



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Modelo radial de inyección
de espumas en medios
porosos**

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero Petrolero

P R E S E N T A

Daniela Bravo Martínez

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Erick Emanuel Luna Rojero



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2017

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi familia por el apoyo que me brindaron. Reconozco principalmente el esfuerzo de mi mamá y le doy gracias por la formación que tuve.

En el ámbito académico, valoro las enseñanzas de mis profesores y agradezco que formaran parte de mi desarrollo en la licenciatura. No solo fue el conocimiento, que pacientemente me transmitieron, fueron experiencias que sin duda me ayudaron a crecer.

Asimismo, reconozco a los amigos que conservo de cada etapa de mi vida por acompañarme a lo largo de mi recorrido.

Agradezco también, al Dr. Luna por creer en mí, por enseñarme y por aportar a mi evolución personal. Como asesor me ha sabido orientar adecuadamente y es una de las personas más capaces y amables que conozco.

Finalmente, doy las gracias al Instituto Mexicano del Petróleo, por dejarme participar en el proyecto, modelado numérico y caracterización experimental reológica de flujo de espumas en medio poroso, sin esta colaboración no sería posible presentar este trabajo.

Contenido

CAPÍTULO 1	9
ANTECEDENTES	9
1.1 YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS.....	10
1.1.1 Clasificación.....	10
1.1.2 Problemática de los yacimientos naturalmente fracturados.....	12
1.2 RESERVAS EN MÉXICO.....	13
1.3 RECUPERACIÓN MEJORADA.....	14
1.4 JUSTIFICACIÓN.....	15
CAPÍTULO 2	17
ESTADO DEL ARTE DE LAS ESPUMAS	17
2.1 DEFINICIÓN DE ESPUMA	18
2.2 CARACTERÍSTICAS DE LA ESPUMA	19
2.2.1 Calidad.....	19
2.2.2 Espesor crítico	20
2.2.3 Presión Capilar (Pc).....	21
2.2.5 Reología.....	22
2.3 ESPUMAS EN MEDIOS POROSOS.....	23
2.3.1 Textura de la espuma	24
2.4 MECANISMOS DE FORMACIÓN DE ESPUMAS.....	25
2.4.1 Snap-Off.....	25
2.4.2 División de las lamelas.....	26
2.4.3 “Leave-behind”	27
2.5 MECANISMOS DE DESTRUCCIÓN DE ESPUMAS	28
2.5.1 Succión capilar.....	28
2.5.2 Difusión de Gas.....	29
2.5.3 Función del surfactante en la espuma	29
CAPÍTULO 3	32
FLUJO DE ESPUMAS EN UN MEDIO POROSO	32
3.1 PRINCIPIOS DEL FLUJO EN UN MEDIO POROSO.....	33
3.2 FLUJO DE ESPUMAS EN UN MEDIO POROSO	33
3.2.1 Efecto de la Mojabilidad en la Espuma	34
3.2.2 Flujo de Espumas en Tubos Capilares	35

3.2.3 Efectos de las heterogeneidades en el flujo de una espuma	37
3.3 TEORÍA DE FLUJO FRACCIONAL PARA FLUJO DE ESPUMAS	38
3.4 FLUJO DE ESPUMA EN UN MEDIO POROSO HOMOGÉNEO	40
3.4.1 Movilidad de la espuma	40
3.5 FLUJO DE ESPUMAS EN MEDIOS POROSOS FRACTURADOS	42
3.5.1 Viscosidad Aparente	42
3.6 MODELADO DEL TRANSPORTE DE ESPUMAS EN MEDIO POROSO	44
3.6.1 Modelos Empíricos y Semi-empíricos	45
3.6.2 Modelos Mecánicos.....	46
CAPÍTULO 4	51
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	51
4.1 HIPÓTESIS	52
4.2 OBJETIVO	52
4.3 ALCANCE.....	52
4.4 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	52
4.5 MODELO MATEMÁTICO	53
4.5.1 Ley de Darcy	53
4.5.2 Permeabilidades relativas	54
4.5.3 Reología	54
4.5.5 Destrucción y generación de lamelas (espuma).....	55
4.6 MODELO NUMÉRICO.....	56
4.6.1 Método de solución	58
4.7 ALGORITMO	60
CAPÍTULO 5	63
RESULTADOS	63
5.1 INTRODUCCIÓN	64
5.2 RESULTADOS	65
5.2.1 Saturación.....	65
5.2.2 Textura de la espuma	66
5.2.3 Viscosidad de la espuma	67
5.3 RESULTADOS PROMEDIO	68
5.3.1 Presión.....	68
5.3.2 Textura	69

5.3.3 Saturación.....	69
5.3.4 Viscosidad.....	70
5.4 RADIO CRÍTICO Y VELOCIDAD DE INYECCIÓN.....	71
CONCLUSIONES.....	73
RECOMENDACIONES.....	75
ANEXO.....	76
Saturación de agua.....	76
Textura de la espuma.....	78
Sistema de ecuaciones adimensionales.....	78
Formación y coalescencia de lamelas.....	82
Velocidad del agua.....	85
Velocidad del gas.....	86
Diferencias Finitas.....	87
Presión.....	90
NOMENCLATURA.....	91
REFERENCIAS.....	95

Figura 1.1 Distribución de la porosidad en yacimientos fracturados (McNaughton y Garb, 1975) .	11
Figura 1.2 Sistema de clasificación de yacimientos naturalmente fracturados (Adaptación a partir de la clasificación de Nelson)	12
Figura 1.3 Distribución del volumen de aceite, producido y remanente. Actualizado de Rangel (2015)	13
Figura 1.4 Adaptación de Thomas, S. Enhanced Oil Recovery-An Overview. Oil and Gas Science and Technology-Rev.IFP,Vol. 6; 2008.....	14
Figura 1.5 Esquema del control de la producción de gas mediante espumas (Kari, 2006).	15
Figura 1.6 Representación esquemática del gas fluyente y gas atrapado como elementos de una espuma en medio un medio poroso (Tanzil, 2001).....	19
Figura 1.7 Características de una burbuja de gas en una espuma (Weaire y Hutzler, 1999)	20
Figura 1.8 Incremento de la fracción de líquido de a) a d) (Weaire y Hutzler, 1999).	20
Figura 1.9 Esquema de la función de la presión de ruptura (Rossen, 1994).....	21
Figura 2.0 Espuma de gas continuo (Rossen, 1994).	23
Figura 2.1 Espuma de gas discontinuo (Rossen, 1994).	24
Figura 2.2 Comparación de un flujo convencional de agua-gas con una espuma débil y una fuerte (Dholkawala et al. 2007).	24
Figura 2.3 Esquema del mecanismo de formación de espumas por “Snap-off”; (a) entrada de gas en una garganta de poro, (b) la burbuja de gas pasa al poro y (c) el líquido forma una lente en la garganta de poro (Kovscek y Radke, 1994).	25
Figura 2.4 Disminución de la presión capilar para la formación de una lamela mediante el mecanismo Snap-off.	26
Figura 2.5 Esquema del mecanismo de División de lamelas (Kovscek y Radke, 1994).	27
Figura 2.6 Esquema del mecanismo de Leave-behind (Kovscek y Radke, 1994).	27
Figura 2.7 Lamela a través de una garganta de poro (Kovscek y Radke, 1994).	28
Figura 2.8 Destrucción por difusión del gas.	29
Figura 2.9 Esquemas del comportamiento del surfactante (Tanzil, 2001).	30
Figura 3.0 Vista seccional de un poro en donde la fase mojante se encuentra en la esquina del poro (Kovscek y Radke, 1994).	33
Figura 3.2 Configuración de la burbuja cuando están separadas y cuando se encuentran en contacto (Hirasaki y Lawson, 1985).	35
Figura 3.3 Mecanismos que afectan la Viscosidad Aparente en capilares lisos (Hirasaki y Lawson, 1985).	36
Figura 3.4 Curva de presión capilar durante un desplazamiento de dos fases (Khatib y colaboradores, 1988).	37
Figura 3.5 Curva de flujo fraccional en tercera dimensión a diferentes valores de ut.....	40
Figura 3.6 Esquema de los modelos de balance del gas.....	41
Figura 3.7 Relación entre el gradiente de presión y la velocidad intersticial (Gauglitz et al, 2002) .	42
Figura 3.8 Diagrama detallado del modelo de fractura homogénea (Wei Yan y colaboradores, 2006).	43
Figura 3.9 Efecto de la velocidad de flujo y del flujo fraccional en la viscosidad aparente de la espuma para una apertura de 0.2 [mm] y diferentes diámetros de burbuja [mm] (Wei Yan et al. 2006)..	44
Figura 4.0 Definición del problema	53

Tablas y figuras

Figura 4.1 Puente Capilar	56
Figura 4.2 Diagrama de flujo del código numérico del flujo de espumas en un medio poroso homogéneo.	61
Figura 4.3 Saturación de agua a diferentes velocidades de inyección.....	65
Figura 4.4 Textura de la espuma a diferentes velocidades de inyección	66
Figura 4.5 Viscosidad aparente de la espuma a diferentes velocidades de inyección	67
Figura 4.6 Diferencia de presión con respecto al tiempo de simulación	68
Figura 4.7 Textura de la espuma promedio tiempo total 0.7	69
Figura 4.8 Saturación de agua promedio tiempo total 0.7	70
Figura 4.9 Viscosidad aparente promedio tiempo total 0.7	70
Figura 5.0 Radio crítico de generación de la espuma	71
Tabla 1.1 Tensión superficial de fluidos en relación con la espuma.....	22
Tabla 3.1 Ecuaciones representativas de los modelos empíricos y semi-empíricos para describir el transporte de espumas en un medio poroso.....	46
Tabla 3.2 Modelos Mecanísticos.....	47
Tabla 5.1 Datos de entrada del Modelo.....	64
Tabla 5.2 Datos de entrada para generar los resultados usados en la Figura 5.0.....	72

RESUMEN

En los yacimientos maduros un problema persistente es la canalización o conificación de agua o gas. Una tecnología que puede ayudar a administrar estos procesos es la inyección de espuma. Sin embargo, en medios porosos, como la matriz, aún no se tienen modelos de flujo suficientemente robustos y se está lejos de describir los procesos de manera adecuada. Simular el comportamiento de la espuma es fundamental para estimar su penetración y en qué medida reduce la movilidad del gas o el agua.

Este trabajo propone un modelo de balance de lamelas en un medio poroso homogéneo radial en una dimensión, acoplado con las leyes de Darcy y conservación de masa. El sistema a estudiar es un cilindro, donde se inyecta agua con surfactante y gas para generar espuma en un pozo colocado en el origen. El modelo no lineal se resuelve utilizando diferencias finitas centradas y un proceso iterativo. El código numérico resultante se calibró con los resultados de un modelo lineal de Kam *et al* (2004), y predice las caídas de presión, textura de la espuma, viscosidad aparente, saturación y máximo avance.

Se obtuvo un comportamiento tipo pistón para la saturación, se encontró un radio crítico en donde la textura de la espuma empieza a decaer debido a los gradientes de presión y una velocidad mínima de inyección a partir de la cual la generación de espuma comienza a ser significativa. Los resultados obtenidos representan un avance en los modelos que actualmente se utilizan para predecir el comportamiento de las espumas.

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES

1.1 YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

Se entiende como yacimiento naturalmente fracturado (YNF) a un yacimiento que contiene fracturas creadas naturalmente que pueden tener efectos positivos o negativos en los fenómenos de transporte. Una fractura es un plano discontinuo que resulta de los esfuerzos que exceden el punto de ruptura de la roca o bien una discontinuidad macroscópica de origen natural debida a la deformación o diagénesis.

Alrededor del 80% de la producción de hidrocarburos en México viene de los yacimientos naturalmente fracturados. En estos sistemas el fallamiento y/o plegamiento de la corteza terrestre, originan redes de fracturas desde escala micro hasta canales de alta conductividad, ocasionando cambios en las propiedades que intervienen en los fenómenos de flujo, así como cambios significativos en la distribución del almacenamiento de hidrocarburos tanto en la matriz como en las fracturas (Van Golf, 1982).

1.1.1 Clasificación

Los yacimientos naturalmente fracturados presentan diferencias en sus capacidades y eficiencias de flujo que se relacionan directamente con la red de fracturas, por tanto, la clasificación de estos sistemas reside en describir los parámetros y características del medio de fracturas y con ello pronosticar los tipos de producción y problemáticas que estos pueden presentar.

La variación en el porcentaje de recuperación de hidrocarburos de cada tipo de YNF puede diferir considerablemente y desde el punto de vista del comportamiento del pozo, es más fácil dañar un yacimiento cuya acumulación se centra en la red de fracturas.

Según la clasificación de McNaughton y Garb (1975), existen tres tipos de yacimientos fracturados. Los tipo A tienen una alta capacidad de almacenamiento en la matriz y una baja capacidad de almacenamiento en el sistema de fracturas; los yacimientos tipo B tienen aproximadamente la misma capacidad de almacenamiento en la matriz y en el medio de fracturas y en los yacimientos tipo C, la capacidad de almacenamiento es exclusivamente de la red de fracturas (**Figura 1.1**).

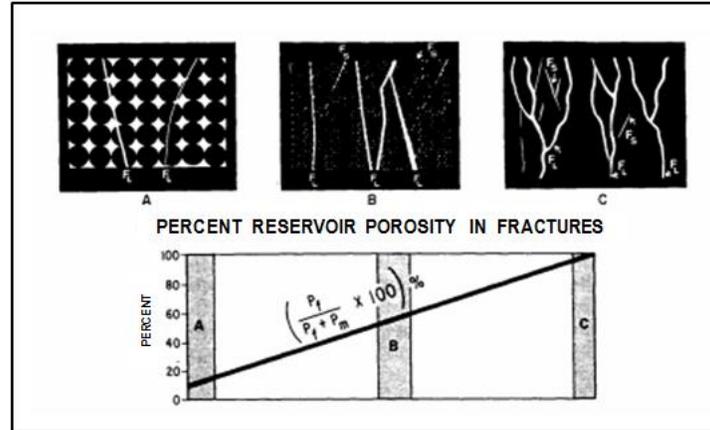


Figura 1.1 Distribución de la porosidad en yacimientos fracturados (McNaughton y Garb, 1975)

Los yacimientos naturalmente fracturados también se clasifican con base en la interacción entre las contribuciones de porosidad y permeabilidades relativas tanto del sistema de matriz como el de fracturas. La clasificación más común es la siguiente (Nelson, 2001):

Tipo I. Las fracturas proveen la capacidad esencial de almacenamiento y permeabilidad en un yacimiento. La matriz tiene una permeabilidad y porosidad pequeñas.

Tipo II. La matriz provee la capacidad de almacenamiento y las fracturas proveen la permeabilidad en el yacimiento. La matriz tiene baja permeabilidad, pero se puede tener baja, moderada o alta porosidad.

Tipo III. Las fracturas proveen la permeabilidad principal, pero la matriz puede también contribuir con ella.

Tipo IV. Las fracturas no proveen una capacidad significativa de almacenamiento o permeabilidad en el yacimiento pero crean anisotropía.

Generalmente la distribución de los tipos de yacimientos fracturados se presenta de la forma siguiente:

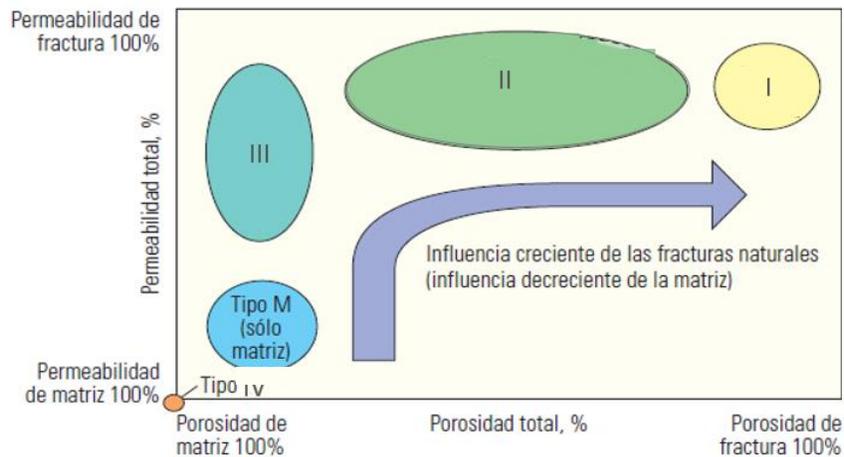


Figura 1.2 Sistema de clasificación de yacimientos naturalmente fracturados (Adaptación a partir de la clasificación de Nelson, 2001)

1.1.2 Problemática de los yacimientos naturalmente fracturados

Una de los principales problemas presentes en los yacimientos es el corte excesivo de agua o gas durante la vida productiva de un pozo. Esto ocasiona dificultades económicas tanto por la disminución en la producción de crudo como por los problemas en la separación de las fases y corrosión en las tuberías.

Algunas de las causas del inicio de la producción de agua o gas son:

- Perforación dentro de la zona de agua o gas o bien cercana a ésta.
- Canales formados por inyección de agua o desplazamiento natural del acuífero.
- Canalización a través de capas de alta permeabilidad o fracturas.
- Fisuras hacia el acuífero.

Una vez iniciada la producción en un yacimiento, puede estar presente o generarse un casquete de gas, este se conificará o canalizará con el tiempo al bajar el contacto gas-aceite hasta la zona de disparos, de esta forma, se tendrá un incremento drástico de la razón gas aceite (RGA) debido al aumento en la producción de gas.

Asimismo, en procesos de recuperación mejorada, la segregación gravitacional y canalización provocan una invasión temprana del fluido inyectado, reduciendo la eficiencia de barrido y obteniéndose una menor recuperación de aceite.

1.2 RESERVAS EN MÉXICO

En México se tienen yacimientos carbonatados y siliciclásticos que se encuentran entre los tipos uno y dos de la clasificación de Nelson (2001). Parte de los yacimientos carbonatados del país se integra por Cantarell, Ku-Maloop-Zaap, Complejo Bermúdez y Jujo-Tecominoacán, entre otros. Mientras que en los yacimientos siliciclásticos destaca el aceite terciario del Golfo y Cinco Presidentes.

Al primero de enero de 2016 México registró un nivel de reservas remanentes totales 3P de 26,140.3 millones de petróleo crudo equivalente (mmbpce). De las reservas probadas, la mayor concentración se encuentra en la región Marina Noreste con 9,964.2 mmbpce, seguida de la región Norte con 7,831.7 mmbpce, la Marina Suroeste con 5,207.7 mmbpce y la región Sur con 3,136.7 mmbpce (Comisión Nacional de Hidrocarburos, 2016).

El porcentaje de volumen original probado de aceite sometido a algún proceso de recuperación secundaria o mejorada se observa en la **Figura 1.3**.

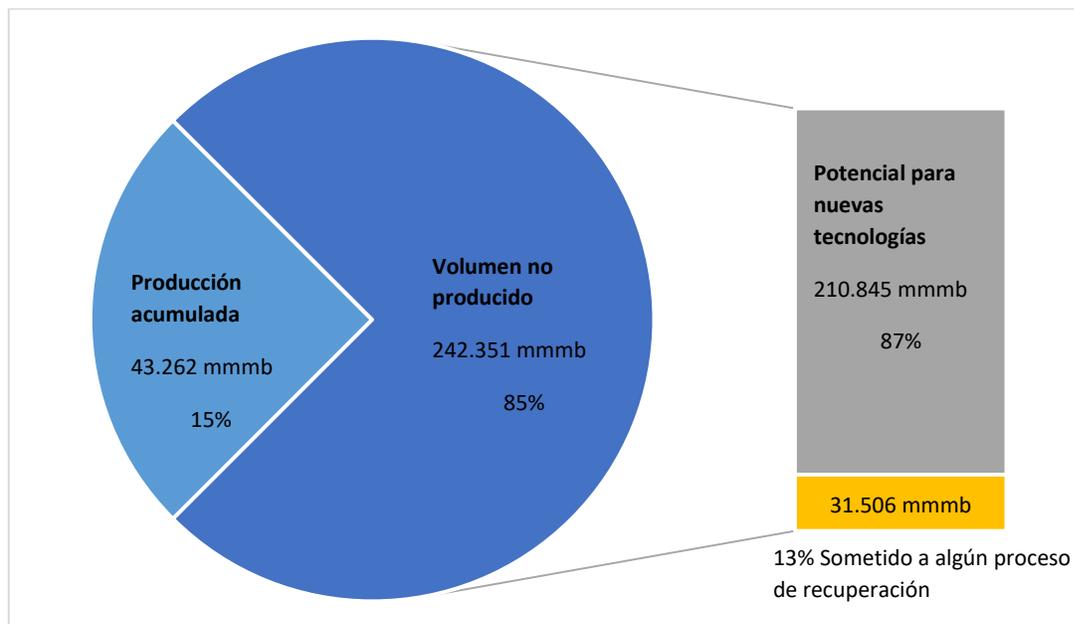


Figura 1.3 Distribución del volumen de aceite, producido y remanente. Actualizado de Rangel (2015)

1.3 RECUPERACIÓN MEJORADA

Se entiende como recuperación mejorada al volumen de aceite que se obtiene al inyectar fluidos que normalmente no se encuentran presentes en el yacimiento con el fin de alterar el comportamiento físico-químico de los fluidos y la roca del yacimiento (Lake, 1989).

Los métodos de recuperación se pueden clasificar en térmicos y no-térmicos. Como se muestra en la **Figura 1.4**.

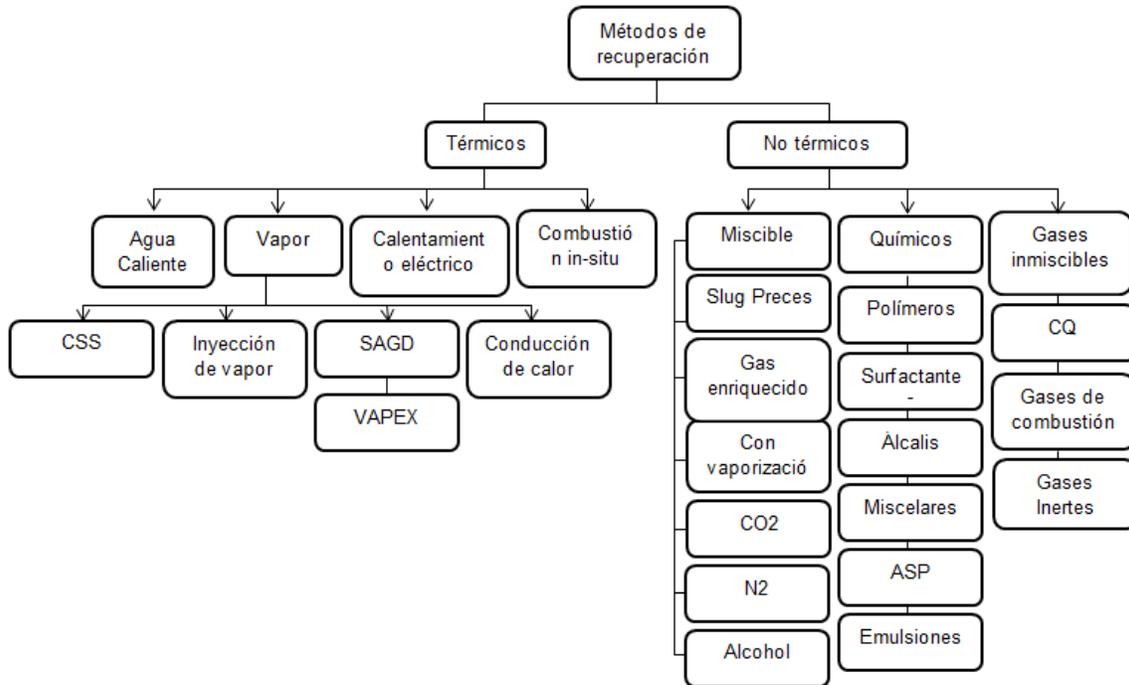


Figura 1.4 Esquema de los métodos de recuperación mejorada adaptación de Thomas, S. Enhanced Oil Recovery-An Overview. Oil and Gas Science and Technology-Rev.IFP, Vol. 6; 2008.

En lo referente a las espumas, éstas están formadas por una solución de surfactante y agua; el surfactante provee estabilidad a la espuma, una vez que colapsa o “coalesce”, éste queda libre provocando una modificación directa al sistema roca-fluido. Las espumas pueden generarse en el sitio o bien ser inyectadas en el yacimiento (preformadas). Debido a su composición se clasifican como un método químico, sin embargo, también pueden actuar como un proceso que mejora la eficiencia de barrido o como control de movilidad durante la inyección de gases (dióxido de carbono, nitrógeno, vapor, etc.) (Rossen 2014).

Las espumas, además de aumentar la recuperación de hidrocarburos, se usan para limitar la producción de gas o agua en pozos productores y controlar la movilidad en zonas con flujo de gas o agua (**Figura 1.5**).

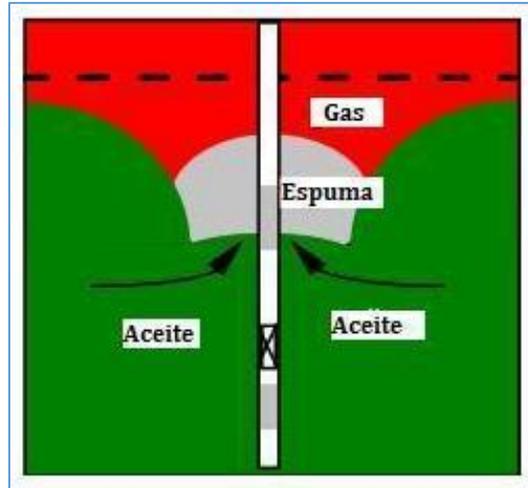


Figura 1.5 Esquema del control de la producción de gas mediante espumas (Kari, 2006).

Dicho de otro modo, la formación de espuma puede aumentar la eficiencia de barrido, al reducir la canalización de gas y la segregación gravitacional (Turta, 1998).

Se sabe que en México existen yacimientos fracturados que se prestan para la implementación de espumas. Recientemente, el Instituto Mexicano del Petróleo (IMP) probó la inyección de espuma en el campo Akal con resultados satisfactorios, no obstante, se tienen pocos registros de la aplicación en campos mexicanos (Villavicencio, 2011).

Por otro lado, no existen modelos robustos de flujo de espumas en medios porosos, por lo que las compañías operadoras continúan utilizando modelos de geometría cilíndrica tipo pistón para calcular la zona de penetración de la espuma inyectada.

1.4 JUSTIFICACIÓN

En México, a más del 85% del volumen original probado se le puede aplicar un proceso de recuperación secundaria y mejorada (Rangel, 2015). De este volumen original, más de la mitad se encuentra en yacimientos naturalmente fracturados y yacimientos maduros. Los yacimientos naturalmente fracturados cuentan con una porción de aceite remanente atrapado en la matriz, mientras que los yacimientos maduros presentan problemas de canalización o conificación de agua y gas. Tomando esto en cuenta, es necesario

implementar un método de recuperación que pueda mejorar la eficiencia de barrido en los medios fracturados, o bien, reducir los problemas de canalización.

Diferentes pruebas teóricas, experimentales y prácticas realizadas en el Instituto Mexicano del Petróleo (IMP), demuestran que la espuma tiene un comportamiento reológico adecuado para mejorar la eficiencia de barrido, controlar la canalización y estimular el drene gravitacional. Sin embargo, éstas se consideran un fluido complejo pues su comportamiento depende de la geometría del sistema y las velocidades de flujo.

Hasta el momento se tienen modelos que permiten predecir el comportamiento de la espuma en fracturas; sin embargo, en medios no fracturados, como la matriz, es necesario el desarrollo de los mismos. A pesar de que se han propuesto modelos de flujo de espumas en este tipo de medios, todavía se está lejos de modelar los procesos de manera adecuada.

Simular el comportamiento de la espuma en un medio homogéneo es fundamental para mejorar su aplicación, determinar el alcance de la espuma y en qué medida reduce la movilidad del gas o el agua. Este trabajo pretende contribuir al entendimiento de estos procesos mediante un modelo de balance de lamelas en un medio poroso homogéneo, con simetría radial en una dimensión. Una vez que se entienda el comportamiento de la espuma en medios homogéneos, se deberá trabajar en la interacción de ambos modelos, matriz-fractura para complementar el comportamiento.

CAPÍTULO 2

ESTADO DEL ARTE DE LAS ESPUMAS

2.1 DEFINICIÓN DE ESPUMA

Para los propósitos de este trabajo de tesis, la definición de espuma se trata desde dos puntos de vista, las espumas en bulto y las espumas en un medio poroso.

Bikerman (1973) determinó a la espuma en bulto (o en un medio libre) como un sistema coloidal definido mediante una aglomeración de burbujas de gas separadas entre sí por una pequeña película de líquido. Denominó espumas en bulto a las espumas cuyas dimensiones de la burbuja de gas son mucho menores a las dimensiones del espacio donde se encuentran contenidas.

El autor considera que se pueden clasificar de acuerdo a la agregación de las fases en:

- Gas disperso en líquido (espumas emulsión de gas)
- Líquido disperso en gas (niebla, líquido en aerosol)
- Gas disperso en sólido (espumas sólidas)

De forma similar, Schramm (1994) consideró a la espuma como una aglomeración de burbujas y la visualizó como una dispersión coloidal, en la que el gas está disperso en una fase continua de surfactante-líquido.

Es importante resaltar que las espumas se pueden clasificar en burbujas en forma esférica separadas por una gran cantidad de líquido, caso que se presenta para espumas húmedas o con gran cantidad de agua. Por otro lado, cuando la espuma es más seca, las burbujas tienen forma de poliedro. En ambos casos las burbujas se encuentran separadas por películas llamadas lamelas.

Las espumas que se encuentran en un medio poroso se comportan diferente ya que, generalmente, las dimensiones de los poros son iguales o menores a las dimensiones de la burbuja de gas, por tanto, se distingue la separación entre las dos fases, la fase gas y la fase líquida. En este medio, la fase gas ocupa la mayor parte del volumen de poro, dejando con menor volumen a la fase líquida con surfactante (Weaire y Hutzler, 1999).

Para Rossen (1994), las espumas en un medio poroso son fluidos que reducen la movilidad del gas en presencia de una disolución acuosa de surfactante, bajo las mismas condiciones de saturación de agua.

Gauglitz *et al.* (2002) definieron la espuma en un medio poroso como una dispersión discontinua, la fase líquida se encuentra en forma continua y la fase de gas se presenta en forma discontinua, debido a la presencia de películas delgadas de líquido que la separan.

Desde un punto de vista dinámico, existen tres componentes de una espuma en un medio poroso, la fase líquida, la fase gas fluyendo y la fase gas atrapado. **Figura 1.6**

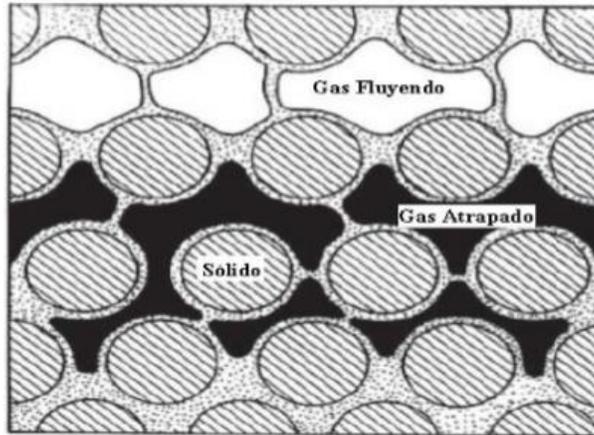


Figura 1.6 Representación esquemática del gas fluyente y gas atrapado como elementos de una espuma en medio un medio poroso. (Tanzil, 2001)

2.2 CARACTERÍSTICAS DE LA ESPUMA

2.2.1 Calidad

La calidad se refiere a la composición de la espuma, es decir, a las fracciones volumétricas de gas y líquido en la misma. Está definida como:

$$x = \frac{V_g}{V_g + V_L}, \dots \dots \dots (1.0)$$

donde V_g es el volumen de gas y V_L , el volumen de líquido. De la calidad depende el comportamiento físico de la espuma, de acuerdo a su calidad una espuma se puede clasificar en seca o húmeda.

Se considera una espuma seca aquella que tiene una calidad mayor a 0.8. Consiste en capas delgadas llamadas lamelas, que generan una fase gaseosa discontinua. Para una espuma seca las burbujas están formadas por caras en forma de polígono. Cuando una de estas caras se une con otra o con una superficie sólida se forma una línea continua en

el cruce de dos planos llamada “Borde de Plateau”, en esta región se encuentra la mayor cantidad de líquido. Así mismo, a la unión de bordes se le denomina vértice (Plateau, 1873). **Figura 1.7**

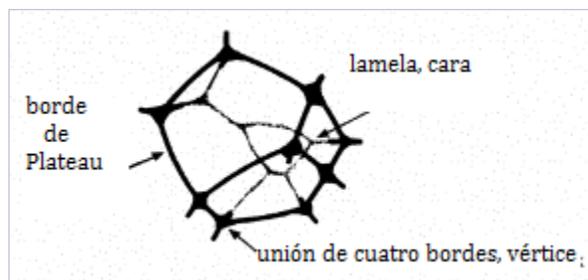


Figura 1.7 Características de una burbuja de gas en una espuma (Weaire y Hutzler, 1999)

Las espumas húmedas tienen una calidad menor o igual a 0.8, pero la geometría de la burbuja tiende a cambiar en función de la fracción de líquido, como se muestra en la **Figura 1.8** dónde la forma pasa de poliedro a esfera a medida que la fracción de líquido aumenta (Plateau, 1873).

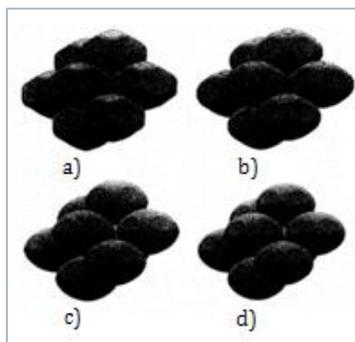


Figura 1.8 Incremento de la fracción de líquido de a) a d) (Weaire y Hutzler, 1999).

2.2.2 Espesor crítico

Una vez que la lamela está en equilibrio con el sistema, su espesor depende de la presión capilar mediante la curva de “presión de ruptura” (Π) (*disjoining pressure*, Derjaguin *et al.* (1935)), definida como el efecto combinado de las fuerzas atractivas y repulsivas dentro de la lamela. De esta forma la lamela se adelgaza a medida que aumenta la presión capilar, llegando a un “espesor crítico” (h^{cf}) a altas presiones capilares, dónde las fuerzas repulsivas rompen la estabilidad produciendo la unión entre dos burbujas. Como se observa en la **Figura 1.9** cuando los valores de Π son positivos indican una fuerza

repulsiva de la lamela, un valor negativo de Π indica una atracción de fuerzas (Ida y Miksis, 1996).

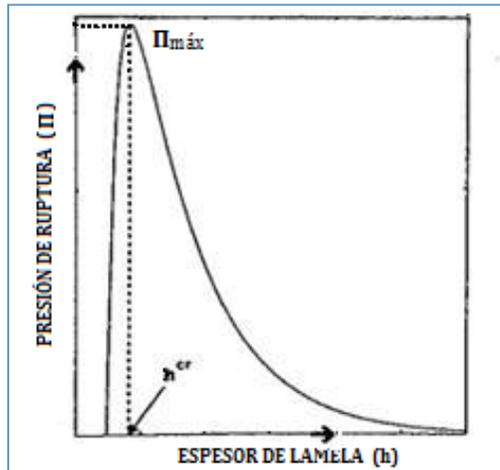


Figura 1.9 Esquema de la función de la presión de ruptura (Rossen, 1994).

Entre los elementos que provocan que la lamela colapse se encuentran el surfactante, la salinidad, el tipo de gas, entre otros.

2.2.3 Presión Capilar (P_c)

Como tal la presión capilar (P_c) se define como la diferencia de presión entre dos fases; en el caso de la espuma, la presión capilar es la diferencia de presión entre la fase gaseosa y la fase líquida.

La P_c interviene tanto en la textura como en la creación de lamelas en el medio poroso, por tanto, se requieren valores bajos de presión capilar ya que a valores altos las lamelas llegan a colapsarse. Esto depende del tipo de surfactante, concentración, tipo de roca, entre otras variables (por ejemplo véase Kam *et al.* (2004)).

2.2.4 Tensión Superficial

La tensión superficial se define como la fuerza que actúa tangencialmente por unidad de longitud en el borde de una superficie libre de un líquido en equilibrio y que tiende a contraer dicha superficie. Influye en la estabilidad de la espuma al igual que en la presión capilar.

Tabla 1. Tensión superficial de fluidos en relación con la espuma

LÍQUIDO	GAS Y CONDICIONES	TENSIÓN SUPERFICIAL mN/m (dinas/cm)
Agua	Aire (68 °F y 14.7 psi)	72 (45)
Agua	Vapor de agua (392 °F y 226 psi)	38 (47)
Surfactante Acuoso	Aire (68 °F y 14.7 psi)	29-40 (48-52)
Surfactante Acuoso	Aire (176 °F y 14.7 psi)	24-96 (46)
Surfactante Acuoso	CO ₂ (100 °F y 2000 psi)	3-5 (54,55)

2.2.5 Reología

Las espumas que se encuentran en espacios cuyas dimensiones son mayores a las de las burbujas de gas, se pueden tratar como un medio homogéneo y como un fluido no newtoniano (no exhiben una relación lineal entre la velocidad de corte y el esfuerzo), en el cual la velocidad del gas es similar a la velocidad del líquido. Existen complejidades en la reología de la espuma ya que al cambiar la presión cambia su calidad; por esta razón para construir un modelo reológico completo se deben conocer diversos parámetros fundamentales algunos de ellos son:

- Tamaño de la lamela
- Distribución del tamaño
- Distribución espacial del tamaño
- Calidad
- Gradientes de presión

Sin embargo, estos datos comúnmente se desconocen, por lo que se deben realizar pruebas de laboratorio para determinar el comportamiento reológico antes de que se inyecte al medio poroso.

Algunos modelos reológicos han desarrollado para caracterizar los diferentes efectos observados en la espuma. Blauer et al. (1974) modelaron la reología de las espumas mediante el modelo plástico de Bingham, mientras que Patton et al. (1983) las representaron como un fluido que se comporta semejante al modelo de Ley de Potencias. Otros investigadores como King (1985) y Reidenbach (1986) usaron un modelo más

riguroso, basado en el modelo plástico de Bingham y Ley de Potencias, al cual se le conoce como el modelo de Herschel-Bulkley (Ley de Potencias modificada).

2.3 ESPUMAS EN MEDIOS POROSOS

A escala de poro, al hablar de espumas en el medio poroso se hace referencia a un medio no isotrópico, en el que existen gargantas de poro por las cuales fluiría la espuma y otras donde estaría estática. En este sentido se puede tener espumas de gas continuo y espumas de gas discontinuo, esto fue abordado por Rossen en 1994 y en su trabajo se basa este subtema.

Las espumas de gas continuo se definen como la forma en la que se encuentra la espuma de tal manera que exista al menos un camino por el cual pueda fluir el gas en una red de poros que no estén bloqueados por lamelas. La fase gaseosa fluye como un fluido Newtoniano o a través del medio con una reducción de permeabilidad relativa al gas debido a las lamelas. **Figura. 2.0**

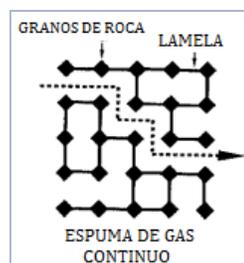


Figura 2.0 Espuma de gas continuo (Rossen, 1994).

Hay que mencionar que el fluido puede comportarse como no Newtoniano si el número o posición de las lamelas cambia con el ∇p (gradientes de presión generados por la caída de presión tanto en la espuma como en el agua una vez que se inyecta la solución de gas y surfactante). Grandes valores de ∇p pueden ocasionar que las lamelas estáticas comiencen a desplazarse, reduciendo la movilidad de la fase gaseosa, la cual, provoca una espuma de gas discontinuo.

La espuma de gas discontinuo se refiere a aquella en la cual todos los caminos para el flujo de gas están bloqueados por lamelas. En este tipo de flujo no hay movimiento de gas sin que exista un movimiento de lamelas en un área mínima de superficie, en la garganta

de poro, al exceder el ∇p mínimo para el movimiento de la espuma. En **Figura. 2.1** se aprecia la formación de una red de lamelas a través de los poros que impide el paso de la fase continua del gas.

Si el gas queda atrapado, el comportamiento de la fracción de líquido que fluye es no Newtoniano.



Figura 2.1 Espuma de gas discontinuo (Rossen, 1994).

2.3.1 Textura de la espuma

La textura se usa para cuantificar la población de burbujas de una espuma; se define como el número de lamelas por unidad de volumen. De acuerdo a la textura se puede tratar con diferentes tipos de espuma. Se llama “*espuma débil*” a aquella que tiene un número pequeño de lamelas con un tamaño grande de burbuja, ya que provee una reducción moderada en la movilidad del gas. Por otro lado, la “*espuma fuerte*” consiste en un gran número de lamelas con burbujas pequeñas, que presentan una reducción considerable en la movilidad del gas (Dholkawala et al, 2007). En la **Figura. 2.2** se muestran los dos tipos de espuma en comparación con un flujo convencional de gas y agua.

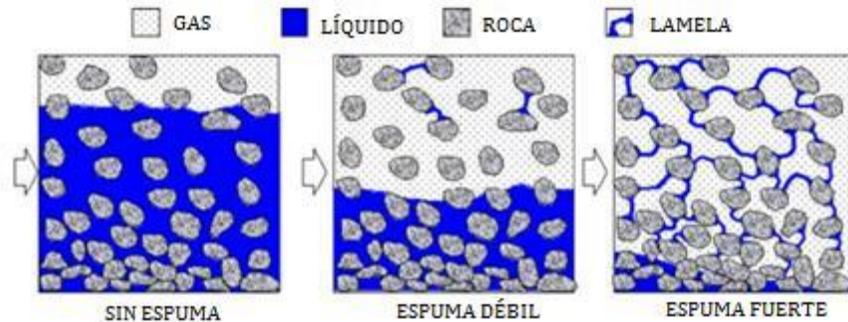


Figura 2.2 Comparación de un flujo convencional de agua-gas con una espuma débil y una fuerte (Dholkawala et al, 2007).

La textura interviene directamente en la reología de la espuma, sin embargo, no hay técnicas confiables para su medición directa. Así mismo es posible interferir la textura de la espuma mediante datos de viscosidad aparente del gas o perfiles de presión (Hirasaki *et al.* 1985).

2.4 MECANISMOS DE FORMACIÓN DE ESPUMAS

En la formación de espumas a nivel de poro existen tres mecanismos básicos de generación; snap-off, división de lamelas y *leave-behind*. Los primeros dos originan espumas fuertes (gas discontinuo) mientras que *leave-behind* genera espumas débiles (gas continuo).

2.4.1 Snap-Off

Ocurre cuando una porción de gas pasa por una garganta de poro que inicialmente está cubierta de líquido, (en este punto, la curvatura de la interface y la presión capilar se encuentran en equilibrio) el gradiente de presión empuja al líquido, que al salir por la garganta del poro estrangula la burbuja de gas, de esta forma parte del gas queda atrapado formando otra lamela (Kovscek y Radke, 1994). **Figura. 2.3**

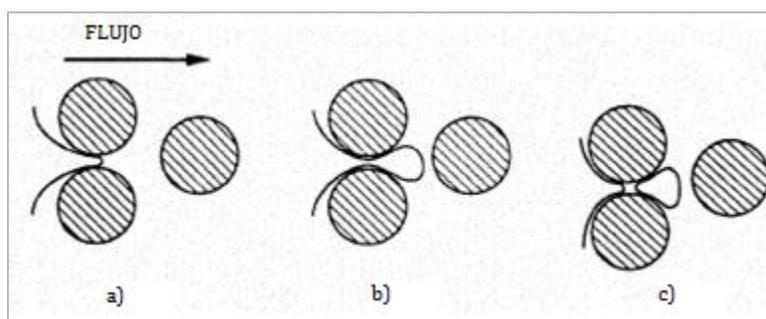


Figura 2.3 Esquema del mecanismo de formación de espumas por “*Snap-off*”; (a) entrada de gas en una garganta de poro, (b) la burbuja de gas pasa al poro y (c) el líquido forma una lente en la garganta de poro (Kovscek y Radke, 1994).

Para que este mecanismo se lleve a cabo deben cumplirse al menos estas condiciones:

- Debe haber una cantidad suficiente de la fase mojante (líquido).

- La presión del líquido en la garganta de poro debe ser menor que la que se tiene en la superficie original.

En efecto, la presión capilar de la superficie principal debe ser menor que el valor al cual el mecanismo de *snap-off* crea una nueva lamela P_c^{sn} ; este valor fue discutido por Kovscek y Radke (1994), quienes concluyeron que es aproximadamente la mitad del valor necesario para que la espuma ocupe la garganta de poro P_c^e . De esta forma, se debe incrementar la presión capilar hasta P_c^e para ocupar la garganta de poro y luego disminuir la presión capilar hasta alcanzar el valor crítico de P_c^{sn} , y así formar una nueva lamela, se muestra en la siguiente figura.

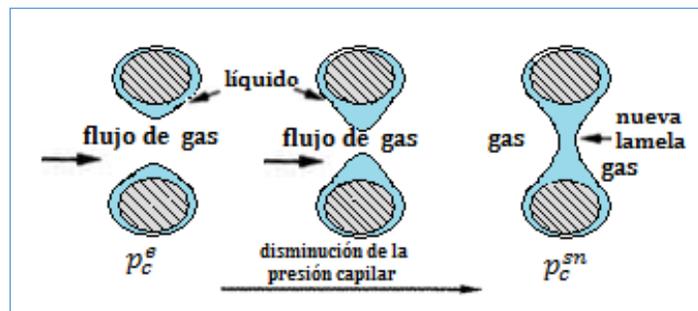


Figura 2.4 Disminución de la presión capilar para la formación de una lamela mediante el mecanismo Snap-off. Esquema del mecanismo de formación de espumas por “Snap-off”; (a) entrada de gas en una garganta de poro, (b) la burbuja de gas pasa al poro y (c) el líquido forma una lente en la garganta de poro (Kovscek y Radke, 1994)

Es posible concluir que el mecanismo de *snap off* depende de la saturación de líquido y de la presión capilar del medio poroso.

2.4.2 División de las lamelas

Se produce cuando una lamela en movimiento encuentra una ramificación de flujo, como resultado esta pudiera partirse y originar dos flujos diferentes, **Figura. 2.5**. Para que esto suceda debe existir por lo menos una lamela y el gradiente de presión debe ser suficientemente grande para poner en movimiento a la lamela (Kovscek y Radke, 1994).

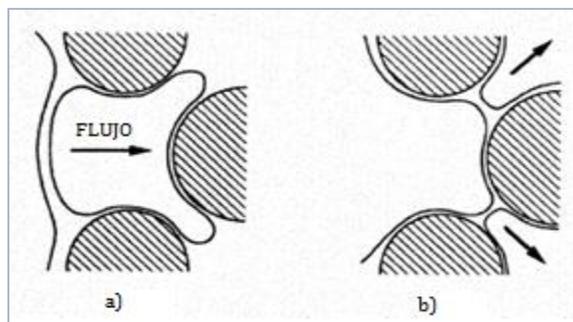


Figura 2.5 Esquema del mecanismo de División de lamelas (Kovscek y Radke, 1994).

Este mecanismo genera espumas fuertes (gas discontinuo) y está gobernado por el gradiente de presión, geometría del poro y el tamaño de burbuja. El tamaño de la burbuja debe ser mayor que el cuerpo del poro para que la lamela cruce el espacio poroso. De otra forma la burbuja sólo fluiría a través de uno de los dos caminos del punto de ramificación (Kovscek y Radke, 1994).

2.4.3 “Leave-behind”

Este mecanismo se lleva a cabo cuando dos flujos de gas invaden de forma adyacente un medio poroso saturado de líquido, creando una lamela en la garganta entre los dos poros, como se muestra en la **Figura 2.6**.

La movilidad del gas durante el proceso es alta, lo cual refleja que gran cantidad de las lamelas creadas pueden destruirse por el proceso de drene. El proceso “leave behind” produce espumas débiles (Kovscek y Radke, 1994).

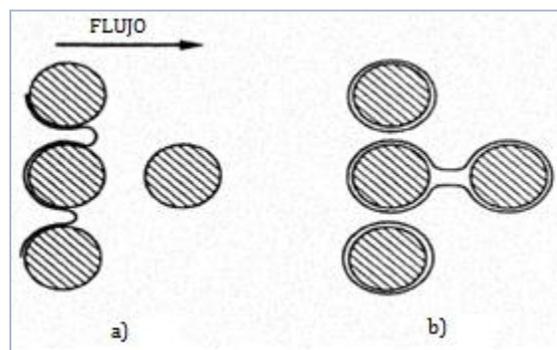


Figura 2.6 Esquema del mecanismo de Leave-behind (Kovscek y Radke, 1994).

2.5 MECANISMOS DE DESTRUCCIÓN DE ESPUMAS

Se conocen dos mecanismos de coalescencia de la espuma, succión capilar y difusión del gas, siendo la succión capilar el proceso más común.

2.5.1 Succión capilar

La existencia de una lamela se debe a la presión capilar en la película de líquido, principalmente causada por las interacciones intermoleculares. Para la coalescencia, se tiene una presión de ruptura que es la combinación de fuerzas de atracción y repulsión en una lamela y está en función del espesor de la misma; si la presión de ruptura adquiere un valor negativo la lamela se colapsará, pues las fuerzas de atracción de Van der Waals son las que predominan y ya no las fuerzas de atracción y repulsión.

El movimiento de la lamela también interviene en este mecanismo de destrucción. Cuando una película se encuentra estática, la presión de ruptura y la presión capilar son iguales, es decir, la película se encuentra en equilibrio con la superficie de la interface, dependiendo de la saturación de líquido mojante. Durante el drene la saturación de líquido disminuye, por lo que la presión capilar incrementa; de esta forma la lamela decrece hasta alcanzar un Π_{max} (h_{max}), si el valor de la presión capilar supera el valor máximo de la presión de ruptura Π_{max} , la lamela se rompe tal como se muestra en la **Figura 1.9**. Cuando las burbujas están en movimiento, el comportamiento es más complicado; una lamela en movimiento, al pasar por una garganta de poro oscila en sus valores del espesor de la película de líquido, desde los valores de equilibrio, como si se comportara de forma estática, hasta valores que podrían causar su coalescencia, al extenderse mientras pasa por el cuerpo del poro (**Figura. 2.7**). Una lamela es menos estable en movimiento; por tanto, una película que tenga superficie móvil se romperá después de pasar por la garganta del poro si su espesor es menor al espesor crítico h_{cr} , lo cual ocurre a una presión capilar límite P_c^* , menor que la presión de ruptura máxima Π_{max} (Kovscek y Radke, 1994).

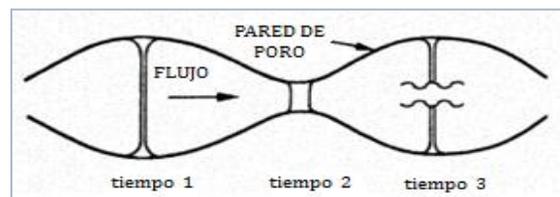


Figura 2.7 Lamela a través de una garganta de poro (Kovscek y Radke, 1994).

Hirasaki y Miler (1997) encontraron que cuando un surfactante genera una película superficial inmóvil sobre el medio poroso, una lamela en movimiento puede ser más estable que una estática, por lo que la selección del surfactante es importante para la estabilidad de la espuma en un medio poroso.

2.5.2 Difusión de Gas

Este mecanismo ocurre por la diferencia de energía del gas dentro la burbuja, y el gas que se encuentra en la parte cóncava de la burbuja, el cual, tiene mayor presión capilar que en el lado convexo, por lo tanto, el gas del lado cóncavo se propaga hacia el lado convexo a través de la película de líquido, debilitándola esto puede ocasionar una ruptura.

Figura.2.8

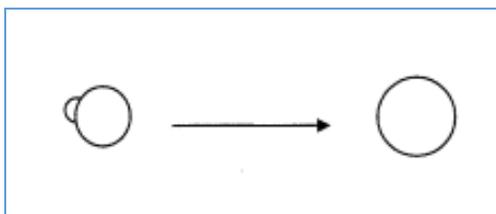


Figura 2.8 Destrucción por difusión del gas.

2.5.3 Función del surfactante en la espuma

El término “surfactante” proviene de las palabras en inglés “Surface Active Agent”, que como su nombre lo indica es un agente de superficie o tensoactivo en la interface de las fases (Neogi, 1987). Los surfactantes son sustancias que poseen un grupo polar (hidrofílico), soluble en agua, y un grupo no-polar (hidrófobo), soluble en aceite.

Los surfactantes reducen la tensión interfacial debido a su tendencia a adsorberse en la interface entre el medio polar y el no polar. Generalmente, se representan mediante una “cabeza” y “cola”, donde la cola tiene afinidad por el medio no polar (aceite) y la cabeza por el medio polar (Miller, 1987). **Figura 2.9.**

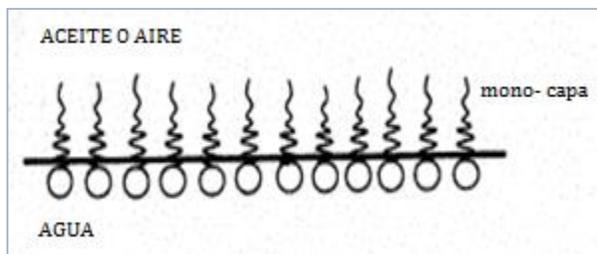


Figura. 2.9. Esquemas del comportamiento de un surfactante (Tanzil, 2001).

Como se ve en la Figura 2.9, algunas moléculas de surfactante se adsorben en la interfase aire/agua o aceite/agua y forman una mono-capa. A concentraciones bajas de surfactante, las moléculas restantes se disuelven en la solución como monómeros de surfactantes. Para valores superiores a la concentración crítica, las moléculas de surfactante forman acumulaciones llamadas “micelas”. La concentración crítica de surfactantes a la cual las micelas son formadas es llamada Concentración Micelar Crítica (CMC). La concentración de surfactante por encima de la CMC solo causan un crecimiento en la concentración de micelas.

En las espumas la función del surfactante es estabilizar. Para las espumas usadas en el control de la movilidad del gas, el surfactante puede estabilizar las lamelas ya que la parte polar es adsorbida en la película del líquido y hace que la espuma sea menos vulnerable a la ruptura. Otra forma de alcanzar estabilización, es mediante la concentración de surfactante en la solución acuosa, ya que la viscosidad de la espuma puede variar severamente. A mayor concentración de surfactante, hay un aumento en la viscosidad de la superficie de la película del líquido, provocando una disminución en el movimiento de las lamelas.

Experimentalmente Raza (1970) midió la resistencia del flujo de espuma a concentraciones de surfactante bajas. Teniendo un incremento de 0.005 a 0.01% de la fase líquida, la resistencia al flujo incrementaba drásticamente, mientras que cuando la concentración incrementaba del 1 al 5% la resistencia de flujo disminuía. Lo anterior ocurre debido a que se alcanza la CMC. El mismo comportamiento lo observaron Lee *et al.* (1990) utilizando concentraciones de surfactante de 0.05 a 1% en núcleos de areniscas, con permeabilidades de 0.4 a 300 md.

Así mismo, Bernard y Holm (1961) observaron el comportamiento de una espuma con calidad mayor al 50%, para concentraciones de surfactante de 0.01%, 0.1% y 1%. En los tres casos se observó una reducción en la permeabilidad del gas de 3890 a menos de 1

Estado del arte

md en núcleos de arena. A mayor cantidad del gas en la espuma, la disminución de la permeabilidad al gas mostró una dependencia en la concentración del surfactante.

CAPÍTULO 3

FLUJO DE ESPUMAS EN UN MEDIO POROSO

3.1 PRINCIPIOS DEL FLUJO EN UN MEDIO POROSO

Es posible representar un medio poroso como una red de huecos que pueden o no estar comunicados entre sí mediante gargantas de poro que permiten el contacto entre los fluidos presentes.

El flujo en el medio poroso puede describirse por la ley de Darcy, considerando bajos números de Reynolds y que el medio esté ocupado por un fluido Newtoniano. Sin embargo, las espumas se consideran un fluido no Newtoniano; por tanto el flujo está representado mediante las ecuaciones de balance de lamelas, conservación de masa y la Ley de Darcy.

3.2 FLUJO DE ESPUMAS EN UN MEDIO POROSO

El flujo de espumas en el medio poroso está relacionado con la geometría y conectividad de los poros; por tanto, se debe tener en cuenta que los medios permeables son caracterizados por la distribución del tamaño del cuerpo y las gargantas de poro.

El cuerpo del poro no tiene forma geométrica definida, teniendo efecto en la mojabilidad y a su vez en el flujo de fluidos. Para poros grandes la fase no mojanete se encuentra en la parte central del poro y la fase mojanete se presenta principalmente en las esquinas del flujo y en la película de líquido están en contacto con la pared del poro, tal como se observa en la **Figura 3.0**. Los poros pequeños son ocupados completamente por la fase mojanete por lo que pocas veces se puede extraer su contenido (Kovscek y Radke, 1994).



Figura 3.0 Vista seccional de un poro en donde la fase mojanete se encuentra en la esquina del poro (Kovscek y Radke, 1994).

Cuando se tiene flujo bifásico la fase no mojante viaja a través de los poros grandes, ya que cuando los gastos se reducen y dominan las fuerzas capilares, la presión capilar es establecida por la saturación local de la fase mojante y el valor de la tensión interfacial.

En el flujo de burbujas a nivel de poro, la fase mojante fluye como fase independiente en los espacios porosos pequeños; esto significa que la presencia de espumas no cambia la permeabilidad relativa a la fase mojante. Cuando la solución fluye y atrapa gas existente, esta fase viaja por los poros más grandes, porque existe menos resistencia al flujo que en los poros más pequeños (Craig,1971).

Por otro lado, el flujo de espumas en medios porosos se ve afectado por el tipo de espuma, ya sea una espuma fuerte (gas discontinuo) o una espuma débil (gas continuo), pues si se tiene un gas discontinuo se requiere de un gradiente de presión mayor para que la espuma fluya, por el contrario, al tener un gas continuo, aunque disminuye el control de movilidad del gas, el flujo ocurre con mayor facilidad.

En resumen, los factores más importantes que intervienen en el movimiento y el entrampamiento de las espumas son; el gradiente de presión, velocidad del gas, geometría del poro, tamaño de la burbuja y la longitud del tren de burbujas. Aumentando el gradiente de presión es posible abrir nuevos canales, los cuales pudieran ocuparse por gas entrampado (Craig,1971).

3.2.1 Efecto de la Mojabilidad en la Espuma

Los mecanismos de generación de espumas “snap-off”, división de lamelas y “leave-behind” se llevan a cabo de mejor manera cuando la roca está mojada por agua. Si existen zonas en el medio poroso mojadas por agua y otras por aceite, es decir, si se tiene una mojabilidad fraccional; en los sitios mojados por aceite no se tendrá una formación de espumas buena, siendo escasa aun cuando existan lamelas.

Sin embargo, se ha demostrado una generación de espumas efectiva en medios inicialmente mojados por aceite cuya saturación ya es baja, ya que permiten que el surfactante se adsorba en la pared del poro (Kovscek y Radke, 1994).

3.2.2 Flujo de Espumas en Tubos Capilares

Hirasaki y Lawson (1985) realizaron estudios de espumas en tubos capilares. Los autores define la viscosidad aparente debida al bache de líquido como:

$$\mu_{ap}^{líq} = \mu \cdot L_s \cdot n_L, \dots \dots \dots (1.1)$$

Donde, L_s es longitud del bache de líquido, n_L es el número de lamelas equivalentes por unidad de longitud y μ es la viscosidad del líquido.

En este sentido la configuración de las burbujas dentro del tubo capilar puede variar dependiendo del tamaño del bache, tal como se muestra en la **Figura 3.2**.

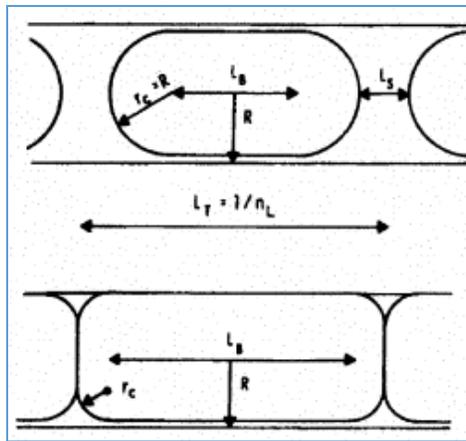


Figura 3.2 Configuración de la burbuja cuando están separadas y cuando se encuentran en contacto (Hirasaki y Lawson, 1985).

La expresión para la pérdida de presión dinámica neta a través de una burbuja de gas es:

$$\Delta p_{dinámica} = 2.26 \left(\frac{\sigma}{r_c} \right) \left(3\mu \frac{U}{\sigma} \right)^{2/3} \left[\left(\frac{r_c}{R} \right)^2 + 1 \right], \dots \dots \dots (1.2)$$

donde, U , es la velocidad de la burbuja, σ , es la tensión superficial, r_c , es el radio de curvatura de la interfase gas-líquido y R , el radio capilar

Finalmente, con base en el gradiente de tensión superficial, la ecuación de viscosidad aparente que desarrollaron fue la siguiente:

$$\mu_{ap}^{grad} = (\mu n_L R) \frac{(3\mu U)^{-1/3}}{\sigma} \sqrt{N_s} \frac{(1 - e^{-N_L})}{(1 + e^{-N_L})}, \dots \dots \dots (1.3)$$

Donde, N_L , es la longitud adimensional de la porción de la lamela. Describe el grado de movilidad de la interfase y N_s , es el número adimensional por el efecto del gradiente de la tensión superficial

La relación entre los dos números adimensionales es:

$$N_L = \frac{-2L_B}{(P)_c (3\mu U / \sigma)^{\frac{1}{3}} r_c \sqrt{N_s}}, \dots \dots \dots (1.4)$$

donde $(P)_c$, es un coeficiente del modelo y L_B , es la longitud de la lamela perteneciente a la burbuja. Cuando N_L es grande, μ_{ap}^{grad} es independiente del valor exacto de N_L por lo que el valor de N_s se puede estimar. Para el valor del coeficiente $(P)_c$ puede estimarse cuando N_L es pequeño.

Encontraron que la viscosidad aparente es la suma de tres mecanismos, los baches de líquido presentes entre las burbujas de la espuma; la resistencia a la deformación de la interfase cuando una burbuja de la espuma pasa a través de un capilar y el gradiente de tensión superficial cuando el material activo de la superficie es barrido del frente de la burbuja y se acumula detrás de ella (**Figura 3.3**)

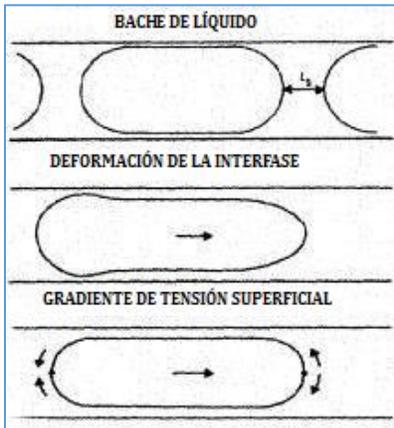


Figura 3.3 Mecanismos que afectan la Viscosidad Aparente en capilares lisos (Hirasaki y Lawson, 1985).

Asimismo, concluyeron que es posible determinar si la espuma se encuentra en bulto o en cadena de burbujas, separadas por una lamela, mediante la textura, ya que es una medida del volumen de la burbuja. Por otro lado, hallaron una dependencia entre la viscosidad aparente y el radio del tubo capilar; y a velocidad constante la velocidad aparente es proporcional al radio elevado a 2.5 (para radios menores al radio de la burbuja). Mientras que a mayores que el de la burbuja, es proporcional a 2.0.

La dependencia entre la viscosidad aparente de la espuma y la textura también es dependiente del radio del capilar; para radios menores a la del radio capilar, el radio de la burbuja se eleva al exponente -2.0, mientras que para radios equivalentes mayores al radio del capilar, se eleva a -3.0.

3.2.3 Efectos de las heterogeneidades en el flujo de una espuma

Las espumas tienen aplicación en medios porosos no homogéneos principalmente, pues presentan mayor estabilidad en regiones de alta permeabilidad. Para el control de movilidad del gas, se sabe que las espumas tienen una reducción más eficiente de la movilidad en zonas con alta permeabilidad (Turta y Singhal, 1998).

En cuanto a la estabilidad de las espumas la presión capilar desempeña un papel importante, cuando esta incrementa, se requiere menor trabajo para que la lamela se rompa. Khatib *et al.* (1988) presentaron el concepto de “presión capilar crítica o límite (P_c^*)”, para valores por arriba de esta presión el tiempo de vida de las lamelas es sumamente corto. La presión capilar límite es función de la saturación, por lo tanto, a una presión capilar crítica le corresponde una saturación de agua crítica (S_w^*) como se muestra en la Figura 3.4.

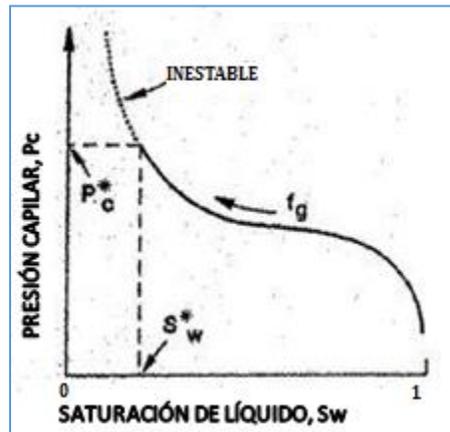


Figura 3.4 Curva de presión capilar durante un desplazamiento de dos fases (Khatib *et al.*, 1988).

Asimismo, Khatib *et al.* (1988) determinaron que por debajo de algunas permeabilidades la presión capilar crítica llega a ser menor que la presión capilar de entrada, lo que implica que la lamela deja de ser estable y colapsa.

En la parte experimental Casteel y Djabbarah (1988) concluyeron que las espumas fueron preferencialmente generadas en núcleos con mayor permeabilidad y que el CO₂ se podría desviar a partes menos permeables, presentando una buena eficiencia de barrido.

Al investigar las características de propagación de espumas en núcleos de arena con permeabilidades contrastadas, Siddiqui *et al.* (1997) descubrieron que la propagación es función del gasto total, el contraste de permeabilidades y la calidad de la espuma.

3.3 TEORÍA DE FLUJO FRACCIONAL PARA FLUJO DE ESPUMAS

La teoría de flujo fraccional fue presentada por Buckley y Leverett (1941) para describir el desplazamiento miscible e inmiscible en el medio poroso.

Para simplificar su desarrollo considera ciertas suposiciones:

- El flujo es en una sola dimensión, a través de un medio permeable isotérmico.
- Las propiedades de la roca y de los fluidos son independientes de la presión. El gas se considera incompresible.
- Los fluidos no reaccionan químicamente con la roca, excepto que existe la adsorción del surfactante.
- La dispersión es despreciable así como los efectos del gradiente de la presión capilar.
- Las condiciones iniciales son uniformes en el medio poroso.
- Las fases toman inmediatamente el estado estable por cambios en su saturación, flujo fraccional y la presencia o ausencia de surfactante.
- Al menos existen dos fases (agua y gas) o tres fases (agua y/o aceite, gas y surfactante).

Rossen *et al.* (1999) mostraron que si una o varias de estas suposiciones no se consideran, aun así la teoría puede representar mecanismos complejos en lo referente al desplazamiento de espumas en el medio poroso.

Para flujo convencional de dos fases (gas-agua), el flujo fraccional de agua es definido por:

$$f_w = \frac{u_w}{u_t} = \frac{u_w}{u_g + u_w}, \dots \dots \dots (1.5)$$

Donde f_w , es el flujo fraccional de la fase líquida, u_w , es el flujo volumétrico de líquido o gasto entre unidad de área (velocidad superficial o de Darcy), u_g , es el flujo volumétrico de la fase gaseosa, u_t , el flujo volumétrico total.

Para desplazamiento horizontal, en función de las propiedades de los fluidos y del medio poroso; despreciando el gradiente de presión capilar, la ecuación 1.5 toma la siguiente forma:

$$f_w = \frac{(k_{rw}/\mu_w)}{(k_{rw}/\mu_w) + (k_{rg}/\mu_g)} = \frac{1}{1 + \frac{\mu_w}{k_{rw}} \frac{k_{rg}}{\mu_g}}, \dots \dots \dots (1.6)$$

Dholkawala *et al.* (2007) utilizaron la función de Corey para determinar las permeabilidades relativas a la fase agua y gas, como se muestra a continuación:

$$k_{rw} = 0.7888 \left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{gr}} \right)^{1.9575}, \dots \dots \dots (1.7)$$

$$k_{rg} = \left(\frac{1 - S_w - S_{gr}}{1 - S_{wc} - S_{gr}} \right)^{2.2868}, \dots \dots \dots (1.8)$$

Donde, S_{wc} , es la saturación del agua congénita, S_{gr} , es la saturación del gas residual y S_w , la saturación total de líquido. Así mismo para la viscosidad y la permeabilidad relativa, integraron la textura de la espuma mediante la interacción de la velocidad de destrucción y creación de lamelas. En estado estable la textura de la espuma (n_f) se define:

$$n_f = \left(\frac{C_g}{C_c} \right) (S_w - S_w^*)^n S_w (\nabla p)^m, \dots \dots \dots (1.9)$$

Donde, C_g y m son parámetros del modelo de la velocidad de creación de lamelas; C_c , n : parámetros de la velocidad de coalescencia de lamelas, S_w^* , la saturación de agua que le corresponde a la presión capilar límite.

Para determinar la viscosidad del gas, tomaron en cuenta la ecuación de Hirasaki y Lawson (1985), resolviendo simultáneamente la velocidad del gas.

A partir de las ecuaciones mencionadas anteriormente, Dholkawala *et al.* (2007) pudieron desarrollar, a diferentes valores de velocidad total, la curva de flujo fraccional, los perfiles presión y saturación y el perfil de textura de la espuma. Con esta información, formaron la gráfica tridimensional de flujo fraccional (Figura 3.5)

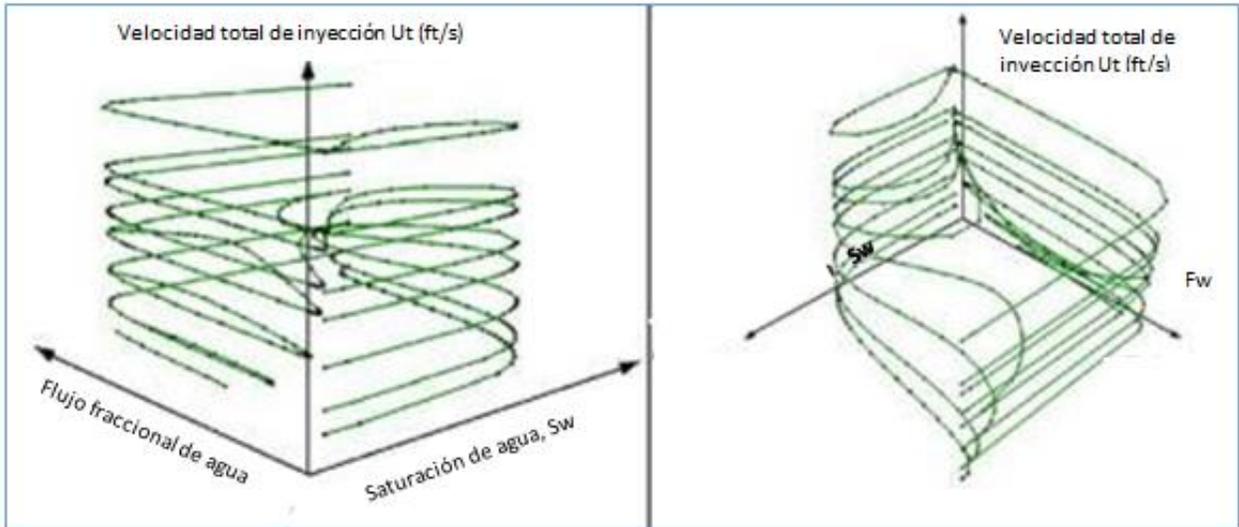


Figura 3.5 Curva de flujo fraccional en tercera dimensión a diferentes valores de u_t (Dholkawala et al, 2007).

3.4 FLUJO DE ESPUMA EN UN MEDIO POROSO HOMOGÉNEO

3.4.1 Movilidad de la espuma

Una vez que la espuma está en el medio poroso se considera como una fase compuesta formada a partir de las fases líquida y gaseosa inyectadas en el medio.

Sin tomar en cuenta al aceite (o en una roca mojada por agua), una parte del líquido ocupa los poros más pequeños y se encuentra separada del gas, por lo tanto, la función de permeabilidad relativa y viscosidad de la fase líquida no son significativamente afectadas por la espuma, tal como lo sugieren Bernard y colaboradores (1965). Ellos proponen la siguiente expresión:

$$k_{rw}^f = c(S_w), \dots \dots \dots (2.0)$$

Donde la k_{rw}^f es la permeabilidad relativa al agua en presencia de espuma, k_{rw}^f es la permeabilidad relativa al agua sin espuma y S_w es la saturación de agua.

La espuma afecta indirectamente la movilidad del agua cambiando su saturación, y directamente la movilidad del gas, por lo tanto, predecir la movilidad del gas en presencia de espuma permite estimar la movilidad de la misma. En un medio con espuma, la movilidad del gas depende principalmente de la textura. Las diferentes formas de modelar la movilidad del gas se muestran a continuación.

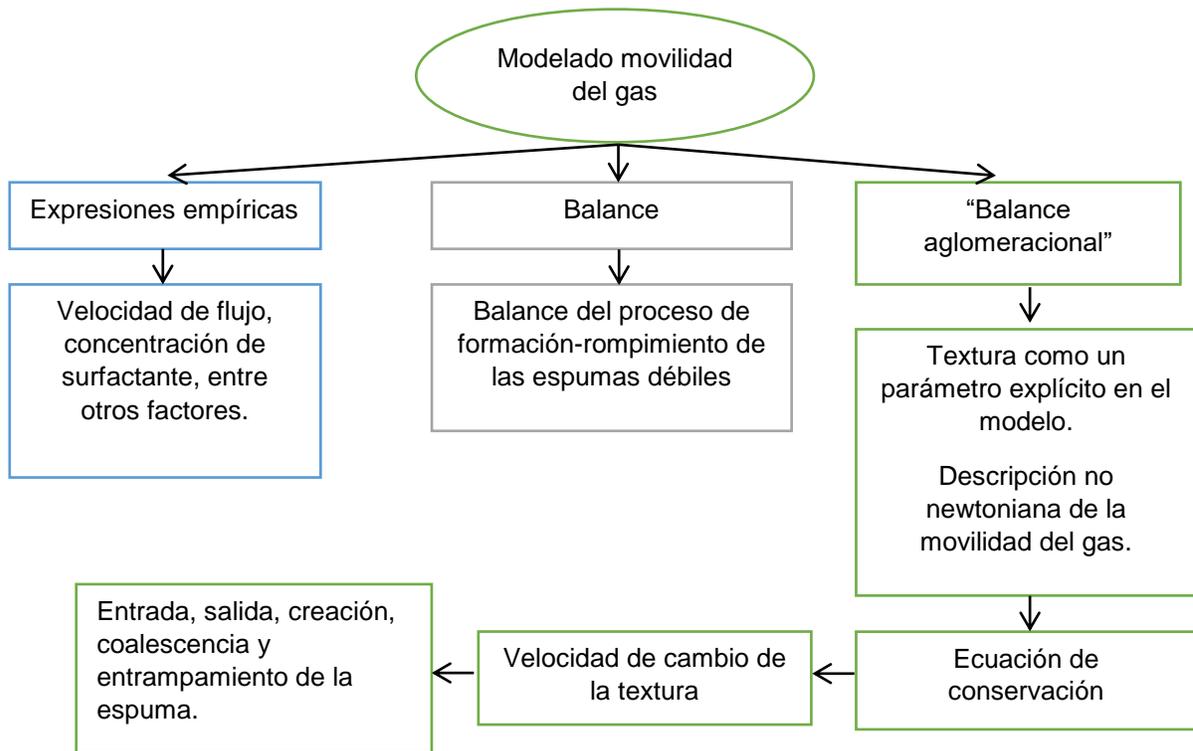


Figura 3.6 Esquema de los modelos de balance del gas.

En el presente trabajo se usó el modelo de balance aglomeracional.

Se sabe que el tamaño de burbuja es un factor importante para la movilidad. Falls *et al* (1989) encontraron que a bajos gradientes de presión, los núcleos se llenaron de burbujas atrapadas, ocasionando que la espuma inyectada formara un tren a través del medio.

Experimentalmente, se ha encontrado que, en las gargantas de poro, las fuerzas capilares oponen resistencia al movimiento de las lamelas, llegando a inmovilizarlas dependiendo de la presión, esto sugiere que la espuma tiene un efecto sobre la permeabilidad relativa, donde bloquea los caminos de flujo del gas mediante lamelas inmóviles.

Los caminos por los cuales puede fluir la espuma dependen del gradiente de presión, siendo estos mayores al incrementar el gradiente. En contraparte, existe un gradiente mínimo (∇p^{min}) por debajo del cual la espuma, de textura dada, no podrá fluir.

Así mismo, el gradiente de presión controla las condiciones bajo las cuales se puede formar una espuma fuerte o débil en el medio, como lo muestra la Figura 3.7. Gauglitz *et al.* (2002) determinaron la relación de ∇p^{min} con la permeabilidad y la manera que influye en la estabilidad de la espuma.

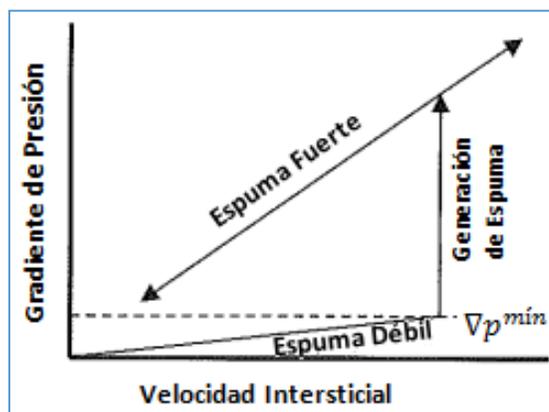


Figura 3.7 Relación entre el gradiente de presión y la velocidad intersticial (Gauglitz et al, 2002).

3.5 FLUJO DE ESPUMAS EN MEDIOS POROSOS FRACTURADOS

El flujo de espumas tiene preferencia por caminos de mayor permeabilidad en medios heterogéneos, en estos casos, la espuma se desplaza por estos caminos incrementando la resistencia al flujo, por lo que los fluidos inyectados son desviados a zonas de menor permeabilidad y se incrementa la eficiencia de barrido.

3.5.1 Viscosidad Aparente

Wei Yan et al. (2006) encontraron experimentalmente que la textura es la característica que más influye en la viscosidad de la espuma. Una resistencia mayor al flujo es producto de una textura más fina, es decir, mayor cantidad de lamelas por longitud.

Los autores experimentaron con dos placas de vidrio paralelas con diferentes aperturas entre sí, con una longitud de 35.56 cm y 20.32 cm de ancho de superficie pulida. (Figura.3.8)

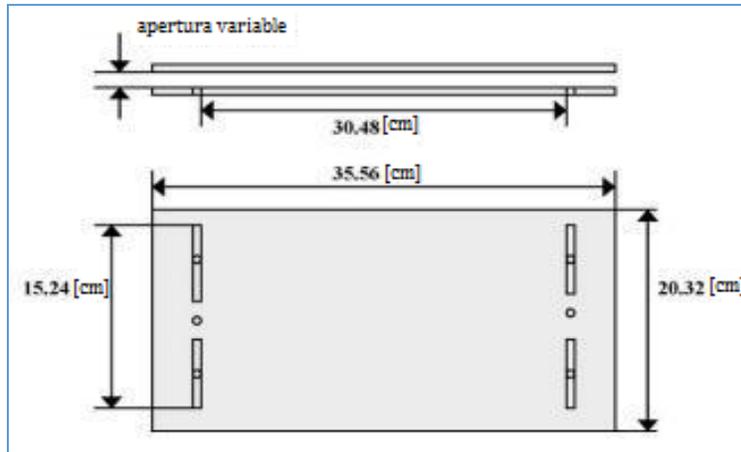


Figura 3.8 Diagrama detallado del modelo de fractura homogénea (Wei Yan et al, 2006).

El objetivo de los experimentos fue medir el efecto del gasto, flujo fraccional, apertura de fracturas y tamaño de burbujas sobre la viscosidad aparente de la espuma. La apertura de las placas fue menor al diámetro equivalente de las burbujas, por lo tanto, no se observó destrucción de las lamelas y se detectó un flujo de burbujas unitarias a través de las placas.

Obtuvieron la viscosidad aparente de la espuma mediante la ecuación Plane-Poiseuille (ec. 2.1), midiendo el diferencial de presión a través de la fractura. Los resultados que obtuvieron no reflejaron un cambio considerable a los encontrados por Hirasaki y Lawson (1985).

$$\mu_{ap} = \frac{b^2 |\nabla p|}{12 u} \dots \dots \dots (2.1)$$

Donde, μ_{ap} , es la viscosidad aparente, $|\nabla p|$, la magnitud del gradiente de presión, b , es la apertura de la fractura y u , la velocidad de la burbuja.

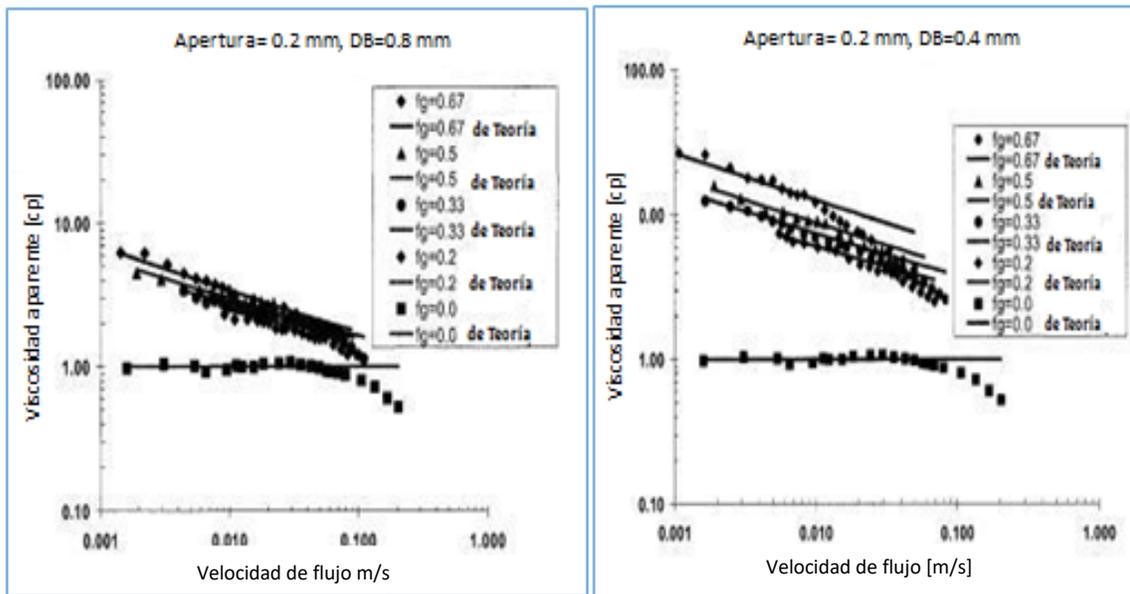


Figura 3.9 Efecto de la velocidad de flujo y del flujo fraccional en la viscosidad aparente de la espuma para una apertura de 0.2 mm y diferentes diámetros de burbuja [mm] (Wei Yan et al, 2006).

Las Figura 3.9 muestra la comparación de los datos de viscosidad aparente obtenidos en laboratorio, con apertura de 0.2 mm; considerando el efecto del flujo fraccional de gas, contra los datos teóricos, basados en los efectos del líquido y deformación de las burbujas sin considerar los efectos del gradiente de tensión superficial

Encontraron que al incrementar el flujo fraccional del gas (o calidad de la espuma) el número de lamelas por unidad de longitud incrementa (esto implica burbujas de menor tamaño) haciendo que la viscosidad aparente incremente proporcionalmente con $f_g^{1/2}$.

3.6 MODELADO DEL TRANSPORTE DE ESPUMAS EN MEDIO POROSO

El modelado matemático tiene la intención de describir los factores que intervienen en el comportamiento de las espumas en un medio poroso, tales como la distribución del tamaño de poro, mojabilidad de la roca, viscosidad del crudo y la interacción fluidos-espuma-sólido.

De acuerdo a la complejidad de las ecuaciones, parámetros, consideraciones y restricciones, existen tres enfoques para describir el comportamiento de las espumas en yacimientos; modelos empíricos, semi-empíricos y mecanísticos.

3.6.1 Modelos Empíricos y Semi-empíricos

Se basan en la información obtenida mediante experimentación o datos de campo creando relaciones heurísticas que parten de parámetros conocidos (flujos de inyección, caídas de presión, concentración de surfactante, etc.)

Morfoe *et al.* (1987) propusieron unos de los primeros modelos empíricos mediante observaciones experimentales de la viscosidad del gas que los llevaron a conocer la viscosidad efectiva de la espuma. Posterior a él, Islam *et al.* (1990) introdujo el efecto de la permeabilidad de la roca y la presencia de aceite en la viscosidad, lo que le permitió representar la producción acumulada de crudo en sus experimentos con núcleos. El efecto de la concentración del surfactante y el gradiente de presión en la ecuación del factor de movilidad fue introducido por Mohammadi *et al.* (1995); el simulador comercial STARS adaptó este concepto posteriormente.

Rossen *et al.* (1995) incluyeron el concepto de presión capilar crítica, definiendo un límite en la presión capilar, este valor representa la presión capilar máxima dónde la espuma es estable y permite representar los distintos regímenes de flujo. Esta presión límite se considera independiente del flujo del líquido, de esta forma, la concentración y la movilidad de la fase acuosa son constantes e independientes del gradiente de presión y de los flujos de ambas fases.

Finalmente, unos de los modelos más usados es el del simulador CMG-STARs® desarrollado por Computer Modeling Group. El modelo engloba los fenómenos asociados a la estabilidad de la espuma mediante funciones que contemplan la concentración del surfactante, la saturación crítica de aceite, el gradiente de presión mínima, saturación crítica del líquido, etc.

Las ecuaciones aportadas por cada autor se muestran en la **Tabla 3.1**. Algunos modelos pierden exactitud pues quedan parámetros implícitos como la generación y coalescencia de la espuma y la textura.

Tabla 3.1 Ecuaciones representativas de los modelos empíricos y semi-empíricos para describir el transporte de espumas en un medio poroso.

Modelo	Descripción	Grupo de ec. No.
Morfoe et al. (1987)	$\mu_f = \mu_g (1 + 0.01C_g(S_w - S_{wr})) f(u_g), \dots \dots \dots (2.2)$	
Islam et al. (1990)	$\mu_f = \frac{\mu_g [1 + Df_c C_s (S_w - S_{wc}) f_k(k) f_p(u_g)]}{1 + ES_e^2}, \dots \dots \dots (2.3)$	
Mohammendi et al. (1995)	$k_{rf} = k_{rf} * MRF$ $MRF = \left[1 + \frac{\nabla P_{nf}}{\nabla P_f} \left(\frac{C_s}{C_s^{max}} \right)^{e_s} \right]^{-1}, \dots \dots \dots (2.4)$	
Rossen et al. (1995)	$\nabla P = u_w \frac{\mu_w}{k k_w^2}$ $k_w^* = k_w(S_w) _{S_w=S_w^*}, \dots \dots \dots (2.5)$	
STARS®, Chen et al. (2006)	$k_{rf} = k_{rf} * MRF$ $MRF = \frac{1}{1 + fmmob * F_1 * F_2 * F_3 * F_4 * F_5 * F_6 * F_7}$ $F_1 = \left(\frac{c_s}{fmsurf} \right)^{epsurf} \quad F_2 = \left[\frac{fmoil-s_o}{fmoil-floil} \right]^{epoil}$ $F_3 = \left(\frac{fmcap}{Ca} \right)^{epcap}$ $F_4 = \left[\frac{fmgcp-Ca}{fmgcp} \right]^{epgcp} \quad F_4 = \left[\frac{fmomf-Co}{fmomf} \right]^{epgcp}$ $F_6 = \left[\frac{C_{salt} - flsalt}{fmomf} \right]^{epsalt}$ $F_7 = 0.5 + \frac{\arctan[epdry(S_w - fmdry)]}{\pi} \dots \dots \dots (2.6)$	

3.6.2 Modelos Mecanísticos

Los modelos mecánicos describen el flujo de espumas en un medio poroso, contemplando tanto su comportamiento dinámico, en zonas de entrada de fluidos y en los frentes de desplazamiento, como zonas de equilibrio. Sin embargo, requiere el cálculo de

parámetros que se ajusten a cada condición específica lo que vuelve su aplicación compleja en comparación con los modelos de equilibrio local.

En la **Tabla 3.2** se muestran los diversos desarrollos de modelos mecánicos para la descripción de espumas en un medio poroso.

Tabla 3.2 Modelos Mecánicos

Modelo	Modificación en k_{rf} o μ_f	Grupo de ec. N _o .
Falls et al. (1998)	$k_{rf} = k_{rg} X_f$ $\mu_f = \mu_s + G \sigma n_L r / v_g$ $\frac{n_f}{\frac{a}{P_c^m - P_c} + \frac{Lp}{V_g}} \dots \dots \dots (2.7)$	
Chang et al. (1990)	$k_{rf} = \frac{k_{rg}}{1 + b s_g}$ $k_{rf} = k_{rg} X_f$ $\mu_f = \mu_g K n_f k^{1.5} \left(\frac{u_{ref}}{u} \right)^c$ $k_1 \left[1 + \left(\frac{n_f}{n} \right)^{cl} \right]^{-1} \left(\frac{V_g}{V_{gref}} \right)^{cl}$ $k_2 n_f \left(\frac{C S_{ref}}{C_s} \right)^{e2} \left(\frac{V_g}{V_{gref}} \right)^{c2} \dots \dots \dots (2.8)$	
Kovscek et al. (1995)	$k_{rf} = k_{rg} + \left(\frac{X_f s_g}{1 - S_{wc}} \right)^g$ $\mu_f = \mu_g + \frac{a n}{v_f^c}$ $k_1^0 \left[1 + \left(\frac{n_f}{n} \right)^w \right]^{-1} V_w V_f^{1/3}$ $k_2^0 V_f \left(\frac{P_c}{P_c^* - P_c} \right)^2 n_f, \dots \dots \dots (2.9)$	
Rossen et al. (2003)	$\mu_f = \mu_g + \frac{c_f n_f}{u_g^{1/3}}$ $S_w C_g (\nabla P)^m$	

	$C_c n_f \left(\frac{1}{S_w - S_w^*} \right)^n, \dots \dots \dots (3.0)$
Kam (2008)	$k_{rf} = k_{rg} + \left(X_f \frac{1 - S_w - S_{gr}}{1 - S_{wc} - S_{gr}} \right)^g$ $\mu_f = \mu_g + \frac{c_f n_f}{u_g^{1/3}}$ $\frac{C_g}{2} \left(\operatorname{erf} \left(\frac{\nabla P - \nabla P_0}{\sqrt{2}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{-\nabla P_0}{\sqrt{2}} \right) \right)$ $C_c n_f \left(\frac{S_w}{S_w - S_w^*} \right)^n, \dots \dots \dots (3.1)$
Zithe et al. (2010)	$\mu_f = \mu_g + K_1 u_g^{n-1} + K_2 \frac{\tau_y}{u_g}$ $K_g (n_\infty - n)$ $K_d n \dots \dots \dots (3.2)$

Existen diferentes enfoques para describir el comportamiento dinámico de la espuma, estos se pueden englobar en tres modelos; modelo de Balance de concentración de burbujas, teoría de catástrofe y teoría de percolación.

A) Modelo de Balance de Concentración de Burbujas

El balance de concentración de burbujas tiene como objetivo medir la evolución de la textura y la movilidad de las fases dentro del medio poroso, ya que la textura determina la resistencia al flujo de la espuma en el medio. Considerando que la cantidad de burbujas se ve afectada por la permeabilidad, porosidad, tipo y concentración del surfactante y la velocidad de flujo; el modelo se basa en ecuaciones que describan la velocidad de generación y coalescencia de lamelas para describir de manera global lo que sucede cuando la espuma está en contacto con gas, líquido y sólido.

La forma general de plantear el balance de lamelas es:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi(S_{gf}n_f + S_{gt}n_t)] + \nabla \cdot (u_g^f n_f) = G_L + Q_L, \dots \dots \dots (3.3)$$

Donde, ϕ , porosidad del medio, S_{gf} , la saturación de gas fluyendo, S_{gt} , la saturación gas atrapado, n_t , el número de lamelas por unidad de gas atrapado, n_f , el número de lamelas por unidad de gas fluyendo, u_g^f , la velocidad del gas en presencia de la espuma, G_L , la velocidad neta de las lamelas, Q_L , el término fuente.

Algunos autores como Kam et al. (2003) lo expresan en función del gradiente de presión en el medio poroso, donde sus ecuaciones para la velocidad de destrucción de lamelas se basan en la presión capilar crítica. Asimismo Falls et al (1988) lo propone en función de la presión capilar.

B) Teoría de la Catástrofe

Se basa en los cambios repentinos que se producen en el comportamiento reológico de la espuma en un medio poroso. Estos cambios generalmente se ven asociados a singularidades matemáticas que tienen repercusiones de mayor tamaño en el comportamiento de la espuma. Gauglitz *et al.* (2002)

Dentro de las propuestas más representativas se encuentra la de Kam (2008) quien usando la teoría de Catástrofe, desarrolló ecuaciones de modelado para espumas que explicaran los cambios en las condiciones de frontera donde se tienen cambios abruptos. Por ejemplo la condición límite de saturación crítica en el régimen de alta calidad:

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} (S_g n_f) + \frac{\partial}{\partial x} (n_f u_g) = \phi S_g R, \dots \dots \dots (3.4)$$

$$S_w < S_w^* ; R = 0$$

$$R_c = C_c n_f \frac{(S_w)^n}{S_w - S_w^*}, \dots \dots \dots (3.5)$$

$$S_w > S_w^*$$

Donde R es el cambio neto de textura por unidad de tiempo, S_w^* , la saturación de agua crítica, S_w , saturación de agua, S_g , la saturación de gas, n_f , la textura, u_g , la velocidad del gas, ϕ , la porosidad y C_c y n son parámetros del modelo.

C) Teoría de Percolación

De forma general, la teoría de percolación se basa en la transmisión de una propiedad a través de un medio, Pérez et al. (2009), teniendo en cuenta la presencia de caos o desorden en los fenómenos.

Este modelo hace referencia al flujo de un fluido de manera aleatoria a través de un medio poroso, con lo que se puede explicar un fenómeno en un medio con arreglo heterogéneo, similar a como se encuentran las fracturas y los poros en un yacimiento.

En la teoría de percolación se obtiene información de la movilidad de la espuma, el comportamiento reológico y su interacción con las demás fases a partir de la múltiple conexión entre poros.

Entre los autores que sentaron las bases para la aplicación de la teoría en el comportamiento de la espumas, están Rossen *et al.* (1990), Tenzil *et al.* (2001) y Chen *et al.* (2006), quien propuso el gradiente de presión debido al desplazamiento de la espuma.

Ejemplo Tenzil *et al.* (2001):

$$\frac{\partial S_w}{\partial x_D} = \frac{N_c}{dJ/dS_w} \left[\frac{(1 - f_g)}{K_{rw}(S_w)} - \frac{f_g M}{k_{rg}(S_w)} \right], \dots \dots \dots (3.6)$$

$$N_k \geq \left\{ \frac{1 J(S_w^*)}{a J^e} \right\}^2, \dots \dots \dots (3.7)$$

Donde S_w , es la saturación de agua, X_D , la longitud entre longitud característica, N_c , es el modificador del número capilar, n_f , es el número de lamelas por unidad de gas fluyendo, M , la relación de viscosidad del gas respecto a la viscosidad de agua, J^e , es la presión capilar adimensional a la entrada, a , es el parámetro del modelo relacionado con la presión.

CAPÍTULO 4

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

4.1 HIPÓTESIS

Mediante un modelo de balance de lamelas es posible simular el comportamiento de la espuma en un medio poroso homogéneo.

4.2 OBJETIVO

Describir el comportamiento de un flujo de espumas en un medio poroso homogéneo mediante un modelo matemático resuelto numéricamente.

4.3 ALCANCE

Plantear un modelo matemático adimensional basado en una ley tipo Darcy, la conservación de masa y un modelo de balance de lamelas para describir el flujo de espumas en un medio poroso.

Generar un modelo numérico para resolver el modelo de inyección de espumas bajo simetría cilíndrica en una dimensión.

Realizar corridas numéricas con diferentes valores del espacio paramétrico para analizar el flujo de espumas en estado transitorio a diferentes velocidades de inyección.

Analizar la influencia de la velocidad de inyección y la distancia del punto de inyección con la estabilidad de la espuma dentro del medio poroso.

4.4 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Mediante ecuaciones de balance de lamelas, conservación de masa y una ley tipo Darcy, se plantea un modelo para simular la inyección de espuma en un medio poroso homogéneo (1D). El sistema a estudiar es un cilindro con simetría axial y angular, con una saturación inicial de agua, $S_{w,i}$, y donde se inyecta un surfactante y gas para generar una espuma de textura, η_f .

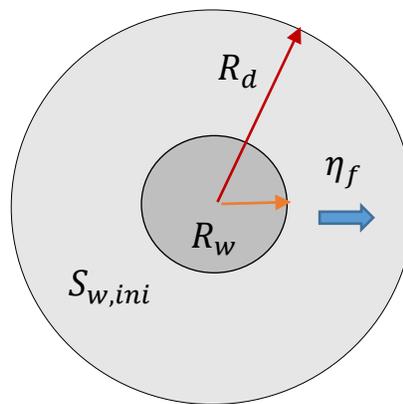


Figura 4.0. Definición del problema

4.5 MODELO MATEMÁTICO

En el planteamiento del modelo matemático, como referencia principal se tomó el modelo de Kam *et al* (2004). En dicho trabajo se analiza el desplazamiento de la espuma en una dimensión mediante un balance de lamelas que incorpora modelos para la creación y destrucción de burbujas que involucran a la saturación y al gradiente de presión.

La construcción del modelo dinámico de desplazamiento en medios porosos, considera 1) la ley de conservación de la masa para agua y gas, 2) una Ley de Darcy modificada para fluidos no newtonianos, y 3) un modelo de transporte de lamelas, donde la textura se modela explícitamente usando una ecuación con un término convectivo, similar al usado en los modelos de transporte de energía o cantidad de movimiento, y al que se le agrega un término fuente donde los mecanismos de creación y destrucción de lamelas son presentados explícitamente en el balance de textura, η_f .

Tiene cinco parámetros de ajuste, dos para la creación de lamelas, dos para la destrucción y uno para la movilidad efectiva como una función del tamaño de burbuja. Para el modelado del comportamiento estático, se tienen cuatro parámetros independientes C_g/C_c , m , n y C_f ; solo la relación de C_g/C_c es relevante para las propiedades estacionarias.

4.5.1 Ley de Darcy

El modelo considera que existe una fase acuosa de agua más surfactante y una fase espuma, compuesta de agua, surfactante y gas, en donde ésta última puede tener propiedades que van desde las del gas (textura cero) hasta las de una espuma fuerte (de

Planteamiento del problema

alta viscosidad aparente). Para modelar el transporte de la fase acuosa se utiliza la Ley de Darcy:

$$u_w = \frac{kk_{rw}(S_w)}{\mu_w} \nabla p_w, \dots \dots \dots (3.8)$$

Donde: u_w , es la velocidad de Darcy del agua, k , la permeabilidad absoluta del medio poroso, p_w , la presión de la fase agua, S_w , su saturación, y k_{rw} , su permeabilidad relativa. Para la fase espuma, al ser un fluido no newtoniano, se utiliza una ley de Darcy modificada, donde se considera que la permeabilidad relativa al gas no depende de la textura, pero su viscosidad aparente depende de la textura, n_f , y la velocidad misma del gas.

$$u_g = \frac{kk_{rg}(S_g)}{\mu_g^f(n_f, u_g)} \nabla p_g, \dots \dots \dots (3.9)$$

Donde: u_g , es la velocidad de Darcy de la espuma, k_{rg} , la permeabilidad relativa de la espuma, p_g , la presión del gas, S_g , la saturación del gas y μ_g^f , la viscosidad aparente de la espuma.

4.5.2 Permeabilidades relativas

Las permeabilidades relativas a la espuma y al agua obedecen un modelo de Brooks y Corey calibrado mediante una curva de datos obtenidos de empacamientos de arenas, Kam et al. (2004):

$$k_{rg}^0 = \left(\frac{1 - S_w - S_{gr}}{1 - S_w - S_{gr}} \right)^{2.2868}, \dots \dots \dots (4.0)$$

$$k_{rw} = 0.7888 \left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{gr}} \right)^{1.9575}, \dots \dots \dots (4.1)$$

4.5.3 Reología

La viscosidad de la espuma se estimó a partir del modelo propuesto por Hirasaki y Lawson (1985), derivado del movimiento de espuma en un tubo capilar, donde la viscosidad aparente resultó proporcional a la textura e inversamente proporcional a una

potencia de la velocidad. La viscosidad usada por *Kam et al* (2004) y este trabajo es la siguiente:

$$\mu_g^f = \mu_g^0 + \frac{C_f n_f}{u_g^{1/3}}, \dots \dots \dots (4.2)$$

Donde: μ_g^0 , es la viscosidad del gas en ausencia de espuma, C_f , es un parámetro de ajuste que varía según las propiedades fisicoquímicas y geométricas de la espuma y la roca.

4.5.4 Modelo de balance de lamelas

Si se define a la textura, n_f , como el número de lamelas por unidad de volumen dentro del medio poroso, es posible definir un modelo utilizando el teorema del transporte de Reynolds:

$$\phi \frac{\partial(n_f S_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (u_g n_f) = \phi S_g (r_g - r_c), \dots \dots \dots (4.3)$$

Donde: r_c y r_g son las velocidades de coalescencia y generación de lamelas (espuma) por unidad de volumen, respectivamente, y ϕ , es la porosidad del medio.

4.5.5 Destrucción y generación de lamelas (espuma)

La población y las características geométricas de las lamelas en una espuma dependen de varios mecanismos de destrucción y generación de lamelas. *Khatib et al.* (1988) demostraron que la espuma sufre un colapso abrupto con la caída de la presión capilar, este punto es llamado *presión capilar límite* P_c^* , o de manera equivalente un S_w^* dada la relación entre ambas. Esto implica que la relación de coalescencia de la espuma tiene una singularidad que se aproxima al infinito en S_w^* . A partir de este trabajo se propone que el término de coalescencia sea proporcional a la textura multiplicada por una función singular en S_w^* :

$$r_c = C_c n_f \left(\frac{1}{S_w - S_w^*} \right)^n, \dots \dots \dots (4.4)$$

Planteamiento del problema

Aquí, n y C_c son parámetros de ajuste del modelo. En cuanto a la generación de espuma, recientes estudios (Kam y Rossen (2003), Rossen *et al.* (1990-2003), Rossen y Gauglitz (1990)) indican que el fenómeno más importante es la movilización de lamelas, la cual se relaciona directamente con el gradiente de presión en la espuma. Proponen que la generación de lamelas depende del gradiente de presión y la saturación de agua:

$$r_g = C_g S_w (\nabla p_g)^m, \dots \dots \dots (4.5)$$

Donde C_g y m son parámetros de ajuste del modelo.

La generación de espumas es más fácil a mayor saturación de agua ya que existen más puentes capilares (los que preceden a la formación de lamelas) presentes en los poros y estos pueden ser desplazados por un gradiente de presión pequeño debido a su arreglo en el medio poroso.

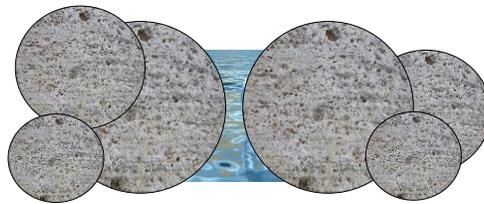


Figura 4.1. Puente Capilar

4.6 MODELO NUMÉRICO

Combinando una ecuación tipo Darcy para fluidos no newtonianos y la ecuación de flujo fraccional en coordenadas cilíndricas, se obtiene la ecuación de saturación usada en el modelo:

$$\frac{\partial S_w}{\partial \sigma} + \frac{1}{r} \frac{\partial f_w}{\partial r} - \frac{1}{r_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left((1 - f_w) \lambda_{wa} \frac{\partial (r p_c)}{\partial r} \right) = 0 \dots \dots \dots (4.6)$$

Donde S_w , representa la saturación de agua, f_w , el flujo fraccional del agua, λ_{wa} , la movilidad adimensional de la fase líquida, p_c , la presión capilar adimensional y r , la distancia.

La ecuación de balance de lamelas se planteó a partir del teorema de transporte de Reynolds en coordenadas cilíndricas considerando simetría en z y θ :

Planteamiento del problema

$$\frac{\partial(S_g \eta_f)}{\partial \sigma} + \frac{1}{r r_w} \frac{\partial(r \eta_f u_{gr})}{\partial r} = \mathbf{Da} S_g (\mathbf{Ga} R_g - R_c), \dots \dots \dots (4.7)$$

Donde S_g , representa la saturación de gas, η_f , es la textura de la espuma, u_{gr} , la velocidad del agua, R_g , el término adimensional de generación de la espuma, R_c , el término adimensional de coalescencia. \mathbf{Da} representa el tiempo característico de llenado contra los tiempos característicos de coalescencia y \mathbf{Ga} compara el término de generación de la espuma contra el de coalescencia de la misma.

Las ecuaciones 4.6 y 4.7 son las ecuaciones principales del modelo, sin embargo, como parte del balance, se tienen las siguientes ecuaciones complementarias:

$$p_c = r_w \mathbf{Ca}^{-1} \left(\frac{S_w}{1 - S_{wc} - S_{gr}} \right)^{-0.2}, \dots \dots \dots (4.8)$$

$$U_w = f_w \frac{r_w}{r} + \frac{1}{r} \lambda_{wa} f_g \left(r \frac{\partial p_c}{\partial r} + p_c \right), \dots \dots \dots (4.9)$$

$$R_g = S_w \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right)^m, \dots \dots \dots (5.0)$$

$$-\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\lambda_c}{\lambda_{wa}} U_w, \dots \dots \dots (5.1)$$

$$R_c = \eta_f \left(\frac{1}{S_w - S_w^*} \right)^n, \dots \dots \dots (5.2)$$

$$U_g = \frac{r_w}{r} - U_w, \dots \dots \dots (5.3)$$

$$\mu = \mathbf{Br} + \frac{\eta_f}{U_g^{1/3}}, \dots \dots \dots (5.4)$$

Donde r_w , es la relación entre el radio del pozo y el radio total del sistema, S_w , es la saturación de agua, S_{gr} , es la saturación de gas irreductible, f_w , el flujo fraccional de agua y f_g , el flujo fraccional de gas; λ_{wa} , la movilidad adimensional del agua, p_c , la presión capilar adimensional, P , es la presión adimensional, λ_c , la movilidad característica, U_w , la velocidad del agua adimensional, C_c , parámetro del modelo relacionado con la coalescencia de la espuma, η_f , textura de la espuma, S_w^* , es la saturación crítica, \mathbf{Ca} es el número capilar, representa la relación entre las fuerzas capilares y las fuerzas viscosas. \mathbf{Br} , es la relación entre la viscosidad del agua y la viscosidad característica.

Hasta este punto se puede apreciar que el sistema es altamente no lineal, pues hay una dependencia entre las variables.

4.6.1 Método de solución

Como primera aproximación, se realizó un modelo cartesiano basado en el modelo propuesto por Kam *et al.* (2014). El modelo planteado por el autor, utilizaba diferencias finitas regresivas y sustituciones sucesivas como método de solución. En el modelo cartesiano, se probó el mismo esquema de solución, encontrando mucha inestabilidad para velocidades mayores a las 1×10^{-4} m/s. Dado este problema y la no linealidad del sistema, se propuso un esquema de diferencias finitas centradas en el tiempo y en el espacio. Con esta propuesta se obtuvieron mejores resultados, superando las velocidades máximas usadas por Kam *et al.* Los resultados del modelo cartesiano se compararon con los obtenidos por el autor teniendo resultados similares.

Una vez probado el modelo cartesiano, se desarrolló el modelo radial. Las ecuaciones de balance fueron similares a las usadas anteriormente (en el modelo cartesiano), sin embargo, la ecuación de saturación se adaptó a coordenadas cilíndricas y la ecuación de balance de lamelas se dedujo a partir del teorema de transporte de Reynolds (White 2008).

Partiendo de la primera aproximación cartesiana, para el modelo radial se eligieron diferencias finitas centradas en tiempo y en espacio y sustituciones sucesivas como método de solución. Considerando la cantidad de ecuaciones, se escogieron las sustituciones sucesivas para facilitar el algoritmo usado en la resolución del modelo, no obstante, el caso radial presentó más inestabilidad que el modelo cartesiano y fue necesario implementar un método de relajación para ayudar a la convergencia del sistema, se usaron los promedios de Crank y Nicolson y O'Brien *et al.* (1947), obteniendo buenos resultados.

En ambos balances se consideraron las condiciones de frontera en el nodo uno e i_{max} de la malla. Las ecuaciones finales se muestran a continuación:

Textura

$$\eta_{f,i}^{k+1} = \left(\frac{S_{g,i}^k \eta_{f,i}^k}{S_{g,i}^{k+1} + \frac{\Delta\sigma(1-\gamma)U_{g,i}^{k+1}}{r_w \Delta r}} \right) + \frac{\Delta\sigma}{S_{g,i}^{k+1} + \frac{\Delta\sigma(1-\gamma)U_{g,i}^{k+1}}{r_w \Delta r}} \frac{\gamma}{r_w \Delta r} \left(\frac{r_{i-1}}{r_i} \eta_{f,i-1}^k U_{g,i-1}^k - \eta_{f,i}^k U_{g,i}^k \right) + \frac{\Delta\sigma(1-\gamma)U_{g,i}^{k+1}}{r_w \Delta r} \frac{(1-\gamma)r_{i-1}}{r_i} \eta_{f,i-1}^k U_{g,i-1}^k + \frac{(1-\gamma)\Delta\sigma \mathbf{Da} S_{g,i}^k (\mathbf{Ga} R_{g,i}^k - R_{c,i}^k)}{\left(S_{g,i}^{k+1} + \frac{\Delta\sigma(1-\gamma)U_{g,i}^{k+1}}{r_w \Delta r} \right)}, \dots (5.5)$$

Cuyas condiciones de frontera e iniciales son

$$\eta_{f,1}^{k+1} = \left(\frac{S_{g,1}^k \eta_{f,1}^k}{S_{g,1}^{k+1} + \frac{\Delta\sigma(1-\gamma)U_{g,1}^{k+1}}{r_w \Delta r}} \right) + \frac{\Delta\sigma}{S_{g,1}^{k+1} + \frac{\Delta\sigma(1-\gamma)U_{g,1}^{k+1}}{r_w \Delta r}} \frac{\gamma}{r_w \Delta r} (-\eta_{f,1}^k U_{g,1}^k) + \frac{(1-\gamma)\Delta\sigma \mathbf{Da} S_{g,1}^k (\mathbf{Ga} R_{g,1}^k - R_{c,1}^k)}{\left(S_{g,1}^{k+1} + \frac{\Delta\sigma(1-\gamma)U_{g,1}^{k+1}}{r_w \Delta r} \right)}, \dots (5.6)$$

$$\eta_{f,i}^1 = 0, \dots (5.7)$$

Saturación

$$S_{w,i}^{k+1} = S_{w,i}^k + \frac{\gamma \Delta\sigma}{r_i} \frac{f_{w,i-1}^k - f_{w,i}^k}{\Delta r} + \frac{\gamma \Delta\sigma}{r_w r_i} \frac{1}{\Delta r^2} \left((1-f_{w,i}^k) \lambda_{wa}^k [r_{i+1}^k p_{i+1}^k - r_i^k p_i^k] - (1-f_{w,i}^k) \lambda_{wa}^k [r_{i+1}^k p_{i+1}^k - r_i^k p_i^k] \right) + \frac{(1-\gamma)\Delta\sigma}{r_i} \frac{f_{w,i-1}^{k+1} - f_{w,i}^{k+1}}{\Delta r} + \frac{(1-\gamma)\Delta\sigma}{r_w r_i} \frac{1}{\Delta r^2} \left((1-f_{w,i}^{k+1}) \lambda_{wa}^k [r_{i+1}^k p_{i+1}^k - r_i^k p_i^k] - (1-f_{w,i}^{k+1}) \lambda_{wa}^{k+1} [r_{i+1}^{k+1} p_{i+1}^{k+1} - r_i^{k+1} p_i^{k+1}] \right), \dots (5.8)$$

Condiciones de frontera

A la entrada

$$S_{w,1}^{k+1} = S_{w,1}^k + \frac{\gamma \Delta \sigma}{r_1} \frac{f_{w,J}^k - f_{w,1}^k}{\Delta r} + \frac{\gamma \Delta \sigma}{r_w r_1} \frac{1}{\Delta r^2} \left((1 - f_{w,1}^k) \lambda_{wa}^k [r_2^k p_2^k - r_1^k p_1^k] \right) + \frac{(1-\gamma) \Delta \sigma}{r_i} \frac{f_{w,J}^{k+1} - f_{w,1}^{k+1}}{\Delta r} + \frac{(1-\gamma) \Delta \sigma}{r_w r_i} \frac{1}{\Delta r^2} \left((1 - f_{w,1}^k) \lambda_{wa,1}^k [r_2^k p_2^k - r_1^k p_1^k] \right), \dots \dots \dots (5.9)$$

A la salida

$$S_{w,imax}^{k+1} = S_{w,imax}^k + \frac{\gamma 2 \Delta \sigma f_{w,imax}^k}{\Delta r r_{imax}} + \frac{2 \Delta \sigma f_{w,imax-1}^k}{\Delta r r_{imax}} - \frac{\Delta \sigma f_{w,imax-1}^k}{\Delta r r_{imax}} + \frac{\Delta \sigma U_{w,imax+1}^k}{\Delta r r_{imax}} - [1 - f_{w,imax}^k] \frac{\Delta \sigma \lambda_{wa,imax}^k}{r_w \Delta r^2} \left[p_{c,imax}^k - \frac{r_{imax-1}}{r_{imax}} p_{c,imax-1}^k \right] + \frac{(1-\gamma) 2 \Delta \sigma f_{w,imax}^k}{\Delta r r_{imax}} + \frac{(1-\gamma) 2 \Delta \sigma f_{w,imax-1}^{k+1}}{\Delta r r_{imax}} - \frac{(1-\gamma) \Delta \sigma f_{w,imax-1}^{k+1}}{\Delta r r_{imax}} + \frac{(1-\gamma) \Delta \sigma U_{w,imax+1}^{k+1}}{\Delta r r_{imax}} - [1 - f_{w,imax}^{k+1}] \frac{(1-\gamma) \Delta \sigma \lambda_{wa,imax}^{k+1}}{r_w \Delta r^2} \left[p_{c,imax}^{k+1} - \frac{r_{imax-1}}{r_{imax}} p_{c,imax-1}^{k+1} \right], \dots \dots \dots (6.0)$$

4.7 ALGORITMO

El código está estructurado en forma modular para optimizar el uso de subrutinas. El algoritmo empieza con la definición de las variables de entrada y la generación de la malla tanto en tiempo como en espacio. Una vez que se define la malla, se plantea el ciclo del tiempo dentro del cual se incluye el cálculo de la permeabilidad relativa (al agua y al gas) y la presión capilar así como el primer cálculo de la saturación de agua y la textura de la espuma que servirán como primera aproximación a la solución.

En el ciclo del tiempo también se incluye un segundo ciclo que corresponde a la solución del modelo de balance aglomeracional, aquí se calcula de forma iterativa la reología del sistema, la presión, la movilidad del agua y del gas y la saturación y textura, esto a partir de la primera aproximación mencionada anteriormente.

Como parte de este segundo ciclo se revisa la convergencia de la solución a partir de la diferencia máxima entre la solución propuesta y la solución calculada de la saturación de agua, la textura de la espuma y la viscosidad aparente.

Si la convergencia es menor a 1×10^{-10} el ciclo iterativo termina y se pasa al siguiente tiempo, donde se realiza todo el proceso nuevamente. Figura 4.2.

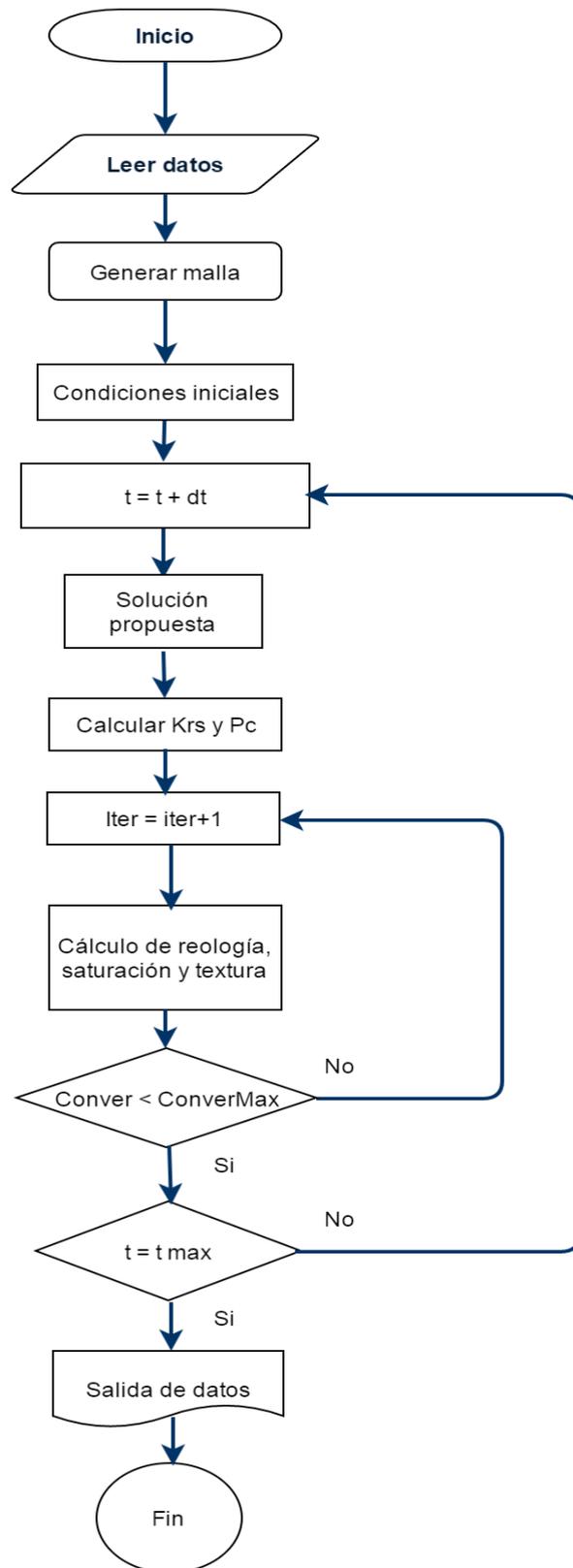


Figura 4.6 Diagrama de flujo del código numérico del flujo de espumas en un medio poroso homogéneo.

Planteamiento del problema

El código se programó en Fortran y se paralelizó utilizando OPENMP, se corrió en una máquina Linux de 24 procesadores y 48 Gigas de RAM. Las mallas espaciales utilizadas fueron de 300 a 500 nodos y las temporales de hasta 1,000,000 de nodos. Lo anterior fue necesaria dados los problemas de inestabilidad detectados en el algoritmo. Las corridas con malla más fina tardaban hasta 24 horas. La visualización se llevó a cabo con el software SciDavis.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS

5.1 INTRODUCCIÓN

El código numérico desarrollado en este trabajo simula el comportamiento de la saturación de agua, la textura, las caídas de presión y el comportamiento reológico de la espuma para diferentes tiempos y velocidades de inyección.

En este capítulo, se presentan los resultados de las variables antes mencionadas para diferentes valores de velocidad total a la entrada del yacimiento. Los resultados se dividen en aquellos analizados con respecto a la longitud del yacimiento y los resultados promedio respecto al tiempo. Los colores en las gráficas que tienen como eje a la longitud, representan el avance para cada tiempo de la simulación.

Los datos de entrada usados para correr el código se muestran en la **Tabla 5.1**. Las velocidades de inyección utilizadas fueron las siguientes 1×10^{-5} , 1×10^{-2} , 1×10^{-1} , 1×10^0 m/s.

Tabla 5.1 Datos de entrada del modelo Kam et al. (2004).

DATOS			
C_g	154.88	C_f	1.01E-16
C_c	0.1	$R_d[m]$	0.1
$n_{fmax}[1/m^3]$	8.00E+13	$\phi[\%]$	3.10E-01
$r_w[m]$	0.005	$\sigma[N/m]$	0.015
$h[m]$	0.05	$\mu_w[Pa\ s]$	1.00E-03
$k[m^2]$	3.04E-11	$\mu_g[Pa\ s]$	0.00001
m	2.4	$\mu_{max}[Pa\ s]$	0.1

5.2 RESULTADOS

5.2.1 Saturación

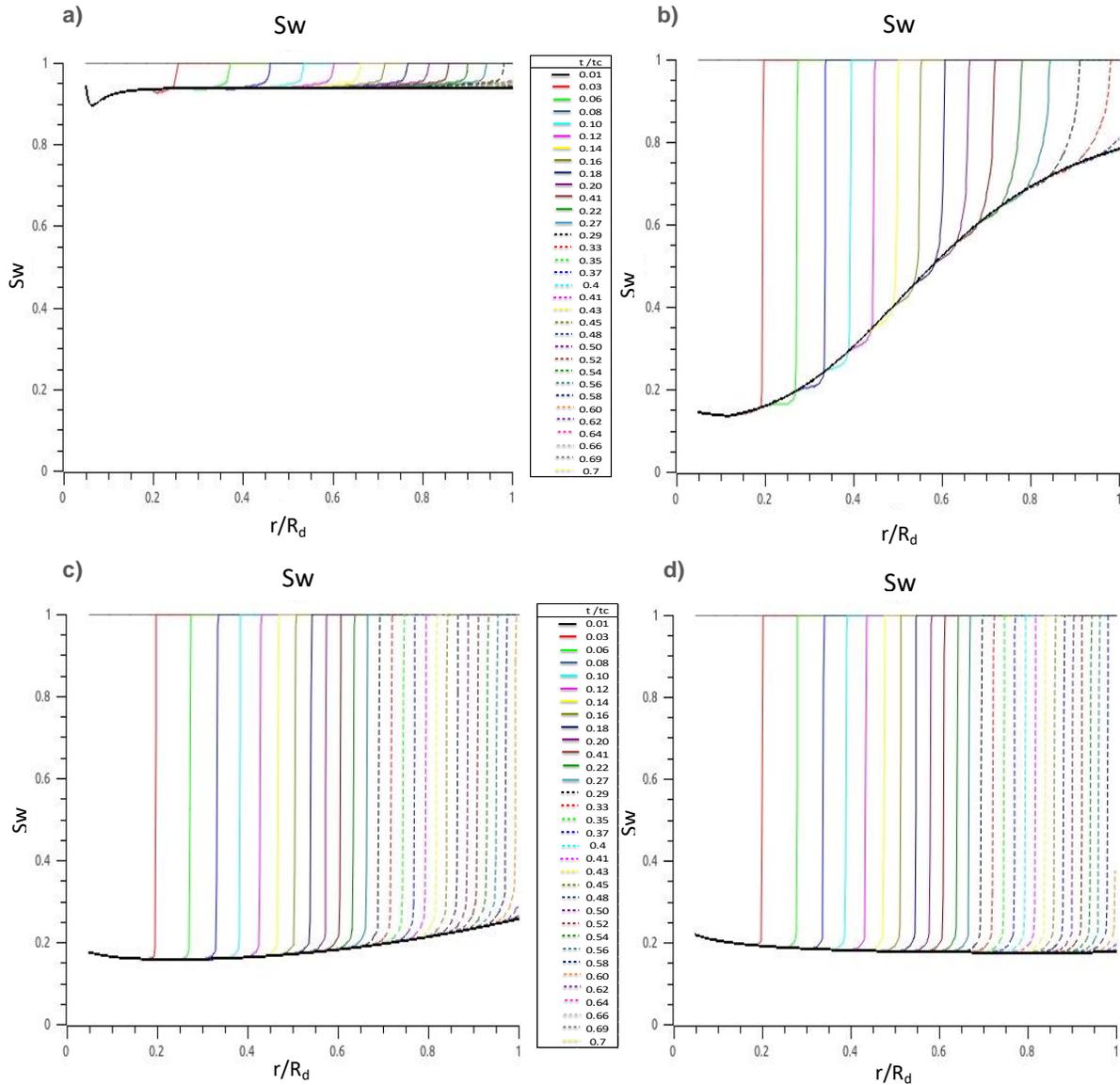


Figura 4.3 Saturación de agua a diferentes velocidades de inyección. a) $ut=1 \times 10^{-5}$ m/s ; b) $ut=1 \times 10^{-2}$ m/s ; c) $ut=1 \times 10^{-1}$ m/s ; d) $ut=1 \times 10^0$ m/s

Las Figura 4.3 muestra el comportamiento de la saturación de agua. Este comportamiento varía para diferentes velocidades de inyección y el barrido en el medio poroso es diferente dependiendo de la velocidad. En la gráfica b), se aprecia que el barrido es mayor al inicio de la inyección, mientras que en la gráfica c) y d), el barrido es prácticamente tipo pistón a lo largo de toda la longitud del sistema.

5.2.2 Textura de la espuma

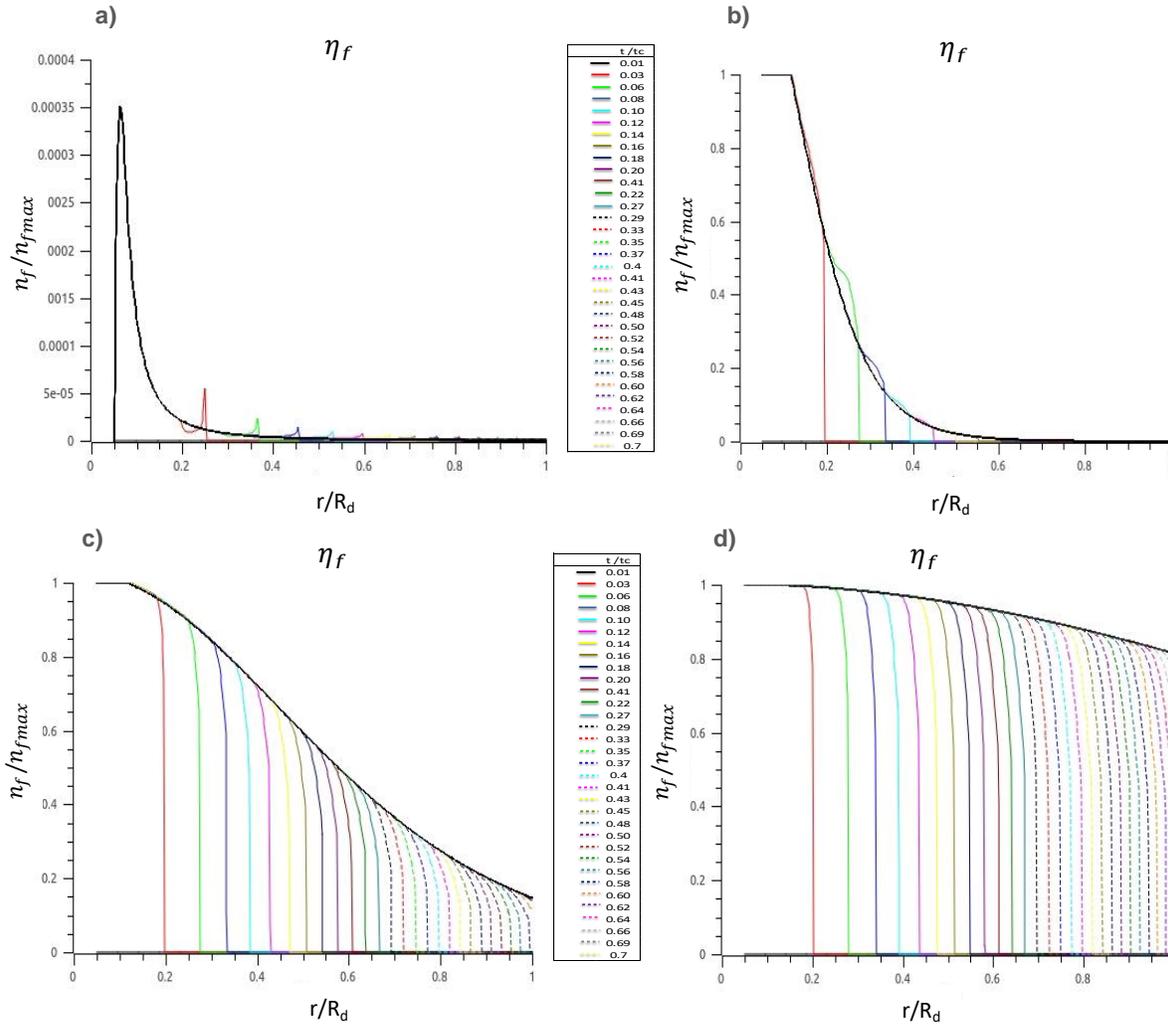


Figura 4.4 Textura de la espuma a diferentes velocidades de inyección. a) $ut=1 \times 10^{-5}$ m/s ; b) $ut=1 \times 10^{-2}$ m/s ; c) $ut=1 \times 10^{-1}$ m/s ; d) $ut=1 \times 10^0$ m/s

La textura para diferentes tiempos adimensionales se muestra en la Figura 4.4. La gráfica a) corresponde a una velocidad de inyección en la que la generación de la espuma es prácticamente nula.

Para velocidades menores, gráficas b) y c), se distingue que la textura se mantiene en un máximo simultáneamente hasta llegar a un radio crítico donde los gradientes de presión disminuyen y con ellos la generación de espuma.

En la gráfica d) se observa cómo, para velocidades de inyección altas, esta mantiene un valor máximo desde el pozo, hasta el frente de avance de la espuma, donde se esta se genera.

5.2.3 Viscosidad de la espuma

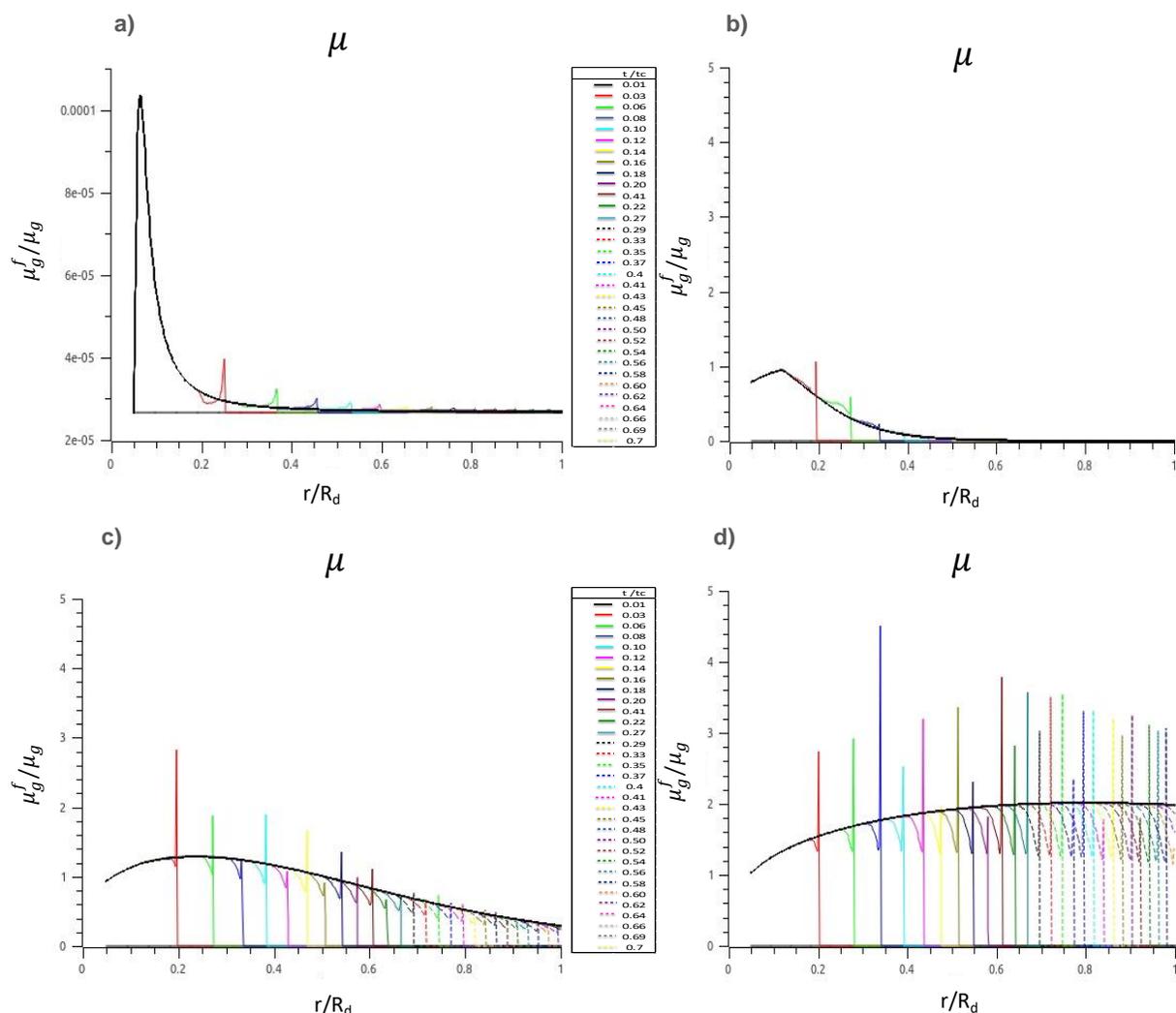


Figura 4.5 Viscosidad aparente de la espuma a diferentes velocidades de inyección. a) $ut=1 \times 10^{-5}$ m/s ; b) $ut=1 \times 10^{-2}$ m/s ; c) $ut=1 \times 10^{-1}$ m/s ; d) $ut=1 \times 10^0$ m/s

En la Figura 4.5 se observa la variación de la viscosidad aparente de la espuma, los picos corresponden al frente de avance de la misma. Se puede apreciar que la viscosidad es directamente proporcional a la velocidad de inyección, siendo las velocidades altas (de las usadas en este trabajo, 1×10^0) las más adecuadas para tener una espuma fuerte tal como se aprecia en la gráfica d).

5.3 RESULTADOS PROMEDIO

5.3.1 Presión

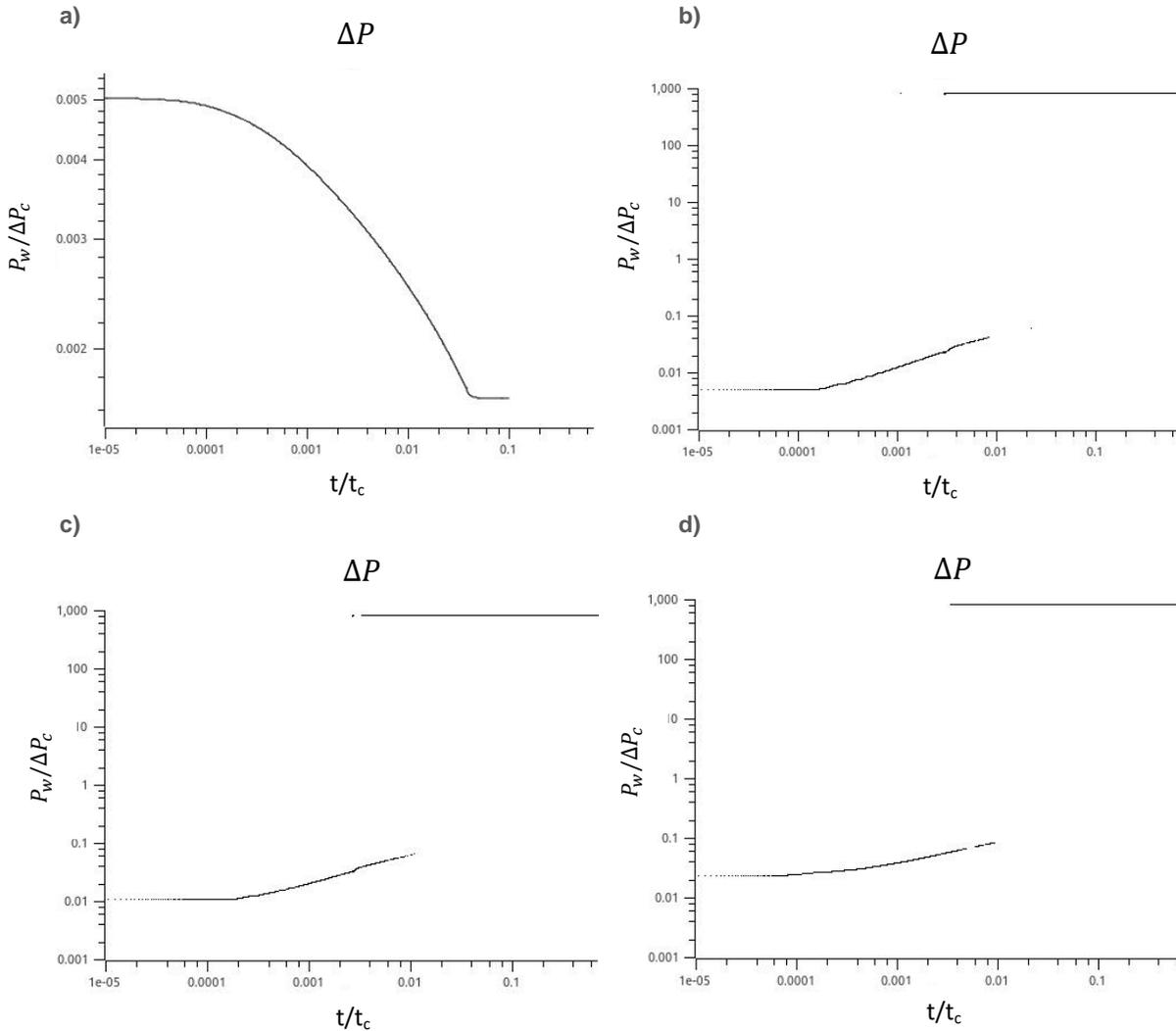


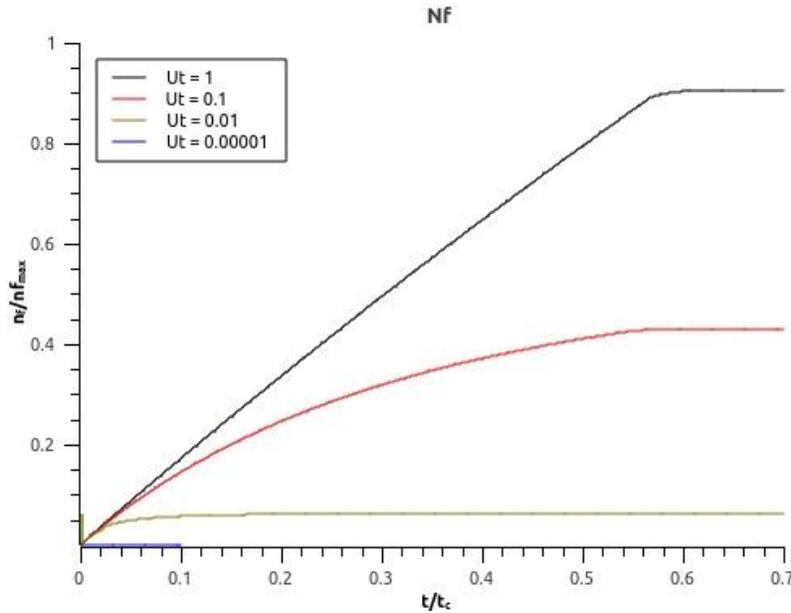
Figura 4.6 Diferencia de presión con respecto al tiempo de simulación ($t_{\max} = 0.7$). a) $ut=1 \times 10^{-5}$ m/s ; b) $ut=1 \times 10^{-2}$ m/s ; c) $ut=1 \times 10^{-1}$ m/s ; d) $ut=1 \times 10^0$ m/s

En la Figura 4.6, se muestran los valores promedio del diferencial de presión. En las gráficas se aprecia que a velocidades altas (de las usadas en este trabajo) y a una combinación de parámetros (Da , Ga , Br , estos se deben calcular para cada gasto y también dependen del tipo de roca y agente espumante), pueden existir dos soluciones de presión, esto quiere decir, que la espuma varía entre una espuma fuerte y una espuma débil o intermedia. En las gráficas, se puede ver que al inicio de la inyección, la diferencia de presión es mínima (en el medio solo hay agua) y a medida que el gas avanza, se genera una diferencia de presión mayor y con ella una espuma fuerte. Al final del tiempo

de simulación, la espuma se vuelve débil ya que el diferencial de presión generado por la inyección se ha disipado.

5.3.2 Textura

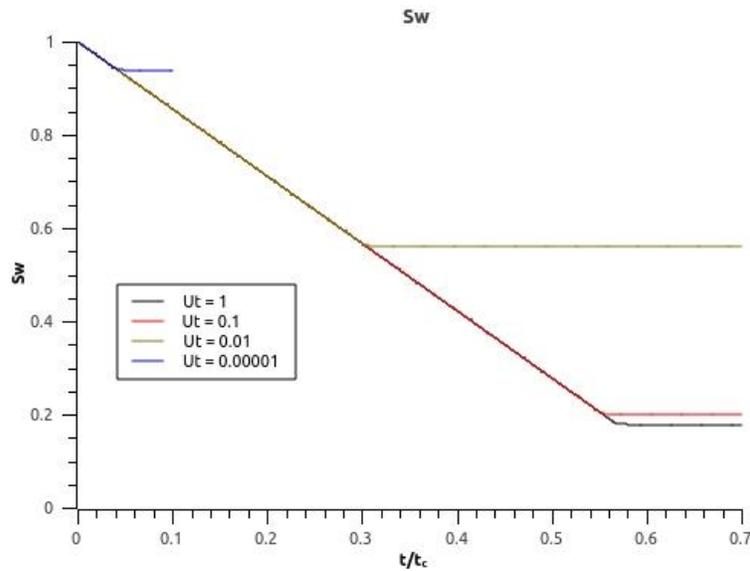
En la Figura 4.7 se muestra la evolución temporal de la textura promedio de la espuma, en esta gráfica se pueden observar los efectos de las diferentes velocidades de inyección sobre la cantidad de lamelas por unidad de volumen en la espuma; a mayor velocidad de inyección se tendrá más textura, lo que dará origen a una espuma fuerte, mientras que, a velocidades bajas, la cantidad de lamelas por metro cúbico será menor y la espuma tenderá a ser débil. El cambio de pendiente en las gráficas indica que el frente de avance de la espuma llegó a la frontera exterior del medio poroso.



4.7 Textura de la espuma promedio tiempo total 0.7

5.3.3 Saturación

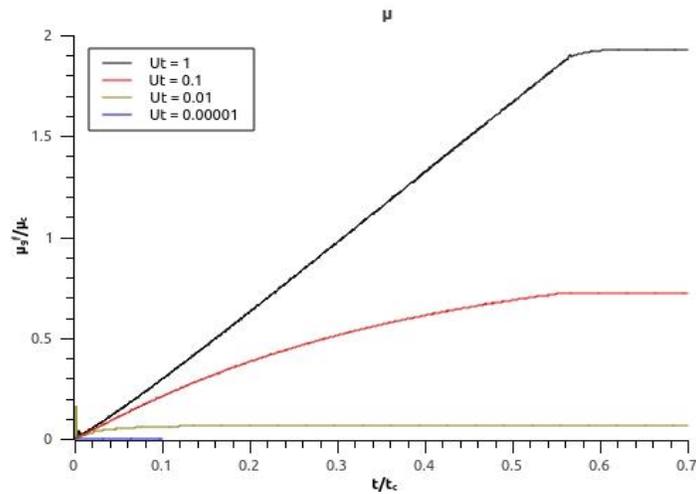
La saturación promedio de agua en el tiempo se presenta en la Figura 4.8, en la gráfica se puede ver la eficiencia de barrido a diferentes velocidades, teniendo una mejor eficiencia mientras más alta es la velocidad. El cambio de pendiente en la saturación, indica que el frente de desplazamiento llegó a la frontera del medio poroso. A velocidades mayores se tiene más viscosidad aparente y la espuma desplaza una porción mayor de la saturación de aceite residual.



4.8 Saturación de agua promedio tiempo total 0.7

5.3.4 Viscosidad

En la Figura 4.9 se muestra la viscosidad aparente promedio. En esta gráfica se aprecia que la viscosidad aparente de la espuma crece a medida que lo hace la velocidad. En este sentido, se entiende que el comportamiento de la viscosidad sea similar al de la textura (Figura 4.7) pues a mayor velocidad existe una generación más significativa de lamelas, lo que implica más resistencia al flujo. Igual que con la textura, el cambio de pendiente indica que el frente de avance de la espuma ha llegado al límite del medio poroso.



4.9 Viscosidad aparente promedio tiempo total 0.7

5.4 RADIO CRÍTICO Y VELOCIDAD DE INYECCIÓN

En este trabajo se define como radio crítico a la distancia recorrida por la espuma antes de que la textura de la misma empiece a decaer de su valor máximo. Esta distancia está relacionada con: las propiedades de la espuma, el medio poroso, la velocidad a la que se inyecta la espuma y los gradientes de presión, que disminuyen a medida que se incrementa la distancia al pozo.

Los gradientes de presión tienen un impacto directo en la generación de la espuma, según el modelo de Rossen y Gauglitz (1990), por tanto, siendo estos más pequeños, la textura comienza a disminuir, debido a que el término de aniquilación de espuma se vuelve el dominante.

Determinar el máximo avance de la espuma en el yacimiento permite optimizar su aplicación, ya sea durante la colocación de espuma en la vecindad del pozo, para evitar la canalización de gas hacia este, o bien, en procesos de recuperación mejorada; donde la distancia recorrida por la espuma debe ser mayor.

En la Figura 5.0 se observa la relación entre el radio crítico y la velocidad total de inyección. A velocidades pequeñas, la formación de la espuma es escasa y el radio crítico es cero, es decir, nunca se alcanza una espuma fuerte. Existe una velocidad mínima a partir de la cual la generación de espuma comienza a ser significativa, la espuma generada llega a una espuma fuerte y se desplaza a través del medio poroso, arriba de esta velocidad el radio crítico es constante. En la gráfica se puede apreciar que a las condiciones usadas para correr el código, la velocidad mínima corresponde a 0.0007 m/s y a partir de este punto el radio crítico se alcanza a 0.12, siendo la longitud total de 1. (Los datos usados para generar la Figura 5.0 se muestran en la tabla 5.2)

Resultados

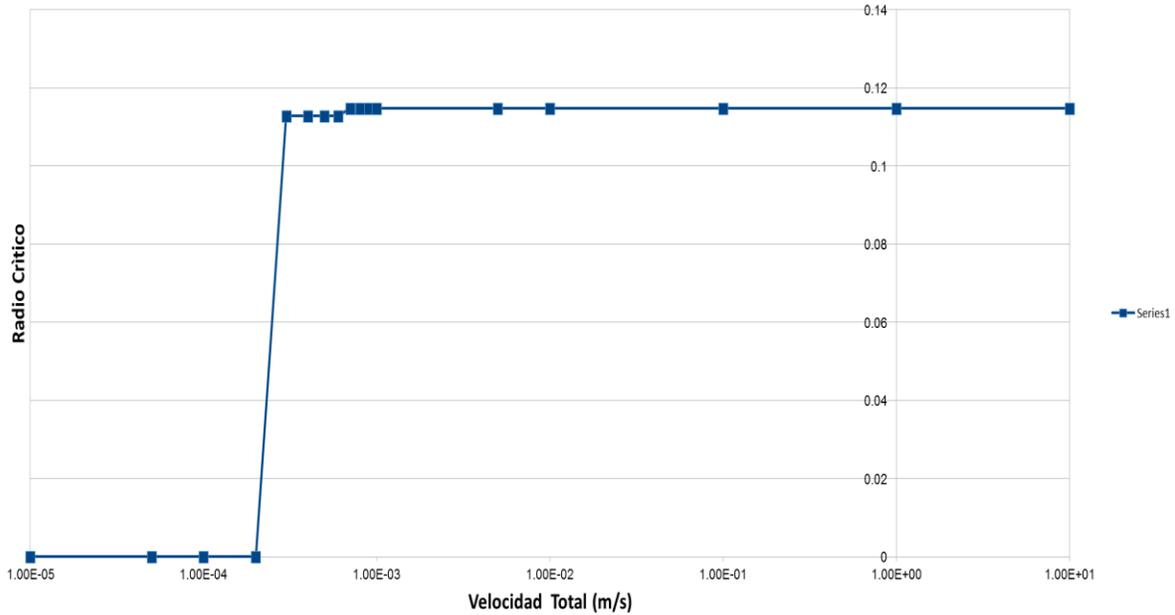


Figura 5.0 Radio crítico de generación de la espuma

Tabla 5.2 Datos de entrada para generar los resultados usados en la Figura 5.0

Velocidad	qt	Mc	Ga	Da	Br	Mwa	Ca	Br2	Da*Ca
1.0000E-10	4.8695E-14	1.7356E+01	3.1820E-07	2.0000E+09	5.7617E-07	5.7617E-05	5.8422E-05	1.7358E+02	1.1684E+05
1.0000E-09	4.8695E-13	8.0560E+00	1.2668E-05	2.0000E+08	1.2413E-06	1.2413E-04	2.7117E-04	8.0568E+01	5.4234E+04
1.0000E-08	4.8695E-12	3.7393E+00	5.0431E-04	2.0000E+07	2.6743E-06	2.6743E-04	1.2587E-03	3.7396E+01	2.5173E+04
1.0000E-07	4.8695E-11	1.7356E+00	2.0077E-02	2.0000E+06	5.7617E-06	5.7617E-04	5.8422E-03	1.7358E+01	1.1684E+04
1.0000E-06	4.8695E-10	8.0560E-01	7.9927E-01	2.0000E+05	1.2413E-05	1.2413E-03	2.7117E-02	8.0568E+00	5.4234E+03
1.0000E-05	4.8695E-09	3.7393E-01	3.1820E+01	2.0000E+04	2.6743E-05	2.6743E-03	1.2587E-01	3.7396E+00	2.5173E+03
5.0000E-05	2.4347E-08	2.1867E-01	4.1788E+02	4.0000E+03	4.5730E-05	4.5730E-03	3.6803E-01	2.1870E+00	1.4721E+03
1.0000E-04	4.8695E-08	1.7356E-01	1.2668E+03	2.0000E+03	5.7617E-05	5.7617E-03	5.8422E-01	1.7358E+00	1.1684E+03
2.0000E-04	9.7389E-08	1.3776E-01	3.8401E+03	1.0000E+03	7.2592E-05	7.2592E-03	9.2739E-01	1.3777E+00	9.2739E+02
3.0000E-04	1.4608E-07	1.2034E-01	7.3467E+03	6.6667E+02	8.3097E-05	8.3097E-03	1.2152E+00	1.2035E+00	8.1015E+02
4.0000E-04	1.9478E-07	1.0934E-01	1.1641E+04	5.0000E+02	9.1461E-05	9.1461E-03	1.4721E+00	1.0935E+00	7.3607E+02
5.0000E-04	2.4347E-07	1.0150E-01	1.6636E+04	4.0000E+02	9.8523E-05	9.8523E-03	1.7083E+00	1.0151E+00	6.8331E+02
6.0000E-04	2.9217E-07	9.5514E-02	2.2271E+04	3.3333E+02	1.0470E-04	1.0470E-02	1.9290E+00	9.5524E-01	6.4302E+02
7.0000E-04	3.4086E-07	9.0731E-02	2.8500E+04	2.8571E+02	1.1022E-04	1.1022E-02	2.1378E+00	9.0740E-01	6.1081E+02
8.0000E-04	3.8956E-07	8.6781E-02	3.5289E+04	2.5000E+02	1.1523E-04	1.1523E-02	2.3369E+00	8.6789E-01	5.8422E+02
9.0000E-04	4.3825E-07	8.3440E-02	4.2607E+04	2.2222E+02	1.1985E-04	1.1985E-02	2.5278E+00	8.3448E-01	5.6173E+02
1.0000E-03	4.8695E-07	8.0560E-02	5.0431E+04	2.0000E+02	1.2413E-04	1.2413E-02	2.7117E+00	8.0568E-01	5.4234E+02
1.0000E-02	4.8695E-06	3.7393E-02	2.0077E+06	2.0000E+01	2.6743E-04	2.6743E-02	1.2587E+01	3.7396E-01	2.5173E+02
1.5000E-02	7.3042E-06	3.2665E-02	3.8410E+06	1.3333E+01	3.0613E-04	3.0613E-02	1.6493E+01	3.2669E-01	2.1991E+02
1.0000E-01	4.8695E-05	1.7356E-02	7.9927E+07	2.0000E+00	5.7617E-04	5.7617E-02	5.8422E+01	1.7358E-01	1.1684E+02
1.0000E+00	4.8695E-04	8.0560E-03	3.1820E+09	2.0000E-01	1.2413E-03	1.2413E-01	2.7117E+02	8.0568E-02	5.4234E+01
1.0000E+01	4.8695E-03	3.7393E-03	1.2668E+11	2.0000E-02	2.6743E-03	2.6743E-01	1.2587E+03	3.7396E-02	2.5173E+01

CONCLUSIONES

Se simuló adecuadamente el comportamiento de la espuma en un medio poroso homogéneo, a partir de un modelo de balance de lamelas, la ecuación de conservación de masa y la ecuación de Darcy para la fase gaseosa y líquida.

- El modelo predice un comportamiento tipo pistón para la saturación y este comportamiento se repite para diferentes gastos de inyección.
- Existe un radio crítico en donde la textura de la espuma empieza a caer debido a la disminución de los gradientes de presión, en este punto el término de aniquilación es el que domina.
- En el frente de espuma, o gas, siempre hay una zona donde se genera espuma independientemente de su posición y la velocidad de inyección.
- La viscosidad tiene un máximo local en el radio crítico y un máximo absoluto en el frente de la espuma o gas.
- Los parámetros involucrados en los modelos de creación y destrucción de lamelas, viscosidad, permeabilidades relativas y la curva de presión capilar se tienen que medir para cada químico y tipo de roca.
- El modelo reológico de Hirasaki y Lawson y el modelo de permeabilidades relativas y presión capilar de Brooks-Corey se pueden sustituir por cualquier modelo apropiado.

RECOMENDACIONES

A pesar de que los resultados obtenidos en el código fueron satisfactorios, todavía es necesario calibrar el modelo con resultados experimentales. Es decir, medir los parámetros que intervienen en los modelos de creación y destrucción de lamelas, viscosidad, permeabilidades relativas y la curva de presión capilar para diferentes químicos y tipos de roca.

Así mismo, partiendo de los principios usados para este trabajo, es importante trabajar en un modelo 2D que considere los efectos de la gravedad sobre la espuma y sirva como una mejor aproximación al comportamiento de la misma.

Generar modelos que incluyan tres fases o bien porosidad múltiple, es un trabajo futuro que permitiría comprender mejor la evolución de la espuma dentro de un medio poroso.

ANEXO

Saturación de agua

Partiendo de la siguiente ecuación de saturación de agua en coordenadas cilíndricas

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{1}{x} \frac{\partial(xu_w)}{\partial x} = 0, \dots\dots\dots (6.1)$$

Se define la velocidad del agua como $u_w = \frac{q_w}{2\pi hx}$, sustituyendo,

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{1}{x} \frac{\partial(x \frac{q_w}{2\pi hx})}{\partial x} = 0, \dots\dots\dots (6.2)$$

O bien,

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{1}{2\pi hr} \frac{\partial(q_w)}{\partial x} = 0, \dots\dots\dots (6.3)$$

Incorporando el flujo fraccional

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{1}{2\pi hx} \frac{\partial(q_w f'_w)}{\partial x} = 0, \dots\dots\dots (6.4)$$

$$\frac{\phi 2\pi hr}{q_w} \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial(f'_w)}{\partial x} = 0, \dots\dots\dots (6.5)$$

Finalmente,

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + u_t \frac{\partial f'_w}{\partial x} = 0, \dots\dots\dots (6.6)$$

Dónde u_t es la velocidad de Darcy

$$u_t = \frac{q_t}{2\pi hx}, \dots\dots\dots (6.7)$$

De la teoría de flujo fraccional en coordenadas cilíndricas (Ling (2015)).

$$f'_w = \frac{1 - \frac{2\pi h k k_{rg}}{\mu_g q_t} \frac{\partial(x P_c)}{\partial x}}{1 + \frac{\mu_w k_{rg}}{\mu_g k_{rw}}}, \dots\dots\dots (6.8)$$

Aplicando la derivada:

Referencias

$$f'_w = \frac{1 - \frac{2\pi h k k_{rg}}{\mu_g q_t} \left(x \frac{\partial P_c}{\partial x} + P_c \right)}{1 + \frac{\mu_w k_{rg}}{\mu_g k_{rw}}}, \dots \dots \dots (6.9)$$

Se define

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{\mu_w k_{rg}}{\mu_g k_{rw}}}, \dots \dots \dots (7)$$

Sustituyendo f_w en ecuación 4.9

$$f'_w = f_w - \frac{\frac{2\pi h k k_{rg}}{\mu_g q_t} \frac{\partial(xP_c)}{\partial x}}{1 + \frac{\mu_w k_{rg}}{\mu_g k_{rw}}}, \dots \dots \dots (7.1)$$

$$f'_w = f_w - f_w \frac{2\pi h k k_{rg}}{\mu_g q_t} \frac{\partial(xP_c)}{\partial x}, \dots \dots \dots (7.2)$$

Sustituyendo la ecuación 7.2 en 6.6

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + u_t \frac{\partial}{\partial x} \left(f_w - f_w \frac{2\pi h k k_{rg}}{\mu_g q_t} \frac{\partial(xP_c)}{\partial x} \right) = 0, \dots \dots \dots (7.3)$$

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + u_t \frac{\partial f_w}{\partial x} - u_t \frac{2\pi h}{q_t} \frac{\partial}{\partial x} \left(f_w \frac{k k_{rg}}{\mu_g} \frac{\partial(xP_c)}{\partial x} \right) = 0, \dots \dots \dots (7.3)$$

Sustituyendo u_t

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{q_t}{2\pi h x} \frac{\partial f_w}{\partial x} - \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(f_w \frac{k k_{rg}}{\mu_g} \frac{\partial(xP_c)}{\partial x} \right) = 0, \dots \dots \dots (7.4)$$

Se sabe que la movilidad del gas es $\lambda_g = \frac{k k_{rg}}{\mu_g}$

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{q_t}{2\pi h x} \frac{\partial f_w}{\partial x} - \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(f_w \lambda_g \frac{\partial(xP_c)}{\partial x} \right) = 0, \dots \dots \dots (7.5)$$

O bien,

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{q_t}{2\pi h x} \frac{\partial f_w}{\partial x} - \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left((1 - f_w) \lambda_w \frac{\partial(xP_c)}{\partial x} \right) = 0, \dots \dots \dots (7.6)$$

Textura de la espuma

A partir del teorema de transporte de Reynolds se tiene:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \vec{U}) = R, \dots \dots \dots (7.7)$$

Considerando un balance para la textura, n_f , dentro de un medio poroso parcialmente saturado,

$$\alpha = \phi S_g n_f, \dots \dots \dots (7.8)$$

O bien,

$$\frac{\partial(\phi S_g n_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi S_g n_f \vec{U}) = R, \dots \dots \dots (7.9)$$

Si la velocidad es constante y se define la velocidad de Darcy como:

$$\vec{u} = \phi S_g \vec{U}, \dots \dots \dots (8)$$

Se tiene,

$$\phi \frac{\partial(S_g n_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (n_f \vec{u}) = R, \dots \dots \dots (8.1)$$

Por otro lado, si se considera que la espuma solo se genera o coalesce en el espacio que satura ϕS_g , se tiene que:

$$R = \phi S_g (r_g - r_c), \dots \dots \dots (8.2)$$

Finalmente,

$$\phi \frac{\partial(S_g n_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (n_f \vec{u}) = \phi S_g (r_g - r_c), \dots \dots \dots (8.3)$$

En coordenadas cilíndricas con simetría en z y θ :

$$\phi \frac{\partial(S_g n_f)}{\partial t} + \frac{1}{x} \frac{\partial(x n_f u_{gr})}{\partial x} = \phi S_g (r_g - r_c), \dots \dots \dots (8.4)$$

Sistema de ecuaciones adimensionales

Considere el sistema de ecuaciones:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{q_t}{2\pi h x} \frac{\partial f_w}{\partial x} - \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left((1 - f_w) \lambda_w \frac{\partial(x P_c)}{\partial x} \right) = 0, \dots \dots \dots (A)$$

$$\phi \frac{\partial(S_g n_f)}{\partial t} + \frac{1}{x} \frac{\partial(r n_f u_{gr})}{\partial x} = \phi S_g (r_g - r_c), \dots \dots \dots (B)$$

$$R_w \leq x \leq R_d$$

Mediante el siguiente conjunto de transformación

Referencias

$$\sigma = \frac{t}{t_c}$$

$$r = \frac{x}{R_d}$$

$$p_c = \frac{P_c}{\Delta P_{cc}}$$

$$n_f = \frac{n_f}{n_{fmax}}$$

$$U_g = \frac{u_{gx}}{u_c}$$

$$R_c = \frac{r_c}{r_{cc}}$$

$$R_g = \frac{r_g}{r_{gc}}$$

$$\lambda_{wa} = \frac{\lambda_w}{\lambda_c}, \dots \dots \dots (C)$$

Donde $t_c, \Delta P_{cc}, u_c, r_{cc}, r_{gc}$ y λ_c son variables características propuestas para hacer adimensional el modelo, a qué son iguales dichas variables se va obteniendo a lo largo del desarrollo. n_{fmax} es la textura máxima del modelo y r_d es la longitud total propuesta. $R_c, R_g, r, p_c, \eta_f, U_g, \lambda_{wa}, \sigma$ son variables adimensionales propuestas a partir de la relación de los valores reales, contra los valores característicos.

Se tiene la ecuación A, en la cual se sustituye el conjunto de transformaciones antes mencionadas mediante un despeje (por ejemplo, $x = rR_d$), resultando:

$$\frac{\phi}{t_c} \frac{\partial S_w}{\partial \sigma} + \frac{q_t}{2\pi h R_d^2} \frac{1}{r} \frac{\partial f_w}{\partial r} - \frac{\Delta P_{cc} \lambda_c}{R_d^2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left((1 - f_w) \lambda_{wa} \frac{\partial (r p_c)}{\partial r} \right) = 0, \dots \dots \dots (8.5)$$

$$\frac{\partial S_w}{\partial \sigma} + \frac{t_c q_t}{2\phi \pi h R_d^2} \frac{1}{r} \frac{\partial f_w}{\partial r} - \frac{t_c \Delta P_{cc} \lambda_c}{\phi R_d^2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left((1 - f_w) \lambda_{wa} \frac{\partial (r p_c)}{\partial r} \right) = 0, \dots \dots \dots (8.6)$$

Sea

$$\frac{t_c q_t}{2\phi \pi h R_d^2} = 1, \dots \dots \dots (8.7)$$

$$t_c = \frac{2\phi \pi h R_d^2}{q_t}, \dots \dots \dots (8.8)$$

La relación de variables resultantes se iguala a uno para reducir el espacio paramétrico, uno facilita la transformación adimensional, pero podría ser cualquier número. t_c representa el tiempo de llenado del sistema, sustituyendo:

Referencias

$$\frac{\partial S_w}{\partial \sigma} + \frac{1}{r} \frac{\partial f_w}{\partial r} - \frac{t_c \Delta P_{cc} \lambda_c}{\phi R_d^2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left((1 - f_w) \lambda_{wa} \frac{\partial (r p_c)}{\partial r} \right) = 0, \dots \dots \dots (8.9)$$

$$\frac{\partial S_w}{\partial \sigma} + \frac{1}{r} \frac{\partial f_w}{\partial r} - \frac{2\phi\pi h R_d^2 \Delta P_{cc} \lambda_c}{q_t \phi R_d^2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left((1 - f_w) \lambda_{wa} \frac{\partial (r p_c)}{\partial r} \right) = 0, \dots \dots \dots (9)$$

Eliminando términos,

$$\frac{\partial S_w}{\partial \sigma} + \frac{1}{r} \frac{\partial f_w}{\partial r} - \frac{2\pi h \lambda_c \Delta P_{cc}}{q_t} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left((1 - f_w) \lambda_{wa} \frac{\partial (r p_c)}{\partial r} \right) = 0, \dots \dots \dots (9.1)$$

Sea u_c la velocidad característica en la zona de disparos:

$$u_c \sim \frac{q_t}{2\pi h R_w}, \dots \dots \dots (9.2)$$

De Darcy se tiene:

$$u_c \sim \lambda_c \frac{\Delta P_{cc}}{R_d}, \dots \dots \dots (9.3)$$

Entonces

$$\Delta P_{cc} \sim \frac{q_t R_d}{2\pi h \lambda_c R_w}, \dots \dots \dots (9.4)$$

Sustituyendo ΔP_{cc} en la ecuación 9.1:

$$\frac{\partial S_w}{\partial \sigma} + \frac{1}{r} \frac{\partial f_w}{\partial r} - \frac{2\pi h \lambda_c}{q_t} \frac{q_t R_d}{2\pi h \lambda_c R_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left((1 - f_w) \lambda_{wa} \frac{\partial (r p_c)}{\partial r} \right) = 0, \dots \dots \dots (9.5)$$

$$\frac{\partial S_w}{\partial \sigma} + \frac{1}{r} \frac{\partial f_w}{\partial r} - \frac{R_d}{R_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left((1 - f_w) \lambda_{wa} \frac{\partial (r p_c)}{\partial r} \right) = 0, \dots \dots \dots (9.6)$$

y definiendo $r_w = R_w/R_d$,

$$\frac{\partial S_w}{\partial \sigma} + \frac{1}{r} \frac{\partial f_w}{\partial r} - \frac{1}{r_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left((1 - f_w) \lambda_{wa} \frac{\partial (r p_c)}{\partial r} \right) = 0, \dots \dots \dots (9.7)$$

Para la presión Capilar, se parte de la ecuación general 9.5

$$P_c = \sigma \left(\frac{\phi}{k} \right)^{0.5} \left(\frac{S_w}{1 - S_{wc} - S_{gr}} \right)^{-0.2}, \dots \dots \dots (9.8)$$

Se sustituye $P_c = p_c \Delta P_{cc}$

Referencias

$$\Delta P_{cc} p_c = \sigma(\phi/k)^{0.5} \left(\frac{S_w}{1 - S_{wc} - S_{gr}} \right)^{-0.2}, \dots \dots \dots (9.6)$$

Despejando presión capilar

$$p_c = \frac{\sigma(\phi/k)^{0.5}}{\Delta P_{cc}} \left(\frac{S_w}{1 - S_{wc} - S_{gr}} \right)^{-0.2}, \dots \dots \dots (9.7)$$

Si sabemos que $\Delta P_{cc} = \frac{q_t R_d}{2\pi h \lambda_c R_w}$, entonces:

$$p_c = \frac{\sigma(\phi/k)^{0.5}}{\frac{q_t R_d}{2\pi h \lambda_c R_w}} \left(\frac{S_w}{1 - S_{wc} - S_{gr}} \right)^{-0.2}, \dots \dots \dots (9.8)$$

Finalmente, se define,

$$\mathbf{Ca} = \frac{\sigma(\phi/k)^{0.5}}{\frac{q_t}{2\pi h \lambda_c r_w}} = \frac{2\pi h \lambda_c r_w \sigma(\phi/k)^{0.5}}{q_t}, \dots \dots \dots (D)$$

$$\mathbf{Ca} = \frac{\Delta P_c}{\Delta P_{cc}}, \dots \dots \dots (D.1)$$

\mathbf{Ca} es el número capilar, representa la relación entre las fuerzas capilares y las fuerzas viscosas.

Sustituyendo en la ecuación,

$$p_c = r_w \mathbf{Ca}^{-1} \left(\frac{S_w}{1 - S_{wc} - S_{gr}} \right)^{-0.2}, \dots \dots \dots (9.9)$$

Por otro lado, la textura:

$$\phi \frac{\partial(S_g n_f)}{\partial t} + \frac{1}{x} \frac{\partial(x n_f u_{gr})}{\partial x} = \phi S_g (r_g - r_c), \dots \dots \dots (10)$$

Aplicando el conjunto de transformaciones adimensionales:

$$\frac{\phi n_{fmax}}{t_c} \frac{\partial(S_g n_f)}{\partial \sigma} + \frac{n_{fmax} u_c}{R_d} \frac{\partial(\eta_f U_g)}{\partial r} + \frac{n_{fmax} u_c}{R_d} \frac{\eta_f U_g}{r} = t_c \phi S_g (r_{gc} R_g - r_{cc} R_c), \dots \dots \dots (10.1)$$

Dividiendo entre n_{fmax}

$$\frac{\partial(S_g n_f)}{\partial \sigma} + \frac{t_c n_{fmax} u_c}{\phi n_{fmax} R_d} \frac{\partial(\eta_f U_g)}{\partial r} + \frac{t_c n_{fmax} u_c}{\phi n_{fmax} R_d} \frac{\eta_f U_g}{r} = \frac{t_c \phi S_g}{\phi n_{fmax}} (r_{gc} R_g - r_{cc} R_c), \dots \dots \dots (10.2)$$

Se tiene,

$$\frac{\partial(S_g n_f)}{\partial \sigma} + \frac{t_c u_c}{\phi R_d} \frac{\partial(n_f u_{gr})}{\partial r} + \frac{t_c u_c}{\phi R_d} \frac{\eta_f U_g}{r} = \frac{t_c \phi S_g r_{cc}}{\phi n_{fmax}} \left(\frac{r_{gc}}{r_{cc}} R_g - R_c \right), \dots \dots \dots (10.3)$$

Referencias

$$\text{Si } t_c = \frac{2\phi h \pi R_d^2}{q_t}$$

$$\frac{\partial(S_g n_f)}{\partial \sigma} + \frac{2\phi \pi R_d h}{q_t} \frac{u_c}{\phi R_d} \frac{\partial(n_f u_{gr})}{\partial r} + \frac{2\phi \pi R_d h}{q_t} \frac{u_c}{\phi R_d} \frac{\eta_f U_g}{r} = \frac{2\phi \pi R_d h}{q_t} \frac{S_g r_{cc}}{n_{fmax}} \left(\frac{r_{gc}}{r_{cc}} R_g - R_c \right) \quad (10.4)$$

Considerando a la velocidad característica a la entrada de los disparos en la tubería (o del inicio del medio poroso del experimento)

$$u_c = \frac{q_t}{2\pi h R_w}$$

Sustituyendo,

$$\begin{aligned} \frac{\partial(S_g n_f)}{\partial \sigma} + \frac{2\pi R_d h}{q_t} \frac{q_t}{2\pi h R_w} \frac{\partial(n_f u_{gr})}{\partial r} + \frac{2\pi R_d h}{q_t} \frac{q_t}{2\pi h R_w} \frac{\eta_f U_g}{r} \\ = \frac{2\phi \pi R_d h}{q_t} \frac{\phi S_g r_{cc}}{\phi n_{fmax}} \left(\frac{r_{gc}}{r_{cc}} R_g - R_c \right), \dots \dots \dots (10.5) \end{aligned}$$

Eliminando variables iguales

$$\frac{\partial(S_g n_f)}{\partial \sigma} + \frac{R_d}{R_w} \frac{\partial(n_f u_{gr})}{\partial r} + \frac{R_d}{R_w} \frac{\eta_f U_g}{r} = \frac{2\phi \pi R_d h r_{cc}}{q_t n_{fmax}} S_g \left(\frac{r_{gc}}{r_{cc}} R_g - R_c \right), \dots \dots \dots (10.6)$$

$$\text{Si } r_w = \frac{R_w}{R_d}$$

$$\frac{\partial(S_g n_f)}{\partial \sigma} + \frac{1}{r_w} \frac{\partial(n_f u_{gr})}{\partial r} + \frac{1}{r_w} \frac{\eta_f U_g}{r} = \frac{2\phi \pi R_d h r_{cc}}{q_t n_{fmax}} S_g \left(\frac{r_{gc}}{r_{cc}} R_g - R_c \right), \dots \dots \dots (10.7)$$

Definiendo a:

$$\mathbf{Da} = \frac{2\phi \pi R_d h r_{cc}}{q_t n_{fmax}}, \dots \dots \dots (E)$$

$$\mathbf{Ga} = \frac{r_{gc}}{r_{cc}} \dots \dots \dots (F)$$

$$\frac{\partial(S_g n_f)}{\partial \sigma} + \frac{1}{r_w} \frac{\partial(n_f u_{gr})}{\partial r} + \frac{1}{r_w} \frac{\eta_f U_g}{r} = \mathbf{Da} S_g (\mathbf{Ga} R_g - R_c), \dots \dots \dots 10.8$$

$$\frac{\partial(S_g n_f)}{\partial \sigma} + \frac{1}{r r_w} \frac{\partial(r n_f u_{gr})}{\partial r} = \mathbf{Da} S_g (\mathbf{Ga} R_g - R_c), \dots \dots \dots (10.9)$$

Donde **Da** representa el tiempo característico de llenado contra los tiempos característicos de coalescencia y **Ga** compara el término de generación de la espuma contra el de coalescencia de la misma.

Formación y coalescencia de lamelas

Partiendo de la ecuación general de generación de lamelas propuesta por Kam *et al.* (2004)

Referencias

$$r_g = C_g S_w \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^m, \dots \dots \dots (11)$$

Se aplica el conjunto de transformaciones

$$R_g r_{gc} = \frac{C_g \Delta P_{cc}^m}{R_d^m} S_w \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right)^m, \dots \dots \dots (11.1)$$

$$R_g = \frac{C_g \Delta P_{cc}^m}{r_{gc} R_d^m} S_w \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right)^m, \dots \dots \dots (11.2)$$

Definiendo

$$\frac{C_g \Delta P_{cc}^m}{r_{gc} R_d^m} = 1$$

$$\frac{C_g \Delta P_{cc}^m}{R_d^m} = r_{gc}$$

Finalmente

$$R_g = S_w \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^m, \dots \dots \dots (11.3)$$

Aplicando diferencias finitas,

$$R_g = S_w \left(\frac{P_i - P_{i-1}}{\Delta r} \right)^m, \dots \dots \dots (11.4)$$

Se tienen las siguientes condiciones de frontera:

A la entrada

$$R_g = S_w \left(\frac{P_j - \frac{1}{2} [P_1 + P_2]}{\Delta r} \right)^m, \dots \dots \dots (11.5)$$

Donde P_1, P_2 son las presiones en el nodo uno y dos de la malla. P_j , es la presión de entrada, esta se aborda a lo largo de este desarrollo en la ecuación 16.5

A la salida

$$R_g = S_w \left(\frac{\frac{1}{2} [P_{N-1} + P_N] - P_o}{\Delta r} \right)^m, \dots \dots \dots (11.6)$$

Para la colaescencia de lamelas, se tiene

$$r_c = C_c n_f \left(\frac{1}{S_w - S_w^*} \right)^n, \dots \dots \dots (11.7)$$

Referencias

Aplicando el conjunto de transformaciones,

$$R_c r_{cc} = C_c n_{fmax} \eta_f \left(\frac{1}{S_w - S_w^*} \right)^n, \dots \dots \dots (11.8)$$

Despejando R_c

$$R_c = \frac{C_c n_{fmax}}{r_{cc}} \eta_f \left(\frac{1}{S_w - S_w^*} \right)^n, \dots \dots \dots (11.9)$$

Si

$$\frac{C_c n_{fmax}}{r_{cc}} = 1$$

$$R_c r_{cc} = \eta_f \left(\frac{1}{S_w - S_w^*} \right)^n, \dots \dots \dots (12)$$

Viscosidad aparente de la espuma

Partiendo de la viscosidad aparente de la espuma propuesta por Kam *et al.* (2004)

$$\mu_g^f = \mu_g^0 + \frac{C_f n_f}{(u_c)^{1/3}}, \dots \dots \dots (12.1)$$

Se propone la siguiente modificación para limitar los valores de la viscosidad aparente:

$$\mu_g^f = \mu_g^0 + \frac{C_f n_{fmax} \eta_f}{u_g^{1/3} + \frac{C_f n_{fmax}}{\mu_{gmax} - \mu_g^0}}, \dots \dots \dots (12.2)$$

Aplicando el conjunto de transformaciones para la velocidad del gas,

$$\mu_g^f = \mu_g^0 + \frac{C_f n_{fmax} \eta_f}{u_c^{1/3} U_g^{1/3} + \frac{C_f n_{fmax}}{\mu_{gmax} - \mu_g^0}}, \dots \dots \dots (12.3)$$

Aplicando el conjunto de transformaciones para la viscosidad aparente y simplificando la ecuación

$$\mu_g^f = \frac{\mu_g^0}{\mu_c} + \frac{C_f n_{fmax} \eta_f}{u_g^{1/3} \mu_c} \left(\frac{n_f}{u_g^{1/3} + \frac{C_f n_{fmax}}{u_c^{1/3} (\mu_{gmax} - \mu_g^0)}} \right), \dots \dots \dots (12.4)$$

Definiendo

$$\mu = \frac{\mu_g^f}{\mu_c}, \dots \dots \dots (12.5)$$

$$Br = \frac{\mu_g^0}{\mu_c}, \dots \dots \dots (12.6)$$

Referencias

Se sabe que $\mu_c = \frac{C_f \eta_{fmax}}{u_g^{1/3}}$, sustituyendo lo anterior, μ y \mathbf{Br} en la ec. 12.4

$$\mu = \mathbf{Br} + \frac{C_f \eta_{fmax} \eta_f}{u_g^{1/3} \mu_c} \left(\frac{\eta_f}{u_g^{1/3} + \frac{\mu_c}{(\mu_{gmax} - \mu_g^0)}} \right), \dots \dots \dots (12.7)$$

Definimos

$$\mathbf{Br}_2 = \frac{\mu_c}{(\mu_{gmax} - \mu_g^0)}, \dots \dots \dots (G)$$

Sustituyendo,

$$\mu = \mathbf{Br} + \frac{\eta_f}{U_g^{1/3} + \mathbf{Br}_2}, \dots \dots \dots (12.8)$$

Donde \mathbf{Br} representa la viscosidad adimensional de la fase gaseosa y \mathbf{Br}_2 es la razón de cambio de la viscosidad adimensional del gas.

Velocidad del agua

Partiendo de la velocidad del agua adaptada a partir de la teoría de flujo fraccional (Ling 2005):

$$u_w = f_w u_t + \frac{u_t \left(\frac{2\pi h k k_{rg}}{q_t \mu_g} \right) \left(x \frac{\partial P_c}{\partial x} + P_c \right)}{1 + \frac{k_{rg} \mu_w}{k_{rw} \mu_g}}, \dots \dots \dots (12.9)$$

Aplicando el conjunto de transformaciones C:

$$U_w u_c = f_w u_t + \frac{u_t \left(\frac{2\pi h k k_{rg}}{q_t \mu_g} \right) \Delta P_{cc} \left(\frac{\partial P_c}{\partial x} r + \Delta P_{cc} p_c \right)}{1 + \frac{k_{rg} \mu_w}{k_{rw} \mu_g}}, \dots \dots \dots (13)$$

Si $u_t = \frac{q_t}{2\pi x h}$ y también le aplicamos el conjunto de transformaciones, $u_t = \frac{q_t}{2\pi R_d r h}$ y sabemos que $\Delta P_{cc} = \frac{q_t R_d}{2\pi h \lambda_c R_w}$ y $u_c = \frac{q_t}{2\pi h R_w}$, sustituyendo y despejando U_w

$$U_w = f_w \frac{q_t}{\frac{q_t}{2\pi h R_w} 2\pi R_d r h} + \frac{\frac{q_t}{2\pi R_d r h} \left(\frac{2\pi h k k_{rg}}{q_t \mu_g} \right) \frac{q_t R_d}{2\pi h \lambda_c R_w} \left(r \frac{\partial P_c}{\partial r} + p_c \right)}{1 + \frac{k_{rg} \mu_w}{k_{rw} \mu_g}}, \dots \dots \dots (13.1)$$

$$U_w = f_w \frac{R_w}{r R_d} + \frac{\frac{1}{r} \left(\frac{k k_{rg}}{\mu_g} \right) \frac{1}{\lambda_c} \left(r \frac{\partial P_c}{\partial r} + p_c \right)}{1 + \frac{k_{rg} \mu_w}{k_{rw} \mu_g}}, \dots \dots \dots (13.2)$$

Referencias

Si $r_w = \frac{R_w}{R_d}$ y $\lambda_g = \frac{k k_{rg}}{\mu_g}$, $\lambda_w = \frac{k k_{rw}}{\mu_w}$

$$U_w = f_w \frac{r_w}{r} + \frac{\frac{1}{r} \lambda_g \frac{1}{\lambda_c} \left(r \frac{\partial P_c}{\partial r} + p_c \right)}{1 + \frac{\lambda_g}{\lambda_w}}, \dots \dots \dots (13.3)$$

Realizando la suma $1 + \frac{\lambda_g}{\lambda_w}$

$$U_w = f_w \frac{r_w}{r} + \frac{\frac{1}{r} \lambda_g \lambda_w \frac{1}{\lambda_c} \left(r \frac{\partial P_c}{\partial r} + p_c \right)}{\lambda_g + \lambda_w}, \dots \dots \dots (13.4)$$

Sabemos que $\lambda_{wa} = \frac{\lambda_w}{\lambda_c}$, sustituyendo

$$U_w = f_w \frac{r_w}{r} + \frac{1}{r} \lambda_{wa} f_g \left(r \frac{\partial P_c}{\partial r} + p_c \right), \dots \dots \dots (13.5)$$

Finalmente $f_g = (1 - f_w)$

$$U_w = f_w \frac{r_w}{r} + \frac{1}{r} \lambda_{wa} (1 - f_w) \left(\frac{\partial r P_c}{\partial r} \right), \dots \dots \dots (13.6)$$

Aplicando diferencias finitas

$$U_w = f_w \frac{r_w}{r} + \frac{1}{r} \lambda_{wa} (1 - f_w) \left(\frac{r_i P_{c,i} - r_{i-1} P_{c,i-1}}{\Delta r} \right), \dots \dots \dots (13.7)$$

$$U_w = f_{w,i} \frac{r_w}{r_i} + \frac{1}{r_i} \lambda_{wa,i} \frac{r_i P_{c,i} - r_{i-1} P_{c,i-1}}{\Delta r} - \frac{1}{r_i} \lambda_{wa,i} f_{w,i} \frac{r_i P_{c,i} - r_{i-1} P_{c,i-1}}{\Delta r}, \dots \dots \dots (13.8)$$

Tenemos las siguientes condiciones de frontera:

A la entrada, el gradiente de presión capilar es cero

$$\left(\frac{\partial r P_c}{\partial r} \right) = 0$$

$$U_{w,1} = f_{w,1} \frac{r_w}{r_1}, \dots \dots \dots (13.9)$$

A la salida $i = i_{max}$

$$U_{w,i_{max}} = \frac{f_{w,i_{max}} r_w}{r_{i_{max}}} + \lambda_{wa,i_{max}} \left[\frac{-r_{i_{max}-1} P_{c,i_{max}-1}}{\Delta r} \right] - \lambda_{wa,i_{max}} f_{w,i_{max}} \left[\frac{-r_{i_{max}-1} P_{c,i_{max}-1}}{\Delta r} \right] \quad (14)$$

Velocidad del gas

Si

$$u_t = u_w + u_g, \dots \dots \dots (14.1)$$

Referencias

Aplicando el conjunto de transformaciones

$$u_t = u_c U_w + u_c U_g, \dots \dots \dots (14.2)$$

Sustituyendo $u_t = \frac{q_t}{2\pi h x}$

$$\frac{q_t}{2\pi h x} = u_c U_w + u_c U_g, \dots \dots \dots (14.3)$$

Dividiendo entre u_c

$$\frac{q_t}{2\pi h x u_c} = U_w + U_g, \dots \dots \dots (14.4)$$

Aplicando la transformación

$$\frac{q_t}{2\pi h r R_d u_c} = U_w + U_g, \dots \dots \dots (14.5)$$

Si $u_c = \frac{q_t}{2\pi h R_w}$, se tiene

$$\frac{q_t}{2\pi h r R_d \frac{q_t}{2\pi h R_w}} = U_w + U_g, \dots \dots \dots (14.7)$$

Simplificando y considerando $r_w = \frac{R_d}{2R_w}$

$$\frac{r_w}{r} = U_w + U_g, \dots \dots \dots (14.8)$$

Despejando U_g

$$U_g = \frac{r_w}{r} - U_w, \dots \dots \dots (14.9)$$

Diferencias Finitas

Las diferencias finitas de la saturación y textura de la espuma se realizaron con un esquema centrado en el espacio, usando los promedios de Crank y Nicolson y O'Brien *et al* (1947) en el tiempo para darle estabilidad al código y ayudar a la convergencia de la solución. En ambos balances se consideraron las condiciones de frontera en el nodo uno e i_{max} de la malla. Las ecuaciones finales se muestran a continuación:

Textura

$$\eta_{f,i}^{k+1} = \left(\frac{S_{g,i}^k \eta_{f,i}^k}{S_{g,i}^{k+1} + \frac{\Delta\sigma(1-\gamma)U_{g,i}^{k+1}}{r_w \Delta r}} \right) + \frac{\Delta\sigma}{S_{g,i}^{k+1} + \frac{\Delta\sigma(1-\gamma)U_{g,i}^{k+1}}{r_w \Delta r}} \frac{\gamma}{r_w \Delta r} \left(\frac{r_{i-1}}{r_i} \eta_{f,i-1}^k U_{g,i-1}^k - \eta_{f,i}^k U_{g,i}^k \right) + \frac{\Delta\sigma(1-\gamma)U_{g,i}^{k+1}}{r_w \Delta r} \frac{(1-\gamma)r_{i-1}}{r_i} \eta_{f,i-1}^k U_{g,i-1}^k + \frac{(1-\gamma)\Delta\sigma Da S_{g,i}^k (Ga R_{g,i}^k - R_{c,i}^k)}{\left(S_{g,i}^{k+1} + \frac{\Delta\sigma(1-\gamma)U_{g,i}^{k+1}}{r_w \Delta r} \right)} \quad (14.9)$$

Cuyas condiciones de frontera e iniciales son

$$\eta_{f,1}^{k+1} = \left(\frac{S_{g,1}^k \eta_{f,1}^k}{S_{g,1}^{k+1} + \frac{\Delta\sigma(1-\gamma)U_{g,1}^{k+1}}{r_w \Delta r}} \right) + \frac{\Delta\sigma}{S_{g,1}^{k+1} + \frac{\Delta\sigma(1-\gamma)U_{g,1}^{k+1}}{r_w \Delta r}} \frac{\gamma}{r_w \Delta r} (-\eta_{f,1}^k U_{g,1}^k) + \frac{(1-\gamma)\Delta\sigma Da S_{g,1}^k (Ga R_{g,1}^k - R_{c,1}^k)}{\left(S_{g,1}^{k+1} + \frac{\Delta\sigma(1-\gamma)U_{g,1}^{k+1}}{r_w \Delta r} \right)}, \dots \dots \dots (15)$$

$$\eta_{f,i}^1 = 0$$

Saturación

$$S_{w,i}^{k+1} = S_{w,i}^k + \frac{\gamma \Delta\sigma}{r_i} \frac{f_{w,i-1}^k - f_{w,i}^k}{\Delta r} + \frac{\gamma \Delta\sigma}{r_w r_i} \frac{1}{\Delta r^2} \left((1-f_{w,i}^k) \lambda_{wa}^k [r_{i+1}^k p_{i+1}^k - r_i^k p_i^k] - (1-f_{w,i}^k) \lambda_{wa}^k [r_{i+1}^k p_{i+1}^k - r_i^k p_i^k] \right) + \frac{(1-\gamma)\Delta\sigma}{r_i} \frac{f_{w,i-1}^{k+1} - f_{w,i}^{k+1}}{\Delta r} + \frac{(1-\gamma)\Delta\sigma}{r_w r_i} \frac{1}{\Delta r^2} \left((1-f_{w,i}^{k+1}) \lambda_{wa}^k [r_{i+1}^k p_{i+1}^k - r_i^k p_i^k] - (1-f_{w,i}^{k+1}) \lambda_{wa}^{k+1} [r_{i+1}^{k+1} p_{i+1}^{k+1} - r_i^{k+1} p_i^{k+1}] \right), \dots \dots \dots (15.1)$$

Condiciones de frontera

A la entrada

$$S_{w,1}^{k+1} = S_{w,1}^k + \frac{\gamma \Delta \sigma}{r_1} \frac{f_{w,J}^k - f_{w,1}^k}{\Delta r} + \frac{\gamma \Delta \sigma}{r_w r_1} \frac{1}{\Delta r^2} \left((1 - f_{w,1}^k) \lambda_{wa}^k [r_2^k p_2^k - r_1^k p_1^k] \right) + \frac{(1-\gamma) \Delta \sigma}{r_i} \frac{f_{w,J}^{k+1} - f_{w,1}^{k+1}}{\Delta r} + \frac{(1-\gamma) \Delta \sigma}{r_w r_i} \frac{1}{\Delta r^2} \left((1 - f_{w,1}^k) \lambda_{wa,1}^k [r_2^k p_2^k - r_1^k p_1^k] \right), \dots \dots \dots (15.2)$$

A la salida

Se hacen dos suposiciones para satisfacer la capilaridad y sus efectos, el primero, la presión capilar es asumida cero corriente abajo a la salida a una distancia $\Delta x/2$ del centro del bloque de la malla y el segundo, el flujo del líquido a la salida $U_{w,N}$ es calculada primero, asumiendo cero la presión capilar a la salida. Si el flujo es menor que cero indica que el flujo de líquido regresa al interior del medio poroso desde la salida, por lo tanto, la velocidad a la salida se integra a la ecuación de saturación de forma explícita y se restringe para simular las condiciones físicas en las que el flujo no debe regresarse.

Partiendo de la ecuación general de velocidad del agua a salida:

$$U_w = f_{w,i} \frac{r_w}{r_i} + \frac{1}{r_i} \lambda_{wa,i} \frac{r_i P_{c,i} - r_{i-1} P_{c,i-1}}{\Delta r} - \frac{1}{r_i} \lambda_{wa,i} f_{w,i} \frac{r_i P_{c,i} - r_{i-1} P_{c,i-1}}{\Delta r}$$

Aplicando diferencias finitas a $\Delta x/2$

$$U_{w,imax+1} = f_{w,imax} \frac{r_w}{r_{imax}} + \frac{1}{r_{imax}} \lambda_{wa,imax} \frac{r_{imax+1} P_{c,imax+1} - r_{imax} P_{c,imax}}{\frac{\Delta r}{2}} - \frac{1}{r_{imax}} \lambda_{wa,imax} f_{w,imax} \frac{r_{imax+1} P_{c,imax+1} - r_{imax} P_{c,imax}}{\frac{\Delta r}{2}}, \dots \dots \dots (15.3)$$

$$U_{w,imax+1} = f_{w,imax} \frac{r_w}{r_{imax}} + \frac{1}{r_{imax}} \lambda_{wa,imax} \frac{0 - r_{imax} P_{c,imax}}{\Delta r/2} - \frac{1}{r_{imax}} \lambda_{wa,imax} f_{w,imax} \frac{0 - r_{imax} P_{c,imax}}{\frac{\Delta r}{2}}, \dots \dots \dots (15.4)$$

Dividiendo por r_w y simplificando

$$\frac{U_{w,imax+1}}{r_w} = \frac{f_{w,imax}}{r_{imax}} + \lambda_{wa,imax} \frac{-2P_{c,imax}}{r_w \Delta r} - \lambda_{wa,imax} f_{w,imax} \frac{-2r_{imax} P_{c,imax}}{r_w \Delta r}, \dots \dots \dots (15.5)$$

Una vez que hemos obtenido $\frac{U_{w,imax+1}}{r_w}$, esta expresión se sustituye en la ecuación de la saturación y se realiza la simplificación correspondiente, obteniendo:

$$\begin{aligned}
 S_{w,imax}^{k+1} = S_{w,imax}^k &+ \frac{\gamma 2\Delta\sigma f_{w,imax}^k}{\Delta r r_{imax}} + \frac{2\Delta\sigma f_{w,imax-1}^k}{\Delta r r_{imax}} - \frac{\Delta\sigma f_{w,imax-1}^k}{\Delta r r_{imax}} + \frac{\Delta\sigma U_{w,imax+1}^k}{\Delta r r_{imax}} \\
 &- [1 - f_{w,imax}^k] \frac{\Delta\sigma \lambda_{wa,imax}^k}{r_w \Delta r^2} \left[p_{c,imax}^k - \frac{r_{imax-1}}{r_{imax}} p_{c,imax-1}^k \right] + \frac{(1-\gamma) 2\Delta\sigma f_{w,imax}^k}{\Delta r r_{imax}} \\
 &+ \frac{(1-\gamma) 2\Delta\sigma f_{w,imax-1}^{k+1}}{\Delta r r_{imax}} - \frac{(1-\gamma) \Delta\sigma f_{w,imax-1}^{k+1}}{\Delta r r_{imax}} + \frac{(1-\gamma) \Delta\sigma U_{w,imax+1}^{k+1}}{\Delta r r_{imax}} \\
 &- [1 - f_{w,imax}^{k+1}] \frac{(1-\gamma) \Delta\sigma \lambda_{wa,imax}^{k+1}}{r_w \Delta r^2} \left[p_{c,imax}^{k+1} - \frac{r_{imax-1}}{r_{imax}} p_{c,imax-1}^{k+1} \right], \dots \dots \dots (15.3)
 \end{aligned}$$

Presión

Partiendo de la ecuación de Darcy

$$-\frac{\partial P_w}{\partial x} = \frac{u_w \mu_w}{kk_w}, \dots \dots \dots (15.4)$$

Se aplica el conjunto de transformaciones

$$-\frac{\Delta P_{cc}}{R_d} \frac{P}{\partial r} = \frac{U_w u_c \mu_w}{kk_w}, \dots \dots \dots (15.5)$$

Se multiplica por $\frac{R_d}{\Delta P_{cc}}$

$$-\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{R_d U_w u_c \mu_w}{\Delta P_{cc} kk_w}, \dots \dots \dots (15.6)$$

Sustituyendo el $\Delta P_{cc} = \frac{q_t R_d}{2\pi h \lambda_c R_w}$ y $u_c = \frac{q_t}{2\pi h R_w}$

$$-\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{R_d U_w \frac{q_t}{2\pi h R_w} \mu_w}{\frac{q_t R_d}{2\pi h \lambda_c R_w} kk_w}, \dots \dots \dots (15.7)$$

Simplificando

$$-\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{2\pi h \lambda_c R_w q_t R_d U_w \mu_w}{2\pi h R_w q_t R_d kk_w}, \dots \dots \dots (15.8)$$

$$-\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\lambda_c \mu_w}{kk_w} U_w, \dots \dots \dots (15.9)$$

Samos que $\lambda_w = \frac{kk_w}{\mu_w}$

$$-\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\lambda_c}{\lambda_w} U_w, \dots \dots \dots (16)$$

Aplicando diferencias finitas

Referencias

$$-\frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta r} = \frac{U_{w,i}}{\lambda_{wa,i}}, \dots \dots \dots (16.1)$$

$$P_{i+1} - P_i = \Delta r \frac{U_{w,i}}{\lambda_{wa,i}}, \dots \dots \dots (16.2)$$

$$P_{i+1} = P_i - \Delta r \frac{U_{w,i}}{\lambda_{wa,i}}, \dots \dots \dots (16.3)$$

La condición de frontera a la entrada resulta ser:

$$P_1 = P_J - \Delta r \frac{U_{w,i}}{\lambda_{wa,i}}, \dots \dots \dots (16.4)$$

Donde

$$P_J = P_1 + \Delta r \frac{U_{w,i}}{\lambda_{wa,i}}, \dots \dots \dots (16.5)$$

NOMENCLATURA

V_g =Volumen de gas

V_L = Volumen de líquido

L_s = Longitud del bache de líquido

n_L = Número de lamelas equivalentes por unidad de longitud

μ = Viscosidad del líquido

U = Velocidad de la burbuja

σ = Tensión superficial

r_c = Radio de curvatura de la interfase gas-líquido

R = Radio capilar

N_L = Longitud adimensional de la porción de la lamela. Describe el grado de movilidad de la interfase

N_s = Número adimensional por el efecto del gradiente de la tensión superficial

$(P)_c$ = Es un coeficiente

L_B = Longitud de la lamela perteneciente a la burbuja

f_w = Flujo fraccional de la fase líquida

Referencias

u_w = Flujo volumétrico de líquido o gasto entre unidad de área (velocidad superficial o de Darcy).

u_g = Flujo volumétrico de la fase gaseosa

u_t = Flujo volumétrico total

S_{wc} = Saturación del agua congénita

S_{gr} = Saturación del gas residual

S_w = Saturación total de líquido

C_g, m = Parámetros del modelo de la velocidad de creación de lamelas

C_c, n = Parámetros de la velocidad de coalescencia de lamelas

S_w^* = Saturación de agua que le corresponde a la presión capilar límite

k_{rw}^f = Permeabilidad relativa al agua en presencia de espuma

μ_{ap} = Viscosidad aparente

$|\nabla p|$ = Magnitud del gradiente de presión

b = Apertura de la fractura

u = Velocidad de la burbuja

MRF = Factor de reducción de la velocidad de referencia

$\frac{\nabla P_f}{\nabla P_{nf}}$ = Caída de presión normalizada por lamela a densidad normalizada

$\left[1 + \left(\frac{C_s}{C_s^{max}} \right)^{e_s} \right]^{-1}$ = Factores de interpolación

μ_g = Viscosidad de la fase gas

ϕ = Porosidad del medio

S_{gf} = Saturación de gas fluyendo

S_{gt} = Saturación gas atrapado

n_t = Número de lamelas por unidad de gas atrapado

n_f = Número de lamelas por unidad de gas fluyendo

u_g^f = Velocidad del gas en presencia de la espuma

G_L = Velocidad neta de las lamelas

Q_L = Término fuente

X_D = Longitud entre longitud característica

N_c = Modificador número capilar

M = Relación de viscosidad del gas respecto a la viscosidad de agua

J^e = Presión capilar adimensional a la entrada

Referencias

a = Parámetro del modelo relacionado con la presión

u_w = Velocidad superficial del agua (ec 4.2)

k = Permeabilidad absoluta

∇p = Gradiente de presión

k_{rw} = Permeabilidad relativa del agua

u_g = Velocidad superficial de gas o espuma (ec. 4.3)

k_{rg}^0 = Permeabilidad relativa en ausencia de espuma

μ_g^f = Viscosidad de la espuma

r_c = Es la relación de coalescencia por unidad de volumen de la fase gas

n_f = Lamelas por unidad de volumen de gas

n = Parámetro del modelo (ec. 4.4)

r_g = Es la relación de creación de lamelas por unidad de volumen de la fase gas

C_g = Parámetro del modelo (ec 4.4)

μ_g^f = Viscosidad del gas en ausencia de espuma

C_f = Parámetro del modelo, varía de acuerdo a estudios teóricos y experimentales en tubos y rocas.

P_c = Presión capilar

q_t = Gasto total

λ_g = Movilidad del gas

σ = Tiempo adimensional (Ecuaciones anexo)

t_c = Tiempo característico

t = Tiempo

r = Distancia adimensional recorrida por la espuma

R_d = Longitud total del sistema

x = Distancia recorrida por la espuma

p_c = Presión capilar adimensional

ΔP_{cc} = Diferencial de presión característico

r_w = Relación entre el radio del pozo y el radio total del sistema

f_w = Flujo fraccional de agua

f_g = Flujo fraccional de gas

λ_{wa} = Movilidad adimensional del agua

P = Presión adimensional

Referencias

U_w = Velocidad del agua adimensional

η_f = Textura adimensional de la espuma

n_{fmax} = Textura máxima del sistema

S_w^* = Saturación crítica de agua

u_c = Velocidad característica

u_{gx} = Velocidad del gas en una cara del pozo

U_g = Velocidad adimensional del gas

r_{cc} = Relación de colaescencia característica

r_{gc} = Relación de generación característica

h = Espesor del sistema

k_{rf} = Permeabilidad relativa de la espuma

X_f = Fracción de gas fluyente

μ_s = Contribución a la viscosidad aparente del tubo

G = Factor geométrico

n_L = Número de lamelas por unidad de longitud

Lp = Longitud característica del medio poroso

a = Ángulo

$b, c, n, cl, c, c2, e2, k1$ = Parámetro de la ecuación (2.8)

u = Velocidad del gas

u_{ref} = Velocidad del gas de referencia

V_{gref} = Velocidad intersticial del gas de referencia

V_g = Velocidad intersticial del gas

C_s = Concentración de surfactante

g, a, k_1, k_2 = Parámetro de la ecuación (2.9)

s_g = Coeficiente de dispersión

n = Viscosidad

V_f = Volumen de espuma (ec 2.9)

Da = Parámetro del modelo, representa el tiempo característico de llenado contra los tiempos característicos de coalescencia

Ga = Parámetro del modelo, compara el término de generación de la espuma contra el de coalescencia de la misma.

Ca = Número capilar, representa la relación entre las fuerzas capilares y las fuerzas

Br = Relación entre la viscosidad del agua y la viscosidad característica

Br₂ = Es la razón de cambio de la viscosidad adimensional del gas

REFERENCIAS

“Análisis Micromecánico de Suelos”. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 26:2. 335-346.

Bernard, G. G. y Holm, L. W. (1916). “Effect of Foam on Permeability of Porous Media to Gas”, *SPEJ*, pp. 267-274.

Buckley, S. E., Leverett, M. C. (1941). “Mechanism of Fluid Displacement in Sands”. *AIME* 146. 107-116.

Blauer, R. E., Mitchell, B. J. y Kohlhaas, C. A. (1974). “Determination of Laminar, Turbulent and Transitional Foam Flow Losses in Pipe”. *SPE* 4885.

Casteel, J. F. y Djabbarah, N. F. (1988). “Sweep Improvement in CO₂ Flooding by Use of Foaming Agents”. *SPE Reser. Eng.* 1186-1192.

Comisión Nacional de Hidrocarburos. “Reservas de hidrocarburos”. (2016). 10 de Febrero 2017. <http://portal.cnih.cnh.gob.mx/downloads/estadisticas/Reservas%20de%20hidrocarburos%20por%20campo%202016.pdf>

Chang, S.H., Owusu, L.A., French S. B., Kovarik, F.S. (1990). “The Effect of Macroscopic Heterogeneity on CO₂-Foam Mobility: Part 2 Mechanistic Foam Simulation”, *SPE Enhanced Oil Recovery Symposium*. *SPE* 20191. Tulsa Oklahoma.

Chen M., Yortsos Y.C. (2006). “Pore-Network Study of the Mechanisms of Foam Generation in Porous Media”. *Physical Review E*, 73, 036304.

Referencias

- Crank, J.; Nicolson, P. (1947). "A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat conduction type". *Proc. Camb. Phil. Soc.* 43 (1): 50-67.
- Craig, Jr., F.F. (1971). "The reservoir Engineering Aspects of Waterflooding", Vol. 3. Richardson, Texas: Monograph Series, SPE.
- Dholkawala, Z. F., Sarma, H. K., Kam, S. I. (2007). "Application of Fractional Flow Theory to Foams in Porous Media". *Journal of Petroleum Science and Engineering* 57, 152-165.
- Falls A.H., Hirasaki G.J., Patzek T.W., Gauglitz P.A., Miller D.D., T. Ratulowski. (1988). "Development of a Mechanistic Foam Simulator: The Population Balance and Generation by Snap-Off". *Soc. Petr. Eng. Res. Eng.*, 3:3; 884–892.
- Gauglitz P. A., Friedman F. , Kam S. I., Rossen W. R. (2002) "Foam in Generation in Homogenous Porous Media", *Chemical Engineering Science*, 57, 4037-4052.
- Germán, Rangel Edgar R. (2015). "IOR-EOR: Oportunidad histórica para México". Trabajo para ingreso a la Academia de Ingeniería. 45-46.
- Hirasaki G. J. Miller C. A., Szafranski R., Lawson J. B., Akiya N. (1997). "Surfactant/Foam Process for Aquifer Remediation". SPE 37257 Proceedings of the SPE Annual Meeting in Houston Texas.
- Hirasaki, G.J., and Lawson, J. B. (1985). "Mechanisms of foam flow Through Porous Media Apparent Viscosity in Smooth Capillaries". *SPEJ*. 176-190.
- Hirasaki G. J., (1989). "The Steam-foam Process Mechanisms". Shell Developed Co. SPE 19505
- Islam, M.R., S.M.F. Ali. (1990). "Numerical Simulation of Foam Flow in Porous Media". *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 29:4.
- Kam, S.I, and Rossen, W. R. (2003). "A Model for Foam Generation in Homogeneous Porous Media". *SPE Journal* 8, 417-425
- Kam S.I. (2008). "Improved Mechanistic Foam Simulation with Foam Catastrophe Theory. Colloids and Surfaces A: Physicochemical." *Eng. Aspects*, 318. 62–77.
- Kari, Vikingstad Anne. (2006). "Static and Dynamic Studies of Foam and Foam-Oil Interactions". Tesis de Doctorado. Universidad de Bergen.
- Kegang Ling, *J Petrol Explor Prod Technol*, Nov. 2015
- King, G. E. (1985). "Foam and Nitrified Fluid Treatments: Stimulation Techniques", *SPE* 14477.

Referencias

- Kovscek A., Radke C. J. (1994). "Fundamentals of Foam Transport in Porous Media" en *Foams: Fundamentals and Applications in the Petroleum Industry*, L. L. Schramm, American Chemical Society, Washington, DC.
- Kovscek, A. R., Patzek, T. W., Radke, C. J. (1995). "A Mechanistic Population Balance Model for Transient and Steady-State Foam Flow in Boise Sandstone". *Chemical Engineering Science*, 50. 3783–3799
- Khatib, Z. I., Hirasaki, G. J., Musters, J. J. y Ratulowski, J. (1988). "Effects of Capillary Pressure on Coalescence and Phase Mobilities in Foam Flowing Through Porous Media", *SPE Reser. Eng.* 919-926.
- Lake, Larry W., (1989). "Enhanced oil Recovery". University of Texas at Austin.1-2
- Lee, H. O., Heller, J. P. y Hoeffler, A. M. W. (1990). "Changes in apparent Viscosity of CO₂-foam with Rock Permeability". *SPE 20194* presentado en Tulsa.
- Marfoe C.H., Kazemi H., Ramirez W.F. (1987). "Numerical Simulation of Foam Flow in Porous Media". *SPE 16709*. Proceedings of the *SPE Annual Meeting* in Dallas Texas USA.
- Miller, C. A., Utubuddin, S.Q., (1987). "Interfacial Phenomena in Apolar Media, Surfactant". Science Series vol. 21. H.S. Eicke y G.D. Parfitt ed., Marcel Dekker, NY, p. 117.
- Mohammadi, S.S., Coombe, D.A., (1995). "Field Application and Simulation of Foam for Gas Diversion", 8th European Symposium on Improved Oil Recovery, Vienna, Austria.
- McNaughton, D. A y Garb, F. A. (1975). "Finding and Evaluating Petroleum Accumulations in Fractured Reservoir Rock". *Exploration and Economics of the Petroleum Industry*, Vol. 13, Matthew Bender & Company Inc.
- Neogi, P., (1987). "Microemulsions: Structure and Dynamics", S.E. Friberg y P. Bothorel ed., CRC Press, Boca Raton, Fl. 197-212
- Nelson, R., (2001). "Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs". *Gulf Professional Publishing*, Boston.
- Patton, J. T., Holbrook, S. T. y Hsu, W. (1938). "Rheology of Mobility-Control Foam". *SPE Journal*. 456-460.
- Pérez Ma., Horta R. Jaime, López C. Carlos S., López L. Teresa, Hernández Z. Juan B., Manuel C. Víctor. (2009). "Modelo Híbrido de Percolación y Elemento Finito par"

Referencias

- Plateau, J.a.F., (1873). "Statique Experimentale et Théorique des Liquides soumis aux Seules forces Moléculaires". Gauthier-Villars, Paris.
- Rangel Germán, Edgar R. (2015). "IOR-EOR: Una oportunidad histórica para México". Trabajo de ingreso a la academia de Ingeniería México.
- Raza, S. H. (1970). "Foam in Porous Media: Characteristics and Potential Applications". SPE J. 328-336.
- Reidenbach, V. G., Harris, P. C., Lee, Y. N., y Lord, D. L. (1986). "Rheological Study of Foam Fracturing Fluids Using Nitrogen and Carbon Dioxide". *SPE Production Engineering*. 31-41.
- Rossen, W. R., and Guaglitz, P. A. (1990). "Percolation Theory of Creation and Mobilization of Foam in Porous Media". *AIChE J.* 36. 1176-1188.
- Rossen W.R. (1990). "Theory of Mobilization Pressure Gradient of Flowing Foams in Porous Media I. Incompressible Foam". *J. Colloid Interface Sci.*, 136:1. 1–16.
- Rossen, R. William. (1994) "Foams in Enhanced oil recovery", editado en Schramm, L. L. "Foams: Fundamentals and Applications in de Petroleum Industry".
- Rossen W. R., Zhou Z. H. (1995). "Applying Fractional-Flow Theory to Foam Processes at the Limiting Capillary Pressure". *SPE Advanced Technology Series*, 3:1, 154-162.
- Rossen, W. R., Zeilinger, S. C., Shi, J. X., Lim, M. T. (1999). "Simplified Mechanistic Simulation of Foam Processes in Porous Media". *SPE Journal* 4. 279-287.
- Rossen, W.R., (2003). "A Critical Review of Roof Snap-off a Mechanism of Steady-State Foam Generation in Porous Media". *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 225:1,1-24.
- Siddiqui, S., Talabani, Sleh, S. T. y Islam, S. R. (1997). "A Laboratory Investigation of Foam Flow in Low Permeability Berea Sandstone Core". *SPE* 37416.
- Schramm, L. L. (1994). "*Foams: Fundamentals and Applications in de Petroleum Industry*". Washington.
- Tanzil, D. (2001). "Foam Generation and Propagation in Heterogeneous Porous Media". PhD Dissertation, Rice University, Houston Texas.
- Thomas, S., (2008). "Enhanced Oil Recovery-An Overview". *Oil and Gas Science and Technology-Rev.IFP*, Vol. 6.

Referencias

Villavicencio, Antonio Pino y Rodríguez Prada, Héctor. (2011). "Developed of a New Foam EOR Model from Laboratory and Field Data of the Naturally Fractured Cantarell Field". *SPE*, 145718-MS.

Weaire, D. y Hutzler, S. (1999). "The Physics of Foams". Oxford University Press.

Wei Yan. (2006). "Foam for Mobility Control in Alkaline/ Surfactant Enhanced Oil Recovery Process". Tesis de Doctorado, Houston, Texas.

White, F. M. (2008). "*Mecánica de fluidos*". 6 ed. Editorial Mc Graw Hill. ISBN: 978-0-07-293844-9

Zitha, P. L. J., Du, D. X. (2010). "A New Stochastic Bubble Population Model for a Foam Flow in Porous Media". *Transport in Porous Media*, 83:3. 603-621.