



**Universidad Nacional Autónoma de México**

Facultad de Ingeniería

Efecto de la incertidumbre en los planes de inspección  
por fatiga de juntas tubulares de plataformas marinas.

TESIS

que para obtener el título de Ingeniero Civil

Presenta Miguel Mateos Olmedo

Director de Tesis  
Dr. Francisco Leonel Silva González



Ciudad Universitaria

2005

## AGRADECIMIENTOS

A mis padres

Dra. Carmen Olmedo de Mateos

Y

Dr. Nereo Mateos Miranda

Por haber confiado en mí siempre y apoyarme en todo momento

A mis hermanas

Ruth y

María del Carmen

Con cariño les agradezco su apoyo y sus consejos que siempre han sido los mejores.

A Dulce Irene Moreno Santiago

Con amor, gracias por estar conmigo y apoyarme

Al Dr. Francisco Leonel Silva González

Por su apoyo en la realización de esta tesis

A la Universidad Nacional Autónoma de México

Por brindarme la oportunidad de acceder a un nivel de conocimiento superior

A mi querida facultad de Ingeniería

Por abrirme las puertas durante estos años

A mis profesores

Por haberme dado los conocimientos necesarios para obtener el éxito

A mis compañeros

Al Instituto Mexicano del Petróleo (IMP)

Por las facilidades otorgadas durante la realización de este trabajo.

# EFFECTO DE LA INCERTIDUMBRE EN LOS PLANES DE INSPECCIÓN POR FATIGA DE JUNTAS TUBULARES DE PLATAFORMAS MARINAS

Objetivo: Determinar el efecto de la incertidumbre de las variables que intervienen en el modelo de fatiga en los planes de inspección de juntas tubulares de plataformas marinas fijas.

Índice	PÁG.
Introducción	1 - 11
<b>Capítulo 1. Planteamiento del problema</b>	<b>12-14</b>
<b>Capítulo 2. Conceptos básicos de probabilidad y confiabilidad estructural</b>	<b>15-45</b>
2.1 Probabilidad marginal, probabilidad condicional, probabilidad conjunta y axiomas.	14-17
2.2 Eventos estadísticamente independientes	18-19
2.3 Variables aleatorias	19-23
2.4 Función de densidad de probabilidad	23
2.5 Función de distribución de probabilidad	24
2.6 Momentos	25-26
2.7 Distribución normal, normal estándar, lognormal, exponencial y de Weibull	26-31
2.8 Distribución normal estándar multidimensional	31-32
2.9 Teorema de Bayes	32-33
2.10 Probabilidad de falla	33-35
2.11 Métodos para calcular la probabilidad de falla: Simulación, FORM y SORM	35-45
<b>Capítulo 3. Fatiga de juntas tubulares</b>	<b>46-58</b>
3.1 Vida por fatiga de juntas tubulares	46-48
3.2 Ley de Paris y Erdogan (Teoría lineal elástica de la mecánica de fractura)	48-52
3.3 Margen de seguridad por fatiga	53-54
3.4 Propiedades estadísticas de las variables aleatorias básicas que intervienen en el margen de seguridad por fatiga	54-58
3.5 Evolución con el tiempo de la confiabilidad por fatiga de juntas tubulares (Programa de cómputo)	58

<b>Capítulo 4. Cálculo de planes de inspección</b>	<b>59-64</b>
4.1 Confiabilidad mínima aceptable	59
4.2 Inspección de juntas tubulares	59-60
4.3 Actualización de la confiabilidad por fatiga en base a los resultados de una inspección	60-64
<b>Capítulo 5. Estudio de sensibilidad</b>	<b>65-79</b>
5.1 Efecto de la incertidumbre en los parámetros de la distribución de esfuerzos	65-71
5.2 Efecto de la incertidumbre en la configuración geométrica	71-75
5.3 Efecto de la incertidumbre en los parámetros del material	76-78
5.4 Resumen	79
<b>Capítulo 6. Conclusiones</b>	<b>80</b>
Bibliografía	81
Referencias	81

## INTRODUCCIÓN

### Plataformas Marinas

A partir de la Expropiación Petrolera en México, el petróleo ha representado una de las principales



fuentes de ingreso para nuestro país, además de ser una pieza fundamental en nuestro desarrollo.

Como los yacimientos se encontraban ubicados a cientos de metros por debajo del lecho marino, por lo cual, la necesidad de transportar el equipo necesario para perforar los pozos y realizar los trabajos relacionados con la producción en zonas ubicadas en mar abierto, dio como resultado la construcción de estructuras basándose en elementos de acero, concreto o una combinación de ambos, que brindaron una superficie de trabajo; estas estructuras son las que actualmente conocemos con el nombre de Plataformas Marinas.

## **Clasificación según la Importancia y el Servicio que Prestan**

Las plataformas marinas están clasificadas de acuerdo al volumen de petróleo que manejan y al servicio que brindan. La importancia de cada una de ellas dependerá del impacto que alguna falla o accidente durante su vida pudiera tener en la producción de petróleo.

Los servicios que prestan las plataformas son: Enlace, Compresión, Habitacional, Mixta, Perforación, Rebombeo, Telecomunicaciones, Inyección, Producción.

## **Solicitaciones**

Las plataformas marinas durante su vida útil se ven sujetas a diferentes condiciones de carga como resultado de las condiciones ambientales y a la profundidad del mar en donde se ubican los yacimientos, de los trabajos relacionados con las actividades para las cuales fueron diseñadas, tales como las necesidades asociadas a la producción, además de tener la capacidad de funcionar como zonas habitacionales, permitiendo que el traslado del personal se realizara entre distancias cortas.

Son acordes de las condiciones ambientales. Estas condiciones han dado lugar a diferentes sistemas estructurales que se pueden agrupar en fijos, semifijos y flotantes.

El criterio transitorio proporciona los parámetros meteorológicos y oceanográficos que deberán utilizarse para el diseño.

## **Solicitud por Fatiga en los elementos de Plataformas Marinas.**

La presencia de grietas en las soldaduras de las conexiones si bien puede tener un origen debido a un proceso constructivo defectuoso o por impactos con barcos, una causa importante por la cual también se desarrollan es debido a la fatiga, la cual es producida por los ciclos de carga y elevados intervalos de esfuerzos inducidos por el oleaje durante toda la vida de la plataforma.

La velocidad en que se desarrolla una grieta en un elemento dependerá de los intervalos de esfuerzos que actúan sobre éste y del número de veces en que estos son aplicados. Por ello resulta evidente la necesidad de determinar los esfuerzos actuantes en las juntas así como el número de veces en que estos son aplicados durante su vida de servicio.

Cuando se cuenta con registros en el tiempo de esfuerzos o deformaciones que han sido aplicadas a una junta es posible determinar el daño que se ha producido en ésta. Cuando no se cuenta con registros, existen diferentes métodos que pueden ser utilizados para estimar el número de veces que se presentaran los esfuerzos producidos por el oleaje en las juntas. En el caso de las plataformas

marinas existen diferentes métodos, como: el método espectral, el método determinístico y el método simplificado.

Las plataformas marinas se ven sujetas durante su vida a diferentes condiciones de cargas de magnitudes variables producidas por diferentes factores (WIRSCHING,1984). Al realizar el análisis por fatiga, únicamente son consideradas aquellas que producen mayores variaciones en los esfuerzos de las juntas. Al ser las fuerzas que producen el oleaje las cargas que representan mayor influencia en los esfuerzos, estas son utilizadas principalmente durante el análisis (en caso de existir otra carga con características dinámicas y que produzca efectos notable sobre las juntas, esta deberá ser considerada en el análisis. El criterio que se sigue en la diferenciación de las otras cargas es el siguiente.

Se considera a las otras cargas como estáticas o constantes cuando:

- 1) Al comparar la tasa de variación de la carga con respecto al periodo del estado de mar, esta es menor; en este caso están las cargas producidas por la gravedad, flotación, operación y corriente.
- 2) Cuando el efecto en la variación de los esfuerzos es menor en magnitud relativa al efecto que producen las olas; en este caso estaría la carga producida por el viento Tabla 4.1

Tabla 4.1 Cargas aplicadas en el análisis por fatiga

Cargas estáticas o constantes	Cargas dinámicas utilizadas en el análisis
Gravedad	Fuerzas producidas por el oleaje
Flotación	
Operación	
Viento	
Corriente	

**Tipos de daño en plataformas marinas: Fatiga, pandeo, abolladuras, corrosión.**

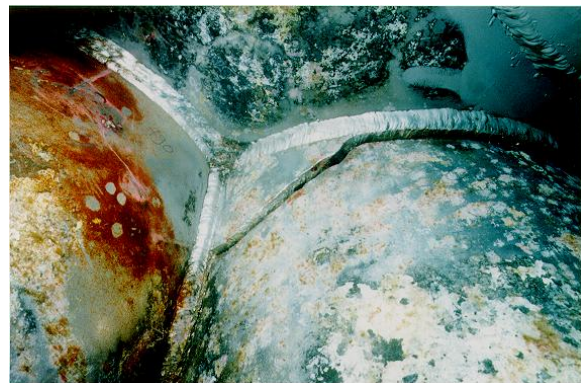
Las plataformas marinas durante su vida útil se ven sujetas a diferentes condiciones de carga como resultado de las condiciones ambientales y de los trabajos relacionados con las actividades para las cuales fueron diseñadas. Aunque los diferentes análisis que se realizan permiten obtener un diseño óptimo y seguro en los elementos principales, con el paso del tiempo se presentan eventos que no fueron previstos durante el diseño, como el impacto de un barco con la plataforma, la caída de materiales y tuberías desde la superestructura a la subestructura, sobrecarga de áreas diseñadas

para una carga menor, ampliaciones que se reflejan en incrementos de cargas sobre los elementos en que descansan y huracanes extraordinarios con un periodo de retorno mayor al considerado en el diseño. Como resultado de todos estos eventos se pueden producir abolladuras y pandeo en los elementos principales. Por otro lado, la presencia de grietas en las soldaduras de las conexiones si bien puede tener un origen debido a un proceso constructivo defectuoso o por impactos con barcos, una causa importante por la cual también se desarrollan es debido a la fatiga, la cual es producida por los ciclos de carga y elevados intervalos de esfuerzos inducidos por el oleaje durante toda la vida de la plataforma.

Desde el siglo XIX se iniciaron investigaciones en el campo de la fatiga cuando los primeros daños producidos por la fatiga se presentaron en los ejes de ferrocarriles y en sus apoyos, los cuales después de un tiempo de servicio presentaban grietas y rupturas. Desde entonces, la fatiga ha significado un problema para estructuras expuestas a cargas que son aplicadas en forma cíclica como es el caso de aviones, puentes, grúas, hélices de barco, ejes de ferrocarriles y plataformas marinas. Se cree que aproximadamente un porcentaje mayor al 50% de las fallas mecánicas en estructuras metálicas están relacionadas con la fatiga. Sin embargo, ya pesar de esto, el proceso en el cual un elemento acumula un daño y presenta grietas hasta que finalmente se rompe, es complicado y difícil de modelar.



La fatiga puede definirse como el proceso que tiene lugar en un material cuando éste se encuentra sujeto a cargas cíclicas hasta que se ven degradadas sus propiedades y, por ende, su capacidad de resistir esfuerzos. Se sabe que las grietas generalmente se propagan en dirección perpendicular a los esfuerzos principales y que son resultado de un proceso repetitivo y de la acumulación del daño.





## Incertidumbres

Recientemente la tendencia de la ingeniería estructural ha sido dominada por el pensamiento determinístico, caracterizado por el uso de las mínimas especificaciones de las propiedades del material en el diseño, especificando las intensidades de carga y junto a las prescripciones de los procedimientos para la calcularlos por computadora de las cargas y deflexiones.

La falta de información acerca del comportamiento actual de las estructuras combinado con el uso de códigos que incorporan altos factores de seguridad pueden dirigirse hacia la opinión, aun valido por algunos ingenieros como por algunos miembros del público en general, que la seguridad absoluta puede ser lograda, Y una de las consecuencias es que la real reserva de resistencia de las estructuras generalmente no son conocidas.

La seguridad absoluta es de curso inasequible , y tal meta es además indeseable, dado que la seguridad absoluta puede ser obtenida solamente por un despliegue infinito de recursos.

Esto es ampliamente reconocido ahora, sin embargo, ese riesgo inaceptable de representación estructural debe ser tolerado.

El principal objetivo del diseño de estructuras es por lo tanto asegurar, en aceptable nivel de probabilidad, que cada estructura no deberá llegar a ser inservible para el intento de su propósito en algún momento durante su diseño de vida especificado.

La mayoría de las estructuras, sin embargo, tienen múltiples requisitos de funcionamiento, comúnmente expresados en términos de determinada serviciabilidad y estado de limite último, la mayoría de los cuales no son independientes, y así el problema es mucho más complejo que la especificación de solo simple probabilidad.

La mayoría de los códigos pueden ser vistos hacia una evolución para permitir nuevos tipos de forma estructural, los efectos de mejorarse en el entendimiento del comportamiento estructural, los efectos de cambio en la tolerancia de fabricación o calidad en el proceso de control, un mejor conocimiento de las cargas, etc.

Los códigos estructurales pueden ser contados como un producto seguro, más no económico, para las estructuras.

Estos altos estándares de seguridad fueron logrados para la mejoría de estructuras no desde un entendimiento de todas las incertidumbres que afectan la carga y la respuesta, sino codificando practicas que eran conocidas por satisfactorias experiencias.

La reciente generación de códigos estructurales incluyendo el Euro-código y las sociedades de códigos de modelos para el acero y el concreto, son más de naturaleza científica. Estos típicamente cubren el más amplio rango de elementos estructurales e incorporando los resultados de muchas investigaciones teóricas y experimentales. Ellos son también más complejos para asimilar y usar y los costos asociados al diseño son consecuentemente más altos, como son los riesgos de error en interpretación.

Los beneficios de estos nuevos códigos deben por lo tanto tender a las posibilidades de:

- Para los mismos costos de construcción un incremento de la seguridad.
- Lo mismo o más consistentes niveles de seguridad, con la reducción en los costos de construcción.

Los propósitos y beneficios descritos anteriormente pueden solamente ser logrados por una racional en la evaluación de las varias incertidumbres asociadas con cada tipo de estructura y un estudio de su interacción. Esto es el análisis de la evaluación de confiabilidad de estructuras.

Para el propósito del análisis de confiabilidad estructural es necesario distinguir entre al menos tres tipo de incertidumbre: la incertidumbre física, la incertidumbre estadística y el modelo de incertidumbre.

Son descritos a continuación.

#### □ INCERTIDUMBRE FÍSICA:

Ya sea que un elemento estructural falle o no, cuando cargado dependa en parte en valores verdaderos de las propiedades relevantes del material que gobiernan su esfuerzo, es decir, la variabilidad natural de las cantidades físicas.

El analista de la confiabilidad debe por lo tanto estar preocupado en la naturaleza de la variabilidad de las cantidades físicas reales, tales como cargas, propiedades del material y dimensiones. Esta variedad puede ser descrita en términos de distribución de probabilidad o de procesos estocásticos.

No obstante, la variedad física puede ser cuantificada por exámenes simples de datos, pero como los tamaños de las muestras son limitados, por consideraciones económicas y prácticas, algunas incertidumbres deben permanecer. Esta práctica limitada da origen a las llamadas incertidumbres estadísticas.

#### □ **INCERTIDUMBRE ESTADÍSTICA**

Estadística, como opuesto a probabilidad, está preocupado con la inferencia, y en particular con la inferencia que puede ser contraída por muestras de observaciones. Los datos pueden ser colectados con los propósitos de construir un modelo probabilístico de la variabilidad física de alguna cantidad, la cual participará primeramente en la selección de un apropiado tipo de distribución de probabilidad y luego en la determinación de valores numéricos para sus parámetros. Esta incertidumbre es conocida como incertidumbre estadística, y a diferencia de la incertidumbre física sugiere solamente como un resultado de falta de información, debido a la estimación de parámetros estadísticos de pequeñas bases de datos.

#### □ **MODELO DE INCERTIDUMBRE**

El análisis y el diseño estructural hacen usar modelos matemáticos referentes a producción de cantidades deseadas. Estos modelos son generalmente forma determinística, sin embargo pueden ser probabilísticos. Además ellos pueden estar basados en un entrañable entendimiento de la mecánica del problema o ellos pueden ser sumamente empíricos (incompleto entendimiento del fenómeno).

La respuesta típica de las estructuras y de los elementos estructurales contienen una componente de incertidumbre, en añadidura a estos componentes surgidos de incertidumbres en los valores de las cargas básicas y esfuerzos variables. Esta fuente adicional de incertidumbre está expresada como un modelo de incertidumbre y ocurre como resultado de simplificaciones supuestas, desconocidas las condiciones de fronteras y como un resultado del desconocimiento de efectos de otras variables y su interacción las cuales no están incluidas en el modelo.

La consecuencia de tener incluidos modelo e incertidumbres estadísticas en el modelo probabilístico de una estructura en particular y criterios de falla, es que el cálculo de probabilidades de falla por

computadora no puede ser interpretado como una esperada frecuencia de falla. Como Tal la probabilidad de falla puede cambiar como más información disponible tengamos acerca de la estructura , ejemplo: por inspección.

El análisis de confiabilidad estructural no intenta aclarar las fallas, debido a su error grueso. Tales errores probablemente cuentan 90% de todas las fallas. Reducir la frecuencia de fallas del error grueso por medio del incremento de cargas y factores de resistencia es, sin embargo, no económico, pero otro medio debe ser usado. Tal medio puede ser mucho más costoso que incrementar las dimensiones por un pequeño porcentaje. La razón de aproximadamente 10:1 entre el costo del error grueso de falla y la falla debida a la excedencia de los criterios de diseño es entonces no necesariamente lejos de ser optima.

Los métodos de confiabilidad estructural has sido principalmente aplicados para modos de falla individual de elementos únicos en una estructura.

En los recientes años se ha incrementado el interés en confiabilidad de sistemas se ha presentado. Es ahora posible calcular las probabilidades de falla por computadora para sistemas en general.

## **Confiabilidad estructural**

### **definiciones y preliminares**

Los términos de confiabilidad estructural deben ser considerados como teniendo dos significados: uno general y uno matemático.

- En el sentido más general, la confiabilidad de una estructura es su habilidad para cumplir su propósito de diseño para algún tiempo especificado.
- En el sentido más estrecho es la probabilidad que una estructura no llegará a cada estado limite especificado (último o de servicio) durante un período de retorno.

Este estudio será concerniente con la confiabilidad estructural en el sentido más estrecho y generalmente será tratando cada estado limite o modelo de falla separadamente y explícitamente.

Sin embargo la mayoría de las estructuras y elementos estructurales tienen un número de posibles modos de falla, y un determinado sistema de confiabilidad estructural global, esto debe de ser tomado en consideración, haciendo una debida ayuda para la correlaciones presentadas desde el origen común de cargas y propiedades comunes del material.

Considerando la necesidad por definir un **periodo de retorno** por que la mayoría de las cargas estructurales varían con el tiempo en una manera de incertidumbre, la probabilidad de que la intensidad de una carga excederá en un intervalo fijo de tiempo es una función de la duración de ese intervalo(y posiblemente del tiempo en el cual eso principia). Desde ahora, en general, la confiabilidad estructural es dependiente del tiempo de exposición de las cargas del medio ambiente. Esto además afectado si las propiedades del material cambian con el tiempo.

Para las estructuras costa afuera el estado limite de fatiga esta gobernando las dimensiones estructurales de varios miembros y conexiones de juntas. La seguridad en contra de la falla por fatiga es lograda a través de una combinación de requerimientos de diseño y de las inspecciones hechas en condiciones de servicio con la reparación y de detección de grietas de fatiga. Un repaso de las incertidumbres involucradas en la predicción de la vida de fatiga para la mecánica de fractura es presentada con particular referencia a las estructuras de acero. Las fuentes de las incertidumbres consideradas son: condiciones ambientales, cargas hidrodinámicas, análisis global de la estructura, calculo de esfuerzos locales en los puntos sensibles a la fatiga, y el modelo de mecánica fractura de crecimiento de grieta por fatiga. Un modelo de probabilidad usado en la mecánica fractura en forma probabilística es presentado. Este modelo responde a las incertidumbres en cargas, inicial y critico defectos de tamaño, parámetros del material y en las incertidumbres relacionadas con el calculo por computadora del factor de intensidad de carga. Las probabilidades de falla son calculados por computadora en primer orden por métodos de confiabilidad y los factores de sensibilidad son determinados. El modelo de actualización basado en los resultados de la inspección en condiciones de servicio es formulado. Las incertidumbres con respecto a la detección de una grieta y el apropiado tamaño de la grieta son incluidos.

Estructuras de acero fijas mar adentro son usualmente fabricadas usando miembros tubulares, los cuales son interconectado mediante juntas soldadas. Se espera que las grietas por fatiga ocurran en las juntas soldadas debido a la presencia de pequeños defectos iniciales causados por las soldaduras, altas concentraciones de esfuerzos en la intersección y los esfuerzos oscilatorios

debidos a las cargas ambientales. Esta grieta de fatiga puede crecer y llegar a tamaños inaceptables, como por ejemplo la economía del tamaño de reparación, grietas a lo largo del espesor, fracturas inestables. Una falla de una junta no es necesariamente guía para falla de la estructura debido a la reducción, la cual se presenta típicamente. Aun con todo, cada miembro es ubicado ahí para un propósito y su ausencia podría degradar el comportamiento estructural.

Para la evaluación del agrietamiento y los defectos estructurales, el uso de las técnicas de mecánicas de fracturas se hallan actualmente en aumento en el diseño de nuevas estructuras y en la validación de conexiones críticas las cuales su aceptabilidad puede ser difícil de demostrar usando métodos convencionales.

En los códigos de diseño presentes son basados en mayor grado en el análisis de fatiga, todos los parámetros son llevados a sus valores esperados excepto para una elección conservadora del tamaño de la fatiga. La vida de fatiga es una cantidad de valor particular sucedida en un modo determinístico y es un indicador de la sensibilidad del daño por fatiga. Sin embargo muchos valores son de naturaleza estocásticos y deberían de ser entonces tratados probabilísticamente por un análisis realista. La metodología usada en un análisis probabilístico esta basada en la introducción de conceptos probabilísticos dentro de los procedimientos de los cálculos determinísticos, es por eso que la apropiada variabilidad es reflejada. Llevando acabo el análisis, varios parámetros introducidos para el análisis son categorizados como determinísticos o variables aleatorias. Para las variables aleatorias, la forma o la variabilidad es reflejada por la selección de la distribución de probabilidades. Factores los cuales afectan los resultados de un análisis de fatiga incluye:

Condiciones ambientales, cargas hidrodinámicas, modelos estructurales, procedimientos para determinar respuestas de esfuerzos, factores de concentraciones de esfuerzos modelos de daños de fatiga.

Las inspecciones son frecuentemente hechas a estructuras en operación.

En los planes de inspección de grietas por fatiga en condiciones de servicio es, por lo tanto, de principal importancia incluir tanto las incertidumbres en el modelo de crecimiento de grieta como la incertidumbre en la inspección.

Para los resultados de inspección, la incertidumbre es ligada a la detección de un grieta detectable y el correcto tamaño de la grieta detectable. La combinación de un análisis de diseño con un servicio

de información es información valiosa para ser usada en los planes de inspección., decisiones de reparar/ o no reparar, y la extensión de la vida de fatiga.

El uso de métodos probabilísticos en el diseño estructural esta rápidamente creciendo.

Existen ahora un convenio general en la filosofía detrás del uso de métodos probabilísticos en la toma de decisiones, modelos de herramientas para modelos de incertidumbres son aceptados y unificados, y las técnicas numéricas han sido desarrolladas para probabilidades de falla por computadora y factores de sensibilidad eficientemente.

Tales programas de computadora están ahora disponibles comercialmente y fácil de usar para muchos ingenieros.

Los métodos probabilísticos han sido usados en el pasado para calibración de factores de seguridad en códigos estructurales y técnicas estándares.

En los recientes años los métodos probabilísticos han también sido usados directamente como una herramienta de diseño. Mas recientemente los métodos probabilísticos han sido desarrollados más para aclarar nueva información que llega hacer disponible para los procesos de diseño posteriores. Tal información es desde su fabricación. Por ejemplo:

Cumplimiento del control de los materiales, y desde la experiencia del servicio, donde la inspección y el monitoreo tan buenos como prueba carga proporciona importante información adicional. Con la información adicional mucha de la incertidumbre presente en el diseño es remota y perfeccionada la decisión en: reparar, planes de inspección ,etc. Esto no es posible basado solamente en la información de diseño.

La ventaja sobre los diseños determinísticos caen en la cuantificación de los valores de incertidumbre y sus efectos en el resultado final.

## CAPITULO 1

### Planteamiento del problema

Actualmente, con el fin de mantener su integridad estructural (en consecuencia del equipo y el personal que en ellas labora) y garantizar que ante cualquier condición ambiental la producción no se vea interrumpida, periódicamente el IMP (Instituto Mexicano del Petróleo) y Petróleos Mexicanos (PEMEX) realizan inspecciones en las plataformas buscando daños en los elementos estructurales, así como en sus conexiones y esta filosofía también busca proporcionar un procedimiento y lineamientos a seguir en la inspección y detección de daños que pudieran presentarse en las plataformas. Los principales señales de posibles daños que se buscan en las plataformas son:

- Abolladuras, fracturas y pandeos en elementos
- Grietas en soldaduras de conexiones
- Presencia de corrosión en elementos y soldaduras
- Grietas en la zona de Superestructura- pilote y subestructura
- otros

En los primeros años de vida de las plataformas, posteriores a la colocación, los problemas por fatiga en las conexiones no eran considerados graves, pero después de cumplir con una vida de servicio, empezaron a presentarse grietas en algunas conexiones. La presencia de grietas en las soldaduras de las conexiones se debe a que las soldaduras son sometidas a ciclos de carga con variados intervalos de esfuerzos durante la vida de la plataforma, fatigando el material, dando como resultado a la aparición y el crecimiento de grietas. Por ello es de particular interés las inspecciones para la detección de grietas debidas a la fatiga en soldaduras, estas afectaciones en los miembros así como la aparición de grietas en las soldaduras podría dar como resultado la falla de algún elemento reflejándose en una reducción de la resistencia y de la capacidad de respuesta de la estructura. Es por ello que las causas que producen las grietas adquieren una gran importancia así como las herramientas existentes para su predicción, pero debido al elevado costo que representa el realizar inspecciones debajo del agua, no es posible inspeccionar todas las conexiones de una plataforma, además de que resultaría inútil debido a que existen conexiones en las que nunca se presentan grietas durante su vida de servicio, por todo lo anterior se realizan inspecciones periódicas a nodos que son considerados como críticos o desfavorables.



La determinación de los nodos críticos y los intervalos de tiempo en que serán revisados comprende un proceso complicado en el cual interviene la importancia de la plataforma, el historial de inspecciones realizadas con anterioridad y los elementos mecánicos de la conexión. Finalmente, el análisis por fatiga de una junta, permite ampliar el criterio de selección reduciendo el número de nodos a ser revisados.

Actualmente las inspecciones que se realizan en las conexiones son visuales o mediante pruebas no destructivas, estas permiten determinar zonas de riesgo en conexiones y puntos en donde una grieta puede estarse iniciando o ya propagándose en las diferentes partes de una plataforma. La frecuencia y el orden en que estas conexiones son revisadas dependen en gran medida de la experiencia del personal encargado de las inspecciones. Por otro lado, las inspecciones realizadas en niveles inferiores al nivel medio del mar, resultan costosas debido a la necesidad de utilizar equipo de buceo y personal altamente calificado.

El IMP establece en sus lineamientos cual es la confiabilidad mínima aceptable basada en diversos estudios realizados, en los cuales toma en cuenta el costo de las inspecciones, costos de falla y costos por inactividad.

El procedimiento que actualmente se sigue para determinarlas juntas críticas por fatiga es el realizar primero un análisis espectral por fatiga para calcular la vida por fatiga de todas las juntas de la plataforma. Luego las juntas críticas serán aquellas cuya vida por fatiga sea menor que cierta duración que es función de la vida actual de la plataforma y la vida remanente. Después se calcula la evolución de la confiabilidad utilizando un modelo de mecánica de fractura en el que se consideran todas las incertidumbres existentes. A través de la evolución de la confiabilidad en el tiempo, se establece un tiempo de inspección en el momento en el que la confiabilidad disminuye por debajo de la confiabilidad mínima aceptable de la junta. En este momento la confiabilidad puede actualizarse en base a los resultados de la inspección realizada y con dicha información puede volverse a calcular la evolución de la confiabilidad hasta generar el plan de inspección.

El plan de inspección así calculado depende del nivel de incertidumbre que se haya considerado adecuado en el análisis. En este trabajo se realizará un análisis de sensibilidad de los planes de inspección ante el nivel de incertidumbre de las variables del modelo de mecánica de fractura. Así podrá determinarse que variables son las más importantes para detallar más en la misma manera de asignar más su nivel de incertidumbre.

Por todo lo anterior, resulta necesario cuantificar la importancia de la incertidumbre en las variables utilizadas en los métodos de inspección de las juntas de las plataformas para que se optimicen los recursos.

Ya existen programas para el cálculo de planes de inspecciones, y la aportación de este trabajo es crear un programa que lleve acabo los planes de inspección y que al mismo tiempo estos planes de inspección se actualicen considerando que en la inspección no se detecto una grieta.

En esta tesis se utilizara el programa Mathematica versión 5.1, para el calculo todos los elementos que nos servirán para encontrar el índice de confiabilidad estructural, la probabilidad de falla el margen de seguridad, etc

## CAPITULO 2

### Conceptos básicos de probabilidad y confiabilidad estructural

En los capítulos posteriores de esta tesis se utilizarán implícitamente en las ecuaciones estos conceptos, por lo cual es conveniente hacer un repaso de dichos conceptos para facilitar el entendimiento de dichos capítulos.

La **probabilidad** es un mecanismo por medio del cual pueden estudiarse sucesos aleatorios, cuando estos se comparan con fenómenos determinísticos.

En la teoría de la probabilidad, un **evento** es uno o más de los posibles resultados de hacer algo.

#### Espacio simple

. El grupo de todos los posibles resultados de tales pruebas es llamado el **espacio simple** y cada resultado individual es un simple punto.

Se dice que dos eventos son **mutuamente excluyentes** si uno y sólo uno de ellos puede tener lugar a un tiempo.

Si  $E_1$  y  $E_2$  son dos eventos. La unión de  $E_1$  y  $E_2$  es un evento denotado por  $E_1 \cup E_2$  y es el subgrupo de simples puntos que pertenecen a  $E_1$  y/o  $E_2$ . La intersección  $E_1$  y  $E_2$  es un evento denotado por  $E_1 \cap E_2$  y es el subgrupo de punto simples perteneciendo a ambos  $E_1$  y  $E_2$ .

Es fácilmente demostrable que la intersección y la unión obedecen a las siguientes leyes de conmutatividad, asociatividad y distributividad:

Tres tipos de clasificar la probabilidad.

Existen tres maneras básicas de clasificar la probabilidad.

- Probabilidad clásica.
- Planteamiento de frecuencia relativa.
- Planteamiento subjetivo.

Definición de Probabilidad clásica.

Si un experimento esta sujeto al azar, resulta de  $n$  formas igualmente probables y mutuamente excluyentes, y si  $n_A$  de estos resultados tiene un atributo A, la probabilidad de A es la proporción de  $n_A$  con respecto a  $n$ .

Definición de probabilidad como Frecuencia relativa

Si un experimento se repite  $n$  veces bajo las mismas condiciones y  $n_B$  de los resultados son favorables a un atributo B, el limite  $n_B / n$  conforme  $n$  se vuelve grande, se define como la probabilidad del atributo B.

Este método utiliza la frecuencia relativa de las presentaciones pasadas de un evento como una probabilidad. Determinamos qué tan frecuente ha sucedido algo en el pasado y usamos esa cifra para predecir la probabilidad de que suceda de nuevo en el futuro.

Interpretación subjetiva de la probabilidad

Las probabilidades subjetivas están basadas en las creencias de las personas que efectúan la estimación de probabilidad. La probabilidad subjetiva se puede definir como la probabilidad asignada a un evento por parte de un individuo, basada en la evidencia que se tenga disponible. Esa evidencia puede presentarse en forma de frecuencia relativa de presentación de eventos pasados o puede tratarse simplemente de una creencia meditada.

## 2.1 Probabilidad marginal, probabilidad condicional, probabilidad conjunta y axiomas.

### Probabilidad marginal, conjunta y condicional

- **Probabilidad marginal:** probabilidad incondicional de que se presente un evento; probabilidad de que se presente un solo evento. Probabilidad simple, o probabilidad de un evento cualquiera.
- **Probabilidad conjunta:** probabilidad de que se presenten dos o más eventos simultáneamente o en sucesión.
- **Probabilidad condicional:** probabilidad de que se presente un evento, dado que otro evento ya se ha presentado.

### Axiomas

**Axioma 1**

Para cualquier evento E

$$0 \leq P(E) \leq 1 \quad (2.1)$$

Donde la función P es la medición de la probabilidad. P(E) es la probabilidad del evento E.

**Axioma 2**

Si el espacio simple es  $\Omega$ . Entonces

$$P(\Omega) = 1 \quad (2.2)$$

**Axioma 3**

Si  $E_1, E_2, \dots, E_n$  son mutuamente excluyentes los evento entonces

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n E_i\right) = \sum_{i=1}^n P(E_i) \quad (2.3)$$

**Teoremas**

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) \quad (2.4)$$

$$P(\emptyset) = 0 \quad (2.5)$$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) \quad (2.6)$$

## 2.2 Eventos estadísticamente independientes

### Probabilidades bajo condiciones de independencia estadística.

Cuando se presentan dos eventos, el resultado del primero puede tener un efecto en el resultado del segundo, o puede no tenerlo. Esto es, los eventos pueden ser dependientes o independientes. Existen tres tipos de probabilidades que se presentan bajo independencia estadística:

- Marginal.
- Conjunta.
- Condicional.
- Probabilidades marginales bajo independencia estadística.

Una probabilidad marginal o incondicional es la probabilidad simple de presentación de un evento.

- Probabilidades conjuntas bajo condiciones de independencia estadística.

La probabilidad de dos o más eventos independientes que se presentan juntos o en sucesiones es el producto de sus probabilidades marginales:

$$P(AB) = P(A) \times P(B)$$

- Probabilidades condicionales bajo independencia estadística.

Simbólicamente, la probabilidad condicional se escribe:

$$P(B/A)$$

Y se lee "la probabilidad de que se presente el evento B, dado que el evento A se ha presentado".

La probabilidad condicional es la probabilidad de que un segundo evento (B) se presente, si un primer evento (A) ya ha sucedido.

**Para eventos estadísticamente independientes**, la probabilidad condicional de que suceda el evento B dado que el evento A se ha presentado, es simplemente la probabilidad del evento B:

$$P(B/A) = P(B)$$

### Probabilidades bajo condiciones de dependencia estadística.

La dependencia estadística existe cuando la probabilidad de que se presente algún suceso depende o se ve afectada por la presentación de algún otro evento. Los tipos de probabilidad bajo condiciones de dependencia estadística son:

- Condicional.
- Conjunta.
- Marginal.
  - Probabilidad condicional bajo dependencia estadística.

$$P(B/A) = P(BA) / P(A)$$

- Probabilidades conjuntas bajo condiciones de dependencia estadística.

$$P(BA) = P(B/A) \times P(A)$$

O

$$P(BA) = P(A/B) \times P(B)$$

- Probabilidades marginales bajo condiciones de dependencia estadística.

Las probabilidades marginales bajo dependencia estadística se calculan mediante la suma de las probabilidades de todos los eventos conjuntos en los que se presenta el evento sencillo.

### 2.3 Variables aleatorias

#### Variable aleatoria

Una variable es aleatoria si toma diferentes valores como resultado de un experimento aleatorio. Puede ser discreta o continua. Si puede tomar sólo un número limitado de valores, entonces es una variable aleatoria discreta. En el otro extremo, si puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo dado, entonces se trata de una variable aleatoria continua.

Se puede pensar en una variable aleatoria como un valor o una magnitud que cambia de una presentación a otra, sin seguir una secuencia predecible. Los valores de una variable aleatoria son los valores numéricos correspondientes a cada posible resultado de un experimento aleatorio.

En estadística y teoría de probabilidad una variable aleatoria se define como el resultado numérico de un experimento aleatorio. Matemáticamente, es una aplicación que da un valor numérico a cada suceso en el espacio de los resultados posibles del experimento.

Los resultados de los experimentos en la mayoría de los casos serán valores numéricos. Pero eso no será siempre cierto. Si, por ejemplo, uno quiere comprobar si una estructura dada puede soportar una carga dada el resultado puede ser si o no. No obstante, en tal caso es posible asignar un valor numérico para el resultado, por ejemplo el número 1 para el evento en que la estructura pueda soportar la carga, y el número 0 para el evento en que la estructura no pueda soportar la carga. Note que los números 1 y 0 son artificialmente asignados valores numéricos y por lo tanto, otro valor pudo haber sido asociado con los eventos en cuestión. En este modo es posible identificar posibles resultados de un fenómeno aleatorio por valores numéricos. En la mayoría de los casos esos valores serán simplemente los resultados de los fenómenos pero según lo mencionado es necesario asignar un valor numérico artificial.

En este modo un resultado o evento puede ser identificado por medio del valor de una función llamada Variable aleatoria. Una variable aleatoria es una función la cual mapea eventos en el espacio simple  $\Omega$  dentro de la línea de los reales  $\mathbf{R}$ . Usualmente una variable aleatoria es denotada por una letra mayúscula tal como  $\mathbf{X}$ . Enfatizando el dominio de  $\mathbf{X}$  la variable aleatoria es frecuentemente escrita  $\mathbf{X}:\Omega \rightarrow \mathbf{R}$ . El concepto de una variable aleatoria continua se ilustra en la figura 2.4. El evento  $E_1 \subset \Omega$ , donde  $\Omega$  es un espacio continuo simple, esta adelante mapeado por la función  $\mathbf{X}$  en el intervalo

$[a ; b] \subset \mathbf{R}$ . Si el espacio simple es discreto, la variable aleatoria es llamada una variable aleatoria discreta.

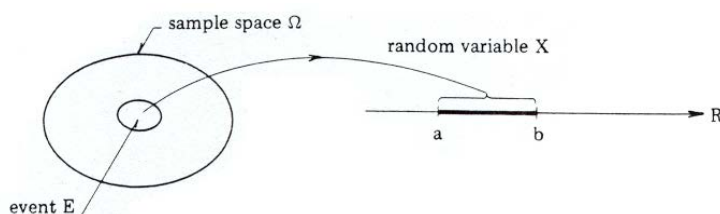


Figure 2.4



Anteriormente la probabilidad de un evento E es introducida por la probabilidad medida P. En esta sección, eso es mostrado como un valor numérico asociado con algún evento por la variable aleatoria.

### TRATAMIENTO DE VARIABLES ALEATORIAS.

- Variables aleatorias discretas.

Sean  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  los distintos valores que puede tomar la variable aleatoria.

Y  $p(x_1), p(x_2), \dots, p(x_n)$  su probabilidad.

Primero considerar una variable aleatoria discreta  $X$ . Esto es una función que toma a solamente un finito o infinito contable número de valores discretos. Pare semejante variable aleatoria La función probabilidad de masa  $P_X$  esta definida por

$$p_X(x) = P(X = x) \quad (2.7)$$

donde  $X$  es la variable aleatoria, y  $x = x_1, x_2, \dots, x_n$  pueden ser finitos o infinitos.

Los pares de valores  $(x_j, p(x_j))$  constituyen la distribución de probabilidades de la variable aleatoria.

$p(x)$  se denomina función de probabilidad, y debe cumplir con las siguientes propiedades:

$$0 \leq p_X(x) \leq 1 \quad (2.8)$$

$$\sum_{i=1}^n p_X(x_i) = 1 \quad (2.9)$$

$$P(a \leq X \leq b) = \sum_{x_i \leq a} p_X(x_i) - \sum_{x_i \leq b} p_X(x_i) \quad (2.10)$$

:

Esta función representa la probabilidad de que la variable aleatoria sea menor o igual que un determinado valor:

$$F(x_j) = P(X \leq x_j)$$

Gráficamente, la función aumenta de "saltos", ya que entre dos valores consecutivos de una variable discreta, no puede tomar valores intermedios.

- Variables aleatorias continuas.

En este caso, en lugar de trabajar con la probabilidad de valores particulares de la variable, resulta más apropiado calcular probabilidades asociadas a intervalos. Para distribuir propiedades se usa una función que mide "concentración" de probabilidades alrededor de un punto, que se denomina *función de densidad de probabilidad (fdp)* y se denota como  $f(x)$ .

**Función de probabilidad:** función que asigna probabilidades a cada uno de los valores de una variable aleatoria discreta.

### Las distribuciones de probabilidad

Las distribuciones de probabilidad están relacionadas con las distribuciones de frecuencias. Una distribución de frecuencias teórica es una distribución de probabilidades que describe la forma en que se *espera* que varíen los resultados. Debido a que estas distribuciones tratan sobre expectativas de que algo suceda, resultan ser modelos útiles para hacer inferencias y para tomar decisiones en condiciones de incertidumbre.

Una distribución de frecuencias es un listado de las frecuencias observadas de todos los resultados de un experimento que se presentaron realmente cuando se efectuó el experimento, mientras que una distribución de probabilidad es un listado de las probabilidades de todos los posibles resultados que podrían obtenerse si el experimento se lleva a cabo.

Las distribuciones de probabilidad pueden basarse en consideraciones teóricas o en una estimación subjetiva de la posibilidad. Se pueden basar también en la experiencia.

Las distribuciones de probabilidad se clasifican como continuas y discretas. En la distribución de probabilidad discreta está permitido tomar sólo un número limitado de valores.

En una **distribución de probabilidad continua**, la variable que se está considerando puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo dado.

Las **distribuciones continuas** son una forma conveniente de presentar distribuciones discretas que tienen muchos resultados posibles, todos muy cercanos entre sí.

## 2.4 Función de densidad de probabilidad (fdp)

La **función de densidad** o densidad de probabilidad de una variable aleatoria es una función a partir de la cual se obtiene la probabilidad de cada valor.

**Función de densidad de probabilidad:** función que mide concentración de probabilidad alrededor de los valores de una variable aleatoria continua.

Una función de densidad de probabilidad debe cumplir con las siguientes propiedades:

- $f(x) \geq 0$  (la función es no negativa para cualquier valor de  $x$ ,  $f(x)$  no es una probabilidad, y puede valer más de 1).
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$  (la acumula para todos los valores de la variable suma 1, el área bajo la curva de la función vale 1).

La función de distribución para una variable aleatoria continua se calcula:

$$F(a) = P(X \leq a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx$$

La probabilidad de que la variable esté dentro de un intervalo  $[a - b]$  se calcula:

$$P(a \leq x \leq b) = F(b) - F(a)$$

La probabilidad de que la variable tome un valor particular se puede expresar como:

$$F(c) - F(c) = 0$$

Esto explica la idea de que para el caso de una variable aleatoria continua no tiene sentido trabajar con la probabilidad de un valor particular.

## 2.5 Función de Distribución de probabilidad

**Función de distribución:** función que acumula probabilidades asociadas a una variable aleatoria.

### Variables discretas

De la misma manera que calculamos frecuencias acumuladas, podemos acumular probabilidades, obteniendo la función de distribución de probabilidades

La función de distribución de probabilidad  $P_X : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$  es relacionado  $P_X$  por

$$P_X(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} P_X(x_i) \quad (2.11)$$

### Variables continuas

considerar una variable aleatoria continua. Esta es una función la cual puede tomar cualquier valor dentro de uno o varios intervalos. Para tal variable aleatoria para esto se supone que la probabilidad de un valor específico es cero. Entonces, la función masa de probabilidad definida en (2.7) es de no interés. No obstante, **La función de distribución de probabilidad**  $F_X : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$  puede aun ser definida por

$$F_X(x) = P(X \leq x), \quad x \in \mathcal{R} \quad (2.12)$$

Frecuentemente es útil usar la derivada de la función de probabilidad. Esta función es llamada *función de densidad de probabilidad*.  $f_X : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$  y esta definida por

$$f_X = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (2.13)$$

Asumiendo por supuesto que la derivada existe. Notar que el símbolo  $p_X(x)$  es usado por la función de masa de probabilidad y el símbolo  $f_X(x)$  por la función densidad de probabilidad.

## 2.6 Momentos

En esta sección los conceptos importantes serán introducidos.  $X$  será una variable aleatoria continua. Entonces sus características probabilísticas son descritas por la función  $F_X$ . No obstante, en muchas aplicaciones la forma de  $F_X$  no es conocida en detalle. Entonces es útil tener una descripción aproximación de la variable aleatoria comprendiendo sus mas importantes facciones. Cuando  $F_X$  (o  $f_X$ ) es completamente conocido, no obstante, es también de interés tener alguna manera simple de describir las características probabilísticas. Para este propósito el llamado momento es introducido aquí.

Cuando  $X$  es una variable aleatoria,  $Y = X^k$ , donde  $k$  es un entero positivo, y también una variable aleatoria por  $P(\{\omega : X^k \leq y\})$  existe para toda  $y$ . En lo siguiente se asume que las variables aleatorias son variables aleatorias continuas, y no de otro modo de estado.

El valor esperado de  $X$  esta definido como

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad (2.14)$$

El valor esperado es también llamada el grupo promedio, medio o el primer momento de  $X$  y el símbolo  $\mu_X$  es frecuentemente usado para eso. Análogamente con el  $n^{\text{th}}$  momento de  $X$  es llamado  $E[X^n]$  y esta definido como

$$E[X^n] = \int_{-\infty}^{\infty} x^n f_X(x) dx \quad (2.15)$$

Para una variable aleatoria discreta las integrales en (2.14) – (2.15) deben ser remplazadas por sumas.

Notar que el primer momento de  $X$  definido por la ecuación (2.14) es análogo a la locación del centroide de una unidad de masa, de igual modo, el segundo momento puede ser comparado con el momento de masa de inercia.

Retornando a los momentos de la variable aleatoria  $X$ , el  $n^{\text{th}}$  momento central de  $X$

Esta definido por  $E[(X - \mu_x)^n]$ , donde  $\mu_x = E[X]$ . Notar que el primer momento central de  $X$  es siempre igual a cero. El segundo momento central de  $X$  es llamado varianza de  $X$  y es denotado por  $\sigma_x^2$  o  $\text{Var}[X]$

$$\text{Var}[X] = \sigma_x^2 = E[(X - \mu_x)^2] \quad (2.16)$$

La raíz cuadrada positiva de la varianza,  $\sigma_x$ , es llamada la desviación estándar de  $X$ .

La varianza también se obtiene

$$\sigma_x^2 = E[X^2] - \mu_x^2 \quad (2.17)$$

La desviación estándar  $\sigma_x$  es una medida de que tan densamente los valores de la variable aleatoria  $X$  son concentrados alrededor del valor  $E[X]$ . Esto es difícil solo por conocimiento de  $\sigma_x$  decidir si la dispersión debe ser considerada pequeña o grande por que esto dependerá en el valor esperado. No obstante, el *coeficiente de variación*  $V_x$ , definido por

$$V_x = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (2.18)$$

da mejor información referente a la dispersión.

## 2.7 Distribución normal, normal estándar, lognormal, exponencial y de Weibull

### Distribución normal y normal estándar

En esta sección algunas de las distribuciones de probabilidad más ampliamente usadas son introducidas. Quizás las más importante es *la distribución Normal* también llamada la distribución Gaussiana. Esta distribución es de dos parámetros definida por la función de densidad

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (2.19)$$

donde  $\mu$  y  $\sigma$  son parámetros iguales  $\mu_X$  y  $\sigma_X$ . Esta función normal será denotada por  $N(\mu, \sigma)$ .

La función de distribución correspondiente a (2.19) esta dada por

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2\right] dt \quad (2.20)$$

Esta integral no puede ser evaluada de forma directa. Por la sustitución

$$s = \frac{t-\mu}{\sigma}, \quad dt = \sigma ds \quad (2.21)$$

La ecuación (2.20) se convierte en

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{\frac{x-\mu}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}(s)^2\right] ds = \Phi_X\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \quad (2.22)$$

Donde  $\Phi_X$  es la función de distribución normal estándar definida por

$$\varphi_X(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (2.23)$$

Y la correspondiente función de densidad normal estándar

$$\varphi_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad (2.24)$$

### Distribución lognormal

Permitir(sea) la variable aleatoria  $Y = \square_n X$  es normalmente distribuida

$N(\mu_Y, \sigma_Y)$ . Entonces la variable aleatoria  $X$  es dicha *una Distribución normal logarítmica* con los parámetros  $\mu_X \in \mathbb{R}$  y  $\sigma_Y > 0$ . La función de densidad log-normal es

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_Y \sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \mu_Y}{\sigma_Y}\right)^2\right] \quad (2.25)$$

donde  $x \geq 0$ .

Para esta distribución los parámetros  $\mu_X, \sigma_X$  .Se obtiene como

$$\mu_X = \exp\left(\mu_Y + \frac{1}{2} \sigma_Y^2\right) \quad (2.26)$$

$$\sigma_X = \sqrt{\mu_X^2 (e^{\sigma_Y^2} - 1)} \quad (2.27)$$

Y además

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu_Y}{\sigma_Y}\right) \quad (2.28)$$

### Distribución exponencial

La distribución exponencial es el equivalente continuo de la distribución geométrica discreta.

Esta ley de distribución describe procesos en los que:

- Nos interesa saber el tiempo hasta que ocurre determinado evento, sabiendo que,
- el tiempo que pueda ocurrir desde cualquier instante dado  $t$ , hasta que ello ocurra en un instante  $t_f$ , no depende del tiempo transcurrido anteriormente en el que no ha pasado nada. .

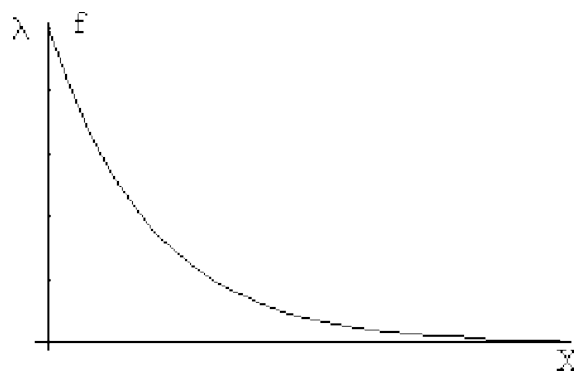
Concretando, si una v.a. continua  $X$  distribuida a lo largo de  $\mathbb{R}^+$ , es tal que su función de densidad es



$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \text{ si } 0 < x$$

se dice que sigue una **distribución exponencial** de parámetro  $\lambda$ ,  $X \sim \mathbf{Exp}(\lambda)$

Figura: Función de densidad,  $f$ , de una  $\mathbf{Exp}(\lambda)$



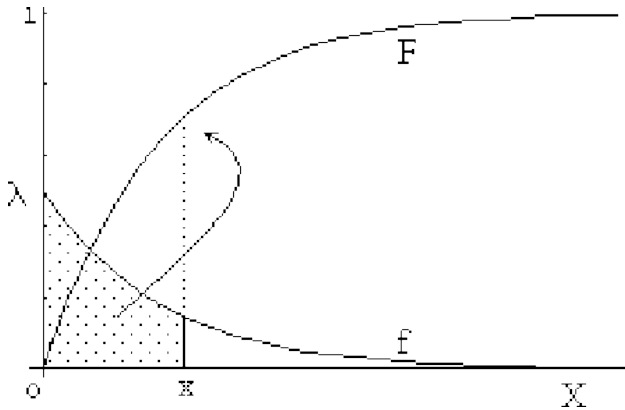
Un cálculo inmediato nos dice que si  $x > 0$ ,

$$\int_0^x \lambda e^{-\lambda t} dt = -e^{-\lambda t} \Big|_0^x = 1 - e^{-\lambda x}$$

luego la función de distribución es:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{si } 0 < x \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Figura: Función de distribución,  $F$ , de  $\mathbf{Exp}(\lambda)$ , calculada como el área que deja por debajo de sí la función de densidad.



Para calcular el valor esperado y la varianza de la distribución exponencial, obtenemos en primer lugar la función característica

$$\phi_X(t) = \int_0^{+\infty} e^{itx} \lambda e^{-\lambda x} dx = \int_0^{+\infty} \lambda e^{(it-\lambda)x} dx = \frac{\lambda}{it-\lambda} e^{(it-\lambda)x} \Big|_0^{+\infty} = -\frac{\lambda}{it-\lambda}$$

para después, derivando por primera vez

$$\begin{aligned} \phi'_X(t) &= \frac{\lambda i}{(it-\lambda)^2} \\ &\Downarrow \\ \mathbf{E}[X] &= \frac{\phi'_X(0)}{i} = \frac{1}{\lambda} \end{aligned}$$

Entonces la varianza vale

$$\mathbf{Var}[X] = \mathbf{E}[X^2] - \mathbf{E}[X]^2 = \frac{2}{\lambda^2} - \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

Distribución de Weibull

Una importante distribución es la llamada *distribución de Weibull* con tres parámetros  $\beta, \epsilon$  y  $k$ .

La función de densidad  $f_X$  es definida por

$$f_X(x) = \frac{\beta}{k-\epsilon} \left(\frac{x-\epsilon}{k-\epsilon}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x-\epsilon}{k-\epsilon}\right)^\beta\right] \quad (2.29)$$

donde  $x \geq \epsilon$  y  $\beta > 1$ ,  $k < \epsilon$ .

Si  $\epsilon = 0$  la ecuación (2.29) es

$$f_X(x) = \frac{\beta}{k-\epsilon} \left(\frac{x}{k}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{k}\right)^\beta\right], x \geq 0 \quad (2.30)$$

La función de densidad (2.30) es llamada una dos parámetros función de densidad de Weibull y es mostrada en la figura 2.10. Si  $\epsilon = 0$  y  $\beta = 2$  en (2.29) la función de densidad es idéntica a la llamada función de densidad de Rayleigh.

$$f_X(x) = \frac{2x}{k^2} \exp\left[-\left(\frac{x}{k}\right)^2\right] \quad (2.31)$$

## 2.8 Distribuciones normal estándar multidimensional

Lo mas importante de la función de densidad de [la unión](#) de dos variables continuas  $X_1$  y  $X_2$  es la *función de densidad normal bivalente* dada por

$$f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right) + \left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right)\right] \quad (2.32)$$

donde  $-\infty \leq x_1 \leq \infty, -\infty \leq x_2 \leq \infty$ , y  $\mu_1$  y  $\mu_2$  son las medias,  $\sigma_1, \sigma_2$  las desviaciones estándares y  $\rho$  el coeficiente de correlación de  $X_1$  y  $X_2$ .

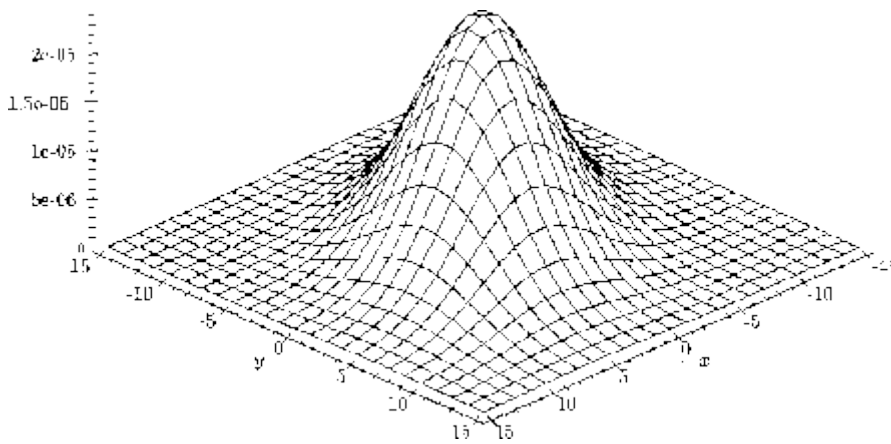
Las función de densidad marginal  $f_{X_1}(x_1)$  para (2.32) son

$$f_{X_1}(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2\right] \quad (2.33)$$

La función de densidad normal multivariante esta definida como

$$f_{\bar{x}}(\bar{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} \cdot \frac{1}{|\bar{C}|^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n (x_i - \mu_i) M_{ij} (x_j - \mu_j)\right] \quad (2.34)$$

Donde  $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $\bar{M} = \bar{C}^{-1}$ , y donde  $\bar{C}$  es la matriz de covarianza.



Representación de una fdp normal bidimensional

### 2.9. Teorema de Bayes

Permite el espacio simple  $\Omega$  es dividido dentro de n eventos mutuamente excluyentes  $E_1, E_2, \dots, E_n$  ((ver figura 2.3 cuando  $n = 4$ )). A es un evento en el espacio simple, entonces

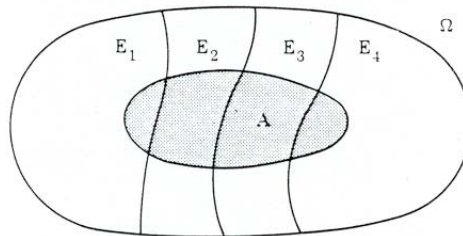


Figure 2.3

$$\begin{aligned}
P(A) &= P(A \cap E_1) + P(A \cap E_2) + \dots + P(A \cap E_n) \\
&= P(A | E_1)P(E_1) + P(A | E_2)P(E_2) + \dots + P(A | E_n)P(E_n) \\
&= \sum_{i=1}^n P(A | E_i)P(E_i)
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Por definición tenemos

$$P(A | E_i)P(E_i) = P(E_i | A)P(A)$$

De modo que

$$P(E_i | A) = \frac{P(A | E_i)P(E_i)}{P(A)} \tag{2.36}$$

o usando (2.35)

$$P(E_i | A) = \frac{P(A | E_i)P(E_i)}{\sum_{i=1}^n P(A | E_i)P(E_i)} \tag{2.37}$$

Esto es lo importante del teorema de Bayes.

## 2.10 Probabilidad de falla

La teoría de la confiabilidad estructural esta relacionada con el tratamiento racional de las incertidumbres en la ingeniería estructural y con los métodos para estimar la seguridad y serviciabilidad de estructuras civiles y de cualquier otro tipo.

La confiabilidad estructural se ocupa de cuantificar la seguridad estructura de un sistema a través del uso de la teoría de probabilidad y análisis estructural.

La confiabilidad se calcula a través de la probabilidad de que la estructura falle ante una excitación determinada (**probabilidad de falla**).

De manera simple, considérese que un sistema tiene una resistencia R y se encuentra sometida a una carga de intensidad S. La probabilidad de falla de tal sistema es :

$$\begin{aligned} P_F &= P[R < S] = \\ &P[R - S < 0] \\ P_F &= p[M < 0] \end{aligned}$$

Donde  $M = R - S$ ; esta se conoce como función de falla.

La probabilidad de sobrevivencia es

$$P_S = 1 - P_F$$

El índice de confiabilidad se define como:

$$\beta = -\phi^{-1}(P_F)$$

### Probabilidad de falla

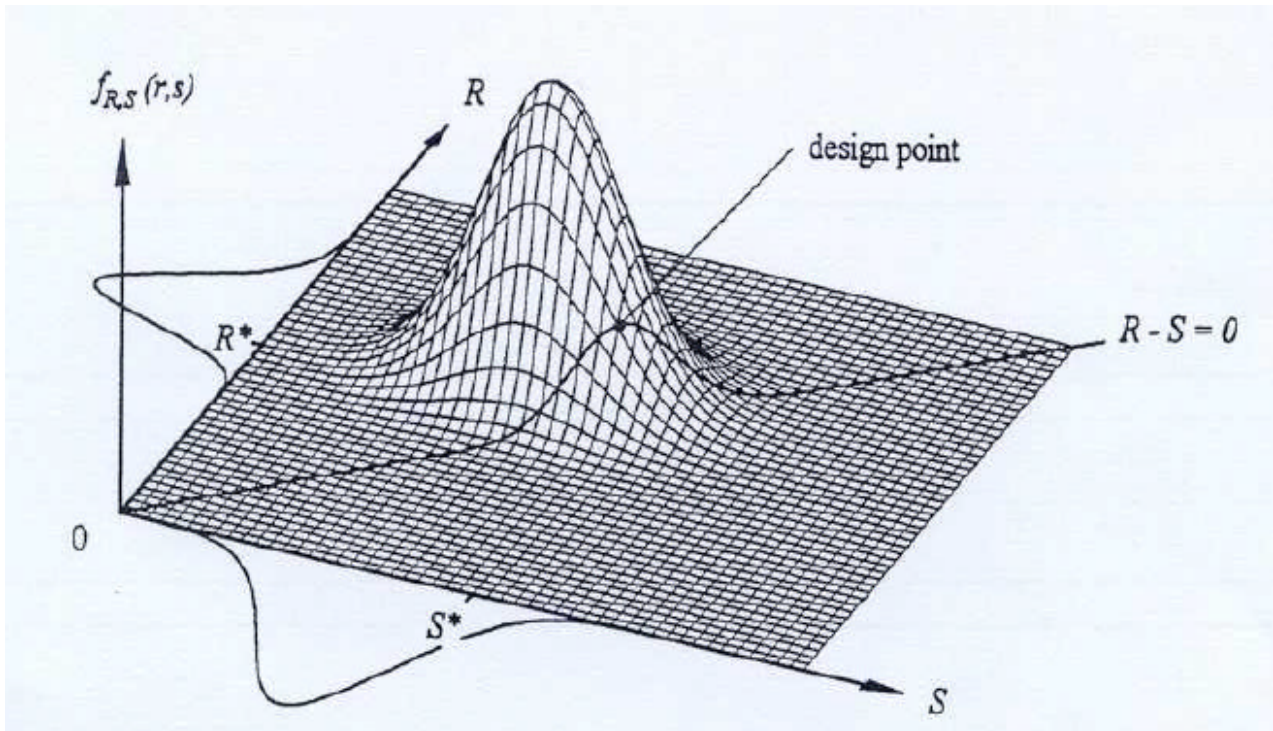
El calculo de la probabilidad de falla es relativamente simple cuando las variables básicas son normales, estándar y no correlacionadas.

En el caso más general no están simple

$$P_F = \int_{M(\bar{x}) < 0} f_{\bar{X}}(\bar{x}) d\bar{x} \quad (2.38)$$

Y debe calcularse con métodos más refinados para resolver la ecuación (2.38).

Probabilidad de falla



La probabilidad de falla  $P_f = P(M \leq 0) \approx \Phi(-\beta)$  puede ser calculada por computadora por simulación o, más efectivamente concebida por técnicas numéricas conocidas como métodos de primero y segundo orden (FORM y SORM).

Que se describe en el siguiente inciso.

### 2.11 Métodos para calcular la probabilidad de falla; Simulación, FORM y SORM

En general las variables básicas no están normalmente distribuidas y la función de falla no es lineal.

El cálculo es relativamente simple cuando la función de falla es lineal y las variables básicas son normales

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad ; \quad \beta = \frac{E[M]}{D[M]}$$

En general las variables básicas no están normalmente distribuidas y la función de falla no es lineal.

- Métodos de Monte Carlo (cruda, direccional,...)
- Técnica de Hipercubo Latino
- Métodos de estimación puntual
- Métodos aproximados como FORM y SORM

Los tres primeros métodos mencionados dan resultados más apegados a la realidad pero tienen el inconveniente de que usan muestras e datos muy extensas y su uso se complica, en cambio aun que los métodos FORM Y SORM son métodos de aproximación no requieren de tantos datos como los anteriores, razón por la cual utilizamos el método FORM.

#### -Métodos aproximados como FORM y SORM

##### Método FORM:

Consiste en la linealización de la función de falla en el punto de diseño (punto de la superficie de falla más cercano al origen del espacio normal no correlacionado)

**SORM:** Se usa una aproximación de segundo orden en el punto de diseño.

Como se observa las variables básicas involucradas en este problema no están normalmente distribuidas lo cual implica el uso de una transformación a un espacio estándar no correlacionado U. Aquí se emplea la transformación de Rosenblatt definida por

Transformación de variables aleatorias en variables aleatorias normales estándar.

Transformación de Rosenblatt -> espacio normal estándar no correlacionado U Ver figura 2.1.

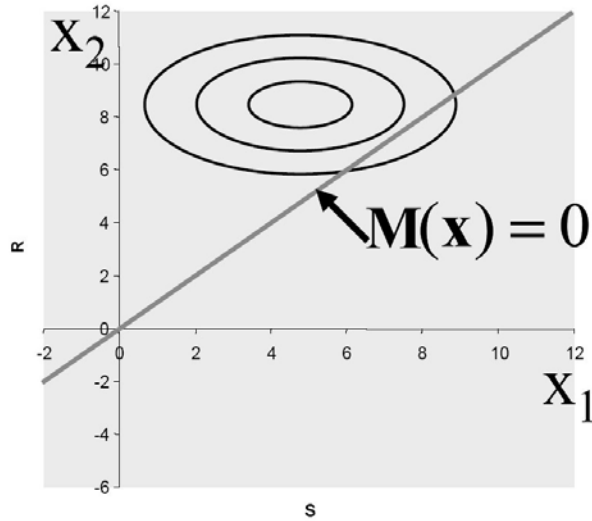
Se emplea:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \Phi^{-1}(F_1(x_1)) \\
 u_2 &= \Phi^{-1}(F_2(x_2|x_1)) \\
 &\vdots \\
 u_i &= \Phi^{-1}(F_i(x_i|x_1, x_2, \dots, x_{i-1})) \\
 &\vdots \\
 u_n &= \Phi^{-1}(F_n(x_n|x_1, x_2, \dots, x_{n-1}))
 \end{aligned}$$

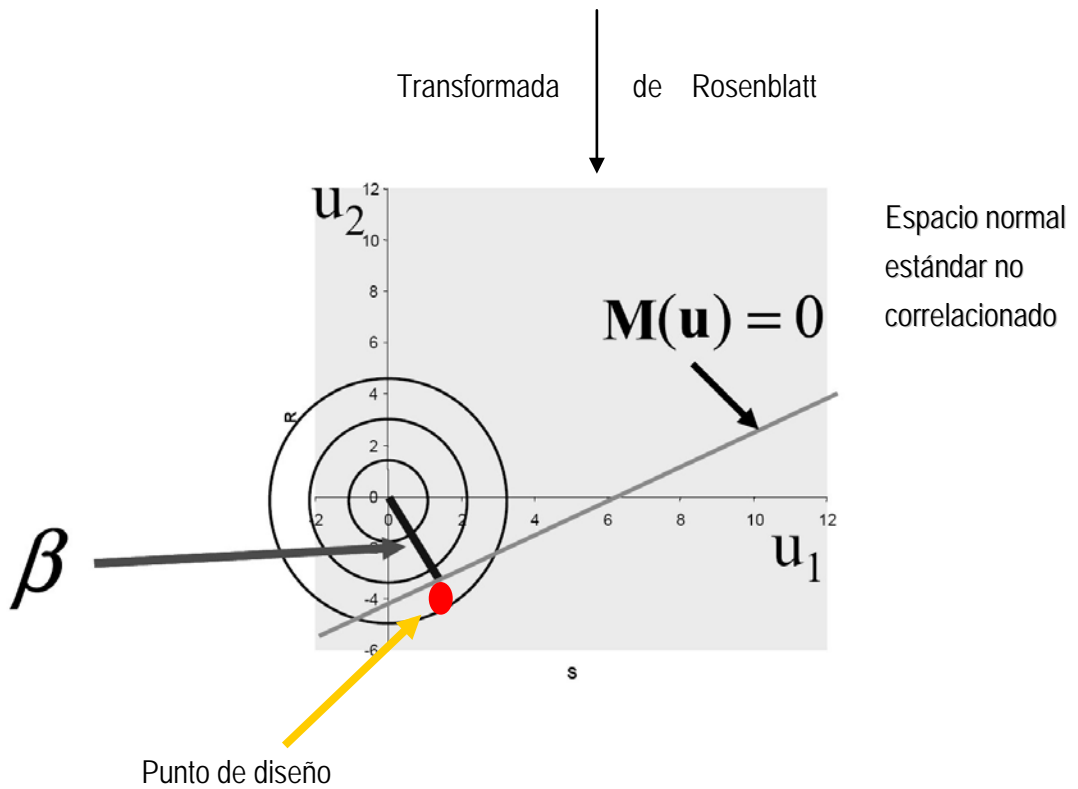


Donde  $F_i(x_i | x_1, x_2, x_3, \dots, x_{i-1})$  es la función de distribución de probabilidad de  $X_i$  condicionada a  $(X_1 = x_1, \dots, X_{i-1} = x_{i-1})$ .  $\Phi(\cdot)$  es la distribución normal acumulada estándar.

Figura 2.1



Transformada de Rosenblatt



La matriz jacobiana de la transformación es:

$$A_x^{-1} = J^{-1} \left[ \begin{matrix} u_1, u_2, \dots, u_n \\ x_1, x_2, \dots, x_n \end{matrix} \right] = \{J_{ij}^{-1}\} = \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\}$$

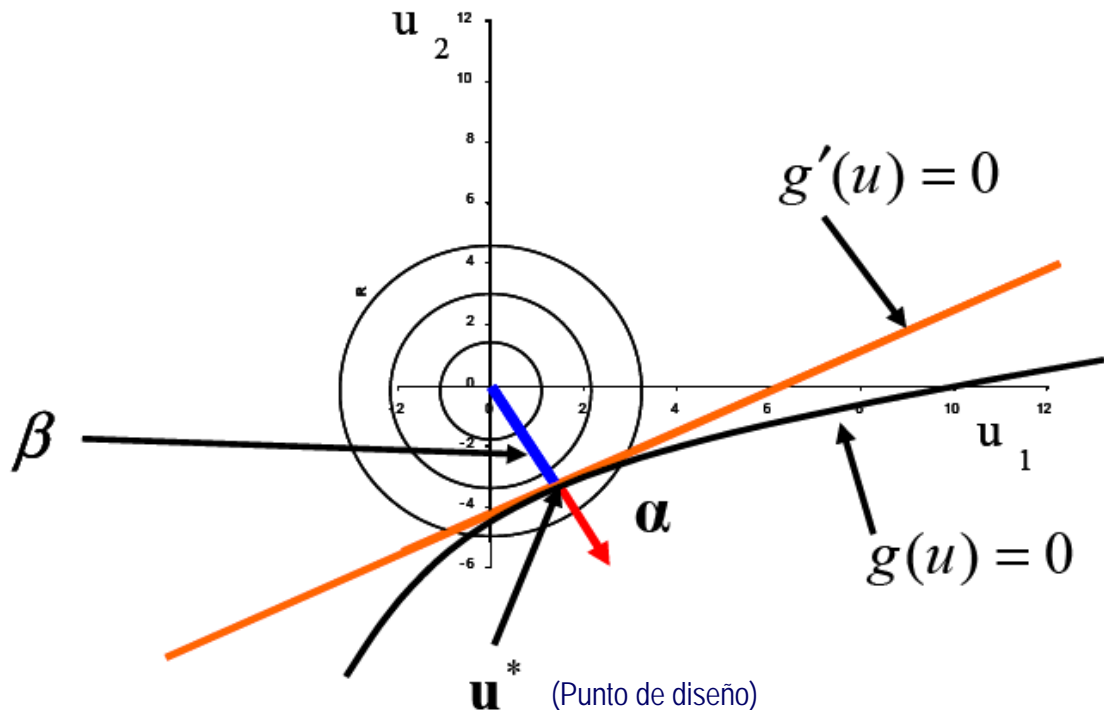
$$J_{ij}^{-1} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \begin{cases} 0 & , i < j \\ \frac{f_i(x_i | x_1, \dots, x_{i-1})}{\phi(u_i)} & , i = j \\ \frac{\partial F_i}{\partial x_j}(x_i | x_1, \dots, x_{i-1})}{\phi(u_i)} & , i > j \end{cases}$$

Donde  $\phi(\cdot)$  es la función de densidad de probabilidad gaussiana normal estándar y  $f_i$  son las funciones de densidad de probabilidad condicional y  $F_i$  son las respectivas funciones de distribución de probabilidad condicional de las variables básicas. Con dicha transformación la hipersuperficie de falla, definida como

$$G_x = \left\{ \bar{X} | M(\bar{X}) = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{Y(\alpha)^m (\sqrt{\pi\alpha})^m} - \text{Exp}[LC] \{ \text{Exp}[l\delta]^m \Gamma(rbm + 1) v_0 t = 0 \} \right\}$$

puede mapearse al espacio U para obtener la hipersuperficie:

$$G_U = \{ \bar{U} | M_U(\bar{U}) = M(T^{-1}(\bar{U})) = 0 \}$$



Geoméricamente, el índice de confiabilidad es la distancia mínima del origen del espacio U al hiperplano tangente a la hipersuperficie de falla la cual divide el dominio de falla del dominio de sobrevivencia.

El punto de diseño no se conoce y debe emplearse un algoritmo iterativo para resolver un problema de optimación

### Problema de optimación

$$\beta = \min_{u \in \{M(u)=0\}} \left( \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2} \right)$$

El problema puede resolverse de diferentes formas

Después de realiza otro mapeo a un espacio gaussiano particular para obtener las variables:

$$\bar{Z}_x = A_x \bar{U} + \bar{\mu}_x$$

$$\bar{\mu}_x = \bar{X} - A_x \bar{U}$$

con el vector de valores medios y matriz de covarianza:

$$E[\bar{Z}_x] = \bar{\mu}_x$$

$$Cov[\bar{Z}_x, \bar{Z}_x^T] = A_x A_x^T$$

donde  $A_x$  es la matriz jacobiana de la transformación inversa  $\bar{X} = T^{-1}(\bar{U})$ . Finalmente el índice de confiabilidad geométrico se calcula con:

$$\beta_{x0} = \frac{E[M_{x0}]}{D[M_{x0}]}$$

donde  $\bar{x}_0$  es el punto de diseño. El método descrito brevemente se conoce como PRINCIPIO DE APROXIMACIÓN EXTREMA NORMAL. (Madsen, 1986; Ditlevsen y Madsen, 1996). La expresión 35 implica el uso del siguiente algoritmo iterativo:

1. Proponer un valor para  $\bar{x}$ , digamos  $\bar{x}_m$ . En la primera iteración  $\bar{x}$  puede ser igual al vector de valores medios de las variables básicas, es decir,  $\bar{x}_1 = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n\}$
2. Determinar  $\bar{u}_m$ , usando, por ejemplo, la transformación de Rosenblatt descrita.
3. Calcular  $A_{x_m}$ , el valor de  $A_x$  en el punto  $\bar{x}_m$
4. Calcular  $Cov[Z_{x_m}, Z_{x_m}^T] = A_{x_m} A_{x_m}^T$
5. Calcular  $E[Z_{x_m}] = \bar{\mu}_{x_m} = \bar{x}_m - A_{x_m} \bar{u}_m$ , el valor de  $E[Z_x]$  en el punto  $\bar{x}_m$
6. Determinar la ecuación del hiperplano tangente a la hipersuperficie  $G_x$  en el punto  $\bar{x}_m$

$$E[M_{x_m}] = M(\bar{x}_m) + \nabla M(\bar{x}_m)^T (E[Z_{x_m}] - \bar{x}_m)$$

7. Calcular el valor de  $\bar{x}_{m+1}$

$$\bar{x}_{m+1} = E[Z_{x_m}] - Cov[Z_{x_m}, Z_{x_m}^T] \nabla M(\bar{x}_m) \frac{E[Z_{x_m}]}{\nabla M(\bar{x}_m)^T Cov[Z_{x_m}, Z_{x_m}^T] \nabla M(\bar{x}_m)}$$

8. Calcular

$$\beta_{x_m} = \frac{M(\bar{x}_m) + \nabla M(\bar{x}_m)^T (E[Z_{x_m}] - \bar{x}_m)}{\sqrt{\nabla M(\bar{x}_m)^T Cov[Z_{x_m}, Z_{x_m}^T] \nabla M(\bar{x}_m)}}$$

en las expresiones anteriores  $M(\bar{x}_m)$  es la función de estado límite definida por la ecuación 25 evaluada en el punto  $\bar{x}_m$  y  $\nabla M(\bar{x}_m)$  es el gradiente de  $M(\bar{x})$  evaluado en el punto  $\bar{x}_m$ . El valor de  $\bar{x}_{m+1}$  obtenido a partir de la ecuación 37, se usa para repetir de nuevo los pasos listados. El proceso converge, en la mayoría de los casos, al punto de diseño  $\bar{x}_0$  con el cual se calcula el índice de confiabilidad de primer orden  $\beta_{x_0}$  (ec. 38) y luego la aproximación de primer orden a la probabilidad de falla  $p_f = \Phi(-\beta_{x_0})$ .

### Solución general

$$\beta_{xm} = \frac{M(\bar{X}_m) + \nabla M(\bar{X}_m)^T (E[\bar{Z}_{xm}] - \bar{X}_m)}{\sqrt{\nabla M(\bar{X}_m)^T Cov[\bar{Z}_{xm}, \bar{Z}_{xm}^T] \nabla M(\bar{X}_m)}}$$

$$M(\bar{X}) = \int_{a_o}^{a_c} \frac{d\alpha}{Y(\alpha)^m (\sqrt{\pi\alpha})^m} - Exp[LC] (Exp[L\delta])^m \Gamma(rb\ m + 1) \nu_0 t$$

$$\mathbf{A}_x^{-1} = J^{-1} \begin{bmatrix} u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8 \\ a_0, rb, L\delta, m, LC, \gamma, a_{cr}, \nu \end{bmatrix} =$$

$\frac{\mathbf{f}_{a_0}(\mathbf{a}_0)}{\phi(\mathbf{u}_1)}$	0	0	0	0	0	0	0
0	$\frac{\mathbf{f}_{rb}(rb)}{\phi(\mathbf{u}_2)}$	0	0	0	0	0	0
0	$\frac{\partial F_{L\delta}(L\delta   rb)}{\partial rb}$	$\frac{f_{L\delta}(L\delta   rb)}{\phi(\mathbf{u}_3)}$	0	0	0	0	0
0	0	0	$\frac{\mathbf{f}_m(m)}{\phi(\mathbf{u}_4)}$	0	0	0	0
0	0	0	$\frac{\partial F_{LC}(LC   m)}{\partial m}$	$\frac{f_{LC}(LC   m)}{\phi(\mathbf{u}_5)}$	0	0	0
0	0	0	0	0	$\frac{\mathbf{f}_\gamma(\gamma)}{\phi(\mathbf{u}_6)}$	0	0
0	0	0	0	0	0	$\frac{\mathbf{f}_{a_{cr}}(a_{cr})}{\phi(\mathbf{u}_7)}$	0
0	0	0	0	0	0	0	$\frac{\mathbf{f}_\nu(\nu)}{\phi(\mathbf{u}_8)}$

Para nuestro caso

$$\frac{\partial M}{\partial m} = \int_{a_o}^{a_c} \frac{-Ln(Y(\alpha)\sqrt{\pi\alpha})}{a_o \gamma \cdot Y(\alpha)^m (\sqrt{\pi\alpha})^m} d\alpha - Exp[LC] (Exp[L\delta])^m \Gamma(rb\ m + 1) \nu_0 t (rb \psi(rb\ m + 1) + L\delta)$$

$$\frac{\partial M}{\partial LC} = -(Exp[L\delta])^m Exp[LC] \Gamma(rb\ m + 1) \nu_0 t$$

$$\frac{\partial M}{\partial \nu_0} = Exp[LC] Exp(L\delta)^m \Gamma(rb\ m + 1) t$$

$$\frac{\partial M}{\partial a_0} = -\frac{1}{\gamma \cdot Y(a_0)^m (\pi a_0)^{m/2}}$$

$$\frac{\partial M}{\partial L\delta} = -Exp[LC] m (Exp[L\delta])^m \Gamma(rb\ m + 1) \nu_0 t$$

$$\frac{\partial(M)}{\partial a_{cr}} = \frac{1}{\gamma^m Y(a_c)^m (\pi a_c)^{m/2}}$$

$$\frac{\partial M}{\partial rb} = -Exp[LC](Exp[L\delta])^m v_0 t \Gamma(rb m + 1) \psi(rb m + 1) m \quad \frac{\partial(M)}{\gamma} = \int_{a_0}^{a_c} -\frac{m\gamma^{-m}}{\gamma^m Y(a)^m (\pi a)^{m/2}} da$$

Para que el procedimiento de calculo del punto de diseño converga mas rápido, se considera el margen de falla de la siguiente forma

$$M = \ln \left\{ \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{\gamma^m Y(a)^m (\pi a)^{m/2}} \right\} - \ln \{ Exp(IC) Exp(l\delta)^m \Gamma(1 + rbm) v_0 t \};$$

Por lo tanto el gradiente de M es ahora:

$$\frac{\partial M}{\partial a_0} = \frac{1}{\int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{\gamma^m Y(a)^m (\pi a)^{m/2}}} \left( \frac{1}{\gamma^m Y(a_0)^m (\pi a_0)^{m/2}} \right); \quad \frac{\partial M}{\partial rb} = -\phi(1 + rbm)m$$

$$\frac{\partial M}{\partial l\delta} = -m; \quad \frac{\partial M}{\partial IC} = -1; \quad \frac{\partial(M)}{\partial v_0} = \frac{1}{v_0}$$

$$\frac{\partial M}{\partial m} = \frac{1}{\int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{\gamma^m Y(a)^m (\pi a)^{m/2}}} \left( \int_{a_0}^{a_c} -\ln \gamma Y(a) (\pi a)^{1/2} \frac{da}{\gamma^m Y(a)^m (\pi a)^{m/2}} \right) - (rb\phi(1 + rbm) + l\delta)$$

$$\frac{\partial}{\partial a_{cr}} = \frac{1}{\int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{\gamma^m Y(a)^m (\pi a)^{m/2}}} \left( \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{\gamma^m Y(a)^m (\pi a)^{m/2}} \right); \quad \frac{\partial(M)}{\partial \gamma} = \frac{1}{\int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{\gamma^m Y(a)^m (\pi a)^{m/2}}} \left( \int_{a_0}^{a_c} -\frac{m\gamma^{-m}}{\gamma^m Y(a)^m (\pi a)^{m/2}} da \right)$$

### Funciones de distribución marginales conjuntas

Es posible determinar varias distribuciones marginales para cualquier distribución de probabilidad que contenga más de dos variables aleatorias. Por ejemplo, si X1 y X2 son variables aleatorias discretas, la suma de la función de probabilidad bivariada sobre todos los valores posibles de X2 dará origen a la función de probabilidad univariada de X1. Por otro lado, si X1 y X2 son variables aleatorias continuas, la integración de la función de densidad de probabilidad bivariada sobre el intervalo completo de variación X2 generará la función de densidad de probabilidad univariada de X1. De acuerdo con lo anterior, se formulan las siguientes definiciones:

Sean X1 y X2 dos variables aleatorias continuas con una función de probabilidad conjunta f(x1,x2) Las funciones de densidad de probabilidad de X1 y X2 están dadas por

$$f_{X_1}(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x_1, x_2) dx_2 \tag{2.39}$$

y correspondientemente para  $f_{x_2}$

$$f_{x_2}(x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\bar{x}}(x_1, x_2) dx_1 \quad (2.40)$$

Las funciones de densidad  $f_{x_1}$  y  $f_{x_2}$  son llamadas funciones marginales de densidad.

Para variables aleatorias continuas conjuntas, si se conoce la función de distribución acumulativa  $F(X_1, X_2)$ , Las distribuciones acumulativas marginales de  $X_1$  y  $X_2$  se obtienen de la siguiente forma

$$P(X_1 \leq x_1) = F_{X_1}(x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f_{X_1}(t) dt = F_{X_1}(x_1, \infty)$$

Deducción de las funciones de densidades de probabilidades marginales

Un vector aleatorio puede ser discreto o continuo, pero aquí la presentación será confinada a las distribuciones continuas. Únicamente con vectores aleatorios de dos dimensiones será tratada a causa de que la generalización para vectores aleatorios n-dimensiones es sencilla.

La función de densidad de probabilidad de la unión para el vector aleatorio  $\bar{x} = (x_1, x_2)$  esta definida como

$$f_{\bar{x}}(\bar{x}) = \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} F_{\bar{x}}(\bar{x}) \quad (2.41)$$

La inversa de (2.41) es

$$F_{\bar{x}}(\bar{x}) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} f_{\bar{x}}(x'_1, x'_2) dx'_1 dx'_2 \quad (2.42)$$

Las funciones distribución  $F_{X_1}$  Y  $F_{X_2}$  para las únicas variables aleatorias  $X_1$  y  $X_2$  pueden ser obtenidas de (2.42)

$$F_{X_1}(x_1) = P(X_1 \leq x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{\infty} f_{\bar{X}}(x'_1, x'_2) dx'_1 dx'_2 \quad (2.43)$$

y similarmente para  $F_{X_2}$ . Por diferenciación de (2.43)

$$f_{X_1}(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\bar{X}}(x_1, x_2) dx_2 \quad (2.44)$$

y correspondientemente para  $f_{X_2}$

$$f_{X_2}(x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\bar{X}}(x_1, x_2) dx_1 \quad (2.45)$$

Las funciones de densidad  $f_{X_1}$  Y  $f_{X_2}$  son llamadas funciones marginales de densidad.

### Funciones de distribuciones condicionales conjuntas

La probabilidad de ocurrencia del evento  $E_1$  condiciona sobre la ocurrencia del evento  $E_2$  fue definida por

$$P(E_1 | E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)} \quad (2.46)$$

En concordancia con esta definición *la función de masa de probabilidad condicional* para la unión de dos distribuciones de variables aleatorias discretas  $X_1$  y  $X_2$  esta definida como

$$p_{X_1|X_2}(x_1 | x_2) = \frac{p_{X_1, X_2}(x_1, x_2)}{p_{X_2}(x_2)} \quad (2.47)$$

Una natural extensión para el caso continuo es la siguiente definición de la *función de densidad de probabilidad condicional*



$$f_{X_1|X_2}(x_1|x_2) = \frac{f_{X_1, X_2}(x_1, x_2)}{f_{X_2}(x_2)} \quad (2.48)$$

donde  $f_{X_2}(x_2) > 0$  y donde  $f_{X_2}$  esta definido por (2.45). Notar que  $p_{X_1|X_2}$  es la función de masa en (2.47) y  $f_{X_1|X_2}$  una función de densidad en (2.48).

Las dos variables aleatorias  $X_1$  y  $X_2$  se dice que son independientes si

$f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = f_{X_1}(x_1)f_{X_2}(x_2)$  por lo tanto por lo tanto por lo tanto

$$f_{X_1|X_2}(x_1|x_2) = f_{X_1}(x_1) \quad (2.49)$$

Los cuales implican

$$f_{X_1|X_2}(x_1|x_2) = f_{X_1}(x_1)f_{X_2}(x_2) \quad (2.50)$$

Por la integración (2.48) con respecto a  $x_1$  se llega a la *función de distribución condicional*

$$F_{X_1|X_2}(x_1|x_2) = \frac{\int_{-\infty}^{x_1} f_{X_1|X_2}(x'_1, x_2) dx'_1}{f_{X_2}(x_2)} \quad (2.51)$$

lo siguiente es integrar con respecto a  $x_2$  el llamado *teorema de la probabilidad total* es mostrado

$$F_{X_1}(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{X_1|X_2}(x_1, x_2) f_{X_2}(x_2) dx_2 \quad (2.52)$$

## CAPITULO 3

Fatiga de juntas tubulares**3.1 Vida por fatiga de juntas tubulares**

Las estructuras marinas se encuentran sometidas a la acción cotidiana del oleaje que genera un número muy

grande de ciclos de esfuerzos que se traducen en daño por fatiga. Este daño se manifiesta en la aparición y

propagación de grietas que debilitan la capacidad de carga de los elementos estructurales. En el caso de estructuras tubulares como las plataformas marinas de la industria nacional, las grietas se propagan en las juntas y los elementos conectados a dichas juntas pierden capacidad de carga. El

efecto del daño por fatiga es reducir la capacidad resistente global de la plataforma y por lo tanto aumentar el riesgo de falla al verse la plataforma sometida a las demandas de carga producto de un oleaje extremo por tormenta o huracán. Ha sido por lo tanto de gran interés estudiar el efecto del daño por fatiga en la confiabilidad de juntas tubulares de acero y existe una gran cantidad de literatura al respecto (Moan et al., 1993, Madsen et al., 1986, Faber, 2003).

Una de las características del problema de fatiga en estructuras tipo plataformas marinas es la gran incertidumbre asociada con algunas de las variables involucradas en este fenómeno, tales como los intervalos de esfuerzo y los parámetros en los modelos de propagación de grietas. En esta investigación se determina el efecto de las incertidumbres de las diversas variables que intervienen en el modelo de fatiga en la evolución en el tiempo de la confiabilidad de una junta. El trabajo el efecto de la incertidumbre en las variables seleccionadas en la confiabilidad estructural de la junta, la cual depende de la confiabilidad de cada junta que integra el sistema y los coeficientes de correlación correspondientes. Se compara el índice de confiabilidad obtenido al considerar incertidumbres sólo en algunas de las variables con el obtenido al considerar incertidumbre en todas las variables. Se estudia el efecto del grado de incertidumbre en el índice de confiabilidad.

Las fuerzas de oleaje operacional generan fluctuaciones de esfuerzos y deformaciones en las juntas tubulares de plataformas marinas provocando daño acumulado por fatiga

El daño acumulado por fatiga reduce la capacidad resistente de la plataforma a la acción del oleaje extremo que se produce durante una tormenta y por lo tanto disminuye la confiabilidad del sistema estructural

La incertidumbre en el conocimiento de los estados de mar y en las propiedades mecánicas y geométricas de los elementos estructurales obligan a usar métodos probabilistas para determinar la seguridad de la plataforma.

La vida de fatiga de un componente puede ser apreciada, esencialmente, como el como la suma de tres fases separadas:

1. Una fase en la cual los cambios microestructurales asociados con varios procesos mecánicos ocurre dentro del material, principalmente la iniciación de una macroscópica grieta o grietas; ejemplo El periodo de iniciación de la grieta,  $T_0$  (tiempo)  $N_0$  (número de ciclos) donde la grieta  $a$  crece hasta tamaños medibles  $a_0$ .
2. Un periodo de propagación estable (usualmente en una tasa creciente) de cada grieta o de múltiples grietas las cuales pueden juntarse para forman un frente de grietas de fatiga común, ejemplo , periodo de crecimiento de la griete  $T - T_0$  o  $N - N_0$  donde la grieta crece de  $a_0$  a  $a_c$ .
3. La fase final o crecimiento rápido de la grieta asociado con separación de falla, la cual ocupa usualmente un pequeño porcentaje de el total de la vida y termina completa la fractura de el componente. Ejemplo fractura final  $a = a_c$ .

Para las soldaduras la iniciación del periodo es relativamente considerada como corto comparada con la propagación del periodo. La razón es que las conexiones de soldaduras siempre contienen pequeños defectos desde los cuales una grieta puede comenzar a propagarse. Especialmente la punta de la soldadura es considerada como un área para la iniciación de la grieta de fatiga.

### 3.2 Ley de Paris y Erdogan (Teoría lineal elástica de la mecánica de fractura)

Formulación del problema. Mecánica de fractura

En esta investigación la confiabilidad por fatiga se calcula por medio de la mecánica de fractura. Los modelos de propagación de grietas por fatiga se basan en la hipótesis de que las grietas están presentes en estructuras soldadas al momento de la fabricación y que éstas crecen durante la vida de la estructura debido a ciclos de esfuerzos de amplitud variable. Las grietas causarán la falla de una junta una vez que estas alcancen un tamaño crítico, por ejemplo el espesor del elemento.

De acuerdo a la ley de Paris y Erdogan (1963), basada en la teoría lineal elástica de la mecánica de la fractura, la tasa de crecimiento del tamaño de grieta puede evaluarse como sigue:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \dots\dots\dots(1)$$

a: tamaño de grieta (profundidad)

C y m: parámetros del material que dependen de las condiciones ambientales

N: número de ciclos de esfuerzos

$\Delta K$ : intervalo del factor de intensidad de esfuerzos, el cual se define como:

$$\Delta K = \sqrt{\pi a} \Delta S Y(a, x) \dots\dots\dots(2)$$

donde:

$\Delta S$ : intervalo de esfuerzos de amplitud constante.

$Y(a,x)$ : factor de corrección geométrico finito,(se denotará en adelante simplemente como  $Y$ ), el cual puede estimarse por soluciones empíricas y semiempíricas obtenidas de resultados experimentales, y aquellas basadas en resultados de análisis de elementos finitos. Este factor depende no sólo de la profundidad de la grieta,  $a$ , sino también de un conjunto de variables, denotadas por  $x$ , que están relacionadas con la geometría de la grieta, la geometría estructural y la sollicitación. En esta investigación el factor de corrección geométrico finito se calcula a partir de la aproximación de Newman y Raju (1981).

Sustituyendo (2) en (1) y se evalúa el crecimiento del tamaño de grieta después de  $N$  ciclos de esfuerzo a partir del tamaño inicial de grieta,  $a_0$ , e integrando, se obtiene:

$$\int_{a_0}^{a_N} \frac{d\alpha}{Y^m(\sqrt{\pi\alpha})^m} = C \Delta S^m (N - N_0) \dots\dots\dots(3)$$

o también

$$\frac{d\alpha}{Y^m(\sqrt{\pi\alpha})^m} = C \Delta S^m dN \dots\dots\dots(4)$$

donde  $N_0$  es el número de ciclos de esfuerzos asociados al tamaño inicial de grieta  $a_0$ ;  $a_N$  es el tamaño de la grieta después de  $N - N_0$  ciclos de esfuerzo.

Si a la ecuación (3) le damos el formato

$$\Psi(a_N, a_0) = C \Delta S^m (N - N_0) \dots\dots\dots(5)$$

donde

$$\Psi(a_N, a_0) = \int_{a_0}^{a_N} \frac{d\alpha}{Y^m(\sqrt{\pi\alpha})^m} \dots\dots\dots(6)$$

La ecuación (3) es válida para un intervalo de esfuerzos constante  $\Delta S$ , sin embargo esta en realidad es de amplitud variable. Para extrapolar el caso de esfuerzos de amplitud variable, supóngase que en un ciclo  $i$  de esfuerzos de magnitud  $\Delta S_i$  el incremento en el tamaño de grieta es (ec 4):

$$\Delta\alpha = C \Delta S_i^m Y^m(\sqrt{\pi \cdot a_i})^m \dots\dots\dots(7)$$

El correspondiente aumento de  $\Delta\Psi_i$  es:

$$\Delta\Psi = C \Delta S_i^m \dots\dots\dots(8)$$

Después de N ciclos

$$\Psi(a_N, a_0) = C \sum_{i=1}^N \Delta S_i^m \dots\dots\dots(9)$$

Que es la ecuación que define el crecimiento de grieta para una amplitud variable de esfuerzos. La ecuación 10 puede simplificarse al considerar que N es lo suficientemente grande, en tal caso puede hacerse la siguiente aproximación:

$$\sum_{i=1}^N \Delta S_i^m \approx (N - N_0) E[\Delta S^m] \dots\dots\dots(10)$$

En muchas aplicaciones prácticas se considera apropiado modelar la función de distribución de probabilidades de los intervalos de esfuerzos,  $\Delta S$ , que ocurren durante la vida de servicio de las estructuras marinas por la distribución de Weibull (usada en la estadística de extremos y desarrollada en estudios sobre fatiga y fractura de materiales (Ang y Tang, 1984):

$$F_{\Delta S}(s) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\Delta S}{D}\right)^B\right] \dots\dots\dots(11)$$

$$\Delta s \geq 0$$

donde  $B$  y  $D$  son los parámetros de forma y de escala de dicha distribución.

Entonces:

$$E[\Delta S^m] = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta S^m f_{\Delta S}(\Delta S) d\Delta S = \frac{B}{D^B} \int_0^{\infty} \Delta S^{m+B-1} \exp\left[-\left(\frac{\Delta S}{D}\right)^B\right] d\Delta S = D^m \Gamma\left[\frac{m}{B} + 1\right] \dots\dots\dots(12)$$

donde  $f_{\Delta S}(\Delta S)$  es la fdp del intervalo de esfuerzos. Reemplazando las ecuaciones (10) y (12) en la ecuación en la ecuación 9 y reordenando ésta:

$$\Psi(a_N, a_o) = C(N - N_0) D^m \Gamma\left[\frac{m}{B} + 1\right] \dots\dots\dots(13)$$

La expresión anterior puede expresarse en función del tiempo considerando que  $N = \nu_0 t$ , donde  $\nu_0$  es la tasa media de cruces por cero y  $t$  el tiempo transcurrido para que se presenten  $N$  ciclos de esfuerzos y  $\Gamma(\cdot)$  es la función Gamma.

Despreciando  $N_0$  y denotando además  $a_N$  como  $a_1$  la ecuación 13 puede describirse finalmente como sigue:

$$\Psi(a_1, a_o) = C D^m \nu_0 t \Gamma\left(\frac{m}{B} + 1\right) \dots\dots\dots(14)$$

Una generalización de la ecuación 3 para amplitudes variables de los rangos de esfuerzo puede obtenerse usando en vez de  $\Delta S^m$  un valor apropiado del rango de esfuerzo, por ejemplo  $E[\Delta S^m]$ . Esta extrapolación desprecia posibles efectos de secuencia.  $\Delta S^m$  es tratada como una variable aleatoria y  $E[\cdot]$  es el operador esperanza.

Considerando la ecuación 4, la generalización de la ecuación 3 mencionada es

$$\int_{a_o}^{a_N} \frac{d\alpha}{Y^m(\sqrt{\pi\alpha})^m} = C D^m \Gamma\left(\frac{m}{B} + 1\right) \nu_0 t \dots\dots\dots(15)$$



### 3.3 Margen de seguridad por fatiga

El criterio de falla que se adopta en esta investigación es:  $a_c - a \leq 0$

donde  $a_c$  es la profundidad crítica de la grieta para la cual se considera la falla. Puesto que la función de daño  $\Psi(a)$  es una función monotonamente creciente de  $a$ , la falla ocurrirá si el daño requerido para hacer crecer una grieta a su tamaño crítico es excedida por el efecto de la carga acumulada  $c \sum_{i=1}^N s_i^m$ . Como resultado el criterio de falla puede escribirse como:

$$\Psi(a_c) - \Psi(a_i) = \int_{a_0}^{a_c} \frac{d\alpha}{Y^m (\sqrt{\pi\alpha})^m} - CD^m \nu_0 t \Gamma\left(\frac{m}{B} + 1\right) \dots \dots \dots (16)$$

o dicho de otra manera

El criterio de falla adoptado en esta investigación es que la profundidad de la grieta alcanza el espesor del

elemento  $t_w$ . En términos de los indicadores de daño de la ecuación 15, la falla ocurre si el daño requerido para

hacer crecer la grieta a su tamaño crítico  $t_w$ ,  $\int_{a_0}^{t_w} \frac{d\alpha}{Y^m (\sqrt{\pi\alpha})^m}$ , es excedido por el efecto de la carga acumulada  $CD^m \Gamma\left(\frac{m}{B} + 1\right) \nu_0 t$

Para considerar que el factor  $Y$  es también incierto, se introducirá un factor  $\gamma$  con media 1 y desviación  $\sigma_\gamma$  que multiplica a  $Y$ .

por lo tanto el margen de seguridad  $M$  de una junta sujeta a fatiga que se define como

$$M(\bar{X}, t) = \int_{a_0}^{a_{cr}} \frac{d\alpha}{\gamma \cdot Y^m (\sqrt{\pi \alpha})^m} - C D^m \Gamma\left(\frac{m}{B} + 1\right) v_o t \dots\dots\dots(17)$$

donde  $\bar{x}$  es el vector de variables aleatorias básicas consideradas en el problema, i.e.  $\bar{x} = (a_0, B, D, m, C, \gamma, a_{cr}, v)$ .

La probabilidad de falla de un elemento puede obtenerse transformando primero el vector  $\bar{x}$  a un vector de

variables normales estándar no correlacionadas  $U$  y entonces linealizando el margen de seguridad resultante en el punto de diseño utilizando el método FORM (Ditlevsen [3]). Este margen de seguridad linealizado tiene la siguiente forma  $M^L(\bar{U}, t) = \bar{\alpha}U + \beta$ , donde  $\bar{\alpha}$  es el vector unitario normal a la superficie de falla en el punto de diseño y  $\beta$  es el índice de confiabilidad. La probabilidad de falla se calcula aproximadamente con:

$$P_f(t) = P(M(\bar{X}, t) \leq 0) \approx P(M^L(\bar{U}, t) \leq 0) = \phi(-\beta) \dots\dots\dots(18)$$

### **3.4 Propiedades estadísticas de las variables aleatorias básicas que intervienen en el margen de seguridad por fatiga**

Las variables que en esta tesis se consideran aleatorias son:  $(a_0, B, D, m, C, \gamma, a_{cr}, v)$ : En seguida se describen estas variables que adoptan propiedades estadísticas.

El cuidadoso control de las pruebas del programa de Virkler (1979) indico una considerable cantidad de dispersión en los resultados los cuales se creyeron ser el resultado de la no homogeneidad de las propiedades del material de la placa de metal. Sin embargo, las grietas de fatiga asociadas con las juntas soldadas pueden propagarse a través de diferentes materiales por ejemplo, la soldadura de metal, la base de una placa de metal. Para las juntas soldadas, las grietas frecuentemente inicia en la soldadura de la punta, y se propagan dentro de la base del metal. Así, los datos del crecimiento de la grieta usados para la predicción de la vida de fatiga deben ser representativos, concerniendo la no homogeneidad del material y las diferencias en las propiedades del material.

#### **Variabes aleatorias m y C:**

Datos relevantes de el crecimiento de la grieta para las juntas soldadas deben ser expresados a través de m y C en la ecuación de Paris. Estas constantes de amplitud del crecimiento de grieta razón de propiedades contadas para los efectos ambientales. Los datos del crecimiento de grieta

son generados en el laboratorio bajo ciclos constantes de carga en especímenes simples con características de factores de intensidad de esfuerzos aceptadas. El problema para seleccionar una razonable para las constantes y para estimar estos parámetros de las distribuciones.

Las siguientes 5 suposiciones pueden ser consideradas en un análisis de confiabilidad

1.  $m$  y  $C$  son determinísticos
2.  $m$  es determinístico y  $C$  es una variable aleatoria
3.  $C$  es determinístico y  $m$  es una variable aleatoria
4.  $m$  y  $C$  son variables aleatorias no relacionadas
5.  $m$  y  $C$  son variables aleatorias relacionadas

En mucho estudio se observó que  $m$  y  $C$  eran mutuamente dependientes con una alta correlación negativa y que  $m$  y  $C$  podían ser considerados como distribuciones normales y lognormales respectivamente

Valores comunes de los parámetros (Tabla 3.1)

Tabla 3.1

<b>m</b>	<b>LnC (N,mm)</b>	<b><math>a_0</math> (mm)</b>	<b>Referencia</b>
3.06	$N(-25.09, D=0.34)$	$Ex(0.1)$	Straub & Faber (2002)
2.34	$N(-25.43, D=0.77)$	$Ex(0.38)$	Faber & Straub (2001)
3.532	$C=2.715 \times 10^{-9}$		Etube (2001) Aire y Agua de mar AceroSE702- $\sigma_y=700\text{MPa}$ -A517GrQ
	$N_2(-33, D=0.47, 3.5, D=0.3, -0.9)$	$Ex(1)$	Madsen (1986)

### Variabes aleatorias B y D:

Los valores B y D son los factores de forma y escala de la distribución del intervalo de esfuerzos (WEIBULL),  $\nu_0$  es la tasa del número de ciclos de esfuerzos a la que se somete la junta. Estos tres parámetros se calculan con un análisis espectral de fatiga. El procedimiento se muestra en el siguiente diagrama de flujo 1.

### Variable aleatoria $a_{cr}$ :

$a_{cr}$  se toma como el espesor del elemento y en general se considera que  $a_{cr}$  es normal con media  $\mu_{acr} = t_w$  y  $cov = 0.04$ .

### Factor de corrección geométrico finito

Este factor se introduce para tomar en cuenta las condiciones de carga, y geometría de grietas del mismo elemento.

Para calcular el factor de corrección geométrico finito, se usan las ecuaciones de Newman- Raju. En seguida, estas ecuaciones se muestran para el caso en el que el ángulo paramétrico  $\phi$  entre la superficie de la junta y la dirección en la que se mide la profundidad de la grieta es  $\pi/2$ .

$$Y\left(\frac{a}{t_w}, \frac{a}{c}, \frac{c}{b}, \frac{S_b}{S_t}\right) = \frac{(1 + H \frac{S_b}{S_t})}{(1 + \frac{S_b}{S_t})} \frac{F}{\sqrt{Q}}$$

donde

$$Q = 1 + 1.464 \left(\frac{a}{c}\right)^{1.65} \quad \text{para } \frac{a}{c} \leq 1$$

$$F = \left[ M_1 + M_2 \left(\frac{a}{t_w}\right)^2 + M_3 \left(\frac{a}{t_w}\right)^4 \right] f_w$$

en la cual

$$M_1 = 1.13 - 0.09 \left(\frac{a}{c}\right)$$

$$M_2 = -0.54 + \frac{0.89}{0.2 + \left(\frac{a}{c}\right)}$$

$$M_3 = 0.5 - \frac{1.0}{0.65 + \left(\frac{a}{c}\right)} + 14 \left(1.0 - \frac{a}{c}\right)^{24}$$

$$f_w = \left[ \sec \left( \frac{\pi c}{2b} \sqrt{\frac{a}{t_w}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \sec \left( \frac{a}{d(a/c)} \sqrt{\frac{a}{t_w}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

y

$$H = 1.G_1 \left( \frac{a}{t_w} \right) + G_2 \left( \frac{a}{t_w} \right)^2$$

donde

$$G_1 = -1.22 - .12 \frac{a}{c}$$

$$G_2 = 0.55 - 1.05 \left( \frac{a}{c} \right)^{0.15} + 0.47 \left( \frac{a}{c} \right)^{1.5}$$

con los límites

$$0 < \frac{a}{c} \leq 1.0, 0 \leq \frac{a}{t_w} < 1.0, \frac{c}{b} < 0.5 \quad \text{En las formulas anteriores:}$$

$S_t$  : rango de esfuerzos en tensión

$S_b$  : rango de esfuerzos en flexión

$b$  : mitad del ancho de la placa agrietada. Para un tubo se considera  $b = \frac{\pi d}{2}$  donde  $d$  es el diámetros del tubo

$t_w$  : espesor de la placa

$a$  : profundidad de la grieta

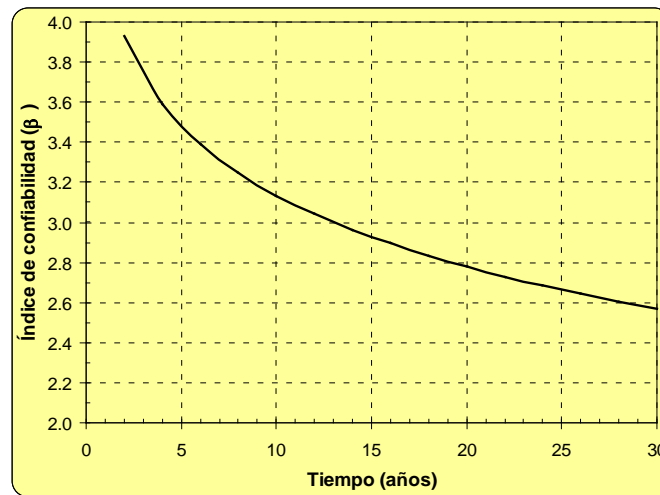
$Q$  : factor de grieta para una grieta elíptica

$c$  : mitad de la profundidad de la grieta

### 3.5 Evolución con el tiempo de la confiabilidad por fatiga de juntas tubulares (Programa de cómputo)

Se ha observado que con el tiempo y debido a la fatiga del material el índice de confiabilidad, que es un indicador de la probabilidad de falla, tiende a disminuir gradualmente con concavidad positiva, como se muestra en la siguiente figura 3.5.

Figura 3.5



los valores de los parámetros mostrados en la tabla 3.1, es como se calcularon la tasa media de esfuerzos y esto fue con base en análisis espectrales de fatiga de plataformas en el golfo de México.

Los valores C y m que son parámetros del material son valores típicos que resultan a partir de pruebas experimentales. Para calcular esta curva debe de resolverse  $P [ M < o ]$  donde

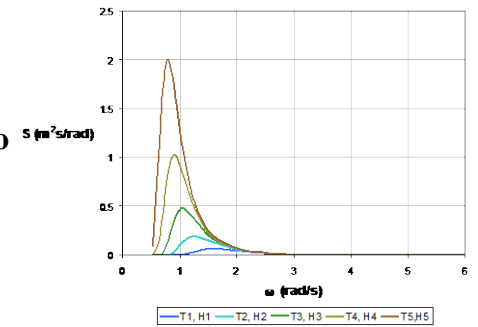
$$M(\bar{X}, t) = \int_{a_o}^{a_{cr}} \frac{d\alpha}{\gamma \cdot Y^m (\sqrt{\pi \alpha})^m} - C D^m \Gamma\left(\frac{m}{B} + 1\right) v_o t$$
. Para cada instante Los cálculos se realizan a través de un programa de cómputo dada la gran cantidad de cálculos numéricos . El programa se muestra en el apéndice.

### ALTURA DE OLA SIGNIFICANTE (m)

Periodo Pico (s)	0	0.25	0.75	1.25	4.75	5.25	5.75	6.25	6.75	Total
0.00 - 0.9999										0.0473
1.00 - 1.9999	0.0003	0.0470								0.1947
2.00 - 2.9999		0.1850	0.0097							0.0880
...										0.0659
7.00 - 7.9999		0.0063	0.0202	0.0249	...					0.0282
8.00 - 8.9999		0.0017	0.0084	0.0094						0.0082
9.00 - 9.9999			0.0009	0.0021						0.0016
10.00 - 10.9999				0.0001	0.0011					0.0003
11.00 - 11.9999					0.0005	0.0008	0.0001			0.0001
12.00 - 12.9999							0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
13.00 - 13.9999									0.0001	0.0001
<b>Total</b>	<b>0.0003</b>	<b>0.3087</b>	<b>0.4198</b>	<b>0.1385</b>	<b>0.0016</b>	<b>0.0008</b>	<b>0.0001</b>	<b>0.0001</b>	<b>0.0003</b>	<b>1.0000</b>

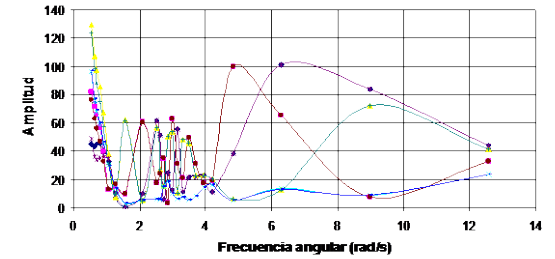
Diagrama de flujo

1



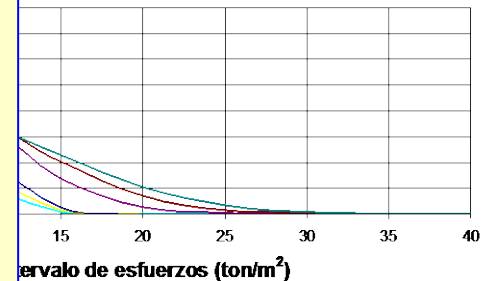
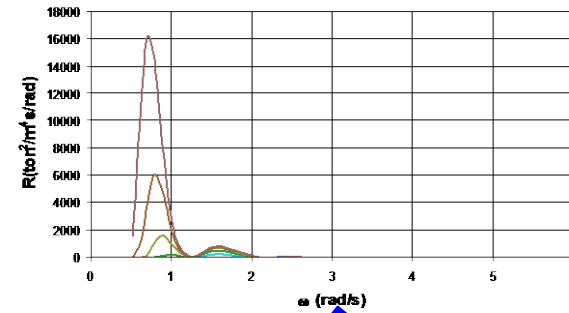
### DIRECCIÓN MEDIA DEL VECTOR (grados)

Altura de Ola Significante (m)	N	SE	SSE	S	SSW	SW	NW	NINW	Total
0.00 - 0.2499							0.0001		0.0003
0.25 - 0.7499	0.0070	0.0066	0.0090	0.0113	0.0179	0.0526	0.0191	0.0117	0.3087
0.75 - 1.2499	0.0053	0.0069	0.0124	0.0302	0.0630	0.0685	0.0284	0.0118	0.4198
1.25 - 1.7499	0.0016	0.0025	0.0138	0.0416	0.0294	0.0103	0.0053	0.0041	0.1385
...									0.0016
4.75 - 5.2499			0.0008	0.0008					0.0008
5.25 - 5.7499			0.0003	0.0005					0.0001
5.75 - 6.2499			0.0001						0.0001
6.25 - 6.7499			0.0001						0.0001
6.75 - 7.2499			0.0003						0.0003
<b>Total</b>	<b>0.0143</b>	<b>0.0232</b>	<b>0.0704</b>	<b>0.1517</b>	<b>0.1278</b>	<b>0.1315</b>	<b>0.0528</b>	<b>0.0280</b>	<b>1.0000</b>



=

PUNTOS CRÍTICOS EN SECCIÓN TUBULAR



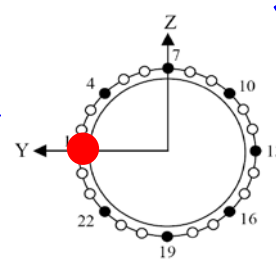
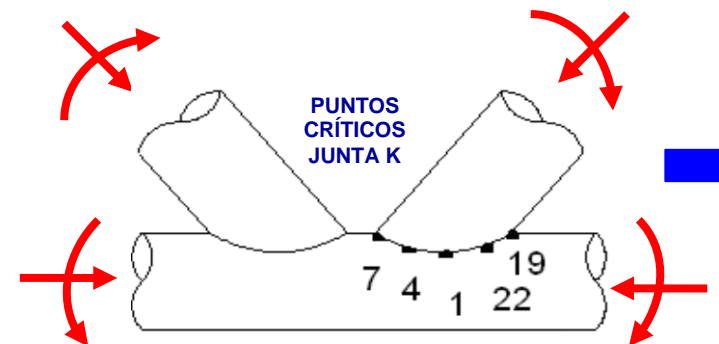
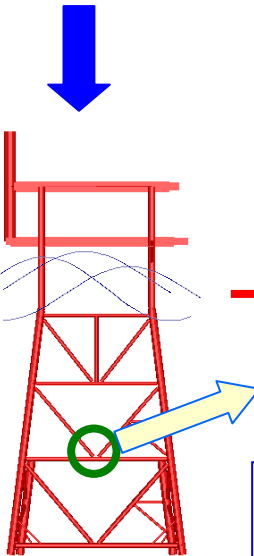
Cálculo de tasa de cruces por cero a largo plazo y cálculo de la distribución del rango de esfuerzos a largo plazo

$$v_{0,lp} = \sum_{H_s} \sum_T \sum_{\Theta} f_i v_0 | \{ H_{si}, T_{zi}, \Theta_i \} \quad F_{S,lp} = \frac{1}{v_{0,lp}} \sum_{H_s} \sum_T \sum_{\Theta} f_i v_0 | \{ H_{si}, T_{zi}, \Theta_i \} F_S(s | H_{si}, T_{zi}, \Theta_i)$$

donde  $f_i$  es la frecuencia de ocurrencia del estado de mar  $i$

Ajuste de una distribución Weibull, usando tres fractiles de  $F_{S,lp}$  y considerando que LnD y 1/B son conjuntamente normales

$$F_{\Delta S}(s) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{\Delta s}{D} \right)^B \right]$$



## Capítulo 4: Cálculo de planes de inspección

### 4.1 Confiabilidad mínima aceptable

La confiabilidad mínima aceptable es establecida en base a normas las cuales tomaron en cuenta varios factores como son los costos de inspección, los costos de mantenimiento, costos de reparación, costos por inactividad de la plataforma, costos por pérdidas de vida humana y también es el resultado de varias estudios realizados a varias juntas de plataformas marinas.

En este trabajo se considerará que el valor mínimo aceptable es  $\beta_{\min} = 2.5$

### 4.2 Inspección de juntas tubulares

EL objetivo de un plan de inspección es mantener con un nivel de seguridad apropiado a la estructura durante su vida de servicio con respecto a las vidas humanas, operación(producción), contaminación y costo de la estructura y equipamiento. En el orden de cumplir con un nivel adecuado de seguridad en la estructura, este trabajo tiene que ser considerado con respecto a los planes de inspección: error grueso(ver Introducción parte de incertidumbres), efectos accidentales, fatiga, sobrecarga estática, cuando el establecimiento de un programa de inspección. La actualización con respecto a las inspecciones en condiciones de servicio presentadas en esta subsección esta limitado para la fatiga relacionado con inspección para una sola locación.

La inspección en condiciones de servicio es hecha en orden para asegurar que la grieta actual en la estructura, la cual puede ser representada desde la inicial entrega o surgir en un escenario más tarde durante el tiempo de servicio(tiempo de iniciación de la grieta), no exceda el tamaño tolerable máximo. La confiabilidad de una técnica no destructiva de inspección (NDI) es descrita por su capacidad para la detección como una función de tamaño de grieta, y por la incertidumbre en la medida de grieta para un determinado nivel de indicado. Los efectos de inspección en la confiabilidad de fatiga en estructuras dependen de la capacidad de detección del particular método usado de NDI. La capacidad de detección es descrita por la probabilidad de detección de defecto como una función de un tamaño de defecto. La probabilidad de detección (POD) es dependiente en un número de factores como el nivel de sensibilidad usado, tipo de defecto y NDI cuantificación del operador.



Cuando una reparación de una grieta detectada es hecha es importante aclarar para la información que una reparación fue necesaria. Frecuentemente no es posible determinar si el tamaño inesperado grande de la grieta ha sido causado por un tamaño grande inicial, por las propiedades del material más pobre que el anticipado, o por una carga del área de la grieta más grande que la anticipada. Esta sección describe los resultados de la inspección en términos de márgenes ese evento y formula la actualización en términos de márgenes y el margen de seguridad ese evento

#### **4.3 Actualización de la confiabilidad por fatiga en base a los resultados de una inspección**

Si o no la grieta es detectada, cada inspección proporciona información adicional para que este disponible en el diseño, la cual puede ser usada para actualizar la confiabilidad. Esto puede guiar a, por ejemplo, la modificación de planes de inspección, cambios en los métodos de inspección, o una decisión de reparar o reemplazar.

La actualización basada en los resultados de inspección puede ser hecha con la distribución de rangos de esfuerzos resultado del modelo detallado de incertidumbre de las condiciones ambientales (diagrama disperso del mar, energía de oleaje expandida), la función de transferencia de respuesta y de concentración de esfuerzos. Es, sin embargo, ahorro extremo de tiempo para calibrar una distribución de rango de esfuerzos con un número más pequeño de variables aleatorias. Una distribución de Weibull es seleccionada y los parámetros de la distribución A y B son calibrados para incluir la incertidumbre descrita anteriormente. Una detallada descripción de su calibración es dada por Madsen y Skjong (1987).

La actualización de la inspección esta basada en la definición de probabilidad condicional.

$$P[F/I] = \frac{P[F \cap I]}{P[I]}$$

$P[F/I]$  es la probabilidad que el evento F ocurra dado que el evento I ocurrió.

Por ejemplo, si F es la falla de un componente estructural y I es el evento de inspección entonces  $P[F/I]$  es la probabilidad de falla dado que algún resultado de la inspección ha ocurrido. Si los eventos F e I son independientes entonces  $P[F \cap I]$  es solo el producto de

las probabilidades de los eventos F e I. En este caso, puede ser visto que  $P[F/I]$  es a igual a  $P[F]$ . Sin embargo. Si los evento F e I son dependientes, la probabilidad estimada de falla dada la inspección evento I,  $P[F/I]$  es diferente de la probabilidad de falla,  $P[F]$  sin inspección.

Para nuestro trabajo

$$P[F \cap I] = \phi[\beta_1, \beta_2, \rho]$$

donde

$\beta_1 \rightarrow P[M < 0]$  es el índice de confiabilidad de la falla por fatiga

$\beta_2 \rightarrow P[H < 0]$  es el índice de confiabilidad del evento de inspección dado que no se detecto grieta.

$\rho$  es la correlación entre M y H.

El resultado de una inspección es cuales quiera de los dos no detección o detección de grieta.

$$a(T_i) \leq A_{di} \dots\dots\dots(4.1)$$

$$a(T_j) \leq A_j \dots\dots\dots(4.2)$$

En el primer caso no fue encontrada grieta en la inspección después del tiempo  $T_i$ , implicando que el tamaño de grieta fue más pequeño que el mas pequeño tamaño de grieta detectable  $A_{di}$ .  $A_{di}$  es obviamente una variable aleatoria, desde entonces una grieta detectable es solamente detectada con una cierta probabilidad. La función de distribución de probabilidad para  $A_{di}$  es igual a la función probabilidad de detección POD. Cuando más inspecciones son ejecutadas las variables aleatorias  $A_{di}$  son mutuamente independientes. En el segundo caso un tamaño de grieta  $A_j$  es observado después del tiempo  $T_j$ .  $A_j$  es también aleatoria debido a error medido y/o debido alas incertidumbres en las interpretaciones de una señal medida como tamaño de grieta.

Para cada inspección en las cuales no resulta detección de grieta un margen de evento  $M_i$  puede ser definido similar a el margen de seguridad usado para describir la falla de fatiga(descrito en el capitulo III) como:

$$M_i = CN_i A^m \Gamma\left(\frac{m}{B} + 1\right) - \int_{a_o}^{A_{di}} \frac{dx}{Y^m (\sqrt{\pi x})^{\frac{m}{2}}} \leq 0, i = 1, 2, 3, \dots, r \quad \dots\dots\dots(4.3)$$

Estos márgenes de evento son negativos debido a la ecuación (4.1). Para cada medida ecuación (4.2) un margen de evento  $M_j$  puede ser definido de manera similar como:

$$M_j = \int_{a_o}^{A_{ji}} \frac{dx}{Y^m (\sqrt{\pi x})^{\frac{m}{2}}} - CN_j A^m \Gamma\left(\frac{m}{B} + 1\right) = 0, i = 1, 2, 3, \dots, s \quad \dots\dots\dots(4.4)$$

Estos márgenes de seguridad son ceros debido a la ecuación 4.2. La situación cuándo la grieta es no detectada en r inspecciones en una locación es ahora considerada.

La probabilidad de falla actualizada es en este caso  $P_F^M$

$$P_F^M = P(M \leq 0 | M_1 \leq 0 \cap M_2 \leq 0 \cap \dots \cap M_r \leq 0) \quad \dots\dots\dots(4.5)$$

Este expresión puede ser calculada para resolver el problema de confiabilidad, par dos sistemas en paralelo, uno para el numerador y otro para el denominador, respectivamente, de la expresión

$$P_F^M = \frac{P(M \leq 0 | M_1 \leq 0 \cap M_2 \leq 0 \cap \dots \cap M_r \leq 0)}{P(M_i \leq 0 \cap \dots \cap M_r \leq 0)} \dots \dots \dots (4.6)$$

La situación es concebida cuando no la grieta no es detectada en el primer inspección r en una locación, mientras una grieta es detectada en la inspección r + 1

Y su tamaño es medido en eso y la siguiente inspección s-1.

La actualización de la probabilidad de falla en este caso

$$P_F^M = P(M \leq 0 | M_1 \leq 0 \cap \dots \cap M_r \leq 0 \cap M_{r+1} = \dots = M_{r+2} = 0) \dots \dots \dots (4.7)$$

Una general situación envuelve simultáneos consideraciones de varias locaciones con peligros potenciales de grietas para las cuales las inspecciones son llevadas acabo. Los procedimientos de actualización aun aplicados cuando debido a la consideración es llevado a la dependencia entre variables básicas aludiendo a las diferentes locaciones.

Una más detallada descripción concerniente a la los cálculos de la probabilidad de falla de los sistemas en paralelo esta dada por Madsen.

En la adición de la inspección, el conocimiento que una reparación ha sido necesaria puede ser usado para actualizar la probabilidad de falla.

Cuando una reparación es hecha en el tiempo  $N_{rep}$  ciclos de esfuerzo, la longitud de la grieta  $a_{rep}$  es medida. El margen de evento  $M_{rep}$  esta definido como:

$$M_{rep} = \int_{a_o}^{a_{rep}} \frac{dx}{Y^m (\sqrt{\pi x})^2} - CN_{rep} A^m \Gamma\left(\frac{m}{B} + 1\right) = 0 \dots \dots \dots (4.8)$$

El tamaño de grieta presentado después reparado y una posible inspección es una variable aleatoria  $a_{0,new}$  y las propiedades del material después de reparar son  $m_{new}$  y  $C_{new}$ . Estas variables pueden ser o no ser las mismas que las originales dependiendo del tipo de reparación. El margen de seguridad después de reparar  $M_{new}$  es:

$$M_{new} = \int_{a_{0,new}}^{a_c} \frac{dx}{Y^{m_{new}} \left(\sqrt{\pi x}\right)^{\frac{m_{new}}{2}}} - C_{new} (N - N_{rep}) A^{m_{new}} \Gamma\left(\frac{m_{new}}{B} + 1\right) = 0 \dots\dots\dots(4.9)$$

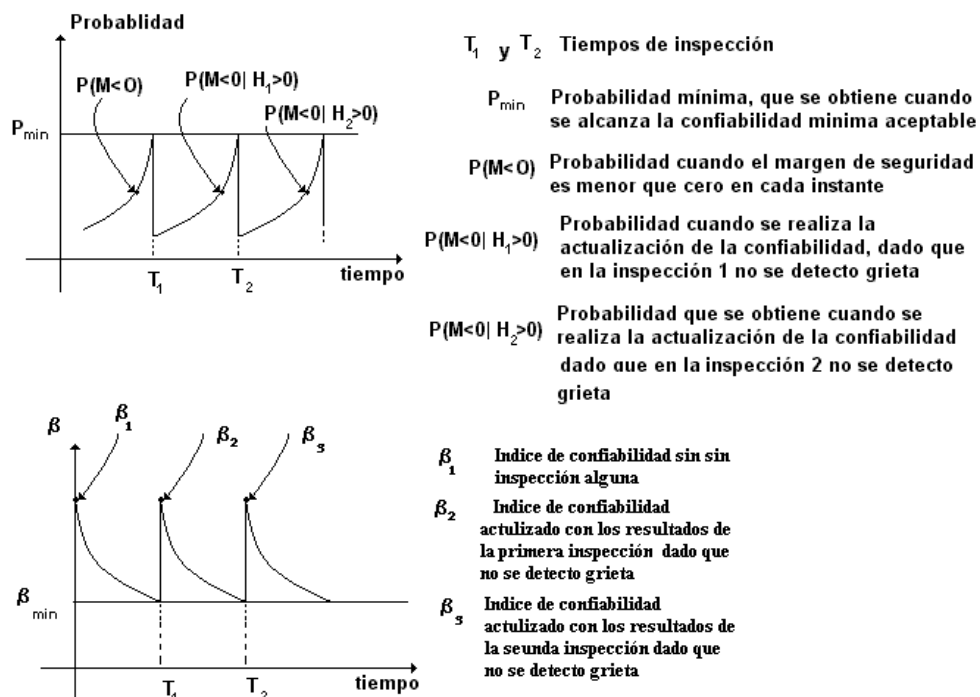
y una actualización de la falla de probabilidad después de repararse es

$$P_F^M = P(M_{new} \leq 0 | M_{rep} = 0) \dots\dots\dots(4.10)$$

Esta actualización de la probabilidad de falla es entonces de la misma forma como la ecuación (4.7).

En la figura 4.1 se ilustran gráficamente los conceptos de este capítulo.

Figura 4.1



## Capítulo 5. Estudio de sensibilidad

Los estudios de sensibilidad se hacen con datos proporcionados por el IMP y la junta que se analiza es la más desfavorable de acuerdo a una serie de análisis estructurales y determinadas condiciones ambientales. Para condiciones respuesta dinámica de la plataforma tipo Jacket y direcciones de oleaje que la institución considera convenientes para el estudio de sensibilidad.

Como se indicó anteriormente, se utilizó el método de FORM para calcular el margen de seguridad el índice de confiabilidad y la probabilidad de falla por fatiga de una junta. Realicé un programa en el Software de Mathematica 5.1 el cual nos proporciona los cálculos necesarios de todos los elementos matemáticos que se requieren para ejecutar el método FORM. Que en esencia es resolviendo la ecuación de margen de seguridad.

El Programa de Mathematica 5.1 que desarrollé se encuentra en el apéndice al final de la tesis en un archivo electromagnético llamado TAPXX -up. Este programa nos da los tiempos de inspección, estos es, el programa va calculando (a través de un comando llamado for) cada dos años el índice de confiabilidad hasta que este índice se encuentra por debajo del índice de confiabilidad mínima, el tiempo en el cual el índice de confiabilidad es menor que el índice de confiabilidad mínima es entonces **el tiempo de inspección**, y es en este tiempo donde se tiene que realizar una inspección a la plataforma para ver si existen o no daños por fatiga, es decir, si se detectan o no grietas, y esta información se vuelve a incorporar al programa, a esta incorporación de la nueva información es lo que se le llama **la actualización de la confiabilidad** y el nuevo índice de confiabilidad que se va a calcular involucra una probabilidad condicional de los eventos de inspección y los márgenes de seguridad anteriores. El programa que yo realicé los tiempos de inspección se calculan considerando que no hay **detección de grieta**.

El estudio de sensibilidad consiste en incrementar y disminuir 15% la desviación estándar de cada una de las variables aleatorias que intervienen en nuestro modelo de análisis por fatiga en la confiabilidad de una junta y estos tiempos que resultan del programa se comparan con el tiempo del **caso base tabla 1** (el cual también se obtiene con el programa y este tiene la particularidad de que los valores de las variables aleatorias se obtienen de los análisis espectrales de fatiga como se comento anteriormente) con la finalidad de identificar cual es la variable en la que la incertidumbre ejerce una mayor influencia en los tiempos de inspección, es decir, cual es la variable que más modifica los tiempos de inspección.

Aumentar y disminuir la desviación estándar de una variable que interviene en nuestro modelo y comparar el tiempo obtenido con el tiempo del caso base se grafican los resultados, y todos estos cálculos y graficas se llaman en nuestro trabajo casos y se les asigna un número.

Los resultados de los tiempos de inspección se muestran en la tabla 5.1.

**Caso base:** Después de analizar un análisis espectral por fatiga de una plataforma marina, se obtienen los valores de las variables, los cuales son mediciones reales.

Considere las propiedades dadas en la tabla 1

Variable	Distribución	Media	Desviación estándar	Desviación estándar + 15%	Desviación estándar - 15%
Factor de escala, $\text{LnD}^{(1)}$	Normal	6.30075	$9.384292 \times 10^{-2}$	0.10791936	0.07976648
Factor de forma, $1/B^{(1)}$	Normal	1.25098	0.125098	0.1438627	0.1063333
Parámetro del material, $\text{LnC}^{(2)}$	Normal	-40.39	0.6907	0.794305	0.587095
Parámetro del material, $m^{(2)}$	Normal	3.0	0.3	0.345	0.255
Tasa media de ciclos de esfuerzos, $\nu_0$	Determinística	13404219.1	938295.338	1079039.64	797551.037
Tamaño crítico de grieta $a_{cr}$	Normal	0.034	0.00136	0.001564	0.001156
Factor que multiplica al factor de corrección geométrico para volverlo variable aleatoria	Normal	1	0.1	0.115	0.085
Tamaño inicial de grieta $a_0$	Exponencial	0.00011	0.00011	0.0001265	0.0000935

(1) La correlación entre  $\text{LnD}$  y  $1/B$  es de 0.8

(2) La correlación entre  $\text{LnC}$  y  $m$  es de -0.9

### 5.1 Efecto de la incertidumbre en los parámetros de la distribución de esfuerzos

#### Caso 1

Aumentamos y disminuimos 15 % la desviación estándar del tamaño crítico de tasa media de ciclos de esfuerzo  $\nu_0$

Variable	Distribución	Media	Desviación estándar	Desviación estándar + 15%	Desviación estándar - 15%
Factor de escala, $\text{LnD}^{(1)}$	Normal	6.30075	$9.384292 \times 10^{-2}$		
Factor de forma, $1/B^{(1)}$	Normal	1.25098	0.125098		
Parámetro del material, $\text{LnC}^{(2)}$	Normal	-40.39	0.6907		
Parámetro del material, $m^{(2)}$	Normal	3.0	0.3		
Tasa media de ciclos de esfuerzos, $\nu_0$	Determinística	13404219.1	938295.338	1079039.64	797551.037
Tamaño crítico de grieta $a_{cr}$	Normal	0.034	0.00136		
Factor que multiplica al factor de corrección geométrico para volverlo variable aleatoria	Normal	1	0.1		
Tamaño inicial de grieta $a_0$	Exponencial	0.00011	0.00011		

Para un + 15%

t	$\beta$
1	3.72137
3	3.12994
5	2.84427
7	2.65208
9	2.50634
9.09833	2.5
9.09833	2.91075
11	2.82061
13	2.74163
15	2.67431
17	2.61572
19	2.56392
21	2.51754
21.0612216	2.5

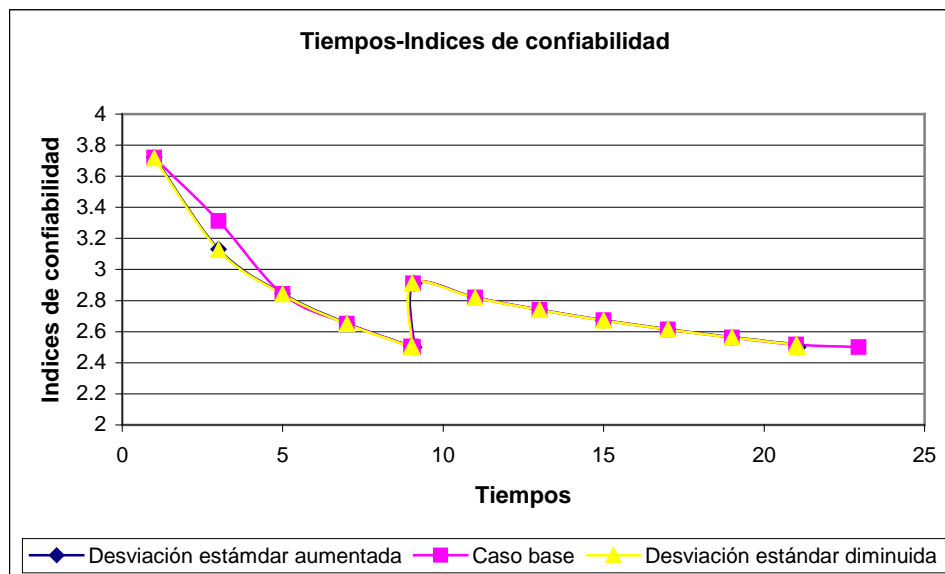
Para el caso base

t	$\beta$
1	3.71886
3	3.312762
5	2.84205
7	2.64994
9	2.50428
9.06623	2.5
9.06623	2.91098
11	2.81923
13	2.74031
15	2.67305
17	2.61451
19	2.56275
21	2.51642
22.9427525	2.5

Para un - 15%

t	$\beta$
1	3.71672
3	3.12564
5	2.84016
7	2.64812
9	2.50251
9.03889	2.5
9.03889	2.91119
11	2.81805
13	2.73919
15	2.67197
17	2.61347
19	2.56176
21	2.51546
21.0538488	2.5





Al aumentar 15% la desviación estándar obtuvimos tiempos de inspecciones, el primer tiempo es mayor por 0.354 % respecto al caso base y el segundo tiempo menor 8.2% respecto al caso base.

Al disminuir la desviación 15% obtuvimos el primer tiempo de inspección menor 0.3015% que el de caso base y el segundo de tiempo de inspección menor 8.233% respecto al caso base.

## Caso 2

Aumentamos y disminuimos 15 % la desviación estándar del factor de forma 1 / B

Variable	Distribución	Media	Desviación estándar	Desviación estándar + 15%	Desviación estándar - 15%
Factor de escala, LnD <sup>(1)</sup>	Normal	6.30075	9.384292x 10 <sup>-2</sup>		
Factor de forma, 1/ B <sup>(1)</sup>	Normal	1.25098	0.125098	0.1438627	0.1063333
Parámetro del material, LnC <sup>(2)</sup>	Normal	-40.39	0.6907		
Parámetro del material, m <sup>(2)</sup>	Normal	3.0	0.3		
Tasa media de ciclos de esfuerzos, $\nu_0$	Determinística	13404219.1	938295.338		
Tamaño crítico de grieta $a_{cr}$	Normal	0.034	0.00136		
Factor que multiplica al factor de corrección geométrico para volverlo variable aleatoria	Normal	1	0.1		
Tamaño inicial de grieta $a_0$	Exponencial	0.00011	0.00011		

Para un + 15%

t	$\beta$
1	3.56903
3	3.300418
5	2.73105
7	2.54719
7.62408	2.5
7.62408	2.92885
9	2.85412
11	2.7607
13	2.68944
15	2.62582
17	2.57045
19	2.52149
19.0813199	2.5
.	

Para el caso base

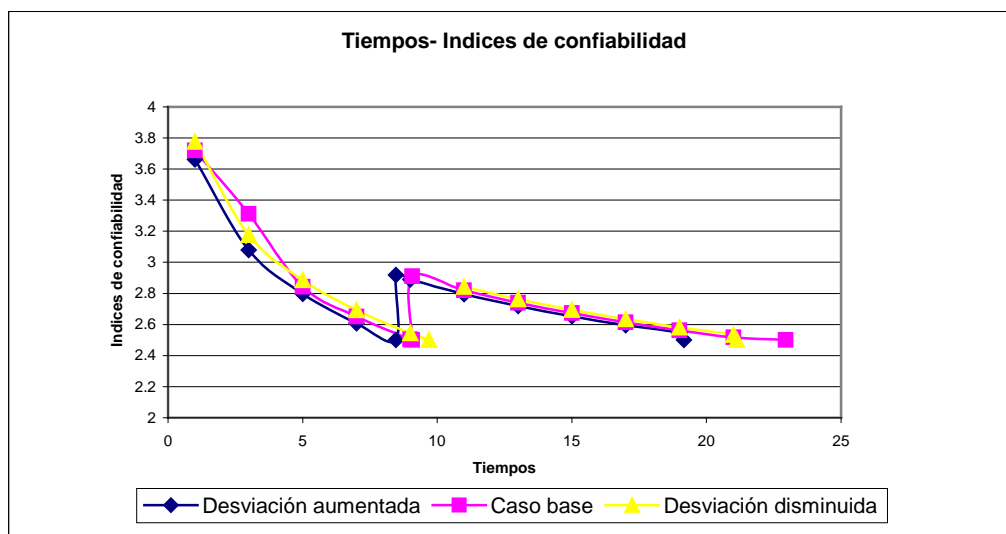
t	$\beta$
1	3.71886
3	3.312762
5	2.84205
7	2.64994
9	2.50428
9.06623	2.5
9.06623	2.91098
11	2.81923
13	2.74031
15	2.67305
17	2.61451
19	2.56275
21	2.51642
22.9427525	2.5

Para un - 15%

t	$\beta$
1	3.87406
3	3.25472
5	2.95602
7	2.75524
9	2.60308
10.6514	2.5
10.6514	2.89257
11	2.87643
13	2.79299
15	2.72187
17	2.65999
19	2.60529
21	2.55633
23	2.51206
23.0439937	2.5

Al aumentar 15% la desviación estándar obtuvimos tiempos de inspecciones menores el primer tiempo de 15.9% respecto al caso base y el segundo tiempo de 16.8 % respecto al caso base

Al disminuir la desviación 15% obtuvimos el primer tiempo de inspección mayor 17.48% que el de caso base y el segundo de tiempo de inspección mayor 0.44% respecto al caso base



## Caso 3

Aumentamos y disminuimos 15 % la desviación estándar del factor de escala LnD

Variable	Distribución	Media	Desviación estándar	Desviación estándar + 15%	Desviación estándar - 15%
Factor de escala, LnD <sup>(1)</sup>	Normal	6.30075	9.384292x 10 <sup>-2</sup>	0.10791936	0.07976648
Factor de forma, 1/ B <sup>(1)</sup>	Normal	1.25098	0.125098		
Parámetro del material, LnC <sup>(2)</sup>	Normal	-40.39	0.6907		
Parámetro del material, m <sup>(2)</sup>	Normal	3.0	0.3		
Tasa media de ciclos de esfuerzos, $\nu_0$	Determinística	13404219.1	938295.338		
Tamaño crítico de grieta $a_{cr}$	Normal	0.034	0.00136		
Factor que multiplica al factor de corrección geométrico para volverlo variable aleatoria	Normal	1	0.1		
Tamaño inicial de grieta $a_0$	Exponencial	0.00011	0.00011		

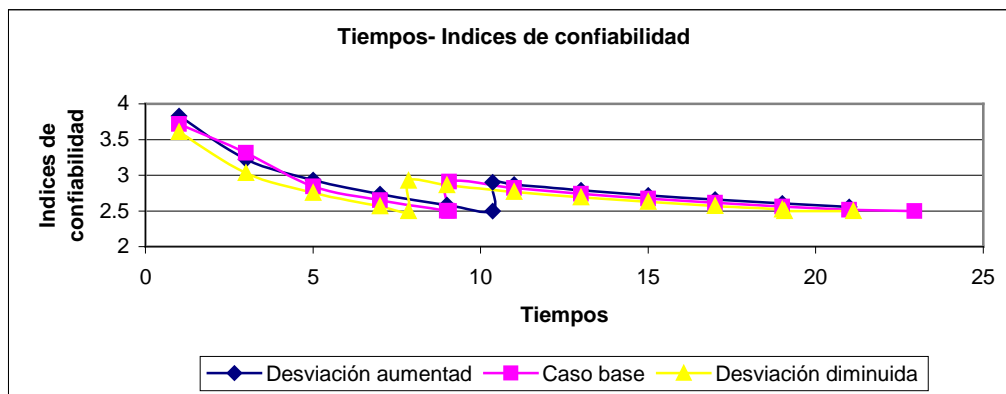
Para un + 15%	
t	$\beta$
1	3.66221
3	3.07934
5	2.7979
7	2.60859
8.46853	2.5
8.46853	2.91772
9	2.88934
11	2.79602
13	2.71873
15	2.65285
17	2.59552
19	2.54485
19.163636	2.5

Para el caso base	
t	$\beta$
1	3.71886
3	3.312762
5	2.84205
7	2.64994
9	2.50428
9.06623	2.5
9.06623	2.91098
11	2.81923
13	2.74031
15	2.67305
17	2.61451
19	2.56275
21	2.51642
22.9427525	2.5

Para un - 15%	
t	$\beta$
1	3.7758
3	3.17606
5	2.88632
7	2.69138
9	2.54335
9.68555	2.5
9.68555	2.90418
11	2.84258
13	2.76203
15	2.69336
17	2.63358
19	2.58073
21	2.53341
21.1193598	2.5

Al aumentar 15% la desviación estándar obtuvimos tiempos de inspecciones menores el primer tiempo de 6.59% respecto al caso base y el segundo tiempo de 16.47% respecto al caso base.

Al disminuir la desviación 15% obtuvimos, el primer tiempo de inspección mayor 6.83% que el de caso base y el segundo de tiempo de inspección menor 7.95% respecto al caso base



## 5.2 Efecto de la incertidumbre en la configuración geométrica

### Caso 4

Aumentamos y disminuimos 15 % la desviación estándar del tamaño crítico de grieta  $a_0$ . En esta variable como para su evaluación no se requiere la desviación estándar si no nada más la media..

Variable	Distribución	Media	Desviación estándar	Desviación estándar + 15%	Desviación estándar - 15%
Factor de escala, $\ln D^{(1)}$	Normal	6.30075	$9.384292 \times 10^{-2}$		
Factor de forma, $1/B^{(1)}$	Normal	1.25098	0.125098		
Parámetro del material, $\ln C^{(2)}$	Normal	-40.39	0.6907		
Parámetro del material, $m^{(2)}$	Normal	3.0	0.3		
Tasa media de ciclos de esfuerzos, $\nu_0$	Determinística	13404219.1	938295.338		
Tamaño crítico de grieta $a_{cr}$	Normal	0.034	0.00136		
Factor que multiplica al factor de corrección geométrico para volverlo variable aleatoria	Normal	1	0.1		
Tamaño inicial de grieta $a_0$	Exponencial	0.00011	0.00011	0.0001265	0.0000935

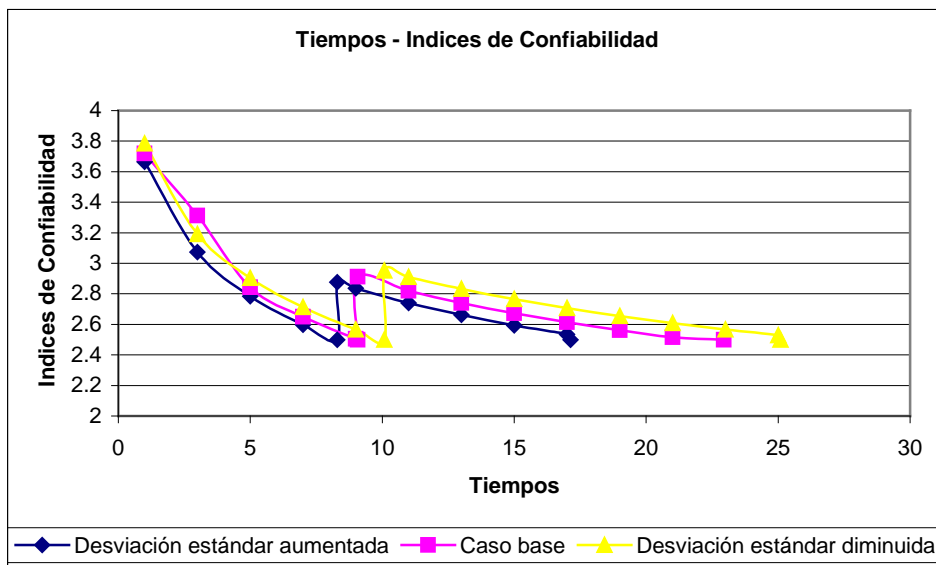
Para un + 15%	
t	$\beta$
1	3.66443
3	3.0743
5	2.7831
7	2.59762
8.29009	2.5
8.29009	2.87607
9	2.83678
11	2.74108
13	2.66178
15	2.59417
17	2.53533
17.134123	2.5

Para el caso base	
t	$\beta$
1	3.71886
3	3.312762
5	2.84205
7	2.64994
9	2.50428
9.06623	2.5
9.06623	2.91098
11	2.81923
13	2.74031
15	2.67305
17	2.61451
19	2.56275
21	2.51642
22.9427525	2.5

Para un - 15%	
t	$\beta$
1	3.78345
3	3.19088
5	2.90461
7	2.71201
9	2.56597
10.071	2.5
10.071	2.95152
11	2.90989
13	2.83134
15	2.76439
17	2.70613
19	2.65463
21	2.60853
23	2.56684
25	2.52882
25.0922019	2.5

Al aumentar 15% la desviación estándar obtuvimos tiempos de inspecciones menores el primer tiempo de 8.56% respecto al caso base y el segundo tiempo de 25.32% respecto al caso base.

Al disminuir la desviación 15% obtuvimos, el primer tiempo de inspección mayor 11.08% que el de caso base y el segundo de tiempo de inspección menor 9.37% respecto al caso base



## Caso 5

Aumentamos y disminuimos 15 % la desviación estándar del tamaño crítico de grieta  $a_{cr}$

Variable	Distribución	Media	Desviación estándar	Desviación estándar + 15%	Desviación estándar - 15%
Factor de escala, $\ln D^{(1)}$	Normal	6.30075	$9.384292 \times 10^{-2}$		
Factor de forma, $1/B^{(1)}$	Normal	1.25098	0.125098		
Parámetro del material, $\ln C^{(2)}$	Normal	-40.39	0.6907		
Parámetro del material, $m^{(2)}$	Normal	3.0	0.3		
Tasa media de ciclos de esfuerzos, $\nu_0$	Determinística	13404219.1	938295.338		
Tamaño crítico de grieta $a_{cr}$	Normal	0.034	0.00136	0.001564	0.001156
Factor que multiplica al factor de corrección geométrico para volverlo variable aleatoria	Normal	1	0.1		
Tamaño inicial de grieta $a_0$	Exponencial	0.00011	0.00011		

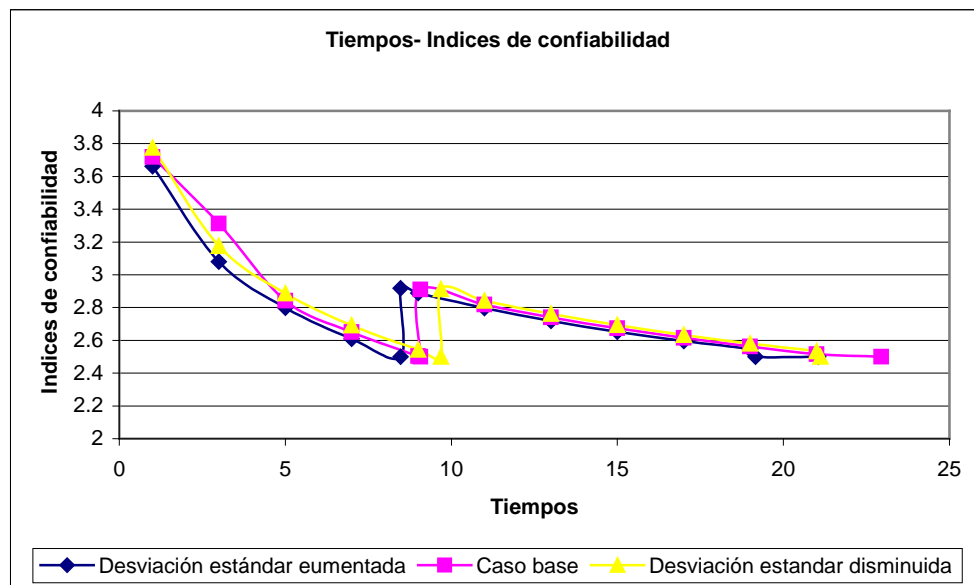
Para un + 15%	
t	$\beta$
1	3.71882
3	3.12758
5	2.84201
7	2.64991
9	2.50424
9.06563	2.5
9.06563	2.90964
11	2.81784
13	2.73891
15	2.67163
17	2.61309
19	2.56133
21	2.51499
21.0523897	2.5

Para el caso base	
t	$\beta$
1	3.71886
3	3.312762
5	2.84205
7	2.64994
9	2.50428
9.06623	2.5
9.06623	2.91098
11	2.81923
13	2.74031
15	2.67305
17	2.61451
19	2.56275
21	2.51642
22.9427525	2.5

Para un - 15%	
t	$\beta$
1	3.7189
3	3.12765
5	2.84209
7	2.64998
9	2.50431
9.06675	2.5
9.06675	2.91234
11	2.82063
13	2.74172
15	2.67447
17	2.61593
19	2.56418
21	2.51785
21.0620816	2.5

Al aumentar 15% la desviación estándar obtuvimos tiempos de inspecciones menores, el primer tiempo de 0.0066 % respecto al caso base y el segundo tiempo de 8.24% respecto al caso base.

Al disminuir la desviación 15% obtuvimos el primer tiempo de inspección mayor 0.0057% que el de caso base y el segundo de tiempo de inspección menor 8.197 % respecto al caso base.



### Caso 6

Aumentamos y disminuimos 15 % la desviación estándar del Factor que multiplica al factor de corrección geométrico para volverlo variable aleatoria  $\gamma$ .

Variable	Distribución	Media	Desviación estándar	Desviación estándar + 15%	Desviación estándar - 15%
Factor de escala, $\text{LnD}^{(1)}$	Normal	6.30075	$9.384292 \times 10^{-2}$		
Factor de forma, $1/B^{(1)}$	Normal	1.25098	0.125098		
Parámetro del material, $\text{LnC}^{(2)}$	Normal	-40.39	0.6907		
Parámetro del material, $m^{(2)}$	Normal	3.0	0.3		
Tasa media de ciclos de esfuerzos, $\nu_0$	Determinística	13404219.1	938295.338		
Tamaño crítico de grieta $a_{cr}$	Normal	0.034	0.00136		
Factor que multiplica al factor de corrección geométrico para volverlo variable aleatoria	Normal	1	0.1	0.115	0.085
Tamaño inicial de grieta $a_0$	Exponencial	0.00011	0.00011		

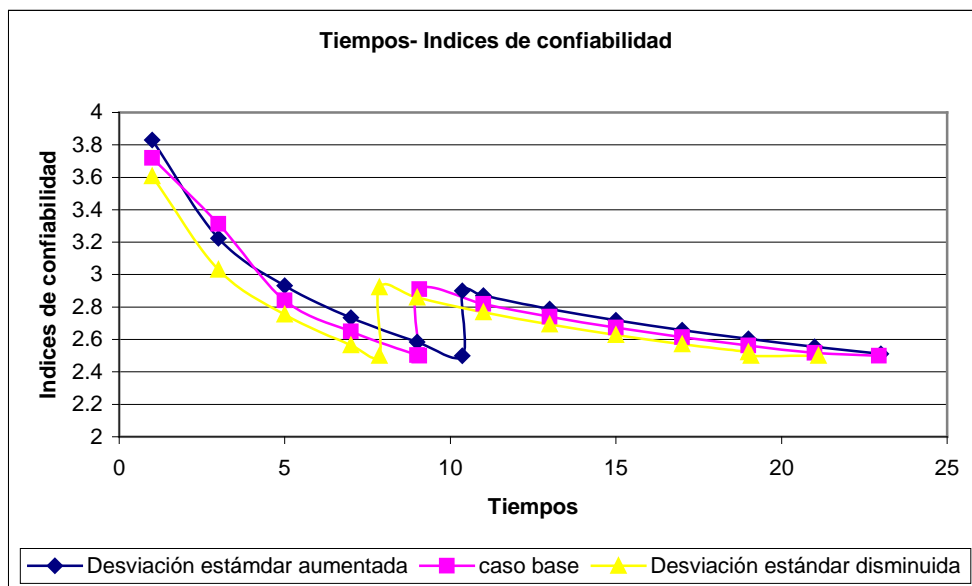
Para un + 15%	
t	$\beta$
1	3.6992
3	3.1101
5	2.82567
7	2.63437
8.83623	2.5
8.83623	2.9135
11	2.81022
13	2.72185
15	2.66505
17	2.60693
19	2.55556
21	2.50957
21.0330519	2.5

Para el caso base	
t	$\beta$
1	3.71886
3	3.312762
5	2.84205
7	2.64994
9	2.50428
9.06623	2.5
9.06623	2.91098
11	2.81923
13	2.74031
15	2.67305
17	2.61451
19	2.56275
21	2.51642
22.9427525	2.5

Para un - 15%	
t	$\beta$
1	3.73677
3	3.14349
5	2.85686
7	2.664
9	2.51774
9.27649	2.5
9.27649	2.90872
11	2.82737
13	2.74796
15	2.68026
17	2.62133
19	2.56923
21	2.52258
21.0793966	2.5

Al aumentar 15% la desviación estándar obtuvimos tiempos de inspecciones menores, el primer tiempo de 2.54% respecto al caso base y el segundo tiempo de 8.323% respecto al caso base.

Al disminuir la desviación 15% obtuvimos el primer tiempo de inspección mayor 2.32% que el de caso base y el segundo de tiempo de inspección menor 8.12% respecto al caso base.





### 5.3 Efecto de la incertidumbre en los parámetros del material

#### Caso 7

Aumentamos y disminuimos 15 % la desviación estándar del parámetro del material LnC

Variable	Distribución	Media	Desviación estándar	Desviación estándar + 15%	Desviación estándar - 15%
Factor de escala, LnD <sup>(1)</sup>	Normal	6.30075	9.384292x 10 <sup>-2</sup>		
Factor de forma, 1/ B <sup>(1)</sup>	Normal	1.25098	0.125098		
Parámetro del material, LnC <sup>(2)</sup>	Normal	-40.39	0.6907	0.794305	0.587095
Parámetro del material, m <sup>(2)</sup>	Normal	3.0	0.3	0.345	
Tasa media de ciclos de esfuerzos, $\nu_0$	Determinística	13404219.1	938295.338	1079039.64	
Tamaño crítico de grieta $a_{cr}$	Normal	0.034	0.00136	0.001564	
Factor que multiplica al factor de corrección geométrico para volverlo variable aleatoria	Normal	1	0.1	0.115	
Tamaño inicial de grieta $a_0$	Exponencial	0.00011	0.00011		

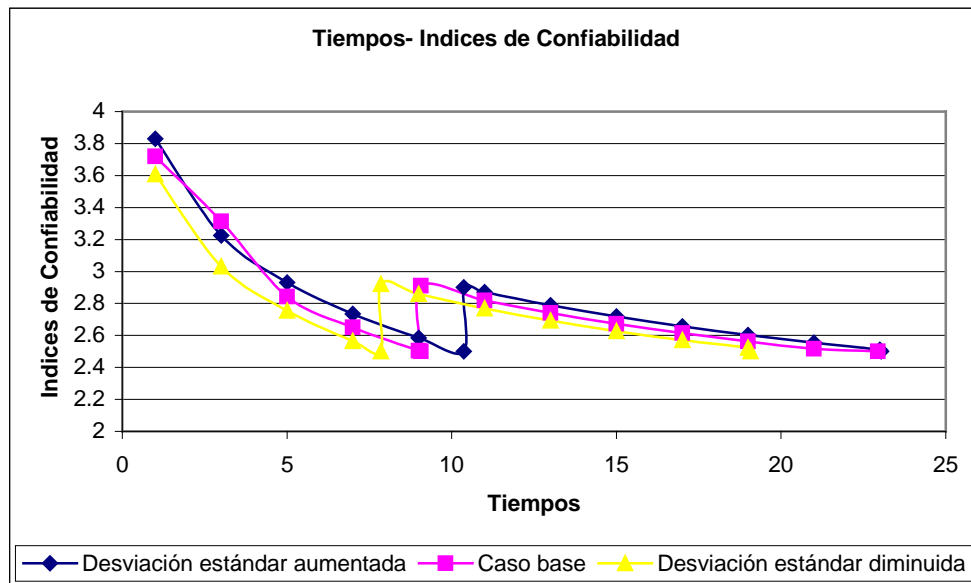
Para un + 15%	
t	$\beta$
1	3.8297
3	3.22441
5	2.9316
7	2.73445
9	2.584486
10.3634	2.5
10.3634	2.90005
11	2.87067
13	2.78855
15	2.71849
17	2.65749
19	2.60352
21	2.55519
23	2.51146
23.0411594	2.5

Para el caso base	
t	$\beta$
1	3.71886
3	3.312762
5	2.84205
7	2.64994
9	2.50428
9.06623	2.5
9.06623	2.91098
11	2.81923
13	2.74031
15	2.67305
17	2.61451
19	2.56275
21	2.51642
22.9427525	2.5

Para un - 15%	
t	$\beta$
1	3.60752
3	3.03019
5	2.75518
7	2.5647
7.85368	2.5
7.85368	2.92174
9	2.85936
11	2.76787
13	2.69213
15	2.62762
17	2.57151
19	2.52194
19.0742948	2.5

Al aumentar 15% la desviación estándar obtuvimos tiempos de inspecciones mayores, el primer tiempo de 14.31% respecto al caso base y el segundo tiempo de 0.429% respecto al caso base

Al disminuir la desviación 15% obtuvimos el primer tiempo de inspección menor 13.37% que el de caso base y el segundo de tiempo de inspección menor 16.86 % respecto al caso base.



### Caso 8

Aumentamos y disminuimos 15 % la desviación estándar del parámetro del material m

Variable	Distribución	Media	Desviación estándar	Desviación estándar + 15%	Desviación estándar - 15%
Factor de escala, $\ln D^{(1)}$	Normal	6.30075	$9.384292 \times 10^{-2}$		
Factor de forma, $1/B^{(1)}$	Normal	1.25098	0.125098		
Parámetro del material, $\ln C^{(2)}$	Normal	-40.39	0.6907		
Parámetro del material, $m^{(2)}$	Normal	3.0	0.3	0.345	0.255
Tasa media de ciclos de esfuerzos, $\ln \sigma_0$	Determinística	13404219.1	938295.338		
Tamaño crítico de grieta $a_{cr}$	Normal	0.034	0.00136		
Factor que multiplica al factor de corrección geométrico para volverlo variable aleatoria	Normal	1	0.1		
Tamaño inicial de grieta $a_0$	Exponencial	0.00011	0.00011		

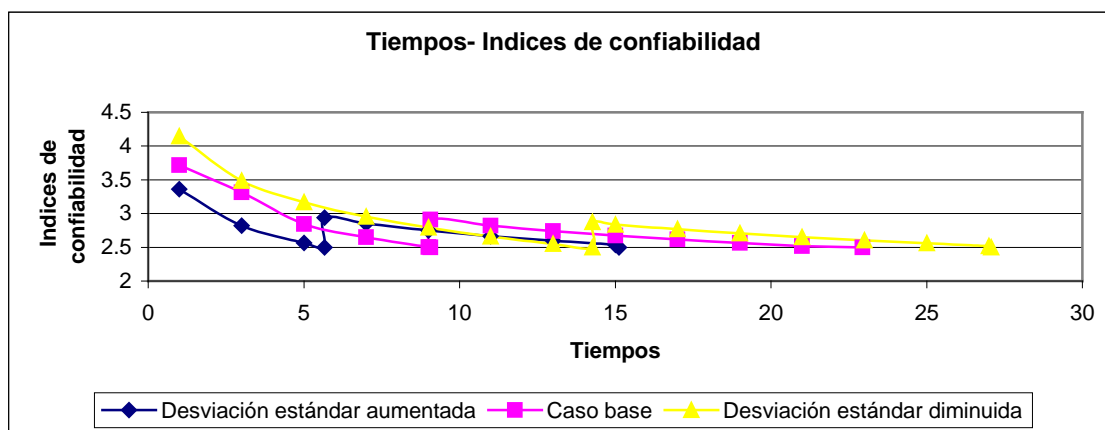
Para un + 15%	
t	$\beta$
1	3.36073
3	2.82304
5	2.56375
5.65851	2.5
5.65851	2.94067
7	2.85174
9	2.74721
11	2.66427
13	2.59566
15	2.53726
15.1198707	2.5

Para el caso base	
t	$\beta$
1	3.71886
3	3.312762
5	2.84205
7	2.64994
9	2.50428
9.06623	2.5
9.06623	2.91098
11	2.81923
13	2.74031
15	2.67305
17	2.61451
19	2.56275
21	2.51642
22.9427525	2.5

Para un - 15%	
t	$\beta$
1	4.14217
3	3.4854
5	3.16779
7	2.95399
9	2.79181
11	2.66072
13	2.55048
14.264	2.5
14.264	2.87124
15	2.83459
17	2.76643
19	2.70611
21	2.65206
23	2.60314
25	2.5585
27	2.51748
27.0683868	2.5

Al aumentar 15% la desviación estándar obtuvimos tiempos de inspecciones menores, el primer tiempo de 37.59% respecto al caso base y el segundo tiempo de 34.1% respecto al caso base.

Al disminuir la desviación 15% obtuvimos el primer tiempo de inspección mayor 57.33% que el de caso base y el segundo de tiempo de inspección mayor 17.98 % respecto al caso base.



### 5.4 Resumen

En la siguiente tabla se muestran cuales variables se vieron más influenciadas al aumentar y disminuir sus desviaciones, El criterio de ordenamiento es descendente en el porcentaje .

**Tabla 5.1**

Variable	Distribución	Media	Desviación estándar	Porcentajes de cómo variaron cuando			
				Desviación estándar + 15%		Desviación estándar - 15%	
				Tiempo 1 de inspección	Tiempo 2 de Inspección	Tiempo 1 de inspección	Tiempo 2 de Inspección
Parámetro del material, $m^{(2)}$ (caso 8)	Normal	3.0	0.3	-37.59%	-34.1%	<b>-57.33%</b>	-17.98%
Tamaño inicial de grieta $a_0$ (caso 4)	Exponencial	0.00011	0.00011	-8.56%	<b>-25.32%</b>	+11.08%	-9.37%
Factor de forma, $1/B^{(1)}$ (caso2)	Normal	1.25098	0.125098	-15.9%	-16.8%	<b>+17.48%</b>	+0.44%
Parámetro del material, $\ln C^{(2)}$ (caso 7)	Normal	-40.39	0.6907	+14.31%	+0.429%	-13.37%	<b>-16.86%</b>
Factor de escala, $\ln D^{(1)}$ (caso 3)	Normal	6.30075	$9.384292 \times 10^{-2}$	-6.59%	<b>-16.47%</b>	+6.83%	-7.95%
Factor que multiplica al factor de corrección geométrico para volverlo variable aleatoria $\gamma$ (caso 6)	Normal	1	0.1	-2.54%	<b>-8.323%</b>	+2.32%	-8.12%
Tamaño crítico de grieta $a_{cr}$ (caso 5)	Normal	0.034	0.00136	-0.0066%	<b>-8.24%</b>	+0.0057%	-8.197%
Tasa media de ciclos de esfuerzos, $\nu_0$ (Caso 1)	Determinística	13404219.1	938295.338	+0.354%	-8.2%	-0.3015%	<b>-8.233%</b>

El signo negativo representa una que disminuyo el tiempo de inspección al compararlo con el tiempo del caso base.

El signo positivo representa una que aumento el tiempo de inspección al compararlo con el tiempo del caso base.

## Capítulo 6. Conclusiones

Con los resultados del análisis de sensibilidad de los tiempos de inspección al nivel de incertidumbre de las variables de nuestro modelo de fatiga la variable que más influye en los tiempos de inspección fue la del Parámetro del material  $m$  cuando se le disminuye su desviación estándar un 15% y fue la que la totalidad de sus tiempos de inspección obtenidos tuvo una mayor separación con respecto los tiempos de inspecciones del caso base.

Por lo que se concluye que estos valores del parámetro del material  $m$  tienen que procurarse ser lo más cercanos posibles a la realidad para que nuestro análisis se lo más parecido a la realidad, es decir, debe tenerse cuidado en asignar el nivel de incertidumbre adecuado.

El otro parámetro del material  $LnC$ , el cual esta correlacionado el parámetro del material  $m$ , sus tiempos de las variables no se afectaron en gran medida al variar la desviación estándar, pero se recomienda también tener cuidado en este parámetro y tratar de que también sea lo más cercano a la realidad.

Los tiempos de inspección que menos variación mostraron con respecto al caso base al cambiarle su desviación estándar fueron los de la variable del Tamaño crítico de grieta  $a_{cr}$ , pero esto no quiere decir que hay que descuidar su incertidumbre, ni el de todas las variables que intervienen en nuestro modelo de fatiga tienen que ser lo más precisas para que el modelo funcione correctamente y nos proporcione resultados más fehacientes.

El programa utilizado Mathematica 5.1 da una aproximación muy adecuada en los resultados para este tipo de modelos y aparte cuenta con todas las librerías de matemáticas necesarias para desarrollarlo, razón por la cual es de amplia recomendación para utilizarse en métodos como el FORM para el calculo de probabilidades de falla a través de los márgenes de seguridad.

**Bibliografías**

A) Thoft-christensen, P. y Baker, M. "**STRUCTURAL RELIABILITY THEORY AND ITS APPLICATIONS**", Berlin : Springer, 1982. (hay un ejemplar en el Instituto de Ingeniería TA656.5 T45)

B) Thoft-christensen, P. y Murotsu, Y. "**APPLICATION OF STRUCTURAL SYSTEMS RELIABILITY THEORY**", Berlin : Springer, c1986, (hay un ejemplar en la biblioteca de posgrado de ingeniería y otro en el Instituto de Ingeniería, TA656.5 T43)

C) Primer reporte técnico de la estancia posdoctoral **ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL DE PLATAFORMAS MARINAS CONSIDERANDO CORRELACIÓN ENTRE ESTADOS DE DAÑO** del Dr. Francisco Leonel Silva González

D) Tesis de maestría de "**Análisis espectral de fatiga en una plataforma marina tipo jacket, ubicada en la Sonda Campeche**", México del ingeniero Gilberto Martínez Saucedo

E) L S Etube " **Fatigue and fracture mechanics of offshore Structures**" Professional Engineering Publishing London and bury St. Edmunds, UK

F). Kirkemo, F. (1988), "**Applications of probabilistic fracture mechanics to offshore structures**", *Applied Mechanics Review*, ASME, 41, 2, 61-84.

G) Moan, T., Hovde, G.O. y Blanker, A.M. (1993); "**Reliability-Based Fatigue Design Criteria for Offshore Structures Considering the Effect of Inspection and Repair**", *Proceedings of the 25<sup>th</sup> Annual Offshore Technology Conference*, OTC. Pag. 591-600