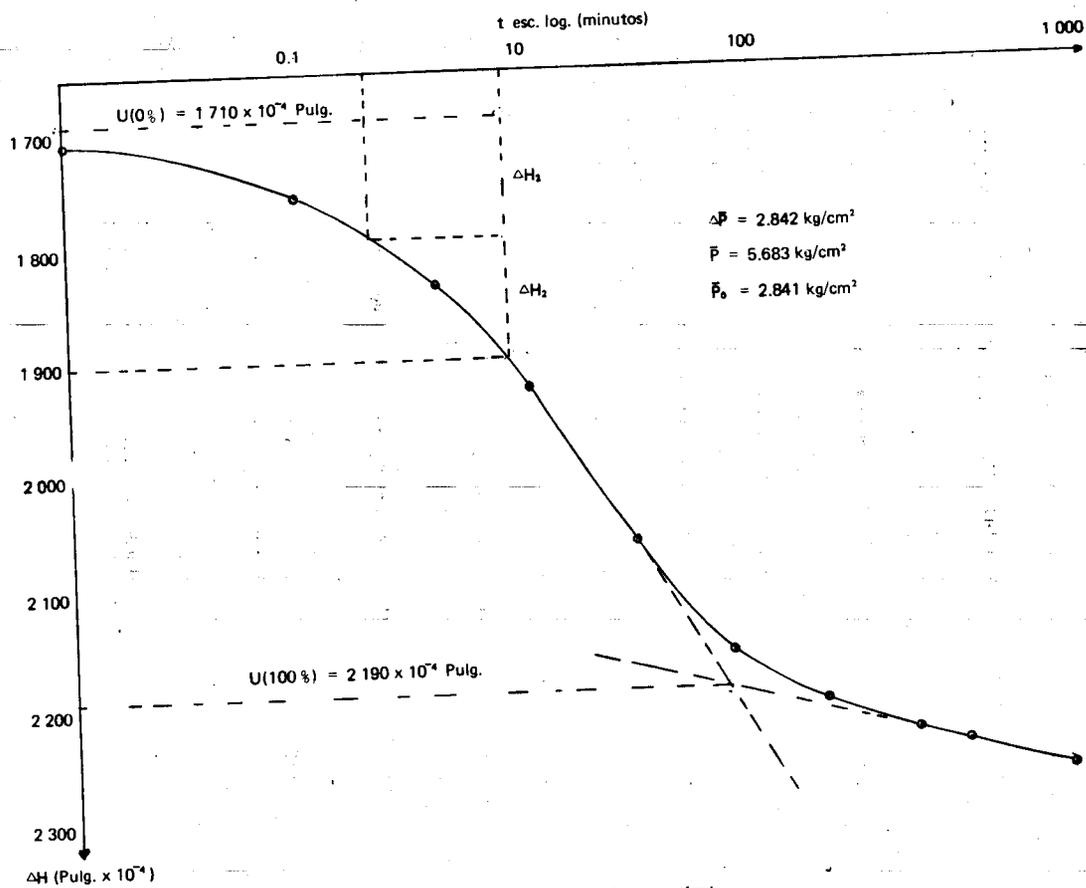
$$C_c = 0.273$$

Nota: El signo menos indica pendiente negativa, en la práctica se acostumbra dar el valor absoluto de  $C_c$ .

d) Curva de consolidación correspondiente al incremento de carga de 256 a 512 kg.

De la tabla de datos se aprecia que el tiempo en minutos para las dos últimas lecturas del micrómetro (para el intervalo de carga de interés) no se encuentra de manera explícita; sin embargo, a las 22.66 hs del 22 de marzo se llevaban 787 minutos, a las 11.00 del 24 de marzo serán 2198 minutos. Por lo tanto con estos datos ya se puede trazar la curva tanto en escala aritmética como semilogarítmica, según se aprecia en las siguientes figuras:





Curva de Consolidación en Escala Semilogarítmica

e.1) El coeficiente de compresibilidad:

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta P}$$

De la tabla del inciso a), obtenemos que para el intervalo de carga 256 a 512 kg,  $\Delta e$  y  $\Delta P$  valen:

$$a_v = \frac{0.7878 - 0.7058}{2.841 - 5.683} = \frac{0.082}{2.842} = 0.0289 \text{ cm}^2/\text{kg} = 2.89 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{gr.}$$

$$a_v = 2.89 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{gr}$$

e.2) El coeficiente de consolidación; para determinar este coeficiente es necesario determinar en la curva de consolidación las ordenadas correspondientes al 0% y 100% de consolidación.

1.- Localización de  $U = 0\%$

Se ha observado que para  $U < 50\%$ , la curva de consolidación en gráfica semilogarítmica, es una semiparábola que puede expresarse por:

$$t = k (\Delta H)^2 \Rightarrow \Delta H = \sqrt{\frac{t}{k}}$$

Donde:

$t$  = El tiempo que tarda en consolidarse.

$\Delta H$  = La deformación o disminución de altura de la muestra, cuya lectura se obtiene en el micrómetro.

$k$  = Constante de la parábola

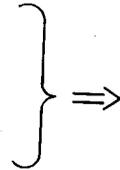
Por lo tanto si escogemos un valor de  $t_1$  tal que  $U < 50\%$  obtenemos:

$$\Delta H_1 = \sqrt{\frac{t_1}{k}}$$

Si escogemos un segundo valor  $t_2 = t_1/4$ , obtenemos:

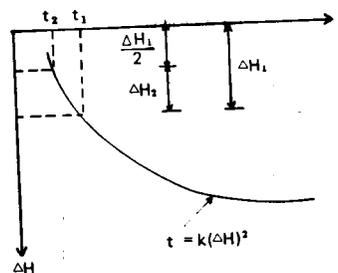
$$\Delta H_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{t_1}{k}}$$

$$\Delta H_1 - \Delta H_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{t_1}{k}}$$



$$\Delta H_1 = 2\Delta H_2$$

Gráficamente se tendrá:



$$\Delta H_2 = \frac{\Delta H_1}{2}$$

Por lo que para determinar el 0% de consolidación ( $U = 0\%$ ), se procede de la siguiente manera:

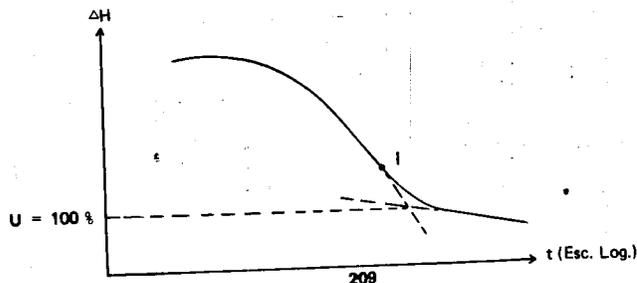
1. Se mide un tiempo  $t_1$  tal que  $U < 50\%$  y se proyecta hasta la curva de consolidación.
2. Se toma un tiempo  $t_2 = t_1/4$  y se proyecta hasta la curva de consolidación.
3. Se mide la diferencia de consolidación, deformación o lectura del micrómetro que hay entre el tiempo  $t_1$  y  $t_2$  en la curva de consolidación  $\Delta H_2$ .
4. A partir de la ordenada correspondiente a la abscisa  $t_2$ , se mide hacia arriba verticalmente  $\Delta H_2$ .
5. Si pasamos una horizontal por  $2\Delta H_2$  hasta cortar el eje de las ordenadas, se detendrá el 0% de consolidación ( $U = 0\%$ ).

II.- Localización de  $U = 100\%$  (100% de consolidación)

Casagrande encontró después de muchas observaciones, que la ordenada correspondiente a  $U = 100\%$ , coincide en forma bastante aproximada, si se localiza mediante el siguiente procedimiento.

- 1.- Localizar el punto de inflexión (i), de la curva de consolidación y se pasa una tangente a la curva por él.
- 2.- La rama correspondiente a la consolidación secundaria, parte inferior de la curva, se prolonga hasta cortar a la tangente anteriormente trazada.
- 3.- Por dicha intersección se traza una horizontal hasta cortar el eje de las ordenadas para marcar el punto donde  $U = 100\%$ .

Lo anterior gráficamente se expresa en la siguiente figura:



Ya definidas estas ordenadas, ver curva de consolidación, calcularemos el porcentaje de consolidación para cualquier tiempo donde la curva de consolidación tiene una pendiente aproximada de 45°, porque en dicho tramo presenta mayor precisión en los valores; por lo tanto para un 50% de consolidación tenemos:

$$\Delta H_{50\%} = \left( 1710 + \frac{2190 - 1710}{2} \right) 10^{-4} = 1950 \times 10^{-4} \text{ Pulg.}$$

El tiempo necesario para que se lleve a cabo esta consolidación (ver curva de consolidación) es:

$$t = 12.0 \text{ min} = 720 \text{ seg}$$

De la curva de consolidación teórica o de la tabulación de la misma, obtenemos el factor T correspondiente a U = 50%.

$$T = 0.197$$

La altura del espécimen en el momento de la prueba tenía una altura promedio de (incremento de carga de 256 a 512 kg):

$$H = 3.8 - \left( \frac{0.4203 + 0.5753}{2} \right) = 3.302 \text{ cm}$$

Como se drenó por ambas caras:

$$H_c = H/2 = 1.651 \text{ cm}$$

El coeficiente de consolidación:

$$C_v = \frac{TH_c^2}{t} = \frac{(0.197)(1.651)^2}{720} = 7.46 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{seg}$$

$$C_v = 7.46 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{seg}$$

e.3) El coeficiente de permeabilidad:

$$T = \frac{kt(1+e_0)}{H_c^2 a_v \gamma_w} \quad \therefore \quad k = \frac{TH_c^2}{t} \frac{a_v \gamma_w}{1+e_0} = C_v \frac{a_v \gamma_w}{1+e_0}$$

$$e_0 = 0.7878$$

(De la tabla del inciso (a) correspondiente a  $\bar{P} = 2.841 \text{ kg/cm}^2$ , que a su vez corresponde a  $P = 256 \text{ kg}$ )

Sustituyendo:

$$k = \frac{(7.46 \times 10^{-4}) (2.89 \times 10^{-3}) (1)}{1 + 0.7878} = 1.206 \times 10^{-8} \text{ cm/seg}$$

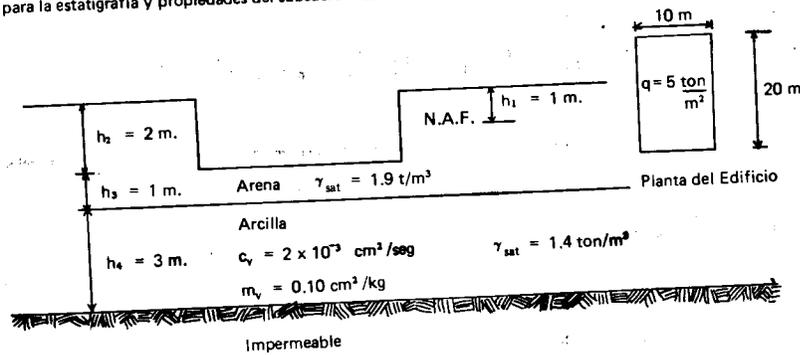
$$k = 1.206 \times 10^{-8} \text{ cm/seg}$$

7 Una muestra de arcilla totalmente saturada se coloca en el consolidómetro y se sujeta a una presión de  $3 \text{ kg/cm}^2$ . Después de un cierto tiempo, se determina que la presión de poro promedio es de  $2 \text{ kg/cm}^2$ . ¿Qué porcentaje de consolidación se ha alcanzado en ese tiempo?

$$U = \frac{\Delta \bar{P}}{\Delta P} = \frac{\Delta P - \Delta u}{\Delta P} = \frac{3 - 2}{3} = 1/3$$

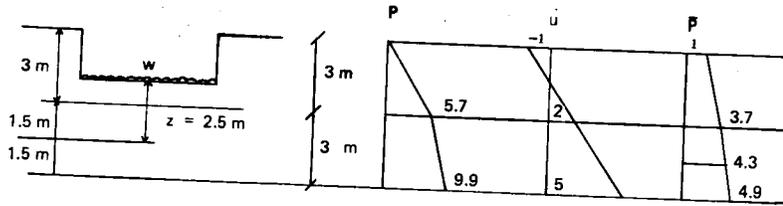
$$\therefore U = 33.33\%$$

8 Calcular el asentamiento en el centro de gravedad de un edificio 102 días después de terminada la construcción, suponiendo que la carga ( $q$ ) se aplicó en forma instantánea y que la compresibilidad de la arena es despreciable, para la estratigrafía y propiedades del subsuelo mostrado en la figura.



SOLUCION:

Calcularemos primero el diagrama de presiones total, de poro y efectiva; se considerará que todo el estrato de arena arriba del N.A.F. está saturado por capilaridad.



$$P_3 = (h_3 + h_3) \gamma_{\text{sat. arena}} = (3) 1.9 = 5.7 \text{ ton/m}^2$$

$$P_6 = P_3 + h_4 \gamma_{\text{sat. arcilla}} = 5.7 + 3(1.4) = 9.9 \text{ ton/m}^2$$

$$u_0 = -1 \text{ ton/m}^2$$

$$u_3 = 2 (\gamma_w) = 2 (1) = 2 \text{ ton/m}^2$$

$$u_6 = U_3 + 3 (\gamma_w) = 2 + 3(1) = 5 \text{ ton/m}^2$$

$$P_0 = P - u$$

$$P_0 = 1 \text{ ton/m}^2$$

$$P_3 = 5.7 - 2 = 3.7 \text{ ton/m}^2$$

$$P_6 = 9.9 - 5 = 4.9 \text{ ton/m}^2$$

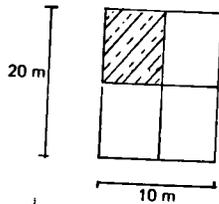
La presión efectiva a la mitad del estrato de arcilla es:

$$\bar{P}_{4.5} = \frac{\bar{P}_3 + \bar{P}_6}{2} = \frac{3.7 + 4.9}{2} = 4.3 \text{ ton/m}^2$$

El incremento neto de presión en la base de la cimentación es la carga  $q = 5 \text{ ton/m}^2$  menos el peso del suelo excavado, es decir:

$$w = 5 - 2(1.9) = 1.2 \text{ ton/m}^2$$

Calcularemos el coeficiente de influencia  $w_0$  mediante las gráficas de Fadum; para lo cual:



$$\Rightarrow \begin{aligned} x &= 5 \text{ m} \\ y &= 10 \text{ m} \\ z &= z = 2.5 \end{aligned}$$

$$m = \frac{5}{2.5} = 2$$

$$n = \frac{10}{2.5} = 4$$

Como  $w_0 = f(m, n)$ ; de la gráfica de Fadum.

$$w_0 = f(4, 2) = 0.239$$

$$\therefore \Delta \bar{P} = (4 w_0) w = (4 \times 0.239) (1.2) = 1.147 \text{ ton/m}^2 = 0.1147 \text{ kg/cm}^2$$

El asentamiento por consolidación ocurrido en un tiempo  $t$  se calcula mediante:

$$S_t = m_v \Delta \bar{P} H (U\%/100)$$

$U\%$  se obtiene a partir del factor tiempo ( $T$ )

$$T = \frac{C_v t}{H_c^2}$$

$$\therefore C_v = 2 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{seg}$$

$$t = 102 \text{ días} = 8\,812\,800 \text{ seg}$$

$H_c = 300 \text{ cm}$  por ser impermeable el estrato inferior

$$\therefore T = \frac{(2 \times 10^{-3}) (8\,812\,800)}{(300)^2} = 0.19584 \times 10^{-1}$$

De la tabulación de  $T - U$  encontramos que

$$U = 55.4\%$$

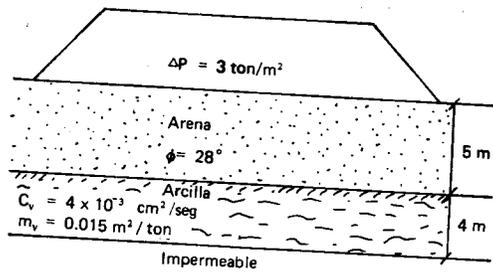
$$\therefore S_t = m_v \Delta \bar{P} H \frac{U\%}{100} = (0.10) (0.1147) (300) (0.554) = 1.91$$

$$S_t = 1.91 \text{ cm}$$

Asentamiento después de 102 días.

**9** En un cierto tiempo después de la construcción de un terraplén se trasmite una presión media de  $3 \text{ ton/m}^2$  sobre un estrato de arcilla; queda en este un exceso de presión hidrostática promedio de  $2 \text{ ton/m}^2$

- ¿Qué hundimiento ha sufrido dicho terraplén por la consolidación de la arcilla?
- ¿Cuánto hace que se construyó el terraplén?



a) Para calcular el asentamiento se usará la expresión:

$$\Delta H = m_v \Delta P H$$

$$\Delta H = (0.015) (3) (4) = 0.18 \text{ m}$$

Se calcula U:

$$U = \frac{\Delta P - u}{\Delta P} = \frac{3 - 2}{3} = 0.333$$

Como:

$$U = \frac{\Delta H'}{\Delta H_t}$$

$$\Delta H' = U \Delta H_t = (0.333) (0.18) = 0.06 \text{ m}$$

b) Se tiene la expresión

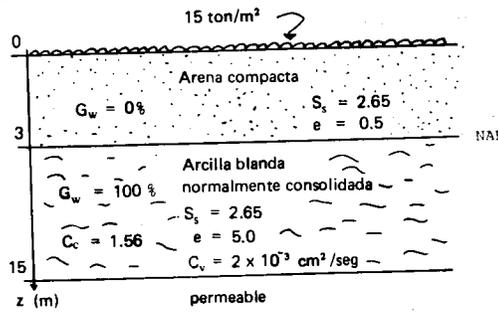
$$t = \frac{T H_c^2}{C_v}$$

De la tabla que relaciona U - T; se tiene que para U = 33.33 %, T = 0.086

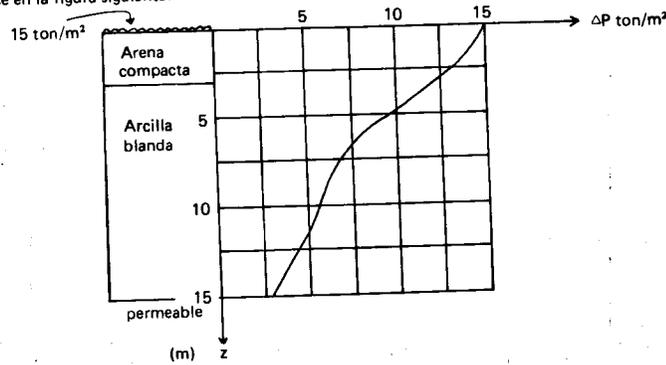
$$\therefore t = \frac{(0.086) (400)^2}{4 \times 10^{-3}} = 3\,440\,000 \text{ seg} = 39.82 \text{ días}$$

$$t = 39.82 \text{ días}$$

10 En base al esquema mostrado, calcular el hundimiento total y el tiempo en que ocurre la mitad del mismo al colocar la carga de 15 ton/m<sup>2</sup>



Mediante la teoría de Boussinesq se ha determinado la distribución de presiones sobre los estratos, la cual aparece en la figura siguiente:



**SOLUCION**

El estrato de arcilla tiene 12 m de espesor, para el cálculo del hundimiento dividiremos dicho estrato en 3 capas de 4 m cada una; por lo tanto, interesa conocer la presión inicial (efectiva) y el incremento de presión debida a la sobre carga al centro de cada estrato, es decir, a los 5, 9 y 13 m.

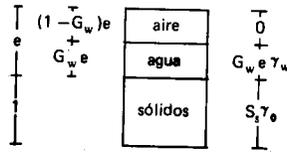
Mediante la gráfica de la distribución del incremento de presión, se obtiene:

$$\Delta P_{(3m)} = 10 \text{ ton/m}^2$$

$$\Delta P_{(9m)} = 6 \text{ ton/m}^2$$

$$\Delta P_{(13m)} = 4 \text{ ton/m}^2$$

Para encontrar la distribución de presión total, de poro y efectiva, necesitamos conocer  $\gamma_t$  de la arena y arcilla:

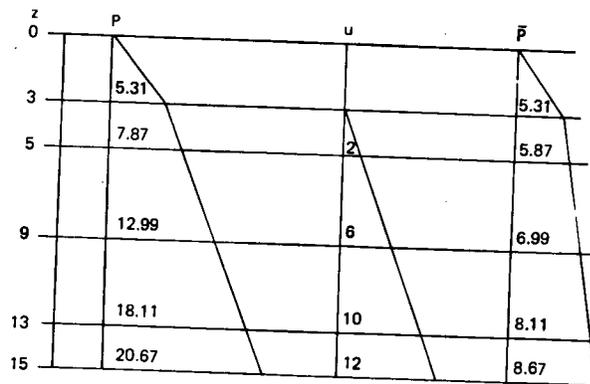


$$\gamma_t = \frac{(eG_w + S_s)\gamma_s}{1 + e}$$

$$\gamma_{t \text{ arena}} = \frac{(0.5 \times 0.0 + 2.65) 1.0}{1 + 0.5} = 1.77 \text{ ton/m}^3$$

$$\gamma_{t \text{ arcilla}} = \frac{(5 \times 1.0 + 2.65) 1.0}{1 + 5} = 1.28 \text{ ton/m}^3$$

Con estos valores, encontraremos la presión efectiva a la profundidad deseada:



Para el cálculo de los asentamientos usaremos la fórmula:

$$\Delta H = \frac{C_c H}{1 + e_0} \text{Log} \left( \frac{\bar{P}_0 + \Delta \bar{P}}{\bar{P}_0} \right)$$

Para la primera capa de arcilla

$$\Delta H_1 = \frac{1.56 \times 4}{1 + 5} \text{Log} \left( \frac{5.87 + 10}{5.87} \right) = 0.45 \text{ m}$$

Para la segunda capa de arcilla

$$\Delta H_2 = \frac{1.56 \times 4}{6} \text{Log} \left( \frac{6.99 + 6}{6.99} \right) = 0.29 \text{ m}$$

Para la tercera capa de arcilla:

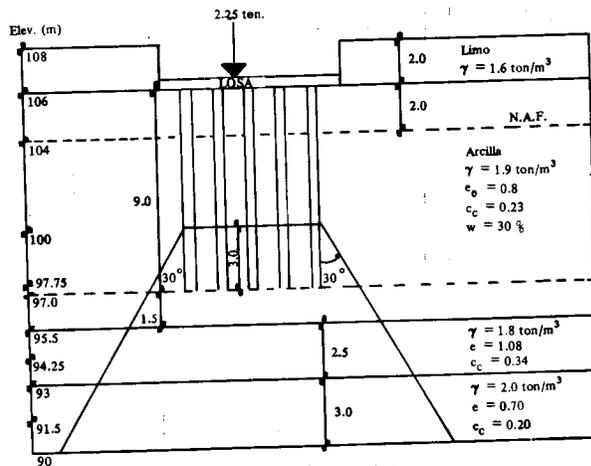
$$\Delta H_3 = \frac{1.56 \times 4}{6} \text{Log} \left( \frac{8.11 + 4}{8.11} \right) = 0.18 \text{ m}$$

El asentamiento total es:

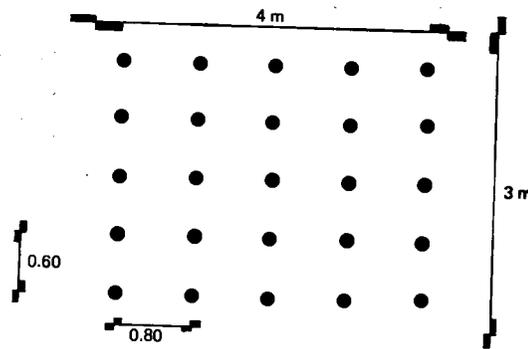
$$\Delta H_t = \Sigma \Delta H_i = 0.45 + 0.29 + 0.18 = 0.92 \text{ m}$$

$$\Delta H = 0.920 \text{ m}$$

**11** Calcule el asentamiento de una cimentación con pilotes distribuidos en un área de 4 x 3 metros. La distribución de los pilotes y las características del subsuelo se indican en la figura. La carga total que actúa sobre los pilotes es de 225 ton y los estratos compresibles son los comprendidos de la cota 90 a la 108 m.



NOTA: Acotaciones en metros.



**SOLUCION**

El asentamiento total será la suma de los asentamientos  $\Delta H_i$  de cada estrato que tenga incremento de esfuerzos por efecto de la descarga de los pilotes; para calcular el asentamiento de cada estrato emplearemos la siguiente fórmula:

$$\Delta H_i = \frac{C_c H}{1 + e_0} \cdot \text{Log} \left( \frac{\bar{P}_0 + \Delta \bar{P}}{\bar{P}_0} \right)$$

De esta fórmula, son conocidas  $C_c$  y  $e_0$  de cada estrato y nos falta por determinar  $\bar{P}_0$  y  $\Delta \bar{P}$  a la mitad de cada estrato, lo cual implica determinar previamente el espesor  $H$  del mismo.

-Cálculo de  $\Delta \bar{P}$

Para el cálculo de la distribución de esfuerzos en la masa del suelo, utilizaremos el criterio de Terzaghi que propone para estos casos y que ha dado buenos resultados en la práctica; según este criterio, la carga total se transmite íntegramente hasta 2/3 de la longitud del pilote y a partir de esa profundidad, la carga se distribuye en una área que se va incrementando con la profundidad según una línea inclinada  $30^\circ$  a partir de la vertical (como se muestra en la figura del enunciado del problema). Por lo tanto, el procedimiento que seguiremos para determinar el incremento de esfuerzo a la mitad de cada estrato según el criterio de Terzaghi es:

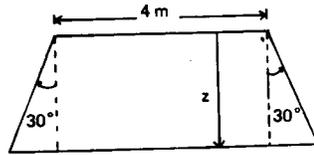
1. Definir espesor y mitad del estrato compresible y que se vea afectado de un incremento de esfuerzo.
2. Determinar el área a la mitad de cada estrato compresible.
3. Dividir la descarga de los pilotes ( $P = 225$  ton) entre la nueva área para conocer el incremento de esfuerzo a ese nivel.

Por lo tanto, los estratos quedan definidos de la siguiente forma:

Estrato	Elev. que lo limitan (m)	Espesor H (m)	Elev. que determina el punto medio del estrato (m)
1	100.0 – 95.5	4.50	97.75
2	95.5 – 93.0	2.50	94.25
3	93.0 – 90.0	3.00	91.50

TABLA 1

Para el cálculo del área nos auxiliaremos de la siguiente figura, que nos ayuda a concebir como se va incrementando el área con la profundidad a partir de la elevación 100 (2/3 de la longitud de los pilotes).



Donde  $z$  varía con la profundidad a partir de la elevación 100 hacia la mitad de cada estrato, el área  $A_i$  de cada estrato será:

$$A_i = (4 + 2z \tan 30^\circ) (3 + 2z \tan 30^\circ)$$

Para llevar a cabo los cálculos anteriores nos auxiliaremos de la siguiente tabla:

Elev. (m)	$z$ (m)	$A_i$ (m <sup>2</sup> )	$\Delta \bar{p} = \frac{225}{A_i}$ (ton/m <sup>2</sup> )
97.75	2.25	36.90	6.10
94.25	5.75	102.60	2.20
91.50	8.50	177.00	1.27

TABLA 2

— Para el cálculo de la presión efectiva a la mitad de cada estrato, ya definido, utilizaremos las siguientes fórmulas:

$$\bar{p}_0 = \gamma_m h \quad \dots \dots \dots \text{Arriba del N.A.F.}$$

$$\bar{p}_0 = (\gamma_m - 1) h \quad \dots \dots \dots \text{Abajo del N.A.F.}$$

Pues se sabe que:

$$\bar{p}_0 = p - u = (\gamma_m - \gamma_w) h = \gamma'_m h$$

ya que  $\gamma_w = 1$

Los cálculos se aprecian en la siguiente tabla:

Elev. m	$\gamma_m$ ton/m <sup>3</sup>	$\gamma_m - 1$ Ton/m <sup>3</sup>	h m	$P_o$ ton/m <sup>2</sup>	$\Sigma P_o$ ton/m <sup>2</sup>
106.00	1.60		2.00	3.20	3.20
104.00	1.90		2.00	3.80	7.00
97.75	1.90	0.90	6.25	5.625	12.625*
95.50	1.90	0.90	2.25	2.025	14.650
94.25	1.80	0.80	1.25	1.00	15.650*
93.00	1.80	0.80	1.25	1.00	16.650
91.50	2.00	1.00	1.50	1.50	18.150*

TABLA 3

Finalmente aplicando la expresión para el cálculo de asentamiento de cada estrato, es decir:

$$\Delta H = \frac{C_c H}{1 + e_o} \text{Log} \left( \frac{\bar{P}_o + \Delta \bar{P}}{P_o} \right)$$

De acuerdo a los datos del problema y conforme a los obtenidos en las tablas 1, 2 y 3, obtenemos:

Estrato 1

$$\Delta H_1 = \frac{0.23 \times 4.50}{1 + 0.80} \text{Log} \left( \frac{12.625 + 6.10}{12.625} \right) = 0.0984 \text{ m}$$

Estrato 2

$$\Delta H_2 = \frac{0.34 \times 2.50}{1 + 1.08} \text{Log} \left( \frac{15.65 + 2.20}{15.65} \right) = 0.0233 \text{ m}$$

Estrato 3

$$\Delta H_3 = \frac{0.20 \times 3.00}{1 + 0.70} \text{Log} \left( \frac{18.15 + 1.27}{18.15} \right) = 0.0103 \text{ m}$$

El asentamiento total  $\Delta H_t$  es:

$$\Delta H_t = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 = 0.0984 + 0.0233 + 0.0103 = 0.1320 \text{ m}$$

$$\Delta H_t = 13.20 \text{ cm}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1 Se efectuó una prueba de consolidación con una muestra de arcilla drenada por ambas caras, cuyo espesor es 2 cm. El espécimen alcanzó el 50 por ciento de consolidación después de 5 minutos de haberle aplicado la carga. Si se sabe que la relación de vacíos inicial fue 1.0 y que el coeficiente de permeabilidad es  $10^3$  cm/seg. Calcule el coeficiente de compresibilidad para este incremento de carga.

RESPUESTA:

$$a_v = 3.04 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{seg}$$

2 Los datos de una prueba de consolidación son:

Presión Efectiva (kg/cm <sup>2</sup> )	Relación de vacíos
0.2	0.953
0.4	0.948
0.8	0.938
1.6	0.920
3.2	0.878
6.4	0.789
12.8	0.691
3.2	0.719
0.8	0.754
0.2	0.791
0.0	0.890

- Dibujar la curva de compresibilidad correspondiente, tanto en escala aritmética como en semilogarítmica.
- Determinar las ecuaciones de la rama virgen y de la rama de la descarga.
- Estimar el intervalo probable de la carga de preconsolidación.

3 En el laboratorio se llevó a cabo una prueba de consolidación sobre un espécimen de arcilla, drenada por ambas caras. El tiempo requerido para alcanzar el 50 por ciento de consolidación fueron 20 minutos. La muestra es de 2.50 cm de espesor y corresponde a un estrato cuyo espesor es de 4 metros, drenado solo por la cara superior. El contenido de agua de la arcilla es del 40 por ciento.

- Calcule el coeficiente de consolidación.
- ¿Cuál es el tiempo requerido para alcanzar el 90 por ciento de consolidación en el estrato de arcilla?

RESPUESTA

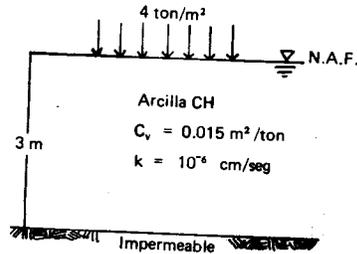
- a)  $C_v = 2.565 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{seg}$   
 b)  $t_{90\%} = 16.77 \text{ años}$

**4** Sobre un estrato de arcilla de 10 m de espesor drenado por una sola cara, se construirá un terraplén. En una pastilla de muestra de 2.0 cm de espesor, drenado por ambas caras, se determinó mediante una prueba de consolidación que el 50 por ciento del exceso de la presión hidrostática se disipó 20 minutos después de haberle puesto el incremento de carga. Determinar el tiempo requerido para que se lleve a cabo el 50 por ciento y 90 por ciento de consolidación.

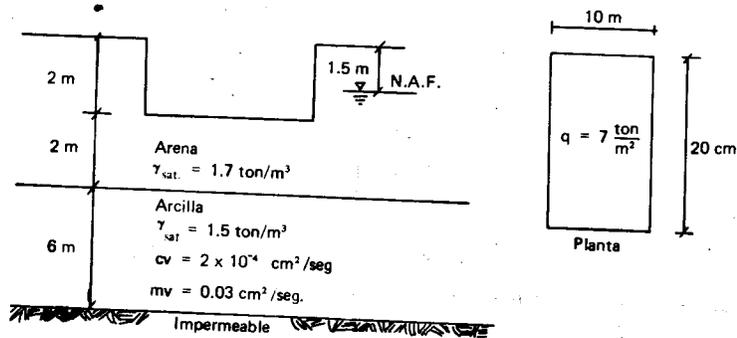
**5** Obtenga la magnitud del hundimiento experimentado por la cimentación que transmite la presión mostrada en la figura; obtenga también el tiempo en que se produce la mitad del mismo. Las características del suelo se muestran en la figura:

RESPUESTA

- $\Delta H = 18 \text{ cm}$   
 $t_{50\%} = 2.6595 \times 10^6 \text{ seg}$

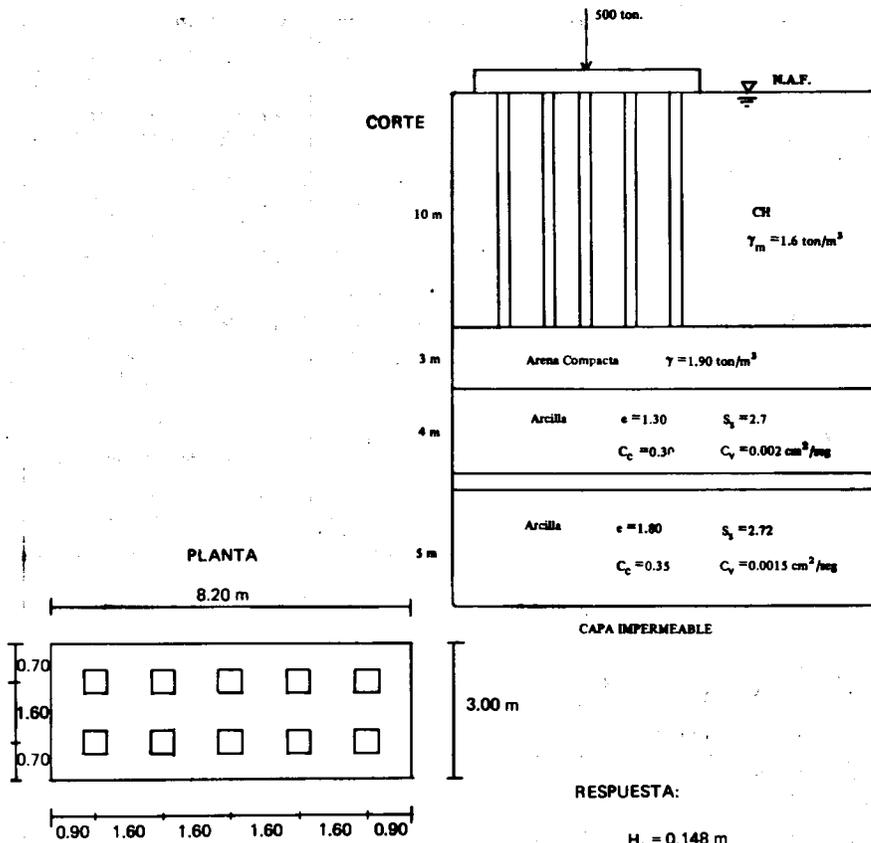


**6** Calcular el asentamiento al centro y a la esquina de losa de cimentación cuyas dimensiones son de 10 x 20 metros 4 meses después de terminada la construcción, suponiendo que la carga se aplicó en forma instantánea y que la compresibilidad de la arena es despreciable. La estratigrafía y propiedades del subsuelo se muestran en la figura.



**7** Determinar el asentamiento aproximado total y a los 6 meses de la placa de cimentación soportada por 10 pilotes de concreto de  $0.40 \times 0.40$  m de sección. La carga total que actúa en la placa es de 500 toneladas y las características del subsuelo se muestran en la figura.

Considérese que la carga se transmite íntegramente a la capa dura y a partir de esta profundidad, se distribuye según la teoría de Boussinesq para áreas uniformemente cargadas.



RESPUESTA:

$$H_t = 0.148 \text{ m}$$

$$H_{6 \text{ meses}} = 0.120 \text{ m}$$

## BIBLIOGRAFIA

- Juárez Badillo E. y Rico Rodríguez A.  
"Mecánica de Suelos" Tomo I y Tomo II  
Limusa 1975.
- Lambe T.W. y Whitman R.V.  
"Mecánica de Suelos"  
Limusa-Wiley 1972.
- Terzaghi Karl V. y Peck R.B.  
"Soil Mechanics in Engineering Practice"  
John Wiley and Sons, Inc. 1967.
- Bowles J.E.  
"Foundation Analysis and Design"  
Mc Graw Hill 1968.
- Sowers G.B. y Sowers G.F.  
"Introducción a la Mecánica de Suelos y Cimentaciones."  
Limusa-Wiley 1972.
- Zeevaert Leonardo  
"Foundation Engineering for Difficult Subsoil  
Conditions"  
Van Nostrand Reinhold 1972
- Ramírez Rascón Armando  
Ejercicios Sobre el Comportamiento de los Suelos"  
UNAM Fac. de Ingeniería 1978.
- Departamento de Ingeniería Civil, Sección de Geotecnia.  
"Series de Mecánica de Suelos Teórica"  
UNAM Fac. de Ingeniería.
- Apuntes de la Clase "Comportamiento de los Suelos" del M. en Ing. Agustín Demeneghi Colina, 1979 - I.
- Apuntes de la Clase "Mecánica de Suelos Teórica" del M. en Ing. Agustín Demeneghi Colina, 1979 - II.