



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA MECÁNICA-DISEÑO MECÁNICO

ELEMENTOS DE SUJECIÓN ROSCADOS

MODALIDAD DE GRADUACIÓN: T E S I S
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
RAÚL BALDERAS MENDOZA

TUTOR PRINCIPAL
MARCELO LÓPEZ PARRA, FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. JUNIO 2013

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Alejandro Cuauhtémoc Ramírez Reivich

Secretario: Saúl Daniel Santillán Gutiérrez

Vocal: Marcelo López Parra

1^{er.} Suplente: Magdalena Trujillo Barragán

2^{do.} Suplente: Adrián Espinosa Bautista

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: QUERÉTARO, QRO.

TUTOR DE TESIS:

MARCELO LÓPEZ PARRA

ÍNDICE.....	1
OBJETIVOS.....	2
INTRODUCCIÓN.....	3
1. NOMENCLATURA DEL ROSCADO.....	4
1.1. DESIGNACIÓN DE ROSCA MÉTRICAS.....	5
1.2. DESIGNACIÓN DE ROSCA UNIFICADA.....	6
2. ANTECEDENTES.....	6
2.1. COMPORTAMIENTO GENERAL DE TORNILLOS SOMETIDOS A TENSIÓN.....	6
3. DIAGRAMA DE FLUJO PARA LA DETERMINACION DE LA MAXIMA TENSION PERMISIBLE EN ELEMENTOS ROSCADOS.....	10
4. ELEMENTOS ROSCADOS CERTIFICADOS.....	11
4.1. MÁXIMA TENSION PERMISIBLE EN ELEMENTOS DE ROSCA EXTERNA.....	11
4.1.1. ELEMENTOS DE ROSCA EXTERNA MÉTRICOS.....	11
4.1.1.1. ELEMENTOS MÉTRICOS CON RESISTENCIA A LA RUPTURA INFERIOR A 100,000 PSI (686 MPA).....	11
4.1.1.2. ELEMENTOS MÉTRICOS CON RESISTENCIA A LA RUPTURA SUPERIOR A 100,000 PSI (686 MPA).....	12
4.1.2. ELEMENTOS DE ROSCA EXTERNA UNIFICADOS (PULGADAS)	13
4.1.2.1. ELEMENTOS DE ROSCA UNIFICADA CON RESISTENCIA A LA RUPTURA INFERIOR 100,000 PSI (686 MPA).....	13
4.1.2.2. ELEMENTOS DE ROSCA UNIFICADA CON RESISTENCIA A LA RUPTURA SUPERIOR A 100,000 PSI (686 MPA).....	14
4.2. MÁXIMA TENSION PERMISIBLE EN ELEMENTOS DE ROSCA INTERNA.....	15
4.2.1. LONGITUD DE AGARRE MINIMA Y ÁREA DE CORTE DE CUERDA EXTERNA.....	15
4.2.2. RESISTENCIA RELATIVA Y ÁREA DE CORTE DE CUERDA INTERNA.....	17
4.2.3. MÁXIMA TENSION PERMISIBLE EN CUERDA INTERNA.....	18
5. ELEMENTOS ROSCADOS NO CERTIFICADOS.....	20
5.1. ELEMENTOS DE ROSCA EXTERNA.....	22
5.1.1. ELEMENTOS DE ROSCA EXTERNA UNIFICADAS.....	25
5.1.2. ELEMENTOS DE ROSCA EXTERNA MÉTRICAS.....	31
5.2. ELEMENTOS DE ROSCA INTERNA	36
5.2.1. ELEMENTOS DE ROSCA INTERNA UNIFICADAS	36
5.2.2. ELEMENTOS DE ROSCA INTERNA MÉTRICAS	41
6. CONCLUSIONES.....	43
7. TRABAJO FUTURO.....	44
8. REFERENCIAS.....	45

OBJETIVOS

- El objetivo general es el desarrollo de una guía para la correcta determinación de la máxima tensión permisible en un elemento de sujeción con rosca externa o interna.
- Investigar y presentar de manera resumida los diferentes criterios que en la actualidad ayudan a determinar la máxima capacidad de carga de elementos roscados.

INTRODUCCIÓN

Durante el desarrollo de conexiones atornilladas los diseñadores se han enfrentado a la problemática de predecir correctamente cual es la resistencia a la tensión de la conexión y en determinar así mismo la zona de la tuerca o el tornillo donde ocurrirá dicha falla.

Desafortunadamente para los diseñadores aún no se ha desarrollado una ecuación universal para calcular la resistencia de cualquier elemento de sujeción roscado. La literatura existente provee tablas especificando la resistencia probada de tornillos y tuercas manufacturadas de acuerdo a la geometría y materiales especificados en algún estándar; sin embargo también se pueden encontrar diferentes ecuaciones basadas en fallas por flexión y corte en las cuerdas que arrojan resultados muy por debajo a los valores publicadas en los estándares de tornillos.

En el presente trabajo se resumen las diferentes teorías de falla existentes para la determinación de la carga máxima a la tensión en tornillos y tuercas tanto fabricados de acuerdo a las especificaciones de estándares como los publicados por diferentes autores. Para cada una de las ecuaciones presentadas se muestra su verificación con los resultados publicados de ensayos a tensión y los resultados publicados de simulaciones realizadas con paquetería de Método de Elementos Finitos (MEF).

Se provee al diseñador con una metodología para la correcta selección y aplicación de la ecuación que le permita calcular la máxima fuerza axial permitida en un elemento roscado.

1.- NOMENCLATURA DEL ROSCADO.

El presente trabajo se centra en los dos tipos de rosca mayormente utilizados: La Rosca Unificada y la Rosca Métrica. Para ambos tipos de rosca se muestra la terminología empleada en la siguiente figura.

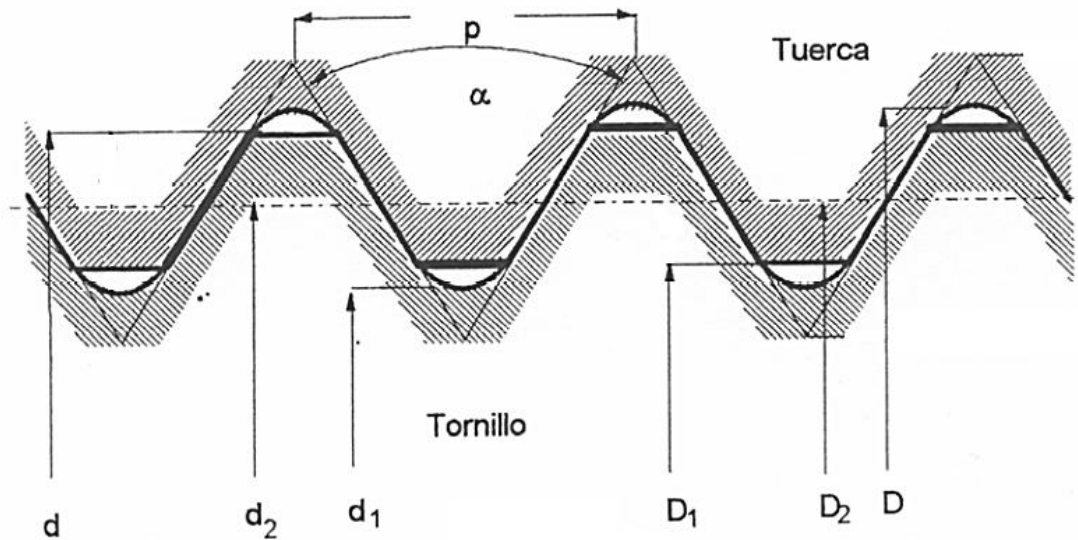


Figura 1.1- Nomenclatura del roscado

Donde

p = Paso. Distancia entre dos hilos.

α = Ángulo de rosca.

d = Diámetro Mayor de la rosca externa. Representa el diámetro nominal de la rosca y es el diámetro de mayor tamaño en la rosca.

d_1 = Diámetro menor de rosca externa. Es el diámetro de raíz de la rosca y representa el diámetro de menor tamaño en el elemento roscado.

d_2 = Diámetro de paso rosca externa. Diámetro del punto medio del perfil, en el que el ancho del hilo de la rosca externa es igual a la mitad del paso.

D = Diámetro mayor de la rosca interna.

D_1 = Diámetro menor de la rosca interna

D_2 = Diámetro de paso rosca interna. Diámetro del punto medio del perfil, en el que el ancho del hilo de la rosca interna es igual a la mitad del paso.

Ambos tipos de rosca, tanto la rosca métrica como la unificada, presenta el siguiente perfil básico

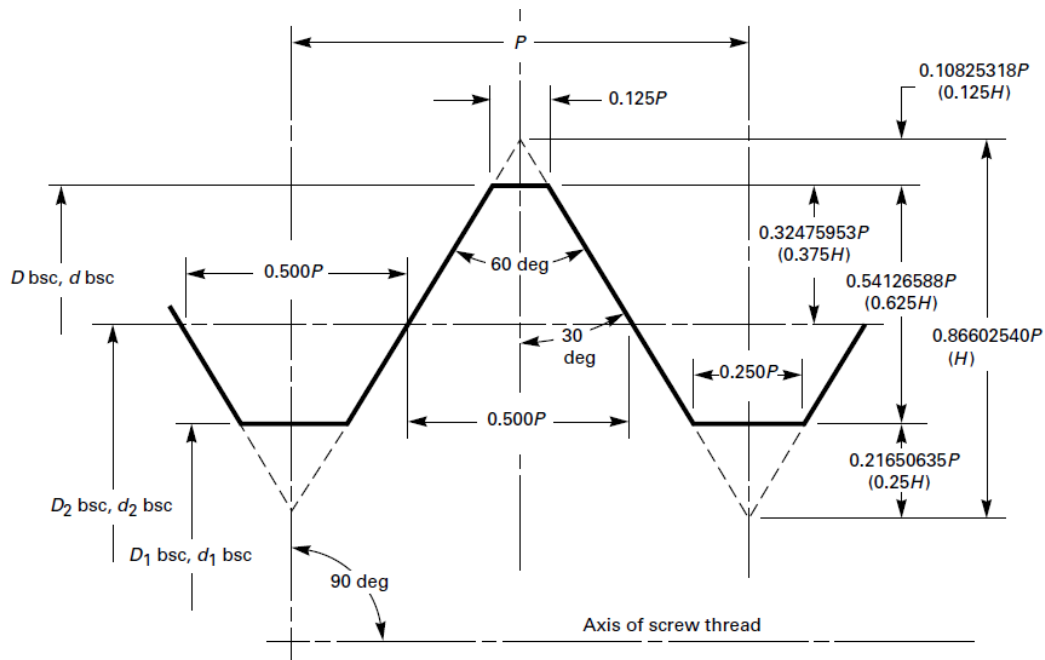


Figura 1.2- Perfil básico de rosca métrica y unificada

p = Paso de rosca interna/externa

H = Altura del triángulo básico

$$H = P[\cos(30^\circ)] = 0.866P$$

Este perfil básico define las dimensiones nominales del diámetro mayor, diámetro de paso y diámetro menor.

1.1 .- DESIGNACIÓN DE ROSCA MÉTRICAS

La rosca métrica es simétrica de 60°, posee un entalle redondeado en la raíz de la rosca externa y un diámetro menor más grande en las roscas externas e internas. Este perfil se recomienda cuando se requiere elevada resistencia a la fatiga y existe en las series de paso basto y de paso fino.

La designación de las roscas se hace por medio de la letra M seguida del diámetro mayor y el paso indicado directamente en milímetros. Por ejemplo, la rosca M6 x 1 indica una rosca métrica normal de 6 milímetros de diámetro exterior con un paso de 1 milímetro.

La resistencia de las roscas métricas se especifica mediante clases las cuales constan de dos números separados por un punto. El primer número indica la resistencia a la rotura del material en mega pascales (MPa) dividido entre 100. El segundo número representa la razón aproximada entre al límite elástico y la resistencia a la rotura. Un tornillo de clase 5.8 tiene una resistencia a última a la tensión de aproximadamente 500 MPa y un límite elástico equivalente del 80% de 500 MPa.

1.2.- DESIGNACIÓN DE ROSCA UNIFICADA

Esta rosca es la usada en el sistema Americano, el ángulo es de 60° y las crestas de los hilos pueden ser rectas o redondeadas. Existen la serie de paso basto (UNC), la de paso fino (UNF) y la de paso extra fino (UNEF)

La designación de las roscas unificadas se hace por medio de diámetro mayor seguido por la cantidad de hilos por pulgada seguida por la serie correspondiente. Por ejemplo, la rosca .375-16 UNC indica una rosca .375 pulgadas de diámetro y 16 hilos por cada pulgada de longitud perteneciendo a la serie de paso basto.

La resistencia de las roscas unificadas se especifica mediante grados (1, 2, 4, 5, 7, 8) los cuales tienen asignadas resistencias a la cedencia y la tensión en orden ascendente. Un tornillo de grado 2 tiene una resistencia mínima a la tensión de 55,000 libras por pulgada cuadrada (psi) mientras que un tornillo grado 8 tiene una resistencia última a la tensión de 120,000 psi.

2. ANTECEDENTES

2.1 COMPORTAMIENTO GENERAL DE TORNILLOS SOMETIDOS A TENSIÓN

Se define como resistencia a la tensión la capacidad del tornillo para soportar cargas axiales. Los valores tabulados en la literatura el único factor a considerar para determinar la resistencia de dicho elemento y se conoce como prueba de carga.

Si un tornillo y una tuerca relativamente dúctiles son sometidos a una prueba de tensión e incrementamos gradualmente la fuerza axial entre la cabeza del tornillo y la tuerca, obtendremos una gráfica fuerza – cambio de longitud como se muestra en la figura 2.1.

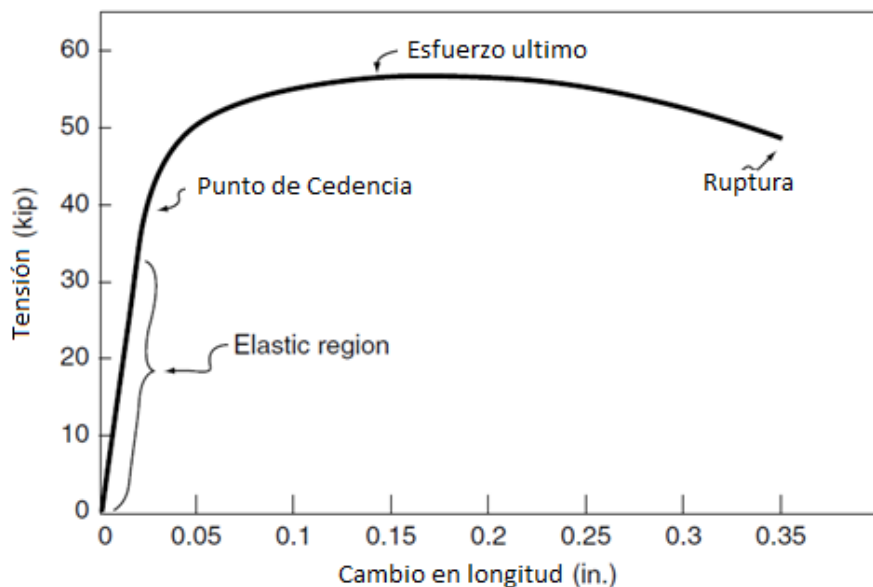


Figura 2.1- Diagrama Fuerza – Deformación típica de un tornillo bajo carga axial.

La parte elástica muestra la zona de carga en la que el tornillo no sufrirá deformación permanente. Esta es la zona en la que todo elemento roscado debe trabajar ya que el punto donde la deformación deja de ser proporcional (o sufre una deformación permanente) no es obvio debido a que hay puntos en el tornillo que han sufrido deformación permanente antes de que el elemento como tal alcance el punto de fluencia; mientras que hay otras zonas en el elemento que aún están lejos de alcanzar dicho punto.

Otro punto de interés en la resistencia última a la tensión la cual es la carga axial máxima que puede soportar el tornillo. Esta carga siempre es mayor que el punto de fluencia y ocurre en la zona de deformación plástica. La parte final de la gráfica muestra el punto de ruptura donde el tornillo se rompe bajo la carga aplicada.

Otro fenómeno presente en tornillos de cualquier clase es el endurecimiento por deformación. Si el elemento es llevado a la zona plástica y la carga es liberada antes de llegar a su esfuerzo último, este se comportará como se muestra en la figura 2. El tornillo habrá sufrido una deformación permanente equivalente a ΔL_p .

Si posteriormente el elemento es sometido a una carga menor a la aplicada anteriormente, la curva esfuerzo – deformación ahora seguirá la nueva línea B-C comportándose de forma elástica. La diferencia entre la resistencia a la cedencia previa y el nuevo punto elástico es resultado del endurecimiento por deformación que ha sufrido el tornillo. Dicho comportamiento solo se observa en materiales dúctiles.

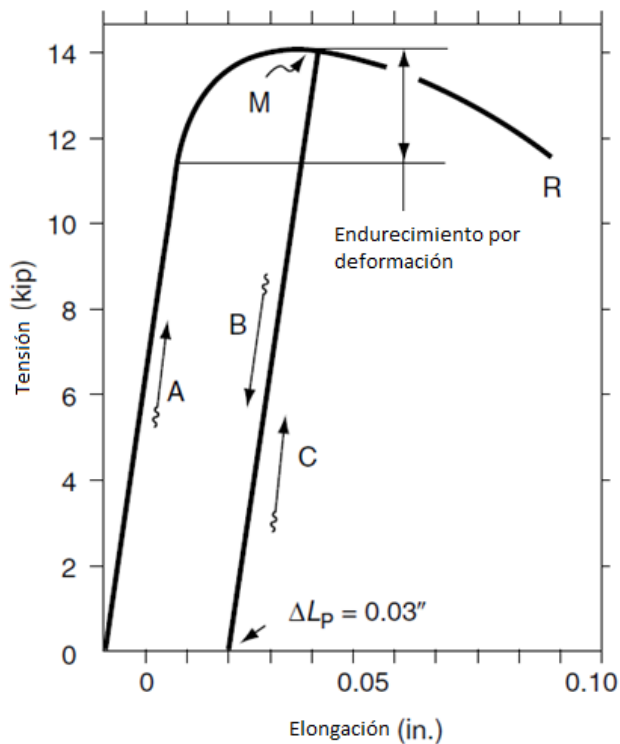


Figura 2.2.- Curva elástica de un tornillo cargado axialmente. La tensión es liberada una vez superado el punto de fluencia el tornillo sufrirá una deformación permanente (B) de $L_p = .03$ in. Si el tornillo es cargado nuevamente el tornillo seguirá la trayectoria (C)

La figura 2.3 muestra las líneas de esfuerzo de una junta atornillada. Un análisis más detallado revela tres puntos en el tornillo en el que los concentradores de esfuerzos generan niveles de esfuerzo muy por encima del promedio. Tales puntos son el radio existente entre la cabeza y el cuerpo del tornillo; el inicio de la cuerda en el cuerpo y la primera cuerda que entra en la tuerca.

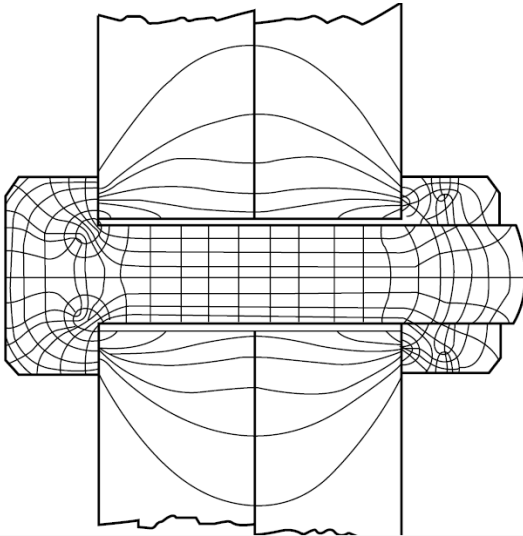


Figura 2.3 – Líneas principales de esfuerzo a tensión y compresión de una junta atornillada

Estadísticamente estos son los puntos en los que generalmente falla el tornillo. Adicionalmente, numerosas pruebas han demostrado que las primeras tres cuerdas de la unión soportan la mayoría de la carga (Heywood, 1952; Bickford, J.H. 2007), tal como se muestra en la figura 1.6.

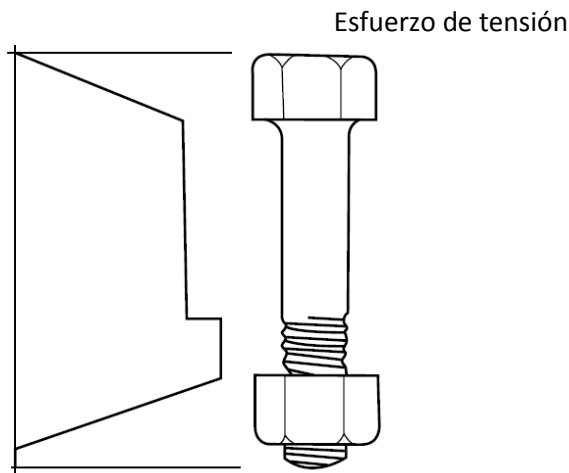


Figura2.4 – Magnitud de esfuerzo presente en un tornillo cargado axialmente

Una vez considerados todos los puntos anteriores, y el hecho de que para la fabricación de todo elemento mecánico existen tolerancias de manufactura, podemos asumir que el comportamiento de un tornillo bajo cargas axiales difícilmente será lineal y que será complicado determinar de forma analítica la carga máxima a la tensión permisible de un tornillo.

Para solucionar este problema las diferentes asociaciones de ingeniería han definido una manera de determinar la resistencia de forma experimental para definir especificaciones de diseño y manufactura basados en los resultados experimentales. Para lograr esto se realizaron pruebas de tensión en tornillos manufacturados utilizando materiales definidos. Los resultados de dichas pruebas ayudaron a determinar:

- a) La máxima carga que puede soportar un tornillo o tuerca sin sufrir deformación permanente (llamada carga de prueba)
- b) La carga que resulta en una deformación permanente equivalente al .2% (carga de fluencia)
- c) La máxima carga que puede soportar el tornillo previo a la ruptura.

Los resultados obtenidos nos permiten ignorar la gran variación de la distribución del esfuerzo en el tornillo y los diferentes concentradores de esfuerzo en los tornillos fabricados con materiales y geometrías específicos. Los fabricantes de tornillos deben repetir tales pruebas periódicamente para asegurar que sus productos cumplen con los estándares de resistencia.

Estos resultados dieron las bases para calcular los límites de esfuerzo para tornillos no fueron sometidos a prueba. Durante la ejecución de las pruebas se observó que al dividir la carga de fluencia entre un área transversal determinada por el promedio del diámetro de paso y el diámetro menor arrojaba un nivel de esfuerzo que se aproximaba al esfuerzo en la que un cilindro del mismo material alcanzaría su punto de fluencia. Los mismos resultados se obtuvieron para el esfuerzo último a tensión y carga de prueba. Se concluyó finalmente que la fuerza de prueba, de fluencia y de ruptura pueden ser determinadas de forma teórica considerando el área transversal determinada por la geometría del tronillo y las propiedades del material utilizado en la fabricación del mismo.

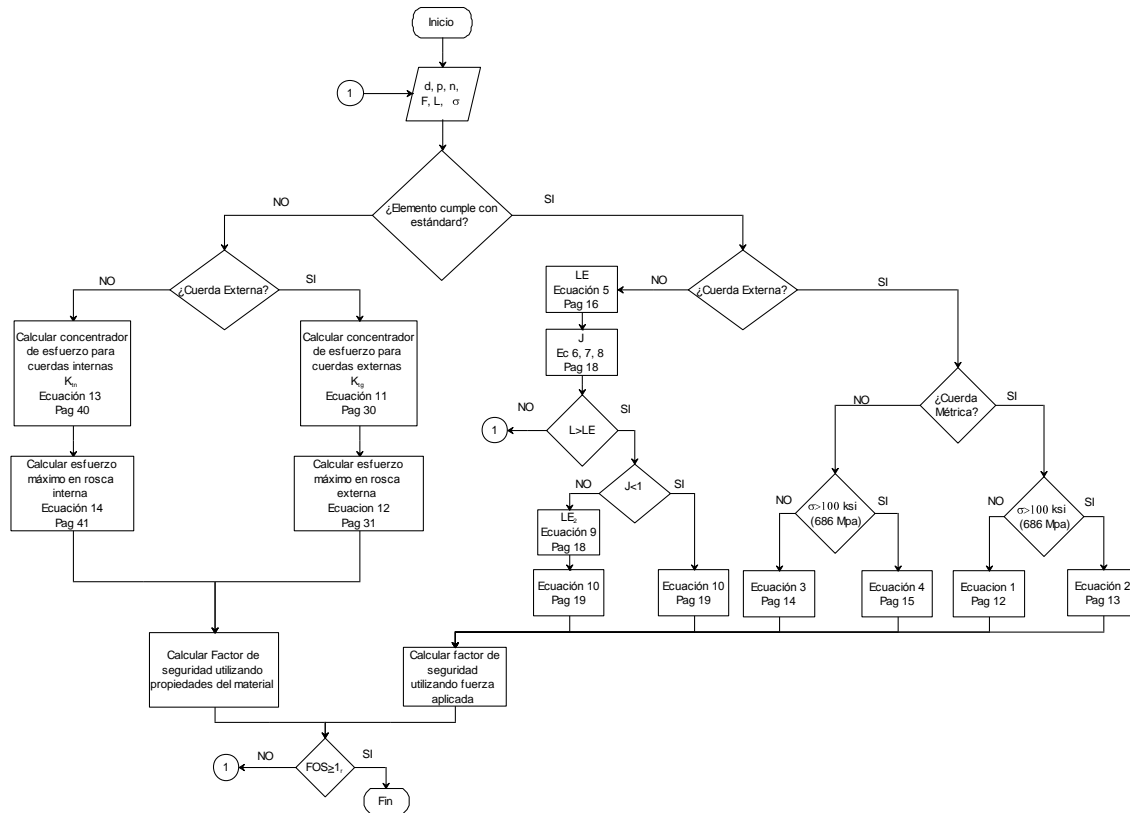
Para el caso de elementos roscados que fueron manufacturados utilizando materiales distintos a los especificados en estándares comerciales y que no son sometidos a pruebas de cargas para verificar las cargas de prueba, de fluencia y de ruptura; se utilizan diferentes expresiones para determinar la distribución de la carga y el esfuerzo máximo en el elemento roscado.

La metodología hasta ahora aceptada para la determinación del esfuerzo máximo en cualquier clase de tornillo se basa principalmente en el cálculo de la distribución de la carga en las cuerdas que entran en contacto con la tuerca o la placa con cuerda interna. Las principales contribuciones a esta metodología incluyen los estudios realizados por Madushka, Sopwith (D'Eramo, M. y Cappa, P. 1991) y Birger (Dragoni, E. 1992) las cuales llegan a resultados muy similares con diferencias de los valores calculados de alrededor 10%; tal diferencia se debe principalmente a la complejidad de las ecuaciones utilizadas.

Para esta investigación se utilizará la metodología más sencilla la cual solo utiliza expresiones exponenciales y trigonométricas para la determinación del esfuerzo máximo en el elemento roscado.

3.- DIAGRAMA DE FLUJO PARA LA DETERMINACION DE LA MAXIMA TENSION PERMISIBLE EN ELEMENTOS ROSCADOS

En vista de que existen distintas expresiones para determinar la máxima carga axial que se puede aplicar a un elemento roscado y que la correcta selección de la ecuación depende del tipo de cuerda (interna o externa), del estándar bajo el que es fabricado y de la resistencia del material, se propone el siguiente diagrama de flujo para facilitar al lector la selección de la ecuación correspondiente considerando todas estas variables.



- d = Diámetro nominal de la rosca (in, mm)
- p = Paso (in, mm)
- n = Número de hilos por unidad de longitud.
- F = Fuerza aplicada (lb, N)
- L = Longitud del elemento roscado (in, mm)
- σ = Esfuerzo de cedencia del elemento roscado.
- L_E = Longitud de agarre mínima requerida para desarrollar.
- FOS = Factor de Seguridad

4.- ELEMENTOS ROSCADOS CERTIFICADOS.

Como se mencionó en el capítulo 2, mediante una gran cantidad de pruebas se determinó que un tornillo fabricado bajo estándares comerciales (ASME, ASTM, SAE, DIN, JIS, ISO) tendrá una resistencia a la tensión equivalente a la de una barra cilíndrica sin roscar con un diámetro equivalente al valor medio del diámetro de paso y del diámetro mayor. El área transversal resultante se conoce como el área de esfuerzo a tensión A_T la cual es utilizada para determinar la máxima carga axial permisible en tornillos tanto métricos como unificados. El lector debe recordar que el esfuerzo en el tornillo no es uniforme debido a los diferentes concentradores de esfuerzo en el tornillo; sin embargo el método detallado a continuación permite ignorar el efecto de los concentradores de esfuerzo debido a que la carga máxima depende de valores tabulados resultantes de numerosas pruebas las cuales deben ser repetidas contantemente por los fabricantes de tornillería estándar.

4.1 MÁXIMA TENSION PERMISIBLE EN ELEMENTOS DE ROSCA EXTERNA

La tensión máxima permisible en elementos de rosca externa está determinada por el área de esfuerzo a tensión (A_t) la cual a su vez depende de la resistencia del material con el que fue fabricado el elemento y el tipo de rosca, esto es, métrica o unificada. Las ecuaciones correspondientes para cada tipo de rosca se detallan en el capítulo 4.1 y 4.2.

4.1.1 ELEMENTOS DE ROSCA EXTERNA MÉTRICOS.

4.1.1.1 ELEMENTOS MÉTRICOS CON RESISTENCIA A LA RUPTURA INFERIOR A 100,000 psi, (686 MPA).

El área de esfuerzo a tensión A_{TM} para tornillos de rosca métricas con resistencia a la ruptura menor a los 100,000 psi (686 MPa) está dada por:

$$A_{TM} = .785(d - 0.938p)^2, \text{ donde}$$

d = Diámetro nominal del tornillo.

p = Paso del tornillo en milímetros.

El área A_{TM} es multiplicada por el valor tabulado correspondiente del esfuerzo de prueba, de cedencia o de ruptura para calcular la tensión máxima permisible F en el tornillo:

$$F = \sigma A_{TM}, \text{ donde:}$$

F = Máxima carga axial permisible en tornillo.

σ = Resistencia de prueba, de cedencia o de ruptura de acuerdo al material del tornillo.

A_{TM} = Área de esfuerzo a la tensión para tornillo métrico.

Sustituyendo

$$F = \sigma (.785(d - 0.938p)^2) \dots\dots\dots \text{Ecuación 1}$$

Para un tornillo M6-1 de clase 4.6 cuya resistencia última a la tensión es de 400 MPa, el área a tensión A_{TM} es entonces:

$$A_{TM} = .785[6mm - 0.938(1mm)]^2 = 20.11mm^2$$

Y la fuerza mínima a la fluencia (F_y) y a la tensión (F_{UTS}) es entonces:

$$F_{UTS} = \sigma_{UTS} A_{TM} = (400MPa)(20.11mm^2) = 8045N$$

$$F_y = \sigma_y A_{TM} = .6 \times \sigma_{UTS} A_{TM} = .6(400MPa)(20.11mm^2) = 4827N$$

4.1.1.2 ELEMENTOS MÉTRICOS CON RESISTENCIA A LA RUPTURA SUPERIOR A 100,000 PSI (686 MPA).

El área de esfuerzo a tensión A_{TM} para tornillos de rosca métricas con resistencia a la ruptura mayor a los 100,000 psi (686 Mpa) está dada por:

$$A_{TM} = .7854(d_{2min} - 0.268867p)^2, \text{ donde}$$

d_{2min} = Diámetro de paso mínimo de rosca externa.

El área A_{TM} es multiplicada por el valor tabulado correspondiente del esfuerzo de prueba, de cedencia o de ruptura para calcular la tensión máxima permisible F en el

$$F = \sigma A_{TM}$$

Sustituyendo:

$$F = \sigma(7854(d_{2min} - 0.268867p)^2) \dots\dots\dots \text{Ecuación 2}$$

Para el mismo tornillo M6-1 pero de clase 8.8 cuya resistencia última a la tensión es de 800 MPa, el área de tensión A_{TM} es entonces:

$$d_{2min} = 5.212 \text{ mm}$$

$$A_{TM} = .7854[5.212mm - 0.268867(1mm)]^2 = 19.19mm^2$$

Y la fuerza mínima a la fluencia (F_y) y a la tensión (F_{UTS}) es entonces:

$$F_{UTS} = \sigma_{UTS} A_{TM} = (800MPa)(19.19mm^2) = 15350N$$

$$F_y = \sigma_y A_{TM} = .6 \times \sigma_{UTS} A_{TM} = .6(800MPa)(19.19mm^2) = 12280N$$

El lector puede notar que el área para elementos con resistencia superior a 686MPa (100ksi) es alrededor de 5% menor que la calculada utilizando la fórmula para tornillos con resistencia menor a los 686 MPa (100 ksi).

4.1.2 ELEMENTOS DE ROSCA EXTERNA UNIFICADOS.

4.1.2.1 ELEMENTOS UNIFICADOS CON RESISTENCIA A LA RUPTURA INFERIOR A 100,000 PSI (686 MPA)

El área de esfuerzo a tensión A_{TU} para tornillos de rosca unificados con resistencia a la ruptura menor a los 100,000 psi (686 Mpa) está dada por:

$$A_{TU} = .785 \left(d - \frac{0.9743}{n} \right)^2, \text{ donde}$$

d = Diámetro nominal en pulgadas

n = Número de hilos por pulgada.

El área A_{TU} es multiplicada por el valor tabulado correspondiente del esfuerzo de prueba, de cedencia o de ruptura para calcular la tensión máxima permisible F:

$$F = \sigma A_{TU}$$

Sustituyendo:

$$F = \sigma \left[.785 \left(d - \frac{0.9743}{n} \right)^2 \right] \dots\dots\dots \text{Ecuación 3}$$

Para un tornillo .375-16 de Grado 2, con esfuerzo último a la tensión de 74 ksi y de fluencia de 57 ksi es entonces:

$$A_{TU} = .785 \left(.375in - \frac{0.9743}{16} \right)^2 = .785 \left(.375in - \frac{0.9743}{16} \right)^2 = .07745in^2$$

La fuerza mínima a la fluencia (F_y) y a la tensión (F_{UTS}) es entonces:

$$F_{UTS} = \sigma_{UTS} A_{TU} = (74ksi)(.07745in^2) = 5730lb_f$$

$$F_y = \sigma_y A_{TU} = (57ksi)(.07745in^2) = 4414lb_f$$

4.1.2.2 ELEMENTOS UNIFICADOS CON RESISTENCIA A LA RUPTURA SUPERIOR A 100,000 PSI (686 MPA)

El área de esfuerzo a tensión A_{TU} para cuerdas unificadas con resistencia a la ruptura mayor a los 100,000 psi (686 Mpa) está dada por:

$$A_{TU} = \pi \left(\frac{d_{2min}}{2} - \frac{0.16238}{n} \right)^2, \text{ donde}$$

d_{2min} = Diámetro de paso mínimo de rosca externa.

n = Número de hilos por pulgada

El área A_{TU} es multiplicada por el valor tabulado correspondiente del esfuerzo de prueba, de cedencia o de ruptura para calcular la tensión máxima permisible F .

$$F = \sigma A_{TU}$$

Sustituyendo:

$$F = \sigma \left[\pi \left(\frac{d_{2min}}{2} - \frac{0.16238}{n} \right)^2 \right] \dots\dots\dots \text{Ecuación 4}$$

Para un tornillo .375-16 de Grado 8, con esfuerzo último a la tensión de 150 ksi y de fluencia de 130 ksi es entonces:

$$d_{2min} = .3287 \text{ in}$$

$$A_{TU} = \pi \left(\frac{d_{2min}}{2} - \frac{0.16238}{n} \right)^2 = \pi \left(\frac{.3287 \text{ in}}{2} - \frac{0.16238}{16} \right)^2 = .0747 \text{ in}^2$$

La fuerza mínima a la fluencia (F_y) y a la tensión (F_{UTS}) es entonces:

$$F_{UTS} = \sigma_{UTS} A_{TU} = (150 \text{ ksi})(.0747 \text{ in}^2) = 11200 \text{ lb}_f$$

$$F_y = \sigma_y A_{TU} = (130 \text{ ksi})(.0747 \text{ in}^2) = 9710 \text{ lb}_f$$

El lector tendrá que consultar los valores tabulados para obtener el diámetro de paso mínimo de la rosca externa. EL área resultante es 3.5% menor que el calculado con la fórmula para elementos de una resistencia menor a 100ksi.

4.2 MÁXIMA TENSION PERMISIBLE EN ELEMENTOS DE ROSCA INTERNA.

4.2.1 LONGITUD DE AGARRE MÍNIMA Y ÁREA DE CORTE DE CUERDA EXTERNA

Una vez determinada el diámetro mínimo del tornillo para soportar la carga requerida se debe especificar una longitud de agarre capaz de desarrollar la fuerza total de la unión de tal manera que el tornillo se rompa primero antes de que las cuerdas del elemento interno fallen por corte.

Las cuerdas fallan por corte en uno de los siguientes tres escenarios:

- Si la resistencia del material de la tuerca es mayor que la del tornillo, las cuerdas fallarán en la raíz del tornillo
- Si la resistencia del material del tornillo es mayor, las cuerdas fallarán en la raíz de la tuerca
- Si la resistencia de los materiales es la misma en el tornillo y la tuerca, las cuerdas fallarán al mismo tiempo en el diámetro de paso.

Estudios realizados por el Buro Nacional de Estándares (NBS por sus siglas en inglés) mostraron que la resistencia al corte para la mayoría de los materiales empleados para tornillos variaba entre el 50% y el 60% con respecto a su resistencia última a la tensión (Brickfor, J.H, capítulo 4.7.1). Como resultado, se definió que el área de corte (A_{ss}) al menos dos veces el área de tensión (A_T) para que el tornillo desarrollará su capacidad total)(Brickfor, J.H, capítulo 4.7.1).

$A_{ss} = 2A_T$, donde el área de corte del tornillo está definido por:

$$A_{ss} = L_E \pi D_{1max} \left[\frac{1}{2} + \frac{.577(d_{2min} - D_{1max})}{p} \right]$$

La longitud de agarre mínima para desarrollar la capacidad máxima de la unión es definida entonces:

$$L_E = \frac{2A_T}{\pi D_{1max} \left[\frac{1}{2} + \frac{.577(d_{2min} - D_{1max})}{p} \right]}, \text{ donde..... (Ecuación 5)}$$

A_{ss} = Área de corte de rosca externa.

L_E = Longitud de agarre mínima para desarrollar capacidad total de la unión.

P = paso del tornillo.

A_T = Área de esfuerzo a la tensión.

D_{1max} = Diámetro menor máximo de cuerda interna.

d_{2min} = Diámetro de paso mínimo de cuerda externa.

Para el tornillo M6-1, con área a la tensión $A_{TM} = 20.11 \text{ mm}^2$, la longitud de agarre mínima es entonces:

$$D_{1\max} = 5.153\text{mm}$$

$$d_{2\min} = 5.212\text{mm}$$

$$L_E = \frac{2A_T}{\pi D_{1\max} \left[\frac{1}{2} + \frac{.577(d_{2\min} - D_{1\max})}{p} \right]}$$

$$= \frac{2(20.11\text{mm}^2)}{\pi(5.153\text{mm}) \left[\frac{1}{2} + \frac{.577(5.212\text{mm} - 5.153\text{mm})}{1\text{mm}} \right]} = 4.65\text{mm}$$

Esta longitud de agarre representa el 77.5% del diámetro nominal de 6mm siendo el área de corte correspondiente a esta longitud es de agarre igual a 40.22 mm^2 .

Para el tornillo .375-16, con área a la tensión $A_{TU} = .07745\text{in}^2$, la longitud de agarre mínima es entonces:

$$D_{1\max} = .321 \text{ in}$$

$$d_{2\min} = .3287 \text{ in}$$

$$L_E = \frac{2A_T}{\pi D_{1\max} \left[\frac{1}{2} + \frac{.577(d_{2\min} - D_{1\max})}{p} \right]}$$

$$= \frac{2(.07745\text{in}^2)}{\pi(.321\text{in}) \left[\frac{1}{2} + \frac{.577(.3287\text{in} - .321\text{in})}{\left(\frac{1}{16}\text{in}\right)} \right]} = .269\text{in}$$

Esta longitud de agarre representa el 72% del diámetro nominal y el área de corte correspondiente a esta longitud de agarre es igual a $A_{ss} = 2(.07745\text{in}^2) = .1549 \text{ in}^2$

Como práctica estándar, se recomienda definir una longitud de agarre de al menos 1 vez el diámetro nominal siempre y cuando la tuerca sea del mismo grado o clase que del tornillo.

4.2.2 RESISTENCIA RELATIVA Y ÁREA DE CORTE DE CUERDA INTERNA

Una vez determinada la longitud de agarre requerida para desarrollar la capacidad máxima de la unión, se debe verificar que la resistencia de la cuerda interna sea la adecuada para resistir la carga de tal manera que la falla ocurra en el tornillo. Para verificar que la resistencia de la cuerda interna sea la adecuada se calcula el factor J para determinar la resistencia relativa entre la cuerda externa y la cuerda interna:

$$J = \frac{A_{ss} \times \sigma_T}{A_{sn} \times \sigma_N}, \text{ donde..... (Ecuación 6)}$$

A_{ss} = Área de corte de rosca externa.

A_{sn} = Área de corte de rosca interna.

σ_T = Resistencia a la ruptura de cuerda externa

σ_N = Resistencia a la ruptura de cuerda interna

Siendo las expresiones para las áreas de rosca externa e interna:

$$A_{ss} = \pi L_E D_{1\max} \left[\frac{1}{2} + \frac{.577(d_{2\min} - D_{1\max})}{p} \right] \text{..... (Ecuación 7)}$$

$$A_{sn} = \pi L_E d_{\min} \left[\frac{1}{2} + \frac{.577(d_{\min} - D_{2\max})}{p} \right] \text{..... (Ecuación 8)}$$

$D_{1\max}$ = Diámetro menor máximo de cuerda interna.

$d_{2\min}$ = Diámetro de paso mínimo de cuerda externa.

d_{\min} = Diámetro mayor mínimo de cuerda externa.

$D_{2\max}$ = Diámetro de paso máximo de cuerda interna.

L_E = Longitud de cuerda interna. Este valor corresponde a la longitud de la tuerca o al espesor de la placa roscada.

Si el valor del factor J es menor que la unidad, la longitud de agarre calculada en la ecuación 5 es la adecuada para evitar la falla de la cuerda interna. En caso de que el factor J es mayor que 1 la longitud de agarre L_e de la unión debe multiplicarse por el factor J para evitar la falla de la cuerda interna de tal manera que la longitud de agarre final $L_{e2} = J \times L_e$ (Ecuación 9)

Para el caso del tornillo métrico M6-1, el área de corte para cuerda interna y externa utilizando los valores de L_E calculados anteriormente es entonces:

$$D_{2\max} = 5.500 \text{ mm}$$

$$d_{\min} = 5.794 \text{ mm}$$

$$D_{1\max} = 5.153 \text{ mm}$$

$$d_{2\min} = 5.212 \text{ mm}$$

$$L_E = 4.65 \text{ mm}$$

$$A_{ss} = \pi D_{1\max} L_E \left[\frac{1}{2} + \frac{.577(d_{2\min} - D_{1\max})}{p} \right]$$

$$= \pi(5.153\text{mm})(4.65\text{mm}) \left[\frac{1}{2} + \frac{.577(5.212\text{mm} - 5.153\text{mm})}{1\text{mm}} \right] = 40.20\text{mm}^2$$

$$A_{sn} = \pi d_{\min} L_E \left[\frac{1}{2} + \frac{.577(d_{\min} - D_{2\max})}{p} \right]$$

$$= \pi(5.794\text{mm})(4.65\text{mm}) \left[\frac{1}{2} + \frac{.577(5.794\text{mm} - 5.500)}{p} \right] = 56.68\text{mm}^2$$

Asumiendo que tanto el tornillo como la tuerca tienen la misma resistencia, el factor J es entonces

$$J = \frac{A_{ss} \times \sigma_T}{A_{sn} \times \sigma_N} = \frac{A_{ss}}{A_{sn}} = \frac{40.20\text{mm}^2}{56.68\text{mm}^2} = .709$$

Debido a que el factor J es menor a 1, se concluye que la longitud de agarre es la adecuada para desarrollar la fuerza total de la unión.

Para el caso de que se use un tornillo clase 8 y una tuerca clase 4, el factor J es entonces:

$$J = \frac{A_{ss} \times \sigma_T}{A_{sn} \times \sigma_N} = \frac{(40.20\text{mm}^2)(800\text{MPa})}{(56.68\text{mm}^2)(400\text{MPa})} = 1.418$$

Debido a que el factor J es mayor a la unidad, la longitud de agarre mínima (L_{E2}) para desarrollar la fuerza total de la unión es entonces:

$$L_{E2} = JL_E = 1.418(4.65\text{mm}) = 6.59\text{mm}$$

4.2.3. MÁXIMA TENSIÓN PERMISIBLE EN CUERDA INTERNA

Una vez determinada la longitud de agarre mínima requerida para evitar la falla en la rosca interna y el área de corte de la cuerda interna, la tensión máxima permisible en la cuerda interna está determinada por:

$$F = A_{sn} \times \tau_N, \text{ donde..... (Ecuación 10)}$$

τ_N = Resistencia al corte de cuerda interna. Este valor es usualmente .577 del esfuerzo último a la tensión del material (σ_N)

A_{sn} = Área de corte de rosca interna.

Para una tuerca M6-1, clase 4, la resistencia a la tensión de la tuerca sería entonces:

$$F = A_{sn} \times \tau_N = .577(56.68\text{mm}^2)(400\text{MPa}) = 13,080\text{N}$$

Utilizando las ecuaciones anteriores, el lector podrá notar que la resistencia de una tuerca estándar es mayor que la del tornillo del mismo material. Para el ejemplo anterior la tensión máxima permisible en el tornillo fue de $F = 8045 \text{ N}$. La práctica común en campo es la utilización de tuercas de materiales más débiles que el de los tornillos con el fin de crear deformación plástica en las cuerdas de la tuerca para asegurar el contacto de una mayor cantidad de hilos de la tuerca con el fin de asegurar la resistencia de la unión. Una vez determinado el diámetro requerido para soportar la carga requerida, el diseñador debe seleccionar la tuerca correspondiente de acuerdo a las tablas en especificaciones correspondientes al tornillo seleccionado como la muestra la siguiente tabla

Especificación de Tornillo	Grado/Clase	Especificación de Tuerca	Grado
SAE J429	1	SAE J995	2
	2		2
	4		2.5
	5		5.8
	7		5,8
	8		8
	Métrico		4.6
4.8		4	
5.8		5	
8.8		8	
9.8		9	
10.9		12	
12.9		12	

Tabla 4.1 – Grado de tuerca recomendados para tornillos de rosca métrica y unificada

En caso de que se usara una tuerca de clase 5 con un tornillo clase 8, el factor J y la longitud de agarre ajustada quedarían:

$$J = \frac{A_{ss} \times \sigma_T}{A_{sn} \times \sigma_N} = \frac{(40.20 \text{ mm}^2)(800 \text{ MPa})}{(56.67 \text{ mm}^2)(500 \text{ MPa})} = 1.1348$$

$$L_{e2} = JL_e = 1.1348(4.65 \text{ mm}) = 5.277 \text{ mm}$$

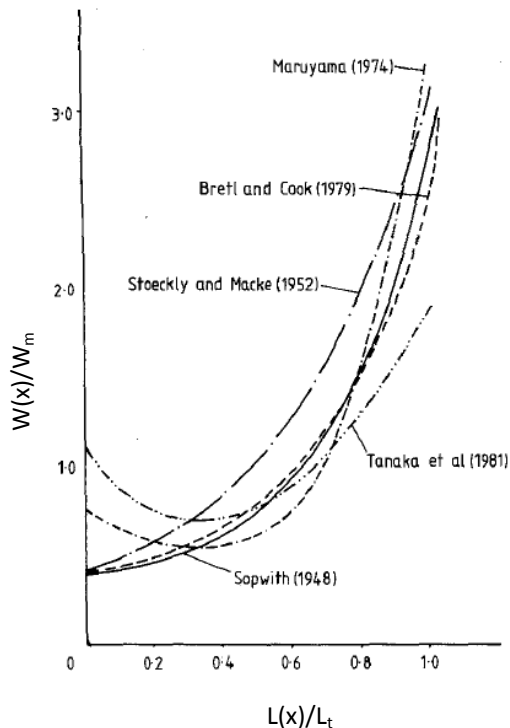
Tal longitud de agarre es mayor que el espesor de tuercas estándar. EL lector deberá tener cuidado para seleccionar la tuerca adecuada basado en las observaciones anteriores.

5.-ELEMENTOS ROSCADOS NO CERTIFICADOS

La resistencia de los elementos certificados (ASME, ASTM, SAE, DIN, JIS, ISO) es asegurada mediante el muestreo de lotes y ensayos a tensión de la muestra. Para el caso de elementos que no son certificados la resistencia a la tensión es determinada mediante un análisis detallado del elemento ya que se trata de un elemento único con capacidad de carga que depende de los siguientes factores:

- Resistencia de cedencia y ruptura del material utilizado para la fabricación.
- Dimensiones finales del elemento roscado.
- Concentradores de esfuerzo presentes en el elemento.
- Distribución de la carga entre las cuerdas de la rosca externa y la rosca interna

La distribución de la carga en las cuerdas ha sido estudiada extensivamente desde principios de siglo. Sopwith y Maduschka (D'Eramo, M y Cappa, P. 1991) desarrollaron las expresiones que hasta la fecha son utilizadas para determinar la distribución teórica en la rosca. Esta distribución ha sido verificada mediante análisis de elemento finito y técnicas experimentales (Kenny, B y Patterson, E.A., 1985) en roscas métricas y unificadas. Los resultados de los análisis y los parámetros de los elementos utilizados se muestran en la tabla 5.1 y la figura 5.2



Autor	Tipo de Rosca	Diametro Nominal	Paso	Longitu de Tuerca
Maruyama	ISO Métrica	24	3	19
Bretl y Cook	Unificada Americana	50.8	3.175	51.8
Tanaka	ISO Métrica	24	3	19
Stoekly y Mackle	Nacional Americana	50.8	3.175	50.8

L_t = Longitud total de la tuerca

L = Distancia desde el extremo libre de carga

$W(x)$ = Carga correspondiente en $L(x)$

W_m = Carga promedio distribuida en cada rosca

Figura 5.2 – Distribución de la carga en las cuerdas con respecto a la carga promedio

$L/L_t = 0$ representa el extremo de la tuerca libre de carga mientras que $L/L_t = 1$ representa la cara de la tuerca bajo la carga. Los resultados muestran que la fuerza en la rosca localizada en la cara bajo la carga es tres veces la carga promedio de cada cuerda.

La carga se distribuye principalmente en las primeras tres cuerdas donde la primera cuerda toma alrededor del 55% de la carga, la segunda cuerda el 25% y la tercera cuerda alrededor del 15%. Los resultados de simulaciones realizadas se muestran en la figura 5.3 (Tseng, S. 2010)

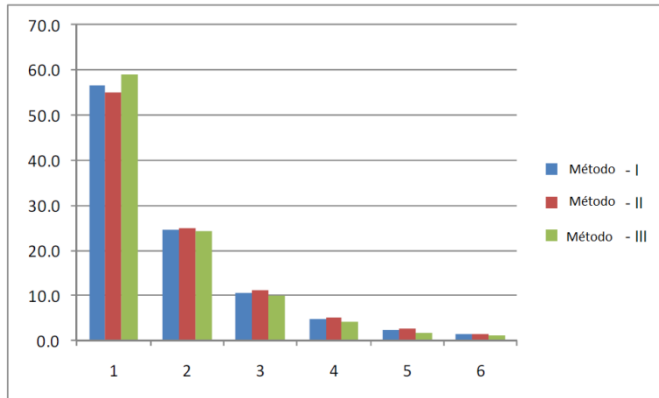


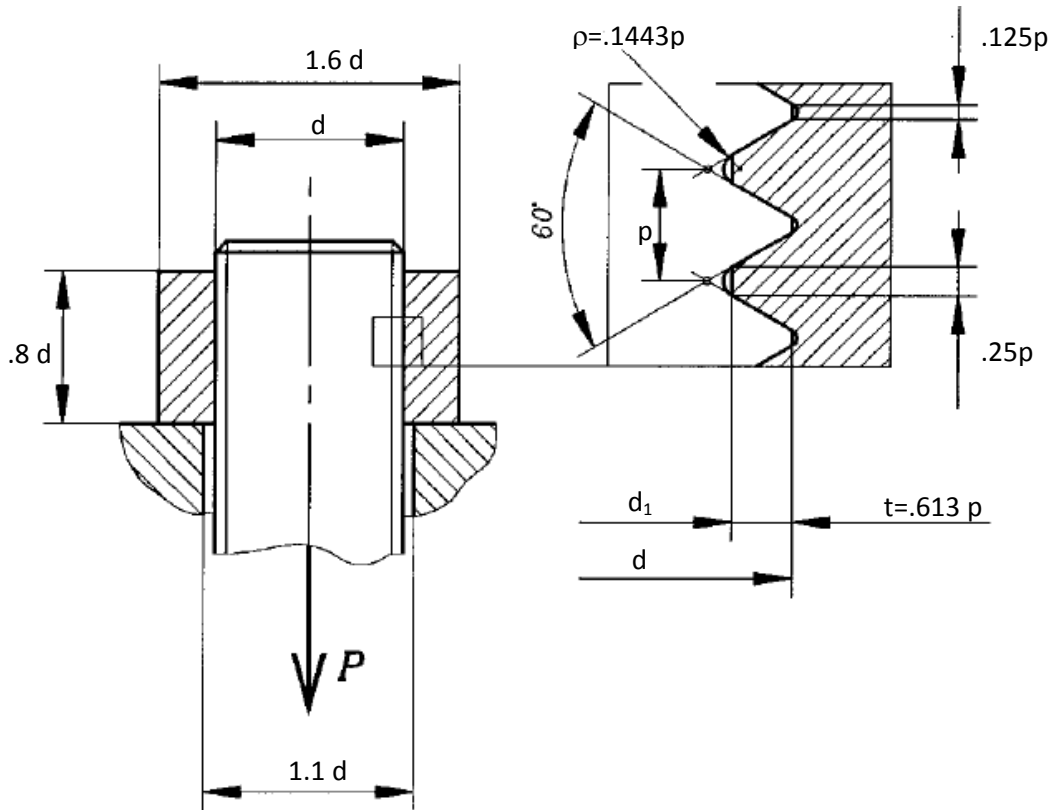
Figura 5.3 – Distribución de carga en roscas externas.

La distribución teórica sugiere que la mayoría de las fallas se presentarían en la primera cuerda. Las pruebas realizadas por Leon, Pai y Hess en tornillos y tuercas .375-16 UNC, de acero 4140 y manufacturados bajo el estándar ASME B1.1 muestran que el 90% de las fallas se presentaron en la primera cuerda al ser sometidos a una carga axial. Para aquellos tornillos que se encontraban fuera de especificación o en sus condiciones mínimas de material, la falla se presentó por corte de las cuerdas en el plano del paso.

Una vez determinada la distribución de la carga en las cuerdas en contacto con el elemento de sujeción, se puede determinar el esfuerzo máximo en cada una de las cuerdas. Dicho esfuerzo se encuentra en la raíz de la cuerda aunque la distribución de este esfuerzo es irregular debido a que dos factores contribuyen al estado de esfuerzo en esa zona: el estiramiento del núcleo del tornillo bajo la carga axial y la flexión de las cuerdas en la zona de contacto. La magnitud del esfuerzo bajo solo la carga axial se calculará utilizando el concentrador de esfuerzo propuesto por Neuber (Pilkey, W.D y Pilkey, D.F. 2008) con factor de corrección propuesta por Dragoni asumiendo que la cuerda se comporta como una muesca periódica en un cilindro. En cuanto a la estimación del esfuerzo de flexión de las cuerdas, se utilizará la ecuación propuesta por Heywood la cual incluye un factor de corrección para proyecciones bajo una carga transversal. Una vez calculados las magnitudes de los esfuerzos se procede a la determinación del esfuerzo combinado tomando en cuenta que el esfuerzo a la tensión y el esfuerzo por flexión no ocurren en el mismo plano y por ende no pueden ser sumadas directamente. La correcta combinación de estos esfuerzos se realiza utilizando la metodología propuesta por Heywood.

5.1 ELEMENTOS DE ROSCA EXTERNA

Considere la siguiente unión atornillada:



- d= Diámetro mayor de rosca externa
- d_1 =Diámetro menor de la rosca interna
- p = Paso. Distancia entre dos hilos.
- t = Profundidad de la rosca
- ρ = Radio en la raíz de rosca externa

De acuerdo a Neuber (Pilkey, W.D y Pilkey, D.F., 2008; Heywood, 1952)), el factor de concentración de esfuerzo de una muesca en forma de U en una barra circular está en función de la razón d/ρ y t/ρ . Usando el factor de concentración de esfuerzo para muescas elípticas superficiales y para muescas hiperbólicas profundas, el factor de concentración de esfuerzo correspondiente para una muesca de cualquier geometría está dado por:

$$K_m = 1 + \sqrt{\frac{(K_{th} - 1)^2 (K_{te} - 1)^2}{(K_{th} - 1)^2 + (K_{te} - 1)^2}}, \text{ donde:}$$

K_{tn} = Factor de concentración de esfuerzo para una muesca de cualquier altura.

K_{te} = Factor de concentración de esfuerzo para una muesca elíptica superficial.

K_{th} = Factor de concentración de esfuerzo para una muesca hiperbólica profunda.

Las expresiones que definen cada uno de los factores K_{te} y K_{th} están dadas por:

$$a) K_{te} = 1 + 2\sqrt{\frac{\delta t}{\rho}} \quad (\text{Stiehler, R.D. 1971.})$$

El factor δ corresponde al efecto reductor de carga debido a la existencia de múltiples muescas de acuerdo a Dragnoni definido por:

$$\delta = \frac{1}{\left[1 + 2.5\left(\frac{t}{\rho}\right)\right]^2}$$

El concentrador de esfuerzo para muesca hiperbólica profunda de acuerdo a Neuber (Noda, N.A. y Takase, Y., 2006; Stiehler, R.D. 1971)

$$b) K_{th} = \frac{1}{N} \left\{ \frac{d_1}{2\rho} \sqrt{\left(\frac{d_1}{2\rho}\right) + 1} + (0.5 + \nu) \left(\frac{d_1}{2\rho}\right) + (1 + \nu) \left[\sqrt{\left(\frac{d_1}{2\rho}\right) + 1} + 1 \right] \right\}$$

ν = Razón de Poisson.

$$N = \left(\frac{d_1}{2\rho}\right) + 2\nu \sqrt{\left(\frac{d_1}{2\rho}\right) + 1} + 2$$

Una vez calculado el factor K_t se aplica el factor de corrección debido al efecto del ángulo de la rosca (β) propuesto por Heywood para obtener el factor de concentración de esfuerzos (K_t) final debido a la carga axial:

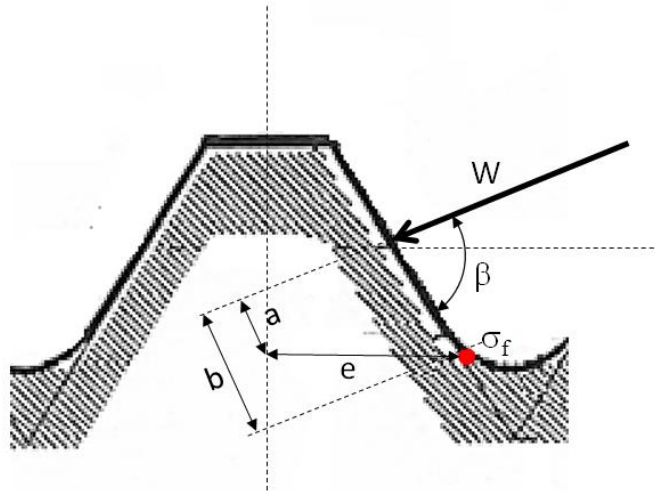
$$K_t = 1 + (K_m - 1) \left[1 - \left(\frac{\alpha}{180}\right)^{\left(1 + 2.4\sqrt{\frac{\rho}{t}}\right)} \right]$$

La esfuerzo de tensión en la raíz está definido por

$$\sigma_t = K_t \frac{4P}{\pi d_1^2}$$

De acuerdo a Kelley y Pedersen, el esfuerzo de flexión en las cuerdas está determinada por la fórmula modificada de Heywood :

$$\sigma_f = \frac{W}{L} \left[1 + .26 \left(\frac{e}{\rho}\right)^{0.7} \right] \left[\frac{1.5a}{e^2} + \frac{\cos \beta}{2e} + \frac{.45}{\sqrt{be}} \right]$$



$$\beta = 90 - \phi$$

α = Ángulo de cuerda

ϕ = Ángulo de fricción = $\tan^{-1} \mu$

μ = Coeficiente de fricción

L = Longitud de una cuerda en la raíz

W = Carga máxima aplicada en primer cuerda

a = Longitud de la línea de la sección media de la base hacia la línea de carga

b = Longitud de línea desde la raíz de la cuerda hasta el punto de acción de la carga

e = Longitud de la línea perpendicular al eje de la viga desde la raíz hasta el eje de la cuerda.

En esta ecuación, el primer paréntesis es el factor de concentración de esfuerzo por el radio en la raíz. En el segundo paréntesis, el primer término representa el momento de flexión dividido por el módulo de sección; el segundo término representa el esfuerzo de tensión debido a la componente axial de la carga y el tercer término representa lo que Heywood llama el efecto de proximidad el cual se puede considerar como un factor de ajuste por la pequeña razón longitud/profundidad existente en una viga corta.

El esfuerzo de tensión σ_t y el esfuerzo de flexión σ_f son combinados de acuerdo a la razón empírica de Heywood:

$$\sigma = \sigma_t + \frac{\sigma_f}{1 + m \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_f} \right)}, \text{ donde}$$

$$m = \left[\frac{\left(60 - \frac{\alpha}{2} \right)^2}{44} \right]^2$$

El coeficiente de fricción entre cuerdas puede ir desde un valor de $\mu = .15$, el cual es un valor típico para cuerdas comerciales, hasta el valor μ que resulte en un valor de $\beta = 60^\circ$ el cual representa que la carga en la cuerda es completamente axial por lo que no provoca deslizamiento o movimiento entre las cuerdas.

$$\begin{aligned}\mu &= .15 \\ \beta &= 90 - \tan^{-1}(.15) \\ &= 81.46^\circ\end{aligned}$$

Para $\beta = 60^\circ$, el coeficiente de fricción de μ para considerar carga totalmente axial es:

$$\begin{aligned}\beta &= 60^\circ \\ &= 90 - \tan^{-1}(\mu) \\ \mu &= \tan(30^\circ) = .577\end{aligned}$$

De acuerdo a Dragoni, los valores aproximados de $a, b, y e$ para una cuerda externa

$$\begin{aligned}e &\cong .4278p \\ \rho &\cong .1443p \\ b &\cong .3847p \\ a &\cong (\cos \theta)(0.3235 - 0.21875 \tan \theta)p \\ \theta &= \frac{\alpha}{2} - \phi = \frac{\alpha}{2} - \tan^{-1} \mu\end{aligned}$$

Debido a que tanto las roscas ISO, métricas y unificadas tienen la misma forma básica, se asume las expresiones que define el valor de $a, b, y e$ y son los mismos para ambos tipos de rosca.

5.1.1 ELEMENTOS DE ROSCA EXTERNA UNIFICADOS

Para una rosca .375-16 UNC 2A, el factor de concentración de esfuerzo para la componente axial considerando una muesca elíptica:

$$\begin{aligned}t &= .613p \\ \rho &= .144p \\ \delta &= \frac{1}{\left[1 + 2.5\left(\frac{t}{p}\right)\right]^2} = \frac{1}{\left[1 + 2.5\left(\frac{.613p}{p}\right)\right]^2} = \frac{1}{[1 + 2.5(.613)]^2} = .156 \\ K_{te} &= 1 + 2\sqrt{\frac{\delta t}{\rho}} = 1 + 2\sqrt{\frac{.156(.613p)}{.144p}} = 2.63\end{aligned}$$

El factor de concentración de esfuerzo debido a una muesca hiperbólica, considerando $\nu = .3$ para el acero:

$$d_1 = d - 2t = d - 2(.613p) = .375in - \frac{1.226}{16}in = .2984in$$

$$\frac{d_1}{2\rho} = \frac{d_1}{2(.144p)} = \frac{16(.2984in)}{2(.144in)} = 16.577$$

$$N = \left(\frac{d_1}{2\rho} \right) + 2\nu \sqrt{\left(\frac{d_1}{2\rho} \right) + 1} + 2 = 16.577 + .6\sqrt{16.577 + 1} + 2 = 21.09$$

$$\begin{aligned} K_{th} &= \frac{1}{N} \left\{ \frac{d_1}{2\rho} \sqrt{\left(\frac{d_1}{2\rho} \right) + 1} + (0.5 + \nu) \left(\frac{d_1}{2\rho} \right) + (1 + \nu) \left[\sqrt{\left(\frac{d_1}{2\rho} \right) + 1} + 1 \right] \right\} \\ &= \frac{1}{21.09} \left\{ (16.577)\sqrt{16.577 + 1} + (.5 + .3)(16.577) + (1 + .3) \left[\sqrt{(16.577) + 1} + 1 \right] \right\} \\ &= .0474 \{ 69.5 + 13.26 + (1.3)[5.19] \} \\ &= 4.24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_m &= 1 + \sqrt{\frac{(K_{th} - 1)^2 (K_{te} - 1)^2}{(K_{th} - 1)^2 + (K_{te} - 1)^2}} = 1 + \sqrt{\frac{(4.24 - 1)^2 (2.63 - 1)^2}{(4.24 - 1)^2 + (2.63 - 1)^2}} \\ &= 1 + \sqrt{\frac{(3.24)^2 (1.63)^2}{(3.24)^2 + (1.63)^2}} = 1 + \sqrt{\frac{27.89}{13.154}} = 2.456 \end{aligned}$$

Aplicando el factor propuesto por Heywood para muescas periódicas, el concentrador de esfuerzo para la componente axial es entonces:

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} K_t &= 1 + (K_m - 1) \left[1 - \left(\frac{\alpha}{180} \right)^{\left(1 + 2.4 \sqrt{\frac{\rho}{t}} \right)} \right] = 1 + (K_m - 1) \left[1 - \left(\frac{\alpha}{180} \right)^{\left(1 + 2.4 \sqrt{\frac{.144p}{.613p}} \right)} \right] \\ &= 1 + (2.456 - 1) \left[1 - \left(\frac{60}{180} \right)^{\left(1 + 2.4 \sqrt{.235} \right)} \right] = 1 + (1.456) \left[1 - (.333)^{(2.16)} \right] = 1 + (1.456)[.907] \\ &= 2.32 \end{aligned}$$

Finalmente, el esfuerzo normal en la raíz de la cuerda es entonces:

$$\sigma_t = K_t \frac{4W}{\pi d_1^2} = K_t \frac{4W}{\pi (.2984in)^2} = (2.32) \frac{4W}{\pi (.2984in)^2} = 33.19W$$

Para una carga de 1000 lbf, el esfuerzo de tensión es entonces $\sigma_t = 33,190$ psi

Los valores de a, b, y e de acuerdo a Dragoni para una cuerda de .375-16 UNC – 2A y un coeficiente de fricción de .15 y de .577 es entonces:

$$\mu_1 = .15$$

$$\mu_2 = .577$$

$$e \cong .4278p$$

$$\rho \cong .1443p$$

$$b \cong .3847p$$

$$a_i \cong (\cos \theta_i)(0.3235 - 0.21875 \tan \theta_i)p$$

$$\theta_i = \frac{\alpha}{2} - \tan^{-1}(\mu_i)$$

$$\theta_1 = \frac{\alpha}{2} - \tan^{-1}(\mu_1) = \frac{60}{2} - \tan^{-1}(.15) = 21.47^\circ$$

$$\begin{aligned} a_1 &\cong (\cos \theta_1)(0.3235 - 0.21875 \tan \theta_1)p \\ &\cong [\cos(21.47^\circ)][0.3235 - 0.21875 \tan(21.47^\circ)]p \\ &\cong [.93][.2375]p = .220p \end{aligned}$$

$$\theta_2 = \frac{\alpha}{2} - \tan^{-1}(\mu_2) = \frac{60}{2} - \tan^{-1}(.577) = 0^\circ$$

$$\begin{aligned} a_2 &\cong (\cos \theta_2)(0.3235 - 0.21875 \tan \theta_2)p \\ &\cong [\cos(0^\circ)][0.3235 - 0.21875 \tan(0^\circ)]p \\ &\cong .3235p \end{aligned}$$

El esfuerzo debido a la flexión en las cuerdas es definido por:

$$\sigma_f = \frac{W}{L} \left[1 + .26 \left(\frac{e}{\rho} \right)^{0.7} \right] \left[\frac{1.5a}{e^2} + \frac{\cos \beta}{2e} + \frac{.45}{\sqrt{be}} \right]$$

Considerando que la primera cuerda resiste el 55% de la carga, un coeficiente de fricción $\mu = .15$ y 1000 lbf aplicadas a la junta, el esfuerzo en la primera cuerda debido a la flexión es entonces:

$$\begin{aligned}
\sigma_{f1} &= \frac{.55W}{\pi d_1} \left[1 + .26 \left(\frac{.4278p}{.144p} \right)^{0.7} \left[\frac{1.5(.220p)}{(.4278p)^2} + \frac{\cos(81.46^\circ)}{2(.4278p)} + \frac{.45}{\sqrt{(.3847p)(.4278p)}} \right] \right] \\
&= \frac{.55W}{\pi(d-2t)} [1.557] \left[\frac{1.803}{p} + \frac{.1736}{p} + \frac{1.11}{p} \right] = \frac{.55W}{\pi(d-2t)} [1.557] \left[\frac{3.0866}{p} \right] \\
&= \frac{.8414W}{(d-2t)p} = \frac{.8414(1,000lb_f)}{(.2984) \left(\frac{1}{16}in \right)} = 45,115 psi
\end{aligned}$$

Para el coeficiente de fricción $\mu = .577$

$$\begin{aligned}
\sigma_{f2} &= \frac{.55W}{\pi(d-2t)} \left[1 + .26 \left(\frac{.4278p}{.144p} \right)^{0.7} \left[\frac{1.5(.3235p)}{(.4278p)^2} + \frac{\cos(60^\circ)}{2(.4278p)} + \frac{.45}{\sqrt{(.3847p)(.4278p)}} \right] \right] \\
&= \frac{.55W}{\pi(d-2t)} (1.557) \left[\frac{2.65}{p} + \frac{.5844}{p} + \frac{1.11}{p} \right] = \frac{.55W}{\pi(d-2t)} (1.557) \left[\frac{4.344}{p} \right] \\
&= \frac{1.184W}{(d-2t)p} \\
\sigma_{f2} &= \frac{1.184(1000lb_f)}{(.2984in) \left(\frac{1}{16}in \right)} = 63,485 psi
\end{aligned}$$

Finalmente, combinando el esfuerzo de tensión y de flexión, el esfuerzo en la primera cuerda es entonces:

$$m = \left[\frac{\left(60 - \frac{\alpha}{2} \right)}{44} \right]^2 = \left[\frac{\left(60 - \frac{60}{2} \right)}{44} \right]^2 = .4648$$

$$\sigma_1 = \sigma_t + \frac{\sigma_f}{1 + m \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_f} \right)} = 33,190 psi + \frac{45,115 psi}{1 + .4648 \left(\frac{33,190 psi}{45,115 psi} \right)} = 66,809 psi$$

$$\sigma_2 = \sigma_t + \frac{\sigma_f}{1 + m \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_f} \right)} = 33,190 psi + \frac{63,485 psi}{1 + .4648 \left(\frac{33,190 psi}{63,485 psi} \right)} = 84,264 psi$$

El factor de concentración resultante considerando como esfuerzo nominal el esfuerzo de tensión de una barra de diámetro igual al diámetro mayor del elemento roscado es entonces:

$$K_{tg1} = \frac{\sigma_1}{\frac{4W}{\pi d^2}} = \frac{66,809 \text{ psi}}{\frac{4(1000lb_f)}{\pi(.375in)^2}} = 7.38 \quad K_{tg2} = \frac{\sigma_2}{\frac{4W}{\pi d^2}} = \frac{84,264 \text{ psi}}{\frac{4(1000lb_f)}{\pi(.375in)^2}} = 9.3$$

Basados en los cálculos realizados en el capítulo 5.1, el concentrador de esfuerzo de la sección transversal nominal para cada una de las cuerdas especificadas en el estándar ASME B1.1 de cuerdas unificadas se muestra en la siguiente gráfica:

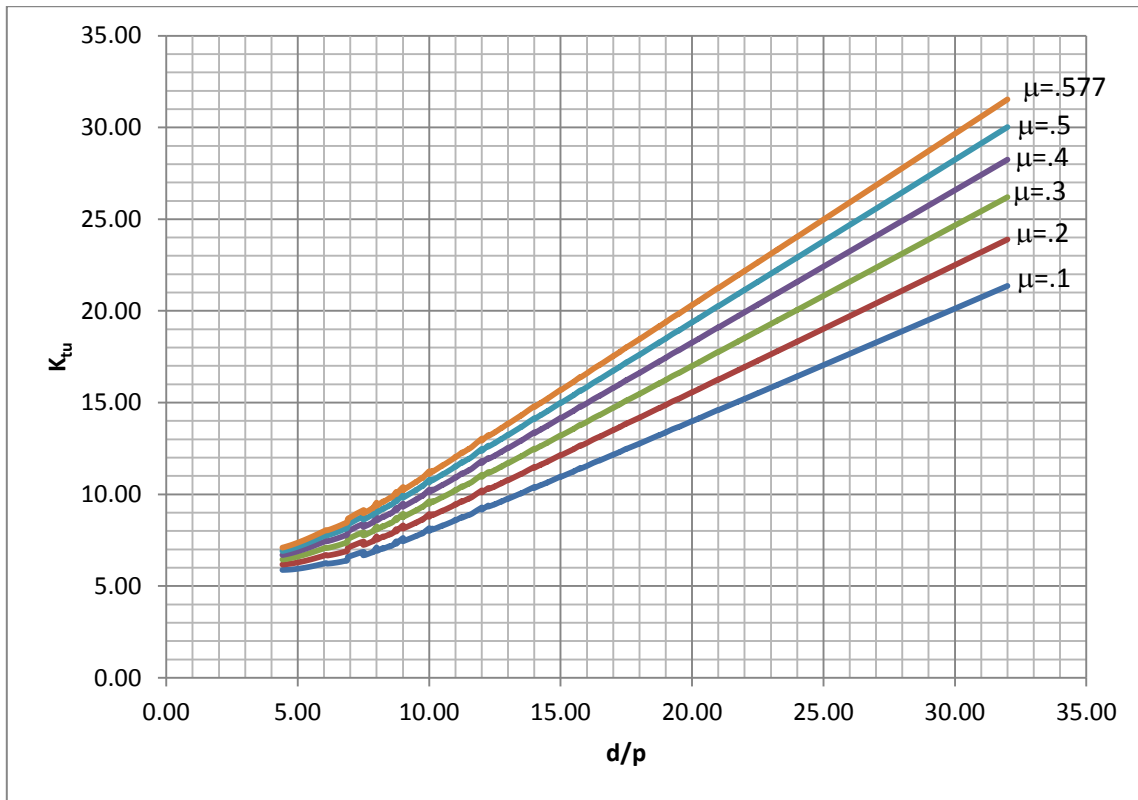


Tabla 5.1 – Concentrador de esfuerzo en elementos roscados externos de rosca métrica y unificada para distintos coeficientes de fricción.

Por medio de una regresión lineal, la ecuación correspondiente para cuerdas unificadas, para cualquier razón d/p y cualquier coeficiente de fricción (μ) es:

$$K_{tu} = (.6508\mu + .2269)\left(\frac{d}{p}\right) + .7514\mu + 5.3915, \text{ para } \frac{d}{p} < 8.0$$

$$K_{tu} = (.6523\mu + .5372)\left(\frac{d}{p}\right) + .7483\mu + 3.0278, \text{ para } \frac{d}{p} \geq 8.0 \dots\dots\dots \text{.(Ecuación 11)}$$

Utilizando estas ecuaciones, el error máximo contra las ecuaciones mostradas en el capítulo 5.1 es del 3%.

Por ejemplo, para la cuerda de .375-16 UN y coeficientes de fricción de .15 y .577, el concentrador de esfuerzo es:

$$\frac{d}{p} = \frac{.375in}{\frac{1}{16}} = 6.00$$

$$\begin{aligned} K_{tu,\mu=.15} &= (.6508\mu + .2269)\left(\frac{d}{p}\right) + .7514\mu + 5.391 \\ &= [.6508(.15) + .2269](6.00) + .7514(.15) + 5.391 \\ &= 7.45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{tu,\mu=.577} &= (.6508\mu + .2269)\left(\frac{d}{p}\right) + .7514\mu + 5.391 \\ &= [.6508(.577) + .2269](6.00) + .7514(.577) + 5.391 \\ &= 9.44 \end{aligned}$$

Los valores calculados en el capítulo 5.1 fueron 7.38 para un coeficiente de fricción de .15 y de 9.3 para un coeficiente de fricción de .577.

El esfuerzo en la cuerda es entonces:

$$\sigma_1 = K_{tg} \frac{4W}{\pi d^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 12}$$

Donde

W = Carga total en la unión

d = Diámetro nominal de la cuerda

K_{tu} = Concentrador de esfuerzo considerando la sección transversal nominal del elemento roscado para cuerdas unificadas externas

Considerando una carga $W = 1000 \text{ lb}_f$ y ambos coeficientes de fricción, el esfuerzo máximo en el elemento roscado es entonces:

$$\sigma_{1\mu=.15} = K_{tu} \frac{4W}{\pi d^2} = (7.38) \left[\frac{4(1000\text{lb}_f)}{\pi(.375in)^2} \right] = 66,820 \text{ psi}$$

$$\sigma_{1\mu=.577} = K_{tu} \frac{4W}{\pi d^2} = (9.3) \left[\frac{4(1000\text{lb}_f)}{\pi(.375in)^2} \right] = 85,462 \text{ psi}$$

Los valores calculados en el capítulo 5.1 fueron 66,810 psi para un coeficiente de fricción de .15 y de 84,264 psi para un coeficiente de fricción de .577.

5.1.2 ELEMENTOS DE ROSCA EXTERNA METRICAS

Para una cuerda métrica M10X1.5, la cual es muy cercana a una cuerda .375-16 UN, el factor de concentración de esfuerzo debido a muesca elíptica:

$$t = .613p$$

$$\rho = .144p$$

$$\delta = \frac{1}{\left[1 + 2.5\left(\frac{t}{p}\right)\right]^2} = \frac{1}{\left[1 + 2.5\left(\frac{.613p}{p}\right)\right]^2} = \frac{1}{[1 + 2.5(.613)]^2} = .156$$

$$K_{te} = 1 + 2\sqrt{\frac{\delta t}{\rho}} = 1 + 2\sqrt{\frac{.156(.613p)}{.144p}} = 2.63$$

$$d_1 = d - 2t = d - 2(.613p) = 10mm - 2(.613)(1.5mm) = 8.161mm$$

$$\frac{d_1}{2\rho} = \frac{d_1}{2(.144p)} = \frac{(8.161mm)}{2(.144)(1.5mm)} = 18.89$$

$$N = \left(\frac{d_1}{2\rho}\right) + 2v\sqrt{\left(\frac{d_1}{2\rho}\right) + 1} + 1 + 2 = 18.89 + .6\sqrt{18.89 + 1} + 2 = 23.565$$

$$K_{th} = \frac{1}{N} \left\{ \frac{d_1}{2\rho} \sqrt{\left(\frac{d_1}{2\rho}\right) + 1} + (0.5 + v) \left(\frac{d_1}{2\rho}\right) + (1 + v) \left[\sqrt{\left(\frac{d_1}{2\rho}\right) + 1} + 1 \right] \right\}$$

$$= \frac{1}{23.565} \left\{ (18.89)\sqrt{18.89 + 1} + (.5 + .3)(18.89) + (1 + .3) \left[\sqrt{(18.89) + 1} + 1 \right] \right\}$$

$$= .0424 \{ 84.24 + 15.112 + (1.3)[5.45] \}$$

$$= 4.51$$

$$\begin{aligned}
K_m &= 1 + \sqrt{\frac{(K_{th} - 1)^2 (K_{te} - 1)^2}{(K_{th} - 1)^2 + (K_{te} - 1)^2}} = 1 + \sqrt{\frac{(4.51 - 1)^2 (2.63 - 1)^2}{(4.51 - 1)^2 + (2.63 - 1)^2}} \\
&= 1 + \sqrt{\frac{(3.51)^2 (1.63)^2}{(3.51)^2 + (1.63)^2}} = 1 + \sqrt{\frac{32.73}{14.977}} = 2.478
\end{aligned}$$

Aplicando el factor propuesto por Heywood para muescas periódicas:

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\begin{aligned}
K_t &= 1 + (K_m - 1) \left[1 - \left(\frac{\alpha}{180} \right)^{\left(1 + 2.4 \sqrt{\frac{p}{t}} \right)} \right] = 1 + (K_m - 1) \left[1 - \left(\frac{\alpha}{180} \right)^{\left(1 + 2.4 \sqrt{\frac{144p}{.613p}} \right)} \right] \\
&= 1 + (2.478 - 1) \left[1 - \left(\frac{60}{180} \right)^{\left(1 + 2.4 \sqrt{.235} \right)} \right] = 1 + (1.478) \left[1 - (.333)^{(2.16)} \right] = 1 + (1.478) [.907] \\
&= 2.34
\end{aligned}$$

Finalmente, el esfuerzo normal en la raíz de la cuerda es entonces:

$$\sigma_t = K_t \frac{4W}{\pi d_1^2} = K_t \frac{4W}{\pi (8.161 \text{ mm})^2} = (2.34) \frac{4W}{\pi (8.161 \text{ mm})^2} = .04473W \text{ (MPa)}$$

Para una carga de 4,450 N, el esfuerzo de tensión es entonces $\sigma_t = 199 \text{ MPa}$

Los valores de a, b, y e de acuerdo a Dragoni para una cuerda de M10X1.5 y un coeficiente de fricción de .15 y de .577 es entonces:

$$\mu_1 = .15$$

$$\mu_1 = .577$$

$$e \cong .4278p$$

$$\rho \cong .1443p$$

$$b \cong .3847p$$

$$a_i \cong (\cos \theta_i) (0.3235 - 0.21875 \tan \theta_i) p$$

$$\theta_i = \frac{\alpha}{2} - \tan^{-1}(\mu_i)$$

$$\theta_1 = \frac{\alpha}{2} - \tan^{-1}(\mu_1) = \frac{60}{2} - \tan^{-1}(.15) = 21.47^\circ$$

$$\begin{aligned}
a_1 &\cong (\cos \theta_1) (0.3235 - 0.21875 \tan \theta_1) p \\
&\cong [\cos(21.47^\circ)] [0.3235 - 0.21875 \tan(21.47^\circ)] p \\
&\cong [.93] [.2375] p = .220p
\end{aligned}$$

$$\theta_2 = \frac{\alpha}{2} - \tan^{-1}(\mu_2) = \frac{60}{2} - \tan^{-1}(.577) = 0^\circ$$

$$\begin{aligned} a_2 &\cong (\cos \theta_2)(0.3235 - 0.21875 \tan \theta_2)p \\ &\cong [\cos(0^\circ)][0.3235 - 0.21875 \tan(0^\circ)]p \\ &\cong .3235p \end{aligned}$$

El esfuerzo debido a la flexion en las cuerdas es definido por:

$$\sigma_f = \frac{W}{L} \left[1 + .26 \left(\frac{e}{\rho} \right)^{0.7} \right] \left[\frac{1.5a}{e^2} + \frac{\cos \beta}{2e} + \frac{.45}{\sqrt{be}} \right]$$

Considerando que la primera cuerda resiste el 55% de la carga, un coeficiente de fricción $\mu = .15$ y una carga de 4,4450N aplicadas a la junta, el esfuerzo en la primera cuerda debido a la flexión es:

$$\begin{aligned} \sigma_{f1} &= \frac{.55W}{\pi d_1} \left[1 + .26 \left(\frac{.4278p}{.144p} \right)^{0.7} \right] \left[\frac{1.5(.220p)}{(.4278p)^2} + \frac{\cos(81.46^\circ)}{2(.4278p)} + \frac{.45}{\sqrt{(.3847p)(.4278p)}} \right] \\ &= \frac{.55W}{\pi(d-2t)} [1.557] \left[\frac{1.803}{p} + \frac{.1736}{p} + \frac{1.11}{p} \right] = \frac{.55W}{\pi(d-2t)} [1.557] \left[\frac{3.0866}{p} \right] \\ &= \frac{.8414W}{(d-2t)p} = \frac{.8414(4450N)}{(8.161mm)(1.5mm)} = 305.86MPa \end{aligned}$$

Para el coeficiente de fricción $\mu = .577$

$$\begin{aligned} \sigma_{f2} &= \frac{.55W}{\pi d_1} \left[1 + .26 \left(\frac{.4278p}{.144p} \right)^{0.7} \right] \left[\frac{1.5(.3235p)}{(.4278p)^2} + \frac{\cos(60^\circ)}{2(.4278p)} + \frac{.45}{\sqrt{(.3847p)(.4278p)}} \right] \\ &= \frac{.55W}{\pi d_1} (1.557) \left[\frac{2.65}{p} + \frac{.5844}{p} + \frac{1.11}{p} \right] = \frac{.55W}{\pi d_1} (1.557) \left[\frac{4.344}{p} \right] \\ &= \frac{1.184W}{d_1 p} \\ \sigma_{f2} &= \frac{1.184(4,450N)}{(8.161mm)(1.5mm)} = 430.4MPa \end{aligned}$$

Finalmente, combinando el esfuerzo de tensión y de flexión, el esfuerzo en la primera cuerda es entonces:

$$m = \left[\frac{\left(60 - \frac{\alpha}{2} \right)}{44} \right]^2 = \left[\frac{\left(60 - \frac{60}{2} \right)}{44} \right]^2 = .4648$$

$$\sigma_1 = \sigma_t + \frac{\sigma_f}{1 + m \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_f} \right)} = 199 \text{MPa} + \frac{305.86 \text{MPa}}{1 + .4648 \left(\frac{199 \text{MPa}}{305.86 \text{MPa}} \right)} = 433.84 \text{MPa}$$

$$\sigma_2 = \sigma_t + \frac{\sigma_f}{1 + m \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_f} \right)} = 199 \text{MPa} + \frac{430.4 \text{MPa}}{1 + .4648 \left(\frac{199 \text{MPa}}{430.4 \text{MPa}} \right)} = 553.27 \text{MPa}$$

El factor de concentración resultante considerando como esfuerzo nominal el esfuerzo de tensión de una barra de diámetro igual al diámetro mayor del elemento roscado es entonces:

$$K_{m1} = \frac{\sigma_1}{\frac{4W}{\pi d^2}} = \frac{433.84 \text{MPa}}{\frac{4(4450 \text{N})}{\pi(10 \text{mm})^2}} = 7.65 \quad K_{m2} = \frac{\sigma_2}{\frac{4W}{\pi d^2}} = \frac{553.27 \text{MPa}}{\frac{4(4450 \text{N})}{\pi(10 \text{mm})^2}} = 9.76$$

Basados en los cálculos realizados, el concentrador de esfuerzo de la sección transversal nominal para cada una de las cuerdas especificadas en el estándar ASME B1.13M de cuerdas métricas para cualquier razón d/p y cualquier coeficiente de fricción (μ) es igual que las calculadas para cuerdas unificadas:

$$K_{iu} = (.6508\mu + .2269) \left(\frac{d}{p} \right) + .7514\mu + 5.3915, \text{ para } \frac{d}{p} < 8.0$$

$$K_{iu} = (.6523\mu + .5372) \left(\frac{d}{p} \right) + .7483\mu + 3.0278, \text{ para } \frac{d}{p} \geq 8.0$$

Utilizando estas ecuaciones, el error máximo contra las ecuaciones mostradas en el capítulo 5.1 es del 4%.

Por ejemplo, para la cuerda de M10X 1.5 y coeficientes de fricción de .15 y .577, el concentrador de esfuerzo es:

$$\frac{d}{p} = \frac{10 \text{mm}}{1.5 \text{mm}} = 6.67$$

$$\begin{aligned} K_{iu, \mu=.15} &= K_{iu} = (.6508\mu + .2269) \left(\frac{d}{p} \right) + .7514\mu + 5.391 \\ &= [.6508(.15) + .2269](6.67) + .7514(.15) + 5.391 \\ &= 7.67 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{iu, \mu=.577} &= [.6508(.577) + .2269](6.67) + .7514(.577) + 5.391 \\ &= 9.85 \end{aligned}$$

Los valores calculados en el capítulo 5.1 fueron 7.65 para un coeficiente de fricción de .15 y de 9.76 para un coeficiente de fricción de .577.

El esfuerzo en la cuerda es entonces:

$$\sigma_1 = K_{tm} \frac{4W}{\pi d^2}, \text{ donde.....Ecuación 12}$$

W = Carga total en la unión

d = Diámetro nominal de la cuerda

K_{tu} = Concentrador de esfuerzo considerando la sección transversal nominal del elemento roscado externos unificados/métricos

Considerando una carga W = 4450 N y ambos coeficientes de fricción, el esfuerzo máximo en el elemento roscado es entonces:

$$\sigma_{1\mu=.15} = K_{tg} \frac{4W}{\pi d^2} = (7.65) \left[\frac{4(4450N)}{\pi(10mm)^2} \right] = 433.5MPa$$

$$\sigma_{1\mu=.577} = K_{tg} \frac{4W}{\pi d^2} = (9.76) \left[\frac{4(4450N)}{\pi(10mm)^2} \right] = 553MPa$$

Los valores calculados en el capítulo 5.1.1 fueron 433.84 MPa para un coeficiente de fricción de .15 y de 553.27 MPa para un coeficiente de fricción de .577.

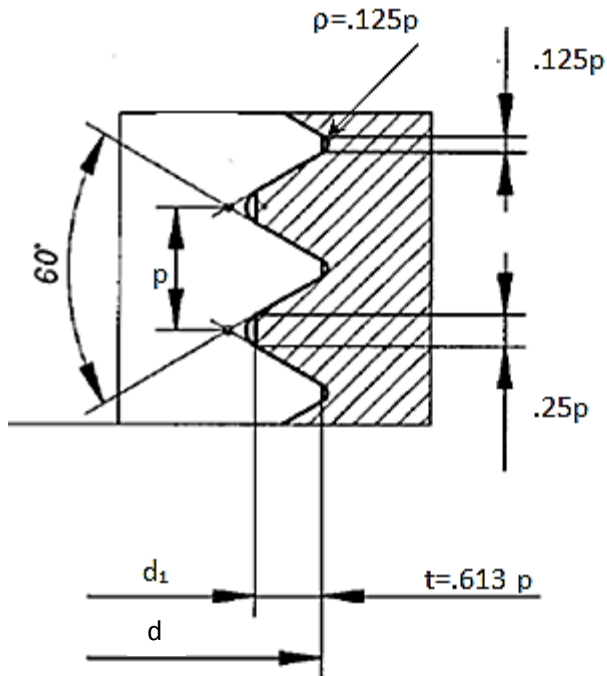
Los cálculos anteriores nos permiten concluir lo siguiente para cuerdas externas:

- El factor de concentración de esfuerzo en la raíz debido a la flexión será siempre de 1.577 cuando se trata de roscas UN, UNC o Métricas.
- El factor de concentración de esfuerzo para muescas elípticas (K_{te}) es constante y equivalente a 2.63.
- El factor de proximidad es contante y equivalente a 1.11/p para cuerdas UN y Métricas
- Un mayor coeficiente de fricción resulta en un esfuerzo mayor de alrededor del 20-25%

5.2 ELEMENTOS DE ROSCA INTERNA

5.2.1 ELEMENTOS DE ROSCA INTERNA UNIFICADOS

Considere el siguiente diagrama para el cálculo de roscas internas:



d = Diámetro mayor de rosca externa

d_1 = Diámetro menor de la rosca interna

p = Paso. Distancia entre dos hilos.

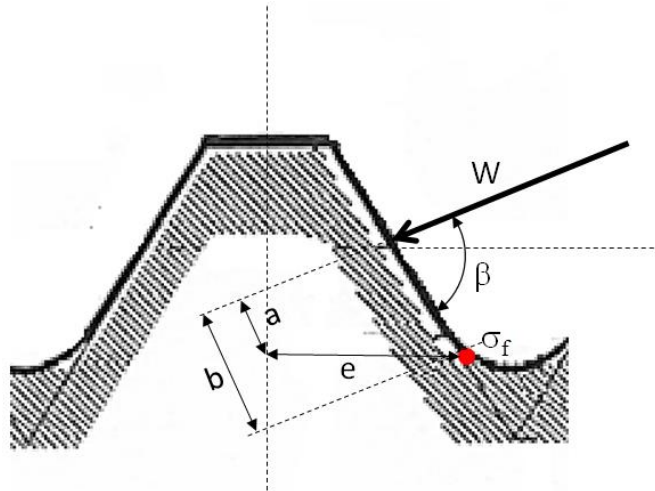
t = Profundidad de la rosca

ρ = Radio en la raíz de rosca interna

La profundidad y el ancho de la rosca sigue siendo igual que la rosca externa, sin embargo se considera un radio mínimo de $.125p$ definido por el espacio requerido para librar la cresta de la cuerda externa.

Debido a que la cuerda interna no tiene un área de tensión, el esfuerzo en las roscas solo depende de la flexión en las cuerdas definidas por la ecuación de Heywood:

$$\sigma_f = \frac{W}{L} \left[1 + .26 \left(\frac{e}{\rho} \right)^{0.7} \right] \left[\frac{1.5a}{e^2} + \frac{\cos \beta}{2e} + \frac{.45}{\sqrt{be}} \right]$$



$$\beta = 90 - \phi$$

α = Ángulo de cuerda

ϕ = Ángulo de fricción = $\tan^{-1} \mu$

μ = Coeficiente de fricción

L = Longitud de una cuerda

W = Carga máxima aplicada en primer cuerda

a = Longitud de la línea de la sección media de la base hacia la línea de carga

b = Longitud de línea desde la raíz de la cuerda hasta el punto de acción de la carga

e = Longitud de la línea perpendicular al eje de la viga desde la raíz hasta el eje de la cuerda.

La longitud de la cuerda está definida por el diámetro mayor a diferencia de las cuerdas externas que está definido por el diámetro menor. Los valores de las demás variables son iguales a los definidos para cuerdas externas

$$\mu_1 = .15$$

$$\beta_1 = 90 - \tan^{-1}(.15)$$

$$= 81.46^\circ$$

$$\beta_2 = 60^\circ$$

$$= 90 - \tan^{-1}(\mu)$$

$$\mu_2 = \tan(30^\circ) = .577$$

Los factores a , b y e se asumen igual a los correspondientes a una cuerda externa debido a que no cambia el espesor del diente.

Considerando que la primera cuerda resiste el 55% de la carga, un coeficiente de fricción $\mu = .15$ y 1000 lbf aplicadas a la junta, el esfuerzo en la primera cuerda para una rosca .375-16 debido a la flexión es entonces:

$$\begin{aligned}\sigma_{f1} &= \frac{.55W}{\pi d} \left[1 + .26 \left(\frac{.4278p}{.125p} \right)^{0.7} \right] \left[\frac{1.5(.220p)}{(.4278p)^2} + \frac{\cos(81.46^\circ)}{2(.4278p)} + \frac{.45}{\sqrt{(.3847p)(.4278p)}} \right] \\ &= \frac{.55W}{\pi d} [1.615] \left[\frac{1.803}{p} + \frac{.1736}{p} + \frac{1.11}{p} \right] = \frac{.55W}{\pi d} [1.615] \left[\frac{3.0866}{p} \right] \\ &= \frac{.8727W}{dp} = \frac{.8727(1,000lb_f)}{(.375) \left(\frac{1}{16} in \right)} = 37,235 psi\end{aligned}$$

Para el coeficiente de fricción $\mu = .577$

$$\begin{aligned}\sigma_{f2} &= \frac{.55W}{\pi d} \left[1 + .26 \left(\frac{.4278p}{.125p} \right)^{0.7} \right] \left[\frac{1.5(.3235p)}{(.4278p)^2} + \frac{\cos(60^\circ)}{2(.4278p)} + \frac{.45}{\sqrt{(.3847p)(.4278p)}} \right] \\ &= \frac{.55W}{\pi d} (1.615) \left[\frac{2.65}{p} + \frac{.5844}{p} + \frac{1.11}{p} \right] = \frac{.55W}{\pi d} (1.615) \left[\frac{4.344}{p} \right] \\ &= \frac{1.228W}{dp} \\ \sigma_{f2} &= \frac{1.228(1000lb_f)}{(.375in) \left(\frac{1}{16} in \right)} = 52,403 psi\end{aligned}$$

El factor de concentración resultante considerando como esfuerzo nominal el esfuerzo de tensión de una barra de diámetro igual al diámetro mayor del elemento roscado es entonces:

$$K_{m1} = \frac{\sigma_1}{\frac{4W}{\pi d^2}} = \frac{37,235 psi}{\frac{4(1000lb_f)}{\pi(.375in)^2}} = 4.11 \quad K_{m2} = \frac{\sigma_2}{\frac{4W}{\pi d^2}} = \frac{52,403 psi}{\frac{4(1000lb_f)}{\pi(.375in)^2}} = 5.78$$

Basados en los cálculos realizados en el capítulo 5.1, el concentrador de esfuerzo de la sección transversal nominal para cada una de las cuerdas especificadas en el estándar ASME B1.1 de cuerdas unificadas se muestra en la siguiente gráfica:

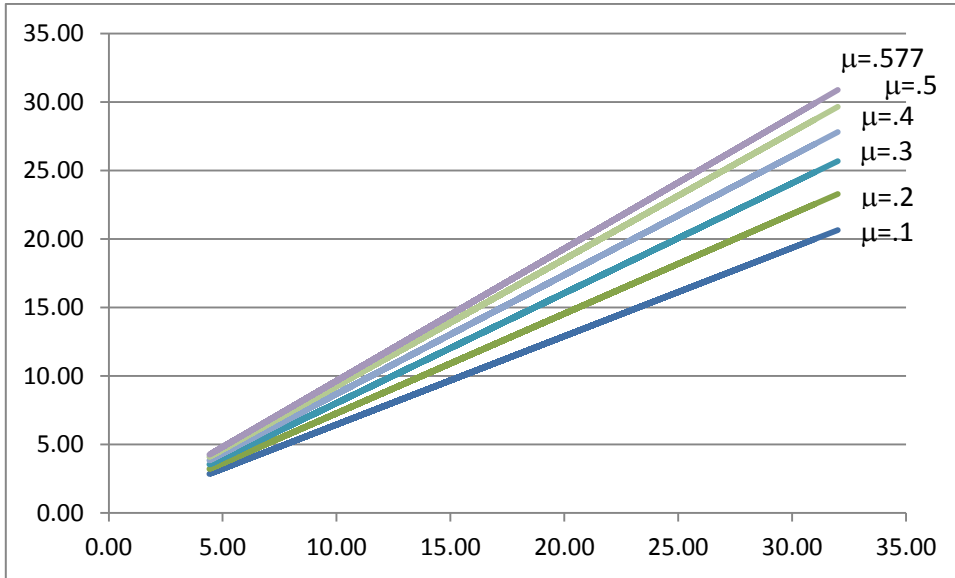


Tabla 5.2 – Concentrador de esfuerzo en elementos roscados internos de rosca métrica y unificada para distintos coeficientes de fricción.

Por medio de una regresión lineal, la ecuación correspondiente para cuerdas unificadas, para cualquier razón d/p y cualquier coeficiente de fricción (μ) es:

$$K_m = (.669\mu + .5937) \left(\frac{d}{p} \right) \dots\dots\dots \text{Ecuación 13}$$

Utilizando estas ecuaciones, el error máximo contra las ecuaciones mostradas en el capítulo 5.1 es del 2%.

Por ejemplo, para la cuerda de .375-16 UN y coeficientes de fricción de .15 y .577, el concentrador de esfuerzo es:

$$\frac{d}{p} = \frac{.375in}{\frac{1}{16}in} = 6.00$$

$$\begin{aligned} K_{m,\mu=.15} &= (.669\mu + .5937) \left(\frac{d}{p} \right) \\ &= [.669(.15) + .5937](6.00) \\ &= 4.16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{m,\mu=.577} &= (.669\mu + .5937) \left(\frac{d}{p} \right) \\ &= [.669(.577) + .5937](6.00) \\ &= 5.88 \end{aligned}$$

Los valores calculados en el capítulo 5.2 fueron 4.11 para un coeficiente de fricción de .15 y de 5.78 para un coeficiente de fricción de .577.

El esfuerzo en la cuerda es entonces:

$$\sigma_1 = K_{tg} \frac{4W}{\pi d^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 14}$$

Donde

W = Carga total en la unión

d = Diámetro nominal de la cuerda

K_{tg} = Concentrador de esfuerzo considerando la sección transversal nominal del elemento roscado

Considerando una carga W = 1000 lb_f y ambos coeficientes de fricción, el esfuerzo máximo en el elemento roscado es entonces:

$$\sigma_{1\mu=.15} = K_{tg} \frac{4W}{\pi d^2} = (4.16) \left[\frac{4(1000lb_f)}{\pi(.375in)^2} \right] = 37,665 psi$$

$$\sigma_{1\mu=.577} = K_{tg} \frac{4W}{\pi d^2} = (5.88) \left[\frac{4(1000lb_f)}{\pi(.375in)^2} \right] = 53,238 psi$$

Los valores calculados en el capítulo 5.1 fueron 37,235 psi para un coeficiente de fricción de .15 y de 52,403 psi para un coeficiente de fricción de .577.

5.2.2 ELEMENTOS DE ROSCA INTERNA METRICAS

Para una cuerda métrica M12X1.5 y utilizando los mismos parámetros para la cuerda unificada

$$t = .613p$$

$$\rho = .125p$$

El esfuerzo debido a la flexion en las cuerdas es definido por:

$$\sigma_f = \frac{W}{L} \left[1 + .26 \left(\frac{e}{\rho} \right)^{0.7} \right] \left[\frac{1.5a}{e^2} + \frac{\cos \beta}{2e} + \frac{.45}{\sqrt{be}} \right]$$

Considerando que la primera cuerda resiste el 55% de la carga, un coeficiente de fricción $\mu = .15$ y una carga de 4,4450N aplicadas a la junta, el esfuerzo en la primera cuerda debido a la flexión es:

$$\begin{aligned} \sigma_{f1} &= \frac{.55W}{\pi d} \left[1 + .26 \left(\frac{.4278p}{.125p} \right)^{0.7} \right] \left[\frac{1.5(.220p)}{(.4278p)^2} + \frac{\cos(81.46^\circ)}{2(.4278p)} + \frac{.45}{\sqrt{(.3847p)(.4278p)}} \right] \\ &= \frac{.55W}{\pi d} [1.615] \left[\frac{1.803}{p} + \frac{.1736}{p} + \frac{1.11}{p} \right] = \frac{.55W}{\pi d} [1.615] \left[\frac{3.0866}{p} \right] \\ &= \frac{.8727W}{dp} = \frac{.8727(4450N)}{(12mm)(1.5mm)} = 215.75.MPa \end{aligned}$$

Para el coeficiente de fricción $\mu = .577$

$$\begin{aligned} \sigma_{f2} &= \frac{.55W}{\pi d_1} \left[1 + .26 \left(\frac{.4278p}{.144p} \right)^{0.7} \right] \left[\frac{1.5(.3235p)}{(.4278p)^2} + \frac{\cos(60^\circ)}{2(.4278p)} + \frac{.45}{\sqrt{(.3847p)(.4278p)}} \right] \\ &= \frac{.55W}{\pi d_1} (1.615) \left[\frac{2.65}{p} + \frac{.5844}{p} + \frac{1.11}{p} \right] = \frac{.55W}{\pi d_1} (1.615) \left[\frac{4.344}{p} \right] \\ &= \frac{1.228W}{d_1 p} \\ \sigma_{f2} &= \frac{1.228(4,450N)}{(12mm)(1.5mm)} = 303.64MPa \end{aligned}$$

El factor de concentración resultante considerando como esfuerzo nominal el esfuerzo de tensión de una barra de diámetro igual al diámetro mayor del elemento roscado es entonces:

$$K_{m1} = \frac{\sigma_1}{4W} = \frac{215.75MPa}{\frac{4(4450N)}{\pi d^2}} = 5.48 \quad K_{m2} = \frac{\sigma_1}{4W} = \frac{303.64MPa}{\frac{4(4450N)}{\pi(12mm)^2}} = 7.72$$

Basados en el resultado obtenido para cuerdas externas en el que la regresión arrojó la misma ecuación para cuerdas unificadas y para cuerdas métricas, utilizaremos la obtenida para cuerdas internas unificadas:

$$K_m = (.669\mu + .5937)\left(\frac{d}{p}\right)$$

El concentrador de esfuerzo, para una cuerda M12X 1.5 y coeficientes de fricción de .15 y .577, es entonces:

$$\frac{d}{p} = \frac{12mm}{1.5mm} = 8.00$$

$$\begin{aligned} K_{m,\mu=.15} &= (.669\mu + .5937)\left(\frac{d}{p}\right) \\ &= [.669(.15) + .5937](8.00) \\ &= 5.55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{m,\mu=.577} &= (.669\mu + .5937)\left(\frac{d}{p}\right) \\ &= [.669(.577) + .5937](8.00) \\ &= 7.83 \end{aligned}$$

Los concentradores calculados en el capítulo 5.2.2 fueron de $K_{tn1} = 5.48$ para un coeficiente de fricción de $\mu = .15$ y $K_{tn2} = 7.72$ para un coeficiente de fricción de $\mu = .577$. El error máximo entre estos cálculos es del 1.5%.

6.-CONCLUSIONES

El establecimiento de una guía para el cálculo de la fuerza axial permisible en elementos roscados es un tema complejo ya que son varios factores que afectan la fuerza de la unión. En el presente trabajo se mostraron las principales variables que determinan la resistencia mecánica de elementos internos y externos, tanto para aquellos elementos comerciales respaldados por un estándar como para elementos manufacturados por cuenta propia utilizando herramental comercial.

Para elementos certificados, la fuerza axial se determina mediante un área de tensión y un área cortante determinadas de forma empírica y equivalente a un cilindro de un diámetro aproximado al diámetro medio del diámetro mayor y el diámetro de paso de la rosca. Esta área equivalente ya considera los diferentes concentradores de esfuerzo presentes en el tornillo y la compleja distribución de carga existente entre ambos elementos, por lo que no es necesario la utilización de factores de corrección o concentradores de esfuerzo para el cálculo; sin embargo, es esencial que exista una longitud de agarre adecuada para desarrollar la capacidad estimada de la unión.

Para los elementos no certificados, se provee las ecuaciones correspondientes que consideran los diferentes concentradores de esfuerzo y los distintos esfuerzos de flexión y de tensión existentes en la raíz de la rosca. Se consideran también los diferentes coeficientes de fricción en la unión los cuales influyen en agarre y el deslizamiento entre roscas.

En ambos casos, cuando el material de ambos elementos es el mismo, se mostró que un elemento de rosca interna resiste mayor carga axial que la contraparte externa independientemente de la longitud de agarre de la unión. La razón de esta mayor resistencia es el hecho que el elemento interno no desarrolla los esfuerzos de tensión que desarrolla el elemento y que son combinados con los esfuerzos asociados a la flexión de las roscas.

Las ecuaciones mostradas en el texto son útiles solo para roscas métricas y unificadas de cualquier combinación de diámetro, paso y coeficiente de fricción. Dichas ecuaciones proveen la fuerza mínima que resiste el elemento ya que se utilizaron las dimensiones de la rosca y la distribución de la carga que resultara en el mayor esfuerzo.

7.-TRABAJO FUTURO

La validación de las ecuaciones para elementos certificados no es necesaria ya que son utilizadas por las diferentes organizaciones (ASME, ASTM, SAE, DIN, JIS, ISO) y son respaldadas por pruebas periódicas en los elementos.

Para la validación de las ecuaciones propuestas para elementos no certificados, se realizará la comparación de los resultados con ensayos de tensión en elementos manufacturados utilizando herramental comercial y probetas certificadas de diferentes aceros. Se propone la utilización de acero de bajo carbono para simular elementos de grado 2 y acero de baja aleación para elementos roscados de grado 5 y 8.

REFERENCIAS

Bickford, J. H. *An Introduction to the Design and Behavior of Bolted Joints*, Fourth Edition. CRC Press, USA, 2007.

D'Eramo, M y Cappa, P. *An Experimental Validation of Load Distribution in Screw Threads*. Experimental Mechanics, Vol 31, Springer, 1991

Dragoni, E. *Effect of nut geometries on screw threads stress distribution. Photoelastic Results*. The journal of Strain Analysis for Engineering Design, 1992

Dragoni, E. *Effect of thread pitch on the fatigue strength of steel bolts*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science 211, 1997

Fessler, H y Jion-Hua, W. *Stress analysis of some unsymmetric screwed connections*. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, Vol 19, 1984

Fessler, H y Jobson, P.K. *Stresses in a bottoming stud assembly with chamfers at the ends of the threads*. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, Vol 18, 1983

Heywood, R. B. *Designing by photoelasticity*, Chapman & Hall LTD, London, 1952.

Kenny, B y Patterson, E.A. *Load and Stress Distribution in Screw Threads*. Experimental Mechanics, Vol 25, Springer, 1985

Kenny, B y Patterson, E.A. *A Modification to the Theory for the Load Distribution I Conventional Nuts and Bolts*. Journal of Strain Analysis, Vol 21, 1986

Lehnhoff, T y Bunyard, B. *Bolt Thred and Head Fillet Stress Concentration Factors*. Journal of Pressure Vessel Technology 122, 2000

Leon, F.M, Pai, N.G. y Hess, D.P. *Effect of thread dimensional conformance on yield and tensile strength*. Engineering Failure Analysis, Vol 8, 2001

Mushtaq, E y Skeik, N. *Experimental Evaluation of the Effect of Thread Angle on the Fatigue Life of Bolt*. IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering 7, 2013

Noda, N.A. y Takase, Y. *Stress concentration formula useful for all notch shape in a round bar (comparison between torsion, tension and bending)*. International journal of fatigue, 2006 – Elsevier

Pilkey, W.D y Pilkey, D.F. *Peterson's Stress Concentration Factors*, 3rd ed. Wiley, 2008. Chapter 2

Stiehler, R.D. *U.S. Metric Study Interim Report: Engineering Standards*, National Bureau of Standards. Special Publication 345-11.1971. pag. 239-242

Shigley JE, Mischke CR. *Diseño en Ingeniería Mecánica*. 4a edición. México, McGraw-Hill, 1998.

Tseng, S. *A Simplified Simulation on Loading Distribution at Bolt Threads*. Bastion Technologies. <http://www.bastiontechnologies.com/ogp/TechnicalPapers.html>, 2010

Yao, A.R y Doran, J.A *Stress Analysis on Screw Threads*. Rock Island Arsenal IL Engineering Directorate, 1984

Young, W y Budynas, R. *Roark's Formulas for Stress and Strain*, 7th ed. McGraw-Hill, 2002. 168-169