



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**SIMULACIÓN NUMÉRICA DE
FLUJO CON SUPERFICIES
EXTENDIDAS EN TUBOS CON
ALETAS EN FORMA DE
ESPINA**

TESIS

Que para obtener el título de

INGENIERO MECÁNICO

P R E S E N T A

MALDONADO RIOS EMMANUEL

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Martínez Espinosa Eliseo



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2017

ÍNDICE

1. CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. Objetivo.....	1
1.2. Justificación.	1
1.3. Tipos de intercambiadores de calor.	2
1.4. Código CFD.	10
2. CAPÍTULO II: ECUACIONES DE GOBIERNO.	12
2.1. Ecuaciones instantáneas	12
2.2. Promediado de las ecuaciones de transporte.	14
2.3. Modelos de turbulencia.	14
2.4. Alternativas de simulación.	19
3. CAPÍTULO III: MÉTODOS NUMÉRICOS.	21
3.1. Métodos de solución.....	21
3.2. Volúmenes finitos.....	26
3.3. Condiciones de frontera.....	35
4. CAPÍTULO IV: DETALLES NUMÉRICOS.....	38
4.1. Caso a analizar.....	38
4.2. Condiciones de frontera.....	50
4.3. Otros detalles.	52
5. CAPÍTULO V: RESULTADOS.	55
5.1. Análisis del campo de velocidades.....	55
5.2. Análisis del campo de presiones.	59
5.3. Análisis del campo de temperaturas.....	62
5.4. Análisis de los gradientes de presión.....	66
5.5. Análisis de los gradientes de temperatura.....	69
5.6. Conclusiones.	72
5.7. Recomendaciones.....	73
5.8. Bibliografía.	73

1. CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

En el capítulo presentado se aborda el tema de los intercambiadores de calor; los principales tipos que se pueden encontrar en la actualidad en la industria y una explicación general de su funcionamiento interno. De igual forma se da una pequeña referencia a lo concerniente al código CFD; una breve descripción de su significado, los principales campos de aplicación y una visión general de los problemas que puede resolver

1.1. Objetivo.

General: Analizar la transferencia de calor en un banco de tubos aletados de espigas para un sistema de refrigeración de una empresa de refrigeración.

Particulares:

- Estudiar los gradientes de presión y temperatura en el banco de tubos con la finalidad de conocer las zonas de mayor transporte de energía.
- Estudiar el campo de velocidades para conocer la aerodinámica.

1.2. Justificación.

La necesidad de tener un registro del comportamiento de los elementos usados cotidianamente en el mundo del acondicionamiento ambiental es nuestro parteaguas. En la actualidad la información documentada sobre los intercambiadores de calor de tubos con aletas de espina es muy escasa. Hasta el momento no se han estudiado las condiciones a las que están expuestos los fenómenos que resultan de la interacción dinámica de un flujo establecido con esta geometría.

Para complementar y a la vez respaldar los resultados obtenidos de las simulaciones numéricas, las actividades se coordinaron con los encargados del proyecto en la ESIME (Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica) Zacatenco del IPN, tomando el proyecto para abordar la problemática desde dos ángulos distintos: 1) Experimentación con condiciones reales en un modelo físico desarrollada por parte de la ESIME y 2) Análisis numérico desarrollado en el Instituto de Ingeniería.

Así, los alumnos del IPN van un paso adelante en sus procesos, determinando con antelación el tipo de arreglo y las condiciones a las que se someterá el banco de tubos. Considerando esto, los datos de entrada manejados para formar cada caso se basan en la información proporcionada por la experimentación desarrollada en la ESIME Zacatenco. De manera más particular, con las simulaciones se analiza únicamente la hidrodinámica y el intercambio de calor del fenómeno. Esto no implica que los objetivos propuestos solo tengan este alcance. La información que arroja este análisis servirá para estudios posteriores.

1.3. Tipos de intercambiadores de calor.

Bajo la denominación general de intercambiadores de calor, o simplemente cambiadores de calor, se engloba a todos aquellos dispositivos utilizados para transferir energía de un medio a otro, sin embargo, en lo que sigue se hará referencia única y exclusivamente a la transferencia de energía entre fluidos por conducción y convección, debido a que el intercambio térmico entre fluidos es uno de los procesos más frecuente e importante en la ingeniería.

“Un intercambiador de calor es un dispositivo que facilita la transferencia de calor de una corriente fluida a otra”. A continuación se presenta una clasificación.

I) Intercambiadores de contacto directo.

II) Intercambiador de contacto indirecto.

II.I) Regenerativos.

II.II) Recuperativos.

II.III) Una sola corriente.

II.IV) Dos corrientes de flujo paralelo.

II.V) Dos corrientes en contracorriente.

II.VI) Dos corrientes en flujo cruzado.

II.VII) Dos corrientes en contraflujo cruzado.

II.VIII) Dos corrientes a pasos múltiples.

Intercambiadores de contacto directo.

En los intercambiadores de contacto directo sin almacenamiento de calor las corrientes contactan una con otra íntimamente, cediendo la corriente más caliente directamente su calor a la corriente más fría. Este tipo de intercambiador se utiliza naturalmente cuando las dos fases en contacto son mutuamente insolubles y no reaccionan una con otra. Por consiguiente, no puede utilizarse con sistemas gas-gas.

Los intercambiadores de calor de contacto directo son de tres amplios tipos. En primer lugar, se tienen los intercambiadores gas-sólido. En la Fig. 1.1 se muestran diversas formas de los mismos.

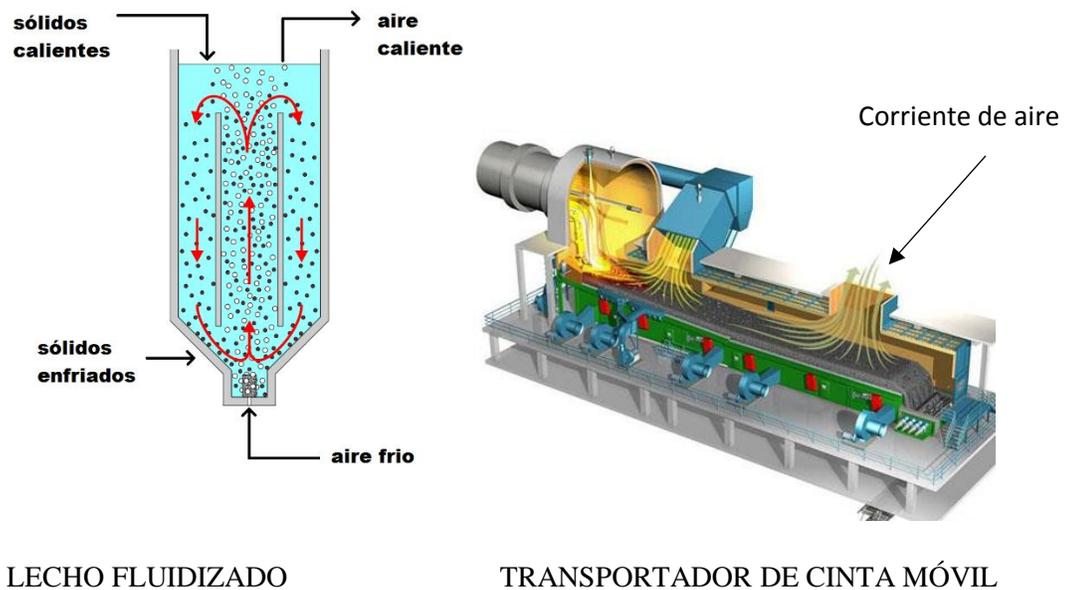


Figura 1.1 Intercambiadores de contacto directo gas-líquido. [1]

A continuación se tiene los intercambiadores fluido-fluido, en los que los dos fluidos en contacto son mutuamente inmiscibles. En la Fig. 1.2 se muestra algunos esquemas.



Figura 1.2: Intercambiadores de contacto directo fluido-fluido. [2]

Finalmente, no siempre es necesario que los dos fluidos en contacto sean mutuamente insolubles, y la Fig. 1.3 muestra intercambiadores donde uno de los fluidos circulantes se disuelve en el otro. En particular, en los sistemas aire-agua el intercambiador de contacto directo es de gran importancia ya que justo una de las fases (agua) se disuelve, o evapora, en la otra fase (aire). La torre de enfriamiento de agua, mostrada en la Fig. 1.3 es un ejemplo de este tipo, y de hecho representa el tipo más ampliamente utilizado de intercambiador de calor en la industria.

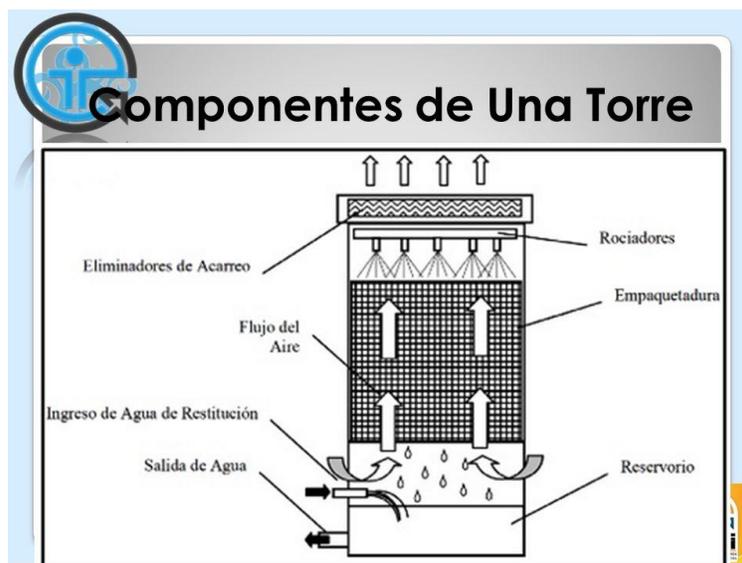


Figura 1.3: Intercambiador de calor de contacto directo fluido-fluido. [3]

El tratamiento adecuado de este tipo de intercambiador requiere la utilización de los métodos de transferencia simultáneamente de calor y materia, y va más allá del objetivo de este volumen.

Regenerativos.

En los regenerativos una corriente caliente de un gas transfiere su calor a un cuerpo intermedio, normalmente un sólido, que posteriormente cede calor almacenado a una segunda corriente de un gas frío. Existe una serie de diferentes maneras de hacer esto, como muestra la Fig. 1.4.

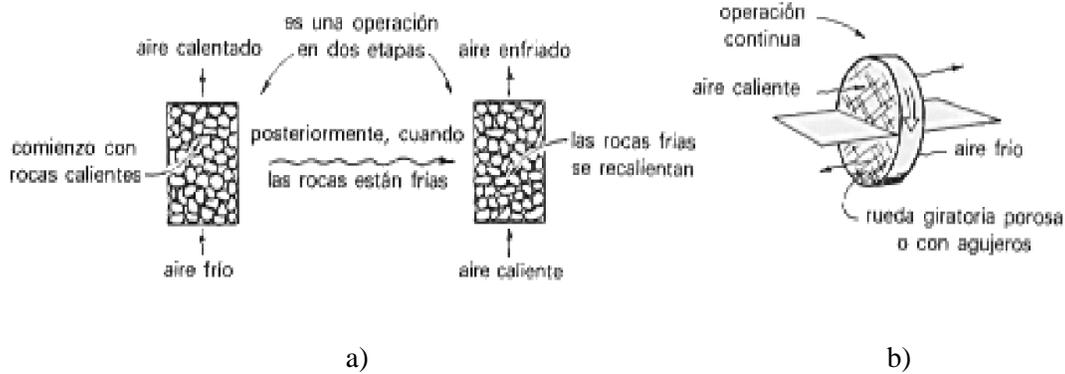


Figura 1.4: Regeneradores de calor: a) los sólidos que almacenan el calor están quietos; b) los sólidos que almacenan el calor circulan entre las corrientes paralelas caliente y fría. [2]

El tubo de calor transporta calor muy eficazmente desde un lugar a otro, y puesto que la resistencia principal a la transmisión de calor está en los dos extremos del tubo, donde el calor se toma y cede, se utilizan normalmente tubos con aletas en estas zonas, como se muestra en la Fig. 1.5. El fluido del tubo que hierve en un extremo y condensa en el otro actúa transportando el calor con una circulación de ida y vuelta.

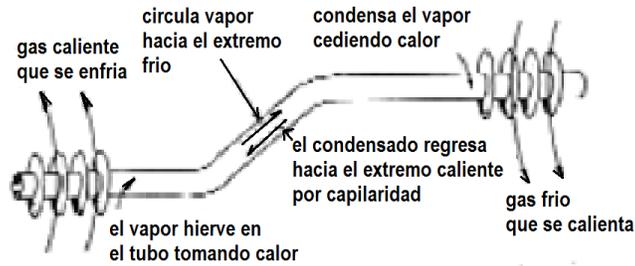


Figura 1.5: El tubo de calor transporta calor desde un sitio a otro. [2]

Conseguir un intercambio de calor en contracorriente de gases y líquidos no es problema, pero para dos corrientes de sólidos no es un caso fácil. La Fig. 1.6 muestra una propuesta utilizando un intercambiador de calor en contracorriente de dos corrientes de sólidos, utilizando corriente líquida de ida y vuelta.

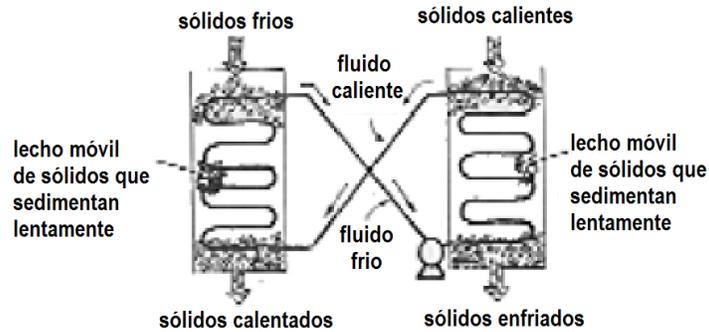


Figura 1.6: Intercambiador de calor sólido-sólido en contracorriente. [2]

Recuperativos.

Existen diversas configuraciones geométricas de flujo posibles en un intercambiador, las más importante son las que se representan en la Fig. 1.7.

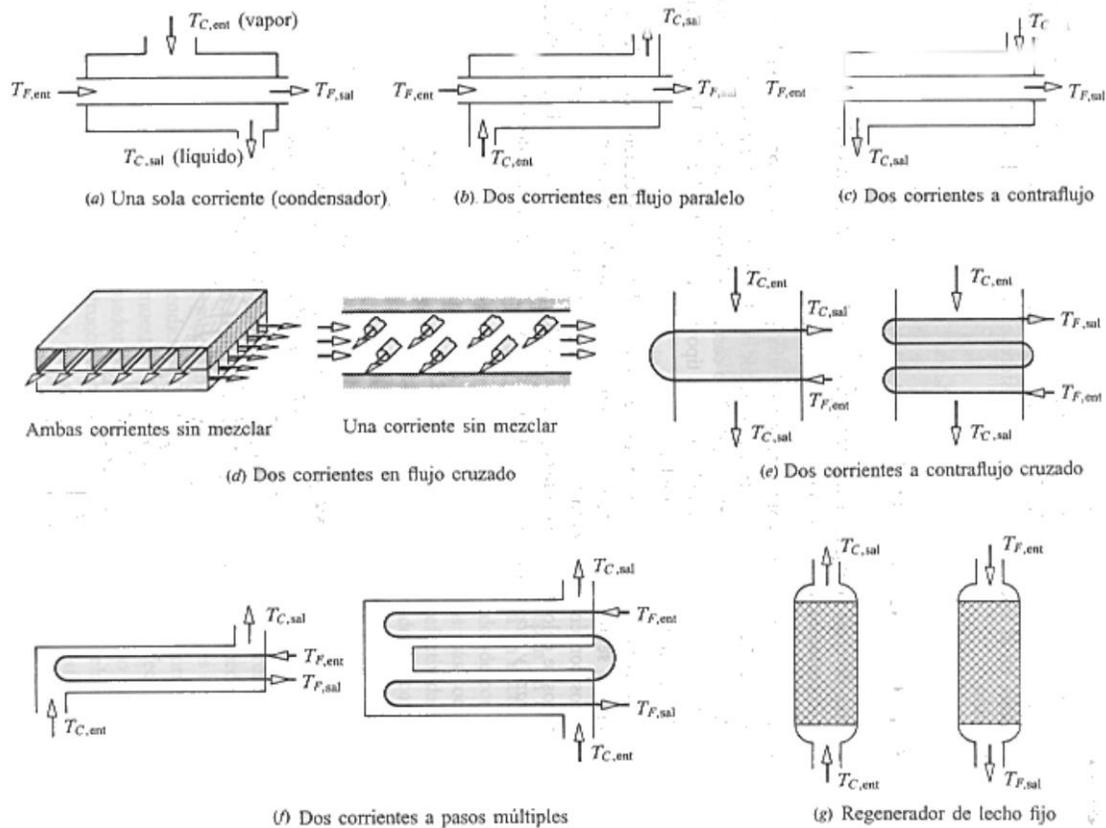


Figura 1.7: Esquemas de configuraciones geométricas de flujo comunes para intercambiadores de calor recuperativos. [2]

a) Una sola corriente. La configuración de una sola corriente se define como un intercambiador en el que cambia la temperatura de un solo fluido; en este caso la dirección del flujo carece de importancia. Los condensadores, evaporadores y las calderas de vapor son ejemplos de este tipo de intercambiadores.

b) Dos corrientes en flujos paralelos. Los dos fluidos fluyen en direcciones paralelas y en el mismo sentido. En su forma más simple, este tipo de intercambiador consta de dos tubos concéntricos. En la práctica, un gran número de tubos se colocan en una coraza para formar lo que se conoce como intercambiador de coraza y tubos, como se observa en la figura siguiente. El intercambiador de coraza y tubos se usa más frecuentemente para líquidos y para altas presiones.

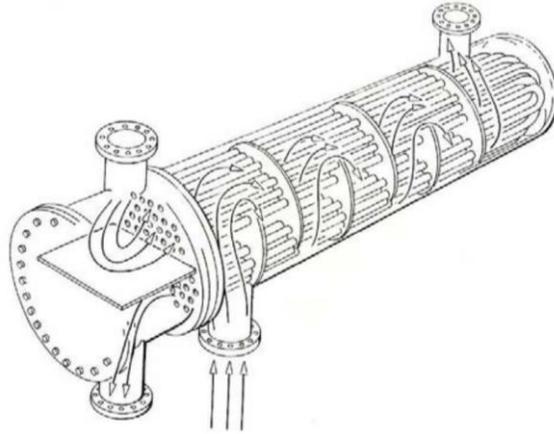


Figura 1.8: Intercambiador de calor de coraza y tubos de dos pasos por tubos y un paso por coraza. [2]

El intercambiador tipo placas mostrado en la figura siguiente consiste en varias placas separadas por juntas y resulta más adecuado para gases a baja presión. Esta configuración se conoce también como intercambiador de corrientes paralelas.

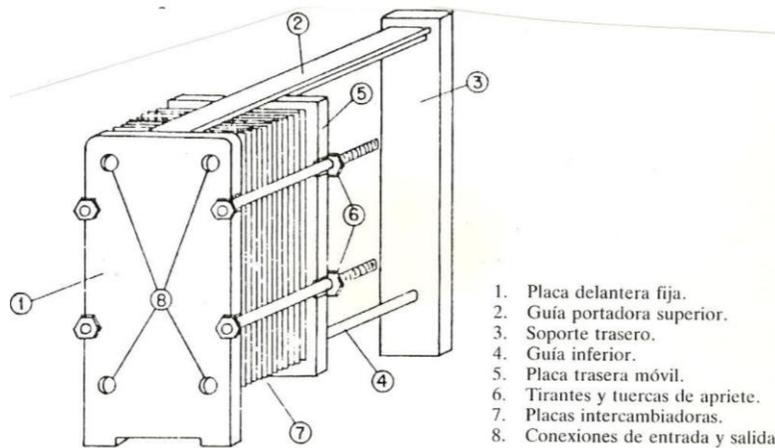


Figura 1.9: Intercambiador de calor tipo placas. [2]

c) Dos corrientes en contracorriente. Los fluidos se desplazan en direcciones paralelas pero en sentido opuesto. Como en el caso del intercambiador de corrientes paralelas, los intercambiadores de coraza y tubos o de placas son los más comunes. Veremos que para un número dado de unidades de

transferencia, la efectividad de un intercambiador de corriente es mayor que la del intercambiador en contracorriente. Los pre-calentadores de agua de alimentación para calderas y los enfriadores de aceite para aviones son ejemplos de este tipo de intercambiadores de calor. Esta configuración se conoce también como intercambiadores de contracorriente.

d) Dos corrientes en flujo cruzado. Las corrientes fluyen en direcciones perpendiculares. La corriente caliente puede fluir por el interior de los tubos de un haz y la corriente fría puede hacerlo a través del haz en una dirección generalmente perpendicular a los tubos. Una o ambas corrientes pueden estar sin mezclarse, como se muestra. Esta configuración tiene una efectividad intermedia entre la de un intercambiador de corriente paralela y la de uno en contracorriente, pero a menudo su construcción es más sencilla debido a la relativa simplicidad de los conductos de entrada y de salida. Un ejemplo común de este tipo de intercambiador es el radiador de automóvil.

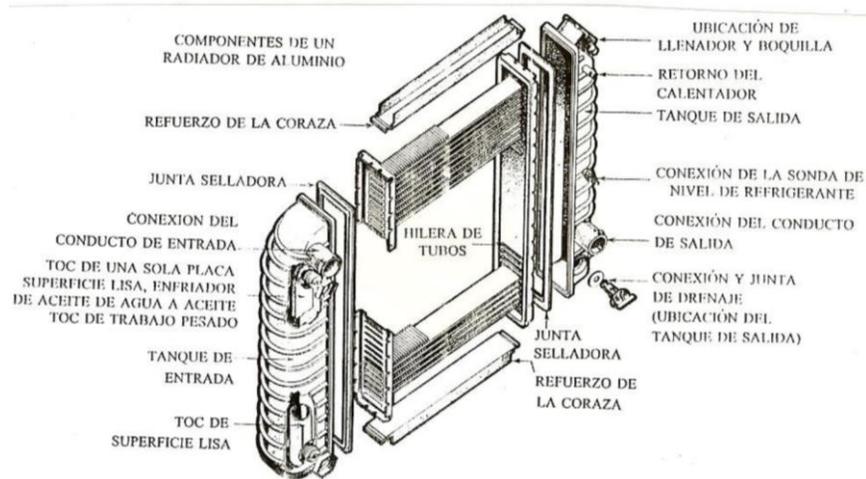


Figura 1.10: Radiador de automóvil. [2]

e) Dos corrientes en contraflujo cruzado. En la práctica, las configuraciones de flujo de los intercambiadores se aproximan a menudo a las idealizaciones de la Fig. 1.10; se muestran los casos de dos pasos y de cuatro pasos, aunque puede usarse un número mayor de pasos. (En un intercambiador de dos pasos los tubos pasan dos veces por la coraza). Conforme aumenta el número de pasos, la efectividad se aproxima a la de un intercambiador de corriente ideal.

f) Dos corrientes a pasos múltiples. Cuando los tubos de un intercambiador de coraza y tubos están dispuestos en uno o más pasos en el interior de la coraza, algunos de los pasos producen un flujo

paralelo mientras que otros producen un flujo a contracorriente. El intercambiador de dos pasos de este tipo es común porque sólo es necesario perforar uno de los extremos para permitir la entrada y salida de los tubos.

1.4. Código CFD.

La dinámica computacional de fluidos (CFD) consiste en el análisis de sistemas relacionados con el flujo de fluidos, transferencia de calor y otros fenómenos asociados (como reacciones químicas) por medio de la simulación por computador.

Algunas aplicaciones típicas incluyen:

- Industria de procesos (Ingeniería química): Equipos de mezcla, reactores, moldeo de polímeros
- Edificación: Estudio ambiental de edificios: tanto externo (cargas de nieve y viento) como interno (climatización)
- Seguridad y salud: Investigación de los efectos del fuego y el humo (en túneles por ejemplo)
- Industria del motor: Modelización de la combustión, aerodinámica de vehículos
- Ingeniería eléctrica y electrónica: Refrigeración de circuitos incluyendo microcircuitos
- Ingeniería medioambiental: Distribución de contaminantes y efluentes
- Energía: Optimización de los procesos de combustión
- Medicina: Estudios del flujo sanguíneo a través de vasos capilares, arterias, venas [4]

PHOENICS es un código CFD aplicable para flujos estables o inestables, de uno, dos o tres dimensiones, turbulentos o laminares, de múltiples fases, compresibles o incompresibles, utilizando coordenadas cartesianas, cilíndricas polares o curvilíneas. También cuenta con una opción de integración espacial para manejar flujos parabólicos e hiperbólicos.

El método numérico es volúmenes finitos en el que las ecuaciones diferenciales parciales originales se convierten en ecuaciones algebraicas de volúmenes finitos con la ayuda de los supuestos de discretización de los términos transitorios, convección, difusión y fuente. Para este propósito, el dominio de la solución se subdivide en un número de volúmenes de control sobre una malla utilizando un enfoque escalonado de red convencional. Todas las variables de campo se almacenan en los nodos de la red, a excepción de los de velocidad que se almacenan en las caras de la celda.

Para coordenadas curvilíneas, la opción por defecto es resolver las ecuaciones en términos de las proyecciones covariantes del vector de velocidad en las direcciones locales de red en un monobloque estructurado. Para geometrías complejas, PHOENICS utiliza un método cartesiano CUT-CELL llamado PARSOL que proporciona una alternativa utilizando coordenadas curvilíneas. En concreto, el método calcula las áreas fraccionales y volúmenes, y emplea una colección de algoritmos especiales para calcular las zonas interfaciales, la evaluación de tensiones de cizallamiento de pared, y para calcular la advección y difusión cerca de los límites sólidos, etc.

Las ecuaciones de volumen finito para cada variable se derivan de la integración de las ecuaciones diferenciales parciales sobre cada volumen de control. Los términos de convección se discretizan usando diferenciación híbrida en el que los términos convectivos son aproximados por las diferencias centrales si el número de Peclet en la cara de la es inferior a dos y de otra manera por diferenciación contra el viento. En las caras donde se utiliza el esquema contra el viento, la difusión física se omite por completo. Además de los esquemas de diferenciación contra el viento e híbridos, PHOENICS está equipado con un amplio conjunto de esquemas de convección de orden superior, que comprenden cinco esquemas lineales y doce sistemas no lineales.

Los resultados del procedimiento de integración en un conjunto acoplado de ecuaciones algebraicas que expresan el valor de una variable en un nodo de red en términos de los valores en puntos vecinos de la y el valor nodal en valores anteriores. Para flujos inestables, PHOENICS resuelve cada una de estas ecuaciones por un método implícito, pero existe la opción de volver a un método explícito que es estable sólo cuando el número Courant es menor o igual a la unidad. El método explícito utiliza valores vecinos anteriores, mientras que el método implícito utiliza valores de la celda nueva. Aunque los métodos implícitos permiten un número mucho más grande Courant que los métodos explícitos, no es incondicionalmente estable ya que las no linealidades en las ecuaciones a menudo limitan la estabilidad numérica.

Las ecuaciones de volumen finito se resuelven iterativamente utilizando los algoritmos SIMPLEST, que están incorporados en PHOENICS. Estos algoritmos son métodos de solución que emplean acoplamiento presión-velocidad para hacer cumplir la conservación de la masa por la solución de una ecuación de presión-corrección y hacen correcciones a los campos de presión y velocidad. [5]

2. CAPÍTULO II: ECUACIONES DE GOBIERNO.

En este capítulo se abordará el tema del desarrollo de las ecuaciones instantáneas de transporte, manejadas en coordenadas cartesianas, aplicadas al análisis hidrodinámico y termodinámico que involucra el presente trabajo. Aunado a esto se presentan los distintos métodos disponibles para la resolución de estas ecuaciones (sus pros y sus contras y cuál es el que mejor se adapta a los requerimientos de nuestro caso en particular), el promediado de estas ecuaciones y los modelos de turbulencia más utilizados en el ámbito industrial.

2.1. Ecuaciones instantáneas

Conservación de la masa.

El principio de conservación de masa debe cumplirse en cualquier análisis que contenga un flujo constante de materia para poder apegarse lo mejor posible a la realidad. La conservación de masa, en su forma diferencial, se escribe como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0 \dots (2.1)$$

Ecuación de Cantidad de movimiento.

El producto de la masa por la velocidad del cuerpo se conoce como momento lineal o cantidad de movimiento del cuerpo. La segunda ley de Newton afirma que la aceleración del cuerpo es proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él. Por lo tanto, la cantidad de movimiento de un sistema permanece constante cuando la fuerza neta que actúa sobre él es cero y, por consiguiente, se conserva la cantidad de movimiento del sistema.

Las ecuaciones de Navier-Stokes quedan expresadas como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \right) + \nabla \left(\rho \vec{v} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \right) - \nabla \left(\mu \nabla \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \right) = - \begin{Bmatrix} \partial P / \partial x \\ \partial P / \partial y \\ \partial P / \partial z \end{Bmatrix} \dots (2.2)$$

Ecuación de la energía.

La ecuación para la energía se obtiene cuando se utiliza la entalpía específica. En el caso en que el calor específico no es constante se debe tener en cuenta que el término difusivo depende en realidad del gradiente de temperatura. Sabiendo eso:

- $\phi = h$ (entalpía específica).
- $\Gamma_\phi = \frac{\rho\alpha}{c_p}$ (C_p es el calor específico y α la difusividad térmica).
- $S_\phi = D_V + W_P$ (disipación viscosa de energía cinética en calor y trabajo de las fuerzas de presión).

Entonces se llega a la ecuación de la energía:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \nabla(\rho \vec{v} h) - \nabla\left(\frac{\rho\alpha}{c_p} \nabla h\right) = D_V + W_P \dots (2.3)$$

Ecuación general de transporte.

En conjunto, en la aplicación de las fórmulas de conservación de masa, movimiento y energía, la ecuación general de transporte puede expresarse como:

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}}_I + \underbrace{\nabla(\rho\phi\vec{v})}_{II} - \underbrace{\nabla(\Gamma_\phi\nabla\phi)}_{III} = \underbrace{S_\phi}_{IV} \dots (2.4)$$

Donde:

- ϕ : variable dependiente de la ecuación diferencial.
- ρ : densidad del fluido.
- Γ_ϕ : coeficiente de difusividad de ϕ .
- \vec{v} : vector velocidad (u, v, w).
- ∇ : operador vectorial $\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$.

S_ϕ : Término fuente. Para determinar las propiedades que caracterizan a un flujo fluido se requiere del uso de ecuaciones de este tipo. De forma enfática la ecuación puede interpretarse como el incremento de ϕ en un elemento de fluido en el tiempo más el flujo de ϕ en el elemento de fluido será igual al incremento de ϕ debido a la difusión más el incremento de ϕ debido a fuentes.

El desarrollo de esta fórmula se realiza para el plano cartesiano, por lo que las variables X, Y y Z son consideradas como independientes al igual que el tiempo. Γ_ϕ y ρ son propiedades del fluido que son obtenidas de leyes algebraicas.

Cada uno de los términos de la ecuación de conservación representa una parte del comportamiento del fluido:

- I: término temporal (variación local del tiempo o acumulación/disminución de ϕ).
- II: término de convección (transporte de ϕ de un punto a otro a través de la velocidad).
- III: término de difusión (ley de Newton, Fick, Fourier), que en flujos turbulentos puede usarse para representar alguno de los efectos de la turbulencia.
- IV: término fuente

El término fuente es en donde se incluirán cualesquiera otros términos de una ecuación determinada que complementa a los tres primeros términos. Esto se realiza para poder representar, de manera más general, todas las ecuaciones de la mecánica de fluidos.

2.2. Promediado de las ecuaciones de transporte.

Aplicando el promediado en el tiempo a las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía, se obtiene lo siguiente:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0 \dots (2.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \right) + \nabla \left(\rho \vec{v} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \right) + \nabla \left(\rho \vec{v}' \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{Bmatrix} \right) - \nabla \left(\mu \nabla \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \right) = - \begin{Bmatrix} \partial P / \partial x \\ \partial P / \partial y \\ \partial P / \partial z \end{Bmatrix} \dots (2.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + \nabla(\rho \vec{v} h) + \nabla(\rho \vec{v}' h') - \nabla \left(\frac{\rho \alpha}{c_p} \nabla h \right) = D_V + W_P \dots (2.7)$$

Los términos $\nabla \left(\rho \vec{v}' \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{Bmatrix} \right)$ y $\nabla(\rho \vec{v}' h')$ son producto de las fluctuaciones, los cuales se resuelven utilizando modelos de turbulencia. [6]

2.3. Modelos de turbulencia.

En su mayoría, los flujos que necesitan de un análisis detallado entran en el rango turbulento, que puede estar incluso en la misma naturaleza del flujo, o puede ser provocada por el hombre para alcanzar distintos objetivos (mayor transferencia de calor, mayor intercambio másico, etc.). En ingeniería el tipo de aproximaciones que se utiliza con más frecuencia para predecir flujos turbulentos son los basados en el método estadístico.

Promediado de Reynolds.

El promedio de las ecuaciones instantáneas de conservación es el método más usado en ingeniería para simular flujos turbulentos. En primera instancia, se representa la ecuación de promediado temporal en una expresión de promediado estadístico.

$$\bar{\phi}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\Delta}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi(t') dt' \quad \rightarrow \quad \langle \bar{\phi}(t) \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \phi_n(t) \dots (2.8)$$

Con $\bar{\phi} = \langle \bar{\phi} \rangle$ para flujos estacionarios. Como consecuencia del promedio, la ecuación queda en un formato muy similar a la ecuación instantánea con un término extra, que representa matemáticamente las correlaciones entre las fluctuaciones de la velocidad y de la variable ϕ . Físicamente, el término es la convección media de ϕ debido a las fluctuaciones turbulentas.

$$\frac{\partial \rho \bar{\phi}}{\partial t} + \nabla(\rho \bar{\phi} \bar{v}) + \nabla(\overline{\rho \phi' v'}) - \nabla(\Gamma \nabla \bar{\phi}) = \bar{S}_\phi \dots (2.9)$$

Modelos de viscosidad turbulenta.

Los modelos más utilizados en ingeniería son los modelos de difusividad turbulenta, basados en una analogía entre el flujo turbulento y el molecular. Del mismo modo que en el nivel molecular el flujo de calor es proporcional al gradiente de temperatura, el flujo turbulento de ϕ se propone proporcional al gradiente de ϕ . Esta relación existente entre los esfuerzos de Reynolds y las variables medias se expresan a partir de la siguiente ecuación:

$$\overline{\rho u'_i u'_j} = -\bar{\rho} v_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \left(\bar{\rho} k + \bar{\rho} v_T \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \dots (2.10)$$

Donde $v_T = \frac{\mu_T}{\bar{\rho}}$ representa la viscosidad turbulenta, que a diferencia de la viscosidad molecular ($\nu = \frac{\mu}{\bar{\rho}}$) no es una propiedad del fluido, sino una característica del régimen de flujo, y puede tener

variaciones significativas de un punto a otro del mismo flujo. Para el flujo turbulento de un escalar, el concepto de viscosidad turbulenta o difusividad turbulenta, se expresa como:

$$\overline{\rho u'_i u'_\alpha} = -\bar{\rho} \frac{\nu_T}{S_{c_T}} \frac{\partial \bar{\phi}_\alpha}{\partial x_j} \dots \quad (2.11)$$

Donde S_{c_T} es el número de Schmidt/Prandtl turbulento.

Modelos $k - \varepsilon$.

El modelo de turbulencia $k - \varepsilon$ asume que físicamente las tensiones de Reynolds son proporcionales a los gradientes de velocidad medios, considerandose que la constante de proporcionalidad es la viscosidad turbulenta (μ_t). A su vez dicha viscosidad turbulenta se obtiene asumiendo que es proporcional al producto de la escala de velocidad turbulenta por la escala de longitud. En éste modelo las escalas de velocidad y longitud se obtienen mediante dos parámetros: energía cinética turbulenta (k) y el porcentaje de disipación de la misma (ε).

La viscosidad turbulenta puede calcularse de diversas formas, dando lugar a una variedad de modelos con un número variable de ecuaciones diferenciales. Entre los modelos más utilizados se encuentran los de la familia $k - \varepsilon$. Desarrollando la ecuación de conservación para k se tiene:

$$\begin{aligned} \underbrace{\frac{\partial \rho k}{\partial t}}_I + \underbrace{\nabla \cdot (\rho k \bar{u}_i)}_II = \underbrace{-\nabla \cdot (-\bar{p} \bar{u}_i)}_III + \underbrace{\nabla \cdot (2\mu \bar{u}'_i e'_{ij})}_IV - \underbrace{\nabla \cdot \rho \frac{1}{2} (\bar{u}'_i \cdot \bar{u}'_i \bar{u}'_j)}_V \\ - \underbrace{2\mu \bar{e}'_{ij} \cdot \bar{e}'_{ij}}_VI - \underbrace{\rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j \cdot E_{ij}}_VII \dots \quad (2.12) \end{aligned}$$

Donde:

- I: cambio de k en el tiempo.
- II: transporte de k por convección.
- III: transporte de k por cambio de presión.
- IV: transporte de k debido a esfuerzos viscosos.
- V: transporte de k por esfuerzos de Reynolds.
- VI: cambio de k por disipación de energía debido a remolinos pequeños.
- VII: producción turbulenta.

$$\triangleright e_{ij} = E_{ij} + e'_{ij}$$

El término $\varepsilon = 2v\overline{e'_{ij}}$, mejor conocido como a tasa de disipación de energía cinética turbulenta, es el término con mayor valor en la ecuación. Se puede establecer una ecuación de transporte para k y ε , además de usar estas variables para definir una escala de velocidades y la longitud característica.

$$v = k^{\frac{1}{2}} ; l = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon} ; \mu_T = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

$$\underbrace{\frac{\partial \rho k}{\partial t}}_I + \underbrace{\nabla \cdot (\rho k \bar{u}_i)}_II = -\underbrace{\nabla \cdot \left(\frac{\mu_T}{\sigma_k} \nabla k \right)}_III + \underbrace{2\mu_T E_{ij} \cdot E_{ij}}_IV - \underbrace{\rho \varepsilon \dots}_V \quad (2.13)$$

Donde:

- I: cambio de k respecto al tiempo.
- II: transporte de k por convección.
- III: transporte de k por difusión.
- IV: cambio de producción de k .
- V: cambio por destrucción de k .

$$\underbrace{\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t}}_I + \underbrace{\nabla \cdot (\rho \varepsilon \bar{u}_i)}_II = -\underbrace{\nabla \cdot \left(\frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right)}_III + \underbrace{C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_T E_{ij} \cdot E_{ij}}_IV - \underbrace{C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}}_V \dots \quad (2.14)$$

Donde:

- I: cambio de ε respecto al tiempo.
- II: transporte de ε por convección.
- III: transporte de ε por difusión.
- IV: cambio por producción de ε .
- V: cambio por destrucción de ε .

Estas ecuaciones contienen cinco incógnitas ajustables, para todas ellas el modelo $k - \varepsilon$ utiliza valores obtenidos mediante ajustes para un amplio rango de flujos turbulentos. Los valores usados para estas constantes son:

$$C_\mu = 0.0845 \quad \sigma_\varepsilon = 1.314 \quad \sigma_k = 1 \quad C_{\varepsilon_1} = 1.44 \quad C_{\varepsilon_2} = 1.92$$

Modelos $k - \varepsilon$ RNG.

Este modelo fue desarrollado usando un Grupo de Re-Normalización de las ecuaciones de Navier-Stokes para dar cuenta de las escalas más pequeñas de movimiento. En el modelo $k - \varepsilon$ estándar, otro de la misma familia, la viscosidad de remolino es determinada a partir de una única escala de longitud de turbulencia, por lo que la difusión turbulenta calculada es la que se produce sólo en la escala especificada, mientras que en realidad todas las escalas de movimiento contribuirán a la difusión turbulenta. El enfoque RNG resulta en una forma modificada de la ecuación de épsilon que intenta tener en cuenta las diferentes escalas de movimiento a través de cambios en el plazo de producción.

Para la energía cinética turbulenta la ecuación queda:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon \dots \quad (2.15)$$

Para la disipación ε queda:

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho \varepsilon u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{2\varepsilon}^* \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \dots \quad (2.16)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \blacktriangleright \quad C_{2\varepsilon}^* &= C_{2\varepsilon} + \frac{C_\mu \eta^3 (1 - \eta / \eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \\ \blacktriangleright \quad \eta &= S k / \varepsilon \quad ; \quad S = (2 S_{ij} S_{ij})^{1/2} \end{aligned}$$

Para este modelo las variables tienen los valores siguientes:

$$C_\mu = 0.0845; \sigma_k = 0.7194; \sigma_\varepsilon = 0.7194; C_{1\varepsilon} = 1.42; C_{2\varepsilon} = 1.68;$$

$$\eta_0 = 4.38; \beta = 0.01$$

Para el presente trabajo se utiliza el método $k - \epsilon$ RNG, para tener una visión más amplia sobre los fenomenos que requerimos analizar. Hasta este capítulo se llegó a la obtención de las fórmulas que se usarán en el dominio de cálculo. En el siguiente capítulo se plantearán los métodos existentes para poder resolver cada una de las ecuaciones ya planteadas.

2.4. Alternativas de simulación.

Una vez definidas las ecuaciones necesarias para realizar el análisis de las propiedades de un flujo se procede a determinar el mejor método para su resolución. Para poder realizar simulaciones de un flujo determinado se puede recurrir a cualquiera de las tres alternativas siguientes:

- DNS (Direct Numerical Simulation o Simulación Numérica Directa): este método realiza una discretización directa de las ecuaciones instantáneas o de gobierno del flujo (laminar y/o turbulento) y las resuelve numéricamente. Dicha discretización resuelve todas las escalas temporales y espaciales de las variables del flujo. Es por esto que no requiere de ningún modelo adicional. En el caso de un flujo turbulento no reactivo para capturar todas las escalas, la cantidad de puntos de la discretización es función del número de Reynolds elevado a la tercera potencia. Dada esta situación se requiere entonces que se manejen bajos valores de Reynolds y configuraciones sencillas para el uso del método DNS.

- LES (Large Eddy Simulation o Simulación de las Grandes Escalas): intenta resolver las ecuaciones instantáneas para las escalas de mayor tamaño por la eficacia que representan en el transporte de propiedades a comparación de las escalas menores. Siendo de poca relevancia las escalas menores en este método estas son filtradas y su efecto sobre el movimiento de las grandes escalas es modelado. Una de las desventajas que implica el uso de este método son los requerimientos computacionales y los tiempos de cálculo elevados, esto por tratarse de un análisis tridimensional.

- RANS (Reynolds Average Navier-Stokes Equations): es el más utilizado en casos prácticos de interés industrial. Se basa en una aproximación estadística, convirtiendo el análisis de la turbulencia a estacionario. Lo que se hace es promediar todas las escalas espaciales y

temporales de las fluctuaciones turbulentas para posteriormente resolver las ecuaciones de transporte en términos de variables medias del sistema. Una característica de este método es que se requieren de términos adicionales (modelos de turbulencia) para cerrar el sistema, y como ventaja es que se requiere de menores tiempos de cálculo.

En los casos en donde se requiere simular tridimensionalmente la transferencia de calor y la hidrodinámica de un flujo turbulento de gases residuales que circulan alrededor de tubos con aletas de geometría compleja, se requiere de la implementación de una malla de grandes dimensiones para poder llegar a cubrir las escalas espaciales y temporales. Como es bien sabido, al usar una malla con un gran número de divisiones también se incrementara en igual medida los tiempos de cálculo necesario para finalizar un análisis, lo que hace inviable el uso de DNS o LES en estos casos, lo que deja como mejor opción a RANS.

3. CAPÍTULO III: MÉTODOS NUMÉRICOS.

En el capítulo anterior quedaron determinadas el conjunto de ecuaciones aplicables al modelo que rigen el comportamiento del flujo. A pesar de esto, el sistema de ecuaciones no tiene una solución analítica, lo que nos lleva a la utilización de métodos numéricos conjuntamente con un software enfocado a la resolución de este tipo de problemas para poder llegar a una resolución.

3.1. Métodos de solución.

Puesto que el sistema de ecuaciones es formalmente lineal, cualquier método denominado para estos casos puede ser utilizado si el sistema se escribe en notación matricial como $[A][\phi] = [b]$, entonces el problema se reduce a hallar el vector $[\phi]$.

Para la resolución de este sistema se debe notar, puesto que la ecuación conecta los valores de una celda sólo con los valores de celdas vecinas, que la mayor parte de los elementos de la matriz $[A]$ son nulos. En segundo lugar, los coeficientes a_i de $[A]$ pueden ser función de las variables dependientes y por tanto el proceso de solución ha de ser iterativo, lo que advierte el uso de métodos de inversión directa de la matriz, que proporcionarían una solución precisa de un sistema de ecuaciones imprecisamente formulado.

En este capítulo se discutirán tres métodos de solución del sistema. El primero de ellos es el denominado punto a punto, que son los conceptualmente más sencillos de implementar y consiste en recorrer todas las celdas del dominio calculando en cada celda la variable local en función de los valores de las vecinas.

$$\phi_P = \frac{\sum a_i \phi_i + a_T \phi_T + b}{a_P} \dots \quad (3.1)$$

Existen dos variantes de este método; Gauss-Seidel que usa cada ϕ_p inmediatamente en el lado derecho y Jacobi, que retrasa el uso de nuevos valores hasta el barrido siguiente, lo que ayuda a avanzar a la solución por igual en todo el dominio, y evita que en determinadas zonas ‘se pierda el paso’. Es por esta razón que el método de Jacobi es mayormente utilizado. De forma general, la

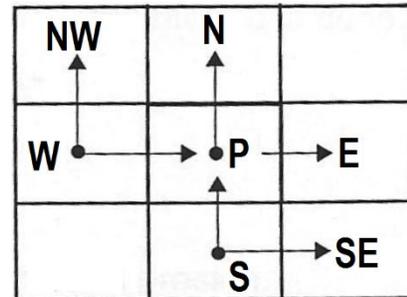
desventaja de los métodos punto a punto es la muy lenta propagación de la información a través del dominio, que tiene lugar a la velocidad de una celda por iteración.

El segundo método es el denominado plano a plano, basado en la generalización a dos dimensiones de un conocido algoritmo para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales unidimensionales llamado algoritmo de Thomas o TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm).

En el caso general, el método trabaja en un plano de celdas con las siguientes consideraciones.

- Supone conocidos los valores de las variables dependientes en los planos vecinos (ϕ_L, ϕ_H, p_e) , quedando la ecuación:

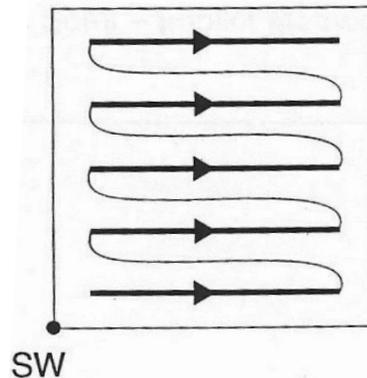
$$a_P \phi_P = a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_E \phi_E + a_W \phi_W + b' \dots \quad (3.2)$$



- Postula una relación entre el valor en una celda y los valores en las celdas superior y derecha, es decir:

$$\phi_P = N_P \phi_N + E_P \phi_E + B_P \dots \quad (3.3)$$

Sustituye esta relación en la ecuación para ϕ_P para hallar una relación de recurrencia que permite, barriendo dos veces el dominio empezando por la esquina SW, calcular los valores de las variables en cada celda. El proceso se repite en cada plano del dominio, y el repetido barrido del dominio efectuando esta operación permite alcanzar iterativamente la solución.



Existe una generalización de este algoritmo a tres dimensiones, que esencialmente modifica la relación postulada para ϕ_P para incluir una de las celdas fuera del plano. El resto del algoritmo es similar, siendo en este caso los barridos del dominio en tres dimensiones, y en dos como en el caso anterior.

$$\phi_P = N_P \phi_N + E_P \phi_E + H_P \phi_H B_P \dots \quad (3.4)$$

Método SIMPLE.

El cálculo de las velocidades a partir de la ecuación de cantidad de movimiento tiene el inconveniente de que en dicha ecuación la presión aparece como un término fuente, además de que no tiene una expresión propia para realizar su cálculo. Una de las alternativas para poder dar solución a este problema consiste en transformar la ecuación de continuidad en una ecuación para la presión, alternativa ampliamente usada y que lleva por nombre SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations).

Simple procede suponiendo un campo para las presiones P^* , y calculando, utilizando este campo de presiones, el campo de velocidades dictado por las ecuaciones de cantidad de movimiento. Estas velocidades generarán un imbalance másico ε_P en cada celda P . la ecuación de continuidad discretizada para la velocidad real entonces es:

$$\frac{V_P}{\Delta t}(\rho_P - \rho_T) + A_{ew}([\rho u]_e - [\rho u]_w) + (\text{resto de caras}) = 0 \dots (3.5)$$

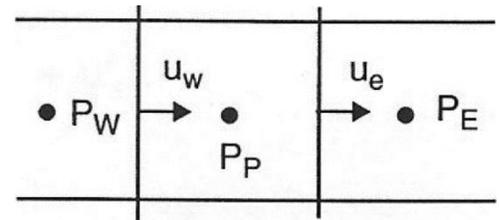
Si $\rho = cte$ entonces:

$$A_{ew}([\rho u]_e - [\rho u]_w) + (\text{resto de caras}) = \varepsilon_P \dots (3.6)$$

Para hallar la velocidad u' (análoga a un diferencial de u) que corregiría este imbalance, se diferencia la ecuación de continuidad.

$$u = u' + u^* \dots (3.7)$$

La corrección u' es tal que sumada a u^* proporciona una u que hace cero el imbalance, es decir, que cumple continuidad, quedando transformada la ecuación de continuidad en una ecuación para la corrección u' , y se supone que esta queda en función de la presión en las celdas vecinas, y se escribe como:



$$u'_e = \frac{\partial u_e}{\partial P_P} P'_P + \frac{\partial u_e}{\partial P_E} P'_E \dots (3.8)$$

$$u'_w = \frac{\partial u_w}{\partial P_w} P'_w + \frac{\partial u_w}{\partial P_P} P'_P \dots \quad (3.9)$$

Como siguiente paso se obtienen las parciales de 'u' con respecto de P de la ecuación de movimiento:

$$a_e u_e = \sum_{vecinas} a u + A_e (P_P - P_E) \dots \quad (3.10)$$

Asumiendo que en la ecuación anterior sólo u_P, u_E dependen de P_P, P_E :

$$\frac{\partial u_e}{\partial P_P} = \frac{A_e}{a_e} \equiv d_e ; \quad \frac{\partial u_e}{\partial P_E} = -\frac{A_e}{a_e} = -d_e \dots \quad (3.11)$$

Entonces la ecuación para P', considerando estas ecuaciones, queda como:

$$a_P P'_P = \sum_{vecinas} a P' + \varepsilon_P \dots \quad (3.12)$$

Esta tiene la misma forma que la ecuación general, y por lo tanto puede resolverse con las mismas técnicas de resolución de sistemas lineales y, una vez resuelta, proporciona la corrección P' a P* que elimina los imbalances de continuidad.

Otros métodos a los que se puede recurrir son:

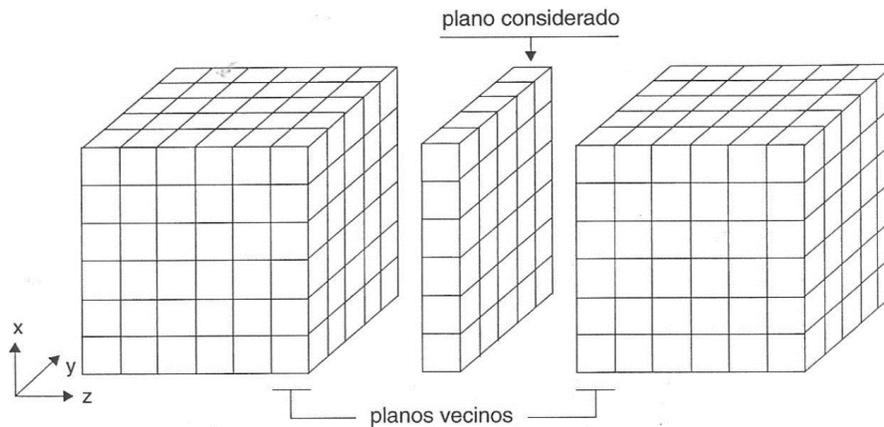
- **SIMPLER (SIMPLE-Revised)**. Algoritmo propuesto por Patankar, plantea la resolución de una ecuación discreta para la presión, en lugar de usar una para la corrección de la presión como se plantea en el SIMPLE. Esto significa que el campo de presiones intermedio se obtiene directamente sin la necesidad de emplear ninguna corrección; sin embargo, las velocidades se siguen obteniendo mediante correcciones similares a las planteadas para SIMPLE.
- **SIMPLEST (SIMPLE-ShortTened)**. Propuesto por Spalding y que consiste básicamente en el método SIMPLE, pero considerando que en los coeficientes adyacentes se toman los efectos difusivos de las caras del volumen de control, mientras que los efectos de los términos convectivos se incluyen en el término fuente. Con esto se intenta solucionar la dificultad de convergencia que provocan los términos convectivos de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento.

Convergencia.

En el apartado anterior se estableció que la solución de las ecuaciones algebraicas que resultan de la ecuación de transporte es un proceso iterativo. Durante este proceso es necesario asegurarse de que los errores asociados decrezcan con cada iteración.

El asunto principal a tratar es que en cada celda del dominio existe una ecuación pseudo-lineal que liga el valor de cada propiedad en cada paso temporal a los valores de la propiedad en celdas vecinas y en el anterior paso temporal. Cuando la solución procede plano a plano, en cada uno, para cada variable ϕ , en cada celda P y en cada paso temporal hay una ecuación del tipo:

$$a_P \cdot \phi_P = \sum_{vecinas} a_i \phi_i + a_T \phi_T + b \dots \quad (3.13)$$



Dado que las ecuaciones no son completamente satisfechas en el proceso de iteración, puede definirse el error como la diferencia entre el miembro del lado izquierdo con el derecho, error que puede ser monitorizado. Para controlar el avance de las iteraciones hacia la convergencia se hace uso de métodos que puedan ayudar en este aspecto.

Relajación.

Es la técnica más usada para procurar la convergencia del método iterativo, la cual consiste en disminuir la velocidad a la que se resuelven las ecuaciones lineales, con el fin de evitar grandes cambios en los valores de las variables introducidas que puedan causar divergencia durante el proceso iterativo. Existen así dos tipos de relajación.

Relajación lineal.

El método dicta que se acepte un valor para cada variable en cada celda que es una combinación lineal de valor pre-existente y del valor proporcionado por el resolutor. El coeficiente de relajación determina la proporción de valor nuevo y valor aceptado y varía normalmente entre cero y uno.

$$\phi^n = \phi^{solver} \cdot \alpha + \phi^{n-1}(1 - \alpha) \dots \quad (3.14)$$

- $\alpha = 1 \rightarrow \phi^n = \phi^{solver}$ (sin relajación).
- $\alpha = 0 \rightarrow \phi^n = \phi^{n-1}$ (solución “congelada”).
- $\alpha > 1 \rightarrow$ “Sobrerrelajación”.

Relajación inercial.

También llamada de falso paso temporal, consiste en añadir a la ecuación algebraica un término fuente que es idéntico al que resulta de discretizar el término temporal de la ecuación de conservación.

$$\left(a_P + \frac{\rho_P V_P}{\Delta t_f} \right) \phi_P^n = \sum_{vecinas} a_i \phi_i + a_T \phi_T + b + \frac{\rho_P V_P}{\Delta t_f} \phi^{n-1} \dots \quad (3.15)$$

- $\Delta t_f \rightarrow 0$, $\phi_P^n = \phi_P^{n-1}$ (solucion congelada).
- $\Delta t_f \rightarrow \infty$, no hay relajación.

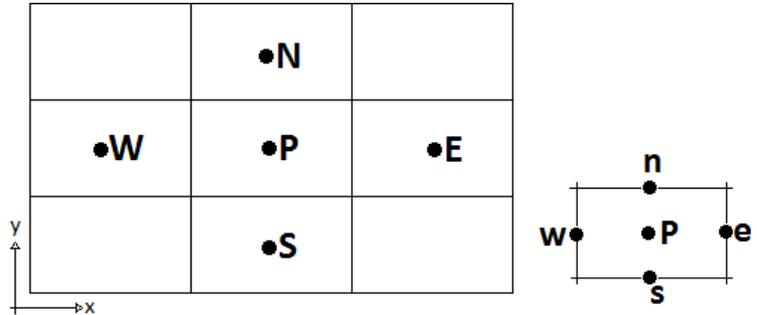
3.2. Volúmenes finitos.

Mallado.

La aplicación de una malla en el dominio de cálculo ayuda a delimitar el número de veces que se aplicarán las fórmulas de gobierno en un sistema. La discretización del dominio consiste básicamente en dividirlo en pequeñas secciones o celdas, que son “topológicamente cartesianas”, es decir, que cada una tendrá seis celdas vecinas en un sistema tridimensional. La nomenclatura que se

utiliza es relativa a cada celda P y se denota por las iniciales de los puntos cardinales y de las palabras “bajo” y “alto” en inglés:

- x va de West a East
- y va de South a North
- z va de Low a High

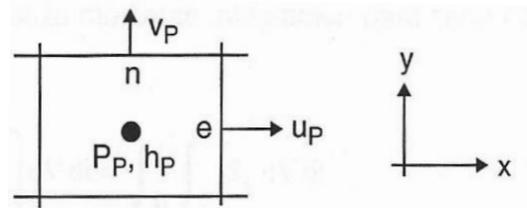


Los puntos centrales de las celdas se notan con mayúsculas mientras que las caras de las celdas aledañas a P se representan con minúsculas. El tiempo también se discretiza. Las celdas en la dirección temporal se llaman intervalos temporales. Es así como la celda P en el paso temporal anterior se nota como T.

Decalado de la malla.

Los escalares (presión, fracciones másicas, entalpías, etc.) se localizan evaluadas en el centro de la celda mientras que las velocidades se encuentra en las caras. Las ventajas de localizar de esta forma a las variables sobre las celdas principalmente son:

- La velocidad está influenciada por la presión en dos nodos adyacentes, lo que evita soluciones no realistas.
- La velocidad está directamente disponible en la cara (sin interpolación), que es donde se necesita para calcular el flujo convectivo entrante en la misma (discretización de la ecuación).



Un inconveniente que surge del uso de la malla desplazada es que el cálculo arrastra en realidad hasta cuatro mallas distintas (una para los escalares y una para cada componente de la velocidad), y

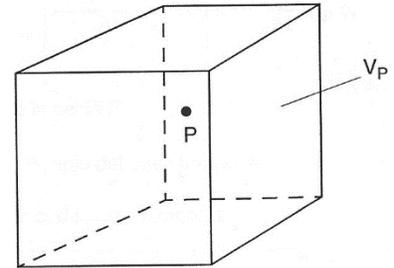
aunque no supone un gran inconveniente para el cálculo, si complica apreciablemente algunos aspectos de la programación.

Discretización de la ecuación.

Ya que se tiene discretizado el dominio de cálculo lo siguiente es discretizar las propias ecuaciones. Para poder discretizar la ecuación de conservación se requiere integrar cada celda P y cada paso temporal. La celda es, por tanto, el volumen finito al que hace referencia el nombre del método:

$$\int_{\Delta t} \int_{V_P} \left(\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla(\vec{v} \phi \rho) - \nabla \Gamma_{\phi} \nabla \phi \right) dV dt = \int_{\Delta t} \int_{V_P} S_{\phi} dV dt \dots (3.16)$$

- En la integración ϕ se supone constante en toda la celda.
- Por simplicidad, se supone la ecuación anterior dividida por Δt .



El desarrollo de la discretización del término temporal queda:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_P &= \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \int_{V_P} \frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} dV dt = \frac{1}{\Delta t} \int_{V_P} \int_{\Delta t} \frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} dt dV = \\ &= \frac{1}{\Delta t} \int_{V_P} \left[\frac{P_P \phi_P - P_T \phi_T}{\Delta t} \Delta t \right] dV = \frac{V_P}{\Delta t} (\rho_P \phi_P - \rho_T \phi_T) \dots (3.17) \end{aligned}$$

Donde:

- $V_P \equiv$ volumen de la celda P.
- $T \equiv$ valores al inicio del paso temporal.
- $P \equiv$ valores al final del paso temporal.

Para el desarrollo de la discretización del término fuente:

Se asume lineal: $S_{\phi} = C(V - \phi)$, para ayudar a la convergencia del método iterativo.

$$\mathcal{I}_P = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \int_{V_P} S_P dV dt = V_P \cdot C \cdot (V - \phi_P) \dots (3.18)$$

Dónde:

- $C \equiv$ coeficiente.
- $V \equiv$ valor.
- $\mathcal{I}_p =$ término fuente.

Puede parecer que con la linealización del término fuente se vuelva muy restrictiva, puesto que muchas fuentes son no lineales. Pero puesto que C y V pueden ser variables, esta formulación puede acomodar cualquier fuente no lineal.

Discretización del término difusivo.

Para trabajar el término difusivo primero debe pasarse de una ecuación integral de volumen a una integral de superficie sobre las caras de la misma, aplicando el teorema de Gauss. Una vez aplicado, es necesario evaluar el gradiente de la variable en la cara de la celda, cosa que se hace substituyendo el gradiente por una diferencia centrada que involucra los valores de la variable en los nodos situados a ambos lados de la cara.

Término difusivo: $[\int_{\Delta t} dt \text{ omitida}]$

$$\mathcal{D}_p = - \int_{V_p} \nabla(\Gamma \nabla \phi) \overset{\text{TMA GAUSS}}{\uparrow} = - \int_{S_p} \Gamma \nabla \phi \vec{S} = - \sum_{\text{las caras}}^{\text{todas}} [\Gamma \nabla \phi \vec{n} A]_{\text{cara}} \dots \quad (3.19)$$

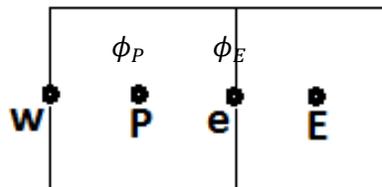
Donde:

- $\mathcal{D}_p =$ término difusivo.
- $\vec{n} =$ normal externa.

Definiendo como ejemplo la formula (3.19) para las caras este y oeste queda:

$$\mathcal{D}_e = -\Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_P}{|PE|} A_e$$

$$\mathcal{D}_w = -\Gamma_w \frac{\phi_P - \phi_W}{|PW|} (-A_w)$$



Para el cálculo del término convectivo es necesario obtener el coeficiente de difusión Γ en la cara de la celda. Cuando Γ no es constante, es probablemente función de valores de variables que se conocen en los nodos (temperatura, por ejemplo). Para esto se requiere entonces interpolar para la cara y esta puede ser armónica o aritmética siendo la primera más apropiada para asegurar la continuidad del flujo difusivo a través de la cara cuando Γ varía rápida o abruptamente.

$$\Gamma_e = \frac{\Gamma_P |eE| + \Gamma_E |Pe|}{|PE|}; \Gamma_e = \frac{|PE|}{\frac{|eE|}{\Gamma_P} + \frac{|Pe|}{\Gamma_E}} \dots \quad (3.20)$$

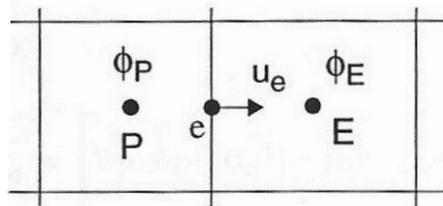
Entonces se tiene que para el término convectivo la fórmula queda como:

$$\mathcal{C}_P = \int_{V_P} \nabla(\rho \vec{v} \phi) dV_P \stackrel{\text{TMA GAUSS}}{=} \int_{S_P} (\rho \vec{v} \phi) d\vec{S} = \sum_{\text{las caras}}^{todas} [\rho \vec{v} \phi A \vec{n}]_{\text{cara}} \dots \quad (3.21)$$

➤ \mathcal{C}_P = término convectivo.

Se define para la cara este:

$$\mathcal{C}_P = \rho_e \phi_e \cdot A_e \cdot u_e$$



- A_e, u_e son conocidos.
- $\rho_e \phi_e = \frac{\phi_P \rho_P |eE| + \phi_E \rho_E |Pe|}{|PE|}$ (diferencias centradas).

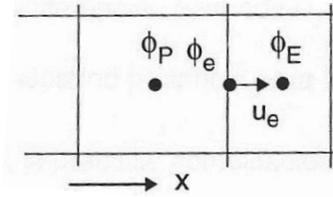
En este caso, al igual que en el del término difusivo, la integral de volumen se transforma en una integral de superficie extendida a todas las caras de la celda mediante la aplicación del teorema de Gauss, por lo que se requiere el conocimiento de ρ, ϕ y \vec{v} en la cara. En caso de usarse una malla

decalada solo ρ y ϕ deberan ser interpolados a la cara. Esta operación da lugar a los llamados sistemas de discretización.

Como un método alternativo, asumiendo que el valor de $\rho_e \phi_e$ es el mismo que el nodo contiguo, para calcular ρ y ϕ puede hacerse:

$$\rho_e \phi_e = \rho_P \phi_P \text{ si } u_e > 0$$

$$\rho_e \phi_e = \rho_E \phi_E \text{ si } u_e < 0$$



Por tanto:

$$\mathcal{C}_e = \left[\rho_P \phi_P [u_e] - \rho_E \phi_E [-u_e] \right] A_e \dots \quad (3.22)$$

Con $[[\theta]] = \max(\theta, 0)$.

Esta opción se conoce con el nombre de ‘upwind’. Su precisión es, sin embargo, de orden uno (frente al orden dos de la opción anterior), y constituye una aproximación razonable solo cuando el término convectivo domina sobre el difusivo. Cuando ambos son de igual orden, es de esperar que la difusión haga llegar algo del valor a la variable de la celda anterior la cara en cuestión, y por lo tanto la opción de tomar solo el valor de la celda se torna muy imprecisa.

El balance entre convección y difusión viene dado por el número de Péclet, y se asume generalmente que la aproximación ‘upwind’ no es mala si este número es mayor a dos, a diferencia del primer método denominado de ‘diferencias centradas’ que funciona bien si:

$$|Pe| = \frac{\rho \cdot u \cdot |PE|}{\Gamma} \leq 2 \dots \quad (3.23)$$

Para fines prácticos se puede implementar un esquema híbrido, que puede demostrarse usando simplemente upwind y multiplicando la contribución de la difusión por:

$$\left[\left[1.0 - 0.5 \left| \frac{\mathcal{C}_e}{\mathcal{D}_e} \right| \right] \right]$$

La cuestión del esquema de discretización del término convectivo es central al método de volúmenes finitos, pues es uno de los elementos principales que contribuyen a la precisión y estabilidad del método.

Para el caso de 1D con upwind, la ecuación queda:

Temporal.

$$\frac{V_p}{\Delta t} (\rho_P \phi_P - \rho_T \phi_T) +$$

Convección.

$$+ A_w \rho_P \phi_P [-u_w] - A_w \rho_W \phi_W [u_w] + \\ + A_e \rho_e \phi_P [u_e] - A_e \rho_E \phi_E [-u_e] -$$

Difusión w y e.

$$- A_w \Gamma_w \frac{\phi_W - \phi_P}{\delta_w} - A_e \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta_e} \Gamma_e =$$

Fuente.

$$V_p C (V - \phi_P)$$

Se factoriza ϕ_P de la ecuación:

$$\phi_P \left[\frac{V_p \rho_P}{\Delta t} + A_w \rho_P [-u_w] + A_e \rho_P [u_e] + \frac{A_w \Gamma_w}{\delta_w} + \frac{A_e \Gamma_e}{\delta_e} + V_p C \right] = \\ = \phi_w \left\{ A_w [-u_e] \rho_E + \frac{A_w \Gamma_w}{\delta_w} \right\} + \phi_E \left(A_e [-u_e] \rho_E + \frac{A_e \Gamma_e}{\delta_e} \right) + \left\langle \frac{V_p}{\Delta t} \rho_T \phi_T \right\rangle + V_p C V \dots \quad (3.24)$$

Por tanto:

$$(a_P + V_P C)\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E + a_T\phi_T + V_P C V \dots \quad (3.25)$$

$$[\uparrow] \quad \{\uparrow\} \quad (\uparrow) \quad \langle \uparrow \rangle$$

Puede demostrarse que, por continuidad $a_P = a_E + a_W + a_T$

Por lo tanto, en el caso general (3D):

$$\phi_P = \frac{\sum_{Vecinas} a_i \phi_i + a_T \phi_T + V_P C \cdot V}{a_P + V_P \cdot C} \dots \quad (3.26)$$

El valor de ϕ en la celda P puede ponerse como la combinación lineal de los valores de ϕ en las celdas vecinas y en el paso temporal anterior, y el valor V de la fuente, ponderada con unos pesos que son los coeficientes ‘a’ y el coeficiente de la fuente por el volumen de la celda. Esta es la ecuación pseudo-lineal que ha de resolverse.

En los elementos de la discretización dependientes del tiempo, los valores de ϕ del término temporal aparecen en la celda al inicio y el final del intervalo temporal considerado. Sin embargo, el resto de esos valores en la ecuación pueden estar evaluados tanto al inicio como al final del intervalo, o en cualquier tiempo intermedio entre éstos.

$$\phi_P^0 \rightarrow \phi_T \text{ y } \phi_P^1 \rightarrow \phi_P | \dots \quad (3.27)$$

La dinámica computacional de fluidos o CFD aplica métodos numéricos para desarrollar aproximaciones de las ecuaciones de mecánica de fluidos en la región de fluido que nos interesa estudiar, estos métodos son conocidos como de discretización. Existen cuatro métodos para realizar dicha acción:

- Diferencias finitas: desarrollado con series de Taylor.
- Volúmenes finitos: con integración de volúmenes de control.
- Elementos finitos: se basa en principios variacionales o “weighted residuals”.
- Métodos espectrales: desarrollado con series de Fourier.

De estos cuatro métodos los más empleados en CFD son los de volúmenes y elementos finitos. Utilizar el método de volúmenes finitos tiene ciertas ventajas:

- i. La forma conservativa de sus ecuaciones.
- ii. Facilidad de implementación de modelos físicos.
- iii. Sencillez conceptual.
- iv. Eficiencia computacional.

En favor del método de elementos finitos esta su mayor flexibilidad geométrica (mallas no estructuradas). Aun así, el método mayormente utilizado en ingeniería es el de volúmenes finitos el cual puede considerarse compuesto por tres fases:

1. Discretización del dominio espacial y del tiempo:

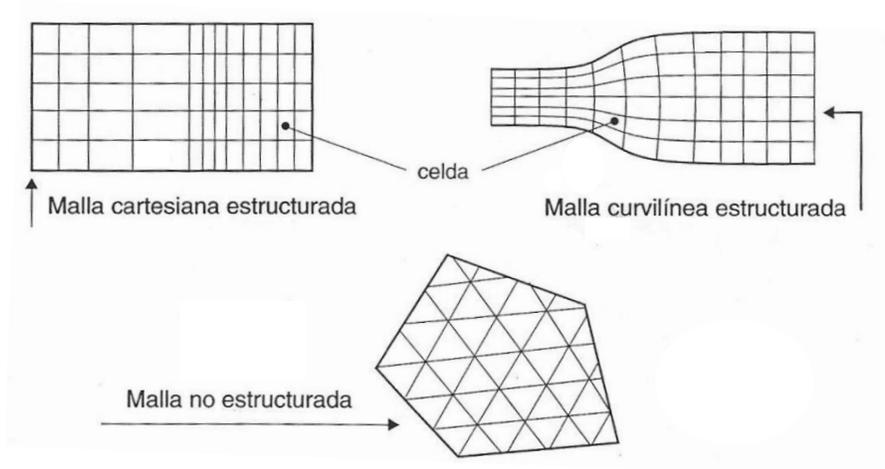


Figura 3.1: tipos de mallas. [7]

2. Integración de la ecuación de cada celda (volumen de control) quedando, para cada celda P y cada variable ϕ , ecuaciones del siguiente tipo:

$$a_P \phi_P = \sum_{vecinas} a_i \phi_i + a_T \phi_T + b \dots \quad (3.28)$$

3. Resolución del conjunto de ecuaciones algebraicas, utilizando métodos iterativos.

3.3. Condiciones de frontera.

El término condiciones de frontera hace referencia a las condiciones que prevalecen en los límites del dominio de integración: entradas y salidas de fluido, paredes, etc. Tales condiciones también pueden ser propias del fluido. Para abordar el tema es conveniente introducir estas condiciones en forma de un término fuente ($C(V - \phi)$) en la ecuación, donde C y V pueden ser variables.

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla(\rho V\phi) - \nabla(\Gamma_\phi \nabla\phi) = S_\phi + C(V - \phi) \dots (3.29)$$

Donde:

- S_ϕ : otras fuentes.
- $C \equiv$ coeficiente, $[C] = kg/m^3s$
- $V \equiv$ valor, $[V] = [\phi]$

El término que representa la condición de contorno o fuente puede estar presente sólo en unas celdas del dominio, y una ecuación para una celda puede tener varios términos fuente para representar diversas condiciones de contorno y/o fuente. En la ecuación discretizada:

$$a_P \phi_P = \sum_i a_i \phi_i + a_T \phi_T + b + v_P C_P (V_P - \phi_P) \dots (3.30)$$

Donde:

- v_P : volumen de la celda P.

Especificación de flujos.

Basta con hacer el coeficiente igual a un número pequeño (10^{-10}) y el valor igual al flujo deseado multiplicado por el inverso de ese número pequeño. El valor es por tanto dominante frente a ϕ_P , y el efecto neto es que la fuente queda igual al flujo deseado.

Especificación de valores fijos.

Cuando es necesario fijar el valor de la variable en el dominio, basta con hacer el coeficiente C igual a un número grande (10^{10}), que haga el término fuente dominante en la ecuación, y el valor V igual al deseado. Con esto la ecuación se reduce a $\phi_P = V$.

Especificaciones de paredes.

Al igual que con las especificaciones de los valores fijos, las de pared pueden hacerse de manera análoga. Por ejemplo:

Si:

- $V_W \equiv$ velocidad de la pared.
- $V_P \equiv$ velocidad en P.
- $A_P \equiv$ área de pared en la celda.
- $\mu \equiv$ viscosidad cinemática.

La fuente de cantidad de movimiento es: $S = \mu A_P \frac{V_W \mu - V_P}{d}$

Luego $C_P = \frac{\mu A_P}{d Pr}$; $V_P = h_W$, con $Pr = \frac{C_P \mu}{\alpha}$ y $h_W = C_P T_W$; $C_P \equiv$ calor específico.

Fuentes de masa y valores de presión.

Las condiciones de contorno para la masa (gasto másico) y la presión puede insertarse en el sistema mediante la misma técnica coeficiente-valor a través de la ecuación de continuidad. La técnica utilizada para especificar flujos puede utilizarse para gastos másicos, y la utilizada para especificar valores puede utilizarse para fijar la presión.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = C(V - P) \dots \text{(3.31)}$$

Donde:

- $C \sim 10^{10}$, $V = P_{fija}$ hace $P = P_{fija}$
- $C = 10^{-10}$, $V = \frac{\dot{m}}{10^{-10}}$ añade un flujo másico \dot{m} a la ecuación.

Condiciones de entrada, salida y ejes de simetría.

Los tipos de condiciones de frontera anteriores pueden combinarse para especificar entradas de fluido al dominio. Una entrada se especifica normalmente como un flujo másico \dot{m} , y un flujo $\dot{m}(\phi_{in} - \phi_P)$ para el resto de las variables.

$$Masa(P) \rightarrow C = 10^{-10}; \quad V = \frac{\dot{m}}{10^{10}}$$

$$Propiedad \phi \text{ (cantidad de movimiento, entalpia, etc)} \rightarrow C = \dot{m}; \quad V = \phi_{in}$$

Las salidas de flujo se especifican normalmente fijando la presión.

$$Presión(P) \rightarrow C = 10^{10}; \quad V = P_{ext}$$

Finalmente, la condición apropiada en ejes o planos de simetría es flujo nulo a través del eje o plano. Cuando estos están en los límites del dominio, esta es la condición por defecto, por lo que no se requiere ninguna especificación adicional.

Linealización de fuentes.

Adicional al proceso de inclusión de cualquier fuente en las ecuaciones, es recomendable realizar una linealización de dicha fuente para mejorar la convergencia de la solución. Como ejemplo tenemos el caso de un sumidero de cantidad de movimiento en un medio poroso.

$$S = -Kv^2 \dots \textbf{(3.32)}$$

Puede ponerse como:

$$S = -Kv^n v^{n-1} = Kv^{n-1}(0 - v^n) \dots \textbf{(3.33)}$$

Luego:

$$C = Kv^{n-1}, \quad V = 0$$

En la solución convergida por lo tanto queda; $v^{n-1} = v^n$ [7]

4. CAPÍTULO IV: DETALLES NUMÉRICOS.

La escasez de datos referidos a la eficiencia de los tubos intercambiadores de calor con aletas en forma de espinas motivo el inicio del análisis de este tipo de sistemas, iniciando con enfoques sencillos como es la hidrodinámica y el intercambio de calor dentro del dominio de cálculo. El trabajo conjunto con los compañeros del IPN ayuda un mejor desarrollo del proyecto siendo ellos los encargados de estudiar los elementos físicos con un único arreglo establecido para varias velocidades. Los parámetros especificados en los experimentos realizados por ellos fueron las bases del modelo digital que sometimos a análisis por nuestra cuenta. Tales consideraciones o parámetros se especifican a continuación.

4.1. Caso a analizar.

El análisis de los fenómenos involucrados en la transferencia de calor de tubos intercambiadores de calor con aletas de espinas parte de la necesidad de tener un registro referente a este proceso. El modelo básico utilizado en la implementación de un arreglo de tubos digital fue proporcionado por la empresa MABE, así como el esquema de especificaciones que usan para la producción de este. Dichas especificaciones fueron tomadas para generar el modelo base en Solid Works, el cual se muestra en la figura 4.1.



Figura 4.1: modelo base original de tubo con aletas de espinas.

Este primer modelo fue implementado en una primera simulación de prueba que solo incluía a este único elemento, para determinar cuáles serían los parámetros que mejor se adaptarían para nuestro problema central, que es el análisis de un conjunto de tubos en un mismo sistema, al mismo

tiempo que dejaría ver el tiempo de cálculo. Esta primera visión dejó claro que el tamaño manejado, en cuanto al largo del tubo refiere, traería como consecuencia que los tiempos de cálculo se elevaran de manera muy considerable. Se optó entonces por acotar el modelo a una pieza que fuese representativa y a la vez útil para el estudio, reduciendo así su longitud inicial (35 [mm]) a un tubo de 10[mm]. Con esto los tiempos disminuyeron proporcionalmente.

Una vez que los compañeros de la ESIME Zacatenco definieron las condiciones del experimento, se recortó una vez más la figura para que se acoplara al arreglo que habían utilizado, quedando como se muestra en la figura 4.2:

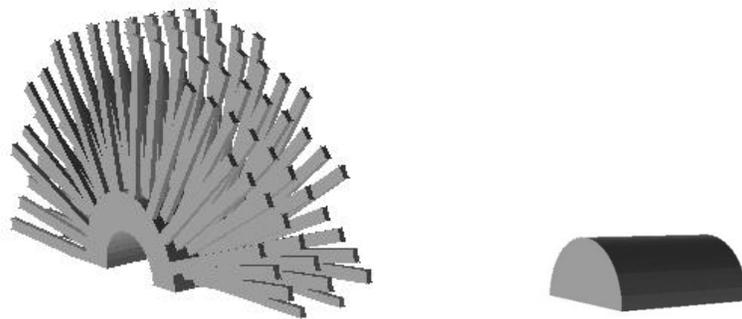


Figura 4.2: elementos básicos constitutivos del arreglo.

El elemento de la izquierda representa las aletas en forma de espinas, responsables del intercambio de calor directamente con el fluido sobrecalentado, mientras que el medio tubo de la parte derecha simula la parte interna de los tubos en donde estaría circulando el refrigerante.

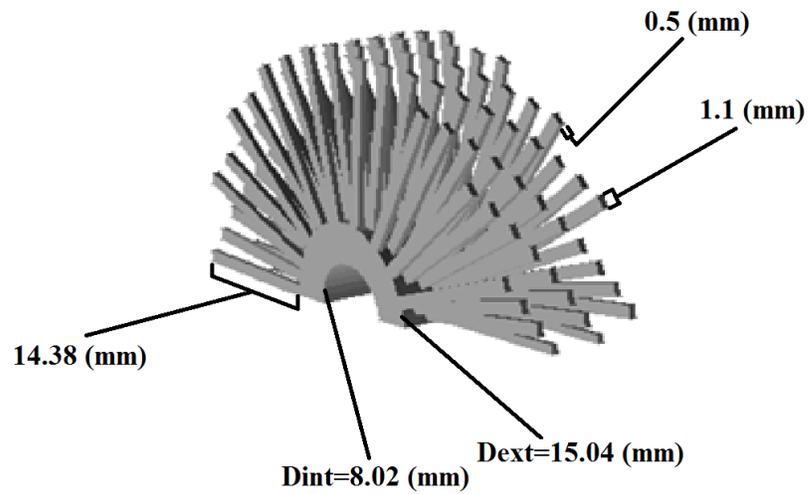
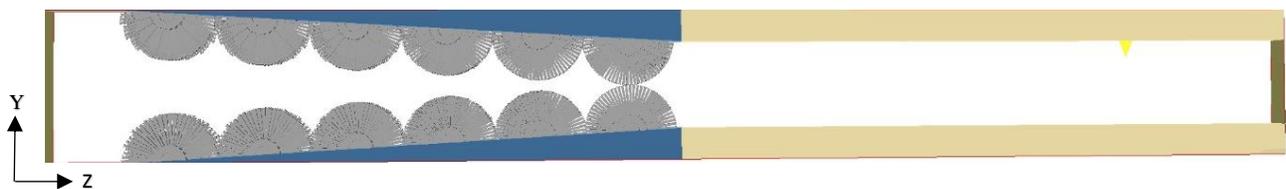
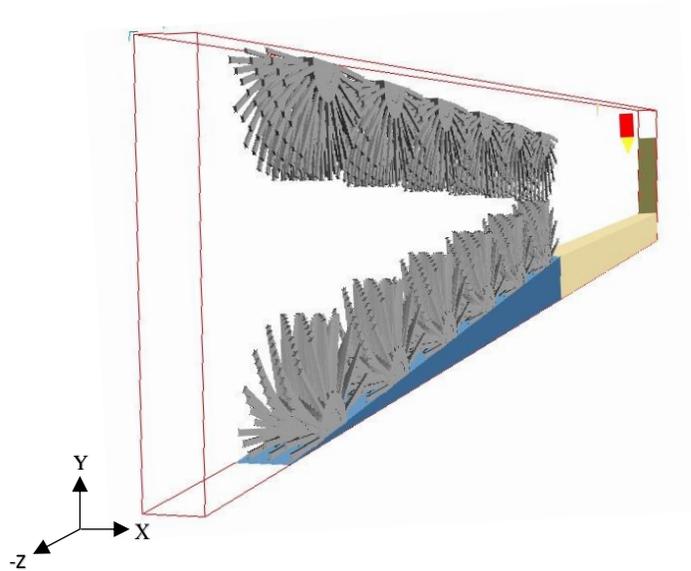


Figura 4.3: dimensiones de tubo intercambiador de calor con aletas en forma de espina.

Tomando en cuenta las condiciones de operación del IPN, el sistema quedó de la siguiente forma:



Figuras 4.4: arreglo de tubos con aletas de espinas con reducción de área transversal.

Estas imágenes son tomadas directamente de la interfaz del programa utilizado para resolver las simulaciones de este caso (PHOENICS). De manera adicional a los dos elementos básicos requeridos para representar el arreglo de tubos fue necesario utilizar más recursos propios del software para complementar el dominio de cálculo, tales como:

- Pirámide de triangulo escaleno: según las especificaciones, la sección por la que pasa el flujo de aire caliente debería ir reduciendo hasta llegar al último par de tubos aletas y que las mismas aletas de ambos estuvieran en contacto. La opción fue introducir este elemento de forma que se adaptara a dicho cambio.

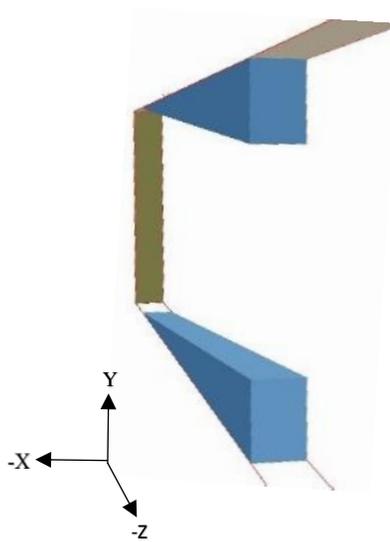


Figura 4.5: pirámides utilizadas en la reducción de la sección transversal.

- Prisma rectangular: ya que se había alcanzado la reducción máxima de la sección transversal ahora lo que faltaba era mantener esa misma área constante a lo largo del resto del dominio de cálculo.

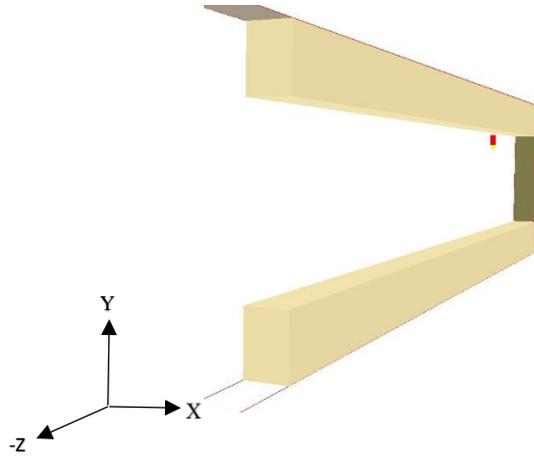


Figura 4.6: prismas rectangulares utilizados para mantener la sección transversal reducida.

Los elementos utilizados para formar lo que es el sistema que se sometió a las especificaciones predeterminadas consta de un total de 35 entre las partes del aletado, los tubos enfriadores, paredes limitadoras de flujo para las caras superior, inferior, posterior y frontal, los cuatro cuerpos que limitan el área transversal (prismas rectangulares y pirámides), los elementos donde se especifican las condiciones a la entrada y salida del flujo y el elemento nulo. La lista de todos ellos se puede ver en la figura 4.7.

Object name	Reference	Type	Geometry	Visibility	Wireframe	Affects grid
DOMAIN	-1	DOMAIN		on	on	yes
B1	0	BLOCKAGE	aletas_de_escal...	on	off	no
B2	1	BLOCKAGE	aletas_de_escal...	on	off	no
B3	2	BLOCKAGE	aletas_de_escal...	on	off	no
B4	3	BLOCKAGE	aletas_de_escal...	on	off	no
B5	4	BLOCKAGE	aletas_de_escal...	on	off	no
B6	5	BLOCKAGE	aletas_de_escal...	on	off	no
B7	6	BLOCKAGE	aletas_de_escal...	on	off	no
B8	7	BLOCKAGE	aletas_de_escal...	on	off	no
B9	8	BLOCKAGE	aletas_de_escal...	on	off	no
B10	9	BLOCKAGE	aletas_de_escal...	on	off	no
B11	10	BLOCKAGE	aletas_de_escal...	on	off	no
B12	11	BLOCKAGE	aletas_de_escal...	on	off	no
B13	12	BLOCKAGE	tuboinernomit...	on	off	no
B14	13	BLOCKAGE	tuboinernomit...	on	off	no
B15	14	BLOCKAGE	tuboinernomit...	on	off	no
B16	15	BLOCKAGE	tuboinernomit...	on	off	no
B17	16	BLOCKAGE	tuboinernomit...	on	off	no
B18	17	BLOCKAGE	tuboinernomit...	on	off	no
B19	18	BLOCKAGE	tuboinernomit...	on	off	no
B20	19	BLOCKAGE	tuboinernomit...	on	off	no
B21	20	BLOCKAGE	tuboinernomit...	on	off	no
B22	21	BLOCKAGE	tuboinernomit...	on	off	no
B23	22	BLOCKAGE	tuboinernomit...	on	off	no
B24	23	BLOCKAGE	tuboinernomit...	on	off	no
B27	24	BLOCKAGE	wedge	on	off	no
B28	25	BLOCKAGE	wedge	on	off	no
B29	26	BLOCKAGE	cube	on	off	no
B30	27	BLOCKAGE	cube	on	off	no
B31	28	PLATE	cube11	off	off	no
B32	29	PLATE	cube11	on	off	no
B33	30	PLATE	cube11	off	off	no
ENT	31	USER_DEFINED	default	on	off	no
SAL	32	USER_DEFINED	default	on	off	no
B36	33	NULL	wirexyz	on	off	yes
B37	34	PLATE	cube11	off	off	yes

Figura 4.7: lista de elementos constitutivos del sistema tomada directamente de PHOENICS.

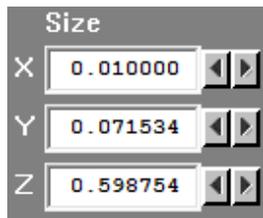
En orden de aparición se describen cada una de las columnas constitutivas:

- Object name: es el nombre con que el programa está reconociendo a cada uno de los elementos que componen el sistema. Por default asigna la letra B junto con una numeración progresiva. En el caso de los elementos donde se especifican las condiciones de entrada y salida es necesario asignar un nombre distinto, para poder realizar la asignación de valores al código. Cabe mencionar que la numeración se ve alterada en algunos casos por la exclusión de algunos elementos que ya no eran necesarios.
- Reference: es el conteo de la cantidad de elementos que componen el sistema.
- Type: columna que muestra el nombre descriptivo que el software da a cada elemento de acuerdo a su apreciación espacial en el dominio de cálculo, desde el dominio, los elementos tridimensionales, los planos de cada cara (con su respectivo nombre) y el elemento nulo.
- Geometry: hace referencia al nombre con el que está siendo importado al dominio de cálculo cada elemento.

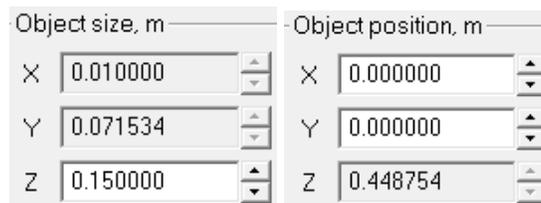
- **Visibility:** en ocasiones se requiere que algún cuerpo o plano se mantengan visibles o no. Esta columna muestra cuales de los elementos están a la vista del programador y cuales, como en el caso de tres de las paredes limitadoras, se encuentran ocultas.
- **Wireframe:** la mayoría de los elementos utilizados requieren ser elementos sólidos en tres o dos dimensiones. Aquí se muestra cuáles de esos objetos se encuentra representados solo como líneas y vértices que, en este caso particular solo se trata del dominio que contiene al resto de los elementos.
- **Affects grid:** el programa cuenta con la opción de que la malla se trate de ajustar a los cuerpos que están contenidos en el DOMAIN. En ocasiones esto no es recomendable pues las distorsiones al mallado podrían significar un mayor número de celdas. Esta columna muestra cuales son los elementos que sí están siendo tomados en cuenta para ajusta la malla a su geometría, que en este caso deberían ser solo el mismo DOMAIN y el elemento nulo.

En cuanto a las dimensiones de cada uno de estos elementos mencionados se muestran las siguientes imágenes tomadas directamente del programa. Cada uno de estos números está representado en metros en las tres dimensiones.

Dominio de cálculo.



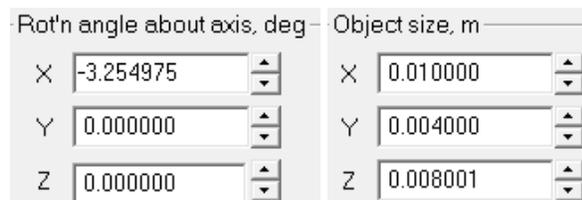
Elemento nulo.



Aletas.



Tubo enfriador.



Entrada.

Salida.

Caras frontal y posterior

Caras superior e inferior

Object size, m	Object position, m	Object size, m	Object size, m
X 0.010000	X 0.000000	X 0.000000	X 0.010000
Y 0.071534	Y 0.015000	Y 0.061534	Y 0.000000
Z 0.000000	Z 0.598754	Z 0.598754	Z 0.598754

Tanto los tubos enfriadores como los perfiles de las aletas requirieron que se ajustaran con una inclinación para que quedaran acorde con las pirámides que van reduciendo el área transversal. La entrada y salida tienen las mismas dimensiones en X y se ajusta la salida para que solo tome en cuenta el área transversal que ya fue reducida en la dirección Y, como se muestra en la figura 4.8. En cuanto a Z se coloca en el punto más alejado del origen.

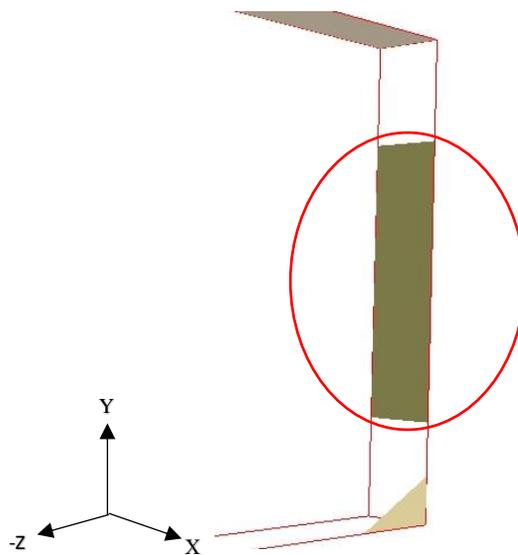


Figura 4.8: plano desplazado en Y que especifica la salida del flujo.

Como dato extra, el triángulo que sale en la parte inferior de la imagen aparece cuando se activa un elemento nulo en el dominio de cálculo.

Para mallado.

Como lo muestra la figura 4.9 el dominio quedo mallado por un total de 1056000 celdas, siendo designadas 928000 a la zona anterior al elemento nulo para un análisis más detallado.

	X-Manual	Y-Manual	Z-Manual	
Domain size	0.010000	0.071534	0.598754	m
Number of cells	16	100	660	
No of regions	1	1	2	
Modify region	1	1	1	
Size	0.010000	0.071534	0.448754	
Distribution	Power law	Power law	Power law	
Cell power	Set	Set	Set	
Cells in region	16	100	580	
Power/ratio	1.000000	1.000000	1.000000	
Symmetric	No	No	No	

Figura 4.9: especificaciones de mallado en las tres dimensiones.

La opción de ‘Power Law’ se usó en este caso para poder hacer un ajuste de las celdas de la malla en la parte derecha de la división aplicada por el elemento nulo: al contar con dos zonas en las que el mallado es diferente y para reducir el tiempo de cálculo sin afectar la física del fenómeno, la coincidencia del tamaño de celda se tenía que asegurar, como se observa en la figura 4.10.

Reg	End positn	Cells	Distributn	Power
1	0.448754	580	Power law	1.000000
2	0.598754	80	Power law	1.250000

Figura 4.10: distinción de mallado en las dos zonas de la dirección Z.

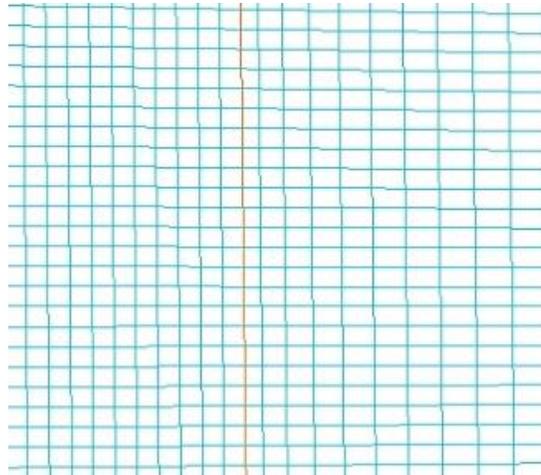


Figura 4.11: alargamiento paulatino de las celdas en la dirección Z después del elemento nulo (línea roja).

De forma general la malla quedo detallada como se muestra en la siguiente figura.

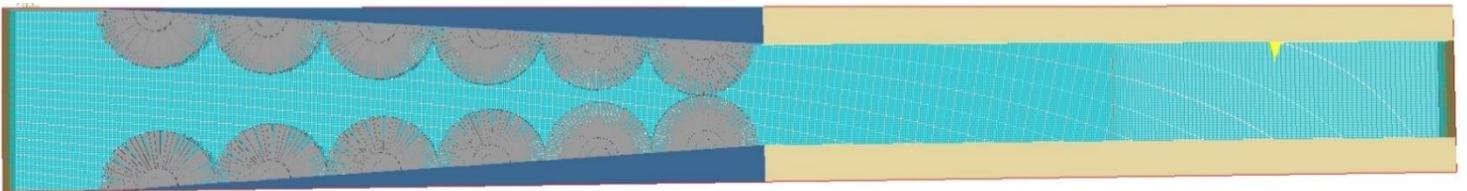


Figura 4.12: vista frontal de mallado del dominio de cálculo.

La imagen 4.12 muestra la importancia del tamaño de la celda. Incluso con este tamaño no se logra que las celdas solo consideren a una aleta a la vez en algunas ocasiones. Lo ideal es que se creara una malla que estuviera diseñada para representar el cuerpo utilizado pero esto implicaría un número de celdas demasiado elevado, llevando los tiempos que podrían alargarse por semanas.

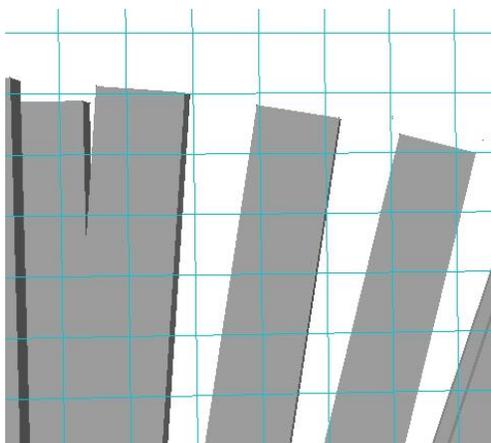


Figura 4.13: posicionamiento de las celdas sobre la cara frontal de las aletas.

El arreglo quedó determinado de acuerdo a las especificaciones del modelo utilizado por los compañeros de la ESIME Zacatenco:



Imagen 4.1. Arreglo de tubos aletados con reducción de sección transversal.



Imagen 4.2. Dominio de cálculo.



Imagen 4.3. Vista frontal de tubos aletados.



Imagen 4.4. Vista de la entrada de flujo de aire caliente.

4.2. Condiciones de frontera.

Las condiciones de frontera son de suma importancia en las simulaciones pues dictan los parámetros a los que estarán sujetas dichas simulaciones. Para el caso que se está analizando se especificó que se tratara de un perfil de velocidades uniforme a la entrada. Para evitar complicaciones al momento de entrar en contacto el flujo de aire con los tubos aletados se dejaron 35 milímetros de separación entre la entrada y el inicio del arreglo, esto para asegurar que el flujo se desarrollara por sí sólo. La temperatura del flujo de aire a la entrada quedó establecida en 22 °C, mientras que para la velocidad se acordó que se manejarían dos velocidades distintas: 1(m/s) y 2 (m/s), siendo el análisis del segundo valor lo que se está abordando.

Para asegurar que a la salida se registraran valores de un flujo también uniforme fue necesario, de igual forma, dejar un espaciamiento después de que se concluyera la interacción del flujo con las aletas que fue de 300 milímetros. La condición especificada a la salida sólo fue que la presión relativa en esta posición fuese igual a cero. Con este dato se asegura que en la salida se esté refiriendo a la presión atmosférica puesto que se están usando sólo presiones relativas en los cálculos. El uso de este recurso es requerido por los bajos valores que se están manejando en cuanto a presión, siendo de poca utilidad el uso de presiones atmosféricas, que datan de los kPa, en operaciones de suma o resta con valores de Pascales obtenidos en las simulaciones.

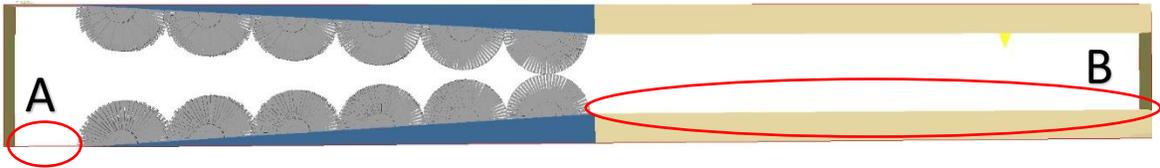


Figura 4.14: A) espacio de 35 mm entre la entrada y los tubos aletados, B) espacio de 300 mm entre los tubos aletados y la salida.

En el caso de las paredes del dominio de cálculo se establecieron los elementos denominados como ‘Plates’, ubicada en las caras frontal, posterior, superior e inferior, para cumplir la función de paredes y evitar que el flujo saliera en esas direcciones, conteniéndolo para que se desplazara sólo en la dirección Z. Aunado a esto, tanto en las pirámides como en los prismas fue activada la condición de simetría, lo que implica que en las partes en donde se tiene contacto con el fluido las paredes de las figuras adoptarían dicha velocidad mientras en los casos donde estuviera en contacto directo con algún tubo aletado la velocidad sería cero.

```

Group 13. Boundary & Special Sources

This patch is attached to object ENT
INLET(ENT, LOW, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)
VALUE(ENT, P1, 2.378)
VALUE(ENT, U1, 0.)
VALUE(ENT, V1, 0.)
VALUE(ENT, W1, GRND2)
VALUE(ENT, KE, 1.0E-03)
VALUE(ENT, EP, 1.0E-02)
VALUE(ENT, TEM1, 22.)

This patch is attached to object SAL
PATCH(SAL, HIGH, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)
COVAL(SAL, P1, 1., 0.)

PATCH(BUOYANCY, PHASEM, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)
COVAL(BUOYANCY, U1, FIXFLU, GRND3)
COVAL(BUOYANCY, V1, FIXFLU, GRND3)
COVAL(BUOYANCY, W1, FIXFLU, GRND3)

BUOYA =0. ; BUOYB =0.
BUOYC =-9.81
BUOYE =20.
EGWF = T

```

Los valores mostrados corresponden a una captura de pantalla tomada directamente de la programación del mismo software de la sección 13 correspondiente a ‘condiciones de frontera y fuentes especiales’.

```

Group 17. Relaxation
RELAX(P1, LINRLX, 0.3 )
RELAX(U1, FALSDT, 1.0E-04 )
RELAX(V1, FALSDT, 1.0E-04 )
RELAX(W1, FALSDT, 1.0E-04 )
RELAX(KE, FALSDT, 1.0E-04 )
RELAX(EP, FALSDT, 1.0E-04 )
RELAX(TEM1, FALSDT, 0.1 )
KELIN = 3

```

	Name	ENT	Type	LOW		
Variable	>	P1	U1	V1	W1	KE
Coefficient		FIXFLU	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Value		2.378000	0.000000	0.000000	GRND2	1.000E-3

	Name	ENT		Type	LOW	
Variable	< >	EP	EPKE	TEML	GPRE	DEN1
Coefficient		0.000000		0.000000		
Value		0.010000		22.000000		

En esta captura se puede ver el valor de la temperatura del aire a la entrada del sistema (22°C).

	Name	SAL		Type	HIGH	
Variable	>	P1	U1	V1	W1	KE
Coefficient		1.000000				
Value		0.000000				

Como requisito es necesario especificar la orientación tanto en la entrada como en la salida de nuestro sistema de acuerdo a los detalles descritos en la sección 2.3. En este caso a la entrada se le debe asignar la etiqueta 'Low', mientras que a la salida 'High' para que el flujo principal se presente en la dirección Z.

4.3. Otros detalles.

Para el análisis de este caso se empleó un esquema híbrido para la discretización espacial (término convectivo), mencionado en la sección 2.3. Como se dijo con anterioridad, para implementarlo se usa una formulación upwind y se multiplica la contribución de la difusión por el factor $(1 - Pe_e)$, en este caso para la cara este. Se parte de la ecuación:

$$J_e A_e = \rho_e u_e \left(\phi_P + \frac{\phi_P - \phi_E}{e^{Pe_e - 1}} \right) \dots \quad (4.1)$$

Esta ecuación representa al esquema exponencial, de la cual se considera la afectación del coeficiente a_E sobre la variable ϕ , quedando expresado matemáticamente dicho coeficiente como:

$$a_E = \frac{F_e}{e^{Pe_e - 1}} \dots \quad (4.2)$$

Donde:

- $F_e = \rho_e u_e$: intensidad de convección.

De manera analógica:

- $D_e = \frac{\Gamma_e}{\delta x}$: intensidad de difusión.

Considerando estas igualdades la ecuación queda:

$$\frac{a_E}{D_e} = \frac{Pe_e}{e^{Pe_e - 1}} \dots \quad (4.3)$$

Si se reemplaza la exponencial por la ley lineal expresada anteriormente, se formula el esquema híbrido como:

$$\frac{\alpha_E}{D_e} \{-Pe \text{ si } Pe < -2/1 - 0.5Pe \text{ si } -2 \leq Pe \leq 2/0 \text{ si } Pe > 2 \dots \text{ (4.4)}$$

Los trabajos experimentales se centran en la mejora de tubos con aletas helicoidales por medio de análisis paramétrico como los estudios desarrollados por Naess [8], Anoop [9], Ma [10] y Kiatpachai [11]. En el caso de las simulaciones numéricas, la mayoría de los estudios se concentra en optimizar la distribución de temperatura con las ecuaciones de conducción de calor tal como en los estudios publicados por Chen y Liu [12], Nyamsi [13] y Moinuddin [14]. El término convectivo de la ecuación de la energía es considerado en estudios para flujo laminar para maximizar la transferencia de calor, como es planteado por Matos [15] y Lemouedda [16].

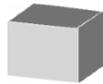
Otra consideración que se debe mencionar es el hecho de que se está tomando en cuenta el campo gravitacional en los cálculos correspondientes de los fenómenos relacionados con el modelo.

El tensor de esfuerzos de Reynold se aproxima con modelos de turbulencia. En este trabajo es utilizado el modelo de turbulencia RNG $k - \epsilon$, desarrollado por Yakhot y Orzag [17]; mientras que el vector de flujo de calor turbulento se obtiene por medio de una analogía entre la transferencia de momento y transferencia de energía térmica. La geometría compleja de tubos aletados está representada por el método Cut-Cell [18], que permite el uso de coordenadas cartesianas.

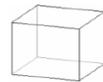
Método CUT-CELL.

Este método es utilizado en casos donde el mallado incluye elementos de geometría compleja. Esto ayuda a no usar una malla con elementos demasiado pequeños. Está basado en el método de los volúmenes finitos, que divide el dominio de cálculo en pequeños volúmenes de control. Adicionalmente a la primera división en celdas, se hace una clasificación de cada una dependiendo de dos aspectos y resultando tres distintos tipos de celdas:

- Sólidas



- De flujo



- Parcialmente sólidas

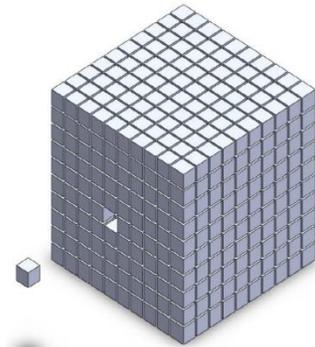


Figura 4.15: método CUT-CELL [12]

Figura 4.16: método de volúmenes finitos [13]

Para las celdas sólidas, al no existir flujo a través de ellas no son consideradas dentro del cálculo y en las celdas parcialmente solidas es necesario llevar a cabo una interpolación que cuantifique las propiedades representativas de cada una de ellas. [5]

5. CAPÍTULO V: RESULTADOS.

5.1. Análisis del campo de velocidades.

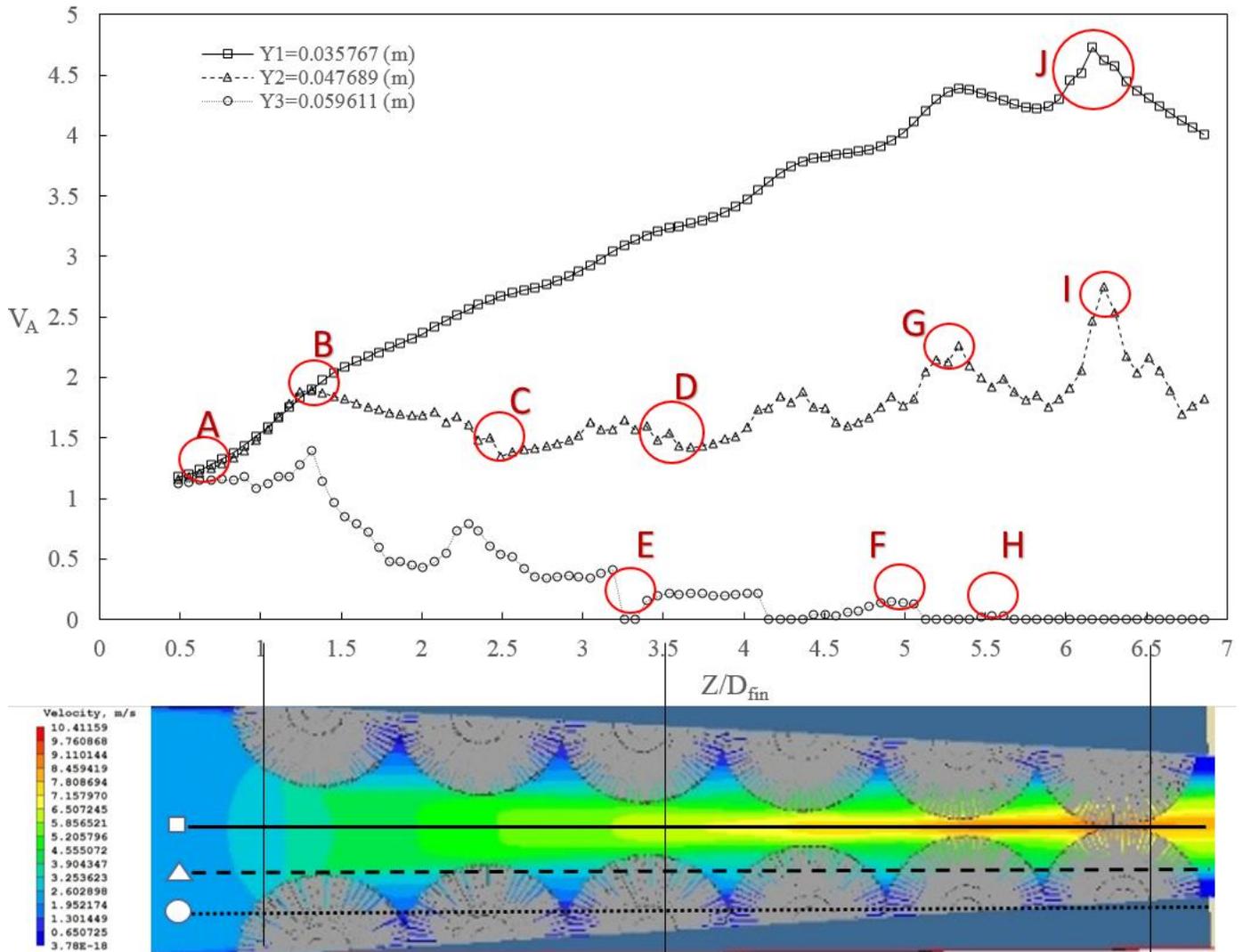


Figura 5.1: arreglo de banco de tubos aletados con perfil de velocidades.

La figura 5.1 muestra tres zonas en el dominio de cálculo ($Y1$, $Y2$ y $Y3$) como indican las líneas. La posición de cada plano a analizar se determinó de acuerdo a las dimensiones en el eje Y del dominio de cálculo. La malla del dominio de cálculo considera un tamaño de celda uniforme. El análisis de las predicciones se estableció en tres planos porque la información en los extremos inferior

y superior (0 m y 0.071532 m) del dominio de cálculo no proporcionan información debido a que se posicionan sobre las paredes. Por otra parte, los planos de la parte superior se excluyeron por la cuasi-simetría del arreglo en el eje Y.

En cuanto a las variables involucradas en el análisis tenemos en el eje de las abscisas a V_A , que es una expresión adimensionalizada que se obtiene de la relación entre los valores de la velocidad y la velocidad de inyección del flujo. En el lado de las ordenadas encontramos a Z/D_{fin} , que está asociado con dos factores: la posición en la que se encuentra localizado el punto de análisis (expresado en metros) y el diámetro del aletado ($D_{fin}=0.04403$ m).

La información obtenida en cada plano muestra un comportamiento particular pues en cada caso se manejan distintos elementos en los que se da la interacción. Para ayudar con la visualización de los datos relevantes la explicación será por planos, comenzando con el que indique la primera variación de velocidad.

Y3 (0.059611 m) ○ .

En A se localiza la primera variación de velocidad al interactuar con las primeras aletas en la posición $Z/D_{fin}=0.6$. Se trata de una zona de poco transporte de propiedades debido a la nula interacción del flujo con las aletas. Se presenta un espacio entre tubos en donde se forma la estela del flujo y en donde los valores de la velocidad son bajos, como deja ver la gráfica entre los valores $Z/D_{fin}=1.6$ y $Z/D_{fin}=2.1$. En el punto E el análisis se centra en la zona del tubo enfriador, dando como resultado un transporte nulo de propiedades. Posteriormente, en $Z/D_{fin}=4.0$ sucede lo mismo que en E. En F y H aún se pueden obtener valores de la estela, que al tener mayor cercanía en con la pared, se van aproximando a cero. Después de H, la ausencia de flujo lleva a que V_A sea cero.

Y2 (0.047689 m) △ .

En esta nueva posición se observa que la zona de interacción con las aletas inicia en B ($Z/D_{fin}=1.5$), donde la velocidad disminuye, hasta que gradualmente llega a su valor más bajo en el punto C ($Z/D_{fin}=2.5$), generando pequeñas zonas de recirculación. Es evidente el aumento, después de este último punto de análisis, en los valores de la velocidad. Comparando la gráfica con el perfil de velocidades se advierte que el comportamiento registrado en $Z/D_{fin}=3.2$, $Z/D_{fin}=5.5$ y $Z/D_{fin}=6.2$, correspondientes a los puntos D, G e I, puede justificarse por el hecho del aumento de la velocidad por a causa de la reducción del área transversal. A diferencia de Y3, Y2 está fuera de la estela y más

próximo a la zona en la que se está registrando el mayor aumento de velocidad. Por otra parte, la presencia de aletas sugiere una aceleración del flujo, ya que como se puede observar en la figura 5.2, el espacio por el que pasa el fluido se ve reducido, pudiendo de esta manera provocar, de manera justificada, un aumento de la velocidad. Además, cuanto más alejado se encuentre la referencia del origen del dominio de cálculo (lado extremo izquierdo), el cambio se hará más evidente en el perfil de velocidades por la reducción de la sección transversal, que provoca un aumento en la velocidad del flujo.

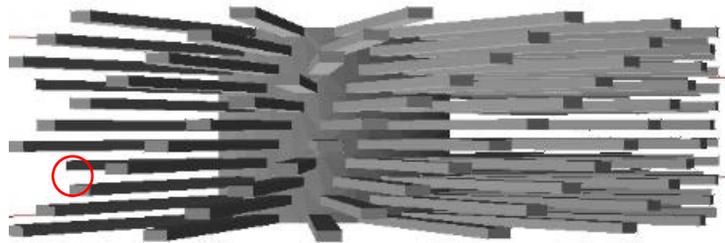


Figura 5.2: vista superior de tubo de aletas de espinas señalando espacio entre aletas.

Y1 (0.035767 m) □ .

Si se comparan visualmente Y3, Y2 y Y1 se encuentra que esta última se mantiene fuera de los límites de las aletas, lo cual, aunado a la reducción que sucede en la sección transversal en dirección del flujo, conduce a una elevación continua de velocidad. A pesar de esta situación el aumento de velocidad parece expresar ondulaciones en la gráfica. Si en el arreglo solo se encontraran los prismas triangulares que reducen el área de paso del flujo, dicha grafica seria recta, pero en este caso la reducción de área está dada también por los tubos aletados. Muestra una variación en la velocidad que se vuelve más notoria mientras el tubo se localice más próximo a Y1. Al llegar al punto J ($Z/D_{fin}=6.2$) se registra el valor más elevado, donde la reducción de área transversal es mayor. En valores posteriores de este punto se aprecia que la dirección de la gráfica cambia de sentido y tiende a disminuir gradualmente. Después de superar la posición de los tubos aletados y al mantenerse constante la sección transversal, el flujo tenderá a alcanzar un perfil de velocidad homogéneo.

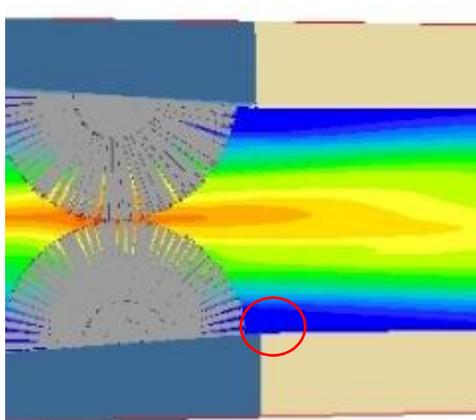


Figura 5.3: la zona encerrada en el círculo muestra la baja velocidad alcanzada por efecto de las aletas (estela).

5.2. Análisis del campo de presiones.

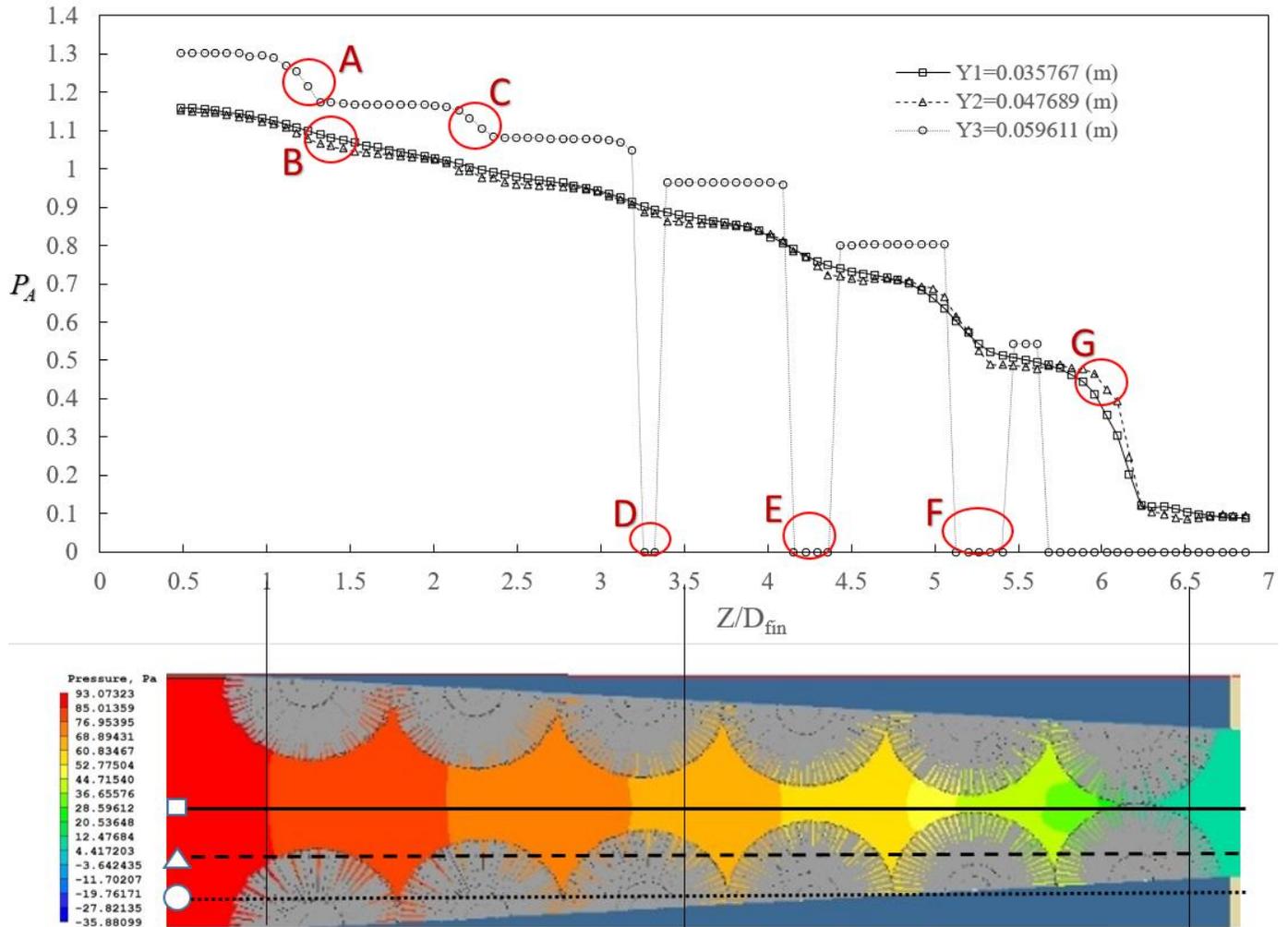


Figura 5.4: arreglo de banco de tubos aletados con perfil de presiones.

De manera general se obtuvo el perfil de presiones que muestra la figura 5.4 que se discute a continuación.

$Y3$ (0.059611 m) ○.

Por analogía con el análisis del perfil anterior, pareciera que la presión es afectada incluso antes de llegar a la zona de interés, iniciando esta con una mayor interacción apreciable en la parte de las gráficas. En el punto **A** ($Z/D_{fin}=1.2$) se presenta una disminución de presión, provocada por la proximidad del primer tubo aletado. Una variación parecida de cambio de presión aparece en el **punto**

C ($Z/D_{fin}=2.2$) que, efectivamente, es donde se localiza el segundo tubo. Se infiere entonces que, en la dirección del plano en cuestión, cuando se encuentre cerca un tubo aletado la variación de presión se verá indicada en las gráficas. Los puntos **D**, **E** y **F** no son la excepción pero en este caso los valores son nulos por encontrarse justo en la posición del tubo enfriador, a diferencia de los puntos anteriores en donde solo se aproximaba a estos. Después de **F** existen tres únicos valores que están dentro del flujo y luego aparece el prisma triangular usado para limitar la sección transversal del dominio de cálculo en donde no hay presencia de fluido.

Y2 (0.047689 m) \triangle y **Y1** (0.035767 m) \square .

Es notable que, en cierto modo, los resultados de Y1 y Y2 son los mismos pero, si se observa con detenimiento, existen partes en las que las gráficas difieren. Un ejemplo de ello es **B** ($Z/D_{fin}=1.3$). La diferencia en los valores aparece por estar Y2 más próximo a las aletas, provocando una mayor variación de presión. Existen entonces seis zonas en las que se va a repetir este fenómeno, cada una correspondiente a cada tubo con el que se encuentre el flujo.

En el punto **G** ($Z/D_{fin}=6.0$) el efecto se invierte; Y1 parece ser que está sufriendo un mayor efecto en los cambios de presión. Esto pudiera suceder por la proximidad de la parte más estrecha del arreglo que provoca la formación de una pequeña zona de baja presión, como se ve en la figura 5.5.

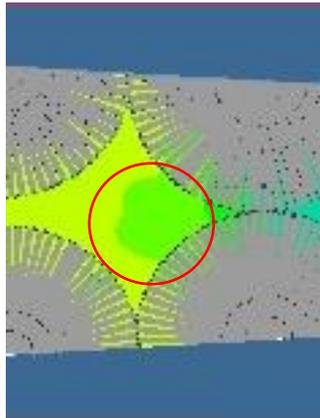


Figura 5.5: aumento de presión por reducción de zona transversal.

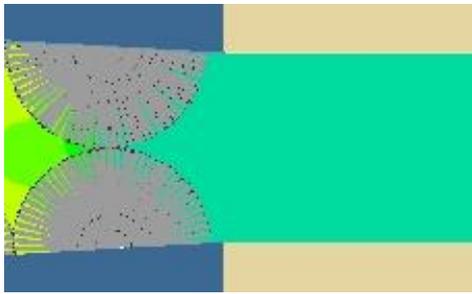


Figura 5.6: perfil de presión posterior a zona de análisis.

Claro está que por la referencia del perfil obtenido el alcanzar un equilibrio de presión después de la posición de los tubos no llevaría mucho tiempo como se aprecia en la imagen. Cabe también explicar que la información numérica mostrada en la tabla de colores no está fuera de los márgenes de resultados y, a pesar de que no aparecen en nuestro perfil zonas con los colores que están asociados a los valores negativos de presión, no significa que no existan puntos en los que se llegan a presentar estos datos. Esto es, como se había mencionado con anterioridad, producto de los promediados: sí existen dichas zonas y se encuentran en las partes donde se da la recirculación, pero por tratarse de puntos muy pequeños, prácticamente desaparecen al momento de hacer los promedios.

5.3. Análisis del campo de temperaturas.

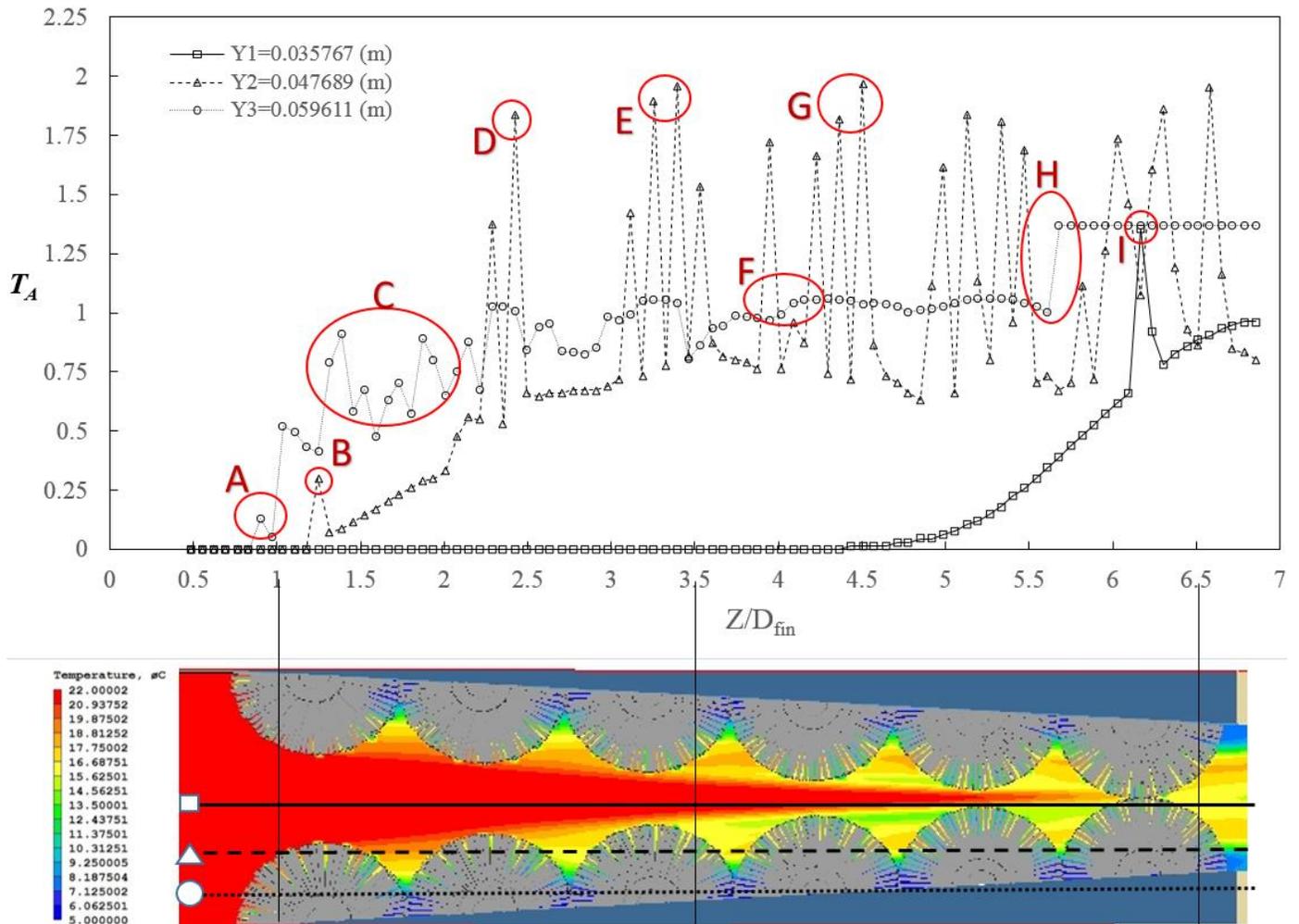


Figura 5.7: arreglo de banco de tubos aletados con perfil de temperaturas.

Poder documentar la información obtenida de las simulaciones sobre la transferencia de calor es un objetivo primordial de este estudio. Lo más relevante de esta fase de análisis son los límites de temperaturas entre las que se llevan a cabo las pruebas: como temperatura mayor esta la del flujo (22°C) y para enfriar se cuenta con el banco de tubos aletados que en su interior maneja un flujo independiente que corre a 5°C.

Para una mejor presentación de la información, la descripción de la gráfica se presenta por separado como en el caso del perfil de velocidades, iniciando por el plano en donde se presenta la primera interacción.

Y3 (0.059611 m) ○.

En **A** se da la primera variación de temperatura ($Z/D_{fin}=1.0$). En posiciones más avanzadas, el intercambio de calor va elevando su magnitud, enfriando en mayor medida el fluido. Lo mostrado en la sección **C** deja ver el proceso de enfriamiento por las aletas que, debido a la aplicación del método CUT-CELL para calcular los valores locales, presenta una variación notable. No obstante se mantiene la tendencia de aumentar los valores de la gráfica. Como el intercambio de calor se localiza cerca de la entrada de flujo caliente, se ve una recuperación en la temperatura por la proximidad del flujo que aún no está siendo alterado por las aletas frías, pero en lecturas posteriores se aprecia que las oscilaciones se vuelven menos amplias hasta que aparece el punto **F**, donde aparentemente el flujo principal ya no logra interactuar eficazmente con el flujo que se está enfriando, puesto que empiezan a presentarse zonas de recirculación donde la temperatura del fluido se aproxima a la del flujo interno de los tubos. Es hasta **H** ($Z/D_{fin}=5.5$) en donde finalmente no existe ningún tipo de interacción por la presencia del prisma triangular. La razón por la que la gráfica no muestra valores nulos en esta zona es por la adimensionalización que se le dio a la información obtenida de las simulaciones, en donde se considera la temperatura de la celda en cuestión, la temperatura inicial del flujo y el promedio sobre Y3, Y2 y Y1 por separado. Esto es:

$$T_{Adim} = \frac{T_{Dato} - T_{Flujo}}{T_{Prom} - T_{Flujo}} \dots \quad (5.1)$$

Y2 (0.047689 m) △.

En cuanto a Y2 se tiene el primer valor distinto de cero en **B** ($Z/D_{fin}=1.3$). Es evidente que el efecto obtenido es de menor magnitud que la registrada en la zona **C**, debido a que las aletas tienen una menor temperatura mientras más cercano se encuentre el punto de interés de los tubos donde corre el líquido frío. En otras palabras, a lo largo de la aleta se está dando una transferencia de calor constante y por el flujo interno de los tubos se puede lograr una cierta conservación de la temperatura. No obstante, conforme el punto de análisis se aleje del tubo frío la temperatura local irá en aumento.

En los siguientes puntos quedaron registrados los mayores valores obtenidos. Cada pico, como en casos anteriores, hace referencia a la presencia de una aleta, que disminuye de manera considerable la temperatura del flujo en el punto pero que, una vez superada la posición de la aleta, el fluido recupera gran parte de la energía que había perdido por estar en contacto con la superficie enfriadora. Posiblemente se dé de esta forma por la proximidad que existe con el flujo que aún sigue caliente. En

D ($Z/D_{fin}=2.5$), **E** ($Z/D_{fin}=3.3$) y **G** ($Z/D_{fin}=4.5$) y zonas similares sobre el plano queda señalado que la variación no tiene mucho margen de diferencia. En contraparte a lo que está ocurriendo en el punto **F**, donde se dan las zonas de recirculación, el flujo central ayuda a recalentar el fluido que estaba siendo enfriado, propiciando que ocurran dos cosas: que un flujo con mayor temperatura llegue a una zona más cercana a la zona fría de los tubos, lo que explica la constancia de los picos de la gráfica de Y2 y, en segunda instancia, que la temperatura del flujo se mantenga mientras sucede la interacción, lo que respalda los datos que muestran los valores bajos de la gráfica que no sufren de fluctuaciones mayores.

Y1 (0.035767 m) .

En Y1 la interacción térmica con las aletas no tiene la magnitud suficiente para mostrar cambios en la gráfica. En el diagrama del perfil de temperaturas es apreciable que la línea se mantiene por un lapso considerable sobre la zona roja (flujo caliente), y del mismo modo esto se ve reflejado en la gráfica, donde nos dice que el intercambio de calor empieza a notarse hasta aproximadamente $Z/D_{fin}=4.5$. Este cambio de temperatura ocurre por el equilibrio que experimenta el mismo fluido de forma general. No es sino hasta el punto **I** ($Z/D_{fin}=6.0$) donde se tiene contacto con una única aleta sobre Y1 y que provoca un enfriamiento de magnitud considerable, para después volver a calentarse y posteriormente disminuir de forma gradual la temperatura.

Después de lo que se puede observar del dominio de cálculo acotado, resaltan las estelas formadas por el líquido que tiene una prolongada exposición con la superficie fría y que denota las zonas azules. Como es de esperar, después de superar la zona de aletas el flujo tendera a alcanzar una temperatura homogénea.

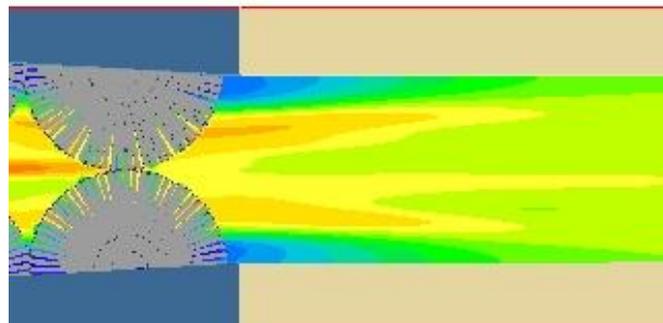


Figura 5.8: estela de flujo de baja temperatura.

Los datos obtenidos en arreglos de este tipo suelen dar como resultado perfiles simétricos bien definidos por tratarse de situaciones controladas. A pesar de la geometría de los tubos aletados, el perfil mantiene cierta simetría. Puesto que existen un número muy elevado de aletas en forma de espina, es muy fácil que el flujo resulte afectado de manera diferente dependiendo de la zona en la que se centre la atención.

5.4. Análisis de los gradientes de presión.

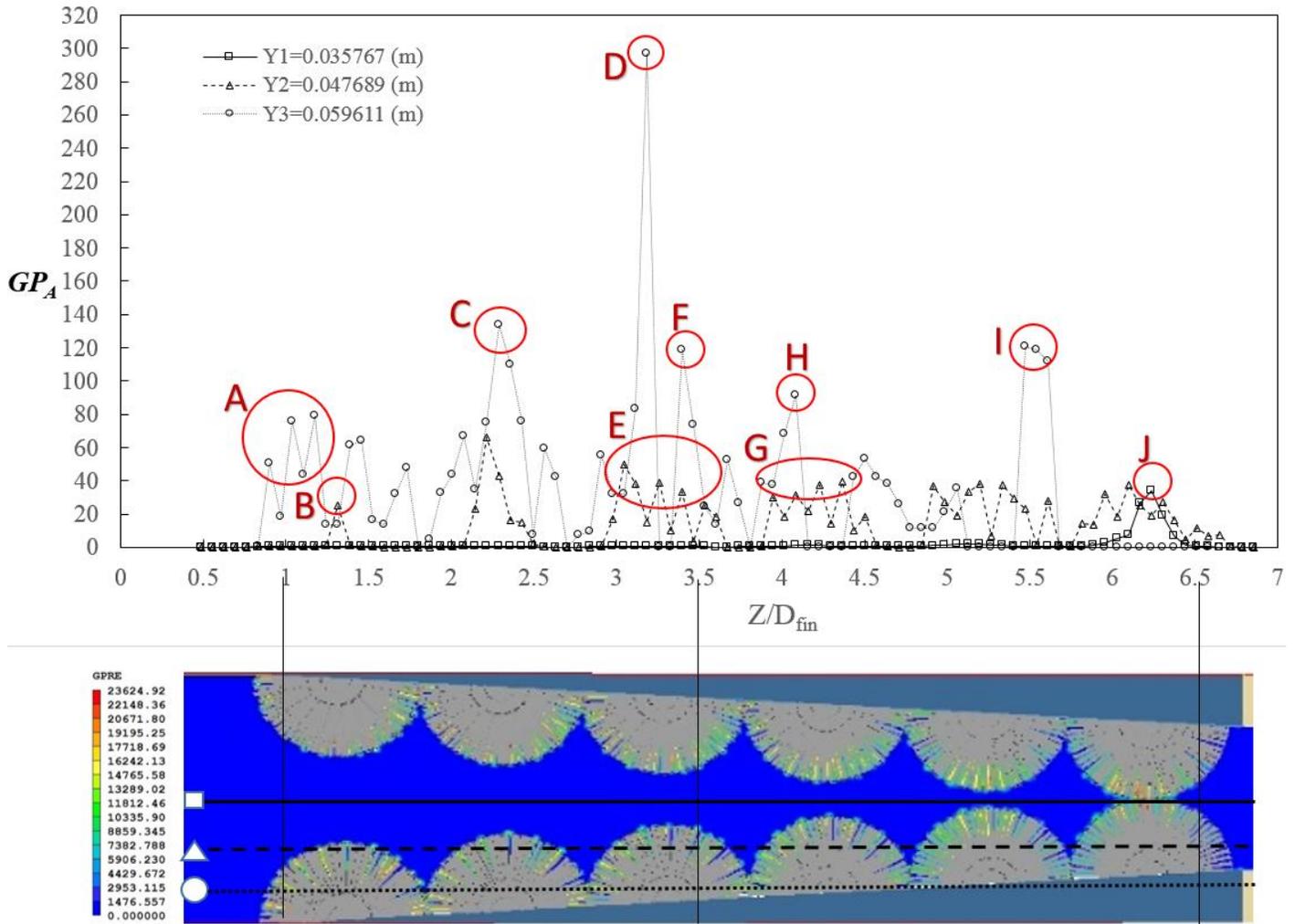


Figura 5.9: arreglo de banco de tubos aletados con perfil de gradiente de presiones.

Al igual que con los gradientes de temperatura, en esta parte el análisis presentado estará dedicado a las variaciones de presión más relevantes sobre el dominio de cálculo. El hecho de que se estén manejando velocidades relativamente bajas condicionará el fenómeno mostrado en esta sección, aparentemente limitando las interacciones a las zonas de aletas, donde en flujo es frenado, como lo muestra la figura 5.9. Por tratarse de variaciones pequeñas en la presión que solo van a ser visibles localmente, los datos relacionados con estas interpolaciones mantendrán una cierta magnitud, como se explica a continuación.

Y3 (0.059611 m) ○.

Como se dijo con anterioridad, la información relevante se encuentra localizada en la zona de aletas. Entonces las primeras variaciones de presión se darán sobre **Y3**, como en la mayoría de los perfiles antes explicados. En la sección **A** es apreciable que los valores de interpolaciones locales no tienen magnitudes iguales, esto probablemente a causa de la cercanía que tenga el punto de análisis del tubo. De manera similar los puntos **C** ($Z/D_{fin}=2.5$), **F** ($Z/D_{fin}=3.5$) y **H** ($Z/D_{fin}=4.0$) representan la interpolación utilizando el método Cut Cell con la aleta correspondiente, lo que eleva la magnitud del gradiente. El mismo argumento se adecúa para describir el comportamiento del punto **D** ($Z/D_{fin}=3.2$), el de mayor magnitud en toda la gráfica.

En valores posteriores a **H** los valores locales disminuyen un poco hasta posicionarse sobre los tubos enfriadores y, así como nos muestra la gráfica del perfil de presiones alrededor de la posición $Z/D_{fin}=5.5$, existen tres interpolaciones mostradas en **I** que señalan la existencia de fluidos dentro de las puntos analizadas, para después encontrarnos sobre los prismas limitadores.

Y2 (0.047689 m) △.

Para este los efectos de la interacción del flujo con las aletas se presentan hasta el punto **B**, aunque de manera muy limitada, siendo la causa probable de esto el que solo se esté aproximando a una aleta y la celda no alcance a entrar en contacto con la parte en la que se da el mayor cambio de presión. Al no existir grandes variaciones en el perfil de gradiente de presión los siguientes cambios se verán hasta que el aire entre en contacto sobre este plano con las aletas del siguiente tubo, y gracias al arreglo que tienen los tubos que se van adaptando a la reducción de sección transversal, Y2 se posicionara cada vez más cerca del centro del tubo en cuanto el flujo avance, estando en contacto con una mayor cantidad de aletas, como puede constatarse en la figura 5.9. Las secciones **E** y **G** señalan presencia considerable de aletas que frenan al fluido. A pesar de esto, las interpolaciones parecen no estar siendo afectadas por esta disminución de velocidad, manteniendo su magnitud. Puede suponerse que esto se deba a que, si bien la velocidad inicial del flujo es baja y por el choque constante con las aletas dicha velocidad se reduce aún más, está el hecho de la reducción del área de paso, que promueve la elevación de la velocidad.

Y1 (0.035767 m) □.

Las interpolaciones de gradiente de presión están en partes aledañas a los tubos aletados. Esto reduce la información relevante que se obtiene del análisis en Y1. Los valores de gradiente se mantienen con una magnitud de cero por estar alejados de las aletas. Se da un cambio hasta la posición $Z/D_{fin}=6.0$, donde se localiza el último par de tubos aletados, siendo **J** la parte en la que se reduce más el paso del aire y que por consiguiente resulta en un valor local mayor al del resto del plano. Es apreciable que el cambio de presión que está sufriendo el flujo solo se dan sobre esta posición.

5.5. Análisis de los gradientes de temperatura.

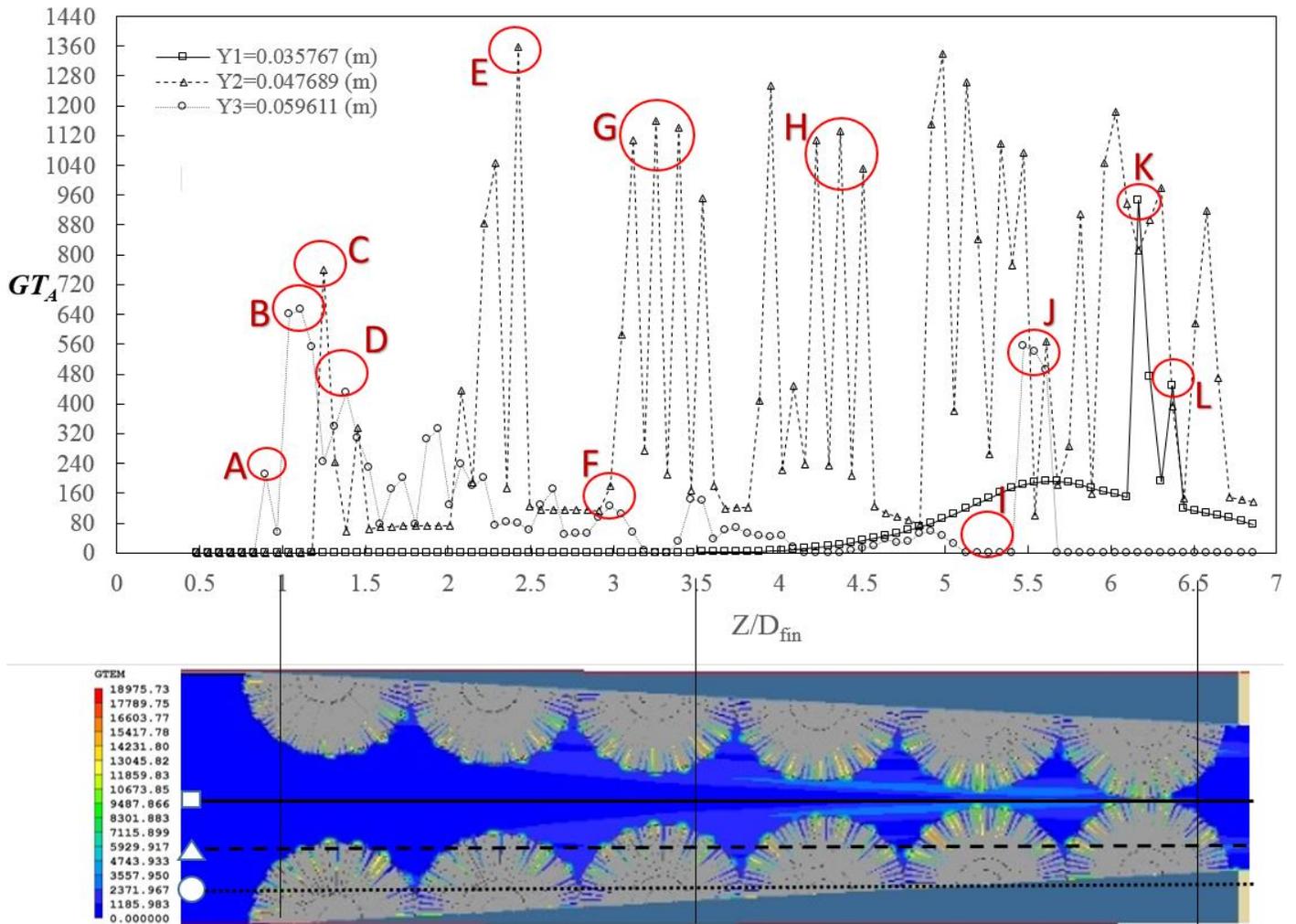


Figura 5.10: arreglo de banco de tubos aletados con perfil de gradiente de temperaturas.

Los gradientes nos ayudaran a identificar las partes en la que se está llevando a cabo el intercambio de calor o transporte de propiedades más eficientemente. Podría decirse que esto se trata de un elemento complementario del perfil de temperaturas también analizado, la diferencia es que ahora la atención está centrada en las partes donde se presenta interacción térmica, ya no en los cambios que va sufriendo el flujo por causa de ello. Mientras más cercano se encuentre al color rojo de la escala de colores en las zonas mostradas indicara que las variaciones de temperatura son de mayor magnitud.

$Y3 (0.059611 \text{ m}) \bigcirc$.

Análogamente con el análisis del perfil de temperaturas, las primeras variaciones son apreciables en el punto **A**. Los efectos mostrados en los promediados locales de cada valor en este plano son cada vez menos marcados, esto por las zonas de recirculación en posiciones aledañas a los tubos de enfriamiento, provocando un mayor tiempo de contacto del fluido con las superficies frías y, al llegar al estado estacionario del sistema, la transferencia de calor será de menor magnitud, lo que da como resultado que la información de gradientes de temperatura en estas partes tienda a un valor mínimo. Mostrado esta lo explicado en los puntos **B** ($Z/D_{fin}=1.0$), **D** ($Z/D_{fin}=1.5$) y **F** ($Z/D_{fin}=3.0$), que tienen una tendencia a valores pequeños. El punto **I** ($Z/D_{fin}=5.2$) marca la posición de un tubo, llevando a los valores locales de gradientes de temperatura a cero. En los tres puntos siguientes aumenta visiblemente la interacción térmica, contenidos en la zona **J**. Aparentemente el flujo caliente logra llegar hasta esta zona de aletas, logrando un diferencial en las temperaturas. Puede que esto también sea gracias a la turbulencia que se está generando por causa de las mismas aletas, haciendo que el fluido se desvíe un poco de su trayectoria, posicionándose en aletas inferiores, como muestra la imagen 5.10.

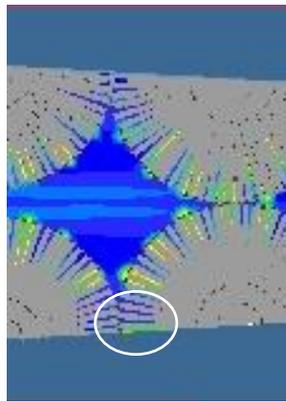


Figura 5.11: interacción térmica en aletas inferiores.

$Y2 (0.047689 \text{ m}) \triangle$.

C ($Z/D_{fin}=1.2$) indica la primera interacción, una variación considerable de la temperatura por el posible efecto de una aleta. Comparándola con el perfil de temperaturas en esa misma posición se nota que en ambas el comportamiento es muy similar, en cuanto a las gráficas. Cada posición de las aletas está logrando una reducción considerable en la temperatura del flujo. Tanto en **E** ($Z/D_{fin}=2.5$),

G y H los niveles de transferencia se mantiene hasta cierto grado, incluso en posiciones posteriores, lo que indica que el flujo está siendo enfriado de manera constante y aproximadamente con una magnitud constante. Cabe destacar que los valores arrojados en estos puntos son elevados por las interpolaciones que se realizan en las celdas en donde se encuentran tanto fluido como parte de la aleta más próxima. Por otra parte está también el hecho de que el flujo caliente está más cercano que en el caso de Y3, lo que ayuda a que la temperatura se eleve más rápido cuando no está en contacto con las aletas, a diferencia de lo que sucede en las zonas de recirculación, generando en cada contacto con alguna aleta un intercambio de calor mayor.

Y1 (0.035767 m) □ .

En lo que refiere a Y1 son pocas las zonas en las que el gradiente de temperatura será visible. La imagen referente al perfil indica el cambio de temperatura antes de llegar a un contacto con las aletas. Este intercambio de calor se da entre el mismo fluido; el fluido que se encuentra en la parte tanto superior como inferior del dominio de cálculo está siendo constantemente enfriado y esa disminución de temperatura es compensada por el fluido caliente que está pasando en la parte central del cauce. Esto ocasiona que el fluido en cuestión, por el mismo efecto de intercambio térmico entre el mismo, genere una estela que indica este proceso. La afectación de la estela mencionada sobre Y1 aparece cerca de $Z/D_{fm} = 4.0$, y su presencia va aumentando gradualmente hasta poco después de $Z/D_{fm} = 5.5$ para empezar a decaer. Las alteraciones que sufre la gráfica en esta posición (**K y L**) se deben al contacto que se tiene con las aletas de los tubos que se encuentran al paso del flujo en Y1. Los valores después de estos puntos toman ese comportamiento no porque estén aumentando nuevamente su temperatura, sino porque se está llegando a una temperatura homogénea en el flujo en posiciones posteriores a la zona de tubos aletados. Los datos quedaron limitados para describir solo como se estaba llevando a cabo la interacción con los tubos pero, si se enfoca la atención en las siguientes posiciones estando en las curvas de la gráfica, cada uno de los planos, en cierto momento, tenderían a llegar a cero que es donde el flujo se encuentra en completo equilibrio térmico.



Figura 5.12: estela que muestra el proceso de transferencia de calor desvaneciendo hasta llegar al equilibrio.

Como se había mencionado con anterioridad, la simetría se ve un poco alterada en el perfil resultante por la geometría irregular de los tubos aletados. Aun así se aprecia que se mantiene hasta cierto grado este elemento en las partes superior e inferior del dominio de cálculo, como se muestra en la figura 5.12.

5.6. Conclusiones.

El arreglo propuesto por los compañeros del IPN muestra desventajas visibles. El principal es la deficiente interacción térmica que existe en algunas partes del volumen de control entre los tubos aletados y el flujo que atraviesa dicho arreglo. Podría implementarse un arreglo para aprovechar al máximo el espacio disponible en el volumen de control, o, en su defecto, reducir el volumen de control para mejorar los tiempos de simulación.

El hecho de que las aletas sean en forma de espina ayuda a mejorar el intercambio de calor en las zonas de flujo más próximo a los tubos, provocando que se presente recirculación que ayuda al fluido a alcanzar temperaturas más bajas. Las aletas juegan un papel crucial en los fenómenos analizados; además de lo antes mencionado respecto a las temperaturas, modifican considerablemente los gradientes de presión en el sistema, lo que se ve reflejado a su vez en los perfiles de velocidad.

5.7. Recomendaciones.

El arreglo utilizado en este análisis muestra una baja eficiencia notable en lo relativo al fenómeno de intercambio de calor. Se puede observar en los perfiles de temperaturas y gradiente de temperaturas que el arreglo propuesto para el análisis de intercambio de calor podría modificarse para tener una mayor eficiencia en el sistema. El pitch (separación entre aletas superiores e inferiores) es demasiado grande al inicio del arreglo, dejando una zona considerable en donde no existe la interacción térmica que estamos buscando, como lo muestran los perfiles antes mencionados. Para trabajos posteriores referentes a este tema sugiero que se plantee un arreglo de tubos aletados con un pitch constante o, en su defecto, que este sea de menor magnitud para poder aprovechar mejor el sistema.

5.8. Bibliografía.

- [1] HXJQ, 2017, Enfriador de parrilla, Recuperado de <http://www.hxjq.es>.
- [2] Levenspiel, O., (2000), Flujo de fluidos e intercambio de calor, Corvallis, Oregon, Editorial Reverté.
- [3] Reyes, L., 2010, Torres de enfriamiento, Monterrey, México, Recuperado de <http://slideplayer.es>.
- [4] ast Ingeniería, 2009-2017, Simulación Mecánica, España, Recuperado de <http://www.ast-ingenieria.com>.
- [5] CFD Online, 2013, PHOENICS, Inglaterra, Recuperado de <https://www.cfd-online.com>.
- [6] Martínez-Espinosa, E., Vicente, W., Salinas-Vazquez, M., Carvajal-Mariscal, I., Numerical Analysis of Turbulent Flow in a Small Helically Segmented Finned Tube Bank, Heat Transfer Engineering, (2016) DOI: 10.1080/01457632.2016.11566396.
- [7] Fueyo Díaz, N., 1996, Mecánica de Fluidos Computacional para Ingeniería, Universidad de Zaragoza, España.
- [8] E. Naess, Experimental Investigation of Heat Transfer and Pressure Drop in Serrated-Fin Tube Bundles with Staggered Tube Layouts, Applied Thermal Engineering 30 (2010) 1531-1537.
- [9] B. Anoop, C. Balaji, K. Velusamy, A Characteristic Correlation for Heat Transfer Over Serrated Finned Tubes, Annals of Nuclear Energy 85 (2015) 1052-1065.
- [10] Y. Ma, Y. Yuan, Y. Liu, X. Hu, Y. Huang, Experimental Investigation of Heat Transfer and Pressure Drop in Serrated Finned Tube Banks with Staggered Layouts, Applied Thermal Engineering 37 (2012) 314-323.

- [11] P. Kiatpachai, S. Pikulkajorn, S. Wongwises, Air-Side Performance of Serrated Welded Spiral Fin-and-Tube Heat Exchangers, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 89 (2015) 724-732.
- [12] Chen, Han-Taw, and Liou, Jyh-Tyng, Optimum Dimensions of the Continuous Plate Fin for Various Tube Arrays, *Numerical Heat Transfer, Part A* 34 (1998) 151-167.
- [13] Nyamsi, S., N., Yang, F., Zhang, Z., An Optimization Study on the Finned Tube Heat Exchanger Used in Hydrogen Storage System – Analytical Method and Numerical Simulation, *International Journal of Hydrogen Energy* 3 (2012) 16078-16092.
- [14] Moinuddin, A., Sharqawy, M., H., Zubair, S., M., Heat and Mass Transfer from Annular Fins if Different Cross Sectional Area. Part II. Optimal Dimensions of Fins, *International Journal of Refrigeration* 35 (2012) 377-385.
- [15] Matos, R., S., Laursenb, T., Vargas, J., V., C., Bejan, A., Three-Dimensional Optimization of Staggered Finned Circular and Elliptic Tubes in Forced Convection. *International Journal of Thermal Sciences* 43 (2004) 477-487.
- [16] Lemouedda, A., Schmid, A., Franz, E., Breuer, M., Delgado, A., Numerical Investigation for the Optimization of Serrated Finned-Tube Heat Exchangers, *Applied Thermal Engineering* 31 (2011) 1393-1401.
- [17] Yakhot, V., Orszag, S., Renormalization Group Analysis of Turbulence. Bae Theory, *Journal of Scientific Computing* 1 (1986) 3-15.
- [18] Patankar, S., V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Science, Hemisphere Publishing Corporation, 1980.