
Instructivo para
la utilización
del programa
de computadora

DEMyE

Fernando
Monroy Miranda

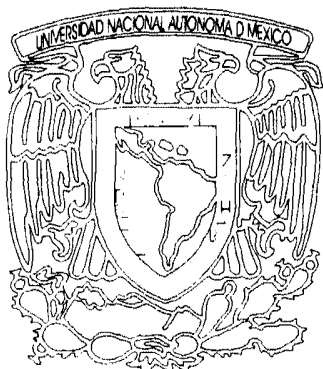
UTILIZ. PROG
COMP. DEMyE

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



5000030*





FACULTAD DE INGENIERÍA

INSTRUCTIVO PARA LA UTILIZACIÓN DEL PROGRAMA DE COMPUTADORA

DEMyE

(DIAGRAMAS DE ELEMENTOS MECÁNICOS Y ELÁSTICA DE BARRAS DE EJE RECTO)

PROGRAMA INTERACTIVO

FERNANDO MONROY MIRANDA

DIVISIÓN DE INGENIERÍA CIVIL, TOPOGRÁFICA Y GEODÉSICA
DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS

UTILIZ.PROG
COMP.DEMyE
7-I

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



908030

G1.908030



FACULTAD INGENIERIA

PRESENTACIÓN

La Facultad de Ingeniería ha decidido realizar una serie de ediciones provisionales de obras recientemente elaboradas por académicos de la institución, como material de apoyo para sus clases, de manera que puedan ser aprovechadas de inmediato por alumnos y profesores. Tal es el caso del *Instructivo para el programa de computadora DEMyE (Diagramas de Elementos Mecánicos y Elástica de barras de eje recto)*, del Ing. Fernando Monroy Miranda.

Se invita a los estudiantes y profesores a que comuniquen a los autores las observaciones y sugerencias que mejoren el contenido de la obra, con el fin de que se incorporen en una futura edición definitiva.

PRÓLOGO

En este instructivo se pretende describir algunos de los elementos que intervienen en el uso de un programa de computadora para el trazo de diagramas de elementos mecánicos en barras de eje recto, así como la obtención de la elástica, cuya principal utilización será para los alumnos de las materias: Estructuras Isostáticas, Mecánica de Materiales y Análisis Estructural de la carrera de Ingeniero Civil, que se imparte en la Facultad de Ingeniería de la UNAM, no obstante, puede ser utilizado por todas aquellas personas que desean hacer este tipo de aplicaciones utilizando una computadora personal.

Se ha procurado realizar este instructivo de una manera sencilla y resumida para que el usuario no emplee demasiado tiempo en leerlo y pueda resolver problemas en lo que respecta a la obtención de diagramas de elementos mecánicos (Flexión y Cortante) y elástica de barras de eje recto con la ayuda de una computadora personal.

Con la utilización de este programa el alumno podrá comprobar numéricamente algunos de los resultados que haya obtenido mediante la aplicación de otros métodos.

Se recomienda que si algunos de los elementos no son descritos ampliamente se observen los ejemplos que se incluyen en este instructivo, es conveniente que el usuario este familiarizado con la nomenclatura y terminología utilizada en el tema, en caso de no ser así se recomienda que consulte algún texto de la bibliografía que aparece al final de este trabajo.

El autor agradece al Ing. Miguel Ángel Rodríguez Vega, Jefe del Departamento de Estructuras el apoyo para el desarrollo de este tipo de actividades y por las facilidades otorgadas para la realización de este trabajo.

FERNANDO MONROY MIRANDA

Cd. Universitaria, Febrero de 1998.

ÍNDICE

PRÓLOGO

1. INTRODUCCIÓN AL PROGRAMA DEMyE

2. CONCEPTOS BÁSICOS

Apoyo

Extremos de una barra

Sistema global de referencia

Propiedades geométricas

Propiedades elásticas

Tipos de fuerzas

Convenciones de signos

3. RECOMENDACIONES PARA EL USO DEL PROGRAMA

4. COMENTARIOS A LA VERSIÓN PARA COMPUTADORA PERSONAL

Limitaciones del programa

Contenido del disco

Equipo mínimo necesario

Cómo ejecutar el programa

5. EJEMPLOS

Ejemplo No. 1

Ejemplo No. 2

Ejemplo No. 3

Ejemplo No. 4

Ejemplo No. 5

BIBLIOGRAFÍA

APÉNDICE A

“Una aplicación de la solución de sistemas de ecuaciones lineales no homogéneas con matriz en banda, obtención de la elástica de barras de eje recto”

APÉNDICE B

“Datos y resultados obtenidos con el programa STAAD-III para el ejemplo 2”.

1. INTRODUCCIÓN AL PROGRAMA DEMyE

DEMyE es el resultado de un trabajo llevado a cabo por el autor en el Departamento de Estructuras de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, cuyo principal objetivo fue desarrollar un programa de computadora para el trazo de diagramas de elementos mecánicos y obtención de la elástica en barras de eje recto, donde el usuario tenga versatilidad en el manejo del mismo a través de una interacción directa en la mayor parte del programa, siendo la anterior una de sus principales características.

El sistema **DEMyE** es un programa escrito para computadoras personales IBM o compatibles bajo los ambientes DOS (versión 3.0 en adelante), Windows 3.1x, Windows 98 y posteriores, mediante **DEMyE** se obtienen las ordenadas del diagrama de momento flexionante y de fuerza cortante, los diagramas de elementos mecánicos bajo un sistema de carga formado por un conjunto de fuerzas estáticas aplicadas a la barra, así como la obtención de la elástica considerando deformaciones por flexión.

DEMyE fue desarrollado bajo la hipótesis de que la barra está formada por una serie de segmentos prismáticos, que pueden ser representados mediante su eje centroidal recto. Consta básicamente de una serie de módulos que el usuario puede seleccionar a través de un menú de opciones, que se despliega en la pantalla al inicio del programa y una vez terminada la ejecución de cada uno de sus módulos, mediante esas opciones, por ejemplo, se pueden introducir y/o modificar datos (fuerzas, propiedades, condiciones de frontera, etc.), o bien almacenarlos para su procesamiento posterior, obtener elementos mecánicos y desplazamientos del eje de barra, ver resultados numéricos y graficarlos en la pantalla o imprimirlos.

Debido a que, una de las principales características del programa es la interacción que se puede establecer entre éste y el usuario, pudiera decirse que no se requiere aprender un lenguaje específico para poder utilizarlo, ya que, en la ejecución de cada uno de los módulos **DEMyE** va preguntando textualmente los elementos(datos) que en el instante se vayan requiriendo para la ejecución completa de ese módulo, sin embargo, es necesario saber las convenciones de signos empleadas, los sistemas de referencia utilizados así como algunas recomendaciones para el uso de **DEMyE**, éstas y algunas características más son descritas en los capítulos restantes.

En el capítulo 2 se definen algunos conceptos que se utilizan en el programa, en el capítulo 3 se dan las recomendaciones necesarias para facilitar la preparación de datos, el capítulo 4 contiene comentarios y sugerencias para una mejor utilización del programa **DEMyE** y, por último, en el capítulo 5 se presentan algunos ejemplos con la correspondiente interpretación de los resultados respectivos.

2. CONCEPTOS BÁSICOS

En lo que resta del instructivo se hará referencia a los siguientes conceptos básicos, los cuales son utilizados por **DEMyE** para realizar el análisis.

Apoyo

Un elemento que es capaz de restringir algún o algunos grados de libertad de la barra y que se considerará como un nudo con la característica de que en él se encuentra actuando una fuerza (reacción) ver figura 1.

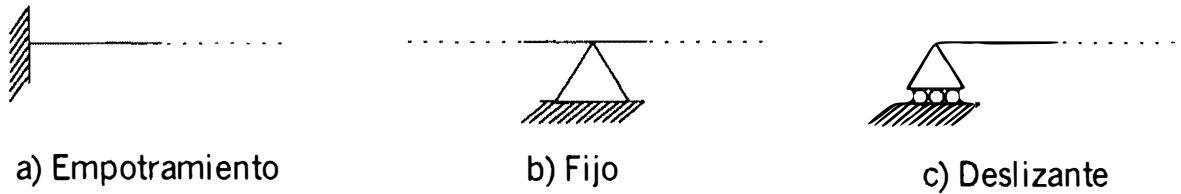


Figura 1. Algunos tipos de apoyo.

Extremos de una barra

Todas las barras tendrán dos extremos (A y B), sobre ellos podrán estar actuando elementos mecánicos o bien estar apoyados o libres (voladizo), la barra será de eje recto, prismática y sobre ella actuarán fuerzas, ver figura 2.

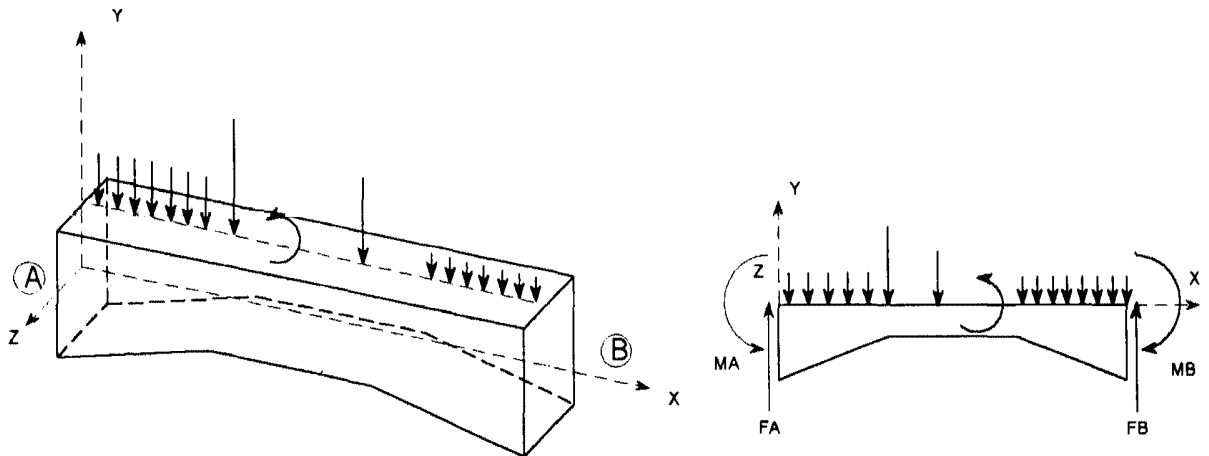


Figura 2. Geometría y fuerzas actuando en una barra.

Sistema coordenado global de referencia

Para ubicar a la barra, DEMyE utiliza un sistema de ejes coordenados (cartesiano). Las coordenadas y las fuerzas que estén actuando sobre la barra, deberán ser referidas a este sistema, el cual también se utilizará para referir los resultados del análisis (ver figura 3).

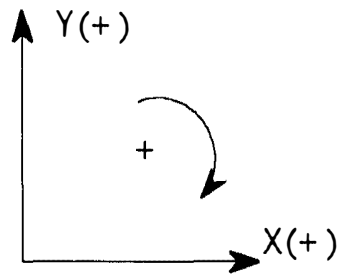
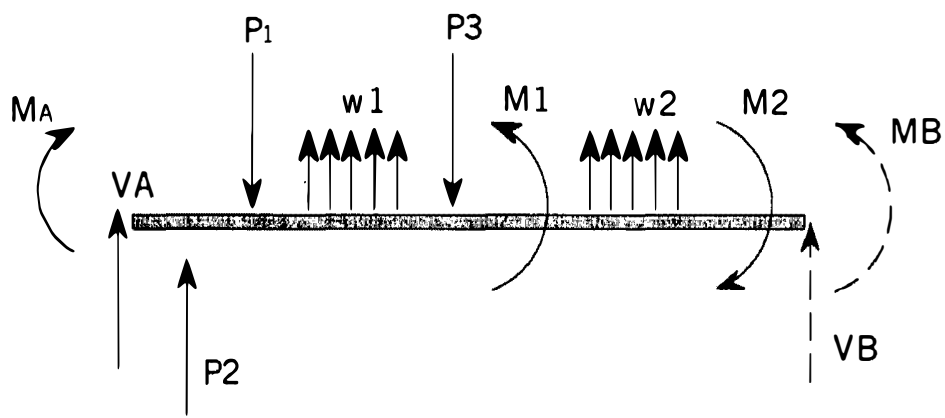


Figura 3. Sistema coordinado global y convención de signos.

Tipos de fuerzas

DEMyE sólo puede analizar barras isostáticas con fuerzas uniformemente distribuidas en toda o en una parte de su longitud, fuerzas concentradas, momentos concentrados y fuerzas en los extremos (cortante y momento) como se muestra en la figura 4.



- w_1, w_2 Fuerzas uniformemente distribuidas
- P_1, P_2, P_3 Fuerzas concentradas
- M_1, M_2 Momentos concentrados
- V_A, M_A Elementos mecánicos en el extremo izquierdo de la barra

Figura 4. Fuerzas aplicadas sobre la barra.

Convenciones de signos

DEMyE utiliza dos convenciones de signos, una para fuerzas, momentos y desplazamientos y la otra para elementos mecánicos, el sentido positivo para la primera se indican en la figura 1. Para el caso de los elementos mecánicos las convenciones adoptadas son las que se muestran en la figura 5.

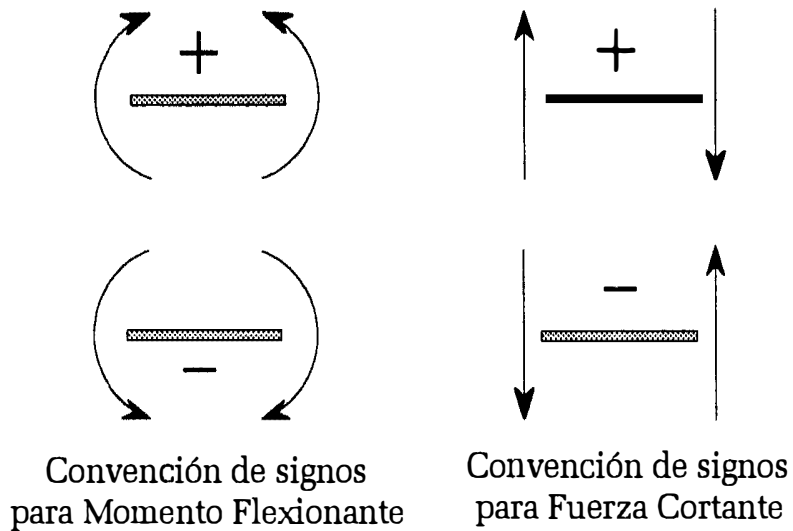
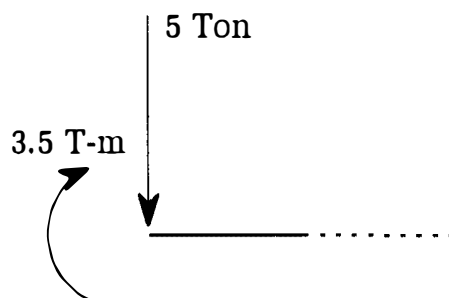


Figura 5. Convenciones de signos para elementos mecánicos.

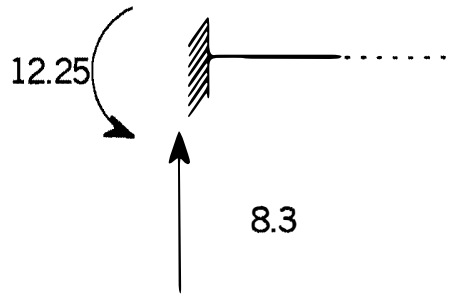
3. RECOMENDACIONES PARA EL USO DEL PROGRAMA

Para un mejor uso del programa, se recomienda tener completamente identificadas, en lo que respecta a la magnitud, punto de aplicación, dirección y sentido, a todas las fuerzas bajo las que se obtendrán los elementos mecánicos y la elástica, así como las siguientes propiedades de la barra si se quiere obtener la elástica: inercia, módulo elástico y condiciones de frontera (desplazamientos).

En el caso de que una fuerza y/o momento este actuando en el extremo izquierdo de la barra estos deberán ser introducidos al programa como elementos mecánicos en el extremo izquierdo de la barra con sus respectivos signos de acuerdo a la convención interna mencionada en el capítulo anterior, por ejemplo:



La fuerza concentrada hacia abajo de 5 Ton. y el momento horario de 3.5 T-m. se introducirán al programa como momento en el extremo izquierdo +3.5 y cortante en el extremo izquierdo -5.0. Lo anterior también se aplica en el caso de un apoyo, por ejemplo:



Las reacciones en el empotramiento se introducirán como momento y cortante en el extremo izquierdo de -12.25 y $+8.3$ respectivamente.

En el caso de que se quiera obtener la elástica de la barra, se deberá introducir el valor de la inercia y el módulo elástico de cada segmento en que se divide a la barra para la obtención de la elástica así como las condiciones de frontera de la misma, es decir, el desplazamiento en ambos extremos de la barra.

De acuerdo a lo anterior, al utilizar el programa para el trazo de diagramas de elementos mecánicos, será necesario tener resuelta la barra en cuanto a fuerzas, es decir, obtener las reacciones, para ello, si la estructura es isostática bastará con la aplicación de la estática, en el caso de que esta sea hiperestática se resolverá con la aplicación de algún método de Análisis.

Si adicionalmente se requiere obtener los desplazamientos del eje de la barra será necesario conocer de antemano las condiciones de frontera de la elástica (desplazamiento de sus extremos)

4. COMENTARIOS A LA VERSIÓN PARA PC

DEMyE tiene como limitación el no poder obtener los diagramas de elementos mecánicos para algún otro tipo de fuerza no indicado en la Figura 2 (como pudieran ser fuerzas de variación lineal, cuadrática, etc.) sin embargo para las fuerzas y/o momentos no indicados se pueden discretizar u obtener fuerzas uniformes, fuerzas y/o momentos concentrados “equivalentes” y así poder utilizar el programa.

En cuanto a la elástica, **DEMyE** no considera la posibilidad de tener articulaciones (discontinuidad en el giro) sobre la barra, esta limitación puede resolverse dividiendo a la barra en segmentos que no contengan articulaciones interiores y analizar cada segmento por separado considerando las condiciones de frontera de cada segmento (elementos mecánicos y desplazamientos).

El tamaño máximo del problema que se puede resolver con el programa **DEMyE**, dependerá de la cantidad de memoria con que cuente la PC al momento de ejecutarlo, es decir; de la RAM (“Random Acces Memory”), de la versión del sistema operativo (MS-DOS o Windows) y de algunas otras características, siendo las más significativas las antes mencionadas.

Limitaciones en cuanto al tamaño del problema por resolver

DEMyE (versión de 1996) fue probado en una PC con 640 KB (Kilobytes) de memoria en RAM con sistema operativo MS-DOS versión 5.0, en tales condiciones, con este programa se tiene la posibilidad de analizar barras con las siguientes características como máximo:

Máximo número de fuerzas uniformes	50
Máximo número de fuerzas concentradas	50
Máximo número de momentos concentrados	50
Máximo número de secciones en la barra	500

Contenido del disco

Las configuraciones típicas de las computadoras de hoy en día (2002) son mucho muy superiores a la computadora en donde se probó el programa, por lo que este se puede utilizar sin ningún problema en ese sentido.

El programa **DEMyE** está contenido en un sólo disco flexible de 3½ para computadora PC y consta básicamente de los siguientes archivos :

<i>Nombre del archivo</i>	<i>Comentario</i>
DEMyE.EXE	Módulo iniciador del programa.
MDEMyE2.EXE	Módulo principal accesado por DEMyE.EXE
BRUN40.EXE	Utilería de soporte para los programas anteriores
UNAMFI.SCR	Gráfico requerido por DEMyE.EXE
DEMyE.LOG	Clave del usuario y llave de acceso.
EJE1M.DAT	Datos del ejemplo No. 1
EJE2M.DAT	Datos del ejemplo No. 2
EJE3M.DAT	Datos del ejemplo No. 3
EJE4M.DAT	Datos del ejemplo No. 4
EJE5M.DAT	Datos del ejemplo No. 5
COLORES.DAT	Datos de colores para la pantalla

Equipo mínimo necesario

Para poder utilizar el programa **DEMyE** será necesario contar con el siguiente equipo:

Computadora personal IBM o compatible.

640 Kb de memoria central ("RAM").

Impresora (si es que se requiere imprimir datos y/o resultados).

Sistema operativo MS-DOS 3.0 o posterior (Windows 9X).

Disco con los archivos del programa **DEMyE**.

Un disco duro con al menos 1 MB de espacio libre.

Una unidad de discos flexibles de 3 ½”.

Cómo ejecutar el programa

Para utilizar el programa se recomienda copiar todo el contenido del disco flexible en donde se encuentra el programa a un subdirectorío en el disco duro y desde ahí ejecutar el programa, las siguientes son una serie de instrucciones o comandos de MS-DOS para crear un subdirectorío llamado **DEMyE**, realizar la copia del contenido del disco flexible (con el programa **DEMyE**, en la unidad A:) al disco duro y la ejecución del programa, lo subrayado fue puesto por el usuario, lo demás por la computadora.

a) Encender la computadora, responder algunas preguntas que se le pueden solicitar al usuario como fecha, hora, etc. esperar hasta que en la pantalla aparezca C:>.

b) Introducir el disco con el programa **DEMyE** en la unidad de discos flexibles (unidad A:), luego teclear A: y oprimir la tecla “enter” o “return”.

c) Teclear **DEMyE** y oprimir la tecla “enter” o “return”, enseguida responder a lo solicitado por el programa, una vez que en la pantalla se ha mostrado el menú principal se puede retirar el disco flexible que contiene el programa y colocar un disco “formateado” y con espacio disponible para almacenamiento de datos.

Otra opción puede ser copiar todo el contenido del disco a un subdirectorío en el disco duro y desde ahí ejecutar el programa, de cualquier manera el disco con el programa deberá permanecer en la unidad A: hasta que en la pantalla se muestre el menú principal, entonces se podrá retirar el disco de la unidad A:, las siguientes son una serie de instrucciones o comandos para crear un subdirectorío llamado **DEMyE** así como la copia y ejecución del programa, lo subrayado fue puesto por el usuario lo demás por la computadora.

Comando

Comentario

c:\>

Indicados de MS-DOS

c:md **DEMyE**

Se crea el subdirectorío en el disco duro C:

c:\>

c:cd **DEMyE**

Se cambia o “mueve” a ese subdirectorío.

c:\DEMyE>copy a:*.*

Se copia todo el contenido del disco en A: (disco con el programa **DEMyE**) al disco duro C:.

A:DEMYE.EXE

A:MDEMYE2.EXE

A: BRUN40.EXE

A:UNAMFI.SCR

A: DEMYE .LOG

A:EJE1M.DAT

A:EJE2M.DAT

A:EJE3M.DAT

A:EJE4M.DAT

A:EJE5M.DAT

10 file (s) copied

c:\DEMyE>DEMyE

Se solicita la ejecución del programa **DEMyE**.

Una manera más cómoda es, mediante el explorador de Windows crear una nueva carpeta (**DEMyE**) en el disco duro C: y copiar todo el contenido del disco flexible que contiene al programa **DEMyE** a la nueva carpeta creada (ver figura 6).

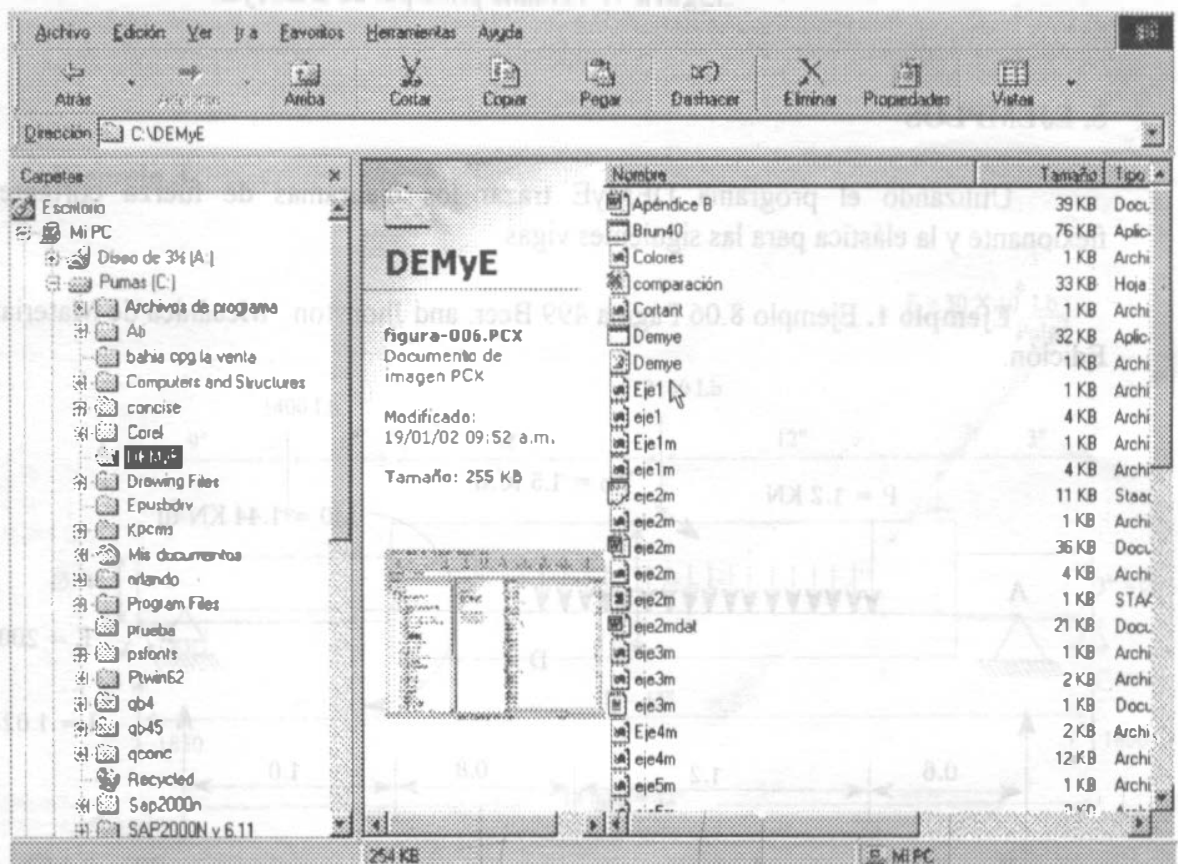


Figura 6. Carpeta **DEMyE** y su contenido mostrado por el explorador de Windows.

Para ejecutar el programa se hace clic (o doble clic) en el archivo **DEMyE** (programa) y después de la presentación del mismo aparece la ventana que se muestra en la figura 7, en ella el usuario deberá seleccionar las opciones necesarias tanto para la introducción de datos como para el análisis y presentación de resultados numéricos y gráficos.

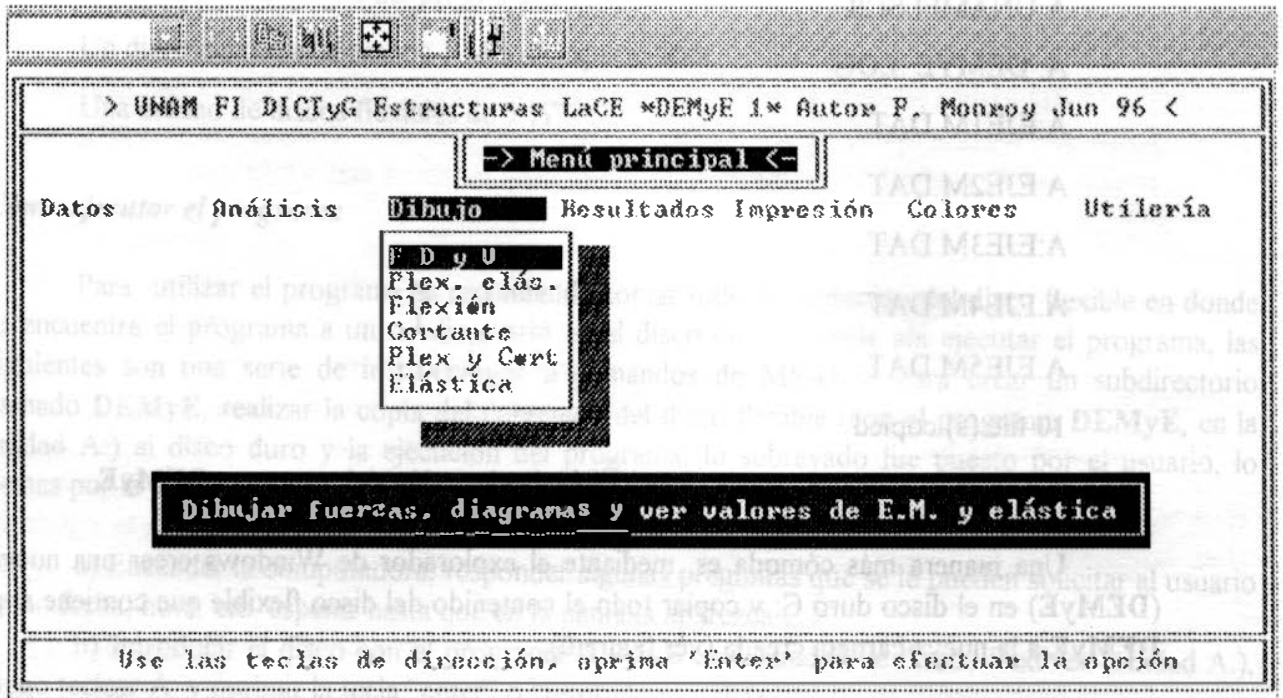
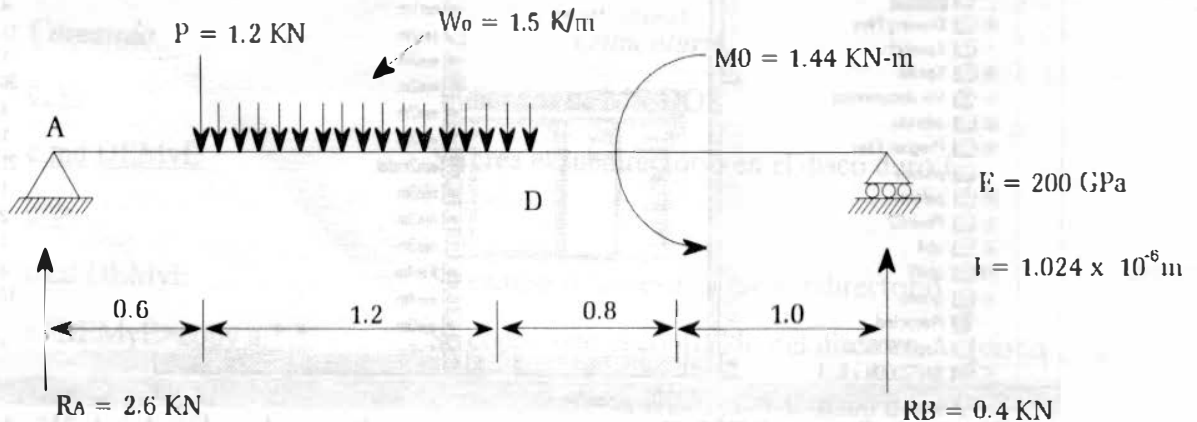


Figura 7. Ventana principal de DemyE.

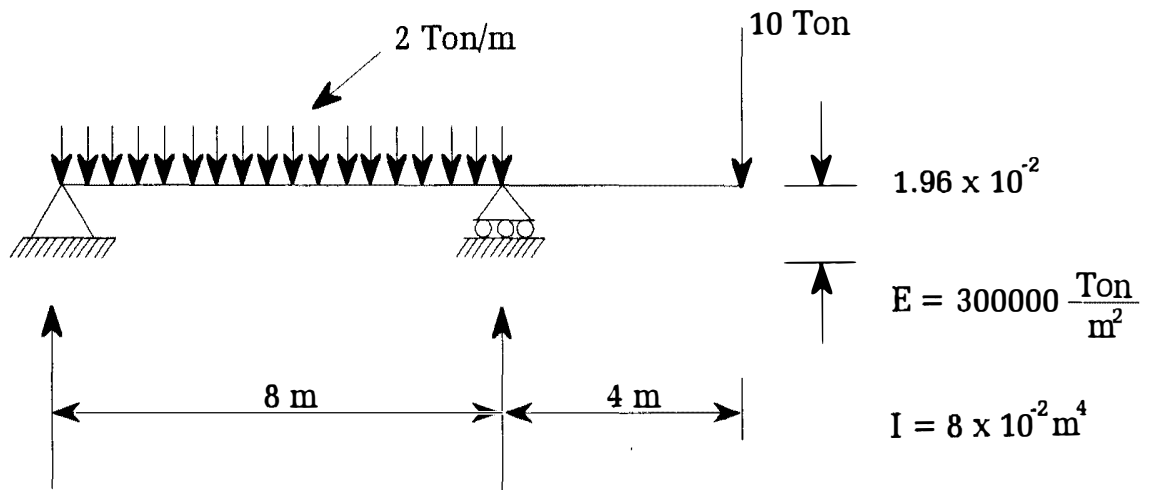
5. EJEMPLOS

Utilizando el programa DemyE trazar los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante y la elástica para las siguientes vigas.

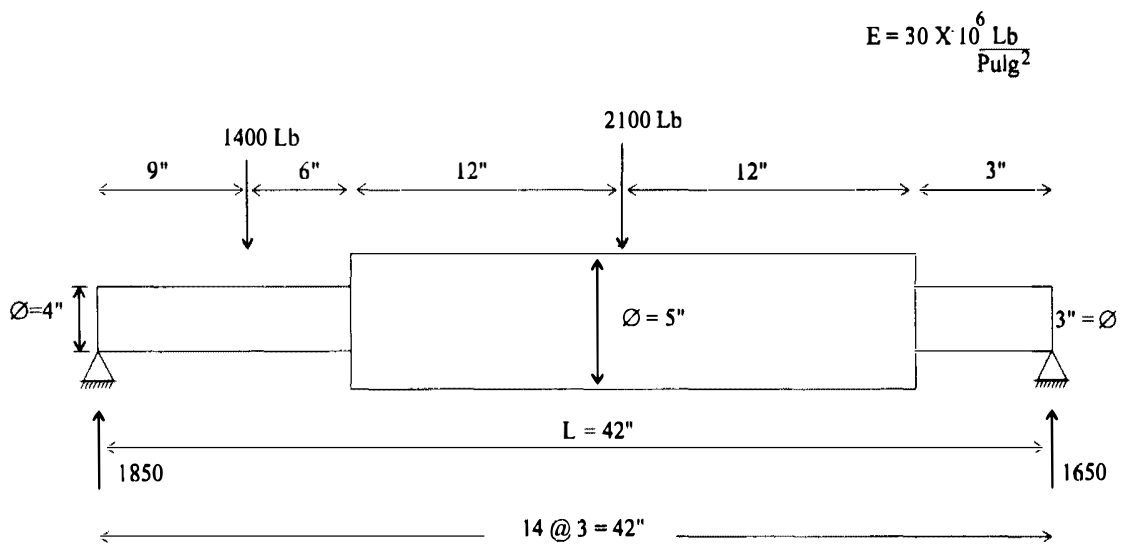
Ejemplo 1. Ejemplo 8.06 Página 499 Beer. and Jhonston. Mecánica de Materiales. 2a. Edición.



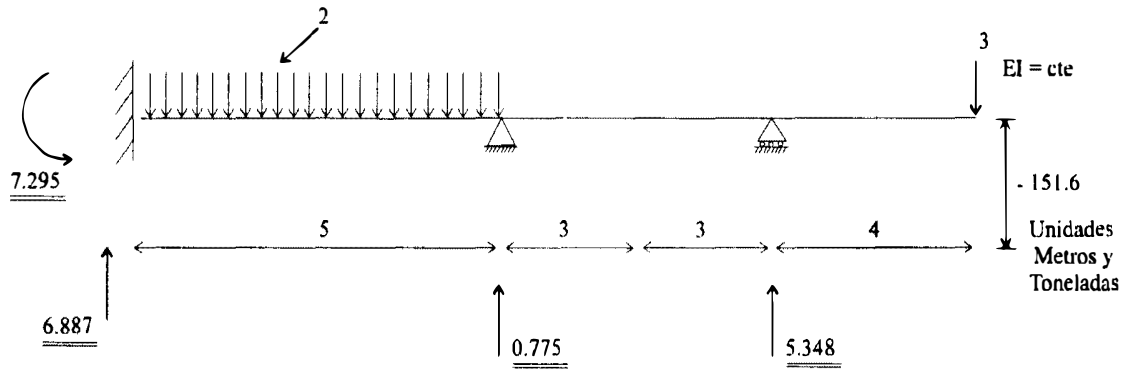
Ejemplo 2



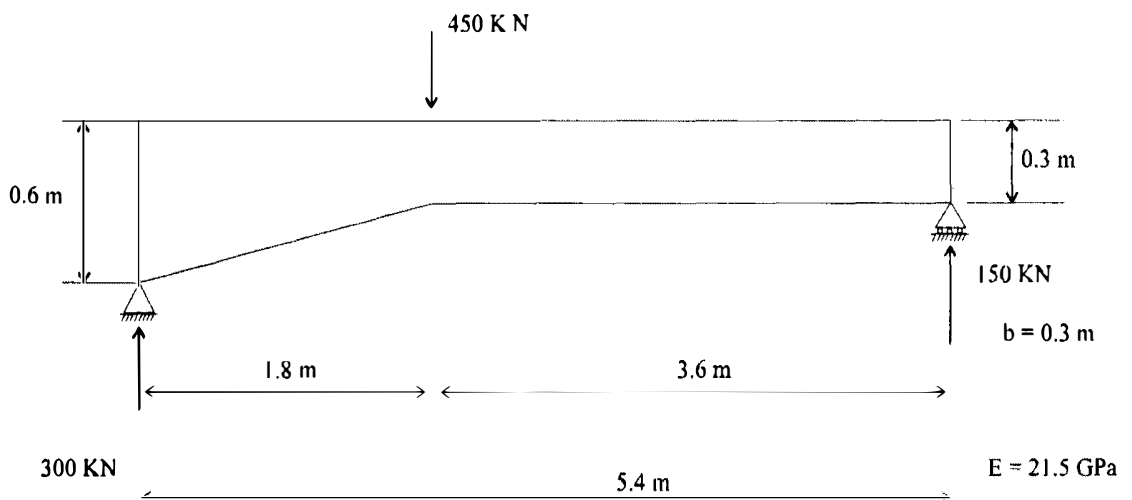
Ejemplo 3



Ejemplo 4



Ejemplo 5. Ejemplo 8.42 (Pag. 244) Jack McCormac Análisis Estructural Métodos Clásico y Matricial.



A continuación se muestra el contenido del archivo de datos para el programa **DEMyE** de cada uno de los ejemplos anteriores.

"Ejemplo # 1 manual", "12-27-2001", "15:40:48"
3.6,37,9.999999E-02
0,0
2E+08,1.024E-06
0,2.6
1,0,0
2,0,0
3,0,0
4,0,0
5,0,0
6,0,0
7,0,0
8,0,0
9,0,0
10,0,0
11,0,0
12,0,0
13,0,0
14,0,0
15,0,0
16,0,0
17,0,0
18,0,0
19,0,0
20,0,0
21,0,0
22,0,0
23,0,0
24,0,0
25,0,0
26,0,0
27,0,0
28,0,0
29,0,0
30,0,0
31,0,0
32,0,0
33,0,0
34,0,0
35,0,0
36,0,0
37,0,0
1,1,1
-1.5,.6,1.8
-1.2,.6
-1.44,2.6

"Viga isostática (Ejemplo 2)", "04-25-1997", "04:11:05"
12,37,.3333333
0,-1.955555E-02
300000,.08
0,3
1,.08,300000
2,.08,300000
3,.08,300000
4,.08,300000
5,.08,300000
6,.08,300000
7,.08,300000

8, .08, 300000
9, .08, 300000
10, .08, 300000
11, .08, 300000
12, .08, 300000
13, .08, 300000
14, .08, 300000
15, .08, 300000
16, .08, 300000
17, .08, 300000
18, .08, 300000
19, .08, 300000
20, .08, 300000
21, .08, 300000
22, .08, 300000
23, .08, 300000
24, .08, 300000
25, .08, 300000
26, .08, 300000
27, .08, 300000
28, .08, 300000
29, .08, 300000
30, .08, 300000
31, .08, 300000
32, .08, 300000
33, .08, 300000
34, .08, 300000
35, .08, 300000
36, .08, 300000
37, .08, 300000
1, 2, 0
-2, 0, 8
23, 8
-10, 12

"Ejemplo # 3 manual", "05-04-1998", "13:41:01"

42, 15, 3
0, 0
3E+07, 12.5664
0, 1850
1, 12.5664, 3E+07
2, 12.5664, 3E+07
3, 12.5664, 3E+07
4, 12.5664, 3E+07
5, 12.5664, 3E+07
6, 21.623, 3E+07
7, 30.6796, 3E+07
8, 30.6796, 3E+07
9, 30.6796, 3E+07
10, 30.6796, 3E+07
11, 30.6796, 3E+07
12, 30.6796, 3E+07
13, 30.6796, 3E+07
14, 17.3278, 3E+07
15, 3.9761, 3E+07
0, 3, 0
-1400, 9
-2100, 27
1650, 42

"Ejemplo # 4 manual", "12-28-2001", "10:24:17"

15,121,.125

0,-151.64

1,1

-7.295,6.887

1,1,1

2,1,1

3,1,1

4,1,1

5,1,1

6,1,1

7,1,1

8,1,1

9,1,1

10,1,1

11,1,1

12,1,1

13,1,1

14,1,1

15,1,1

16,1,1

17,1,1

18,1,1

19,1,1

20,1,1

21,1,1

22,1,1

23,1,1

24,1,1

25,1,1

26,1,1

27,1,1

28,1,1

29,1,1

30,1,1

31,1,1

32,1,1

33,1,1

34,1,1

35,1,1

36,1,1

37,1,1

38,1,1

39,1,1

40,1,1

41,1,1

42,1,1

43,1,1

44,1,1

45,1,1

46,1,1

47,1,1

48,1,1

49,1,1

50,1,1

51,1,1

52,1,1

53,1,1

54,1,1

55,1,1

56,1,1

57,1,1
58,1,1
59,1,1
60,1,1
61,1,1
62,1,1
63,1,1
64,1,1
65,1,1
66,1,1
67,1,1
68,1,1
69,1,1
70,1,1
71,1,1
72,1,1
73,1,1
74,1,1
75,1,1
76,1,1
77,1,1
78,1,1
79,1,1
80,1,1
81,1,1
82,1,1
83,1,1
84,1,1
85,1,1
86,1,1
87,1,1
88,1,1
89,1,1
90,1,1
91,1,1
92,1,1
93,1,1
94,1,1
95,1,1
96,1,1
97,1,1
98,1,1
99,1,1
100,1,1
101,1,1
102,1,1
103,1,1
104,1,1
105,1,1
106,1,1
107,1,1
108,1,1
109,1,1
110,1,1
111,1,1
112,1,1
113,1,1
114,1,1
115,1,1
116,1,1
117,1,1

118,1,1
 119,1,1
 120,1,1
 121,1,1
 1,2,0
 -2,0,5
 .775,5
 5.348,11

"Ejemplo # 5 manual", "05-04-1998", "14: 02: 22"

5.4,10,.6
 0,0
 2.15E+10, .000675
 0,300000
 1,.0054,2.15E+10
 2,.003125,2.15E+10
 3,.0016,2.15E+10
 4,.000675,2.15E+10
 5,.000675,2.15E+10
 6,.000675,2.15E+10
 7,.000675,2.15E+10
 8,.000675,2.15E+10
 9,.000675,2.15E+10
 10,.000675,2.15E+10
 0,2,0
 -450000,1.8
 150000,5.4

Enseguida se muestra el contenido del archivo de resultados (MDEMyE.LIS) generado durante la ejecución del programa DEMyE para cada uno de los ejemplos presentados en este instructivo.

UNAM FI DICTyG Estructuras LaCE *DEMyE 1* Autor F. Monroy Jun 96, 12-27-2001, 15:40:59

Usuario :Unidad de Cómputo DICTyG FI UNAM

Estructura :Ejemplo # 1 manual

Desplazamientos perpendiculares al eje de la barra y(x)

Punto	x	M(x)	V(x)	I(x)	E(x)	(M/EI)Δx ²	y(x)
1	0.000	0.000	2.600	0.000001	200,000,000.00	0.000E+00	0.000000
2	0.100	0.260	2.600	0.000001	200,000,000.00	1.270E-05	-0.001311
3	0.200	0.520	2.600	0.000001	200,000,000.00	2.539E-05	-0.002622
4	0.300	0.780	2.600	0.000001	200,000,000.00	3.809E-05	-0.003908
5	0.400	1.040	2.600	0.000001	200,000,000.00	5.078E-05	-0.005155
6	0.500	1.300	2.600	0.000001	200,000,000.00	6.348E-05	-0.006352
7	0.600	1.560	2.600	0.000001	200,000,000.00	7.617E-05	-0.007486
8	0.700	1.692	1.250	0.000001	200,000,000.00	8.264E-05	-0.008543
9	0.800	1.810	1.100	0.000001	200,000,000.00	8.838E-05	-0.009517
10	0.900	1.913	0.950	0.000001	200,000,000.00	9.338E-05	-0.010403
11	1.000	2.000	0.800	0.000001	200,000,000.00	9.766E-05	-0.011196
12	1.100	2.072	0.650	0.000001	200,000,000.00	1.012E-04	-0.011891
13	1.200	2.130	0.500	0.000001	200,000,000.00	1.040E-04	-0.012485
14	1.300	2.172	0.350	0.000001	200,000,000.00	1.061E-04	-0.012975
15	1.400	2.200	0.200	0.000001	200,000,000.00	1.074E-04	-0.013359
16	1.500	2.212	0.050	0.000001	200,000,000.00	1.080E-04	-0.013635
17	1.600	2.210	-0.100	0.000001	200,000,000.00	1.079E-04	-0.013804
18	1.700	2.192	-0.250	0.000001	200,000,000.00	1.071E-04	-0.013864
19	1.800	2.160	-0.400	0.000001	200,000,000.00	1.055E-04	-0.013817
20	1.900	2.120	-0.400	0.000001	200,000,000.00	1.035E-04	-0.013665

21	2.000	2.080	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	1.016E-04	-0.013410
22	2.100	2.040	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	9.961E-05	-0.013053
23	2.200	2.000	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	9.766E-05	-0.012596
24	2.300	1.960	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	9.570E-05	-0.012041
25	2.400	1.920	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	9.375E-05	-0.011391
26	2.500	1.880	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	9.180E-05	-0.010647
27	2.600	1.840	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	8.984E-05	-0.009812
28	2.700	0.360	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	1.758E-05	-0.008886
29	2.800	0.320	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	1.563E-05	-0.007943
30	2.900	0.280	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	1.367E-05	-0.006984
31	3.000	0.240	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	1.172E-05	-0.006012
32	3.100	0.200	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	9.766E-06	-0.005028
33	3.200	0.160	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	7.813E-06	-0.004034
34	3.300	0.120	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	5.859E-06	-0.003032
35	3.400	0.080	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	3.906E-06	-0.002025
36	3.500	0.040	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	1.953E-06	-0.001013
37	3.600	0.000	-0.400	0.000001	\$200,000,000.00	2.328E-11	0.000000

UNAM FI DICTyG Estructuras LaCE *DEMyE 1* Autor F. Monroy Jun 96, 12-27-2001, 16:03:01

Usuario :Unidad de Cómputo DICTyG FI UNAM

Estructura :Ejemplo 2 Viga isostática

Desplazamientos perpendiculares al eje de la barra y(x)

Punto	x	M(x)	V(x)	I(x)	E(x)	(M/EI)Δx ²	y(x)
1	0.000	0.000	3.000	0.080000	300,000.00	0.000E+00	0.000000
2	0.333	0.889	2.333	0.080000	300,000.00	4.115E-06	0.000154
3	0.667	1.556	1.667	0.080000	300,000.00	7.202E-06	0.000307
4	1.000	2.000	1.000	0.080000	300,000.00	9.259E-06	0.000468
5	1.333	2.222	0.333	0.080000	300,000.00	1.029E-05	0.000638
6	1.667	2.222	-0.333	0.080000	300,000.00	1.029E-05	0.000818
7	2.000	2.000	-1.000	0.080000	300,000.00	9.259E-06	0.001009
8	2.333	1.556	-1.667	0.080000	300,000.00	7.202E-06	0.001208
9	2.667	0.889	-2.333	0.080000	300,000.00	4.115E-06	0.001415
10	3.000	0.000	-3.000	0.080000	300,000.00	4.415E-12	0.001627
11	3.333	-1.111	-3.667	0.080000	300,000.00	-5.144E-06	0.001838
12	3.667	-2.444	-4.333	0.080000	300,000.00	-1.132E-05	0.002044
13	4.000	-4.000	-5.000	0.080000	300,000.00	-1.852E-05	0.002238
14	4.333	-5.778	-5.667	0.080000	300,000.00	-2.675E-05	0.002414
15	4.667	-7.778	-6.333	0.080000	300,000.00	-3.601E-05	0.002564
16	5.000	-10.000	-7.000	0.080000	300,000.00	-4.630E-05	0.002677
17	5.333	-12.444	-7.667	0.080000	300,000.00	-5.761E-05	0.002744
18	5.667	-15.111	-8.333	0.080000	300,000.00	-6.996E-05	0.002754
19	6.000	-18.000	-9.000	0.080000	300,000.00	-8.333E-05	0.002693
20	6.333	-21.111	-9.667	0.080000	300,000.00	-9.774E-05	0.002550
21	6.667	-24.444	-10.333	0.080000	300,000.00	-1.132E-04	0.002308
22	7.000	-28.000	-11.000	0.080000	300,000.00	-1.296E-04	0.001953
23	7.333	-31.778	-11.667	0.080000	300,000.00	-1.471E-04	0.001469
24	7.667	-35.778	-12.333	0.080000	300,000.00	-1.656E-04	0.000838
25	8.000	-40.000	10.000	0.080000	300,000.00	-1.852E-04	0.000040
26	8.333	-36.667	10.000	0.080000	300,000.00	-1.698E-04	-0.000942
27	8.667	-33.333	10.000	0.080000	300,000.00	-1.543E-04	-0.002094
28	9.000	-30.000	10.000	0.080000	300,000.00	-1.389E-04	-0.003400
29	9.333	-26.667	10.000	0.080000	300,000.00	-1.235E-04	-0.004845
30	9.667	-23.333	10.000	0.080000	300,000.00	-1.080E-04	-0.006414
31	10.000	-20.000	10.000	0.080000	300,000.00	-9.259E-05	-0.008091
32	10.333	-16.667	10.000	0.080000	300,000.00	-7.716E-05	-0.009860
33	10.667	-13.333	10.000	0.080000	300,000.00	-6.173E-05	-0.011707
34	11.000	-10.000	10.000	0.080000	300,000.00	-4.630E-05	-0.013615
35	11.333	-6.667	10.000	0.080000	300,000.00	-3.086E-05	-0.015569
36	11.667	-3.333	10.000	0.080000	300,000.00	-1.543E-05	-0.017555
37	12.000	-0.000	10.000	0.080000	300,000.00	-1.280E-10	-0.019556

UNAM FI DICTyG Estructuras LaCE *DEMyE 1* Autor F. Monroy Jun 96, 12-28-2001, 08:27:13

Usuario :Unidad de Cómputo DICTyG FI UNAM

Estructura :Ejemplo # 3 manual

Desplazamientos perpendiculares al eje de la barra y(x)

Punto	x	M(x)	V(x)	I(x)	E(x)	(M/EI) Δx ²	y(x)
1	0.000	0.000	1,850.000	12.566400	30,000,000.00	0.000E+00	0.000000
2	3.000	5,550.000	1,850.000	12.566400	30,000,000.00	1.325E-04	-0.001533
3	6.000	11,100.000	1,850.000	12.566400	30,000,000.00	2.650E-04	-0.003067
4	9.000	16,650.000	1,850.000	12.566400	30,000,000.00	3.975E-04	-0.004335
5	12.000	18,000.000	450.000	12.566400	30,000,000.00	4.297E-04	-0.005206
6	15.000	19,350.000	450.000	21.622999	30,000,000.00	2.685E-04	-0.005647
7	18.000	20,700.000	450.000	30.679600	30,000,000.00	2.024E-04	-0.005820
8	21.000	22,050.000	450.000	30.679600	30,000,000.00	2.156E-04	-0.005790
9	24.000	23,400.000	450.000	30.679600	30,000,000.00	2.288E-04	-0.005545
10	27.000	24,750.000	450.000	30.679600	30,000,000.00	2.420E-04	-0.005070
11	30.000	19,800.000	-1,650.000	30.679600	30,000,000.00	1.936E-04	-0.004354
12	33.000	14,850.000	-1,650.000	30.679600	30,000,000.00	1.452E-04	-0.003444
13	36.000	9,900.000	-1,650.000	30.679600	30,000,000.00	9.681E-05	-0.002389
14	39.000	4,950.000	-1,650.000	17.327801	30,000,000.00	8.570E-05	-0.001238
15	42.000	0.000	-1,650.000	3.976100	30,000,000.00	0.000E+00	0.000000

UNAM FI DICTyG Estructuras LaCE *DEMyE 1* Autor F. Monroy Jun 96, 12-28-2001, 10:23:54

Usuario :Unidad de Cómputo DICTyG FI UNAM

Estructura :Ejemplo # 4 manual

Desplazamientos perpendiculares al eje de la barra y(x)

Punto	x	M(x)	V(x)	I(x)	E(x)	(M/EI) Δx ²	y(x)
1	0.000	-7.295	6.887	1.000000	1.00	-1.140E-01	0.000000
2	0.125	-6.450	6.637	1.000000	1.00	-1.008E-01	-0.202794
3	0.250	-5.636	6.387	1.000000	1.00	-8.806E-02	-0.405589
4	0.375	-4.853	6.137	1.000000	1.00	-7.583E-02	-0.696442
5	0.500	-4.102	5.887	1.000000	1.00	-6.409E-02	-1.063123
6	0.625	-3.381	5.637	1.000000	1.00	-5.283E-02	-1.493890
7	0.750	-2.692	5.387	1.000000	1.00	-4.207E-02	-1.977489
8	0.875	-2.035	5.137	1.000000	1.00	-3.179E-02	-2.503155
9	1.000	-1.408	4.887	1.000000	1.00	-2.200E-02	-3.060609
10	1.125	-0.813	4.637	1.000000	1.00	-1.270E-02	-3.640064
11	1.250	-0.249	4.387	1.000000	1.00	-3.887E-03	-4.232217
12	1.375	0.284	4.137	1.000000	1.00	4.437E-03	-4.828258
13	1.500	0.786	3.887	1.000000	1.00	1.227E-02	-5.419860
14	1.625	1.256	3.637	1.000000	1.00	1.962E-02	-5.999190
15	1.750	1.695	3.387	1.000000	1.00	2.648E-02	-6.558898
16	1.875	2.102	3.137	1.000000	1.00	3.285E-02	-7.092126
17	2.000	2.479	2.887	1.000000	1.00	3.873E-02	-7.592504
18	2.125	2.824	2.637	1.000000	1.00	4.413E-02	-8.054147
19	2.250	3.138	2.387	1.000000	1.00	4.904E-02	-8.471660
20	2.375	3.421	2.137	1.000000	1.00	5.345E-02	-8.840137
21	2.500	3.673	1.887	1.000000	1.00	5.738E-02	-9.155163
22	2.625	3.893	1.637	1.000000	1.00	6.082E-02	-9.412806
23	2.750	4.082	1.387	1.000000	1.00	6.378E-02	-9.609624
24	2.875	4.240	1.137	1.000000	1.00	6.624E-02	-9.742666
25	3.000	4.366	0.887	1.000000	1.00	6.822E-02	-9.809466
26	3.125	4.461	0.637	1.000000	1.00	6.971E-02	-9.808046
27	3.250	4.525	0.387	1.000000	1.00	7.071E-02	-9.736918
28	3.375	4.558	0.137	1.000000	1.00	7.122E-02	-9.595083
29	3.500	4.559	-0.113	1.000000	1.00	7.124E-02	-9.382029
30	3.625	4.530	-0.363	1.000000	1.00	7.078E-02	-9.097732
31	3.750	4.469	-0.613	1.000000	1.00	6.982E-02	-8.742656
32	3.875	4.377	-0.863	1.000000	1.00	6.838E-02	-8.317756
33	4.000	4.253	-1.113	1.000000	1.00	6.645E-02	-7.824472
34	4.125	4.098	-1.363	1.000000	1.00	6.404E-02	-7.264737
35	4.250	3.912	-1.613	1.000000	1.00	6.113E-02	-6.640966
36	4.375	3.695	-1.863	1.000000	1.00	5.773E-02	-5.956065
37	4.500	3.447	-2.113	1.000000	1.00	5.385E-02	-5.213429
38	4.625	3.167	-2.363	1.000000	1.00	4.948E-02	-4.416942
39	4.750	2.856	-2.613	1.000000	1.00	4.462E-02	-3.570974

40	4.875	2.514	-2.863	1.000000	1.00	3.927E-02	-2.680385
41	5.000	2.140	-3.113	1.000000	1.00	3.344E-02	-1.750523
42	5.125	1.848	-2.338	1.000000	1.00	2.887E-02	-0.787223
43	5.250	1.555	-2.338	1.000000	1.00	2.430E-02	0.204948
44	5.375	1.263	-2.338	1.000000	1.00	1.974E-02	1.221423
45	5.500	0.971	-2.338	1.000000	1.00	1.517E-02	2.257637
46	5.625	0.679	-2.338	1.000000	1.00	1.061E-02	3.309023
47	5.750	0.387	-2.338	1.000000	1.00	6.039E-03	4.371014
48	5.875	0.094	-2.338	1.000000	1.00	1.473E-03	5.439045
49	6.000	-0.198	-2.338	1.000000	1.00	-3.094E-03	6.508549
50	6.125	-0.490	-2.338	1.000000	1.00	-7.660E-03	7.574959
51	6.250	-0.783	-2.338	1.000000	1.00	-1.223E-02	8.633710
52	6.375	-1.075	-2.338	1.000000	1.00	-1.679E-02	9.680234
53	6.500	-1.367	-2.338	1.000000	1.00	-2.136E-02	10.709966
54	6.625	-1.659	-2.338	1.000000	1.00	-2.593E-02	11.718337
55	6.750	-1.952	-2.338	1.000000	1.00	-3.049E-02	12.700784
56	6.875	-2.244	-2.338	1.000000	1.00	-3.506E-02	13.652737
57	7.000	-2.536	-2.338	1.000000	1.00	-3.962E-02	14.569633
58	7.125	-2.828	-2.338	1.000000	1.00	-4.419E-02	15.446901
59	7.250	-3.121	-2.338	1.000000	1.00	-4.876E-02	16.279980
60	7.375	-3.413	-2.338	1.000000	1.00	-5.332E-02	17.064302
61	7.500	-3.705	-2.338	1.000000	1.00	-5.789E-02	17.795301
62	7.625	-3.997	-2.338	1.000000	1.00	-6.246E-02	18.468407
63	7.750	-4.289	-2.338	1.000000	1.00	-6.702E-02	19.079058
64	7.875	-4.582	-2.338	1.000000	1.00	-7.159E-02	19.622684
65	8.000	-4.874	-2.338	1.000000	1.00	-7.616E-02	20.094719
66	8.125	-5.166	-2.338	1.000000	1.00	-8.072E-02	20.490597
67	8.250	-5.458	-2.338	1.000000	1.00	-8.529E-02	20.805754
68	8.375	-5.751	-2.338	1.000000	1.00	-8.986E-02	21.035624
69	8.500	-6.043	-2.338	1.000000	1.00	-9.442E-02	21.175640
70	8.625	-6.335	-2.338	1.000000	1.00	-9.899E-02	21.221235
71	8.750	-6.627	-2.338	1.000000	1.00	-1.036E-01	21.167841
72	8.875	-6.920	-2.338	1.000000	1.00	-1.081E-01	21.010893
73	9.000	-7.212	-2.338	1.000000	1.00	-1.127E-01	20.745823
74	9.125	-7.504	-2.338	1.000000	1.00	-1.173E-01	20.368063
75	9.250	-7.796	-2.338	1.000000	1.00	-1.218E-01	19.873049
76	9.375	-8.089	-2.338	1.000000	1.00	-1.264E-01	19.256216
77	9.500	-8.381	-2.338	1.000000	1.00	-1.310E-01	18.512995
78	9.625	-8.673	-2.338	1.000000	1.00	-1.355E-01	17.638821
79	9.750	-8.965	-2.338	1.000000	1.00	-1.401E-01	16.629128
80	9.875	-9.258	-2.338	1.000000	1.00	-1.447E-01	15.479349
81	10.000	-9.550	-2.338	1.000000	1.00	-1.492E-01	14.184916
82	10.125	-9.842	-2.338	1.000000	1.00	-1.538E-01	12.741265
83	10.250	-10.135	-2.338	1.000000	1.00	-1.584E-01	11.143828
84	10.375	-10.427	-2.338	1.000000	1.00	-1.629E-01	9.388039
85	10.500	-10.719	-2.338	1.000000	1.00	-1.675E-01	7.469331
86	10.625	-11.011	-2.338	1.000000	1.00	-1.721E-01	5.383140
87	10.750	-11.304	-2.338	1.000000	1.00	-1.766E-01	3.124897
88	10.875	-11.596	-2.338	1.000000	1.00	-1.812E-01	0.690037
89	11.000	-11.888	-2.338	1.000000	1.00	-1.858E-01	-1.926006
90	11.125	-11.512	3.010	1.000000	1.00	-1.799E-01	-4.727800
91	11.250	-11.135	3.010	1.000000	1.00	-1.740E-01	-7.709465
92	11.375	-10.759	3.010	1.000000	1.00	-1.681E-01	-10.865121
93	11.500	-10.383	3.010	1.000000	1.00	-1.622E-01	-14.188890
94	11.625	-10.007	3.010	1.000000	1.00	-1.564E-01	-17.674892
95	11.750	-9.630	3.010	1.000000	1.00	-1.505E-01	-21.317251
96	11.875	-9.254	3.010	1.000000	1.00	-1.446E-01	-25.110086
97	12.000	-8.878	3.010	1.000000	1.00	-1.387E-01	-29.047520
98	12.125	-8.502	3.010	1.000000	1.00	-1.328E-01	-33.123672
99	12.250	-8.126	3.010	1.000000	1.00	-1.270E-01	-37.332672
100	12.375	-7.749	3.010	1.000000	1.00	-1.211E-01	-41.668629
101	12.500	-7.373	3.010	1.000000	1.00	-1.152E-01	-46.125671
102	12.625	-6.997	3.010	1.000000	1.00	-1.093E-01	-50.697918
103	12.750	-6.620	3.010	1.000000	1.00	-1.034E-01	-55.379490
104	12.875	-6.244	3.010	1.000000	1.00	-9.757E-02	-60.164509
105	13.000	-5.868	3.010	1.000000	1.00	-9.169E-02	-65.047096
106	13.125	-5.492	3.010	1.000000	1.00	-8.581E-02	-70.021370
107	13.250	-5.116	3.010	1.000000	1.00	-7.993E-02	-75.081444
108	13.375	-4.739	3.010	1.000000	1.00	-7.405E-02	-80.221436
109	13.500	-4.363	3.010	1.000000	1.00	-6.817E-02	-85.435486
110	13.625	-3.987	3.010	1.000000	1.00	-6.229E-02	-90.717712
111	13.750	-3.610	3.010	1.000000	1.00	-5.641E-02	-96.062225
112	13.875	-3.234	3.010	1.000000	1.00	-5.054E-02	-101.463158
113	14.000	-2.858	3.010	1.000000	1.00	-4.466E-02	-106.914635
114	14.125	-2.482	3.010	1.000000	1.00	-3.878E-02	-112.410767
115	14.250	-2.106	3.010	1.000000	1.00	-3.290E-02	-117.945663

116	14.375	-1.729	3.010	1.000000	1.00	-2.702E-02	-123.513451
117	14.500	-1.353	3.010	1.000000	1.00	-2.114E-02	-129.108246
118	14.625	-0.977	3.010	1.000000	1.00	-1.526E-02	-134.724167
119	14.750	-0.600	3.010	1.000000	1.00	-9.383E-03	-140.355377
120	14.875	-0.224	3.010	1.000000	1.00	-3.504E-03	-145.995941
121	15.000	0.152	3.010	1.000000	1.00	2.375E-03	-151.639999

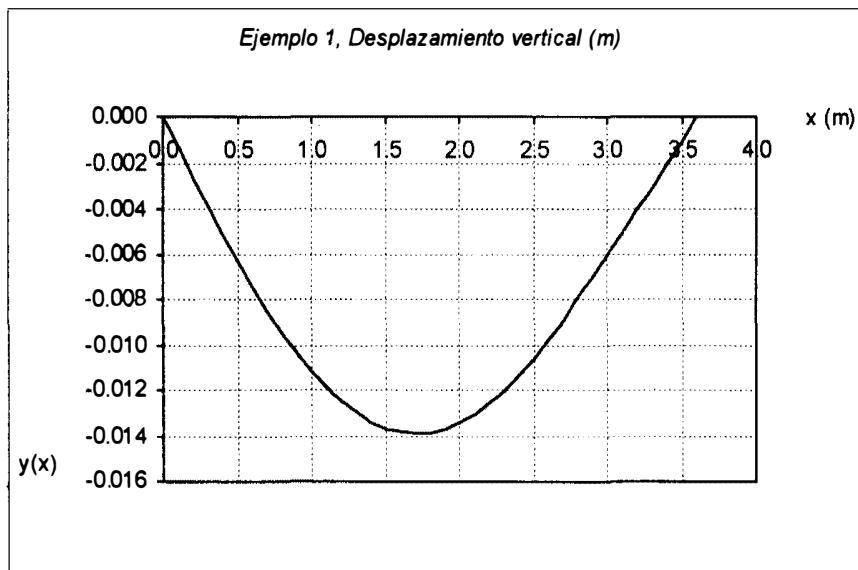
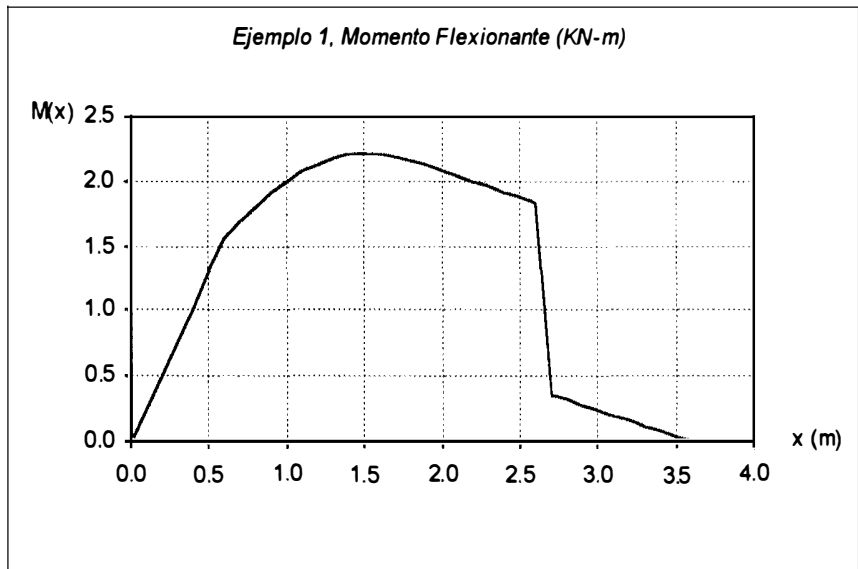
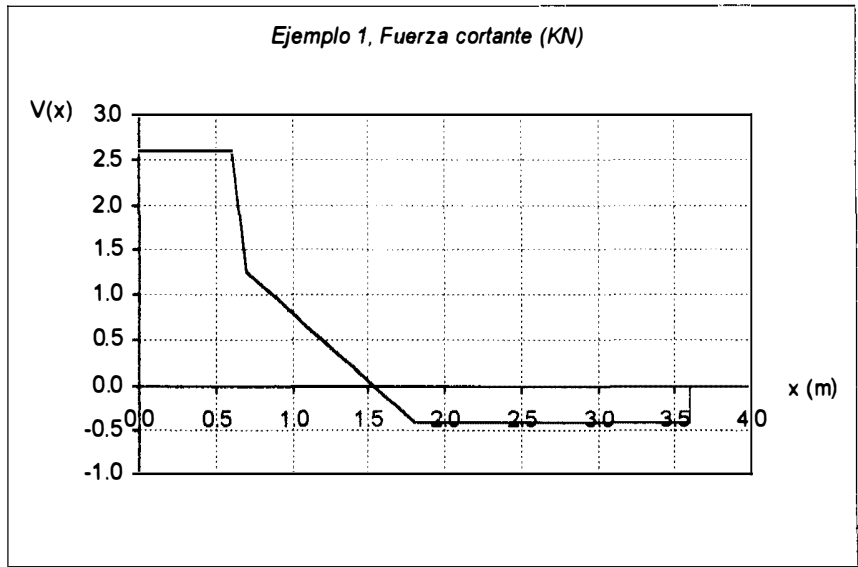
UNAM FI DICTyG Estructuras LaCE *DEMyE 1* Autor F. Monroy Jun 96, 12-28-2001, 08:57:17

Usuario :Unidad de Cómputo DICTyG FI UNAM

Estructura :Ejemplo # 5 manual

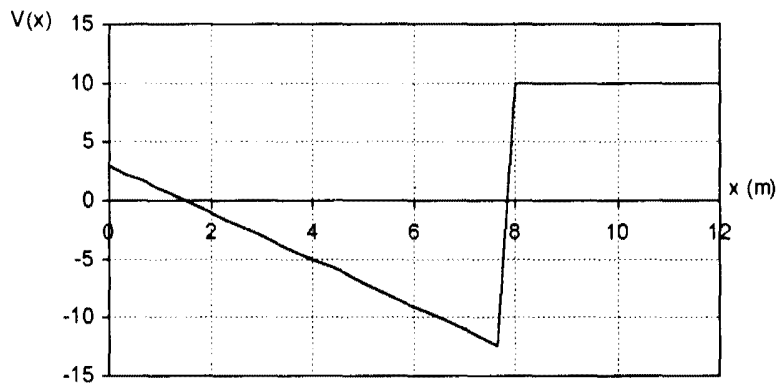
Desplazamientos perpendiculares al eje de la barra y(x)

Punto	x	M(x)	V(x)	I(x)	E(x)	(M/EI)Δx ²	y(x)
1	0.000	0.000	300,000.000	0.005400	21,500,000,256.00	0.000E+00	0.000000
2	0.600	180,000.000	300,000.000	0.003125	21,500,000,256.00	9.645E-04	-0.025504
3	1.200	360,000.000	300,000.000	0.001600	21,500,000,256.00	3.767E-03	-0.051008
4	1.800	539,999.938	-150,000.000	0.000675	21,500,000,256.00	1.340E-02	-0.072744
5	2.400	449,999.938	-150,000.000	0.000675	21,500,000,256.00	1.116E-02	-0.081085
6	3.000	359,999.969	-150,000.000	0.000675	21,500,000,256.00	8.930E-03	-0.078264
7	3.600	270,000.031	-150,000.000	0.000675	21,500,000,256.00	6.698E-03	-0.066512
8	4.200	180,000.063	-150,000.000	0.000675	21,500,000,256.00	4.465E-03	-0.048062
9	4.800	89,999.984	-150,000.000	0.000675	21,500,000,256.00	2.233E-03	-0.025147
10	5.400	0.025	-150,000.000	0.000675	21,500,000,256.00	6.252E-10	0.000000

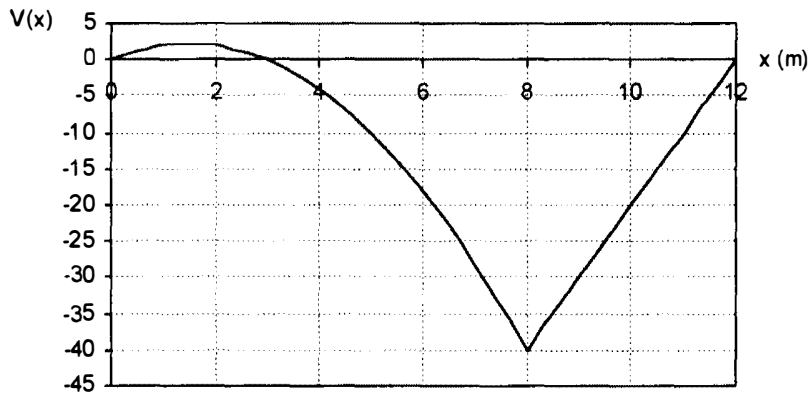


Diagramas de elementos mecánicos y elástica para el ejemplo 1.

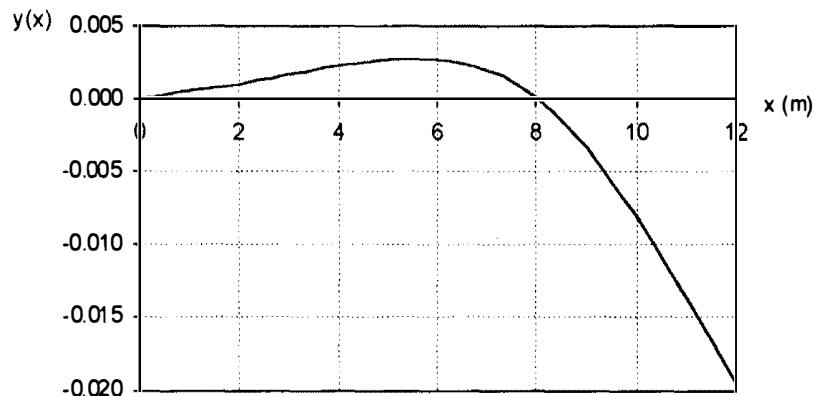
Ejemplo 2. Fuerza cortante (Ton)



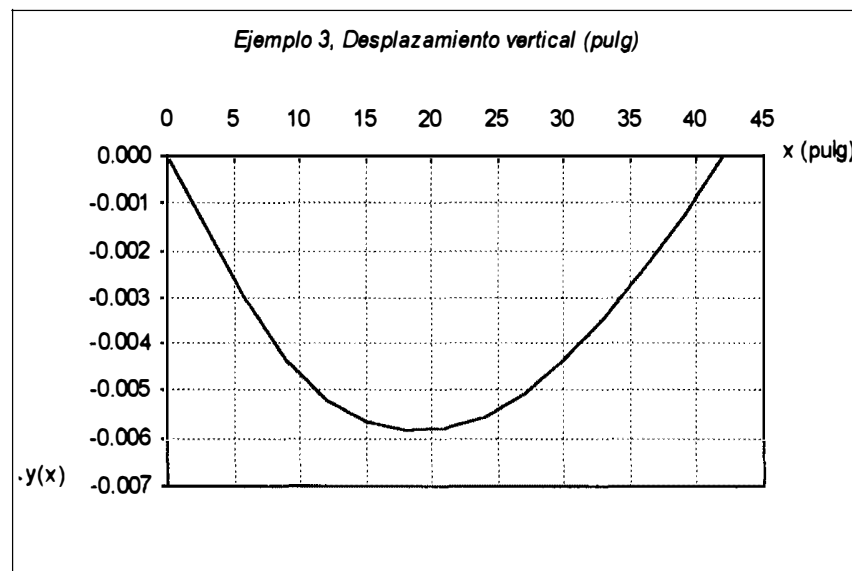
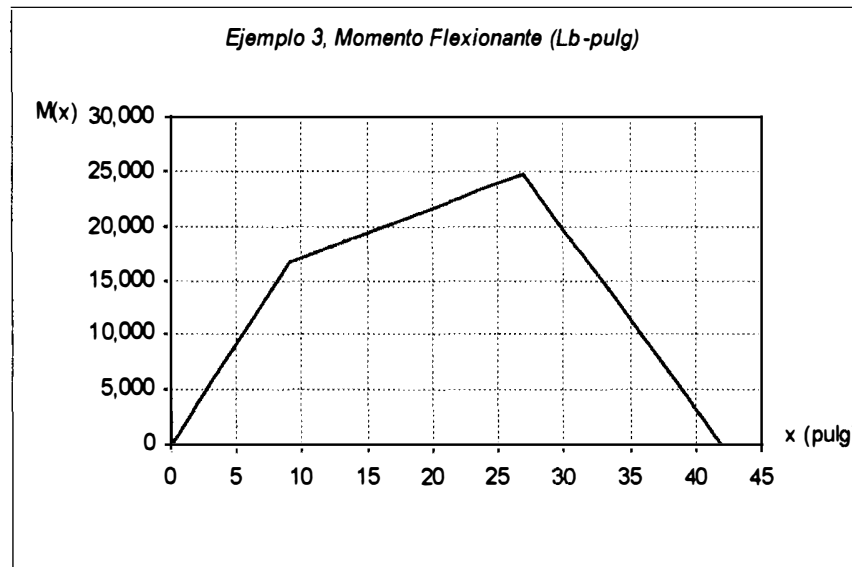
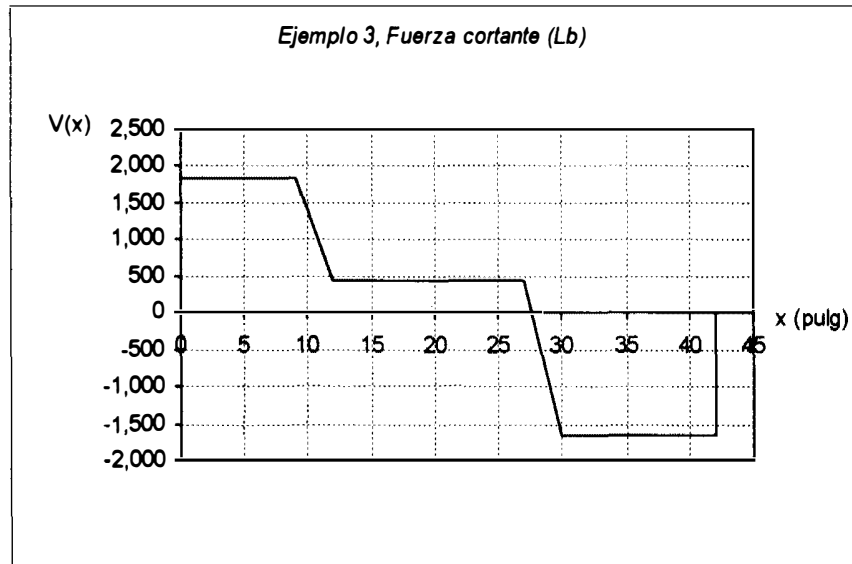
Ejemplo 2. Momento Flexionante (Ton-m)



Ejemplo 2. Desplazamiento Vertical (m)

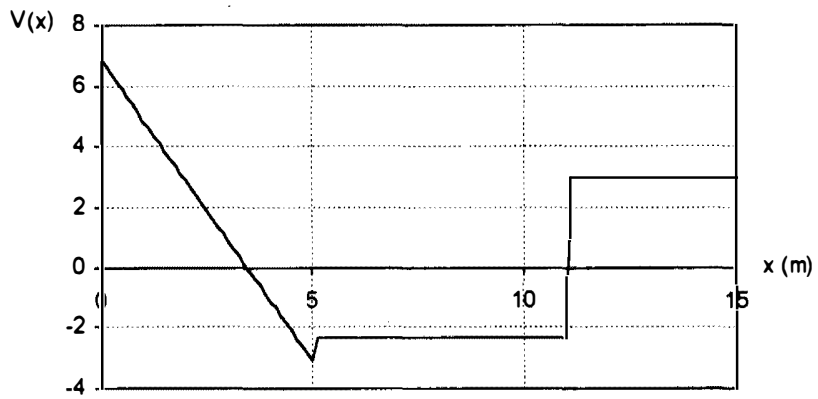


Diagramas de elementos mecánicos y elástica para el ejemplo 2.

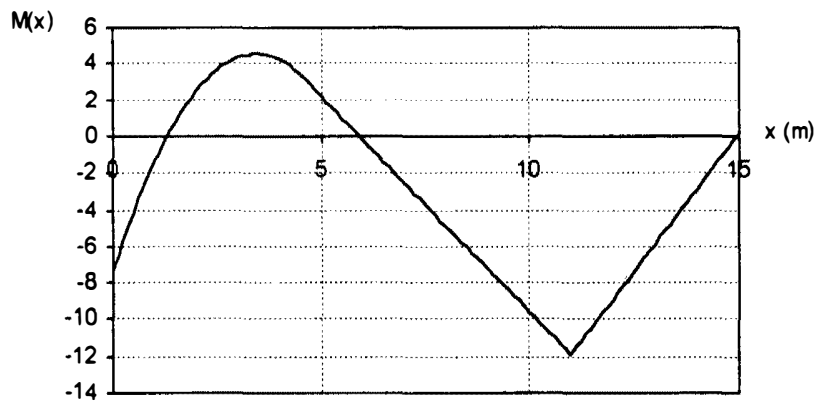


Diagramas de elementos mecánicos y elástica correspondientes al ejemplo 3.

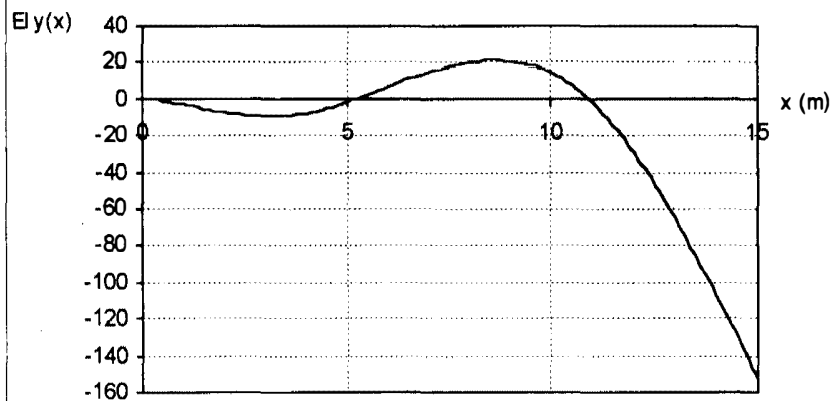
Ejemplo 4, Fuerza cortante (Ton)



Ejemplo 4, Momento Flexionante (Ton-m)

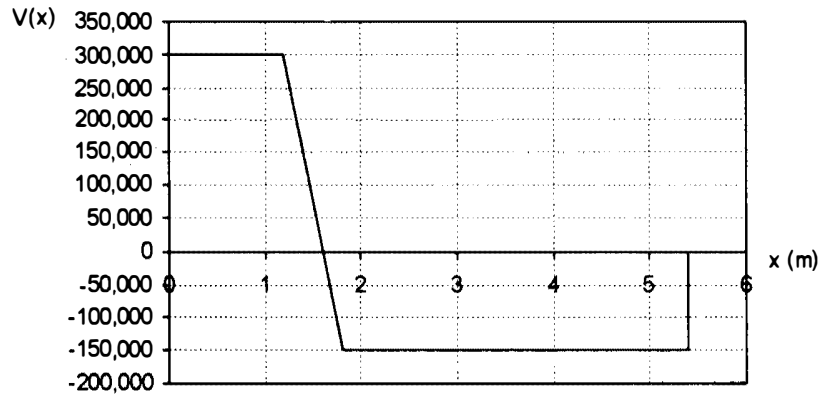


Ejemplo 4, Desplazamiento vertical (m)

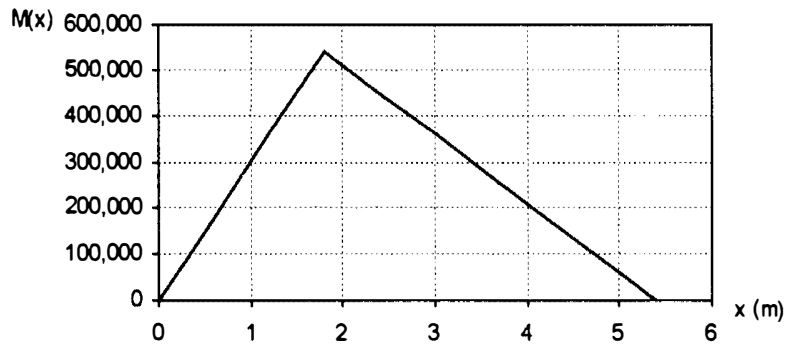


Diagramas de elementos mecánicos y elástica para el ejemplo 4.

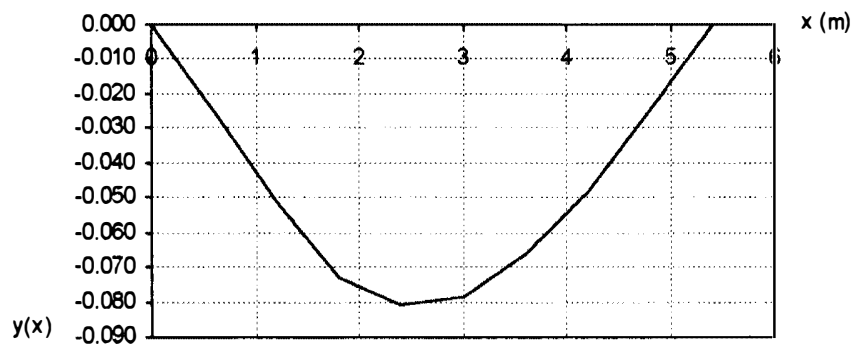
Ejemplo 5, Fuerza cortante (N)



Ejemplo 5, Momento Flexionante (N-m)



Ejemplo 5, Desplazamiento vertical (m)



Diagramas de elementos mecánicos y elástica para el ejemplo 5.



FACULTAD INGENIERIA

BIBLIOGRAFÍA

01.- 908030

1. "Introducción a la Mecánica de Sólidos", E. Popov, Limusa, 1972.
2. "Métodos Numéricos Aplicados a la Computación Digital con FORTRAN", Merlin L. James, Gerald M. Smith y James C. Wolford. RSI, México, 1976.
3. "Basic Concepts of Structural Analysis", Fred W. Beaufait, Prentice Hall, 1977.
4. Notas de la clase "Teoría General de las Estructuras I", impartida por el Ing. Julio E. Damy Ríos, DEPMI, UNAM. 1982.
5. "Análisis Estructural de Armaduras Planas Utilizando Microcomputadora". Tesis profesional, F. Monroy M., Fac. de Ing. UNAM. México 1984.
6. "Structural Analysis". Jeffrey P. Laible, CBS College Publishing, 1985.
7. "Resistencia de Materiales", J. M. Gere y S. P. Timoshenko, GEI, 2da. Ed. 1986.
8. "QUICK-BASIC", versiones 2.0, 4.0 y 4.5 Microsoft Corp. 1984 a 1989.
9. "STRUCTURES" Marshall and Nelson's third edition, Longman Scientific and Technical, 1990.
10. "Solución de sistemas de ecuaciones lineales no homogéneas con matriz de banda" J.L. Sánchez B, Víctor Franco, Revista Ingeniería, Volumen LXVI, Número 2, Abril-Junio de 1996.
11. "Una aplicación de la solución de sistemas de ecuaciones lineales no homogéneas con matriz en banda, obtención de la elástica de barras de eje recto". Revista Ingeniería, Volumen II, Número 2, Abril-Junio de 2001.

APÉNDICE A

Aplicación del método de las diferencias finitas para la obtención de la elástica de barras de eje recto.

En ingeniería estructural, la obtención de la elástica de una barra es uno de los problemas en donde hay que resolver un sistema de ecuaciones con arreglo de matriz en banda, cuando la ecuación que la riges se ha expresado utilizando el método de diferencias finitas, la solución que se presenta enseguida consiste en aplicar la ecuación de la elástica a una barra tomando como condiciones de frontera los desplazamientos de sus extremos obtenidos del análisis de la estructura, resolviendo la ecuación de la elástica se obtienen los desplazamientos de puntos intermedios de la barra. A continuación se resume la teoría requerida.

La aplicación de la Mecánica de Materiales permite obtener la ecuación que define la elástica de una barra sujeta a fuerzas contenidas en su plano (figura 1), la cual se logra por ejemplo, mediante dos integraciones sucesivas partiendo de la siguiente ecuación diferencial.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (1)$$

En la ecuación anterior y refiriéndonos al eje de la barra:

y = flecha desplazamiento perpendicular en cualquier punto.

x = distancia variable.

M = momento flexionante en cualquier punto.

E = módulo elástico del material que forma a la barra.

I = momento de inercia de área de la sección transversal de la barra con respecto al eje de flexión.

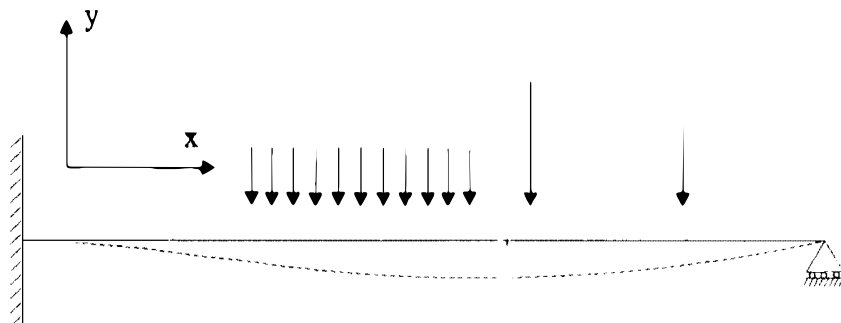


Figura 1. Elástica de una barra.

En general, el cociente M/EI puede ser expresado mediante una o varias funciones continuas de la distancia variable x a lo largo del eje de la barra, cuando esa relación se puede obtener fácilmente, el método de la doble integración puede constituir un procedimiento conveniente para ser utilizado manualmente y así determinar analíticamente la ecuación de la elástica. Sin embargo, si se

tienen varias y varios tipos de fuerzas que actúan sobre la barra, y/o si el producto EI varía a lo largo de la barra, la obtención de la elástica puede volverse tediosa (aún utilizando funciones de singularidad o algún otro método), sobre todo si se pretende plantear para ser resuelta utilizando la computadora.

La reducción de la ecuación (1) a la forma de diferencias finitas con el conjunto resultante de ecuaciones lineales algebraicas suministra un método conveniente para ser programado en una computadora digital. Para ello, utilizando la primer expresión de las diferencias centrales correspondientes a d^2y / dx^2 , la ecuación (1) se puede escribir de la forma siguiente:

$$\frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{(\Delta x)^2} = \left[\frac{M}{EI} \right] \quad (2)$$

O bien

$$y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1} = \left[\frac{M}{EI} \right]_i (\Delta x)^2 \quad (3)$$

Donde el subíndice de (M/EI) indica que es una función de x, aplicando la ecuación (3) en los puntos 2 a N-1, siendo N el número de puntos considerados a lo largo del eje de la barra, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones algebraicas:

$$\begin{aligned} y_1 - 2y_2 + y_3 + 0y_4 + \dots + 0y_n &= \left[\frac{M}{EI} \right]_2 (\Delta x)^2 \\ 0y_1 + y_2 - 2y_3 + y_4 + 0y_5 + \dots + 0y_n &= \left[\frac{M}{EI} \right]_3 (\Delta x)^2 \\ 0y_1 + 0y_2 + y_3 - 2y_4 + y_5 + \dots + 0y_n &= \left[\frac{M}{EI} \right]_4 (\Delta x)^2 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ 0y_1 + \dots + 0y_{n-3} + y_{n-2} - 2y_{n-1} + y_n &= \left[\frac{M}{EI} \right]_{n-1} (\Delta x)^2 \end{aligned} \quad (4)$$

El sistema anterior de N-2 ecuaciones algebraicas lineales contiene N términos que denotan las flechas y_1, y_2, \dots, y_n , sin embargo, por ser condiciones de frontera se conocen los valores y_1 y y_n , en consecuencia, las ecuaciones (4) constituyen un conjunto de N-2 ecuaciones independientes que contienen N-2 incógnitas, las que se expresan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
y_2 - \frac{1}{2}y_3 + 0y_4 + \dots & \dots 0y_{n-1} = -\frac{1}{2} \left[\frac{M}{EI} \right]_2 (\Delta x)^2 + \frac{1}{2}y_1 \\
-\frac{1}{2}y_2 + y_3 - \frac{1}{2}y_4 + 0y_5 & \dots 0y_{n-1} = -\frac{1}{2} \left[\frac{M}{EI} \right]_3 (\Delta x)^2 \\
0y_2 - \frac{1}{2}y_3 + y_4 - \frac{1}{2}y_5 & \dots 0y_{n-1} = -\frac{1}{2} \left[\frac{M}{EI} \right]_4 (\Delta x)^2 \quad (4') \\
\vdots & \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
\vdots & \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
\vdots & \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
\vdots & \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
0y_2 + \dots & \dots 0y_{n-3} - \frac{1}{2}y_{n-2} + y_{n-1} = -\frac{1}{2} \left[\frac{M}{EI} \right]_{n-1} (\Delta x)^2 + \frac{1}{2}y_n
\end{aligned}$$

Finalmente en forma matricial :

$$[A]\{y\} = \{X\} \quad (5)$$

Donde:

$$[A] = \begin{bmatrix}
+1 & -1/2 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
-1/2 & +1 & -1/2 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & -1/2 & +1 & -1/2 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
\vdots & & & & & & & & & & \vdots \\
\vdots & & & & & & & & & & \vdots \\
\vdots & & & & & & & & & & \vdots \\
\vdots & & & & & & & & & & \vdots \\
0 & & & & & & & 0 & -1/2 & +1 & -1/2 \\
0 & & & & & & & & 0 & -1/2 & +1
\end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \left[\frac{M}{EI} \right]_2 (\Delta x)^2 + \frac{1}{2} y_1 \\ -\frac{1}{2} \left[\frac{M}{EI} \right]_3 (\Delta x)^2 \\ -\frac{1}{2} \left[\frac{M}{EI} \right]_4 (\Delta x)^2 \\ \vdots \\ -\frac{1}{2} \left[\frac{M}{EI} \right]_{n-1} (\Delta x)^2 + \frac{1}{2} y_n \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

Los valores de (M/EI) en cada punto, al igual que los valores del desplazamiento y_1 y y_n correspondientes a las condiciones de frontera, deben de ser conocidos.

Finalmente, la solución del sistema de ecuaciones simultáneas (5) proporciona valores únicos para las flechas deseadas.

COMPARACIÓN CON LA SOLUCIÓN EXACTA DE UN CASO PARTICULAR.

Para una viga empotrada en su extremo izquierdo y simplemente apoyada en el extremo derecho (ver figura A1), sujeta a una carga uniformemente distribuida en toda su longitud L , con propiedades geométricas y elásticas constantes, la solución exacta (considerando deformaciones pequeñas y estas solo producidas por la flexión) para el momento flexionante $M(x)$ y la curva elástica $y(x)$ es

$$M(x) = w(4x^2 - 5Lx + L^2)/8$$

$$y(x) = w(2x^4 - 5Lx^3 + 3L^3x^2)/48EI$$

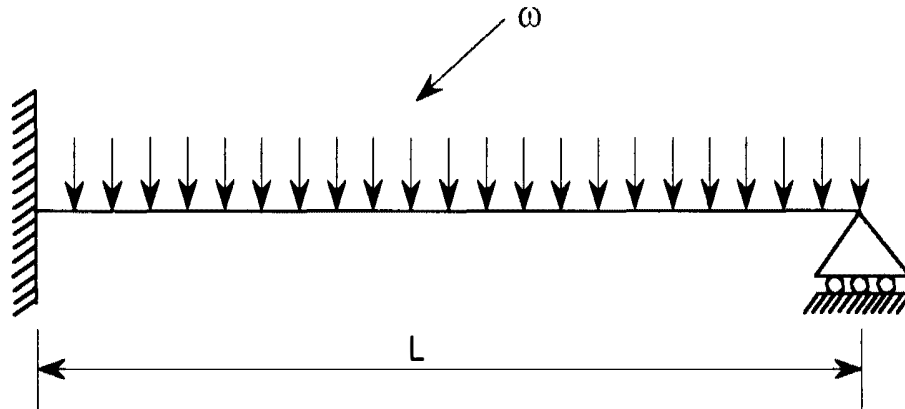


Figura A1. Viga para comparación.

Para este caso se prepararon los datos correspondientes y con ellos se alimentó al programa **DEMyE**, a continuación se muestran, tanto los resultados obtenidos con la aplicación del programa como, la solución exacta de la viga, cuyas características se describieron anteriormente, como puede verse, existe gran concordancia entre ellos, sobre todo con los valores correspondientes a la curva (3) que comparada con la (2), corresponde a una discretización o segmentación más “fina” (más puntos) de la barra.

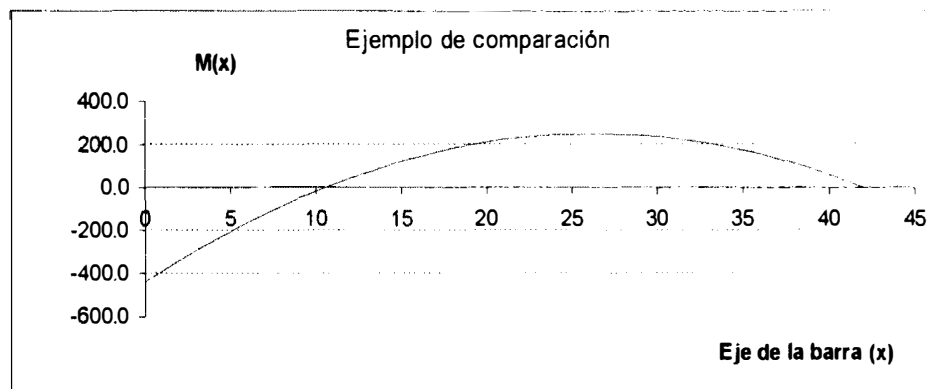
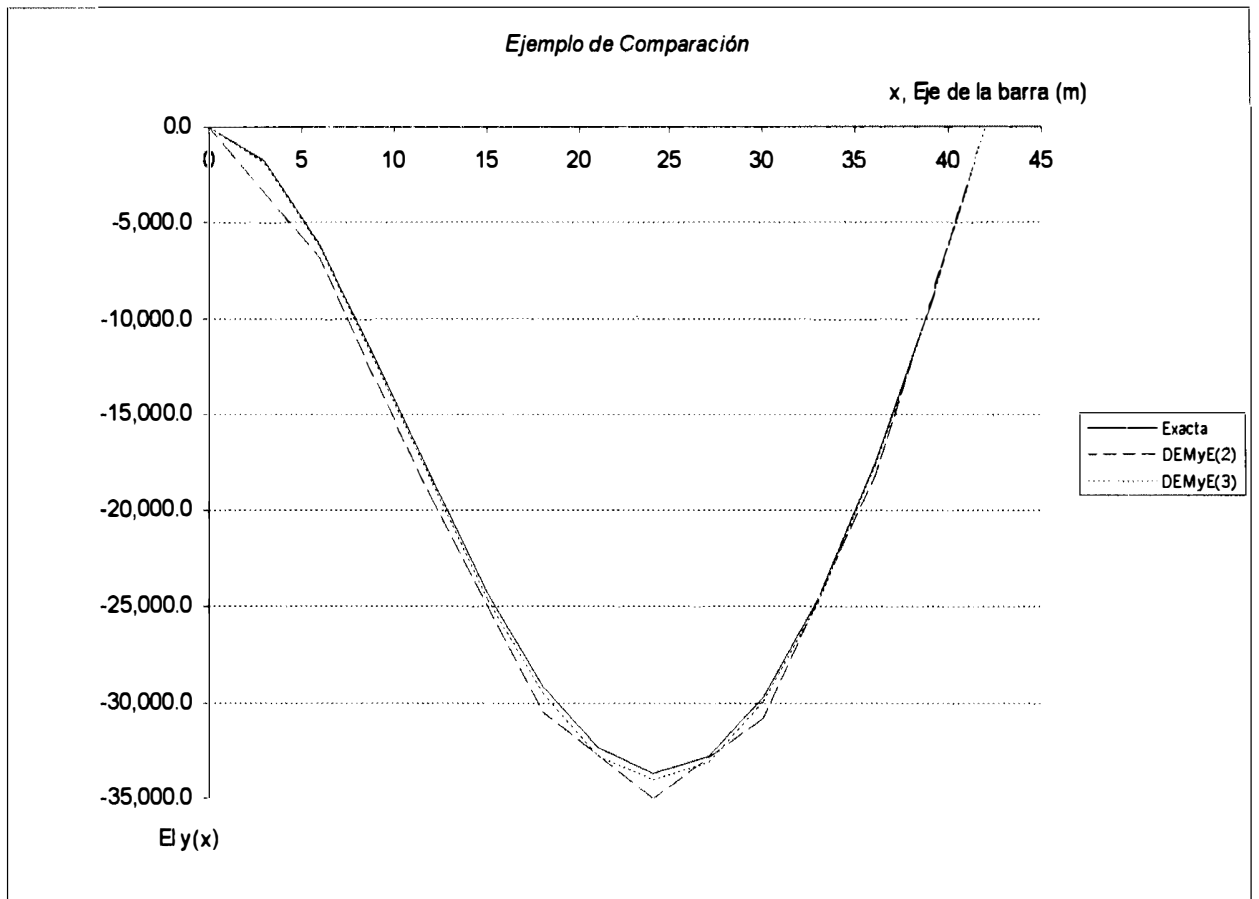


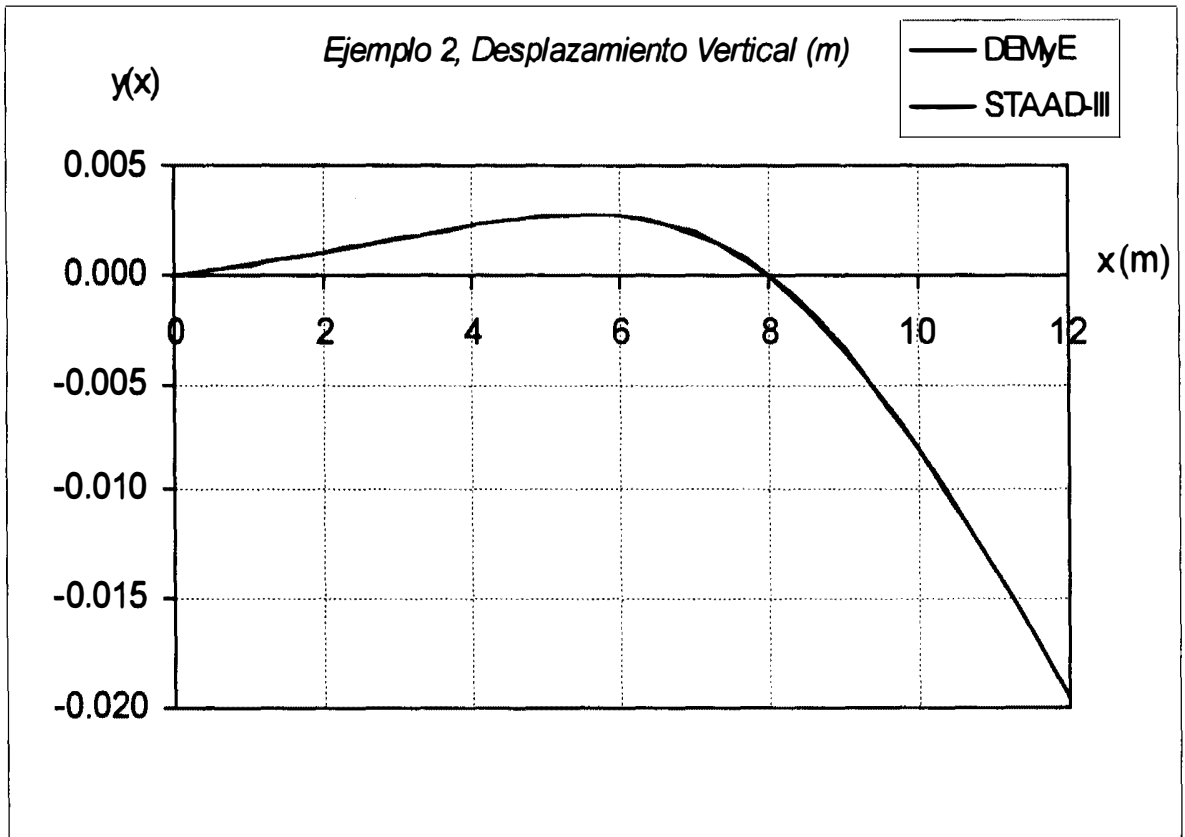
Diagrama de momentos flexionantes para la viga de la figura A1.



Elástica para la viga de la figura A1.

APÉNDICE B

El ejemplo 2, de este instructivo, se resolvió con uno de los programas más utilizados hoy en día en el campo del Análisis y Diseño Estructural por computadora, el programa STAAD-III, con él se obtuvieron los resultados que se muestran después de la siguiente figura, en esta, se representan gráficamente los resultados obtenidos con ambas herramientas (STAAD-III y DEMyE).



Desplazamientos de la viga de la figura A1.

STAAD PLANE Viga isostática

INPUT WIDTH 72

UNIT METER MTON

JOINT COORDINATES

1	.000	.000	.000
2	8.000	.000	.000
3	12.000	.000	.000

MEMBER INCIDENCES

1	1	2
2	2	3

MEMBER PROPERTY AMERICAN

1 2 PRI AX 1. IZ .08

CONSTANT

E 3ES ALL

POISSON .2 ALL

SUPPORT

1 PINNED

2 FIXED BUT FX MZ

LOAD 1 Unica

JOINT LOAD

3 FY -10.

MEMBER LOAD

1 UNI GY -2.

PERFORM ANALYSIS PRINT ALL

PRINT MEMBER FORCES ALL

PRINT JOINT DISPLACEMENTS ALL

PRINT SUPPORT REACTIONS

PRINT SECTION DISPL NSECT 12

PRINT SECTION MAX DISPL NSECT 12

PRINT SECTION DISPL NSECT 12 SAVE

PRINT SECTION DISPL NSECT 12 NOPRINT

FINISH

```
*****  
*          S T A A D - I I I          *  
*          Revision 22.0W            *  
*          Proprietary Program of    *  
*          Research Engineers, Inc.   *  
*          Date=   DEC 28, 2001      *  
*          Time=   11: 9:29          *  
*          USER ID: DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS, FI, *  
*****
```

1. STAAD PLANE VIGA ISOSTTICA
2. INPUT WIDTH 72
3. UNIT METER MTON
4. JOINT COORDINATES
5. 1 .000 .000 .000
6. 2 8.000 .000 .000
7. 3 12.000 .000 .000
8. MEMBER INCIDENCES
9. 1 1 2
10. 2 2 3
11. MEMBER PROPERTY AMERICAN
12. 1 2 PRI AX 1. IZ .08
13. CONSTANT
14. E 3ES ALL
15. POISSON .2 ALL
16. SUPPORT
17. 1 PINNED
18. 2 FIXED BUT FX MZ
19. LOAD 1 UNICA
20. JOINT LOAD
21. 3 FY -10.
22. MEMBER LOAD
23. 1 UNI GY -2.
24. PERFORM ANALYSIS PRINT ALL

PROBLEM STATISTICS

NUMBER OF JOINTS/MEMBER+ELEMENTS/SUPPORTS = 3/ 2/ 2
ORIGINAL/FINAL BAND-WIDTH = 1/ 1
TOTAL PRIMARY LOAD CASES = 1, TOTAL DEGREES OF FREEDOM = 6
SIZE OF STIFFNESS MATRIX = 30 DOUBLE PREC. WORDS
REQD/AVAIL. DISK SPACE = 12.00/ 2047.7 MB, EXMEM = 1962.3 MB

LOADING 1 UNICA

APPENDIX B

JOINT LOAD - UNIT MTON METE

JOINT	FORCE-X	FORCE-Y	FORCE-Z	MOM-X	MOM-Y	MOM-Z
3	.00	-10.00	.00	.00	.00	.00

MEMBER LOAD - UNIT MTON METE

MEMBER	UPL	L1	L2	CON	LIN1	LIN2
1	-2.000	GY	.00	8.00		

***TOTAL APPLIED LOAD (MTON METE) SUMMARY (LOADING 1)

SUMMATION FORCE-X =	.00
SUMMATION FORCE-Y =	-26.00
SUMMATION FORCE-Z =	.00

SUMMATION OF MOMENTS AROUND THE ORIGIN-

MX=	.00
MY=	.00
MZ=	-184.00

++ Processing Element Stiffness Matrix. 11: 9:29
 ++ Processing Global Stiffness Matrix. 11: 9:29
 ++ Processing Triangular Factorization. 11: 9:29
 ++ Calculating Joint Displacements. 11: 9:29
 ++ Calculating Member Forces. 11: 9:29

***TOTAL REACTION (MTON METE) SUMMARY

LOADING 1

SUM-X=	.00
SUM-Y=	26.00
SUM-Z=	.00

SUMMATION OF MOMENTS AROUND ORIGIN-

MX=	.00
MY=	.00
MZ=	184.00

EXTERNAL AND INTERNAL JOINT LOAD SUMMARY-

JT	EXT FX/ INT FX	EXT FY/ INT FY	EXT FZ/ INT FZ	EXT MX/ INT MX	EXT MY/ INT MY	EXT MZ/ INT MZ
1	.00	-8.00	.00	.00	.00	-10.67
	.00	5.00	.00	.00	.00	10.67
2	.00	-8.00	.00	.00	.00	10.67
	.00	-15.00	.00	.00	.00	-10.67
3	.00	-10.00	.00	.00	.00	.00
	.00	10.00	.00	.00	.00	.00

***** END OF DATA FROM INTERNAL STORAGE *****

25. PRINT MEMBER FORCES ALL

MEMBER END FORCES STRUCTURE TYPE = PLANE

ALL UNITS ARE -- MTON METE

MEMBER	LOAD	JT	AXIAL	SHEAR-Y	SHEAR-Z	TORSION	MOM-Y	MOM-Z
1	1	1	.00	3.00	.00	.00	.00	.00
		2	.00	13.00	.00	.00	.00	-40.00
2	1	2	.00	10.00	.00	.00	.00	40.00
		3	.00	-10.00	.00	.00	.00	.00

***** END OF LATEST ANALYSIS RESULT *****

26. PRINT JOINT DISPLACEMENTS ALL

JOINT DISPLACEMENT (CM RADIANS) STRUCTURE TYPE = PLANE

JOINT	LOAD	X-TRANS	Y-TRANS	Z-TRANS	X-ROTAN	Y-ROTAN	Z-ROTAN
1	1	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0004
2	1	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	-.0027
3	1	.0000	-1.9556	.0000	.0000	.0000	-.0060

***** END OF LATEST ANALYSIS RESULT *****

27. PRINT SUPPORT REACTIONS

SUPPORT REACTIONS -UNIT MTON METE STRUCTURE TYPE = PLANE

JOINT	LOAD	FORCE-X	FORCE-Y	FORCE-Z	MOM-X	MOM-Y	MOM Z
1	1	.00	3.00	.00	.00	.00	.00
2	1	.00	23.00	.00	.00	.00	.00

***** END OF LATEST ANALYSIS RESULT *****

28. PRINT SECTION DISPL NSECT 12

MEMBER SECTION DISPLACEMENTS

UNIT =INCHES FOR FPS AND CM FOR METRICS/SI SYSTEM

MEMB	LOAD	GLOBAL X,Y,Z	DISPL	FROM START	TO END	JOINTS AT 1/12TH PTS
1	1	.0000	.0000	.0000	.0000	.0309
		.0000	.0645	.0000	.0000	.1019
		.0000	.1427	.0000	.0000	.1848
		.0000	.2247	.0000	.0000	.2569
		.0000	.2743	.0000	.0000	.2685
		.0000	.2291	.0000	.0000	.1441
		.0000	.0000	.0000		
		.0000	.0000	.0000		

MAX LOCAL DISP = .27435 AT 533.33 LOAD 1 L/DISP= 2916

2	1	.0000	.0000	.0000	.0000	-.0979
		.0000	-.2128	.0000	.0000	-.3431
		.0000	-.4872	.0000	.0000	-.6438
		.0000	-.8111	.0000	.0000	-.9877
		.0000	-1.1720	.0000	.0000	-1.3625
		.0000	-1.5576	.0000	.0000	-1.7558
		.0000	-1.9556	.0000		
		.0000	-1.9556	.0000		

MAX LOCAL DISP = .17104 AT 166.67 LOAD 1 L/DISP= 2338

***** END OF SECT DISPL RESULTS *****

29. PRINT SECTION MAX DISPL NSECT 12

MAX MEMBER SECTION DISPLACEMENTS

UNIT= INCH FOR FPS AND CM FOR METRIC/SI SYSTEM

MEMBER	MAX DISP	LOCATION	LOAD	L/DISPL
1	.27435	533.33	1	2916
2	.17104	166.67	1	2338

***** END OF SECT DISPL RESULTS *****

30. PRINT SECTION DISPL NSECT 12 SAVE

MEMBER SECTION DISPLACEMENTS

UNIT =INCHES FOR FPS AND CM FOR METRICS/SI SYSTEM

MEMB	LOAD	GLOBAL X,Y,Z	DISPL	FROM START	TO END	JOINTS AT 1/12TH PTS
1	1	.0000	.0000	.0000	.0000	.0309
		.0000	.0645	.0000	.0000	.1019
		.0000	.1427	.0000	.0000	.1848
		.0000	.2247	.0000	.0000	.2569
		.0000	.2743	.0000	.0000	.2685
		.0000	.2291	.0000	.0000	.1441
		.0000	.0000	.0000		
		.0000	.0000	.0000		

MAX LOCAL DISP = .27435 AT 533.33 LOAD 1 L/DISP= 2916

2	1	.0000	.0000	.0000	.0000	-.0979
		.0000	-.2128	.0000	.0000	-.3431
		.0000	-.4872	.0000	.0000	-.6438
		.0000	-.8111	.0000	.0000	-.9877
		.0000	-1.1720	.0000	.0000	-1.3625
		.0000	-1.5576	.0000	.0000	-1.7558
		.0000	-1.9556	.0000		
		.0000	-1.9556	.0000		

.0000 -1.9556 .0000

MAX LOCAL DISP = .17104 AT 166.67 LOAD 1 L/DISP= 2338

***** END OF SECT DISPL RESULTS *****

31. PRINT SECTION DISPL NSECT 12 NOPRINT
32. FINISH

***** END OF STAAD-III *****

**** DATE= DEC 28,2001 TIME= 11: 9:29 ****

* For questions on STAAD-III, contact: *
* Research Engineers, Inc at *
* West Coast: Ph- (714) 974-2500 Fax- (714) 921-2543 *
* East Coast: Ph- (508) 688-3626 Fax- (508) 685-7230 *

UTILIZ.PROG
COMP.DEMyE
7-I

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



908030

G1.908030

Esta obra se termino de imprimir
en septiembre de 2002
en el taller de imprenta del
Departamento de Publicaciones
de la Facultad de Ingeniería,
Ciudad Universitaria, México, D.F.
C.P. 04510

Secretaría de Servicios Académicos

El tiraje consta de 200 ejemplares
más sobrantes de reposición.