



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE INGENIERÍA

EFFECTOS DE LA GEOLOGÍA
SUPERFICIAL EN EL
MOVIMIENTO SÍSMICO

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
I N G E N I E R O C I V I L
P R E S E N T A

Tomás Castillo Cruz

Director de tesis:
Dr. Francisco José Sánchez-Sesma

MÉXICO, D. F.

2005

*A mi familia: por brindarme los conocimientos más útiles
y valiosos que ninguna escuela podrá enseñarme jamás.*

*A mis profesores: por que unos me mostraron como hacer las cosas
y otros como no hacerlas.*

Al tiempo: que de alguna manera, nos pone donde merecemos estar...

*“... hoy la casa de mi infancia ya no existe ni hace falta
yo la llevo bien adentro en mis entrañas
toda llena de colores y de desapariciones
muy tempranas, muy profundas, muy amargas.*

*Nada ha desaparecido ni la casa con diez pinos
ni mi amor, ni la zamba de mi esperanza,
es que el mundo es muy cretino
pero puede ser divino, si yo quiero,
porque nada en este mundo me hace falta:
Nada más que algunos trucos,
un conejo, una galera, un colchón, un tocadisco y una mesa.*

*Y es posible que los hijos puedan cambiar lo que hicimos
Y la casa nunca más desaparezca...”*

-La casa desaparecida. Fito Paez-

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue apoyado económicamente por la DGAPA durante el segundo periodo del año 2003 y primer periodo del año 2004 como parte del proyecto de investigación Número IN121202, "Respuesta sísmica de estructuras tridimensionales", Bajo la dirección del Dr. Francisco José Sánchez-Sesma.

La Base Mexicana de Sismos Fuertes así como el programa Degtra para el proceso de los datos fueron proporcionados por el M. en I. Carlos C. Quiroga del Instituto de Ingeniería.

Se agradece al Instituto de Ingeniería el facilitar sus instalaciones para el desarrollo de esta tesis.

Un agradecimiento especial a los sinodales: Fernando Insunza Mohedano, Lilia Reyes Chávez, Nelson Piñón Martínez y Enrique Heras Herrera por sus críticas y comentarios para pulir este trabajo.

INTRODUCCIÓN

I.- ELEMENTOS DE ELASTICIDAD DINÁMICA	1
1.1 Deformación y Esfuerzo	2
1.2 Ecuación de movimiento y ecuación de Navier	5
1.3 Ondas Sísmicas	6
1.4 Ecuación de Onda	12
1.5 Atenuación	13
1.6 Análisis de Fourier	14
1.7 El Pulso de Ricker	17
II.- MODELO UNIDIMENSIONAL	19
2.1 Estrato apoyado sobre una base rígida	20
III.- DIFRACCIÓN DE ONDAS SÍSMICAS	26
IV.- MÉTODOS DE SOLUCIÓN	28
4.1 Estrato apoyado sobre una base rígida inclinada	29
4.2 Respuesta sísmica de una cuña	34
4.3 Medios estratificados	40
4.4 Respuesta sísmica en medios estratificados	44
4.5 Introducción al Método Indirecto de Elementos de Frontera	50
4.6 Respuesta sísmica de valles aluviales	52
V.- EJEMPLOS DE APLICACIÓN	58
5.1 El sismo de 1985	60
5.2 Geología del Valle de México	57
5.3 Respuesta sísmica de dos sitios cercanos en la Ciudad de México	63
5.4 Espectros de respuesta de un valle aluvial	72

CONCLUSIONES

REFERENCIAS

INTRODUCCIÓN

En ingeniería sísmica es crucial conocer los efectos de la geología y topografía locales en la respuesta de un sitio para propósitos de evaluación del riesgo sísmico. Para efectos de esta tesis, el término *geología superficial* se aplica a las condiciones del subsuelo en los primeros 100 metros de profundidad, tanto en geometría como en estratigrafía.

Los efectos de sitio pueden producir variaciones espaciales muy grandes del movimiento sísmico del suelo y concentrar el daño en ciertas zonas. La gran importancia de la amplificación local se ha confirmado por el daño producido en varios sismos grandes: Cd. de México en 1985, San Francisco en 1989, Kobe en 1995, por mencionar algunos casos. El problema más conocido para nosotros es el de la Ciudad de México, dadas las peculiares características de las estructuras geológicas y topográficas sobre las cuales se construyó.

Las bases físicas del problema de la amplificación son bien conocidas en la actualidad. El problema se ha estudiado mediante modelos matemáticos sencillos y soluciones analíticas. Sin embargo, los casos de interés requieren con frecuencia de técnicas y aproximaciones numéricas. Éstas tienen rasgos de aplicación restringidos.

Los trabajos iniciales más importantes se concentraron en el problema bidimensional. Sin embargo, una más adecuada modelación debe considerar la naturaleza tridimensional del problema, situación que queda fuera de los alcances de esta tesis.

Se han propuesto varios métodos para estudiar la propagación de ondas sísmicas en valles aluviales. Estos métodos permiten la solución de problemas cada vez más realistas como lo muestran los trabajos sobre teoría de rayos, diferencias finitas y elementos finitos. Dentro de la misma clase de aproximaciones se han desarrollado técnicas de frontera como los métodos híbridos.

En cualquier caso, las simulaciones exactas pueden resultar muy difíciles aún con el empleo de supercomputadoras. Por ello deben tomarse en cuenta procedimientos más sencillos para el cálculo de los efectos de sitio. En este trabajo se revisarán diversos métodos simplificados que puedan tener interés práctico y se buscará aplicarlos a topografías y estratigrafías particulares.

I.- ELEMENTOS DE ELASTICIDAD DINÁMICA

La sismología analiza los movimientos de la tierra con base en el estudio de la generación y la propagación de ondas sísmicas. Éstas son producidas en la tierra por la acción de fuerzas externas aplicadas a una porción limitada (por ejemplo una explosión), o como resultado de un cambio repentino en los esfuerzos (como el caso de un sismo). Para simplificar el problema, suele considerarse a la tierra como un medio elástico continuo. En algunas aplicaciones se supondrá que los medios son homogéneos pero en muchas circunstancias pueden considerarse medios homogéneos por tramos o incluso heterogéneos.

En este contexto, la estructura granular así como las naturalezas tanto atómica como molecular de los materiales de la tierra no se consideran y el término “partícula” se utiliza de manera geométrica para referirse a un punto sin dimensiones. La densidad y propiedades mecánicas se suponen funciones continuas del espacio y el tiempo y constantes para medios homogéneos como los que aquí se estudian.

Los principios para estudiar el movimiento producido en un medio elástico se remontan a las matemáticas comprendidas entre el siglo XVII y XIX, a las teorías de Newton, Hooke, Kelvin, Cauchy, Lamé, entre otros.

1.1 Deformación y Esfuerzo

1.1.1 Estado de esfuerzo

Las fuerzas que actúan en un instante en una cierta porción de cuerpo libre dentro de un medio continuo se clasifican en dos clases: fuerzas de cuerpo y fuerzas de superficie.

Las primeras actúan sobre elementos de masa o de volumen dentro del cuerpo (por ejemplo, la acción de la gravedad). Estas son fuerzas de acción a distancia, usualmente se consideran por unidad de masa o por unidad de volumen.

Las fuerzas de superficie son fuerzas de contacto. Estas fuerzas suelen estudiarse empleando un diagrama de cuerpo libre, sobre superficies (por ejemplo las cargas distribuidas). Usualmente se consideran por unidad de área de la región sobre la cual actúan.

1.1.2 Tensor esfuerzo

Consideremos un cuerpo cualquiera que define una superficie cerrada S , sometido a un sistema de fuerzas, si queremos conocer la interacción de fuerzas entre la parte exterior e interior de S debemos saber que dicha interacción está compuesta por las fuerzas de cuerpo y las fuerzas de superficie

Si separamos una porción del cuerpo y hacemos su diagrama de cuerpo libre definiremos una fuerza F que es la resultante de las fuerzas exteriores que actúan en la otra porción. Dividiendo la fuerza F entre la magnitud del área cortada se obtiene el esfuerzo promedio en el área A .

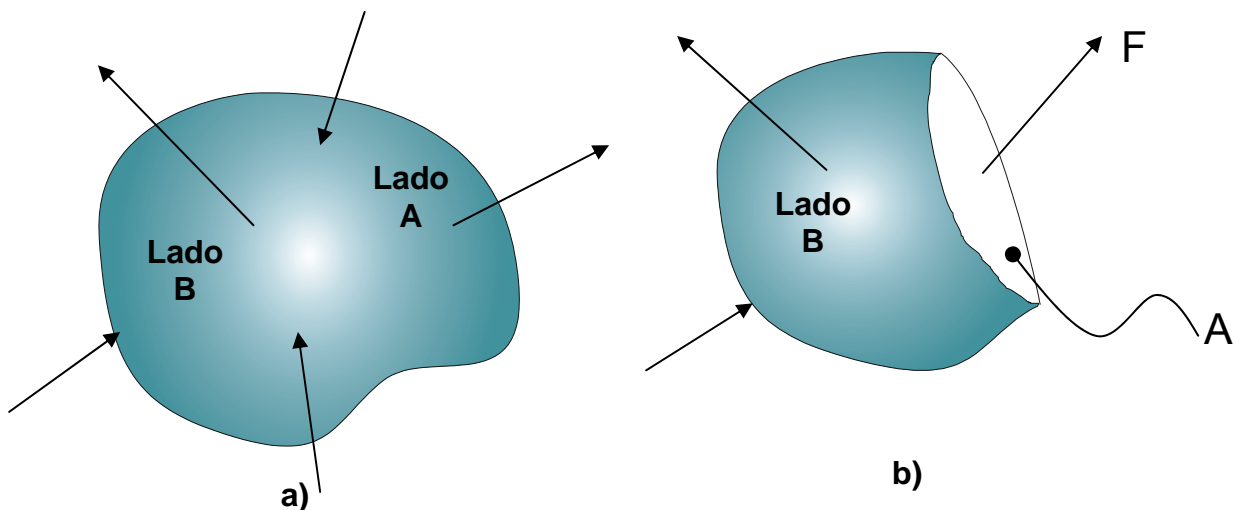


Figura 1.1 a) Cuerpo sometido a un estado de fuerzas,
b) Diagrama de cuerpo libre de la porción B. Fuente: Fundamentos de Mecánica del medio continuo, R. Magaña Del Toro Facultad de ingeniería, 2001

De la definición anterior pueden concluirse dos cosas: que la magnitud del esfuerzo depende de la magnitud del área donde actúa la fuerza y que el esfuerzo es un vector dado definido como el cociente de un vector (Fuerza) entre un escalar (Área). Si la fuerza F se descompone en una componente normal al plano de corte (N) y una componente paralela (T). Puede definirse entonces al esfuerzo normal medio como el cociente de N entre A . El esfuerzo cortante medio se define como el cociente de T entre A .

Estas definiciones de esfuerzos son aplicables a un plano, sin embargo, es posible extender el estado de esfuerzo a todos los puntos de un cuerpo, llevando la definición al límite y representar así dichos estados de esfuerzos en una diferencial de volumen. Así, se tienen esfuerzos normales en tres direcciones perpendiculares entre sí así como seis esfuerzos tangenciales

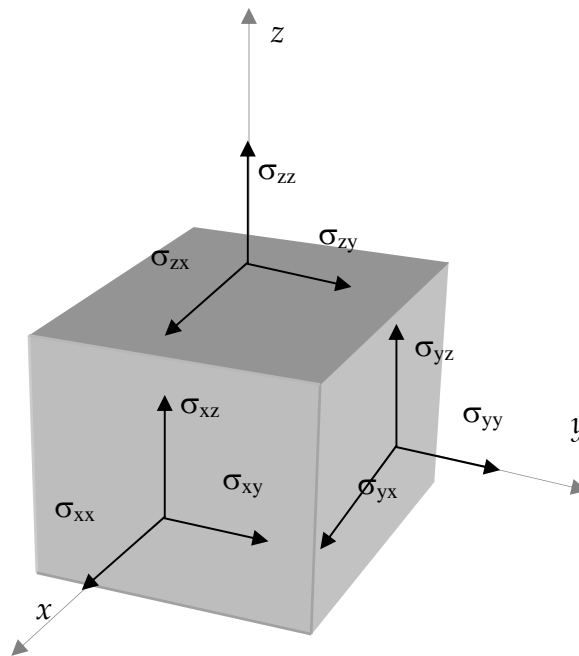


Figura 1.2 Representación de esfuerzos en una diferencial de volumen, el primer subíndice indica la cara del paralelepípedo rectangular en la que actúa el esfuerzo y el segundo la dirección de dicho esfuerzo. Las caras indicadas son positivas y los esfuerzos representados tienen direcciones positivas. En las caras negativas, los esfuerzos positivos tendrán direcciones contrarias. Fuente: Fundamentos de Mecánica del medio continuo, R. Magaña Del Toro, Facultad de ingeniería, 2001

Estos esfuerzos pueden agruparse en un arreglo matricial conocido como tensor de esfuerzos, el cual representa el estado de esfuerzos del medio y es especialmente útil ya que cualquier tipo de esfuerzos en cualquier dirección queda representado en la matriz.

En el tensor de esfuerzos, los esfuerzos normales están contenidos en la diagonal principal, mientras que en la triangular superior e inferior se localizan los esfuerzos de cortante así, se tiene

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (1.1).$$

En la literatura de la mecánica de los medios continuos es común encontrar a los esfuerzos tangenciales denominados con la letra τ .

A los esfuerzos que actúan donde los esfuerzos cortantes son nulos se les denominan esfuerzos principales estos son esfuerzos normales y los planos donde actúan se les denomina planos principales.

1.1.3 Estado de deformación

Los cuerpos se pueden clasificar en cuanto a su deformabilidad en cuerpo rígido y cuerpo deformable. El análisis de cuerpo rígido trata los efectos exteriores de las fuerzas sobre el cuerpo, al mismo tiempo que estudia el cambio de lugar de este. El análisis de cuerpo deformable trata los efectos internos de las fuerzas al actuar sobre el cuerpo.

Cuando a un cuerpo real se le somete a la acción de un sistema de fuerzas puede sufrir un cambio de forma, de volumen o de posición. Si la intensidad de fuerzas aumenta puede ocurrir la ruptura total o parcial del cuerpo y por lo tanto el desequilibrio del sistema de fuerzas que actúan en él, produciéndose un nuevo sistema en equilibrio dinámico; estas deformaciones dependen de las características del sistema de fuerzas, y de las propiedades del cuerpo mismo.

Normalmente, se le llama deformación al cambio de longitud entre dos puntos (ΔL) de un cuerpo cuando se somete a un estado de esfuerzos, sin embargo, este cambio de longitud no es una medida propia de la deformación, ya que es dependiente de la longitud misma. Para eliminar esta dependencia debe normalizarse a ΔL en función de la longitud inicial, es decir

$$e = \frac{L_f - L_i}{L_i} \quad (1.2).$$

Donde L_f es la longitud final, L_i es la longitud inicial y e es la deformación unitaria. Esta última es una medida de la deformación independiente de la magnitud de la recta que une a los dos puntos en estudio, es adimensional y generalmente se expresa en %.

1.1.4 Tensor deformación

El tensor de deformación es una matriz que al igual que el tensor esfuerzo sus elementos representan las deformaciones unitarias tanto lineales como angulares de un cuerpo referido a un sistema de ejes coordenados.

El tensor deformación se define como

$$e_{ij} = E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.3),$$

ésta representación se conoce como de deformaciones infinitesimales de Cauchy y sus elementos representan tanto las deformaciones longitudinales como angulares en un medio continuo.

1.2 Ecuación de movimiento y Ecuación de Navier

En pocas palabras y de una manera burda, la segunda ley de Newton establece que

Fuerza = masa x aceleración

expresada de manera vectorial por unidad de volumen

$$\frac{\partial \sigma_{ki}}{\partial x_k} + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (1.4),$$

donde $\frac{\partial \sigma_{ki}}{\partial x_k}$ es la divergencia del tensor de esfuerzos, ρ es la densidad de masa, x_k son las coordenadas espaciales, f_i es la fuerza de cuerpo y u_i es el desplazamiento (generalmente se emplea u para referirse al movimiento en el eje x , v para el movimiento en el eje y , y w para el movimiento en el eje z).

La segunda ley de Newton puede ser escrita en términos de los desplazamientos utilizando la ley de Hooke que establece que las deformaciones son proporcionales a los esfuerzos que las producen, esto es

$$\sigma_{ij} = \lambda e_{kk} \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \quad (1.5),$$

donde λ y μ son las constantes de Lamé, específicamente μ es el módulo de rigidez cortante del suelo (en la literatura geotécnica se le denomina con la letra G), δ_{ij} es la delta de Kronecker y vale 1 si $i=j$ y 0 si $i \neq j$; e_{ij} es el tensor de deformaciones infinitesimales.

Al sustituir la definición del tensor de deformaciones en la ley de Hooke se obtiene

$$\sigma_{ij} = \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.6),$$

reacomodando los índices

$$\sigma_{ki} = \lambda \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \delta_{ki} + \mu \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \quad (1.7),$$

al sustituir esta expresión en la segunda ley de Newton tenemos

$$\lambda \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_k} \delta_{ki} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_k} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_j} \right) + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (1.8),$$

que puede escribirse como

$$\mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_k \partial x_k} \delta_{ki} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_k} + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (1.9).$$

Esta última ecuación se conoce como la ecuación de Navier y representa el equilibrio dinámico en un sólido elástico, lineal, homogéneo e isótropo en términos de los desplazamientos.

A partir de la ecuación de Navier, y mediante algunas condiciones iniciales, se deducen las ecuaciones que gobiernan al fenómeno de propagación de ondas, sin embargo, hasta ahora no hemos definido propiamente lo que es una onda, los tipos que existen o sus características.

1.3 Ondas Sísmicas

Si tomamos una barra de algún material elástico (metal, madera, piedra, etc.) por un extremo y la golpeamos en el otro extremo, sentiremos que la energía del golpe se transmite a través del material y llega a nuestra mano. Esto sucede porque cada parte de la barra se deforma y luego vuelve a su forma original; al deformarse “jala” o “empuja” a las partes vecinas, las cuales, a su vez, mueven a sus propias partes vecinas, y así sucesivamente, lo que hace que la deformación viaje a lo largo de la barra. Nótese que es la deformación la que viaja y no las partículas o pedazos de la barra, los cuales sólo se desplazan un poco de su posición original y luego vuelven a ella.

Una deformación que viaja a través de un medio elástico se llama onda elástica; y cuando el medio a través del cual se desplaza es la Tierra, se llama onda sísmica. Al conjunto de todos los puntos en el espacio que son alcanzados simultáneamente por una onda se le llama frente de onda.

Un ejemplo familiar es el de las ondas formadas en un espejo de agua al dejar caer en el algún objeto; los frentes de onda son los círculos concéntricos que viajan alejándose de la fuente, es decir, del lugar donde se originó el disturbio.

Si trazamos líneas imaginarias perpendiculares a los frentes de onda, veremos que indican la dirección en la que viajan las ondas. Estas líneas son llamadas rayos, y describen las trayectorias de la energía sísmica (trayectoria de propagación).

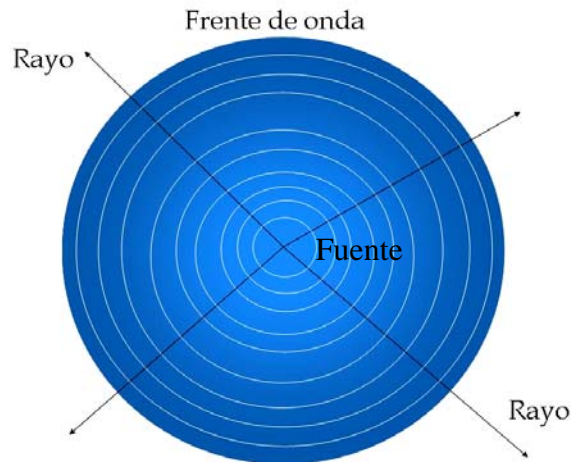


Figura 1.3 Frentes de onda propagándose hacia fuera de la fuente. Las líneas perpendiculares a los frentes de onda se denominan rayos, e indican la trayectoria de propagación. Fuente: Autor.

La onda sísmica deforma el terreno a través del cual pasa, lo cual indica que puede hacer trabajo, y, por lo tanto, corresponde a energía elástica que se desplaza. En el caso de ondas generadas por explosiones, el movimiento es producto de las reacciones químicas o nucleares que causaron la explosión; en el caso de ondas generadas por sismos, el movimiento es consecuencia de la energía que estaba almacenada como deformación en las rocas.

Existen tres casos principales de propagación de ondas: planas, cilíndricas y esféricas; cada caso requiere soluciones específicas de las ecuaciones que representen su propagación, con el objeto de conocer la respuesta dinámica en la superficie de un medio. En sismología por lo general se estudian ondas planas ya que la onda se encuentra a una distancia muy grande de la fuente que la genera, y la curvatura de la tierra puede considerarse mínima.

1.3.1 Tipos de ondas sísmicas

En un medio elástico con extensión ilimitada pueden propagarse dos tipos de ondas elásticas, conocidas como ondas de cuerpo u ondas internas, las cuales pueden ser ondas P primarias o de compresión y las ondas S secundarias o de cortante. Las primeras se propagan con mayor velocidad en el medio (de ahí su nombre de primarias), presentando además la característica de poder propagarse por cualquier tipo de material, sea sólido o líquido. Las ondas S viajan a una velocidad algo menor (secundarias) y no se propagan por los líquidos ya que estos no soportan esfuerzos de cortante. Usualmente la onda S tiene mayor amplitud que la onda P, y se siente más fuerte que ésta.

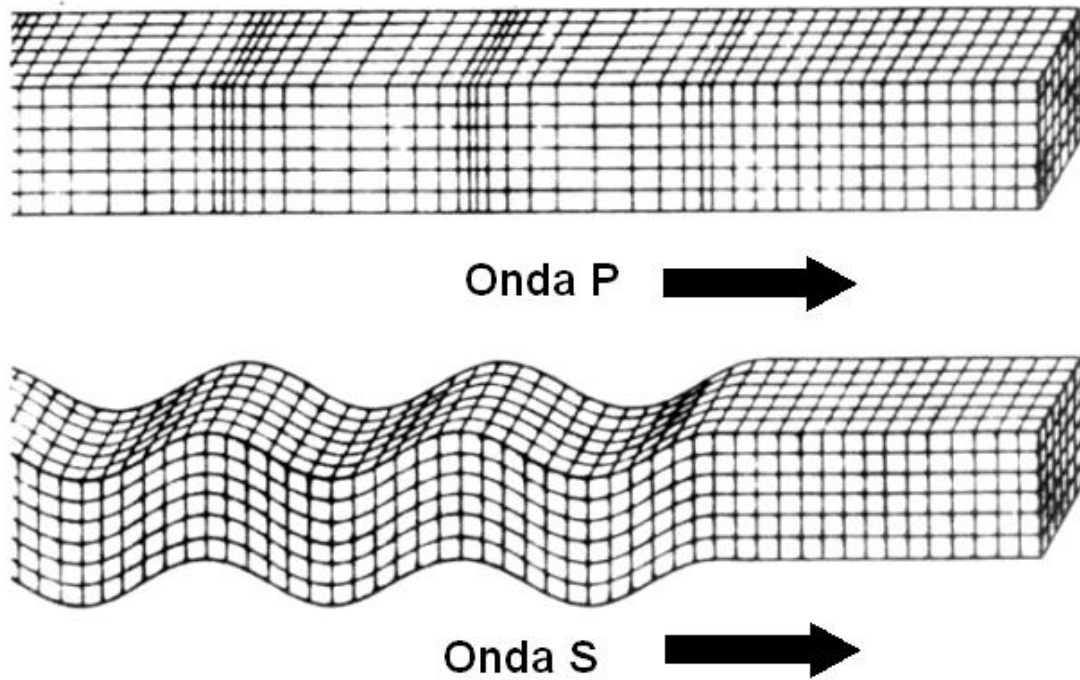


Figura 1.4 Formas de las Ondas de cuerpo. Fuente: Movimiento sísmico en depósitos aluviales ante incidencia de ondas planas SH, Jorge Alfredo Esquivel Ávila, Tesis profesional, Facultad de Ingeniería, 1979

El desplazamiento de las partículas en el terreno durante el paso de la onda puede ser en cualquier dirección perpendicular a la de propagación; sin embargo, en la práctica la onda S se descompone en dos direcciones normales entre sí, estudiando así los movimientos en una sola dirección, en este caso se dice que las ondas están polarizadas.

El componente vertical de la onda S que está alojado en un plano vertical se le llama componente SV, mientras que el componente horizontal se le conoce como componente SH, además, la onda S se aloja en un plano que forma un cierto ángulo respecto al plano horizontal, este ángulo se conoce como ángulo de incidencia y se define en el plano x-z

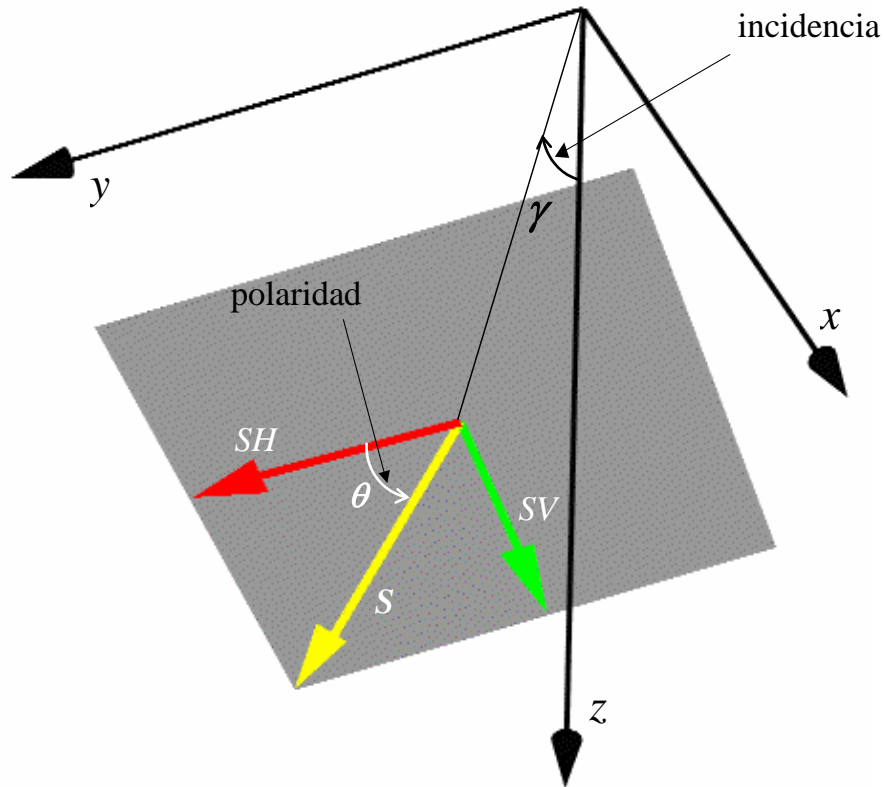


Figura 1.5 La onda S y sus componentes SV y SH, el ángulo γ es el ángulo de incidencia y está definido en el plano x-z, el ángulo θ queda comprendido entre la componente SH y la onda plana S.

Fuente: Autor

Aunado a esto la onda S y sus planos de polarización pueden estar referidos a un sistema de coordenadas diferente al que hemos elegido para conocer la respuesta del medio, en este caso se define el ángulo azimutal o azimut, que es el ángulo que forma la dirección x del sistema de referencia geográfico (por ejemplo la dirección N) con la dirección x' (o radial) del sistema de referencia de la onda medido en dirección positiva de giro del eje z .

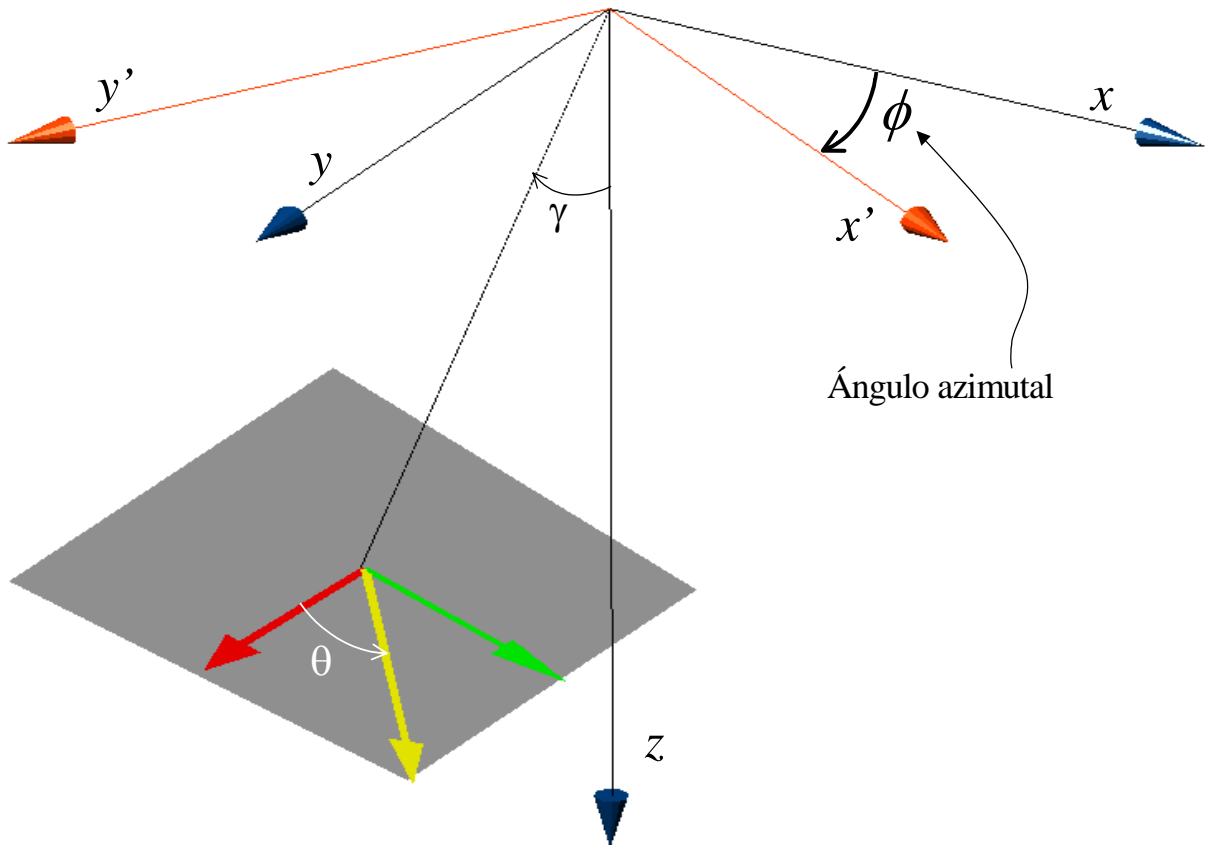


Figura 1.6 Definición del ángulo azimutal. Fuente: Autor

Además de las ondas que viajan a través del terreno, existen otras denominadas superficiales que lo hacen por la superficie. Estas ondas tienen amplitudes máximas en la superficie del terreno y decrecen con la profundidad en función de la frecuencia (la atenuación con la profundidad es mayor para altas frecuencias).

Las ondas superficiales pueden explicarse como producto de la interferencia de las ondas de cuerpo (ondas P y S), además de que su velocidad es más lenta que éstas. En el caso de los terremotos (los que ocurren a más de 1000 km de distancia del observador), las ondas superficiales llegan mucho después que las de cuerpo, y presentan dispersión; esto quiere decir que las ondas viajan con diferentes velocidades que dependen de la frecuencia.

Las ondas superficiales pueden agruparse en dos tipos principales: ondas de Rayleigh y ondas de Love.

Las ondas de Rayleigh, denotadas usualmente por R, o LR cuando son de periodo muy largo, se deben a la interacción entre las ondas P y las SV, el movimiento de cada partícula de la superficie del terreno al paso de la onda se da en forma de elipse retrógrada. Son las ondas más lentas con velocidades de grupo (la velocidad con que viaja la energía).

Las ondas de Love se denotan usualmente por L, o G o LG si son de periodo muy largo. Se comportan de manera muy parecida a la descrita para las ondas de Rayleigh, pero se deben a la interferencia constructiva de ondas SH solamente, por lo que no pueden existir en un semiespacio, sino que requieren al menos una capa sobre un semiespacio, donde pueda quedar atrapada parte de la energía sísmica. Estas son polarizadas horizontalmente (como las SH) y, por lo tanto, no se registran en los sensores verticales.

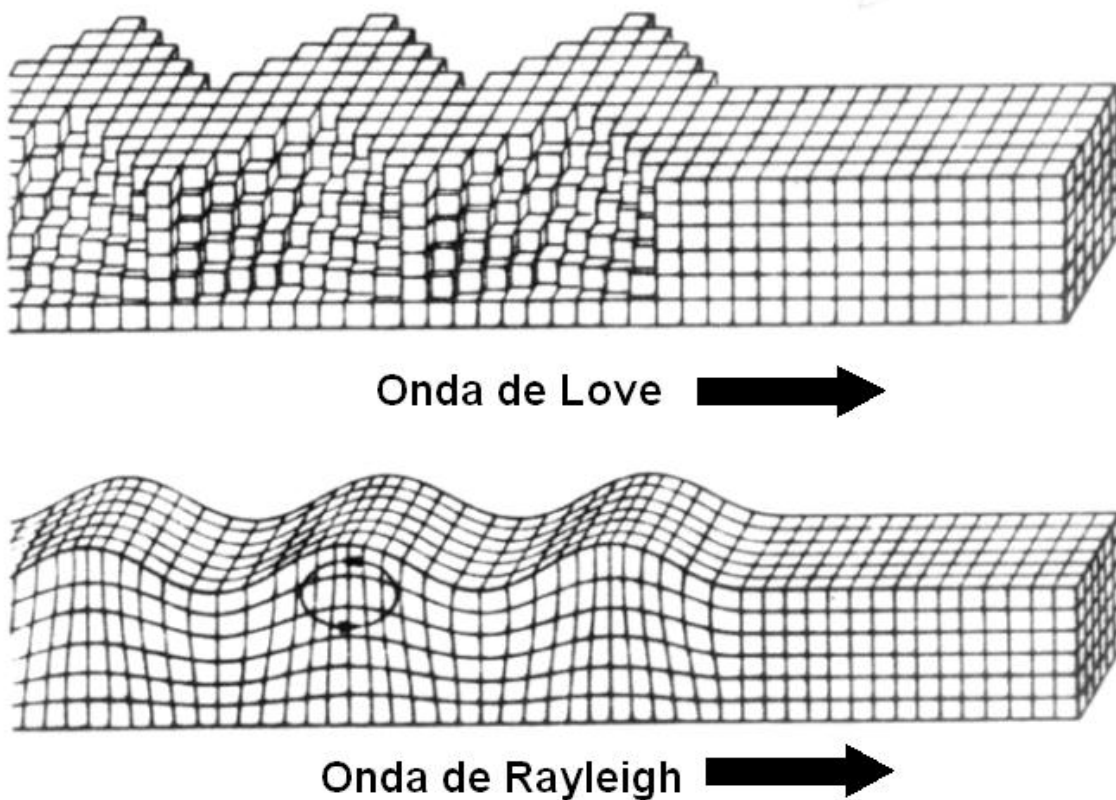


Figura 1.7 Forma de las ondas Superficiales. Fuente: Movimiento sísmico en depósitos aluviales ante incidencia de ondas planas SH, Jorge Alfredo Esquivel Ávila, Tesis profesional, Facultad de Ingeniería, 1979

1.4 Ecuación de onda

Para simplificar la descripción del fenómeno de propagación de ondas elásticas se considera la ecuación de Navier sin fuerzas de cuerpo, $f_i = 0$, en este contexto se tiene

$$\mu \nabla^2 u + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot u = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1.10).$$

Si escribimos esta ecuación de manera no vectorial tenemos

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right) &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} \right) &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (1.11).$$

A partir de estas pueden encontrarse ecuaciones que describan el movimiento en diferentes direcciones, para ello habrá que establecer algunas condiciones iniciales sobre la física del problema tales como esfuerzos ó desplazamientos conocidos en alguna sección del medio, dichas condiciones se conocen como condiciones de frontera.

Por ejemplo, supongamos que $w \neq 0$ y que $u = v = 0$. Además $w = w(z, t)$. Bajo estas condiciones la ecuación de Navier se reduce a

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1.12).$$

Una solución particular de esta ecuación se debe a D' Alembert y tiene la forma

$$w = f\left(t - \frac{z}{\alpha}\right) + g\left(t + \frac{z}{\alpha}\right) \quad (1.13),$$

donde $\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ es la velocidad de propagación de las ondas P. Este tipo de ondas se asocian sólo con el cambio de volumen de las partículas (compresión) ya que el rotacional es nulo ($\nabla \times w = 0$), f y g son funciones de una sola variable que pueden describir una forma de onda arbitraria.

Un análisis de los argumentos de f y g permite establecer que $f\left(t - \frac{z}{\alpha}\right)$ representa una onda que viaja en la dirección positiva del eje z mientras que $g\left(t + \frac{z}{\alpha}\right)$ describe una onda en la dirección negativa.

Ahora bien, supongamos un movimiento en v el cual ocurre sin cambio de volumen, es decir $\nabla \cdot v = 0$, además el movimiento en las otras dos direcciones es nulo, bajo estas condiciones, la ecuación de Navier queda

$$\mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (1.14).$$

La ecuación anterior admite soluciones de la misma forma que las soluciones para las ondas P pero con velocidad de onda $\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$. Puede verificarse que la divergencia del campo de desplazamientos es nula ($\nabla \cdot w = 0$) por lo que se trata de ondas sin cambio de volumen. Esta ecuación gobierna la propagación de las ondas S, cuya característica principal es que ocurre un movimiento de las partículas perpendicular a la dirección de propagación del frente de onda.

Nótese que, la velocidad de propagación de las ondas P es mayor que la de las ondas S.

1.5 Atenuación

En los materiales reales existen procesos de fricción interna que disipan parte de la energía ligada al movimiento. Para tomar en cuenta este fenómeno, se modela el comportamiento viscoelástico del medio introduciendo un término correctivo en los parámetros elásticos. El modelo más sencillo para modelar un sistema dinámico es el cuerpo de Hooke que consiste en una masa sujeta a un resorte. Si a este sistema le agregamos un elemento amortiguante, tenemos lo que se conoce como cuerpo de Kelvin. Este modelo es el más común en el análisis de la respuesta sísmica en medios; comúnmente se usan valores complejos de las velocidades de propagación

$$\alpha^* = \alpha \left(1 + \frac{i}{2Q_p} \right) \quad (1.15),$$

$$\beta^* = \beta \left(1 + \frac{i}{2Q_s} \right)$$

donde Q_p y Q_s son los factores de calidad para las ondas P y S respectivamente. Este parámetro de Q , se ha determinado mediante trabajos experimentales como constante en un amplio rango de frecuencias.

Hasta ahora, hemos definido a la ecuación de onda como una función que depende del espacio y el tiempo, sin embargo en ocasiones resulta práctico cambiar de variable y trabajar en el dominio espacio-frecuencia, para ello, nos basamos en la hipótesis de que cualquier serie en el tiempo puede descomponerse en la suma o la integral de ondas armónicas con diferentes frecuencias, decimos entonces que aplicamos el análisis de Fourier.

1.6 Análisis de Fourier

En sismología se utilizan varias técnicas para estudiar el campo de desplazamientos como una función de la posición y del tiempo, asociadas a las ondas sísmicas en la tierra así como para darnos una idea de la naturaleza de las fuentes sísmicas en ella.

Aunque algunas técnicas dependen de aspectos específicos de las ondas sísmicas, otras se basan en las propiedades generales de las funciones del espacio y el tiempo.

El análisis de Fourier nos permite descomponer la señal, originalmente en el dominio del tiempo, en una serie de ondas armónicas, considerar cada onda armónica por separado y luego recombinarlas. Esta metodología se usa para analizar los casos donde los efectos de la tierra o de un sismograma pueden ser explicados al filtrar los datos. Este análisis se utiliza también para filtrar una señal cuando la parte que nos interesa, en el dominio del tiempo o el espacio, se traslapa con otra parte que no interesa.

1.6.1 La transformada de Fourier

La transformada de Fourier representa a la señal en el tiempo como una integral sobre un intervalo continuo de frecuencias angulares, matemáticamente se define como:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (1.16),$$

donde $F(\omega)$ es la transformada de Fourier de la función $f(t)$. La transformada inversa se define como

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (1.17).$$

Para comprender mejor la importancia de la transformada de Fourier dentro del análisis debemos hacer un análisis de los argumentos de ambas funciones, $F(\omega)$ y $f(t)$.

Habíamos dicho que la ecuación de onda plana admite soluciones de la forma $f\left(t - \frac{x}{c}\right)$, si aplicamos este corrimiento en el tiempo a la definición de la transformada inversa de Fourier se tiene

$$f\left(t - \frac{x}{c}\right) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)} d\omega \quad (1.18).$$

El término $e^{i\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)}$ se descompone en el producto $e^{-i\omega\frac{x}{c}} \cdot e^{i\omega t}$.

Donde $e^{-i\omega\frac{x}{c}}$ es un propagador conocido como función de transferencia o ley de atenuación si se considera la velocidad compleja. La función de transferencia es un ente matemático que propaga la solución matemática a través del medio. La función $F(\omega)$ es la transformada de Fourier de la señal que perturba el medio.

Generalmente, la función de transferencia se ve afectada por factores que contienen información sobre las amplitudes que sufre la onda cuando incide en el medio. Cabe mencionar que la función de transferencia no es una propiedad del medio sino un operador que permite conocer la solución en la posición de interés. Gráficamente se representa comparando su módulo contra la frecuencia.

De todo lo anterior puede decirse que si bien no existe un método de solución universal para resolver el problema de propagación de ondas planas en medios homogéneos e isótropos, si existe una metodología que seguir para encontrar el campo de aceleraciones o desplazamientos en el medio.

Una vez que se tiene la función de transferencia, ésta debe convolucionarse con la excitación (representada en el dominio de la frecuencia). La convolución de funciones es un concepto matemático que se define como

$$h(t) * f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) f(t - \tau) d\tau \quad (1.19).$$

Si aplicamos este teorema a la definición de la transformada de Fourier, encontraremos que si $F(\omega)$ y $H(\omega)$ son las transformadas de Fourier de $f(t)$ y $h(t)$ respectivamente, entonces la convolución de ambas funciones tiene como transformada de Fourier al producto $F(\omega) H(\omega)$, es decir, la convolución de dos funciones en el dominio del tiempo se transforma en una multiplicación (en números complejos) punto a punto en el dominio de la frecuencia.

Una vez hecha la convolución entre la función de transferencia y la señal de excitación, basta con aplicar a dicho producto la transformada inversa de Fourier, la función que se obtenga será la respuesta del medio en el punto de estudio, a este resultado se le conoce como *sismograma sintético* y representa la respuesta del medio en el dominio del tiempo.

1.6.2 La Transformada Discreta de Fourier

Debido a que en la práctica los cálculos numéricos se hacen a través de programas que se escriben, es necesario discretizar las expresiones de la transformada de Fourier y de la transformada inversa. Así, definimos respectivamente a la transformada discreta de Fourier como

$$F(\omega) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} f(n\Delta t) e^{-i\omega n\Delta t} \quad (1.20),$$

donde Δt es la resolución del muestreo y N es el número de puntos que tiene la señal excitante.

La transformada inversa discreta de Fourier se define como

$$f(t) = \frac{1}{N\Delta t} \sum_{k=0}^{N-1} f(k\Delta\omega) e^{-ikn2\pi/N} \quad (1.21).$$

La representación gráfica de la transformada de Fourier se hace comparando el módulo de cada uno de los valores de la función $F(\omega)$, contra las frecuencias en donde se evalúa ésta, es decir, $|F(\omega)|$ vs ω , a dicha gráfica se le llama espectro de Fourier e indica la manera en que la energía en varía respecto a la frecuencia.

1.6.3 La Transformada Rápida de Fourier

La Transformada Rápida de Fourier (FFT por sus siglas en inglés) es un algoritmo desarrollado en 1965 por Cooley y Turkey. Para su uso, es necesario que el número de puntos de nuestra señal sea potencia de 2, es decir $N = 2^m$, $m=1,2,3$, etc.

Además, cualquier número entero n , $0 \leq n < N$, puede ser expresado como un número binario

$$n = n_0 + n_1 \cdot 2 + \dots + n_{m-1} \cdot 2^{m-1},$$

donde k toma el valor de cero o uno.

De manera similar, un entero j , $0 \leq j < 2^m$, puede expresarse como

$$j = j_0 + j_1 \cdot 2 + \dots + j_{m-1} \cdot 2^{m-1},$$

partiendo de estas ideas, se sustituyen estas expresiones en la definición de la transformada discreta de Fourier y se encuentra una expresión en términos de sumas y multiplicaciones en términos de los índices n y j .

La ventaja de la FFT es el de reducir el tiempo de cómputo de manera radical en comparación a usar la transformada discreta. Para más información, el lector puede referirse al capítulo 11 del libro de Aki y Richards.

1.7 El Pulso de Ricker

Cuando se calcula la respuesta dinámica de sistemas, se utilizan como excitación, funciones analíticas que dependen del tiempo, generalmente dichas funciones son de forma sencilla y requieren de pocos parámetros para su graficación. En particular, en este trabajo se trabajará con el *Pulso de Ricker*, cuya utilidad se basa en tener un control directo sobre la eficiencia del muestreo confrontando duración del pulso y paso de muestreo en el tiempo, además, se puede identificar de manera sencilla el pulso apropiado para excitar un modelo en una determinada frecuencia de resonancia.

Analíticamente el pulso de Ricker se define de la forma

$$r(t) = \left(a^2 - \frac{1}{2}\right) e^{-a^2} \quad (1.22),$$

donde $a = \frac{\pi(t - t_s)}{t_p}$, t_p es el periodo característico del pulso y t_s es un parámetro que traslada el pulso a lo largo del eje del tiempo. La duración de la parte central del pulso es igual a $\frac{\sqrt{6} t_p}{\pi}$

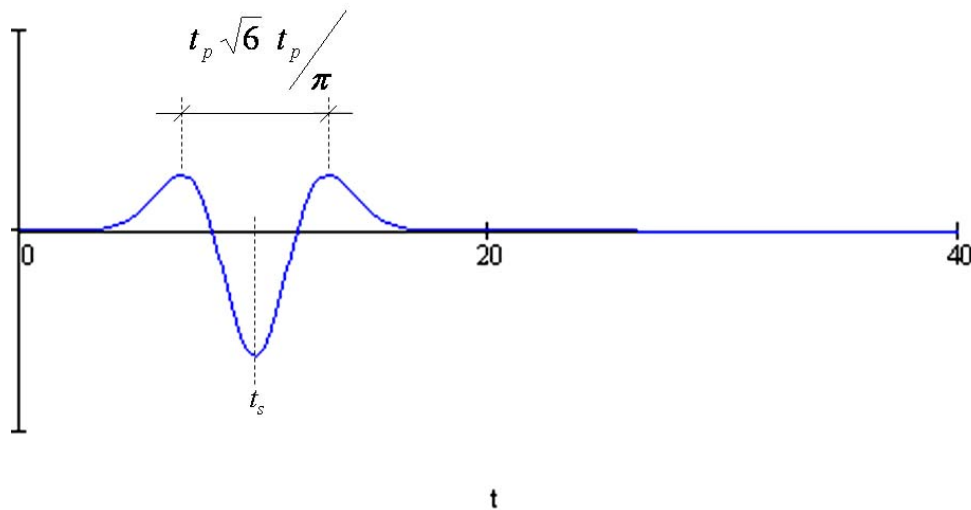


Figura 1.8 Representación gráfica del Pulso de Ricker en el dominio del tiempo. Fuente: Autor.

En el dominio de la frecuencia, el pulso de Ricker se expresa con la siguiente ecuación

$$R(\omega) = -\frac{t_p}{\sqrt{\pi}} b^2 e^{-b^2} e^{-i\omega t_p} \quad (1.23),$$

donde $b = \frac{\omega}{\omega_p}$, $\omega_p = 2\pi f_p = \frac{2\pi}{t_p}$; f_p es la frecuencia de energía máxima conocida como *frecuencia característica*. Para que la respuesta de un sistema sea significativa, es necesario que la función de transferencia del modelo y el pulso que lo excita presenten energía en el mismo intervalo de frecuencias.

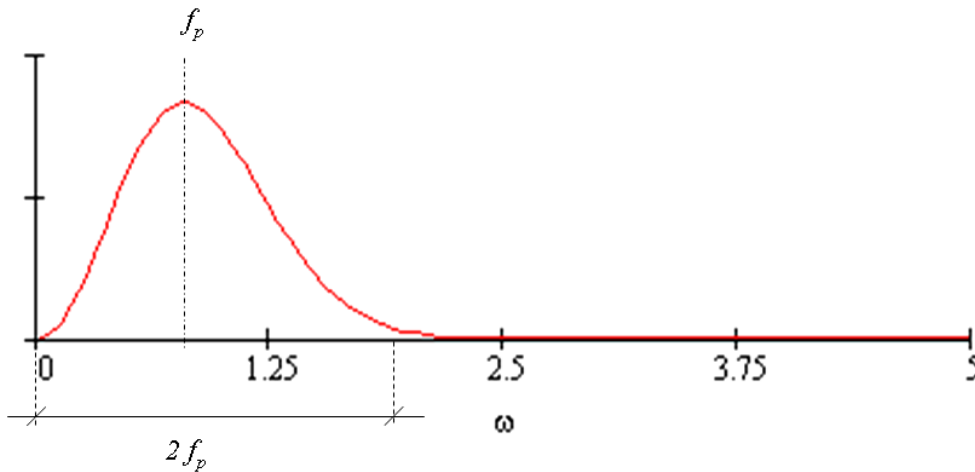


Figura 1.9 Representación gráfica del Pulso de Ricker en el dominio de la frecuencia, el pulso presenta energía significativa hasta una frecuencia aproximadamente igual a dos veces la frecuencia característica. Fuente: Autor.

II.- MODELO UNIDIMENSIONAL

En este capítulo se presenta uno de los modelos más elementales en el estudio de la propagación de ondas sísmicas: un estrato de espesor constante apoyado sobre una base rígida. Este modelo ha sido utilizado para ilustrar las propiedades del movimiento sísmico dentro de un medio homogéneo, así como el significado de las funciones de transferencia y los sintéticos.

2.1 Estrato apoyado sobre una base rígida

El siguiente sistema representa un estrato uniforme de espesor H con extensión infinita, apoyado sobre una base rígida con movimiento preescrito en la dirección x , bajo estas condiciones se tiene que $v = w = 0$ y $u = u(z, t)$

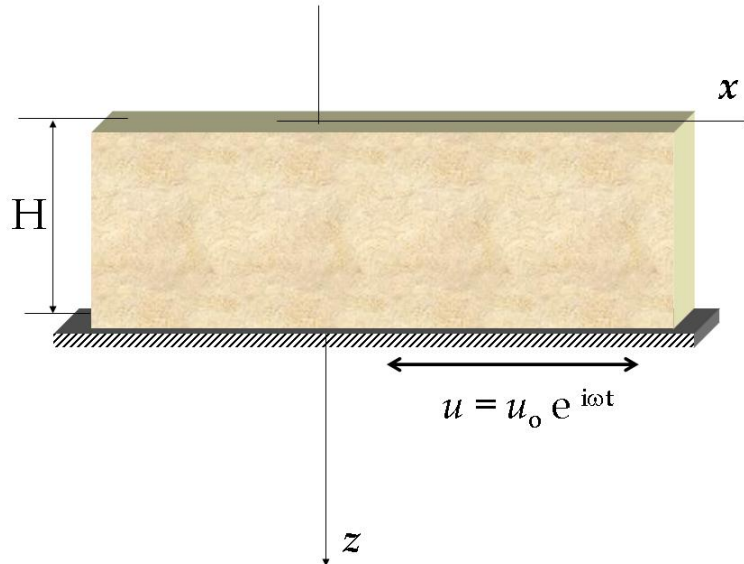


Figura 2.1 Estrato apoyado sobre una base rígida. Fuente: Autor

La condición de frontera para este problema es la de tracciones (esfuerzos) nulas en $z = 0$ por ser superficie libre, teniéndose $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$, además, la base se encuentra sujeta a un movimiento armónico de la forma $u = u_0 e^{i\omega t}$.

Al hacer las sustituciones correspondientes en la ecuación de Navier se tiene la siguiente forma de la ecuación de onda

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.1),$$

esta ecuación puede resolverse mediante el método de separación de variables, en donde primero suponemos que u puede expresarse como el producto de dos funciones, esto es

$$u(z, t) = Z(z)T(t) \quad (2.2),$$

donde Z y T son funciones que dependen exclusivamente de z y t respectivamente; si calculamos la segunda derivada de u respecto a z y t obtenemos

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = Z''(z)T(t) = Z''T \quad (2.3),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = Z(z)T''(t) = ZT''$$

sustituyendo estas expresiones en la ecuación de onda tenemos

$$Z''T = \frac{1}{\beta^2} ZT'' \quad (2.4),$$

dividiendo entre ZT

$$\frac{Z''}{Z} = \frac{1}{\beta^2} \frac{T''}{T} = \eta \quad (2.5),$$

para que se describa un movimiento armónico, debe cumplirse que $\eta < 0$, haciendo $\eta = -k^2$ el sistema de ecuaciones que resulta es

$$\begin{aligned} Z'' &= -k^2 Z \\ T'' &= -(k\beta)^2 T \end{aligned} \quad (2.6),$$

cuyas soluciones están dadas por

$$\begin{aligned} Z &= A \cos(kz) + B \sin(kz) \\ T &= C \cos(k\beta t) + D \sin(k\beta t) \end{aligned} \quad (2.7),$$

sustituyendo en $u(z,t)$ se tiene

$$u(z,t) = (A \cos(kz) + B \sin(kz))(C \cos(k\beta t) + D \sin(k\beta t)) \quad (2.8),$$

aplicando condiciones de frontera

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} &= (-A k \sin(0) + B k \cos(0))(C \cos(k\beta t) + D \sin(k\beta t)) = 0 \\ B k (C \cos(k\beta t) + D \sin(k\beta t)) &= 0 \end{aligned} \quad (2.9),$$

de donde puede verse que $B = 0$, además, en $z = H, u = u_0 e^{i\omega t}$

$$u(H,t) = A \cos(kH)(C \cos(k\beta t) + D \sin(k\beta t)) = u_0 e^{i\omega t} \quad (2.10).$$

Haciendo que $k = \omega / \beta$, $C = 1$ y $D = i$ queda

$$u(H, t) = A \cos(kH)(\cos(\omega t) + i \operatorname{sen}(\omega t)) = u_o e^{i\omega t} \quad (2.11),$$

donde $e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i \operatorname{sen}(\omega t)$, despejando A se tiene

$$A = \frac{u_o}{\cos(kH)} \quad (2.12),$$

rescribiendo la función $u(z, t)$ resulta

$$u(z, t) = \frac{u_o}{\cos(kH)} \cos(kz)(\cos(\omega t) + i \operatorname{sen}(\omega t))$$

$$u(z, t) = u_o \frac{\cos(kz)}{\cos(kH)} e^{i\omega t} \quad (2.13),$$

la cual es solución de la ecuación de onda. La función de transferencia para este modelo será

$$\frac{u(z, t)}{u_o} = \frac{\cos(kz)}{\cos(kH)} e^{i\omega t} \quad (2.14).$$

Por ejemplo, consideremos el siguiente estrato para dos casos distintos donde solo se hizo variar el espesor, así, las propiedades mecánicas para cada caso son las mismas

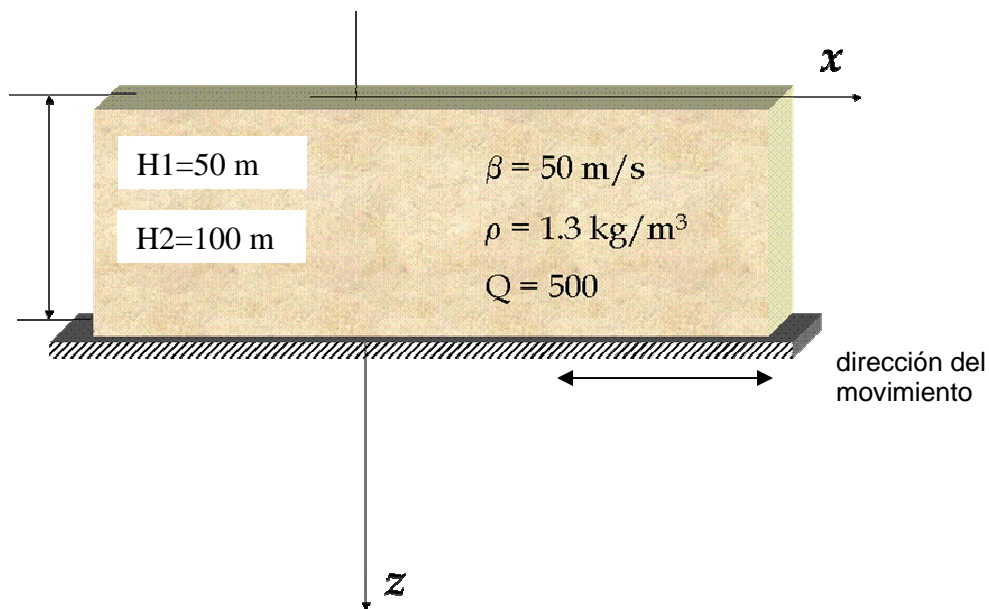


Figura 2.2 Modelo de estrato estudiado. Fuente: Autor.

Las funciones de transferencia para cada estrato valuadas en la superficie libre se muestran en las siguientes gráficas:

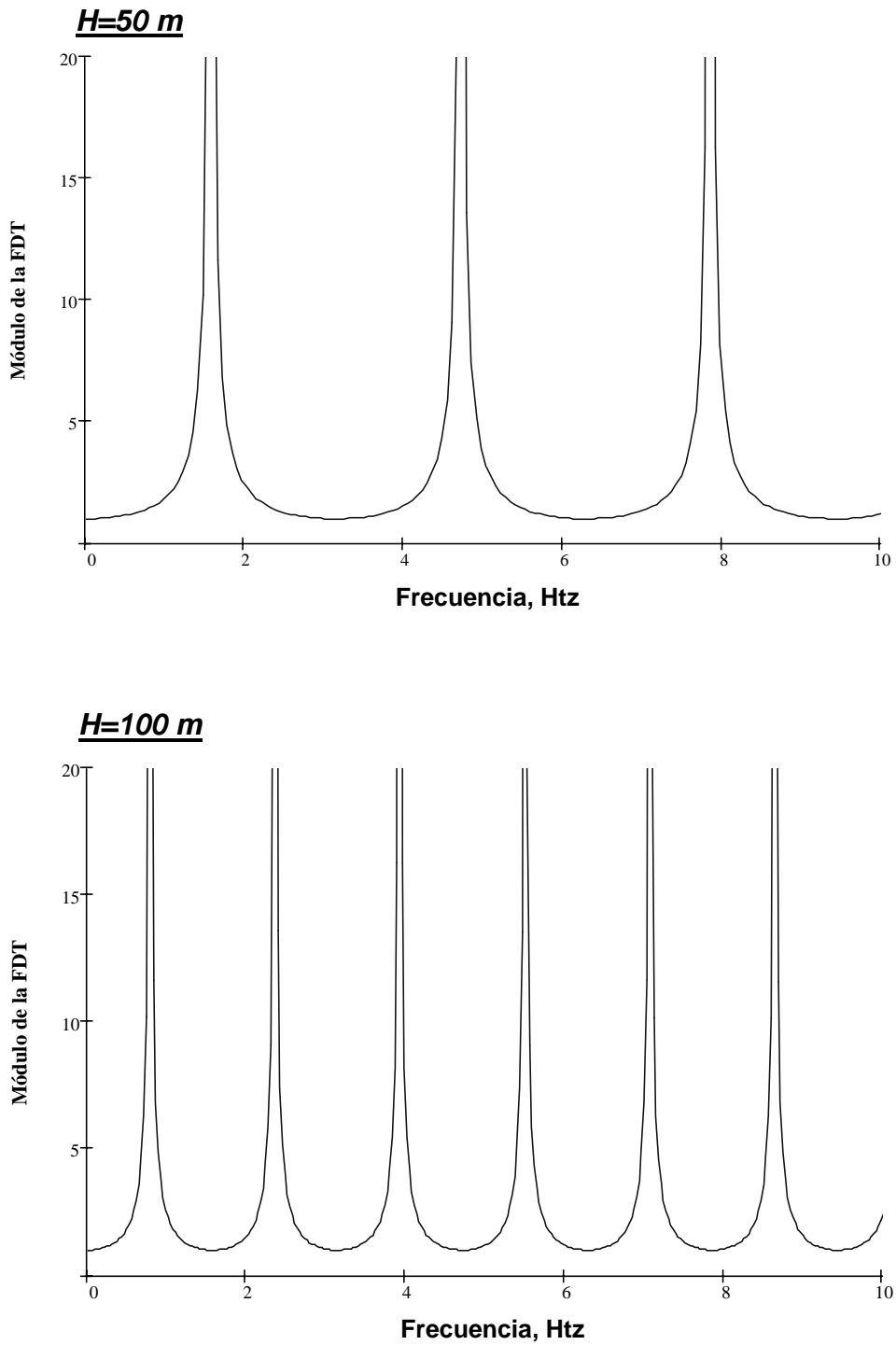
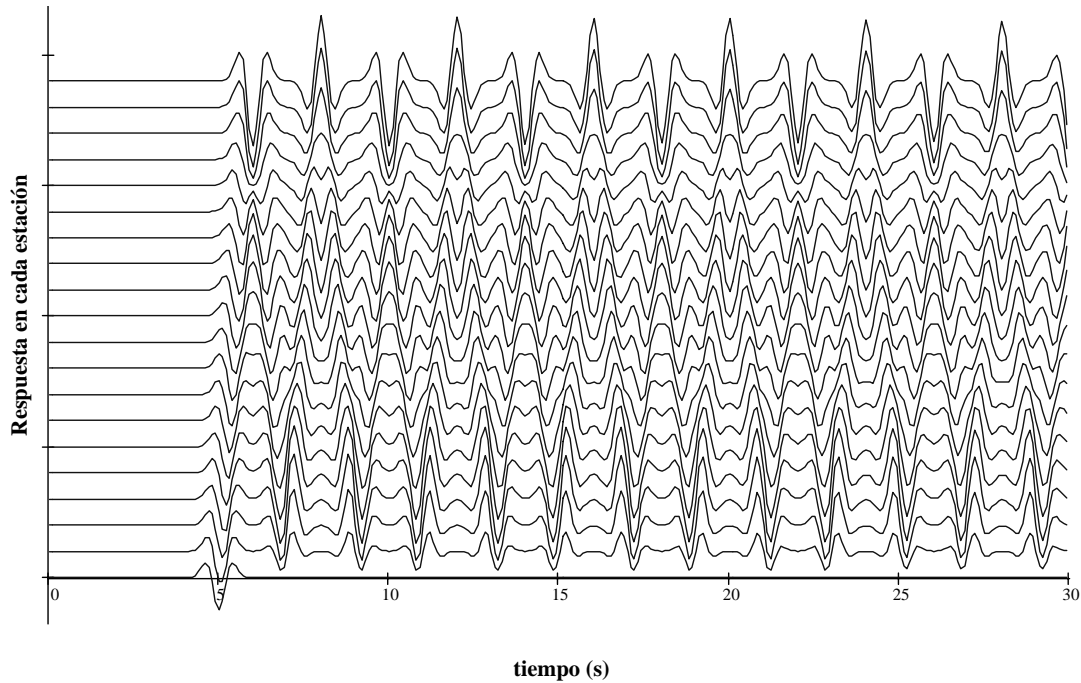


Figura 2.3 Funciones de transferencia para un estrato horizontal apoyado sobre una base rígida. Fuente: Autor.

Las siguientes gráficas corresponden a los sismogramas sintéticos calculados a diferentes profundidades en el estrato, se estudiaron 20 estaciones de registro equidistantes entre sí, la primera de ellas se ubica en la base rígida y la última en la superficie libre. Los parámetros del pulso de Ricker son $tp=4s$ y $ts=5s$.

H=50



H=100

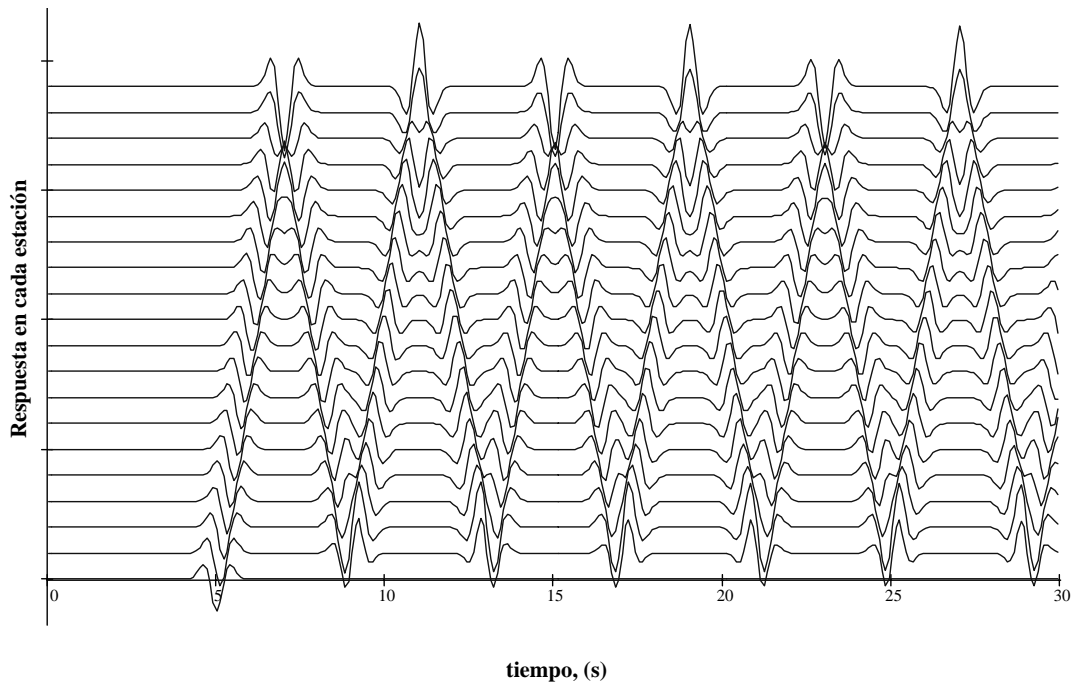


Figura 2.4 Sismogramas sintéticos para un estrato horizontal apoyado sobre una base rígida. Fuente: Autor.

Como hemos visto, en un modelo como este, la energía queda atrapada dentro del estrato, produciéndose así, múltiples reflexiones entre la base rígida y la superficie libre que se atenúan con el tiempo.

En las gráficas de los simogramas puede observarse el tiempo que le toma a la onda trasladarse de la base rígida a la superficie libre así como los cambios o conservación de la fase de la onda plana.

Se observa también que en la superficie libre la magnitud del pulso es el doble del pulso original, esto se debe al principio de la conservación de la energía: cuando la onda llega a la superficie libre, la energía no tiene a donde transmitirse por lo que en el punto donde llega la energía sísmica se tienen dos ondas de igual magnitud, una que sube y otra que baja, ambas con igual fase lo que hace que se sumen sus efectos.

III.- DIFRACCIÓN DE ONDAS SÍMICAS

El estudio de la respuesta sísmica en la superficie libre permite construir mapas de regionalización sísmica en donde se asignan probabilidades de recurrencia de sismos con una cierta magnitud.

Entre los datos necesarios para construir estos mapas se requiere conocer las leyes de amplificación en el movimiento del terreno ante la incidencia de diferentes tipos de ondas sísmicas.

El origen de los temblores está relacionado con la tectónica de placas: La idea central de esta teoría se basa en que la corteza terrestre se encuentra dividida en placas, las cuales se desplazan horizontalmente sobre una capa de material más blando llamada astenósfera que en parte está fundida. Los diferentes tipos de movimiento relativo entre las placas dan lugar a grandes concentraciones de deformaciones en sus bordes, generándose así esfuerzos, los cuales, al ser mayores que los que puede soportar la roca, producen la falla, liberándose grandes cantidades de energía en forma de movimiento, provocando sacudidas en ciertas zonas de la superficie de la tierra.

En su trayecto del epicentro del sismo a la superficie de la tierra, las ondas sísmicas sufren múltiples reflexiones y refracciones provocadas por las irregularidades geológicas. Cerca de la superficie del terreno, éstas se hacen más severas. Así, las condiciones locales, influyen en las características del movimiento y deben de considerarse en los análisis de riesgo sísmico.

La experiencia que se tiene de varios sismos alrededor del mundo, es que en ocasiones, las condiciones locales (topografía, geología, estratigrafía, etc.) modifican el movimiento de manera desfavorable para las construcciones del sitio. Presentándose respuestas sísmicas totalmente diferentes en sitios relativamente cercanos, pero con naturalezas geológicas diferentes entre sí.

La necesidad de contar con parámetros de diseño confiables, ha reforzado el interés en el estudio del problema de efectos de sitio. El tema se aborda en la literatura como un problema de difracción de ondas sísmicas. En algunas ocasiones el empleo de modelos unidimensionales de ondas de corte da resultados favorables especialmente donde la estratificación del sitio es prácticamente horizontal. Sin embargo, a medida que la estratificación se vuelve irregular, es necesario recurrir a modelos que tomen en cuenta la naturaleza espacial del fenómeno.

Las matemáticas para abordar el problema de difracción de ondas sísmicas requieren del manejo de funciones especiales además de un mayor tiempo para su comprensión, así, el análisis a detalle de los procesos matemáticos queda fuera de los alcances de esta tesis.

IV.- MÉTODOS DE SOLUCIÓN

Existe una gran variedad de técnicas para encontrar la respuesta sísmica de un sistema, los métodos de solución pueden ser tan costosos y sofisticados como se desee. Actualmente, existe software especializado en determinados problemas, sin embargo su uso requiere de computadoras con una gran capacidad de procesamiento de datos además de que los medios para tener acceso a dichos programas pueden estar lejos del alcance de estudiantes o de instituciones académicas.

En este capítulo se presentan métodos de solución para diferentes configuraciones topográficas y estratigráficas sometidas a una excitación; comenzando con métodos que de cierta manera son adecuados para un caso particular de topografía: se estudia el caso de una cuña que no es sino un estrato apoyado sobre una base rígida inclinada, la solución exacta se encuentra a través de una metodología conocida como teoría de rayos. Después se ve la propagación de ondas a través de medios estratificados para lo cual se hace uso del método de Haskell.

Por último se da una introducción a un método para resolver problemas mas complejos conocido como el *Método Indirecto de Elementos de Frontera, IBEM*, por sus siglas en inglés, este modelo toma en cuenta condiciones que los modelos unidimensionales no consideran.

4.1 Estrato apoyado sobre base rígida inclinada

Se trata de un estrato que descansa sobre una base rígida inclinada, este tipo de configuraciones se conocen con el nombre de *cuñas* y la solución exacta se encuentra a través de una metodología conocida como teoría de rayos. En la figura 4.1 se muestra un esquema tipo de una cuña.

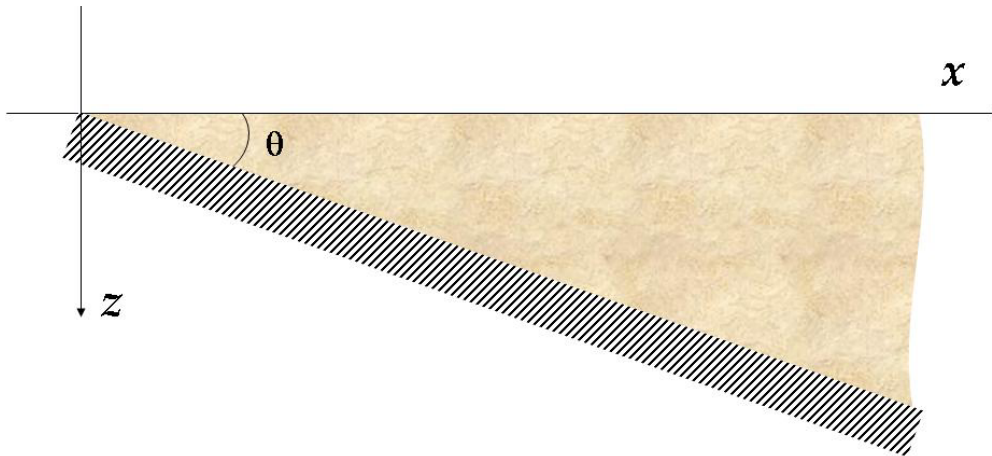


Figura 4.1 Estrato apoyado sobre una base rígida inclinada, Cuña. Fuente: Autor.

Debido a la inclinación de la base, resulta difícil encontrar una solución analítica que represente la física del sistema. La teoría de rayos consiste en encontrar el campo de desplazamientos a partir del trazado de los rayos que parten de la base y de las múltiples interacciones con las fronteras y la solución numérica exacta se determina sumando las contribuciones de cada rayo.

Ahora bien, la solución exacta para estas configuraciones existe, si la base de la cuña tiene valores de ángulo de inclinación de la forma

$$\theta = \frac{\pi}{2N},$$

donde θ es el ángulo de inclinación en radianes de la base y N es cualquier número impar.

Bajo estas condiciones, se trazan las trayectorias de los rayos que parten de la base al momento de iniciarse el movimiento, para lo cual debe irse encontrando los ángulos de incidencia en la superficie libre así como los ángulos de incidencia en la base rígida debidos a las reflexiones del frente de onda. Estos ángulos se calculan de acuerdo a la geometría del modelo y siguiendo en cada reflexión de la onda la ley de Snell.

Si el ángulo de inclinación de la base cumple con las condiciones antes descritas, encontraremos que el último rayo que se refleja en la base es paralelo a la superficie libre y cumple con las condiciones de frontera (tracciones nulas en superficie libre), entonces habremos trazado todas las posibles trayectorias del frente de onda así como cubierto el campo de desplazamientos en la cuña.

Para ilustrar la manera de proceder al utilizar la teoría de rayos, comenzaremos con una cuña cuyo valor de N es tres, para este valor, el ángulo de inclinación de la cuña resulta de $\theta = 30^\circ$.

Cuando inicia el movimiento, el primer rayo parte perpendicular a la base e incide en la superficie libre formando un ángulo $\theta_0 = 90^\circ - \theta = 60^\circ$

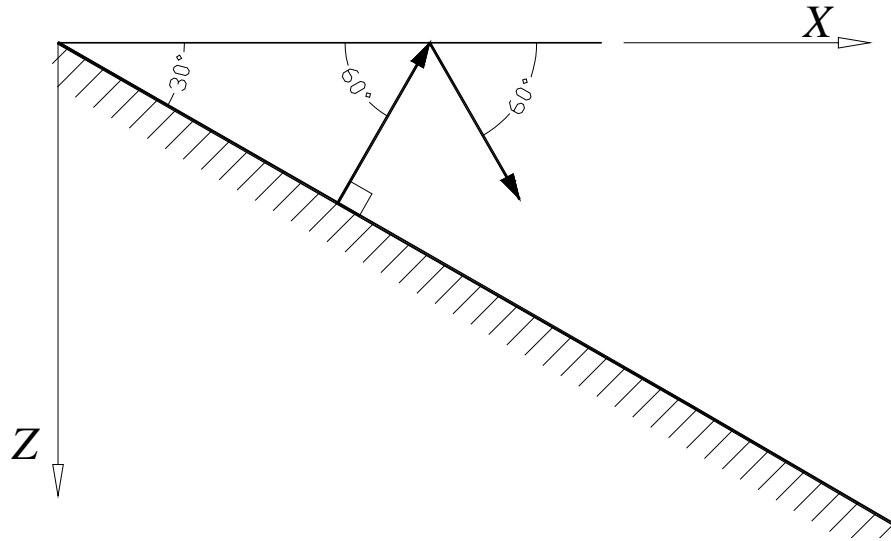


Figura 4.2 Primer rayo que incide en la superficie libre, los ángulos de incidencia y reflexión son los mismos. Fuente: Autor.

De acuerdo con la ley de Snell, el ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia de esta manera se forma la siguiente familia de trayectorias

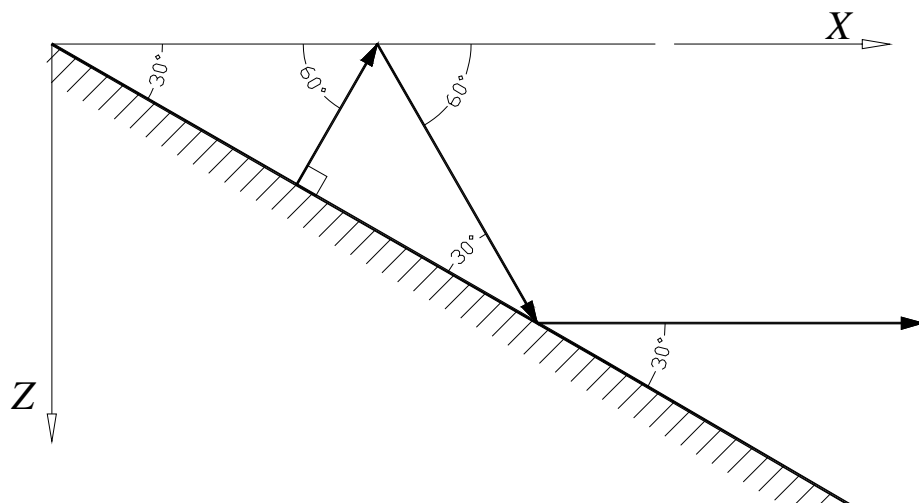


Figura 4.3 Familia completa de trayectorias para la cuña con 30° de inclinación, el análisis se detiene cuando se encuentra el rayo paralelo a la superficie libre. Fuente: Autor.

puede verse que el último rayo que se refleja en la base es paralelo a la superficie libre, con lo que se han cubierto todas las posibles trayectorias que sigue el frente de ondas.

Se puede demostrar que el ángulo entre cualquier rayo y la base de la cuña tiene la forma $\theta_j = \pi[N - (2j+1)]/2N$, donde $j = 0, 1, 2 \dots M$ y $M = (N-1)/2$ es el número de trayectorias posibles que sigue el frente de ondas.

Para encontrar la solución numérica partimos de la idea de que cada rayo representa un eje donde se desplaza una coordenada que llamaremos S , cuya representación en el plano $x-z$ será

$$S = x \operatorname{sen} \theta + z \cos \theta \quad (4.1),$$

donde el signo positivo en z indica que la onda se propaga en dirección positiva del eje z , para el caso contrario el signo será negativo.

El desplazamiento v que induce la onda armónica al trasladarse sobre su rayo tiene la forma

$$v = e^{-i\omega S / \beta} \quad (4.2),$$

y el campo de desplazamientos totales estará dado por la suma de los desplazamientos provocados por la onda incidente más los desplazamientos provocados por la onda reflejada, esto es

$$v = v_i + v_r \quad (4.3).$$

Cuando una onda incide sobre una frontera rígida el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión sin embargo, la condición de frontera rígida establece que la deformación en la cara de la base debe ser cero, no así los esfuerzos. El desplazamiento de la onda incidente es igual al desplazamiento de la onda reflejada tanto en magnitud como en signo ya que la condición de frontera rígida induce un salto en la fase y los desplazamientos tanto de la onda incidente como de la onda reflejada serán respectivamente

$$v_i = e^{-i\omega S_1 / \beta}$$

$$v_r = -e^{-i\omega S_2 / \beta}$$

donde $S_1 = x \operatorname{sen} \theta - z \cos \theta$ y $S_2 = x \operatorname{sen} \theta + z \cos \theta$ indican el sentido del rayo en dirección del eje z .

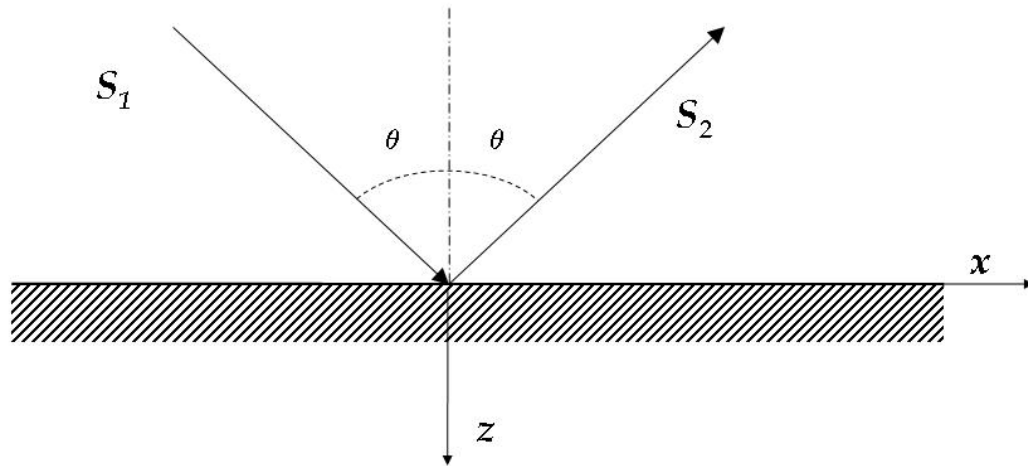


Figura 4.4 Onda que incide en una base rígida. Fuente: Fundamentals of elastic wave propagation for site amplification studies: The seismic response of alluvial valleys, Sánchez-Sesma et. al., en Wave motion in Earthquake Engineering, Kausel E. y Manolis G (editores), Inglaterra, 1999

Por otro lado, si la onda incide en la superficie libre, toda la energía es reflejada sin que ocurra un cambio de fase, es decir, que la condición de superficie libre implica tracciones nulas en ésta, así, los esfuerzos σ_{ny} calculados mediante la ecuación de Cauchy se igualan a cero, esto es

$$\mu \frac{\partial v}{\partial n} \Big|_{\text{superficie_libre}} = 0 \quad (4.4),$$

donde n es una coordenada normal a la superficie libre.

El desplazamiento de la onda reflejada es igual al desplazamiento de la onda incidente tanto en magnitud como en signo.

$$\begin{aligned} v_i &= e^{-i\omega \frac{S_1}{\beta}} \\ v_r &= e^{-i\omega \frac{S_2}{\beta}} \end{aligned} \quad (4.5).$$

Aunado a esto, la familia de rayos puede agruparse en el origen formando un “abanico” de rayos y la solución estará dada por la suma de las contribuciones de cada rayo. El campo de desplazamientos valuado en la superficie estará dado por la expresión

$$V = V_0 \left[\sum_{j=0}^{m-1} \varepsilon_{M-j} (-1)^j e^{-i\omega \frac{x \cos \theta_j}{\beta}} \right] \quad (4.6),$$

donde ε_{M-j} es el factor de Neumann y vale 1 si $M-j=0$ y 2 si $M-j > 0$

el término $(-1)^j$ permite los cambios de fase de los rayos que se reflejan en la base rígida y cada término de la suma proporciona el campo de desplazamientos asociado a una onda incidente así como su reflexión en la superficie libre.

Del análisis geométrico, puede concluirse que la cuña es un sistema autosemejante, es decir, carece de escala, ya que las incidencias en cualquier punto de la superficie serán las mismas en número, aunque con diferente magnitud (dependiendo del factor de calidad) así como del tiempo que tardan en llegar los rayos a la superficie.

Si se realiza el trazado de rayos para cuñas cuyo valor de ángulo de inclinación no cumple con las condiciones mencionadas, aparece una zona de sombra entre la base rígida y el último rayo la cual no es cubierta por el trazado de los rayos.

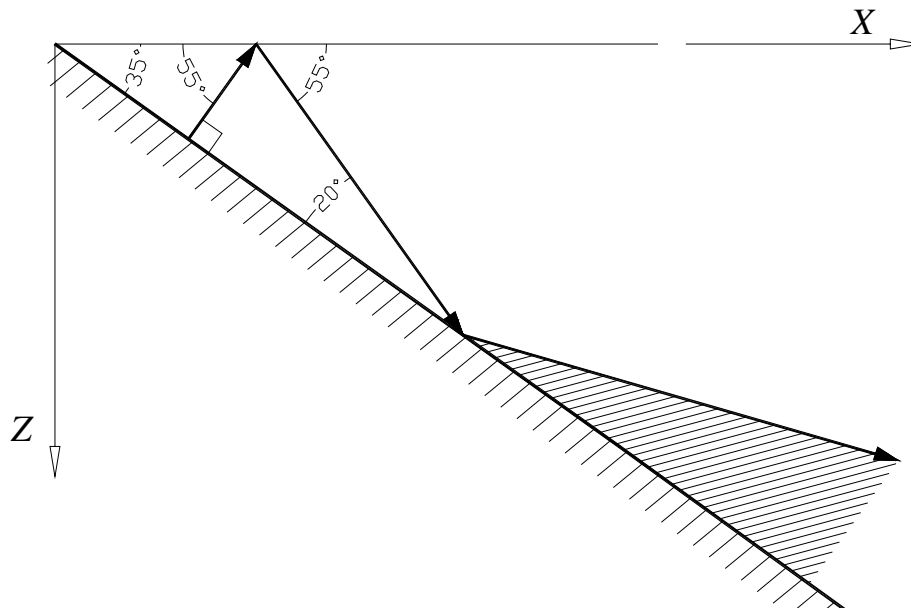


Figura 4.5 Cuando el ángulo de inclinación de la cuña es diferente a $\pi/2N$, se forma una zona de sombra entre la base rígida y el último frente de onda. Fuente: Autor.

4.2 Respuesta sísmica de una cuña

En los siguientes párrafos se estudian tres casos de cuña con diferentes ángulos de inclinación, las propiedades mecánicas son las mismas en todos los casos, los valores de N analizados fueron $N=3$, 7 y 15 que corresponden a valores de ángulo de 30° , 13° y 6° respectivamente. Los parámetros del pulso de Ricker son $t_p=4s$ y $t_s=10s$

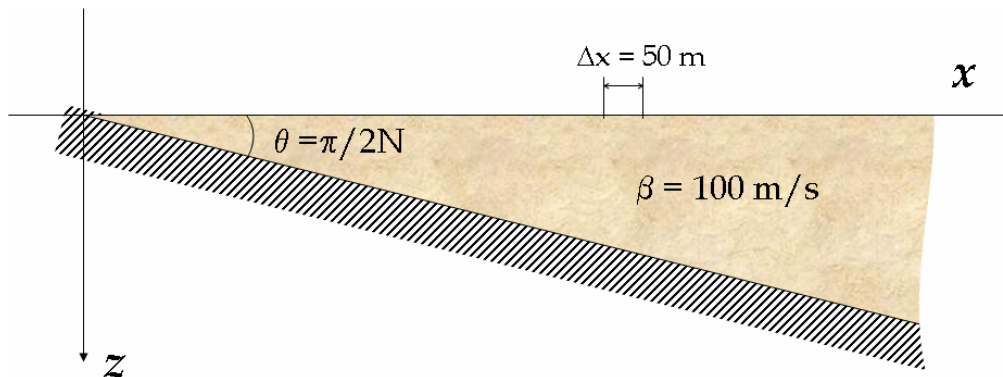


Figura 4.6 Modelo de cuña estudiado. Fuente: Autor.

A continuación, se muestran algunas funciones de transferencia valuadas en la superficie a diferentes distancias de el vértice de la cuña, así como los sismogramas sintéticos correspondientes, se colocaron 50 estaciones en la superficie libre separadas un $\Delta x = 50m$ cada una.

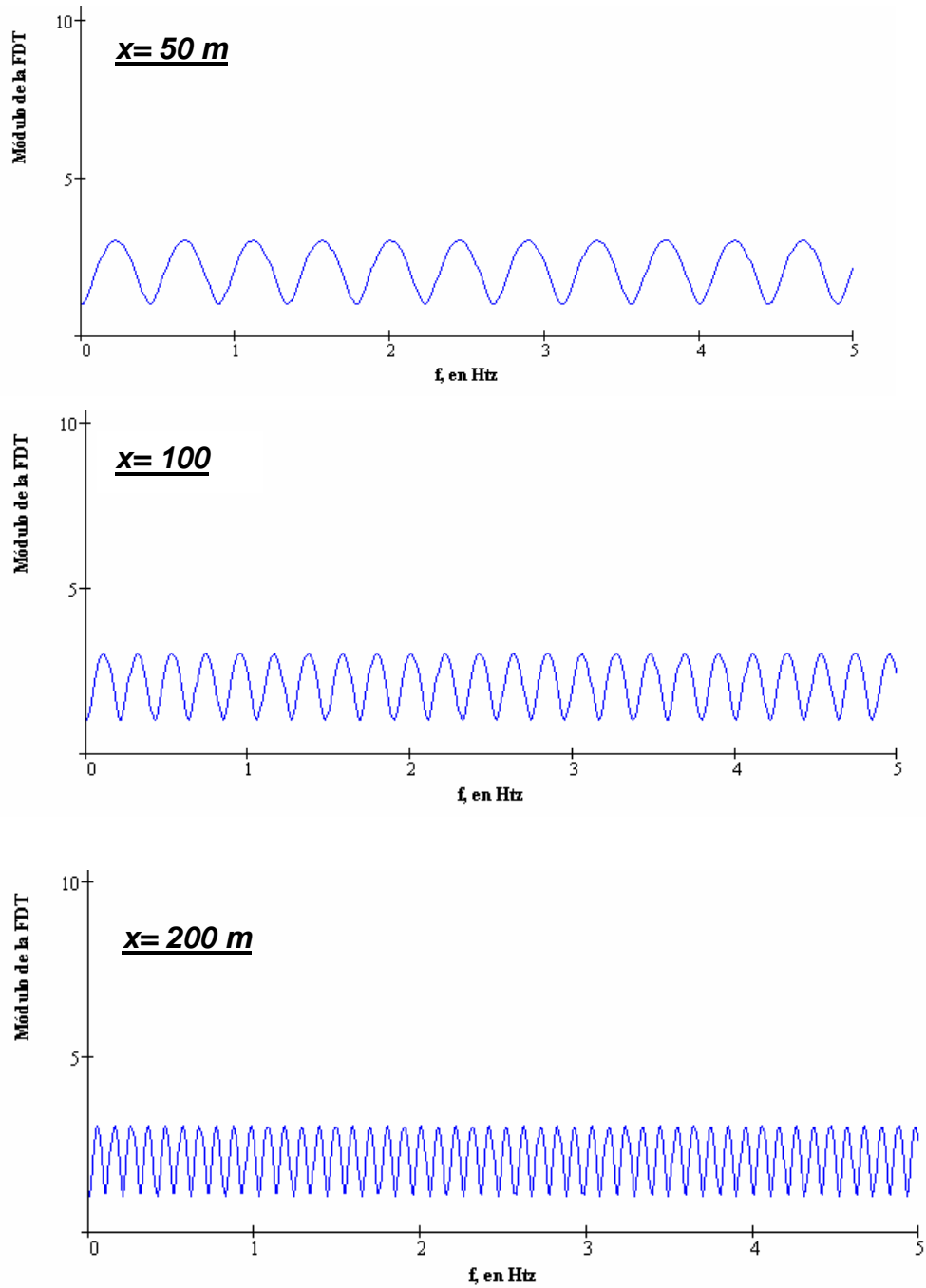


Figura 4.7 Funciones de transferencia de una cuña para $N=3$, 30° de inclinación. Fuente: Autor.

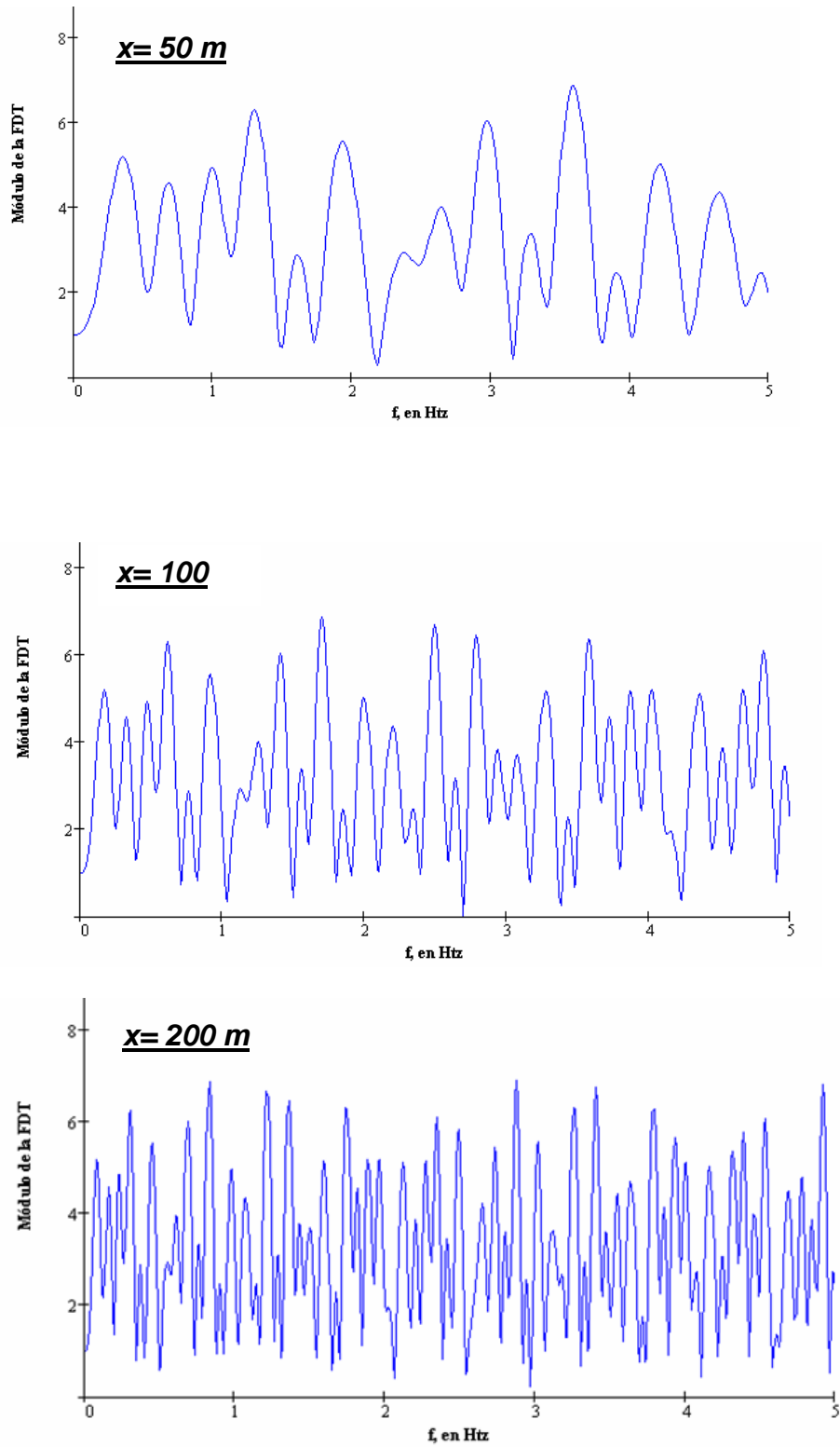


Figura 4.8 Funciones de transferencia de una cuña para $N=7$, 13° de inclinación. Fuente: Autor.

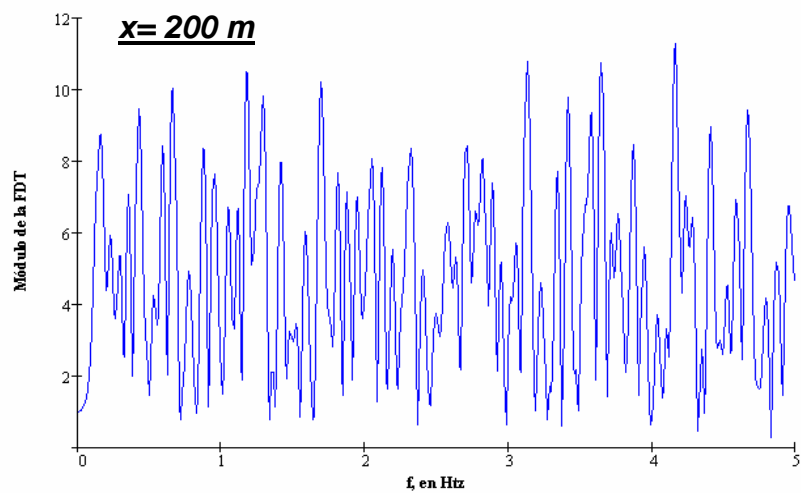
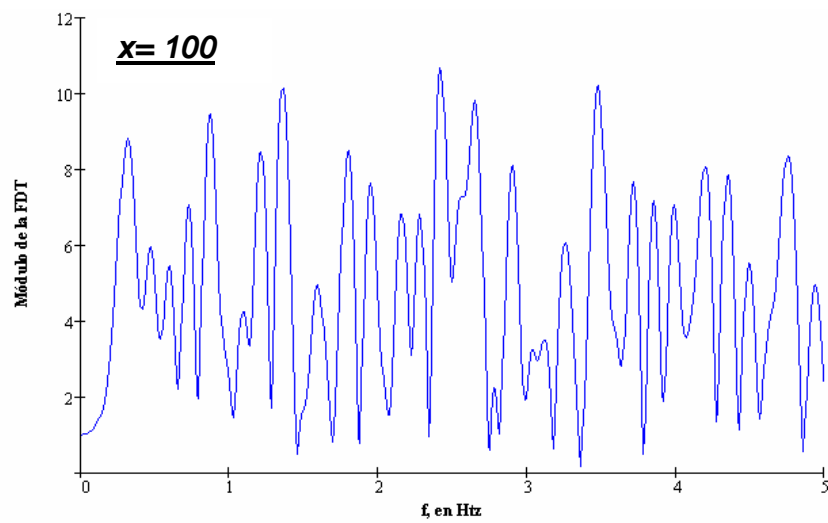
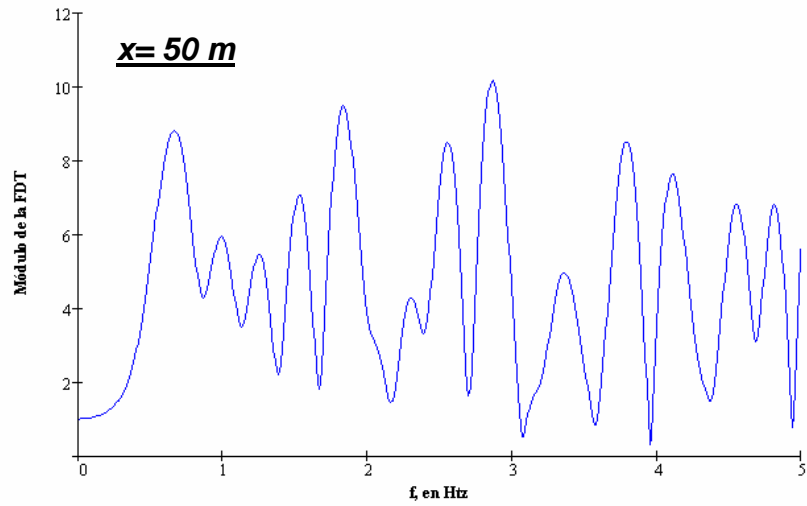


Figura 4.9 Funciones de transferencia de una cuña para $N=15$, 6° de inclinación. Fuente: Autor.

Como puede verse, las funciones de transferencia nos dicen que la cuña es un sistema autosemejante que carece de escala, es decir, ocurre lo mismo en cualquier punto de la cuña, pero con diferentes tiempos de arribo de las ondas incidente y reflejadas.

Ocurre también un fenómeno interesante: debido a la base inclinada, la energía puede propagarse sobre el eje x , es decir, la misma base contribuye a la propagación de la energía, caso contrario a lo observado en el estrato horizontal.

En las siguientes figuras se muestran los simogramas sintéticos de las cuñas estudiadas, nótese que en las primeras estaciones se reproduce el pulso de Ricker casi en su forma original, sin embargo, a medida que nos alejamos del vertice de la cuña, aparecen las reflexiones del frente de ondas, lo que indica una acumulación de la fase de la función solución.

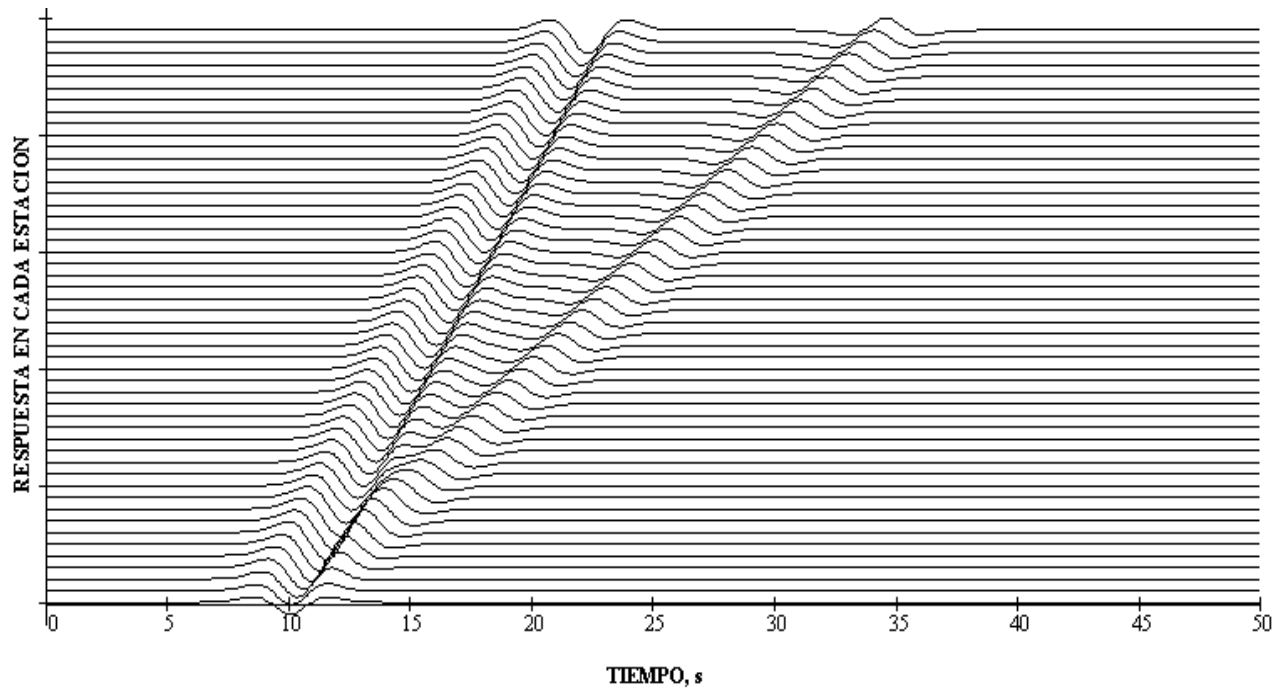


Figura 4.10 Simogramas sintéticos de una cuña para $N=3$, 30° de inclinación. Fuente: Autor.

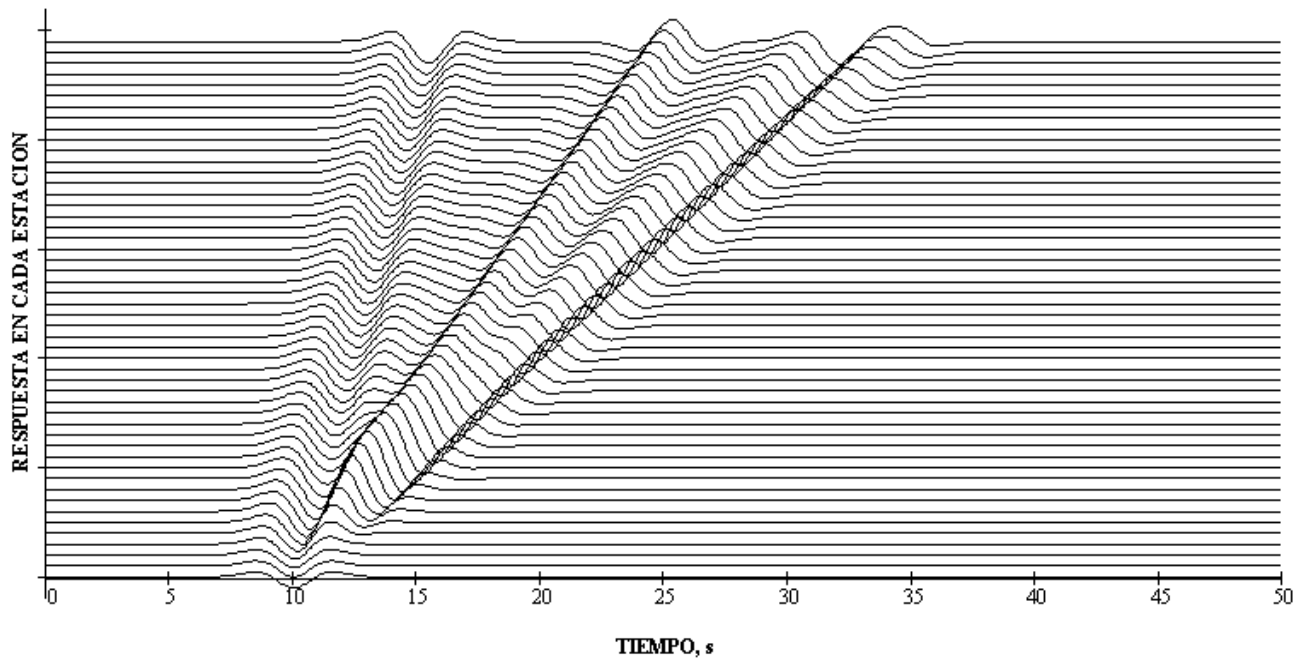


Figura 4.11 Sismogramas sintéticos de una cuña para $N=7$, 13° de inclinación. Fuente: Autor.

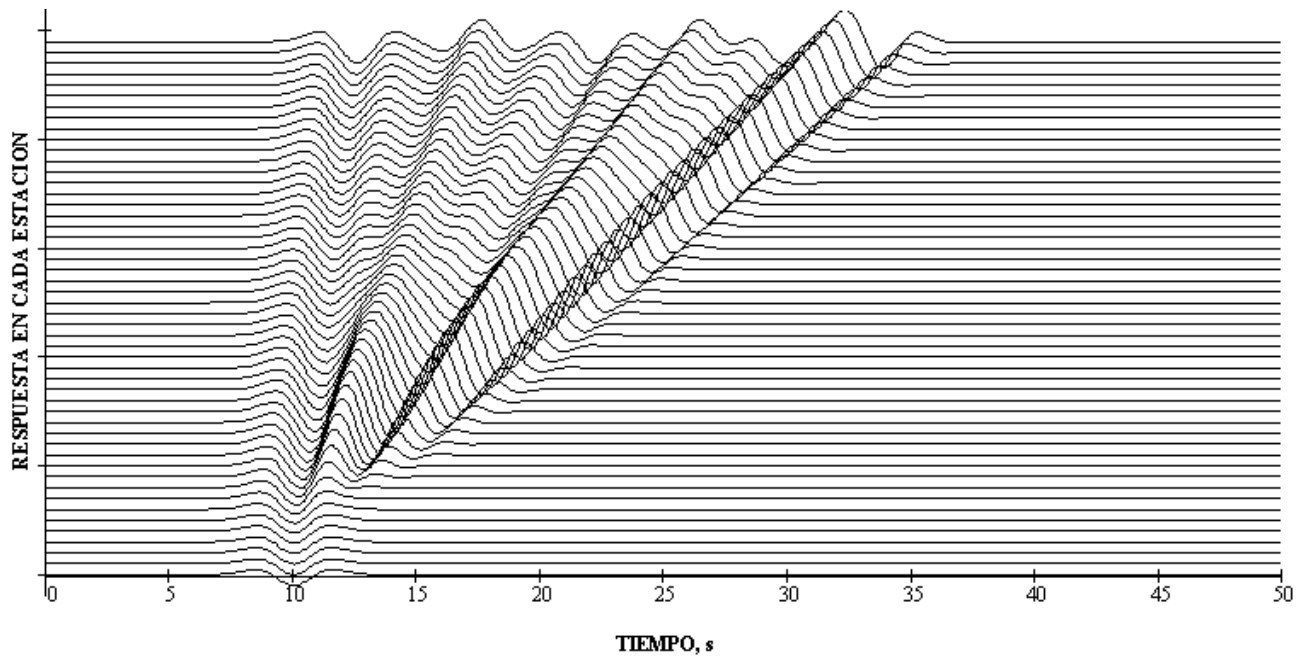


Figura 4.12 Sismogramas sintéticos de una cuña para $N=15$, 6° de inclinación. Fuente: Autor.

4.3 Medios estratificados

El cálculo de la respuesta sísmica en medios estratificados verticalmente es un problema demasiado complejo si se piensa en resolverlo de manera analítica. Por esta razón, autores como Thomson (Ref. 14) y Haskell (Ref. 6) entre otros, se dedicaron a la tarea de desarrollar técnicas numéricas óptimas que no solo resuelven el problema de la propagación de ondas planas en medios estratificados, sino que a su vez son prácticos y dan la pauta para el tratamiento de medios heterogéneos más complejos. En los párrafos siguientes se describe el método de Haskell también llamado de Thomson-Haskell aplicado a la propagación de ondas planas SH.

Para un sistema de referencia x, y, z , si tenemos un elemento diferencial de volumen en un medio continuo al cual aplicamos un esfuerzo en la dirección v (onda SH) y si la ecuación de equilibrio dinámico que rige en el medio es la Ecuación de Navier, entonces puede escribirse a la ecuación de movimiento en coordenadas cartesianas de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (4.7),$$

donde v es el desplazamiento en dirección del eje y , ρ es la densidad de masa, x, y, z son las coordenadas cartesianas, σ_{xy} el esfuerzo cortante, y t el tiempo.

En el dominio de la frecuencia, la ecuación reducida de onda puede expresarse en la forma:

$$\nabla^2 v + \frac{\omega}{\beta^2} v = 0 \quad (4.8),$$

una solución para esta ecuación es

$$v = \ell_1(k, z, \omega e^{i(kx - \omega t)}) \quad (4.9),$$

donde $k = \frac{\omega}{\beta}$ se le llama número de onda, ω es la frecuencia angular, $\beta = \sqrt{\mu/\rho}$ es la velocidad de propagación de las ondas S, μ es el módulo de elasticidad en cortante, $i = \sqrt{-1}$ y ℓ_1 es una función que se definirá mas adelante.

De la teoría de la elasticidad, los esfuerzos cortantes asociados al desplazamiento anterior son

$$\sigma_{yz} = \mu \frac{\partial v}{\partial z} = \mu \frac{d \ell_1}{dz} e^{i(kx - \omega t)} \quad (4.10),$$

$$\sigma_{yx} = \mu \frac{\partial v}{\partial x} = ik\mu \ell_1 e^{i(kx - \omega t)}$$

y como $u = w = 0$ y $v = (x, z)$, los esfuerzos restantes (σ_x , σ_y , σ_z , τ_{zx}) son nulos.

Si se define a

$$\ell_2 = \mu \frac{d \ell_1}{dz} \quad (4.11)$$

sustituyendo las ecuaciones 4.8 y 4.10 en la ecuación 4.7, y haciendo las operaciones indicadas, se tiene que

$$\frac{d\ell_2}{dz} = (k^2 \mu - \omega^2 \rho) \ell_1 \quad (4.12),$$

que junto con la ecuación 4.11, puede escribirse en forma matricial como

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/\mu \\ k^2 \mu - \omega^2 \rho & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \end{bmatrix} \quad (4.13),$$

o también

$$\frac{d}{dz} \vec{f} = A \vec{f} \quad (4.13'),$$

El resolver la ecuación 4.13 es equivalente a resolver la ecuación de movimiento. Esto muestra que, con las sustituciones indicadas se ha transformado una ecuación diferencial parcial de segundo orden en un par de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden; al vector (ℓ_1, ℓ_2) comúnmente se le conoce como vector *desplazamiento-esfuerzo* para ondas SH.

Una solución de la ecuación 4.13' está dada por

$$\vec{f}_j = \mathbf{V}_j e^{\Psi_j(z-z_0)} \quad (4.14),$$

donde Ψ_j es el valor característico de la matriz A , \mathbf{V}_j es el Vector característico correspondiente al valor Ψ_j , con $j = 1, 2$.

Calculando y sustituyendo los valores característicos anteriores en la ecuación 4.14, se obtienen sus vectores correspondientes, que en combinación forman la solución general del tipo

$$\vec{f} = \mathbf{E} \Lambda \vec{w} \quad (4.15),$$

donde \vec{w} es un vector de peso que representa las amplitudes de las ondas ascendentes y descendentes denominadas 'S y S' respectivamente, Λ es una matriz que representa los factores verticales de fase.

Esta formulación resulta muy conveniente para el tratamiento de ondas planas, como por ejemplo al expresar el número de onda en términos del ángulo de incidencia θ , esto es $k = \frac{\omega}{c}$

con $c = \frac{\beta}{\text{sen}(\theta)}$ y θ se mide desde la vertical.

Para conocer las amplitudes de los campos incidente y reflejado en términos del vector desplazamiento-esfuerzo, debe invertirse la matriz $\vec{f} = \mathbf{E} \Lambda$, la matriz \mathbf{F}^{-1} queda

$$\mathbf{F}^{-1} = \frac{1}{2\eta\mu} \begin{bmatrix} \eta\mu e^{\eta(z-z_0)} & -e^{-\eta(z-z_0)} \\ \eta\mu e^{\eta(z-z_0)} & -e^{\eta(z-z_0)} \end{bmatrix} \quad (4.16),$$

quedando entonces la expresión para los campos de desplazamientos como:

$$\bar{\mathbf{w}} = \mathbf{F}^{-1} \bar{\mathbf{f}} \quad (4.17).$$

Por otra parte, se define a la matriz propagadora como

$$P(z, z_0) = I + \int_{z_0}^z A(\xi_1) d\xi_1 + \int_{z_0}^z A(\xi_1) \int_{z_0}^{\xi_1} A(\xi_2) d\xi_2 d\xi_1 + \dots \quad (4.18),$$

donde z_0 es el nivel de referencia. La matriz propagadora. Satisface también la ecuación 4.13, esto es

$$\frac{d}{dz} P(z, z_0) = A(z)P(z, z_0) \quad (4.19),$$

y de la ecuación 12 $P(z_0, z_0) = I$; de aquí, se obtiene la propiedad fundamental de la matriz propagadora, que es

$$\bar{\mathbf{f}}(z) = P(z, z_0) \bar{\mathbf{f}}(z_0) \quad (4.20),$$

Como $P(z, z_0) \bar{\mathbf{f}}(z_0)$ satisface la ecuación 4.13, $P(z, z_0)$ genera el vector desplazamiento-esfuerzo en la profundidad z al operar sobre dicho vector en la profundidad z_0

Cuando $A(z)$ es consistente en un intervalo de profundidad, como se supone dentro de un estrato, al evaluar las integrales en la expresión 4.18, la matriz propagadora toma la forma

$$P(z, z_0) = I + (z - z_0)A + \frac{1}{2}(z - z_0)^2 AA + \dots = e^{(z-z_0)A} \quad (4.21).$$

Aki y Richards (Ref. 1), obtienen la matriz propagadora para el l -ésimo estrato, esto es:

$$P(z, z_0) = \begin{bmatrix} \cosh \eta_1(z - z_0) & \frac{\sinh \eta_1(z - z_0)}{\eta_1 \mu_1} \\ \eta_1 \mu_1 \sinh \eta_1(z - z_0) & \cosh \eta_1(z - z_0) \end{bmatrix} \quad (4.22),$$

donde $\eta_1 = \left[k^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2} \right]^{\frac{1}{2}}$, $k = \frac{\omega}{\beta_E} \sin \theta$, β_E es la velocidad de propagación de las ondas S en el semiespacio.

A partir de la ecuación (4.22), puede obtenerse el vector desplazamiento esfuerzo en cada estrato, de esta manera se tiene

$$\begin{aligned} \{\ell\}_1 &= [P]_1 \begin{Bmatrix} v_s \\ 0 \end{Bmatrix}, \text{ en } 0 \leq z \leq z_1 \\ \{\ell\}_2 &= [P]_2 \{\ell\}_1, \text{ en } z_1 \leq z \leq z_2 \\ &\vdots \\ \{\ell\}_n &= [P]_n \{\ell\}_{n-1}, \text{ en } z_{n-1} \leq z \leq z_n \\ \{\ell\}_E &= [M] \begin{Bmatrix} S \\ S' \end{Bmatrix}, \text{ en } z \geq H = z_n, \end{aligned}$$

Conocida la amplitud de onda incidente es posible conocer el campo de desplazamientos en cualquier punto de la estratigrafía aplicando las condiciones de frontera correspondientes.

Sabemos que en superficie libre los esfuerzos son nulos, entonces, el vector desplazamiento-esfuerzo, para ondas SH en la base de los estratos estará dado por

$$\begin{Bmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \end{Bmatrix} = P(H, z_{n-1})P(z_{n-1}, z_{n-2}) \dots P(z_1, z_0) \begin{Bmatrix} \ell_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \Big|_{z=z_0} \quad (4.23),$$

teniendo en cuenta que $\{\ell\}_E = \{\ell\}_n$, en $z = H$ definimos

$$B = M^{-1}P(H, z_{n-1}) \dots P(z, z_0) \quad (4.24),$$

de donde se obtiene

$$\begin{Bmatrix} S \\ S' \end{Bmatrix} = B \begin{Bmatrix} \ell_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \Big|_{z=z_0} \quad (4.25),$$

de esta manera, el desplazamiento en la superficie libre es

$$(\ell_1)_{z=z_0} = S(B_{11})^{-1} \quad (4.26),$$

Si se define a la función de transferencia como el cociente del desplazamiento de punto entre el desplazamiento que se tendría en la base de la formación si no existieran los estratos, podemos entonces expresar la función de transferencia para las ondas SH como

$$H_{SH}(\omega, k, z_0) = \frac{\ell_1}{2'S} = \frac{1}{2}(\mathbf{B}_{11})^{-1} \quad (4.27),$$

donde $k = \frac{\omega}{\beta} \text{sen} \gamma$, γ es el ángulo de incidencia de la onda SH.

La solución para el caso de ondas P y SV se obtiene de manera similar, si bien es más laboriosa; el lector interesado puede consultar el capítulo 7 del libro de Aki y Richards (Ref. 1).

4.4 Respuesta sísmica en medios estratificados

En el siguiente ejemplo, analizaremos la respuesta sísmica en un medio con 5 estratos, calculando la respuesta en la superficie libre y haciendo variar el ángulo de incidencia tal como se indica en la siguiente figura.

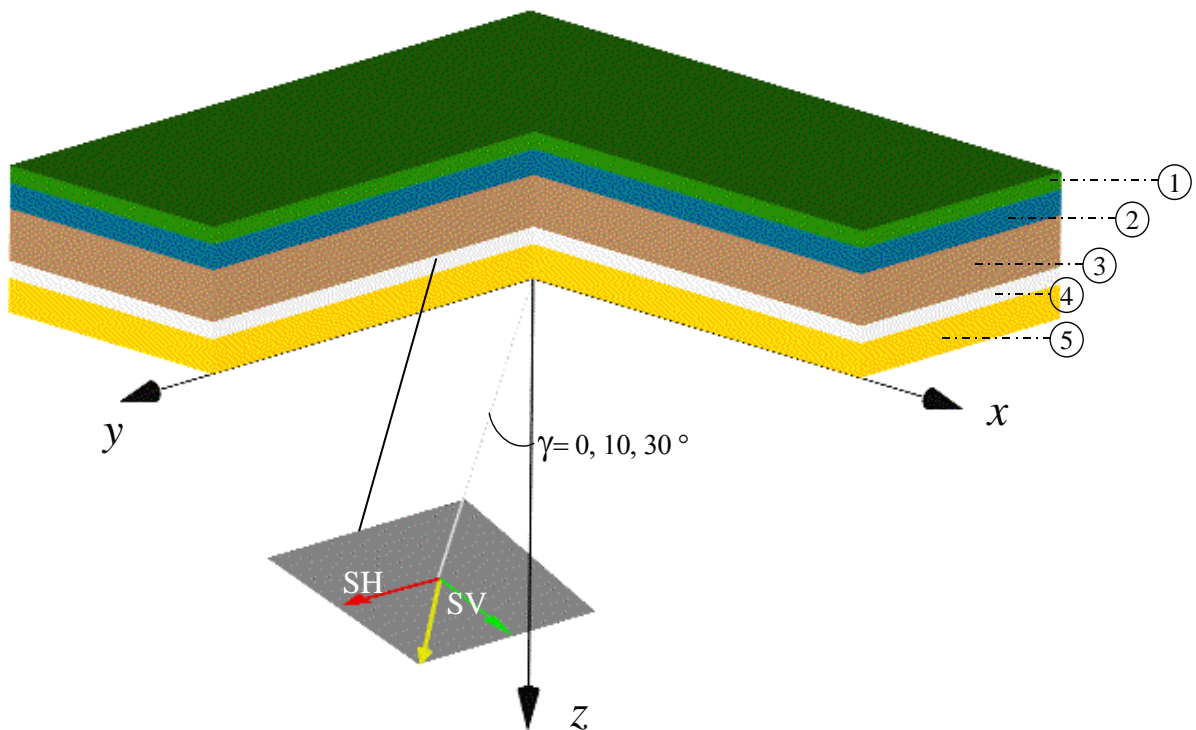


Figura 4.13 Medio con cinco estratos. Fuente: Autor.

Tabla 4.1 Propiedades de los estratos para el modelo de la figura 4.13

ESTRATO	Espesor [m]	ρ [t/m ³]	α [km/s]	β [km/s]	Q
1	10.0	1.5	80.0	40.0	500.0
2	15.0	1.2	50.0	30.0	600.0
3	30.0	1.3	40.0	25.0	500.0
4	10.0	1.7	60.0	30.0	550.0
5	20.0	1.6	55.0	35.0	500.0
semiespacio	∞	10.0	300.0	100.0	600.0

En las siguientes gráficas se muestran las funciones de transferencia para cada ángulo de la onda incidente.

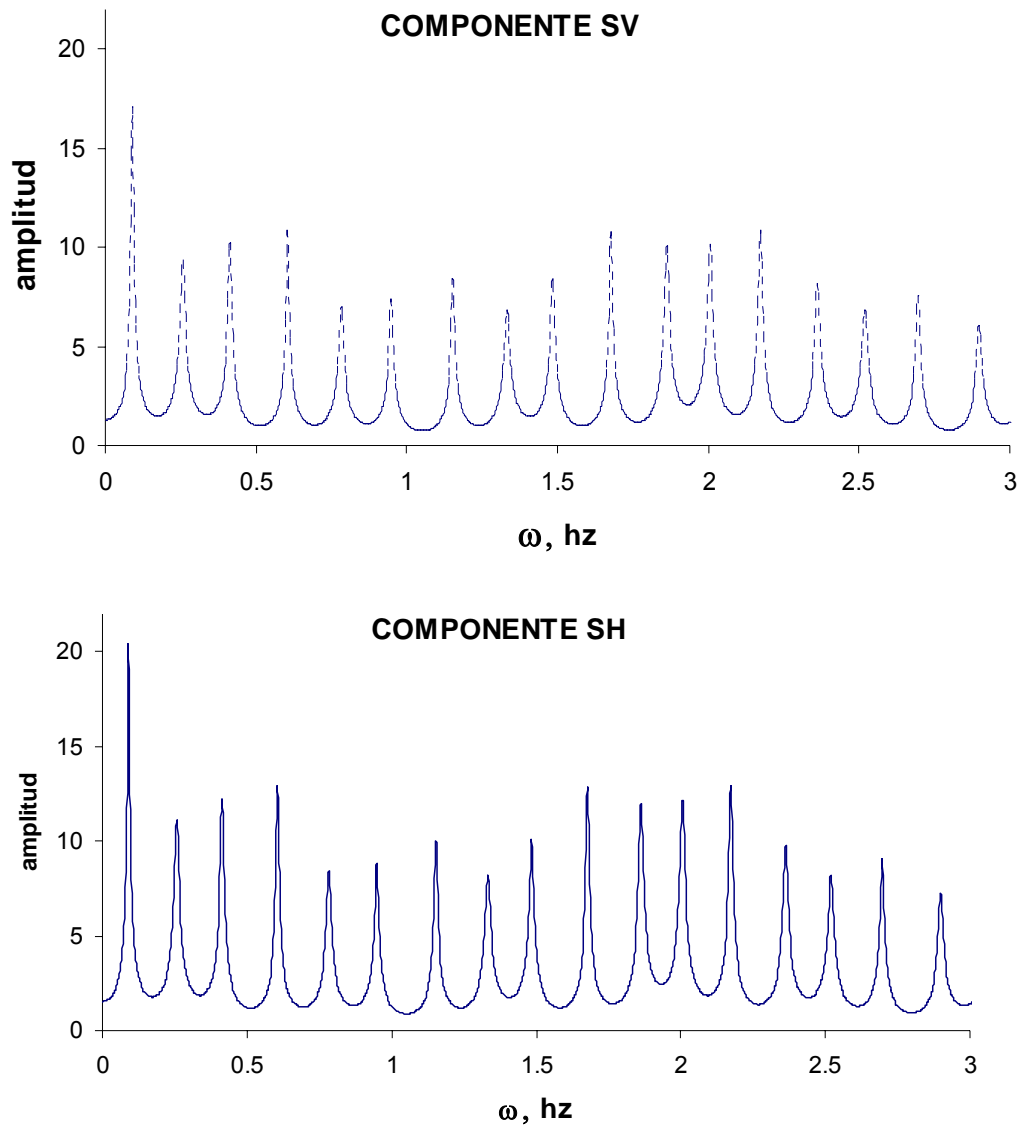


Figura 4.14 Funciones de transferencia para un ángulo de incidencia $\gamma = 0^\circ$, la componente vertical es nula. Fuente: Autor.

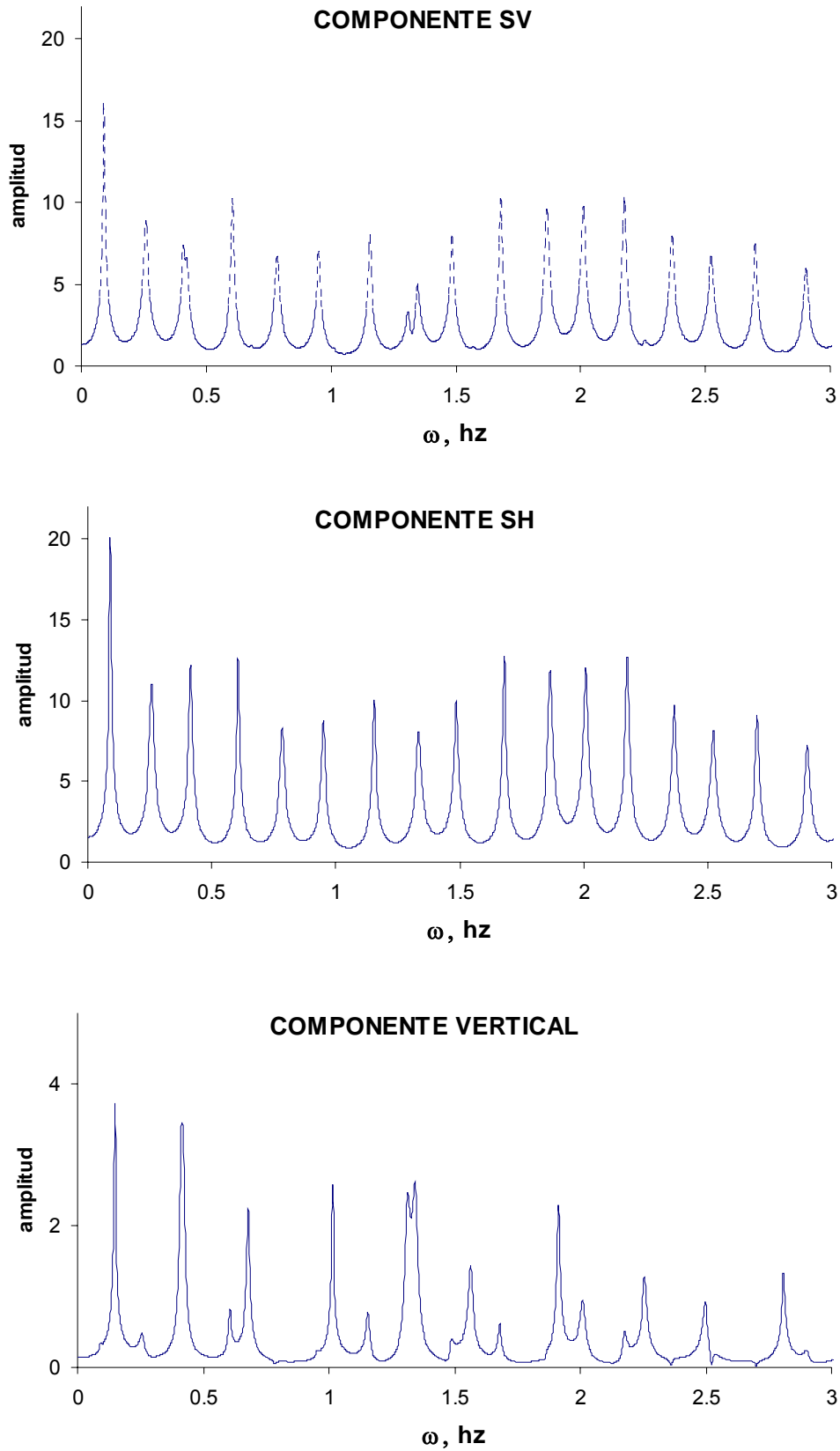


Figura 4.15 Funciones de transferencia para un ángulo de incidencia $\gamma = 10^\circ$. Fuente: Autor.

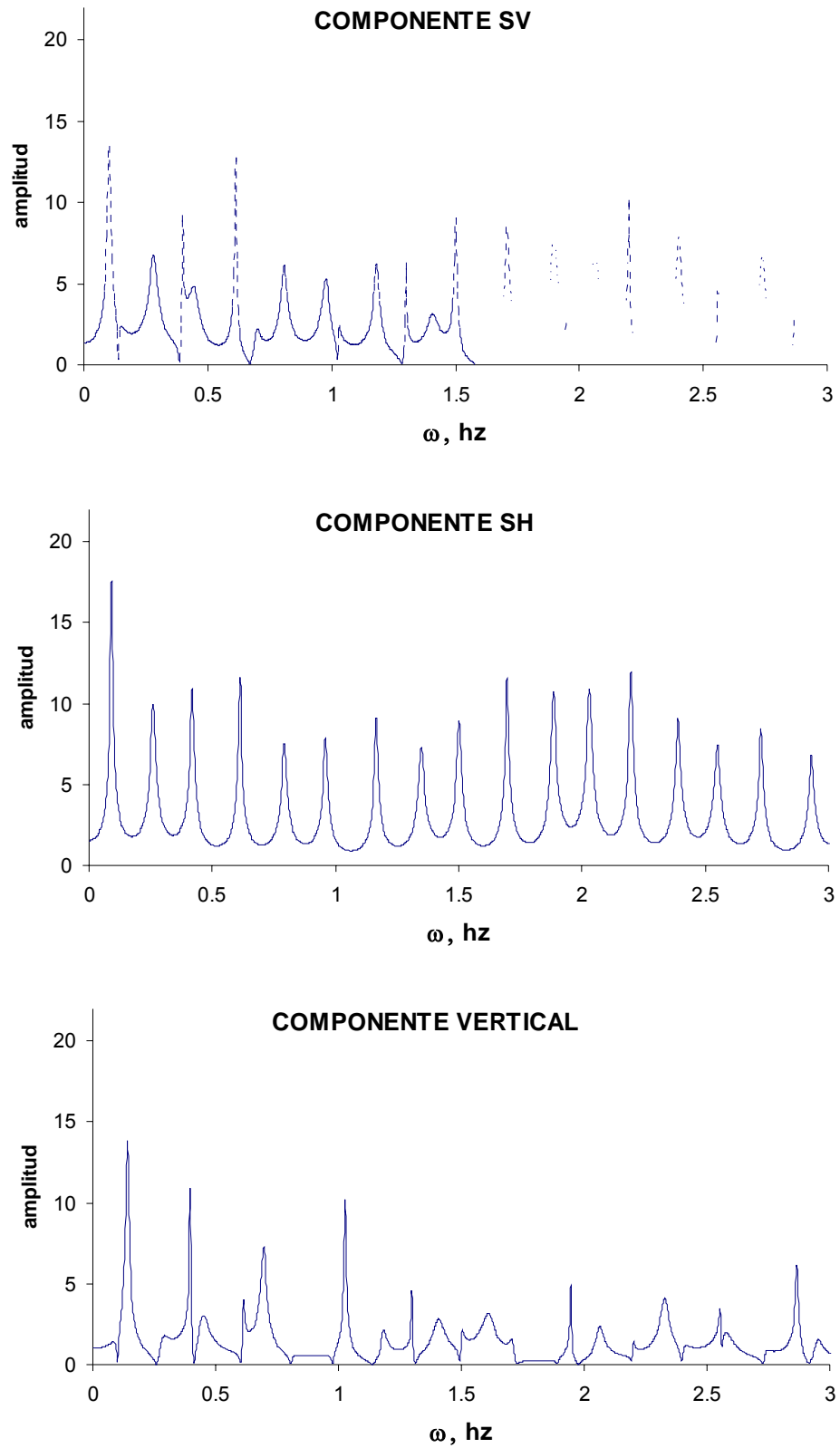


Figura 4.16 Funciones de transferencia para un ángulo de incidencia $\gamma = 30^\circ$. Fuente: Autor.

Como puede verse, a medida de que el ángulo de incidencia, γ , crece, crece también el movimiento en dirección vertical, en realidad la magnitud del movimiento en esta dirección depende también del ángulo de polaridad, que en este ejemplo se ha mantenido constante (40°).

Se observa también un decremento en el movimiento en dirección u (sobre el eje x , *componente SV*) cuando el ángulo de incidencia es de 30° respecto a un ángulo de incidencia de 10° , mientras que el movimiento en dirección v (eje y , *componente SH*) permanece casi igual, esto es porque la onda SH viaja *desacoplada* del movimiento, produciendo un movimiento antiplano independiente del ángulo de incidencia, no así del ángulo de polaridad (θ): a medida que θ aumenta, la componente SV va aumentando también y el componente SH se va haciendo cada vez más pequeño. Es por esto que cuando se tiene una onda con ángulo de polaridad cero se habla de ondas SH puras y viceversa, cuando el ángulo de polaridad es de 90° se tienen ondas puramente SV y si además el ángulo de incidencia es mayor que cero, se tendrá también una componente vertical de la onda incidente.

En las figuras 4.17 a 4.19 se muestran los sismogramas sintéticos calculados en la superficie para las tres componentes, los parámetros del pulso de Ricker fueron $t_p = 3$ s, $t_s = 10$ s, $\Delta t = 0.1$ s

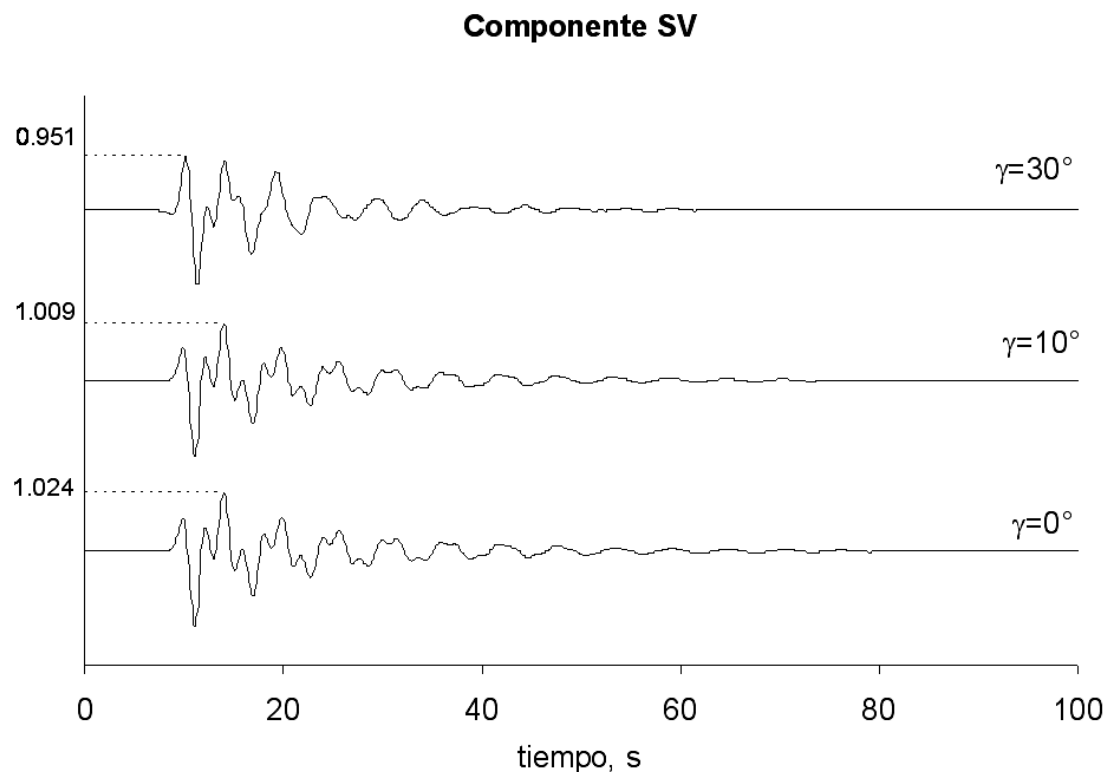


Figura 4.17 Sismogramas sintéticos en la dirección u , para diferentes ángulos de incidencia, se indican las aceleraciones máximas de cada sintético. Fuente: Autor.

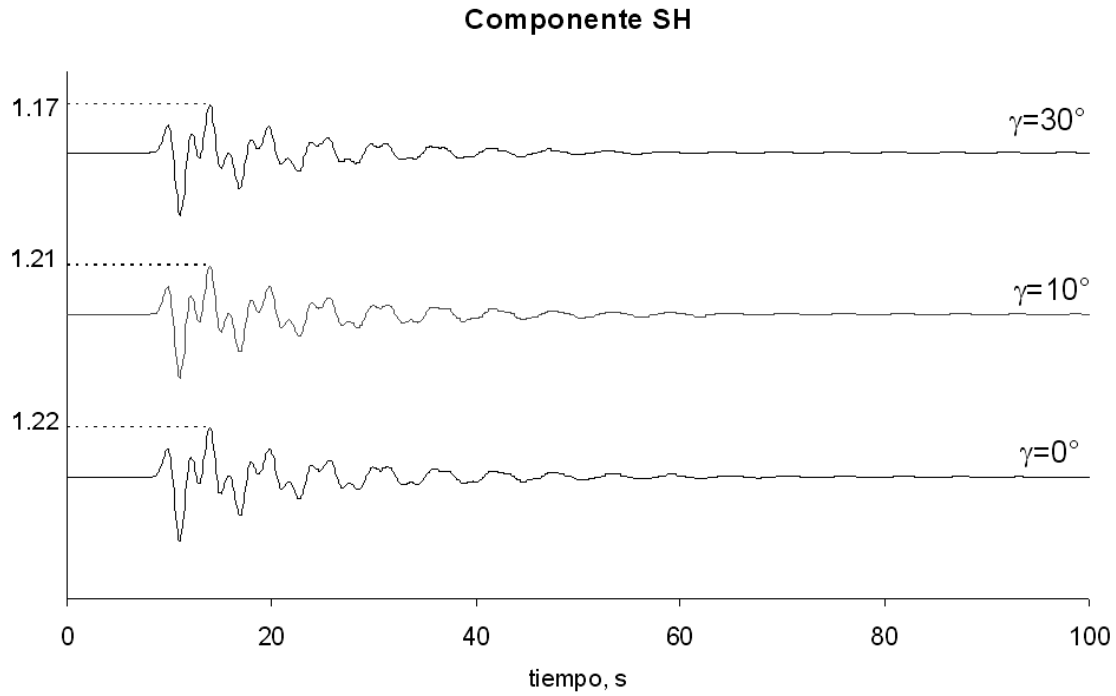


Figura 4.18 Sismogramas sintéticos en la dirección v , para diferentes ángulos de incidencia, se indican las aceleraciones máximas de cada sintético. Fuente: Autor.

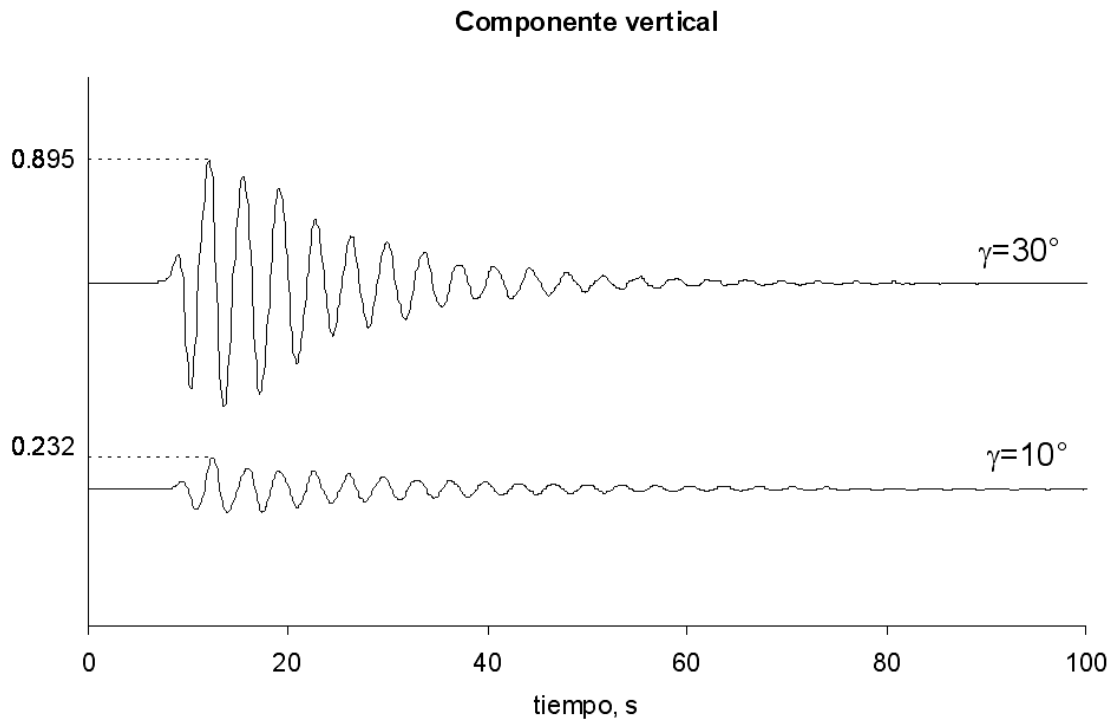


Figura 4.19 Sismogramas sintéticos en la dirección w , para diferentes ángulos de incidencia, se indican las aceleraciones máximas de cada sintético. Fuente: Autor.

4.5 Introducción al método indirecto de elementos de frontera

El método indirecto de elementos de frontera (IBEM por sus siglas en inglés) se basa en la representación integral de las ondas difractadas y refractadas empleando para ello fuentes en las interfases; se llama indirecto por que las fuerzas de la fuente se obtienen como un paso intermedio. Las condiciones de frontera derivan en un sistema de ecuaciones integrales para encontrar las fuentes en la frontera y para su solución se utiliza una discretización basada en la integración numérica y analítica de la función de Green para desplazamientos y tracciones.

El IBEM puede verse como la representación matemática del principio de Huygens: *Para reconstruir un frente de onda, todo punto de la superficie de discontinuidad actúa como fuente e irradia energía.*

4.5.1 La función de Green

La función de Green, $G(x, \xi)$, es por sí misma solución de la ecuación de onda, y proporciona el campo de desplazamiento en el punto x cuando se aplica una fuerza unitaria en el punto ξ a una distancia r del punto x , esto es

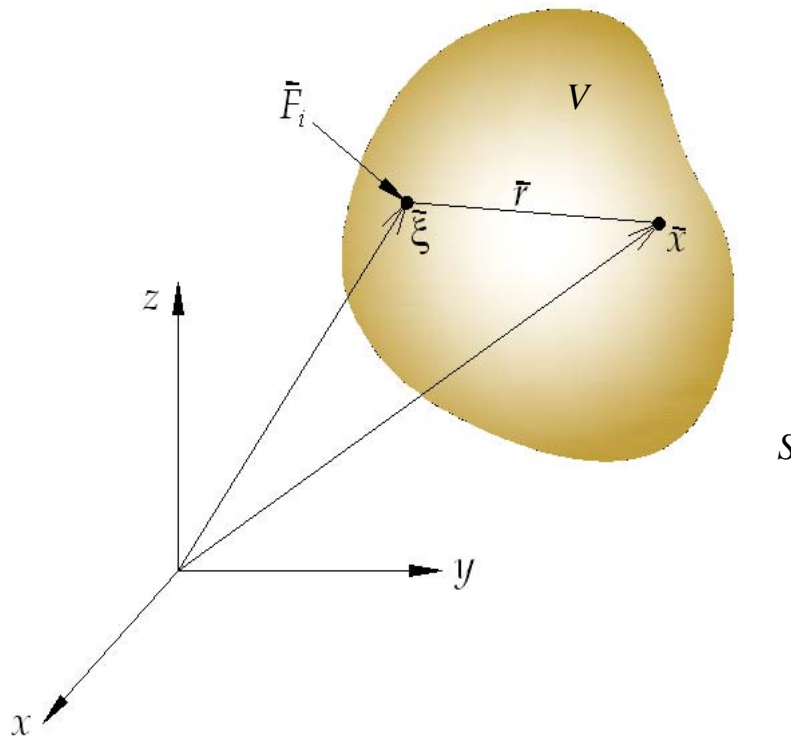


Figura 4.20 Representación de la función de Green. Fuente: Autor.

Analíticamente, la función de Green tiene la forma

$$G_{ij} = \frac{1}{4\pi\mu r} \{f_1 \gamma_i \gamma_j + f_2 (\delta_{ij} - \gamma_i \gamma_j)\} \quad (4.28),$$

Donde γ_i y γ_j son los cosenos directores de la fuerza F_i y representan sus componentes transversales y longitudinales, μ es el módulo de rigidez en cortante del medio, δ_{ij} es la delta de kronecker, f_1 y f_2 valen, para el caso estático

$$\begin{aligned} f_1 &= 1 \\ f_2 &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\beta^2}{\alpha^2} \right) \end{aligned} \quad (4.29),$$

y para el caso dinámico la función de Green se define como

$$G_{22} = \frac{1}{4\mu i} \frac{H_0^{(2)}(\omega r / \beta)}{\beta^2} \quad (4.30),$$

donde $H_0^{(2)}$ es la función de Hankell de segunda especie y de orden cero. La función de Green es singular en el punto de aplicación de la fuerza ($x = \xi$).

Supongamos que el volumen V está sujeto a una densidad de fuerzas desconocida $\phi(\xi)$, el desplazamiento de cualquier punto dentro del volumen se calcula sumando las contribuciones de ϕ a lo largo de toda la frontera S la cual puede ser cerrada o abierta, esto es

$$u_i(x) = \int_S \phi_j(\xi) G_{ij}(x, \xi) dS_\xi \quad (4.31),$$

las tracciones se obtienen mediante la ley de hooke

$$t_i(x) = c \phi_i(x) + \int_S \phi_j(\xi) T_{ij}(x, \xi) dS_\xi \quad (4.32),$$

donde c es el coeficiente de término libre; cuando S es plana en x , $|c| = 1/2$. La existencia de singularidades que requieren tratamiento analítico de la integral implica inestabilidad numérica para distancias pequeñas entre x y ξ .

Además, para que se cumpla la condición de irradiación al infinito, las ecuaciones (4.31) y (4.32) no pueden aplicarse al campo incidente sino al reflejado y difractado. Entonces, se descompone el campo total en dos términos

$$\begin{aligned} u &= u^{(d)} + u^{(0)} \\ t &= t^{(d)} + t^{(0)} \end{aligned} \quad (4.33),$$

donde $u^{(0)}$ y $t^{(0)}$ son los campos de referencia, que están dados por desplazamientos y esfuerzos asociados a la excitación (campo incidente).

Para la solución del problema, se imponen las condiciones de frontera correspondientes, y se obtiene un sistema de ecuaciones integrales donde las incógnitas son las densidades de fuerza ϕ . Al resolver dicho sistema se sustituye la distribución de densidades de fuerza en la ecuación 4.31 y se determina el campo de desplazamientos reflejado y difractado el cual debe sumarse a la solución de referencia.

4.6 Respuesta sísmica de valles aluviales

La siguiente figura corresponde al modelo de un valle aluvial inmerso en un semiespacio, su forma es trapezoidal, tiene 1 Km de profundidad y 10 Km de longitud en la superficie los taludes son de 26.6° (1:2).

Se ubicaron 51 estaciones sobre la superficie libre a una distancia de 0.25 km entre sí. Las propiedades del valle se muestran en la figura 4.21.

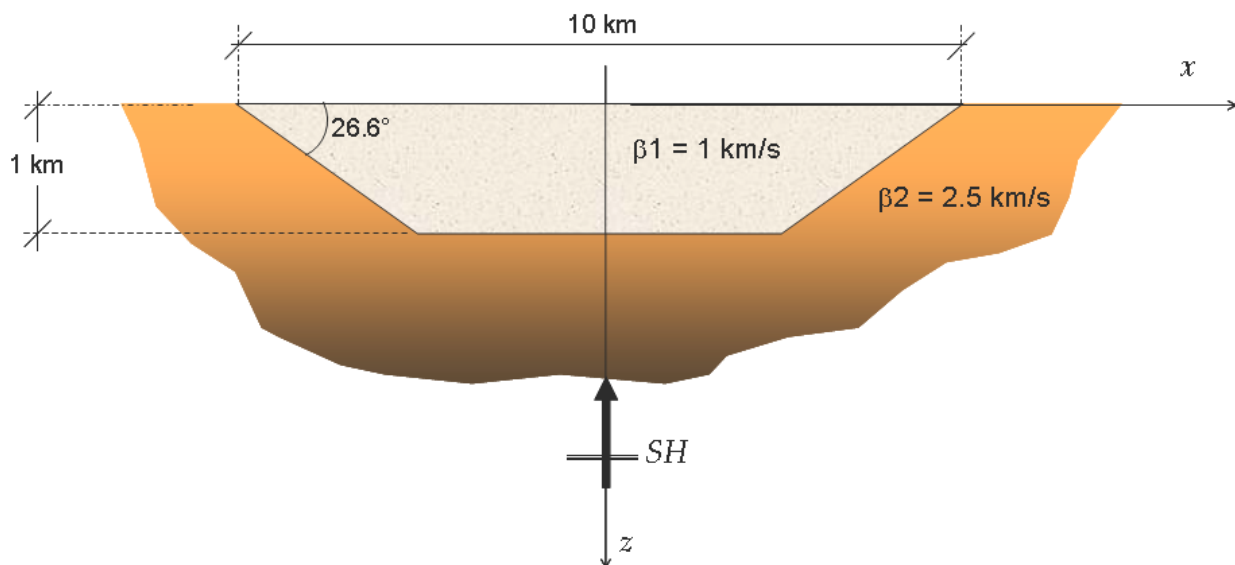


Figura 4.21 Modelo de valle aluvial inmerso en un semiespacio. Fuente: Effects of Topography and Subsurface Irregularities on Strong Ground Motion, Hiroshi Kawasee, 1990.

Este mismo modelo fue estudiado y publicado en 1990 por Hiroshi Kawasee (Ref. 7), y se resolvió mediante el Método Directo de Elementos de Frontera, BEM.

En las figuras 4.22 y 4.23 se hace la comparación entre la respuesta del valle calculada con dos métodos diferentes: el BEM, método usado por Kawasee y el IBEM, método usado en esta tesis. Los cálculos se hicieron para dos frecuencias características del pulso de Ricker, 0.25 Hz (4 segundos) y 0.5 Hz (2 segundos) para incidencia vertical de ondas SH. Nótese la correspondencia que existe entre las gráficas.

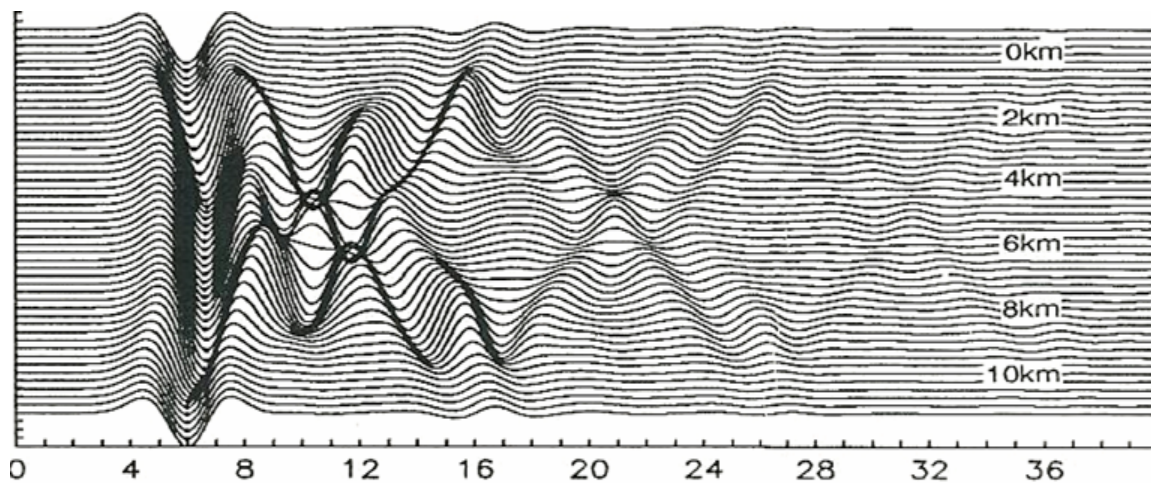


Figura 4.22 (a) Resultados del BEM. Fuente: Effects of Topography and Subsurface Irregularities on Strong Ground Motion, Hiroshi Kawasee, 1990.

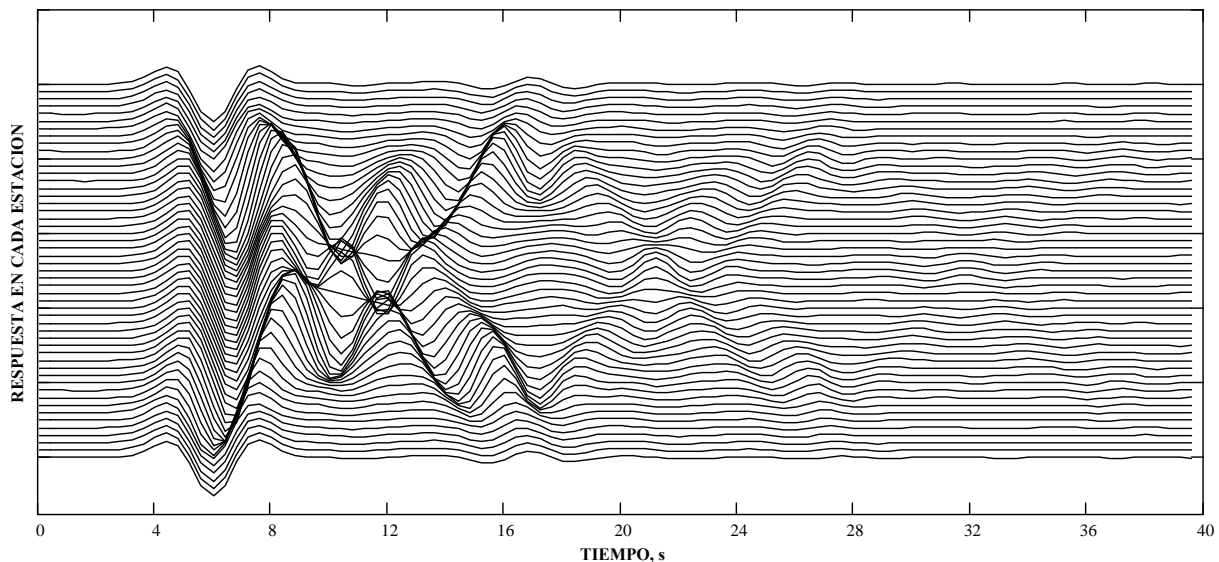


Figura 4.22 (b) Resultados del IBEM. Fuente: Autor.

Figura 4.22 Sismogramas correspondientes al valle de la figura 4.21 para un pulso de Ricker con frecuencia característica de 0.4 Hz

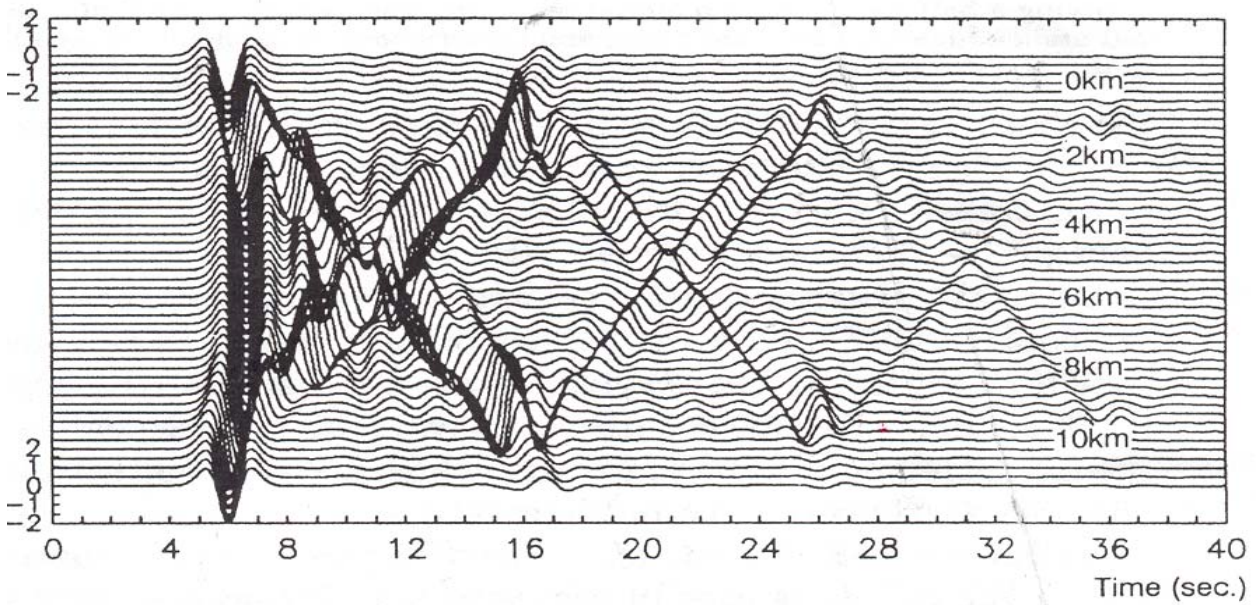


Figura 4.23 (a) Resultados del BEM. Fuente: Effects of Topography and Subsurface Irregularities on Strong Ground Motion, Hiroshi Kawasee, 1990.

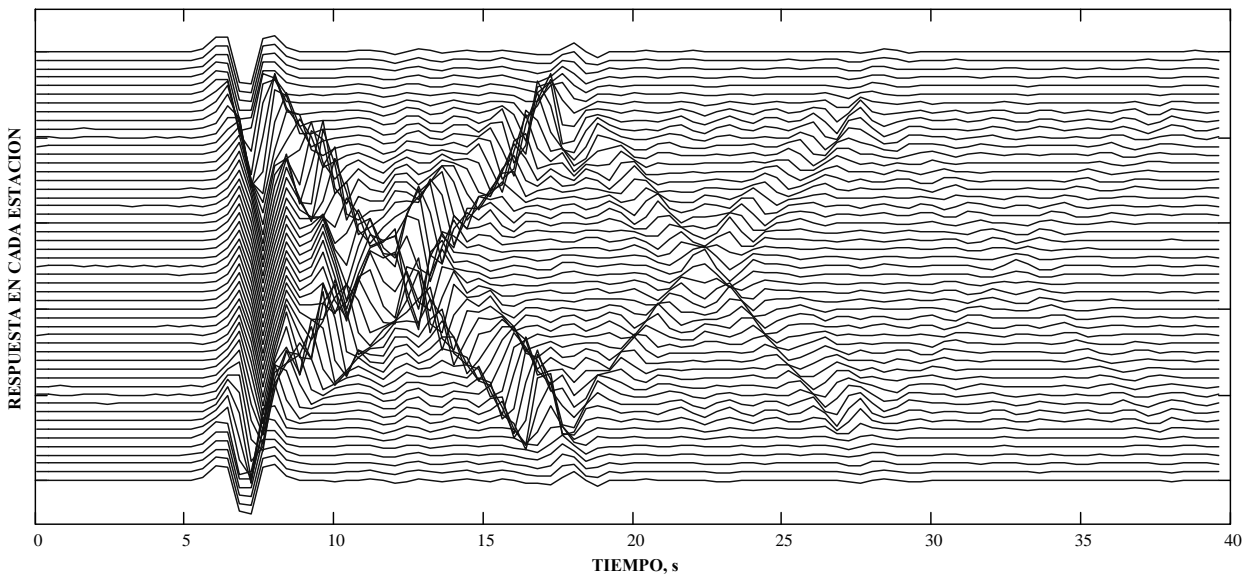


Figura 4.23 (b) Resultados del BEM. Fuente: Autor.

Figura 4.23 Sismogramas correspondientes al valle de la figura 4.21 para un pulso de Ricker con frecuencia característica de 0.4 Hz

Con objeto de identificar las características modales de la propagación a veces es conveniente hacer uso de diagramas en el plano frecuencia-espacio ($f-x$). Este tipo de diagramas permite ver la respuesta del modelo en el dominio de la frecuencia a lo largo de la superficie libre, mostrando la manera en que la energía se canaliza cuando es excitado con diferentes frecuencias.

En las siguientes gráficas se muestran los diagramas $f-x$ del valle estudiado para incidencia de ondas SH verticales y con 30 y 60° de incidencia. En los diagramas se identifica la respuesta unidimensional del valle cuando se unen puntos con la misma amplitud.

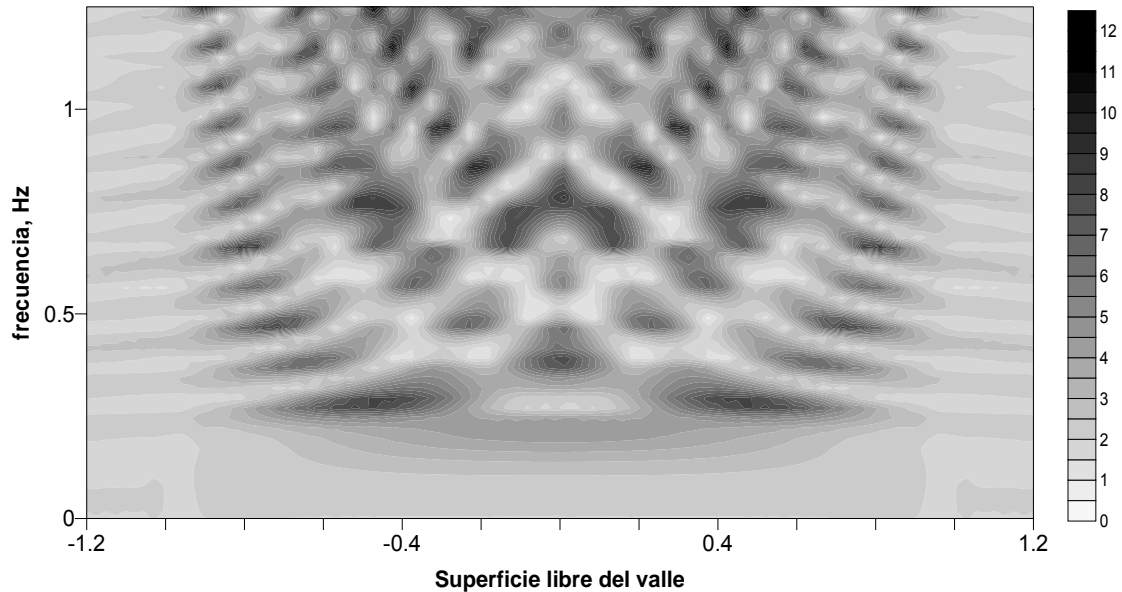


Figura 4.24 (a) Incidencia vertical

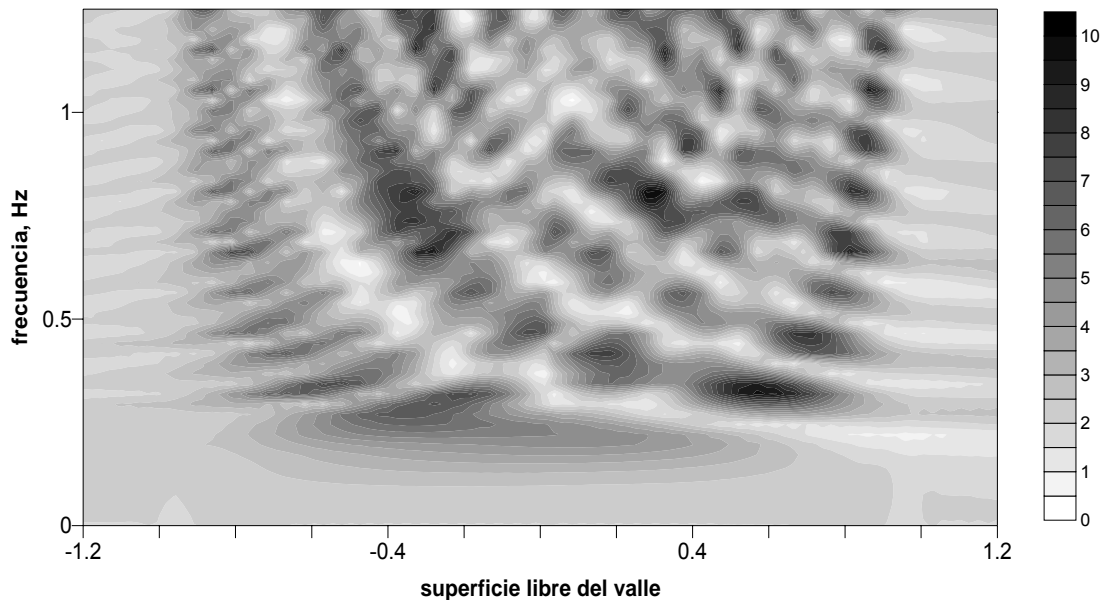


Figura 4.24 (b) Incidencia de 30°

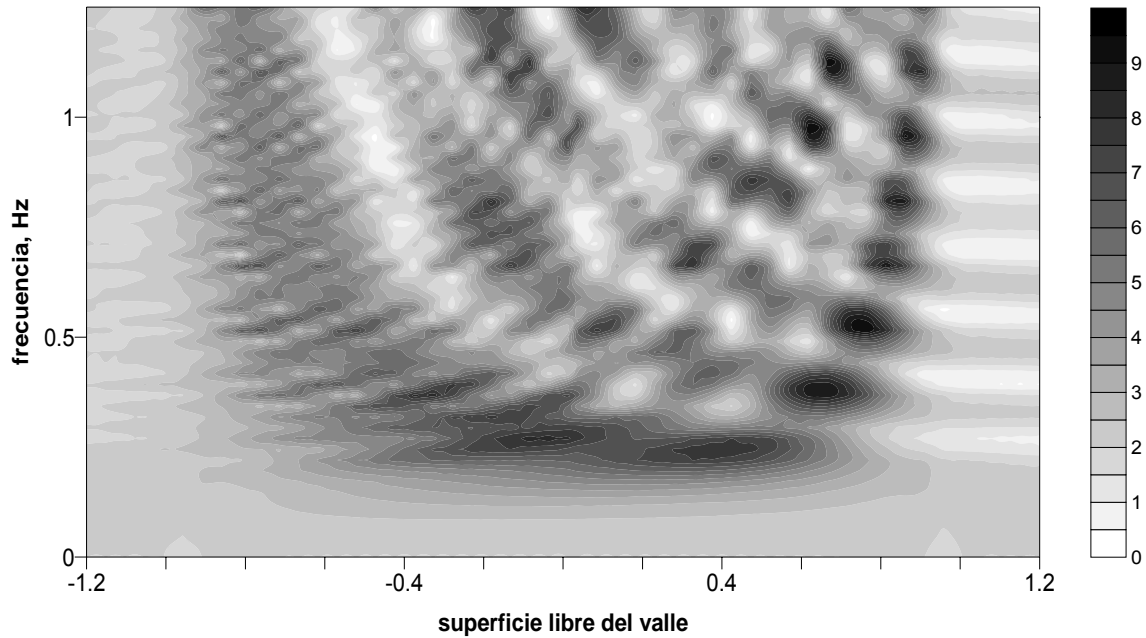


Figura 4.24 (c) Incidencia de 60°

Figura 4.24 Mapa de contornos de la función de transferencia en el plano frecuencia-espacio para ondas SH con diferentes ángulos de incidencia. Fuente: Autor.

Se observa que a menudo las amplitudes máximas ocurren cerca de los bordes y dentro de una porción que crece con la frecuencia. Este límite local corresponde a la resonancia local de un modelo unidimensional. Así, cuando la propagación de las ondas es dirigida hacia las zonas más profundas, las amplificaciones son también controladas por las ondas superficiales, preferentemente hacia las zonas más profundas.

El efecto que el ángulo de incidencia produce en la respuesta sísmica es el de disminuir la amplitud en el lado donde incide la onda e incrementarla en el lado opuesto. Esto evidencia el efecto del ángulo de incidencia en la conversión de ondas de cuerpo a modos superiores de propagación de ondas superficiales.

A continuación se muestran los sismogramas sintéticos para incidencia oblicua de ondas SH, primero con 30° y luego con 60° de incidencia, la frecuencia característica del pulso de Ricker fue de 0.25 Hz.

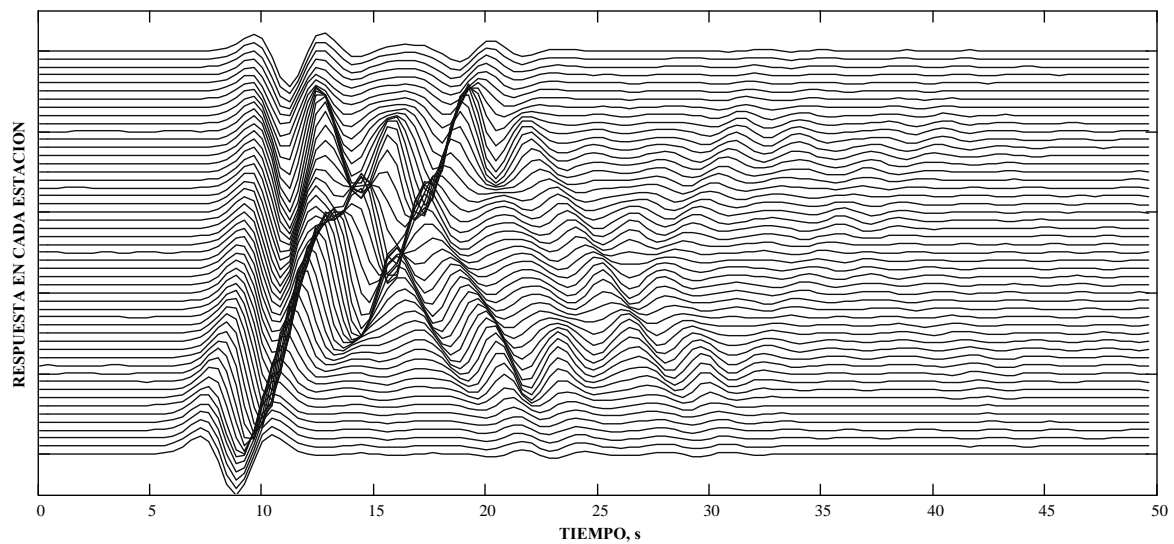


Figura 4.25 (a) Incidencia 30°

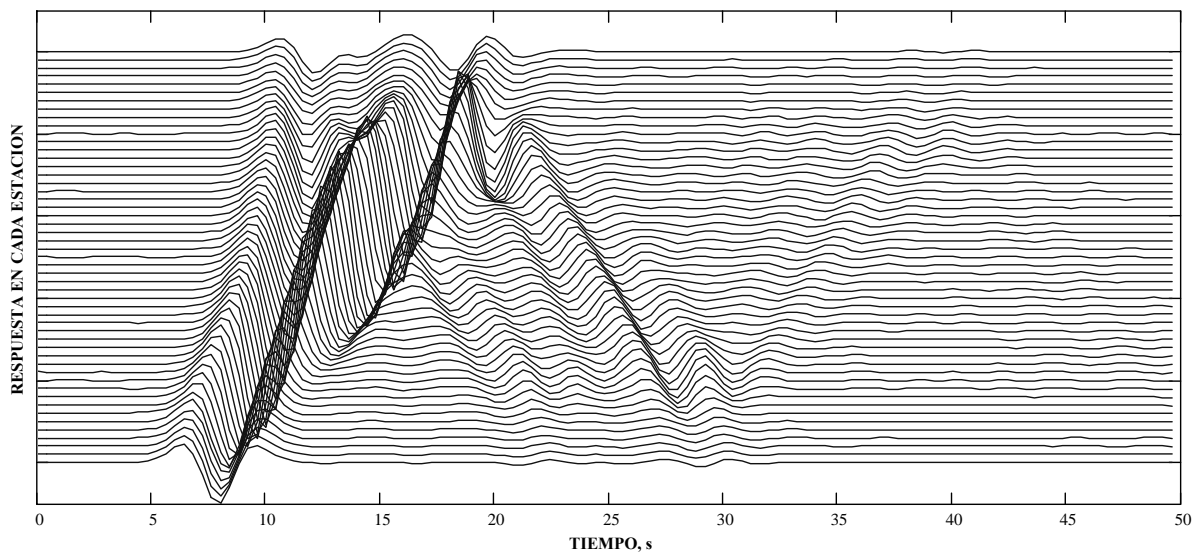


Figura 4.25 (b) Incidencia de 60°

Figura 4.25 Sismogramas correspondientes al valle de la figura 4.21 para ondas SH con diferentes ángulos de incidencia. Fuente: Autor.

Como hemos visto, los sismogramas resultantes para un modelo 2D contienen más información que los sismogramas calculados con modelos unidimensionales. A diferencia de un modelo unidimensional, en los sismogramas del valle se identifican los efectos laterales, así como los grupos de ondas que van y vienen sobre la superficie libre.

V.- EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Hasta ahora, hemos visto diferentes métodos para calcular la respuesta sísmica de topografías sencillas, si bien no son los únicos métodos, sí ejemplifican la manera de proceder, conceptualmente hablando, ante problemas de esta rama de la ingeniería.

En este capítulo se hace un estudio de lo que fue el sismo del 19 de septiembre de 1985, en la ciudad de México. Primero se hablará de los registros en dos zonas diferentes, indicando las limitaciones que pueden presentarse cuando se hace un análisis unidimensional para calcular la respuesta en medios estratificados ante un sismo de tales dimensiones. Posteriormente se estudia el mismo valle del capítulo 3 ante incidencia de ondas planas SH, mediante una señal más compleja como es el registro de CU para el sismo de 1985.

Es evidente que, como ingenieros civiles, el objetivo real al estudiar el problema de propagación de ondas sísmicas es encontrar los espectros de respuesta de un sitio determinado, para así llegar a construir su espectro de diseño. No obstante que existe software especializado, tal es el caso de los programas *Zeta* y *Degtra*, ambos desarrollados en el Instituto de Ingeniería de la UNAM. Es importante tener los elementos para poder partir de cero, es decir calcular espectros de respuesta donde los registros sísmicos sean pocos o simplemente no existan.

5.1 El sismo de 1985

Han pasado dos décadas desde su ocurrencia, y aún hoy, el sismo del 19 de septiembre de 1985 sigue siendo objeto de estudio en diferentes instituciones no sólo de México sino de otras partes del mundo, en parte porque a la fecha no existe un consenso general sobre los mecanismos precisos de la catástrofe que permita unificar los trabajos científicos que se han realizado sobre él. La magnitud del sismo lo coloca entre los mayores en la historia de México, sin embargo se tienen registros de sismos con magnitudes similares sin haber ocasionado una catástrofe similar a la vivida en 1985. Se sabía que la zona blanda del centro de la ciudad de México era más susceptible de dañarse, y que por tal motivo requería normas más estrictas; esta mayor severidad había sido la política normativa desde 1957. Las normas de 1976 se basaban principalmente en la experiencia del sismo de 1957, cuyas amplitudes fueron rebasadas considerablemente en 1985, 28 años después.

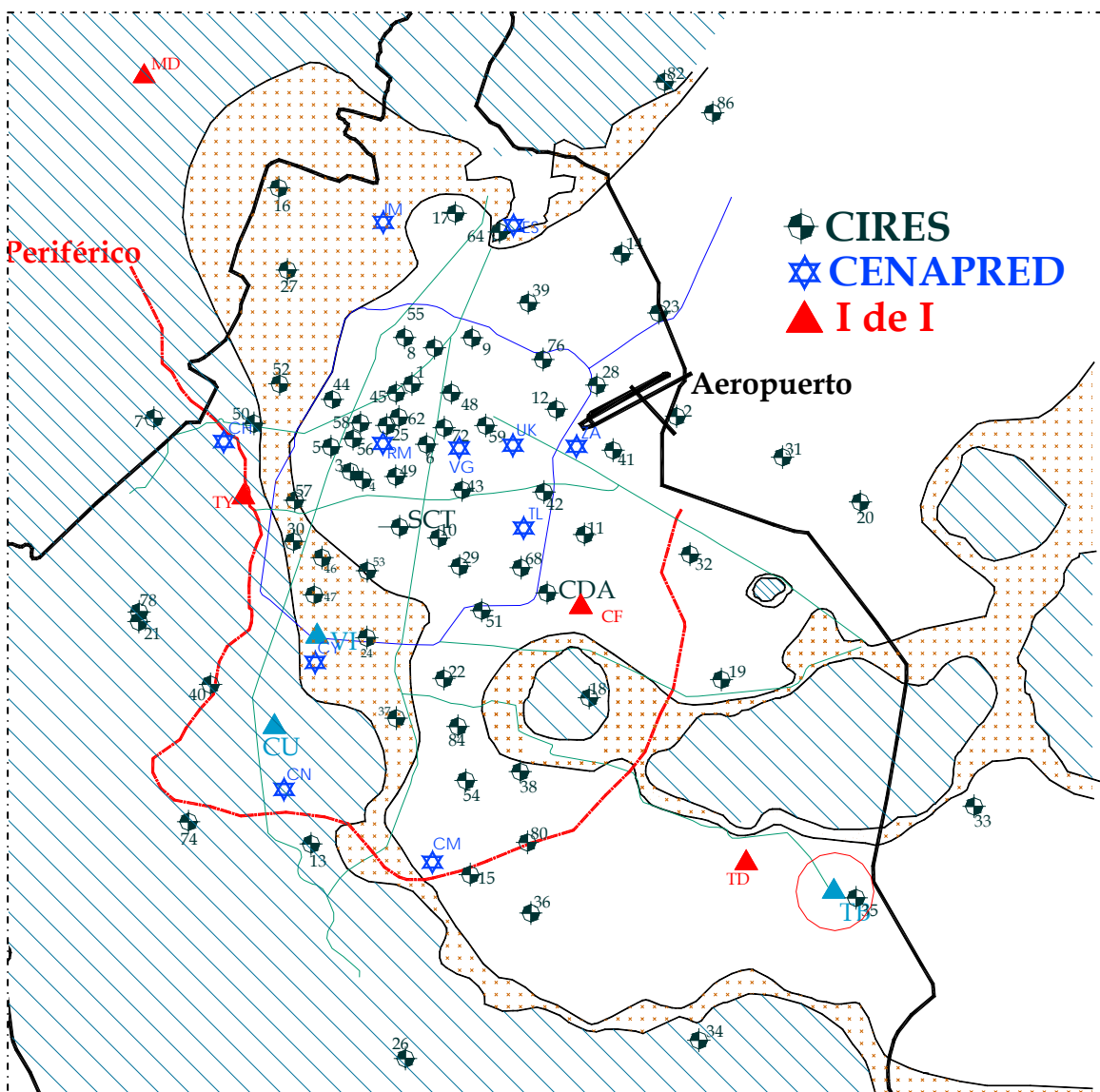


Figura 5.1 Red acelerométrica de la Ciudad de México. Fuente: Autor.

El sismo de 1985 fue extensamente registrado en el valle de México por la red acelerográfica de ese entonces y con el paso de los años, a través del estudio de estos registros se han encontrado particularidades en la respuesta sísmica del valle de México.

5.2 Geología del Valle de México

Gran parte de la ciudad se encuentra construida en la orilla del lecho de un lago, el cual se ha ido secando desde que fue drenado en tiempos de la Colonia. Los sedimentos depositados por el lago produjeron un perfil de capas dispuestas horizontalmente en el subsuelo: una capa relativamente firme de grava y relleno en la superficie de 5 a 10 m de espesor con una velocidad de onda de corte efectiva de aproximadamente 90 m/s; una capa subyacente de arcilla suave de 25 a 35 m de espesor con velocidad de onda de corte de 57 m/s, y debajo de esta se encuentra una capa de arena firme de 2 a 5 m de espesor, con un valor de velocidad de onda de corte de 150 m/s. A partir de esta profundidad se localizan capas más profundas de arcilla y arena. En la figura 5.1 se muestra un corte geológico aproximado en dirección SW-NE de la cuenca de México.

Mucho se ha hablado de que el principal factor de daño en el sismo del 85 fue la amplificación del movimiento en la zona de terreno blando. Se ha comprobado que el subsuelo blando de la Laguna de México produce amplitudes sísmicas varias veces superiores a las observadas en el subsuelo firme de los alrededores, el cual, es a la vez el mismo sobre el cual se asienta la laguna, por lo tanto, la amplificación se debe necesariamente a la capa de suelo blando.

La amplificación que sufren las ondas sísmicas en este tipo de materiales (Limos o Lodos orgánicos) se explica en primera línea por el contraste entre rigideces. La velocidad de propagación de una onda elástica depende aproximadamente de la raíz cuadrada de la rigidez. Cuando la onda pasa de un medio con cierta rigidez a uno con una menor, la onda se refracta y se frena. Por el principio de la conservación de la energía, la amplitud tiene que aumentar.

Los efectos de la geología superficial en el movimiento sísmico se han reconocido con el tiempo, luego de contemplar los daños que los sismos han ocasionado en diferentes partes del mundo así como las notables diferencias en la respuesta de sitios relativamente cercanos. En el caso del sismo del 85, las áreas dañadas de la ciudad sufrieron la combinación de los efectos de sitio de la cuenca misma con un flujo anómalo de la energía debido a la heterogeneidad de materiales a través de ella.

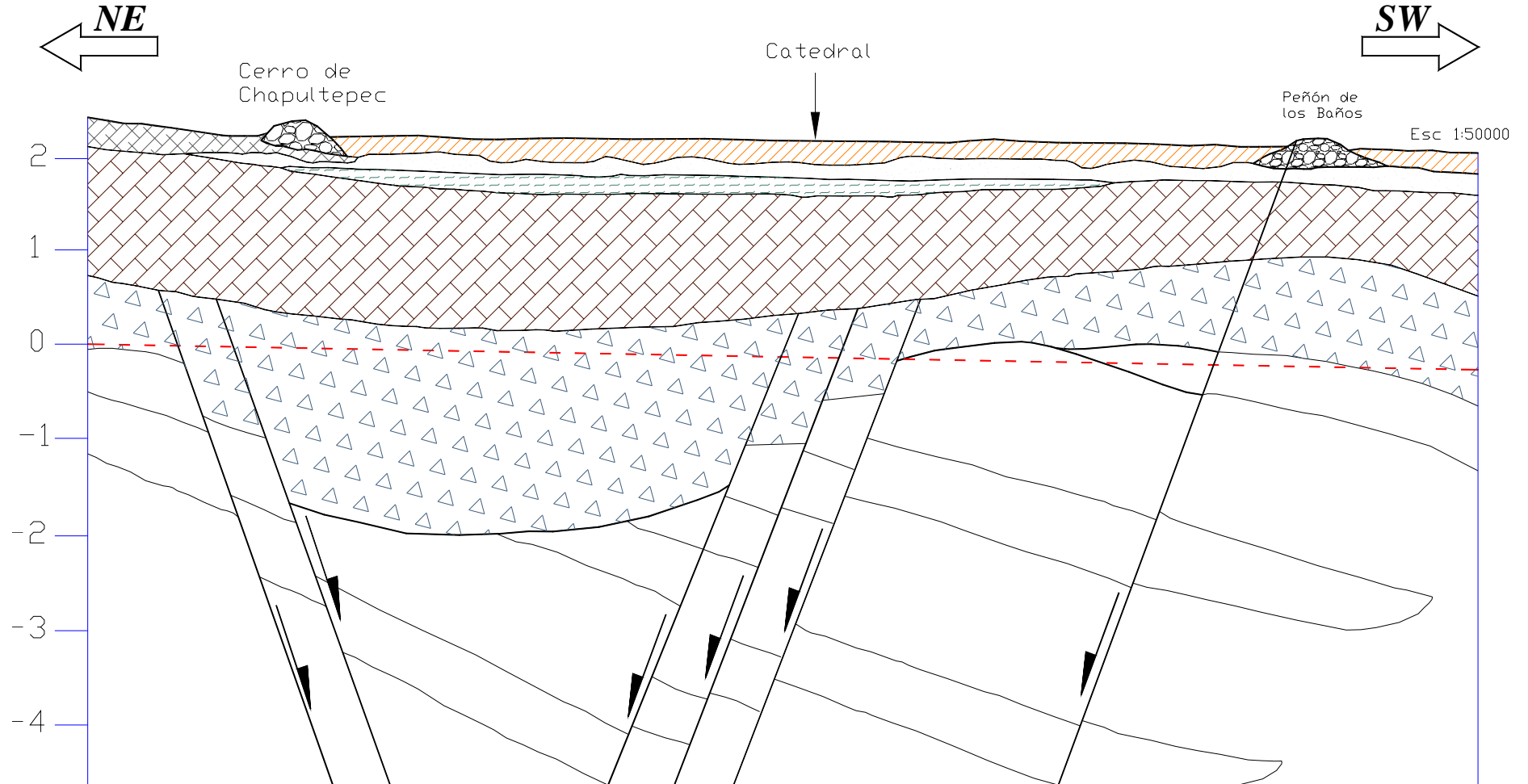


Figura 5.2 Corte geológica de la cuenca de México en dirección NE-SW. Fuente: *La sismología en México: 10 años después del temblor de Michoacán del 19 de septiembre de 1985*, Varios autores, Unión Geofísica Mexicana, 1995

A nuestra ciudad se le ha dado el nombre de " *valle de México* " por ser un antiplano rodeado por volcanes. En el principio, fue mar somero, luego planicie costera de una zona de subducción y finalmente una cuenca lacustre confinada en un altiplano, producto de la actividad volcánica y superficial (Figura 5.2). Los datos que hasta ahora se tienen indican una sucesión de capas eruptivas más o menos horizontales con un espesor total de 2 km antes de encontrar el basamento, es decir, las calizas del cretácico.

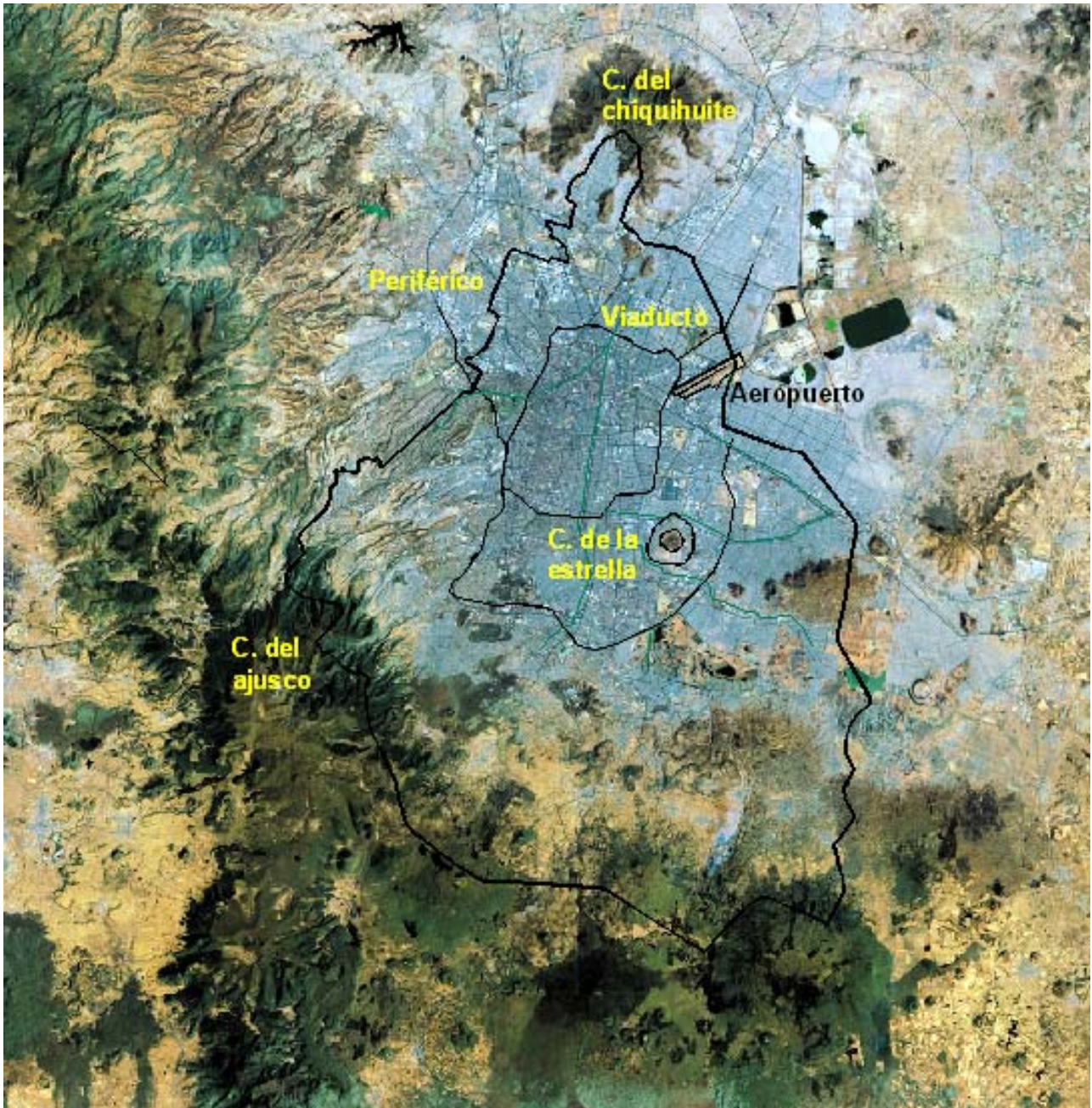


Figura 5.3 Vista aérea de la Cuenca de México, se observa el sistema montañoso que delimita el espacio en el que se asentó la ciudad. Fuente: www.arquonauta.com

5.3 Respuesta sísmica en dos sitios cercanos en la Ciudad de México

Los cocientes espectrales del movimiento para puntos en terreno suave respecto a un sitio en terreno firme, muestran amplificaciones que difieren en varios aspectos de lo que se esperaría de un análisis unidimensional de ondas de corte (tipo S).

Por ejemplo, pensemos en dos sitios de la ciudad de México, Viveros y Central de Abastos, relativamente cercanos entre sí, pero ubicados en zonas geotécnicas diferentes (por un lado Viveros en zona de transición y por otro Central de Abastos ubicada en zona de lago); calculemos entonces la respuesta en superficie de uno de los dos puntos a partir de los registros acelerográficos en el otro. Para ello se hace la suposición de que la onda que llegó al sitio 1 es la misma que generó el movimiento en el sitio 2. En este caso, la estación Viveros será identificada como el Sitio 1 y la estación Central de Abastos como el Sitio 2.

Los parámetros de la onda (γ, θ, ϕ) se obtuvieron a partir de prueba y error, y se escogieron los valores de ángulo que mejor reprodujera las señal registrada en Central de Abastos. Para obtener la respuesta se hizo un análisis unidimensional con el método de Haskell. A continuación se explica el procedimiento de análisis.

1.- Se tienen dos sitios con estratigrafías distintas y para cada sitio se tiene el registro de un sismo en particular.

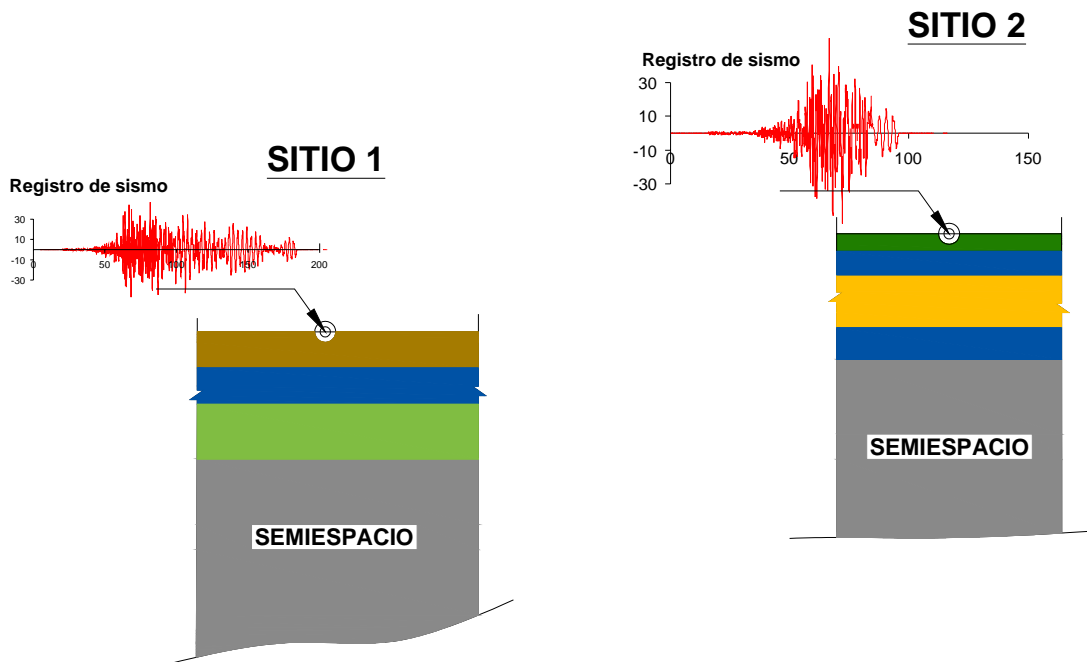


Fig 5.4 Registros sísmicos en dos sitios diferentes. Fuente: Autor.

2.- Se proponen los parámetros de la onda incidente (γ, θ, ϕ) y se calcula la función de transferencia para el sitio 1, una vez hecho esto, la señal original (la del registro sísmico) se deconvoluciona con la función de transferencia para obtener la señal en la base del sitio 1.

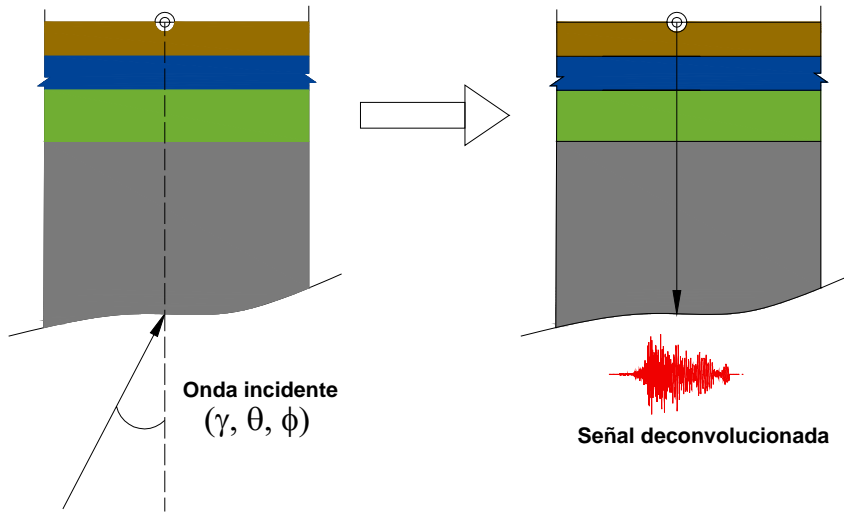


Fig 5.5 Obtención de la señal de entrada en la base del sitio 1. Fuente: Autor.

3.- Con los parámetros de la onda incidente propuestos, se calcula la función de transferencia en el sitio 2, luego, con la señal en la base del sitio 1 se calcula la respuesta sísmica en el sitio 2.

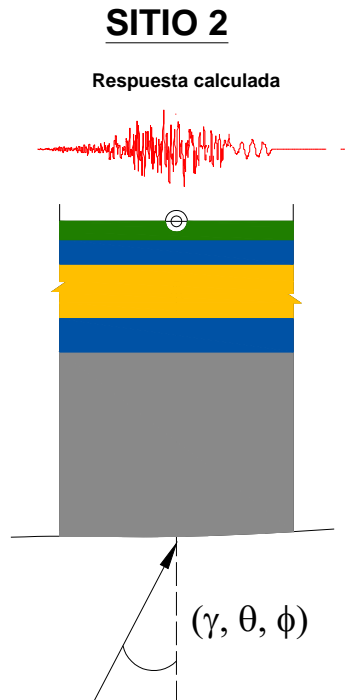


Fig 5.6 Obtención de la respuesta sísmica en el sitio 2. Fuente: Autor.

4.- Finalmente, se comparan las señales calculada y registrada en el sitio 2, si existe una gran diferencia entre ambas señales, se proponen nuevos parámetros de la onda incidente y se repite el procedimiento.

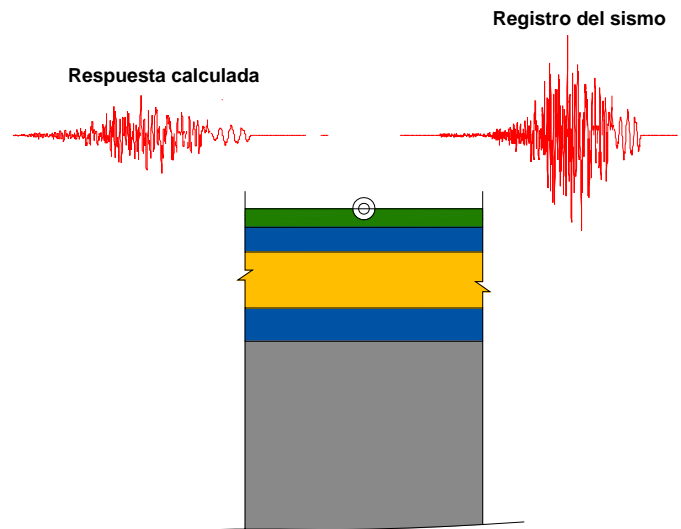


Fig 5.7 Comparación entre las señales calculada y registrada en el sitio 2. Fuente: Autor.

Debe tenerse en cuenta que los registros acelerográficos contienen mucha más información de la que un modelo unidimensional puede representar, por lo que para efectos de esta tesis, se aceptaron aquellos resultados que lograron reproducir al menos los primeros segundos de los registros observados. En la figura 5.8 se muestra la ubicación de los sitios Viveros y Central de Abastos y en la figura 5.9 se muestra la estratigrafía de cada sitio así como sus propiedades mecánicas.

Para cada sitio se cuenta con los registros del 19 de septiembre de 1985, los cuales fueron filtrados en un ancho de banda de 0.4 hz (Figuras 5.10 y 5.11).

Los parámetros de la onda incidente que mejor reproducía la respuesta en Central de Abasto fueron: $\gamma = 40^\circ$, $\phi = 10^\circ$ y $\theta = 50^\circ$. En figura 5.10 a 5.12, se muestran los sismogramas sintéticos contra la señal real, debe notarse que durante los primeros segundos del movimiento, la señal calculada es muy similar a los registros del 85.

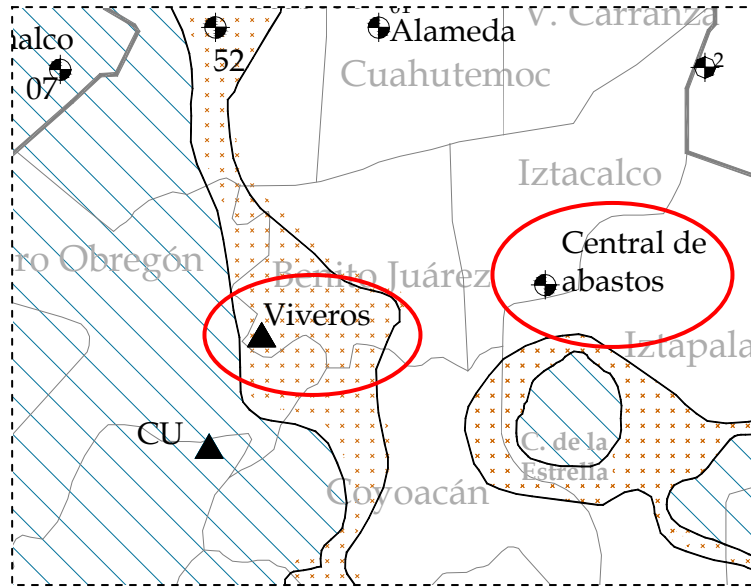


Figura 5.8 Ubicación de los sitios Viveros y Central de Abasto. Fuente: Autor.

SITIO VIVEROS

ESTRATO	H [m]	ρ [g/cm ³]	α [m/s]	β [m/s]
Relleno artificial	20	2.1	820	240
Toba arenosa	6	2.3	550	120
Lente arnoso	3	2.2	940	330
Toba arenosa	> 5	2.2	900	230
SEMIESPACIO	∞	5.0	3000	2000

SITIO CENTRAL DE ABASTOS

Estrato	H [m]	ρ [g/cm ³]	α [m/s]	β [m/s]
Costra superficial	9	1.9	1400	70
Serie arcillosa superior	32	2.0	1260	75
Toba arenosa	> 5	2.1	1470	220
SEMIESPACIO	∞	5.0	3000	2000

Figura 5.9 Propiedades del sitio CU y Viveros. Fuente: La sismología en México: 10 años después del temblor de Michoacán del 19 de septiembre de 1985, Varios autores, Unión Geofísica Mexicana, 1995.

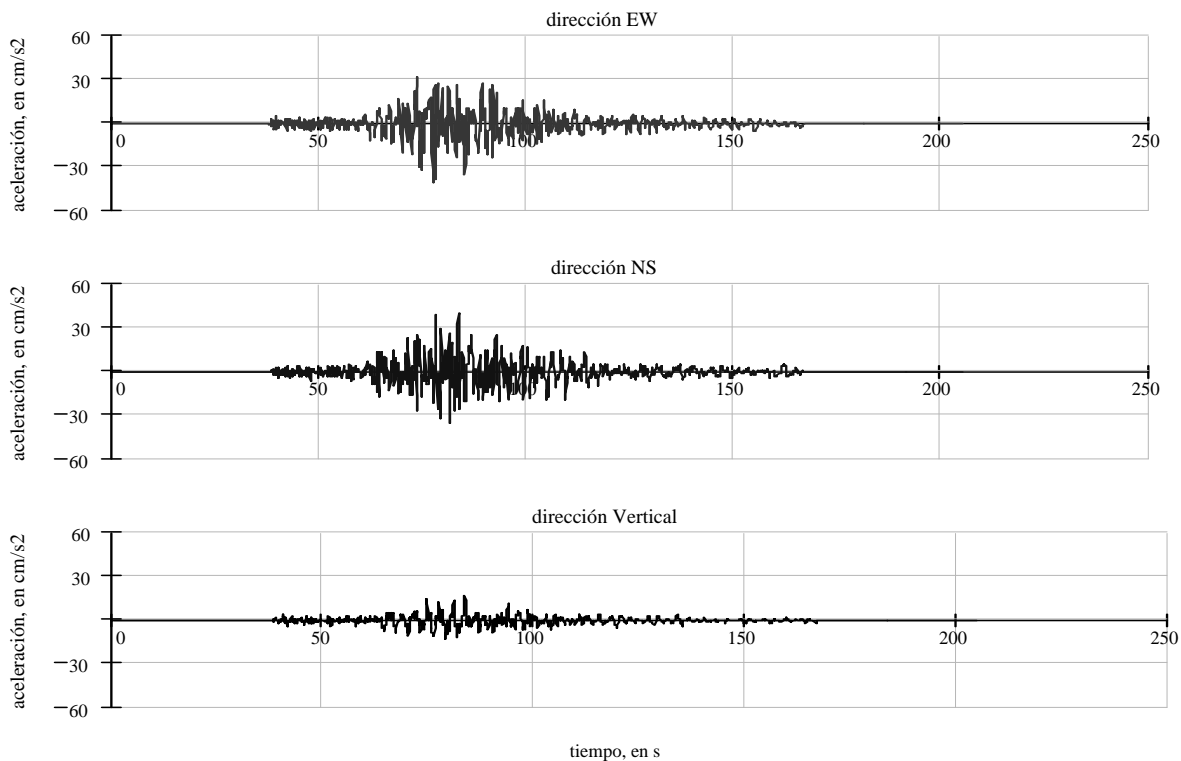


Fig. 5.10 (a) Registros originales en la estación Viveros, 19 de septiembre de 1985. Fuente: Base Mexicana de Sismos Fuertes.

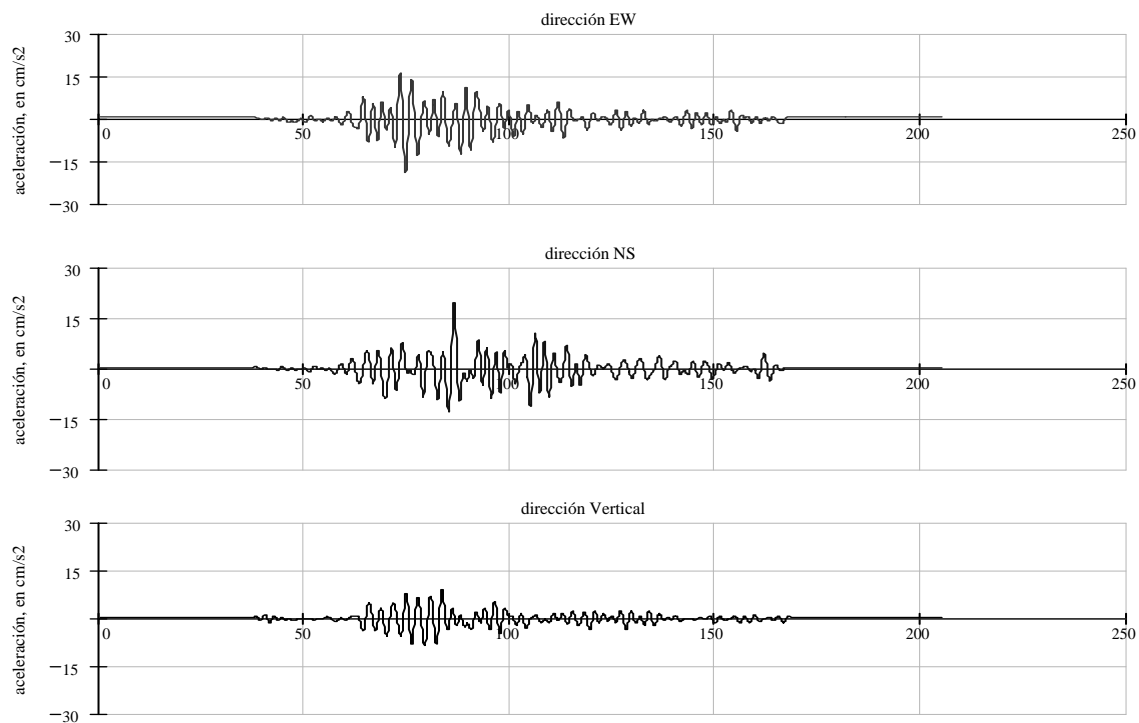


Fig. 5.10 (b) Aceleraciones de la estación Viveros filtradas en un ancho de banda de 0.4 Hz. Fuente: Base Mexicana de Sismos Fuertes.

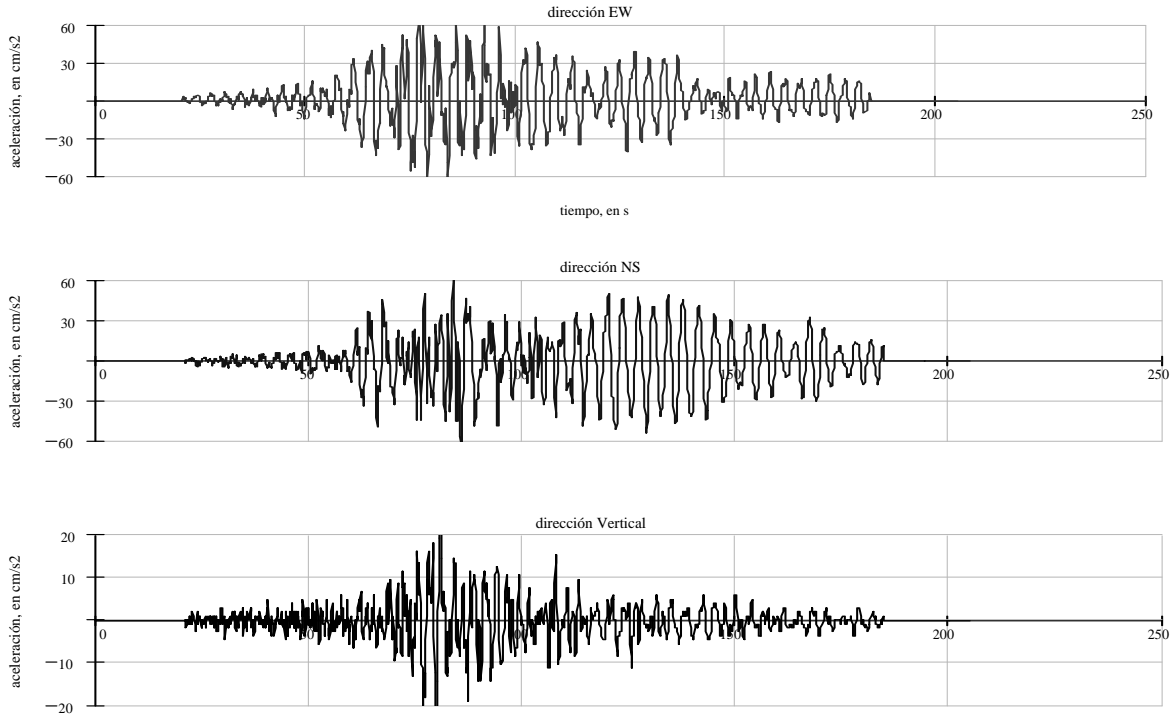


Fig. 5.11 (a) Registros originales en la estación Central de Abasto, 19 de septiembre de 1985 Fuente: Base Mexicana de Sismos Fuertes.

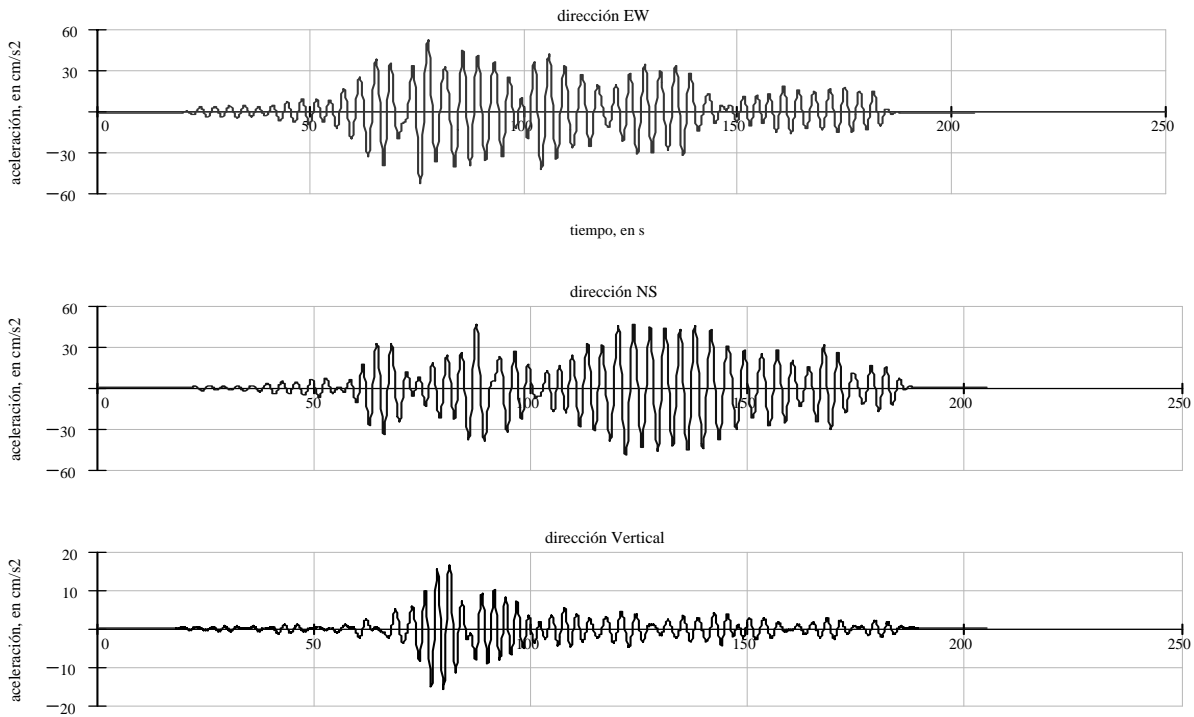


Fig. 5.11 (b) Aceleraciones de la estación Viveros filtradas en un ancho de banda de 0.4 Hz. Fuente: Base Mexicana de Sismos Fuertes.

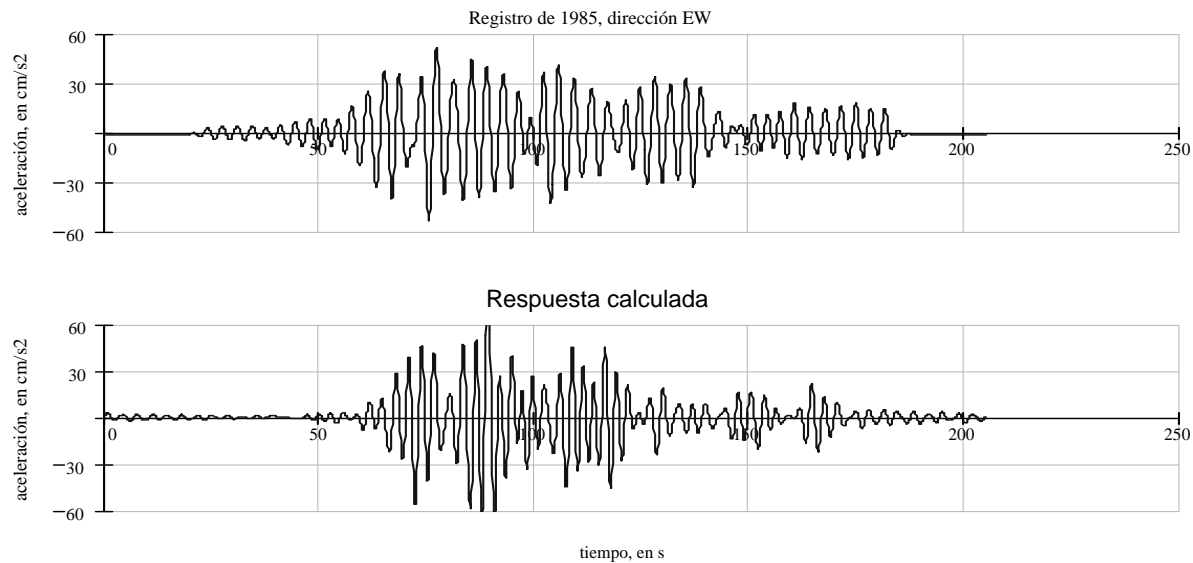


Fig. 5.12 Aceleraciones registradas y calculadas en Central de Abastos. Dirección EW. Fuente: Autor.

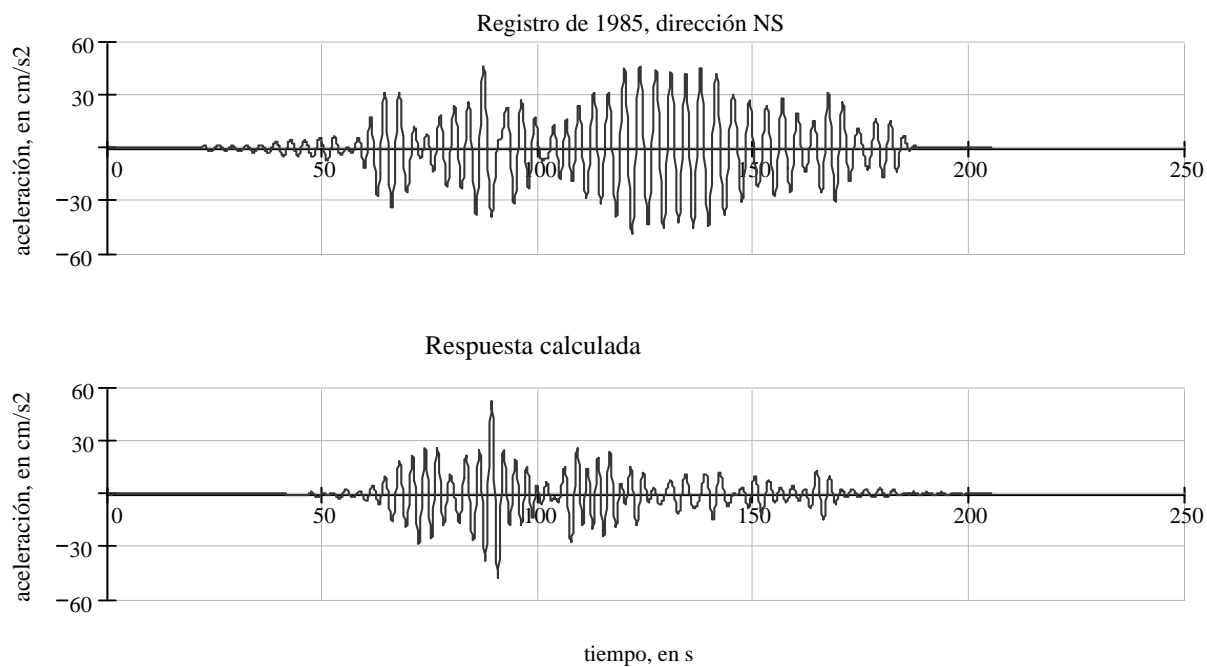


Fig. 5.13 Aceleraciones registradas y calculadas en Central de Abastos. Dirección NS. Fuente: Autor.

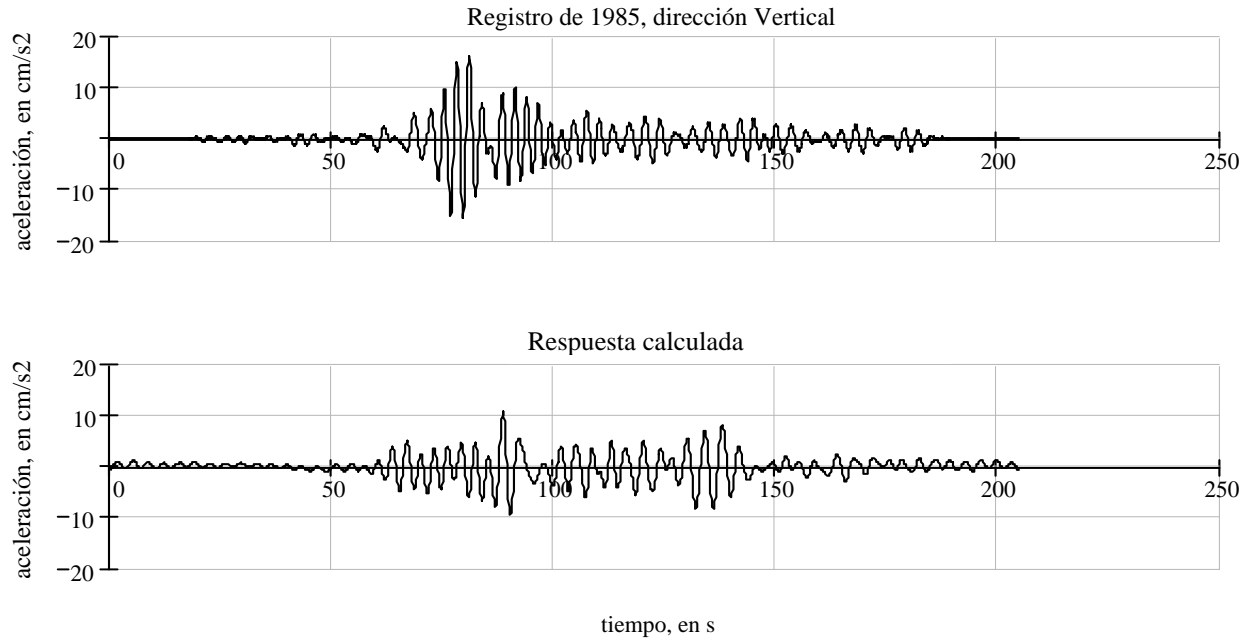


Fig. 5.14 Aceleraciones registradas y calculadas en Central de Abastos. Dirección Vertical. Fuente: Autor.

Puede verse que, al menos en los primeros segundos del movimiento se alcanza a reproducir la respuesta registrada en 1985, aunque para tiempos mayores, el análisis unidimensional no alcanza a reproducir la última parte del sismograma (lo que en sismología se conoce con el nombre de *coda*); en parte por que comienzan a aparecer efectos que este modelo no considera.

En general, en los primeros segundos de registro, se tiene la llegada de las ondas de cuerpo (P y S) y posteriormente se registra el movimiento generado por las ondas superficiales además de los efectos laterales que puede inducir la topografía misma.

Aunado a esto, las incertidumbres en la estratigrafía local pueden llevar a utilizar propiedades de los suelos diferentes a las reales.

En la siguiente figura se muestran los espectros de respuesta calculados y los observados durante el sismo de 1985, se aprecia que los espectros registrados rebasan en buena medida a los calculados lo cual era de esperarse debido a que los sismogramas calculados no contienen la coda, cuyas aceleraciones en algunos casos, llegan a superar a las aceleraciones durante los primeros segundos de movimiento.

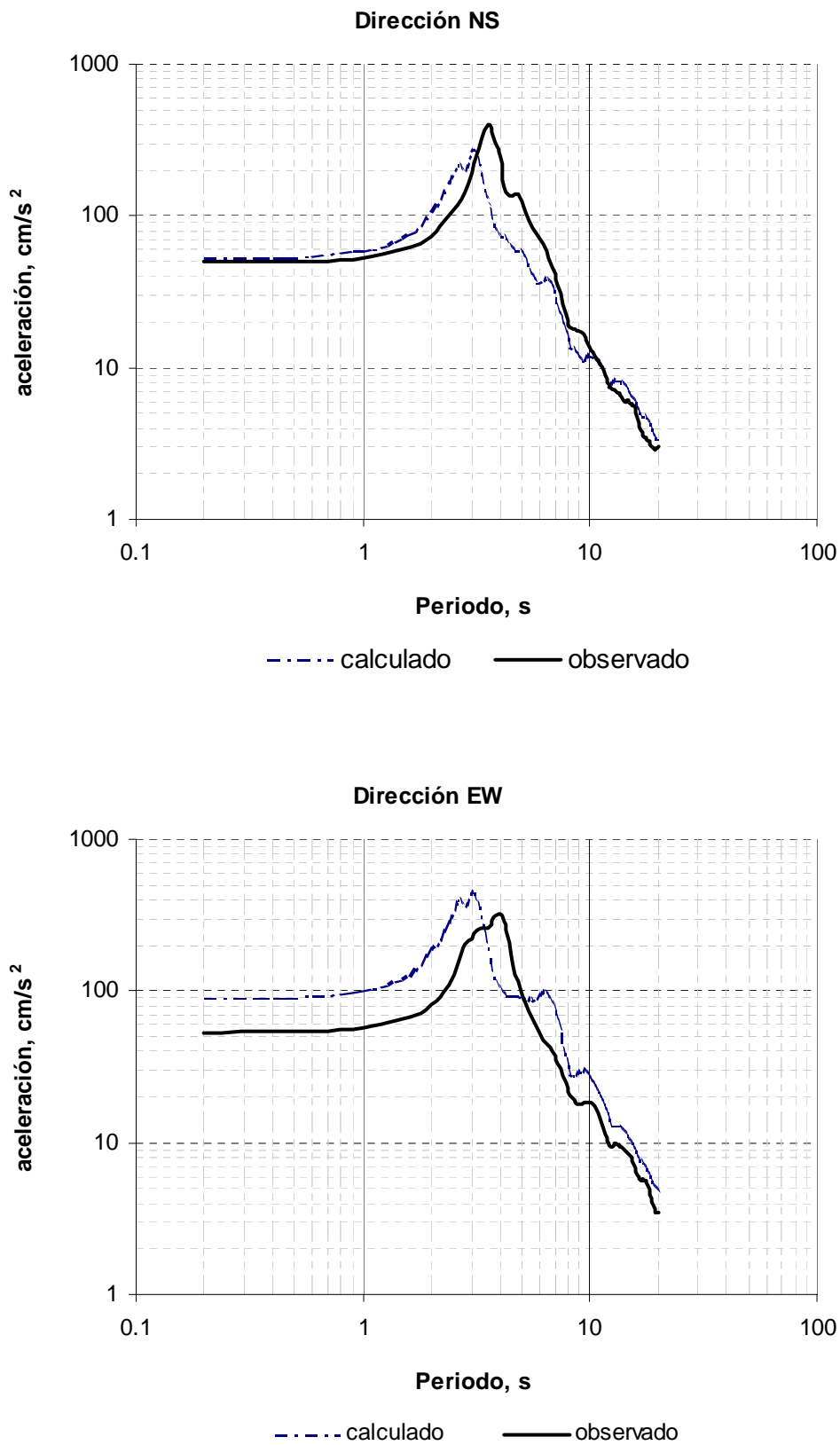


Figura 5.15 Espectros de respuesta para los acelerogramas calculados y los registrados en Central de Abasto durante el sismo de 1985. Direcciones NS y EW. Fuente: Autor.

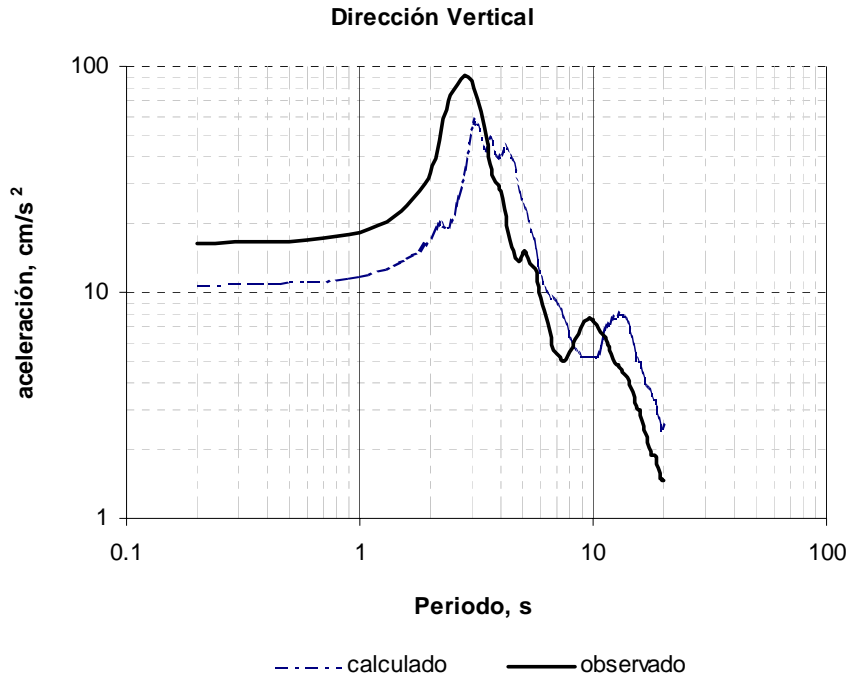


Figura 5.15 (continuación) Espectros de respuesta para los acelerogramas calculados y los registrados en Central de Abasto durante el sismo de 1985. Dirección Vertical. Fuente: Autor.

5.4 Espectros de respuesta de un valle aluvial

A continuación, se estudia el mismo valle de la figura 4.21 pero ahora bajo la excitación de la señal del acelerograma registrado en CU durante el sismo de 1985 para incidencia de ondas SH. En la Figura 5.17 se presenta la señal, filtrada en un ancho de banda de 0.4 Hz y en las figuras 5.18, 5.19 y 5.20 se muestra la respuesta del valle en su totalidad para ángulos de incidencia de 0° 30° y 60° respectivamente.

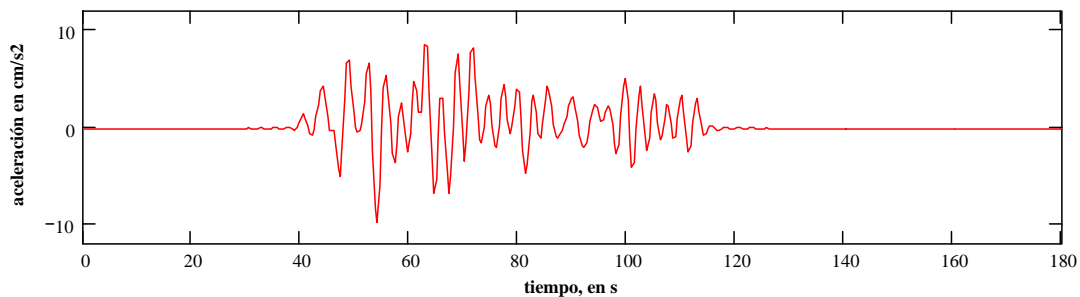


Figura 5.16 Sismograma registrado en CU durante el sismo de 1985, filtrado en un ancho de banda de 0.4 Hz. Fuente: Base Mexicana de Sismos Fuertes..

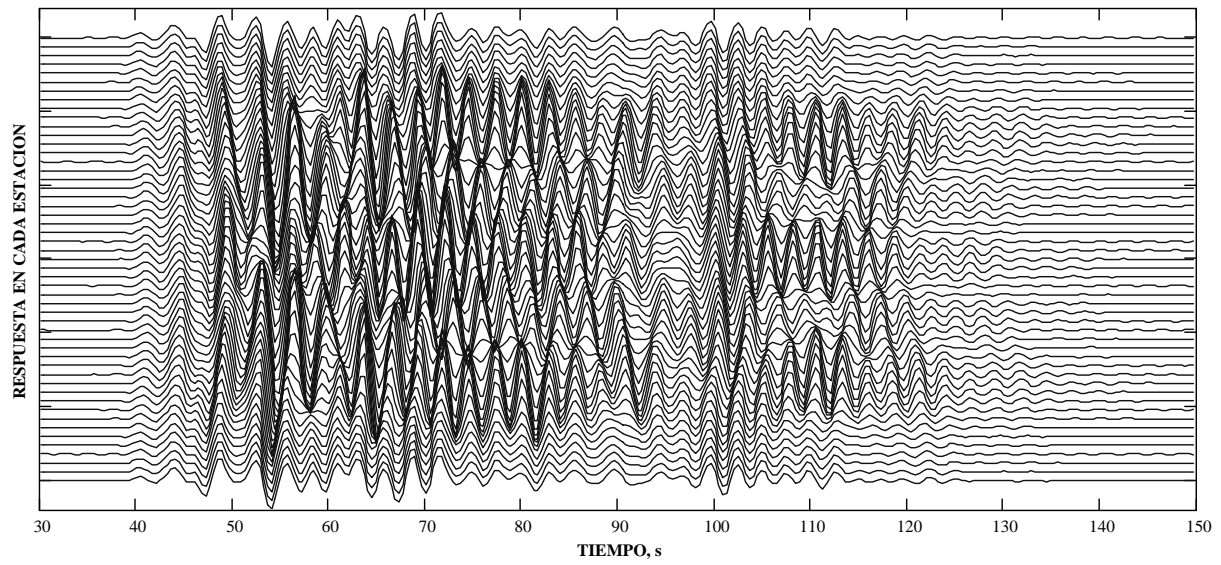


Figura 5.17 Respuesta del valle, incidencia vertical de ondas SH. Fuente: Autor.

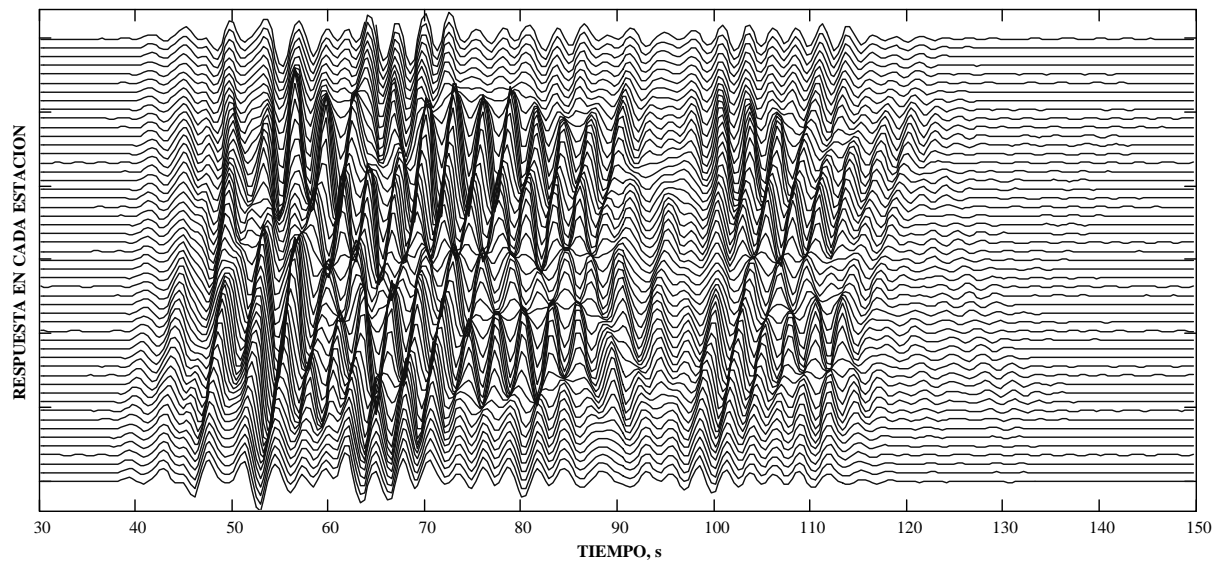


Figura 5.18 Respuesta del valle, incidencia de ondas SH con 30° de incidencia. Fuente: Autor.

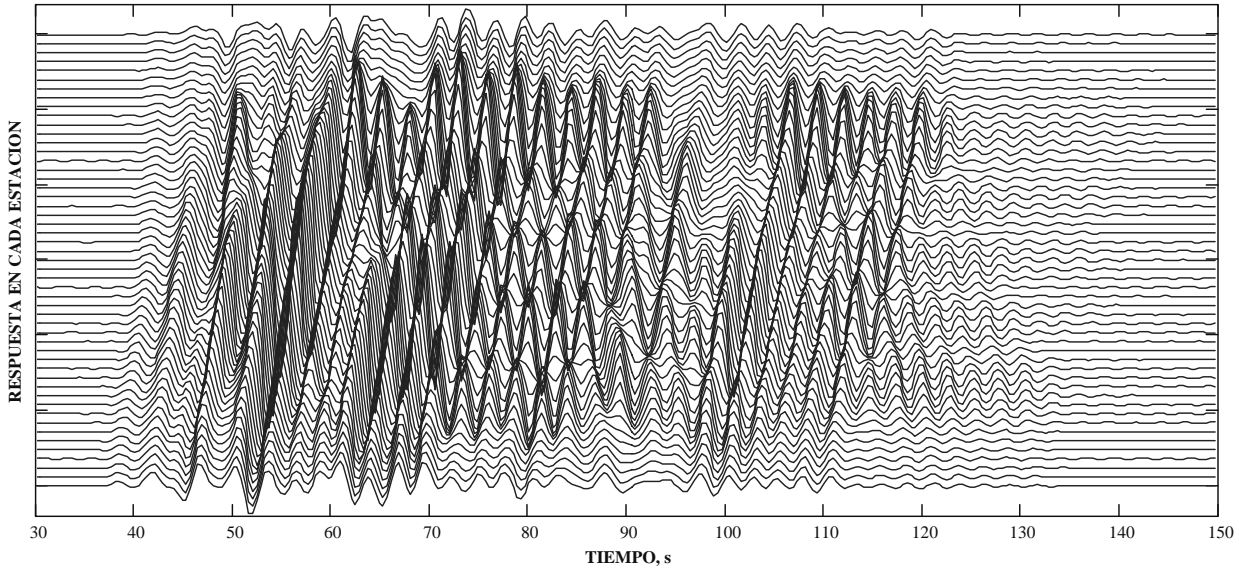


Figura 5.19 Respuesta del valle, incidencia de ondas SH con 60° de incidencia. Fuente: Autor.

En las siguientes figuras se muestra un detalle de los acelerogramas calculados en algunas estaciones del valle ante incidencia vertical y de 60°.

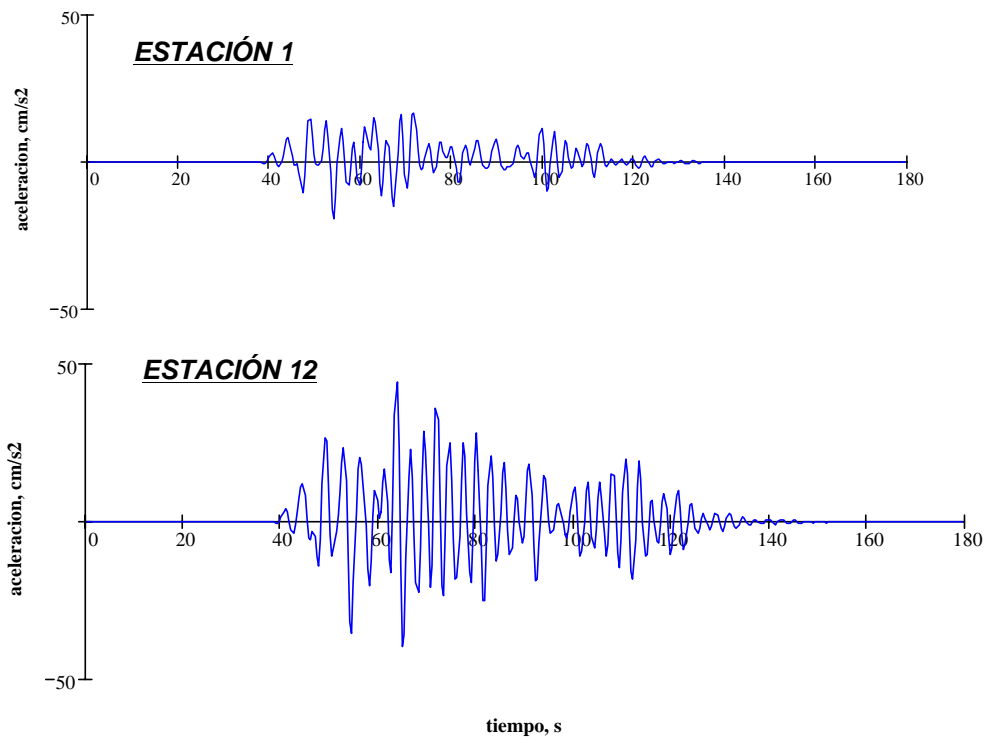


Fig. 5.20 Respuesta sísmica en superficie para algunas estaciones del valle Incidencia de onda vertical. Fuente: Autor.

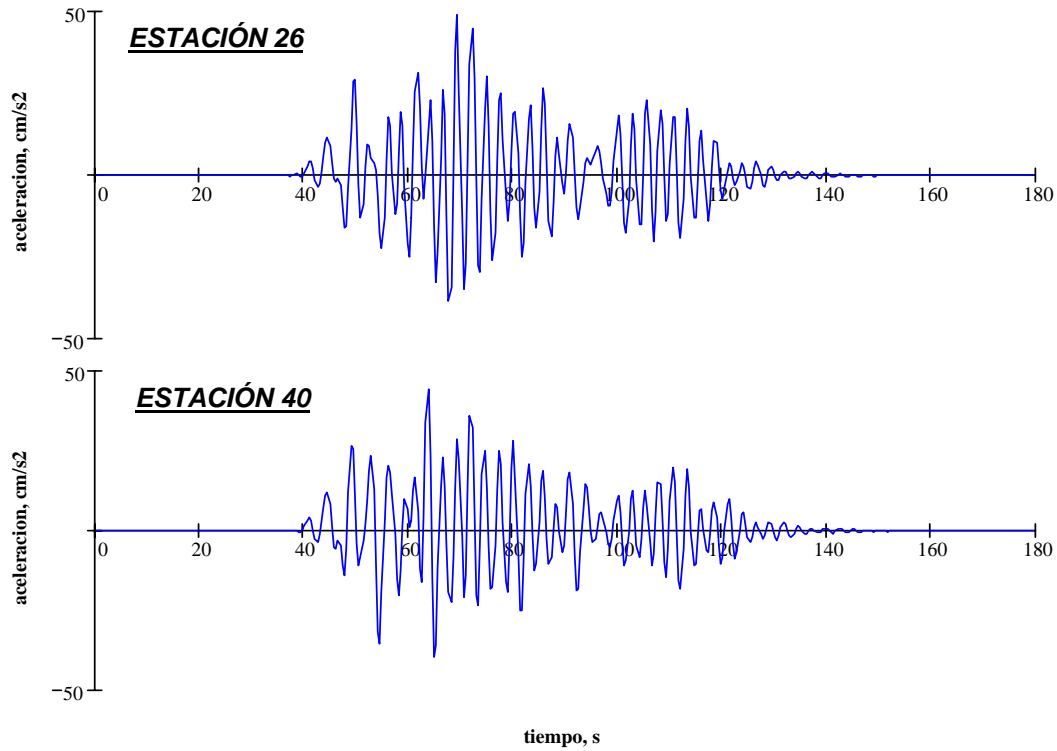


Fig. 5.20 (continuación) Respuesta sísmica en superficie para algunas estaciones del valle
Incidencia de onda vertical. Fuente: Autor.

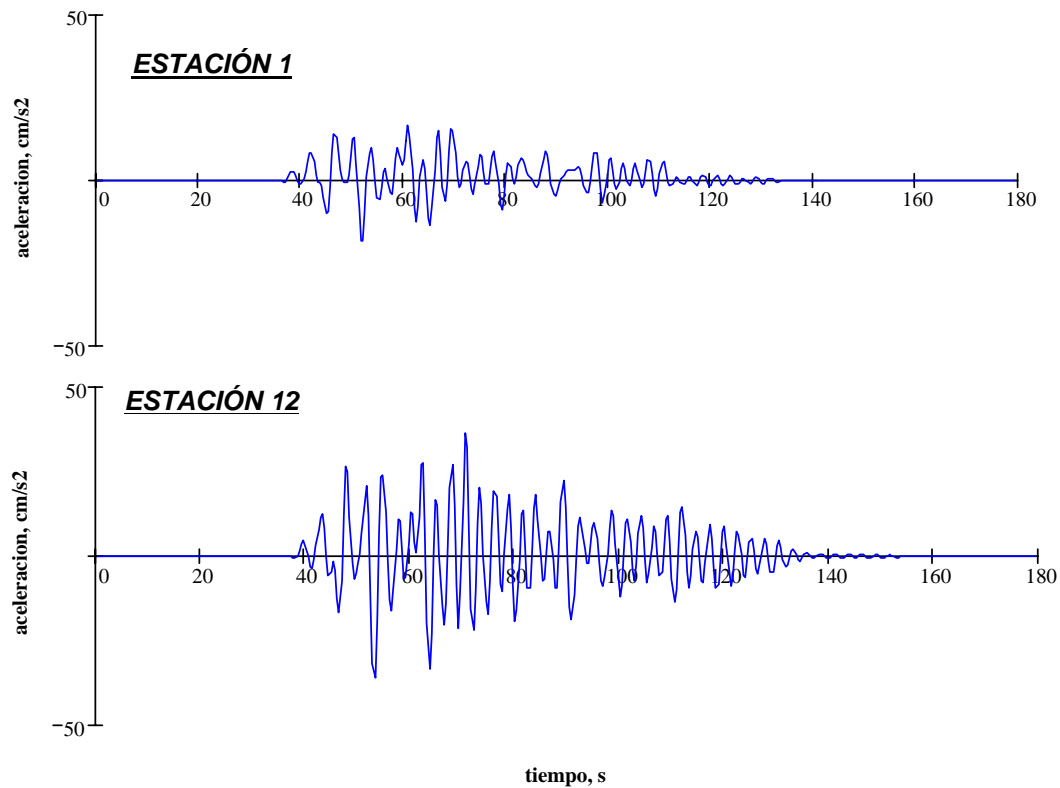


Fig. 5.21 Respuesta sísmica en superficie para algunas estaciones del valle
Incidencia de onda de 60°. Fuente: Autor.

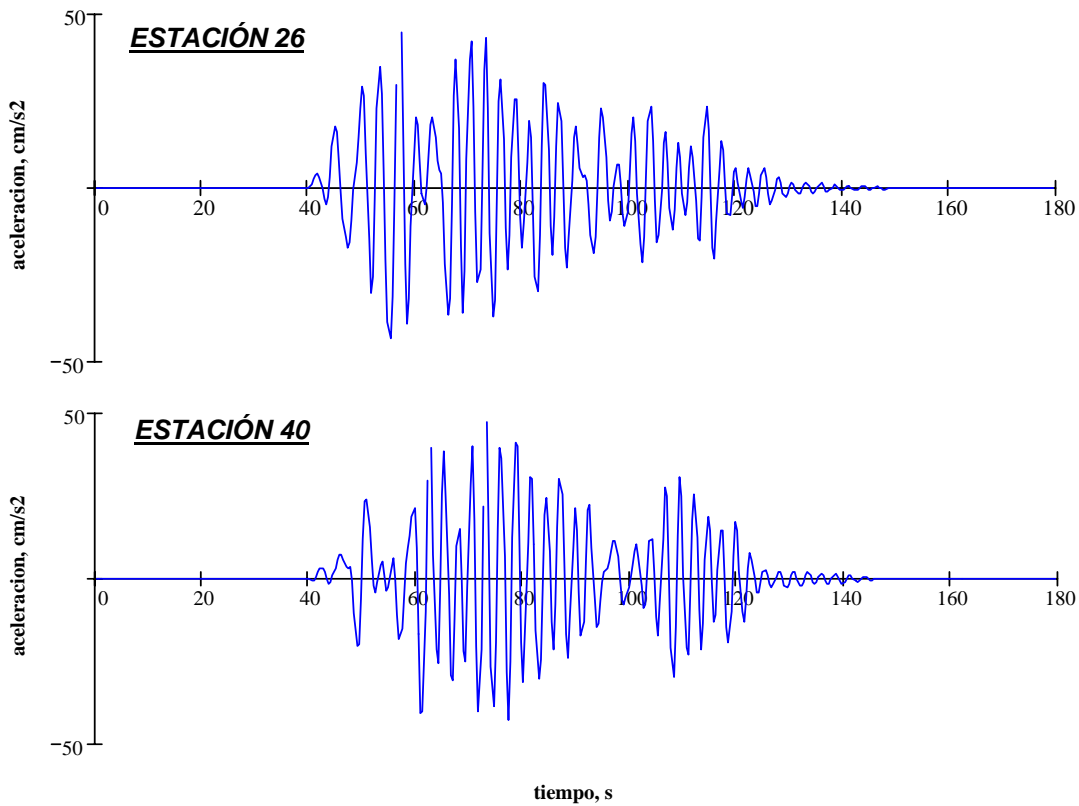


Fig. 5.21 (continuación) Respuesta sísmica en superficie para algunas estaciones del valle
Incidencia de onda de 60° . Fuente: Autor.

Como puede verse, el movimiento evoluciona de tal manera que la duración es mayor respecto a la señal de entrada: mientras que en el sismograma de la figura 5.16, el movimiento tiene una duración de 75 s aproximadamente, la respuesta del valle tiene una duración de 100 s en promedio, además, se alcanza a reproducir un paquete de ondas superficiales que aparece alrededor del tiempo $t=100$ s. También resulta evidente, que el movimiento se torna más caótico cuando el ángulo de incidencia es de 60° , basta comparar los sismogramas en la estación 26 ubicada en el centro del valle.

En las siguientes gráficas se presentan los espectros de respuesta para las estaciones analizadas.

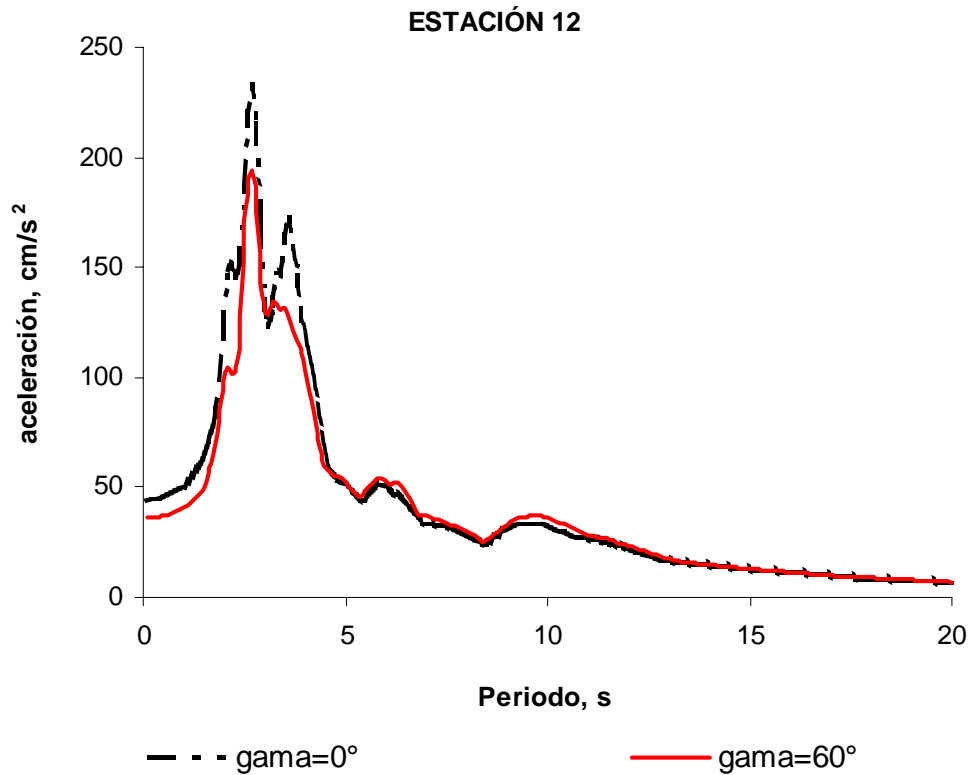
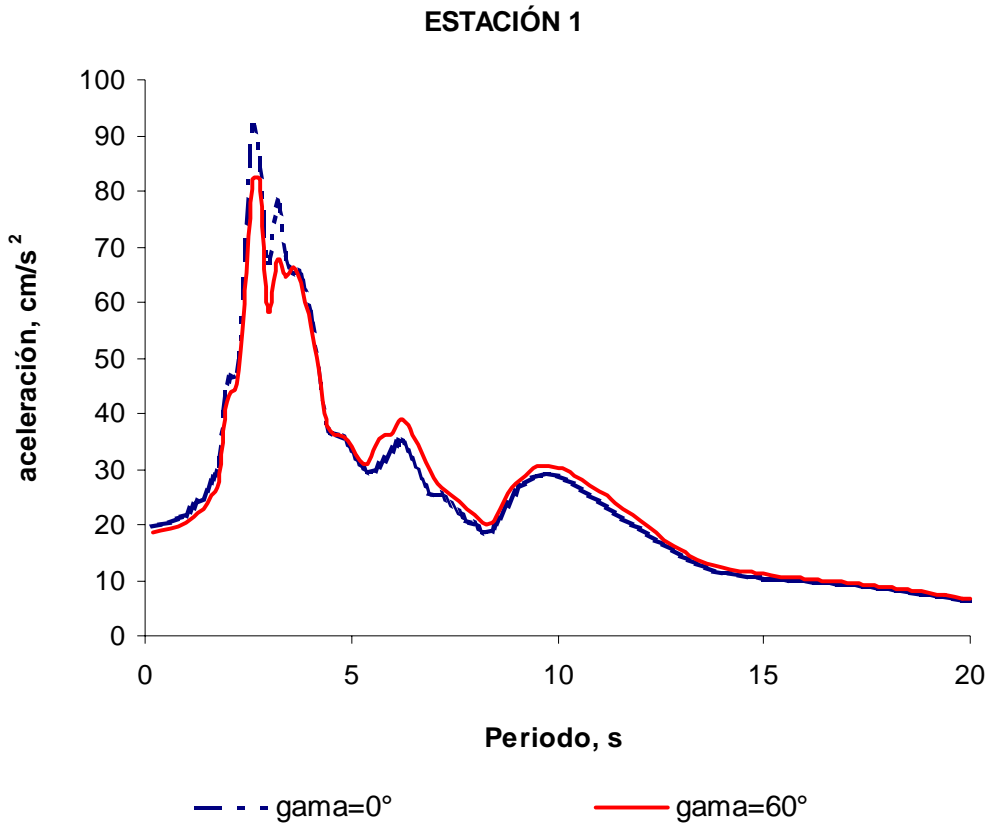


Fig. 5.22 Espectro de respuesta para las estaciones 1 y 12 para ángulos de incidencia de 0 y 60°. Fuente: Autor.

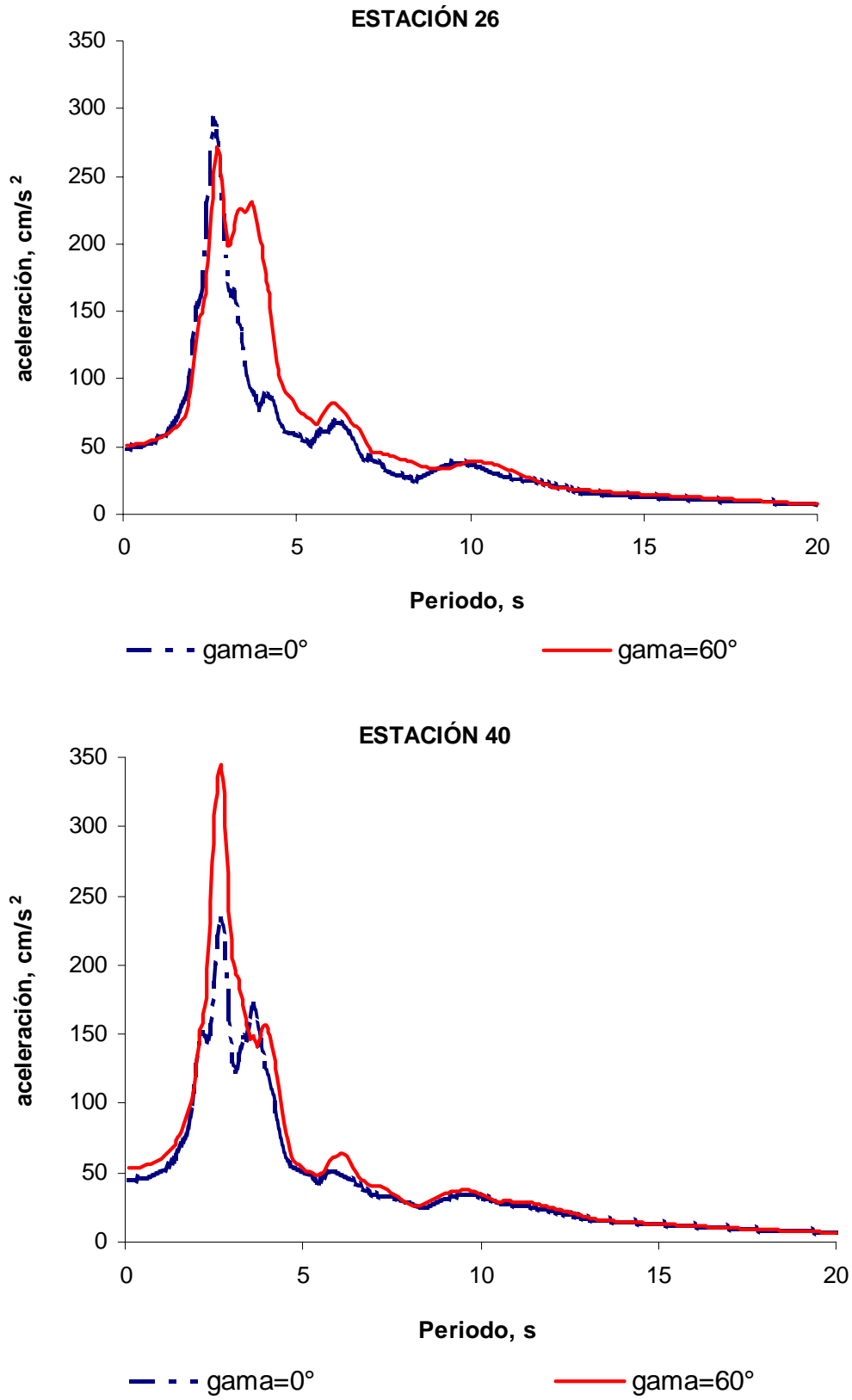


Fig. 5.23 Espectro de respuesta para las estaciones 26 y 40 para ángulos de incidencia de 0 y 60 °. Fuente: Autor.

Se observa que la estación 1 ubicada fuera del valle no presenta variación entre un ángulo de incidencia de 0° y otro de 60° . En cambio, la estación 40 sí se muestra sensible al cambio de ángulo de incidencia: mientras que para incidencia vertical los valores del espectro de respuesta alcanzan los 230 cm/s^2 , cuando el ángulo de incidencia es de 60° las aceleraciones alcanzan los 350 cm/s^2 .

Por último debe notarse que, aunque en la estación 26 no se presenta tanta variación entre un ángulo de incidencia y otro, sus valores de aceleración sí son bastante elevados, alcanzando los 300 cm/s^2 en ambos casos.

CONCLUSIONES

Se han presentado métodos para encontrar la respuesta sísmica en diferentes medios, si bien no son los únicos métodos, muestran la manera conceptual de proceder ante los problemas de propagación de ondas sísmicas. Los modelos aquí presentados son didácticos y es poco probable que en la realidad se encuentren topografías tan definidas como las aquí estudiadas, sin embargo, dan pie a discutir sobre los efectos que las topografías, la estratigrafía y las propiedades mecánicas de los materiales tienen sobre la amplificación del movimiento sísmico.

Las condiciones locales (regiones en el subsuelo) juegan un rol importante en la respuesta sísmica, si bien no son los únicos factores que intervienen, sí son, en gran medida, la causa de las amplificaciones del movimiento en la superficie del terreno.

En el diseño estructural, los análisis sísmicos de los sitios juegan un rol importante, ya que como hemos visto, la respuesta no solo depende de si el terreno está o no dentro de una zona potencialmente sísmica, a veces las modificaciones hechas por el hombre (cortes, taludes, excavaciones, etc.) pueden alterar las propiedades y topografías de los suelos de manera que se presenten comportamientos fuera de lo esperado.

Como ingenieros civiles, el objetivo de estudiar la propagación de ondas sísmicas es encontrar los espectros de respuesta para un sitio en particular, no obstante que existe software especializado, tal es el caso de los programas *Zeta* y *Degtra*, ambos desarrollados en el Instituto de Ingeniería de la UNAM. Es importante contar con los elementos para poder partir de cero, es decir calcular espectros de respuesta donde los registros sísmicos sean pocos o simplemente no existan.

REFERENCIAS

1. Aki Keiiti y Richards Paul G.: *Quantitative Seismology. Theory and methods*. W. H. Freeman & company, San Francisco, California, USA, 1980; Vol. I, pg. 9-27 ; Vol. II pg. 273-281
2. Ari Ben- Menahem y Sarva Jit Singh: *Seismic waves and sources*. Denver publication, INC, 1981; pg. 44-87
3. Carlos Eduardo Quiroga Cuellar: *Movimiento en el plano horizontal en el Valle de México debido a sismos*. Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 2003
4. Esquivel Ávila Jorge Alfredo: *Movimiento sísmico en depósitos aluviales ante incidencia de ondas SH*. Tesis Profesional, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 1979
5. Gerardo Contreras Moisés: *Obtención de espectros de respuesta usando espectros de sitio separados de registros sísmicos, mediante el uso de algoritmos genéticos*. Tesis Profesional, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 2001
6. Haskell, N. A.: *The dispersion of surface waves in multilayered media*. Bulletin of the Seismological Society of America, 1953; Vol. 43; pg. 17-34
7. Hiroshi Kawase: *Effects of topography and Subsurface irregularities on strong ground motion*. 1990

8. Luzón Francisco, Aoi Shin, Fäh Donat, and Sánchez-Sesma Francisco José: *Simulation of the seismic response of a 2D sedimentary basin: A comparison between the indirect Boundary Element Method and a hybrid Technique*. Bulletin of the Seismological Society
9. Magaña Del Toro R. : *Fundamentos de mecánica del medio continuo*, Facultad de ingeniería, 2001
10. Mooser F. , Montiel A. y Zúñiga A: *Nuevo mapa geológico de las cuenca de México, Toluca y Puebla. Reporte Técnico*, CFE, México D.F.,1996
11. Perez Rocha L. E.: *Respuesta sísmica estructural: efectos de sitio e interacción suelo-estructura (aplicaciones al valle de México)*. Tesis Doctoral, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 1993
12. Sánchez-Sesma F. J. , Vai R., Dretta E. y Palencia V. J.: *Fundamentals of elastic wave propagation for site amplification studies: The seismic response of alluvial valleys*, en *Wave motion in Earthquake Engineering*, Kausel E. y Manolis G (editores), Inglaterra, 1999
13. Shapiro Nikolai M. , Olsen Kim B. and Singh Shiri K: *On the duration of seismic motion incident onto the Valley of Mexico for Subduction zone earthquake*. Geophysical Journal International, 2002; No. 151
14. Thomson, W. T.: *Transmission of elastic waves through a stratified solid*. Journal of Applied Physics, 1950. Vol. 21; pg. 89-93
15. Vai Rossana: *Propagación de ondas elásticas en medios irregulares*. Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 1999
16. Varios autores: *La Sismología en México: 10 años después del temblor de Michoacán del 19de Septiembre de 1985*. Monografía No. 2. Unión Geofísica Mexicana, 1995



"...tú representas a todo ese horror que enferma y mata el planeta, al condenarme abortaste también tu perdón, yo soy el aire, la brisa y el mar y el amazonas que herido, sangra por vuestra ambición, yo soy parte de él: Todo mal que me hagas, a ti te lo harás, pues la tierra es tu hogar y al igual que amar también se castigar, la venganza de Gaia tendrás..."

-M. Oz.-