

---

---

## Diseño mecánico de un multiplicador de velocidad basado en un tren epicicloidal

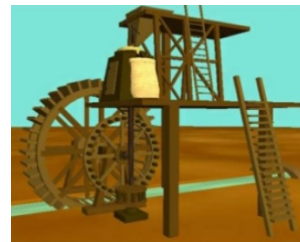
Ricardo Yañez-Valdez\*; J. Antonio Cisneros; O. Arturo Todd; J. Carlos Pano  
Facultad de Ingeniería, DIMEI-UNAM (\*ryv77@unam.mx)

### Abstract

Se presenta el proceso de diseño mecánico de un multiplicador de velocidad (relación 1:8) basado en un tren planetario. En este proceso se usan distintos métodos estandarizados de diseño para diferentes elementos mecánicos que constituyen el arreglo final. Así mismo, se presentan los valores principales de las iteraciones realizadas para el cálculo de los parámetros de la geometría, los esfuerzos de los engranes, las fuerzas externas del eje, así como el cálculo de sus diámetros y la selección de los rodamientos. El documento pretende guiar y mostrar la aplicación de las etapas de diseño mecánico desde la concepción de la idea hasta la fabricación de un prototipo.

### Introducción

Se denomina engranaje al mecanismo utilizado para transmitir potencia mecánica entre las distintas partes de una máquina. El uso de engranes ha estado presente desde la antigüedad, como una consecuencia que ha tenido la humanidad en el transporte, impulsión, elevación y movimiento. Un ejemplo de esto es el uso de engranes en molinos fabricados de madera, estos molinos eran utilizados para drenar agua de canales holandeses, también existió un mecanismo para triturar grano descrito por Vitruvius [1] en el año 40 a.C.



*Figura 1. Mecanismo de Vitruvius.*

Del mismo modo, el uso de trenes de engranes no es algo reciente. El primer uso data entre 150 a 100 a.C. con el mecanismo de anticitera, el cual es un mecanismo bastante adelantado a la época ya que es una de las primeras computadoras analógicas diseñadas para predecir posiciones astronómicas y eclipses.



*Figura 2. Mecanismo de Anticitera.*

Hoy en día el uso de trenes de engranes planetarios se puede encontrar en la mayoría de las transmisiones

automáticas de autos comerciales. Estos trenes de engranes tienen la función de transmitir potencia desde el motor a los ejes de las llantas y se lleva a cabo con un reductor de velocidades que transporta la potencia del motor.



Figura 3. Transmisión automática.

### Engranajes planetarios

Un engranaje planetario consiste en uno o más engranajes externos o planetas que rotan sobre un engranaje central o sol. Generalmente, los satélites van montados sobre un brazo móvil que les permite además rotar en relación al engranaje central. Estos sistemas incorporan un engranaje anular o corona que ensambla con los planetas.

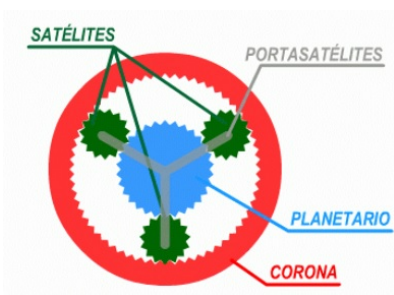
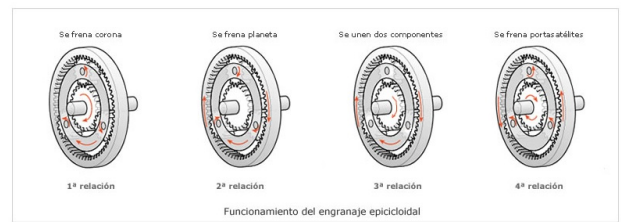


Figura 4. Engranaje planetario.

Su funcionamiento está gobernado por cuatro estados que proporcionan la clave para entender los diferentes flujos de potencia de engranajes en las transmisiones automáticas.



Relación	Corona	Planeta	Portasatélites	Desmultiplicación
1ª	Fija	Salida de fuerza	Impulsión	Grande
2ª	Salida de fuerza	Fijo	Impulsión	Menor
3ª	Fija	Fijo	Salida de fuerza	Sin desmultiplicación
4ª	Impulsión	Salida de fuerza	Fijo	Inversión de giro

Figura 5. Flujos de potencia.

El campo de las aplicaciones reales y potenciales del tren de engranes planetarios es inmenso. Algunas de esas aplicaciones son:

- Sistema de transporte.
- Mezcladores y agitadores.
- Centrifugadoras.
- Máquinas metalúrgicas.
- Plantas de tratamiento de agua.
- Maquinaria de construcción.
- Robótica.
- Industrial alimentaria.
- Industria textil.
- Industria de la madera.
- Industria química.

### Definición del problema

Diseñar un multiplicador de velocidad usando un tren de engranes planetario, con una relación de velocidad 1:8. El sistema deberá ser capaz de transmitir 4 hp de potencia y se espera a la salida una velocidad angular de 1200 r.p.m.

### Objetivo

Diseñar y construir un prototipo funcional de un tren de engranes planetario que multiplique 8 veces la velocidad de entrada, bajo las especificaciones dadas.

### Marco teórico

#### Velocidad angular de los engranajes planetarios

El análisis de trenes de engranes planetarios es complicado por el hecho de que los planetas rotan alrededor de su propio centro, y al mismo tiempo rotan alrededor

del centro del engrane sol. Este tiene dos velocidades angulares diferentes:

1. Uno respecto al brazo  $\omega_{34}$
2. Otro respecto a la tierra  $\omega_{31}$  (rotación en el centro instantaneo, punto A)

Se necesita determinar ambas velocidades angulares para determinar completamente el movimiento de los engranes planetas.

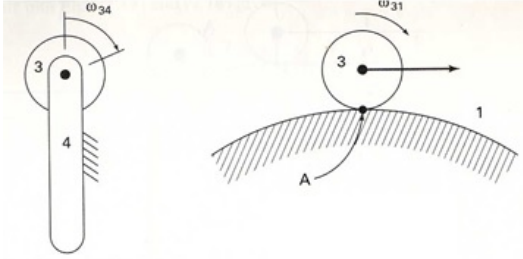


Figura 6. Perspectivas de velocidad.

**Rotación del planeta con respecto a la tierra  $\omega_{31}$**

Como el engrane planeta 3, rueda a lo largo de la circunferencia exterior del engrane sol 2, la velocidad del centro del planeta (punto B) puede ser expresado de dos diferentes maneras:

$$V_B = \omega_{41}r_4 \quad (1)$$

$$V_B = \omega_{31}r_3 \quad (2)$$

Igualando

$$\omega_{31}r_3 = \omega_{41}r_4 \quad (3)$$

$$\omega_{31} = \frac{r_4}{r_3}\omega_{41} = \left[\frac{r_2+r_3}{r_3}\right]\omega_{41} = \left[\frac{r_2}{r_3} + 1\right]\omega_{41} \quad (4)$$

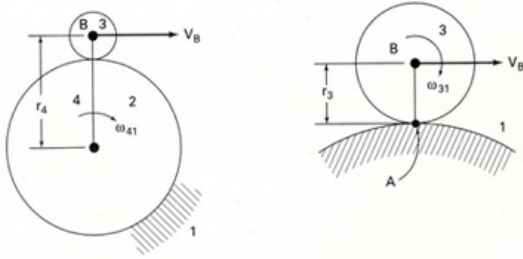


Figura 7. Rotación de engranes.

**Rotación del planeta con respecto al brazo  $\omega_{34}$**

A medida que el brazo se mueve, el engrane planeta rota alrededor de su propio eje unido al brazo. De la geometría, la longitud del arco A-A' es igual a;

$$L_1 = q_{41}(r_4 - r_3) \quad (5)$$

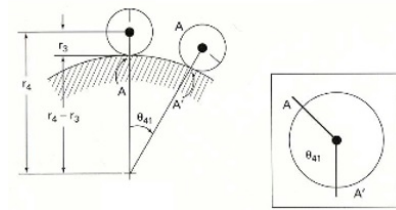


Figura 8. Relación de engranes.

$$L_1 = q_{34}r_3$$

$$\frac{\omega_{34}}{\omega_{41}} = \left(\frac{N_2}{N_3}\right) \quad (6)$$

Igualando las dos distancias y derivando respecto al tiempo;

$$q_{34}r_3 = q_{41}(r_4 - r_3) \quad (7)$$

$$\omega_{34}r_3 = \omega_{41}(r_4 - r_3) \quad (8)$$

$$\omega_{34} = \frac{r_4 - r_3}{r_3}\omega_{41} \quad (9)$$

como se ve en la figura  $r_4 = r_2 + r_3$

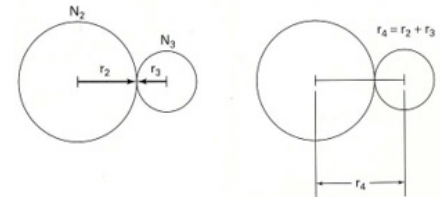


Figura 9. Relación de radios.

Además, el paso diametral es:

$$P = \frac{N}{D} = \frac{\text{número de dientes/in}}{\text{diámetro de engrane}} \quad (10)$$

Así:

$$P = \frac{N_2}{2r_2} = \frac{N_3}{2r_3} \quad (11)$$

$$\frac{N_2}{N_3} = \frac{r_2}{r_3} \quad (12)$$

Sustituyendo;

$$\omega_{31} = \left(\frac{r_2}{r_3} + 1\right) \omega_{41} = \left(\frac{N_2}{N_3} + 1\right) \omega_{41} \quad (13)$$

$$\omega_{34} = \left(\frac{r_2}{r_3}\right) \omega_{41} = \left(\frac{N_2}{N_3}\right) \omega_{41} \quad (14)$$

Las ecuaciones anteriores calculan la velocidad angular del engrane planeta 3 respecto a la tierra y respecto al brazo.

### Relación entre las dos velocidades angulares

De la ecuación 5.14 se tiene;

$$\frac{\omega_{34}}{\omega_{41}} = \left(\frac{N_2}{N_3}\right) \quad (15)$$

Sustituyendo en la ecuación 5.13;

$$\omega_{31} = \left(\frac{\omega_{34}}{\omega_{41}} + 1\right) \omega_{41} \quad (16)$$

$$\omega_{31} = \omega_{41} + \omega_{34} \quad (17)$$

La ecuación 5.17 declara que la velocidad del engrane 3 es igual a la velocidad del brazo 4, más la velocidad de 3 respecto a 4.

### El método de la formula

El tren de engranes planetario que se muestra en la figura es la configuración más simple posible: un engrane sol, un engrane planeta y un brazo. Sin embargo, trenes útiles son raramente simples. En general, un tren de engranes planetarios usará más de tres engranes, y el análisis será más complicado.

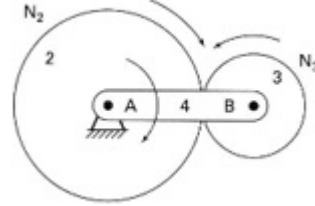


Figura 10. Interacción entre engranes.

Se empezará derivando una fórmula de razón de engranes para trenes de engranes simples y se extenderá para configuraciones de trenes de engranes más reales. Partiendo de la relación de velocidades

$$\omega_{31} = \omega_{41} + \omega_{34} \quad (18)$$

De manera similar se puede escribir:

$$\omega_{21} = \omega_{41} + \omega_{24} \quad (19)$$

Arreglando las dos ecuaciones, se tiene;

$$\omega_{34} = \omega_{31} - \omega_{41} \quad (20)$$

$$\omega_{24} = \omega_{21} - \omega_{41} \quad (21)$$

La razón entre  $\omega_{34}$  y  $\omega_{24}$  se calcula como

$$\frac{\omega_{34}}{\omega_{24}} = \frac{\omega_{31} - \omega_{41}}{\omega_{21} - \omega_{41}} \quad (22)$$

Esta razón de velocidad es importante. En la inversión cinemática donde el brazo está fijo, la razón de  $\omega_{34}$  y  $\omega_{24}$  es la misma como la razón de trenes de engranes ordinarios de  $\omega_3$  y  $\omega_2$ . Usando:

$$\frac{\omega_L}{\omega_r} = \frac{\text{producto } N \text{ eng impulsores}}{\text{Producto } N \text{ eng impulsados}} \quad (23)$$

La relación se escribe como:

$$\frac{\omega_{34}}{\omega_{24}} = -\frac{N_2}{N_3} \quad (24)$$

El signo menos indica que los engranes rotan en sentido opuesto. Igualando las ecuaciones 5.22 y 5.24 para la razón de velocidad, se tiene;

$$\frac{\omega_{34}}{\omega_{24}} = \frac{\omega_{31} - \omega_{41}}{\omega_{21} - \omega_{41}} = -\frac{N_2}{N_3} \quad (25)$$

Una expresión más general de este método analítico puede ser escrito como:

$$\frac{\omega_{LA}}{\omega_{FA}} = \frac{\omega_L - \omega_A}{\omega_F - \omega_A} = \frac{\text{Producto } N \text{ eng impulsores}}{\text{Producto } N \text{ eng impulsados}} \quad (26)$$

donde;

$\omega_{LA}$  es la velocidad angular del último engrane relativo al brazo

$\omega_{FA}$  es la velocidad angular del primer engrane relativo al brazo

$\omega_L$  es la velocidad angular absoluta del último engrane

$\omega_F$  es la velocidad angular absoluta del primer engrane

$\omega_A$  es la velocidad angular absoluta del brazo

### Reglas para el método de la formula

#### *Regla 1 Uso de la ecuación*

a) Es importante que el engrane de entrada y el engrane de salida se acoplen con los engranes que tienen movimiento planetario.

b) Que el engrane de entrada y el engrane de salida estén sobre ejes paralelos. Esto porque las velocidades angulares, no pueden ser tratados algebraicamente, a menos que los vectores que representan estas velocidades, sean paralelos. *Regla 2 Signo de velocidades angulares*

Antihorario positivo.

Horario negativo. *Regla 3 Signo de producto de dientes*

Para engranes con ejes paralelos:

- Si el engrane de entrada y de salida giran igual, el producto es positivo.

- Si giran opuestos, el producto es negativo.

### **Proceso de diseño**

El objetivo de un proceso de diseño es presentar de manera clara y detallada la forma en la que se desarrollará la creación paso a paso del diseño en sus distintas etapas. Dado lo anterior, se tratará el diseño del proyecto dentro del propio diseño para el desarrollo de un producto, debido a que relaciona mejor las etapas de vida del ciclo de un producto con el aspecto de la innovación misma que se le debe de otorgar a los diseños para tener éxito. Claro está que dados los alcances del proyecto solo se llegará hasta la etapa de prototipos y escalamiento, dado que no se pretende comercializar ni diseñar la producción como tampoco manufacturar el diseño alfa del producto final.

### Identificación de la necesidad

Basados en un proceso de diseño, se debe construir un multiplicador de velocidad usando un engranaje planetario que sea capaz de multiplicar la relación de velocidades de 1:8. El desarrollo del producto cae dentro de las actividades didácticas para el aprendizaje y evaluación del curso de Diseño de Elementos de Máquinas, por lo que no se tomará en cuenta la fase de comercialización del producto ni serán necesarias las técnicas de estudio de mercados para fundamentar la importancia económica del proyecto. Además, no existen implicaciones de riesgo (económico) por la omisión de su cumplimiento.

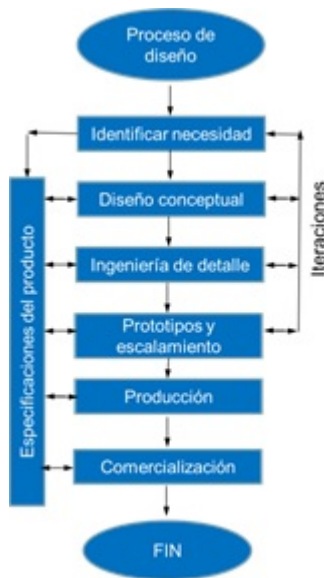


Figura 11. Etapas del proceso de diseño.

## Especificaciones y requerimientos

### Funciones

Multiplicar la relación de velocidades con la entrada acoplada a una manivela.

### Material

Se propone el uso de acero AISI 1020. Por su contenido de carbono este acero se utiliza para la fabricación de piezas estructurales o de maquinaria de mediana resistencia con una gran tenacidad. La tabla siguiente muestra las propiedades mecánicas del material AISI 1020. Por lo que se percibe viable para la aplicación que se persigue.

Tabla 1. Propiedades del acero SAE 1020

PROPIEDADES MECÁNICAS					
Estado de suministro	Resistencia a la tracción MPa	Límite elástico MPa	Alargamiento %	Reducción de área %	Dureza Brinell aprox.
Laminado en caliente	441	196	25	45	140 / 180
Normalizado	490 - 588	343	30	55	150
Recocido	441 - 539	294	35	60	130 / 150
Calibrado	539 - 686	441	10	35	180 / 220
Cementado, templado y rev.	686 - 833	441	15	45	-----

### Dimensiones

Las dimensiones serán un parámetro a considerar en el proceso de diseño. Se buscará un diseño compacto,

que no rebase los 30 cm de largo por 30 cm de ancho.

### Velocidad de salida

El multiplicador debe alcanzar 1200 r.p.m.

### Configuración mecánica

La salida deberá tener un eje para transmitir potencia de 4 hp.

### Requerimientos

#### Impulso de entrada

La velocidad de entrada se proporcionará manualmente, mediante una manivela.

### Diseño conceptual

En un proceso de diseño, la consolidación del concepto es de importancia fundamental para que las etapas restantes tengan éxito y sean realizables con el menor esfuerzo y recursos posibles, ya que establecer un buen diseño conceptual ayuda a eliminar iteraciones innecesarias o llegar a partes más avanzadas del proceso para determinar que la factibilidad de realización es muy baja o nula. Acotar el problema permite tener una mejor visión de lo que se necesitará hacer. Mediante la heurística realizada y con base en la información expuesta en el marco teórico, se puede afirmar que la realización de un engranaje planetario en la configuración de multiplicador es posible, aun cuando los diseños y la teoría apunten a diseñarlo como un reductor, las ecuaciones pueden considerarse en sentido contrario para el diseño de un multiplicador.

Existen cuatro posibles soluciones a la configuración del tren planetario, respecto a la cinemática del mismo.

a) El engranaje anillo está fijo ( $\omega_4 = 0$ )

b) El engranaje solar está fijo ( $\omega_1 = 0$ )

c) El porta planetas está fijo ( $\omega_3 = 0$ )

d) Que se pueda fijar una relación entre las velocidades del engranaje solar y del engranaje anillo ( $\omega_4 = kr\omega_1$ )

Por la relativa sencillez que resulta dejar fijo el engranaje anillo, dado que la estructura mecánica sería

más compleja para acoplarle un eje al anillo que si se acopla a portaplanetas o al engranaje solar, se opta por usar las ecuaciones de diseño cinemáticas para el diseño solicitado.

Una pregunta que surge es si las ecuaciones de diseño de engranajes rectos pueden servir para calcular los esfuerzos que permitan compararlos con las resistencias del material solicitado, que es acero SAE 1020. La respuesta es si. Considerando el diseño cinemático propuesto es posible obtener todos los parámetros geométricos de cada engrane para proceder con la aplicación de las fórmulas de diseño y establecer la relación con el factor geométrico  $J$  para el piñón y el transmisor para obtener los esfuerzos buscados.

### Ingeniería de detalle

Esta parte está referida a la elaboración de una planificación previa a la producción, considerando que se verifican y aceptan los componentes aprobados en el diseño conceptual. Dado que no se creará una etapa de producción final, sino solo de un prototipo, esta etapa se centrará en los cálculos, el diseño en un programa de CAD y la documentación del prototipo. Para dividir el problema por categorías temáticas iterativas de análisis y síntesis, se parte de las especificaciones para descomponer los problemas de acuerdo a las acciones de detalle de ingeniería que han de ser realizadas. Con el fin de mejorar la organización y elaboración del proyecto, se representa mediante un diagrama la metodología de operaciones a realizar.

El primer paso es obtener los parámetros cinemáticos de los engranes, aplicando las fórmulas correspondientes en una hoja de cálculo. Esto facilita las futuras iteraciones en el diseño. Dada la implicación del diseño de un reductor con la teoría obtenida, se partirá en sentido inverso considerando que la entrada al sistema será de la potencia solicitada en las especificaciones como salida, es decir, el engranaje Solar girará a una velocidad de 1200 r.p.m. y el portaplanetas lo hará a una velocidad 8 veces menor, de 150 r.p.m.

En la tabla 2, la fuente de color rojo implica datos críticos en el cálculo de varios parámetros consecuentes; la fuente de color azul implica revisión de tablas o decisión del diseñador para la selección de un valor, también indican valores que se utilizan en cálculos posteriores y que se repiten en la misma tabla como ayuda visual.

Tabla 2. Diseño cinemático de los engranes.

Cinemática			
Primera ley	Zanillo = ZSol + 2(ZPInta)	128	<- Dientes anillo
Segunda Ley	(Zsol + Zanillo) / Nplanetas = n, entero positivo		112
Velocidad de salida (brazo)	150		
Velocidad de entrada (Sol)	1200		Relación de velocidades
Relación de velocidades	8		1::8
<b>Dientes del Sol</b>	<b>18</b>		
Dientes Planeta	54		
Dientes anillo	128		
n	72	<b>Número de planetas</b>	<b>2</b>
Número de planetas	1,285714286	<- n	112
PASO DIAMETRAL			
	DIENTES SOL	DIAMETRO PRIM/PASO (in)	
6	18	3	
8	18	2,25	
10	18	1,8	
<b>12</b>	<b>18</b>	<b>1,5</b>	
16	18	1,125	GRUESO
20	18	0,9	
24	18	0,75	
32	18	0,5625	
48	18	0,375	
64	18	0,28125	FINO

Tras varias iteraciones y obtener diferentes dimensiones geométricas, se selecciona un paso diametral de 8 para un número de dientes de 28 con el fin de obtener dimensiones apreciables que permitan además ensamblar y manipular el prototipo a fabricar. Así mismo, se seleccionan un par de engranajes planeta para diseñar el brazo portaplanetas. Con la segunda ley de los engranajes planetarios se observa que se obtiene un número natural entero con 2 planetarios, mientras que tres planetarios no arrojan un resultado posible para

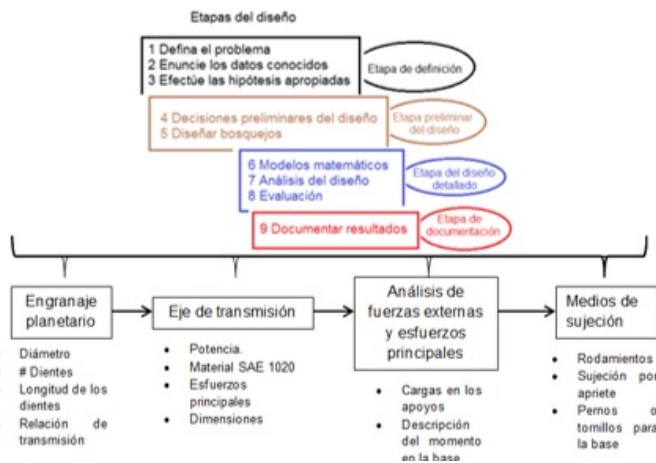


Figura 12. Etapas del diseño mecánico.

poder incluirlo. Con el número de dientes, el paso diametral y el diámetro de paso se puede obtener la geometría completa de los engranes.

Tabla 3. Diseño geométrico de los engranes.

Geometría			
	SOL	PLANETA	ANILLO
Ángulo de presión	20	20	20
Diámetro primitivo	1,5	4,5	10,5
Paso diametral	12	12	12
Número de dientes	18	54	126
Módulo (mm)	2,11666667	2,11666667	2,11666667
Módulo (in)	0,083333378	0,083333378	0,083333378
Paso circular (mm)	6,64970445	6,64970445	6,64970445
Diámetro exterior	42,33333333	118,53333333	270,93333333
Espeor del diente	3,324852225	3,324852225	3,324852225
Diámetro interior	32,80833333	109,00833333	261,40833333
Pie del diente / Dedendo	2,645833333	2,645833333	2,645833333
Cabeza del diente / Adendo	2,116666667	2,116666667	1,058333333
Altura del diente	4,7625	4,7625	4,7625
Ancho de la cara (mm)	25,4	25,4	25,4
Ancho de la cara (in)	1	1	1
Espesor de corona (in)	1	1	1

Tabla 4. Separación entre engranes.

Separación entre engranes			
Distancia entre centros (in)	in	mm	
Sol - Planeta	3	76,2	
Planeta-Anillo	7,5		
Sol-Planeta	3	190,5	
		266,7	
4,9873	DiamExterior		

Con la geometría establecida, se pueden calcular los parámetros restantes necesarios para obtener los esfuerzos en los engranajes.

Tabla 5. Esfuerzo en el engrane solar.

ENGRANE S		FÓRMULA	
Ecuación de Lewis (psi)	piñón(sol)->	658.9449448	
Ajuste de vida útil y confiabilidad $S_{at}$	Ajuste piñón(sol)->	946.7599782	
Ciclos de carga $K_I$		0,87	
Confiabilidad $K_r$		1,25	
Fuerza tangencial $W_t$		28,01126998	
Potencia $P$ (Hp)		4	
Velocidad de línea $V_t$		471,238898	
	Diámetro de paso $D_p$	1,5	
	Revoluciones / min	1200	
Paso diametral $P_d$		12	
Espesor de la cara $F$ (in)	--Mínimo posible-->	1	<-Sugerido
Factor geométrico $J$			
	Piñón (SOL)	0,375	--27 y 81
	Engrane (PLANETA)	0,415	--81 y 27
	Anillo	0,493	--189 y 81
Factores de aplicación			
De aplicación $k_a$	1	Fuente de poder: Uniforme	Brusquedad de la m
De tamaño $k_s$	1	Paso diametral mayor a cinco	
Distribución de cargas $k_r$	1,36125		Factor de proporción del piñón
Espesor de corona $k_b$	1	mB (SOL)	5,333333333
Dinámica $k_v$	1,234469263	A	65,04178432

Para el cálculo de los factores de aplicación se harán las siguientes consideraciones:

- El engranaje no está contenido en algun contenedor.
- La fuente de poder se considerará uniforme.
- La brusquedad de la máquina impulsada será moderada.
- Se tiene un paso diametral mayor a cinco.
- La calidad  $Q$  elegida es de 7.
- Se diseñará para  $1 \times 10^9$  ciclos de carga, y se considerará un confiabilidad del 0.999%

Los esfuerzos finales obtenidos y los que consideraran el ajuste de la vida útil y confiabilidad para los tres engranes se resume en la tabla siguiente:

Tabla 6. Esfuerzos en el engrane.

Esfuerzos finales (psi)	
piñón(sol)->	658,9449448
Ajuste piñón(sol)->	<b>946,7599782</b>
engane(Planeta)->	595,432179
Ajuste engane(Planeta)->	<b>855,5060044</b>
Engranaje (Anillo)	501,2258708
Ajuste Engranaje (Anillo)	<b>720,1521132</b>

Tabla 7. Factor geométrico I.

Factor de geometría I		Adendo	Dientes
Piñón (Sol)	0,116	2,116666667	18
Engrane (Planeta)	0,123	2,116666667	54
Anillo	0,123	2,116666667	126

Tabla 8. Esfuerzos de contacto.

Esfuerzos de contacto.	
Esfuerzo de contacto (psi)	
Esfuerzo de contacto Sol	10030,46891
Ajustado	14411,59326
Esfuerzo de contacto Planeta	5623,892979
Ajustado	8080,306004
Esfuerzo de contacto Anillo	3681,702182
Ajustado	5289,801986

Considerando únicamente el esfuerzo a tensión con los valores de los esfuerzos de los engranes, se puede seleccionar prácticamente una gran variedad de materiales para los mismos, debido a que inclusive la resistencia a la tensión de varios plásticos contempla valores mayores (arriba de 5 ksi) que los calculados. Por



tanto, para el acero solicitado en las especificaciones no se tiene inconveniente alguno.

Por otra parte, para la selección del material considerando el esfuerzo de contacto se debe tener más cuidado puesto que la resistencia permisible aumenta hasta 10 ksi para el engranaje solar. De tablas, el valor de dureza Brinell promedio del SAE 1020 es de 140HB cuando se le proporciona un tratamiento de recocido. Sustituyendo ese valor en la ecuación de la curva de grado 1 se tiene que el valor de resistencia del material es de 20.126 ksi.

Con los valores de dureza, se tiene que para un acero de grado 2 el valor máximo de resistencia al contacto es de 77.96 ksi, mientras que para el de grado 1 es de 71.78 ksi. Comparandolos con los valores obtenidos en el cálculo de los engranes, se concluye que para este acero no hay inconveniente con los esfuerzos obtenidos y tendrá un buen funcionamiento, con un factor de seguridad para este caso de 6.6 aproximadamente. El diseño del eje prosigue a continuación con el cálculo de las fuerzas externas que se tienen del engranaje.

El proceso de diseño continua con el diseño del eje y la selección de rodamientos.

El resumen de calculos para el diseño de la flecha del tren de engranajes, de acuerdo al procedimiento AGMA, se muestra en la tabla siguiente.

Tabla 9. Diseño de la flecha.

Cálculo de los diámetros y de los esfuerzos torsionales de diseño.	
Selección de material	SAE 1020, extruido en frío
Torque T (lb*in)	210
Momento máximo en el eje Mmax	1610,4
Cortante máximo V	268,4
<b>diámetro del eje d (in) en B</b>	<b>2,957619068</b>
<b>Esfuerzo cortante de diseño-par torsional constante</b>	
td (psi)	12694
<b>Esfuerzo cortante de diseño-esfuerzo cortante vertical invertido</b>	
tmax	52,08910457
diámetro de diseño (in) en A	0,189459522

Los resultados son:

Tabla 10. Resumen de resultados.

Punto	Se localiza	$\phi_{min}$ [in]
<b>A</b>	Brazo	0.2069
<b>B</b>	Chumacera	1.3202
<b>C</b>	Manivela	2.8469

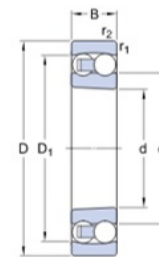
Ajustando el eje a medidas estandarizadas

Tabla 11. Diámetros específicos.

Punto	Se localiza	$\phi_{min}$ [in]	$\phi_{esp}$ [in]	$\phi_{esp}$ [in]
<b>A</b>	Brazo	0.2069	0.25	3/16
<b>B</b>	Chumacera	1.3202	1.34375	1 11/32
<b>C</b>	Manivela	2.8469	2.875	2 7/8

Respecto a los rodamientos, es recomendable que sean de medidas nominales comerciales. Para la selección del tipo de rodamientos, se optó por rodamientos rígidos de bola debido al tipo de carga radial que se presenta en los engranes. Con base en el diámetro calculado, es necesario un rodamiento cuyo diámetro interno sea de 1 11/32 in. Sin embargo, al buscar un rodamiento de esas características en el catálogo de SKF no se encontró uno con tal dimensión, por lo que se decidió ajustar el diámetro a la medida comercial más próxima. El rodamiento seleccionado fue el 1207EKTN9 cuyo diámetro interno es de 1.378 in, es decir, 34 milésimas de pulgada mayor que el diámetro propuesto. La información de dicho rodamiento se muestra a continuación.

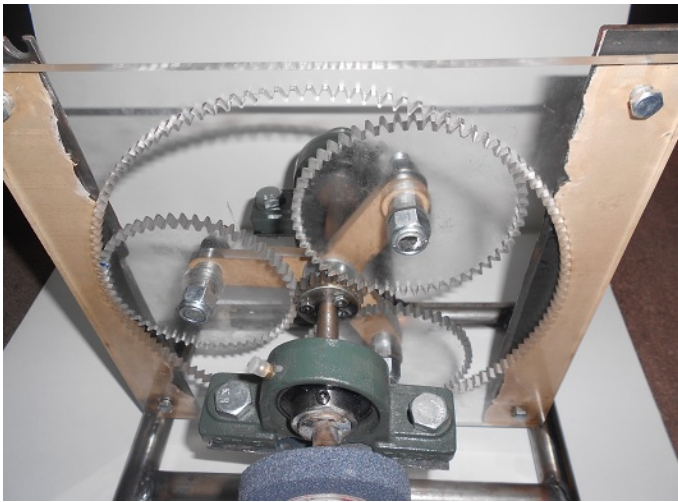
Tabla 12. Selección de rodamientos.



d	1.378	in
D	2.835	in
B	0.669	in
d <sub>1</sub>	≈ 1.85	in
D <sub>1</sub>	≈ 2.398	in

## Prototipo

El prototipo a realizar será un prototipo de nivel beta. Este nivel permite alcanzar una representación a escala natural del producto final. Son usados para pruebas y evaluación interna y externa. Emplean los procesos de producción definitivos, en situaciones de control que muestren la fiabilidad del ambiente de trabajo.



*Figura 13. Construcción del prototipo.*

En la siguiente liga se puede reproducir un video que muestra el funcionamiento del prototipo.

Liga: <https://youtu.be/4xHiZM6CfT8>

## References

- [1] Marco Vitruvio Polión fue un arquitecto, escritor, ingeniero y tratadista romano del siglo I a.C.
- [2] Robert L. Norton, Diseño de elementos de maquinaria, México D.F., Editorial Mc GrawHill, pp 414-447.
- [3] Richard G. Budynas y J. Keith Nisbett, Diseño en ingeniería mecánica de Shigley, Ciudad de México, Editorial Mc Graw Hill.
- [4] C. Almonte y M. González, Tecnología aplicada en la capacitación de las máquinas y herramientas, México, D.F., HP editor, pp. 210-212, 1978.