

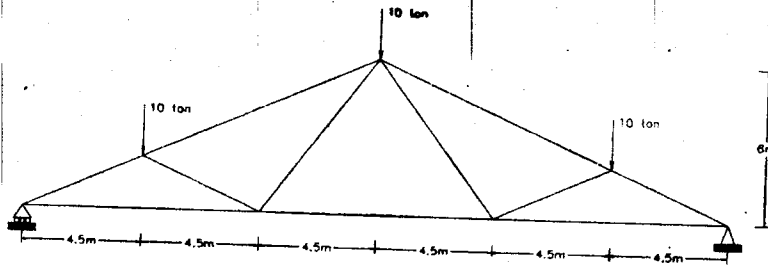
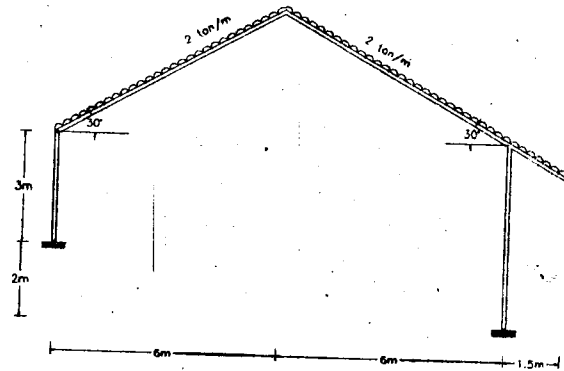
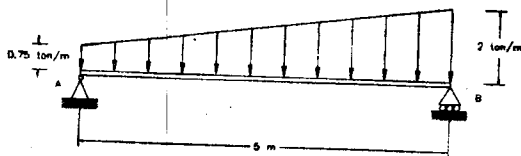


UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA



EJEMPLOS DE ESTRUCTURAS ISOSTATICAS
(ENUNCIADOS CON RESPUESTAS)



FACULTAD DE INGENIERIA

Ing. Fernando Monroy Miranda
Ing. Miguel Angel Rodríguez Vega

DIVISION DE INGENIERIA CIVIL, TOPOGRAFICA Y GEODESICA
DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS



FACULTAD DE INGENIERIA

INDICE

INTRODUCCION 2

TEMA I INTRODUCCION Y CONCEPTOS BASICOS..... 3

TEMA II EQUILIBRIO..... 25

TEMA III ANALISIS DE ESTRUCTURAS ISOSTATICAS
SOMETIDAS A FLEXION..... 42

TEMA IV ANALISIS DE ESTRUCTURAS ISOSTATICAS
SOMETIDAS A CARGA AXIAL..... 70

RESPUESTAS..... 88

G-612373

APUNTE
81

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



612373

2001
G.- 612373

INTRODUCCION

INTRODUCCION

INTRODUCCION

Estos enunciados de Estructuras Isostáticas surgen de la conveniencia de rescatar y actualizar un material que ya existía y que era de uso común por profesores y alumnos de la carrera de Ing. Civil de la Facultad de Ingeniería de la UNAM hasta hace algunos años. Los cambios en el orden y contenido de la materia producto de las modificaciones al plan de estudios de la carrera hicieron que este material se dejara de utilizar.

Dado que el material original representa el esfuerzo de profesores del Departamento de Estructuras, los autores consideraron conveniente incluir en el presente trabajo parte de ese material enriqueciéndolo con elementos propios desarrollados durante los años en que hemos impartido la materia y sobre todo adecuarlos al contenido de la misma.

Este material tiene por objeto ayudar a los alumnos que cursan la materia de "ESTRUCTURAS ISOSTATICAS" en la práctica de los temas incluidos en el programa de esta asignatura proponiéndoles una serie de ejercicios típicos que pueden encontrar dispersos en algunos textos relacionados con la materia.

Para la solución de la mayoría de los problemas aplicarán y reforzarán los conceptos básicos de la estática, en otros, tendrán que demostrar cierta habilidad en el manejo de las ecuaciones de equilibrio estático y relaciones entre ellas.

Algunos problemas vienen acompañados del resultado correspondiente, para que se compruebe con el que el alumno ha obtenido u obtendrá posteriormente.

Se procurará que este material sea revisado con cierta frecuencia para enriquecerlo con los comentarios y sugerencias de los interesados en la materia así como de adecuarlos al programa de la asignatura mencionada.

Ing. Miguel Angel Rodríguez Vega

Ing. Fernando Monroy Miranda

Ciudad Universitaria, México, D. F. Enero 14 del 2000

Ing. Fernando Monroy Miranda
Coordinador de Estructuras Isostáticas

TEMA I

Introducción y Conceptos Básicos

- 1.1. Propiedades de los materiales reales, desde el punto de vista de la elasticidad lineal.
- 1.2. El concepto de deformación y su medida.
- 1.3. El concepto de esfuerzo y su medida.
- 1.4. Las fuerzas de tensión y compresión en los miembros de una estructura.
- 1.5. Las fuerzas internas y su medida.

TEMA I

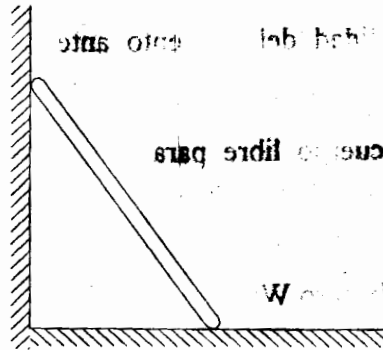
Introducción y Conceptos Básicos

- 1.6. El concepto de desplazamiento y su medida.
- 1.7. El concepto de energía y su medida.
- 1.8. El concepto de potencia y su medida.
- 1.9. El concepto de trabajo y su medida.
- 1.10. El concepto de momento y su medida.
- 1.11. El concepto de torque y su medida.
- 1.12. El concepto de fuerza y su medida.
- 1.13. El concepto de presión y su medida.
- 1.14. El concepto de tensión y su medida.
- 1.15. El concepto de esfuerzo y su medida.
- 1.16. El concepto de deformación y su medida.
- 1.17. El concepto de desplazamiento y su medida.
- 1.18. El concepto de energía y su medida.
- 1.19. El concepto de potencia y su medida.
- 1.20. El concepto de trabajo y su medida.
- 1.21. El concepto de momento y su medida.
- 1.22. El concepto de torque y su medida.
- 1.23. El concepto de fuerza y su medida.
- 1.24. El concepto de presión y su medida.
- 1.25. El concepto de tensión y su medida.
- 1.26. El concepto de esfuerzo y su medida.
- 1.27. El concepto de deformación y su medida.
- 1.28. El concepto de desplazamiento y su medida.
- 1.29. El concepto de energía y su medida.
- 1.30. El concepto de potencia y su medida.
- 1.31. El concepto de trabajo y su medida.
- 1.32. El concepto de momento y su medida.
- 1.33. El concepto de torque y su medida.
- 1.34. El concepto de fuerza y su medida.
- 1.35. El concepto de presión y su medida.
- 1.36. El concepto de tensión y su medida.
- 1.37. El concepto de esfuerzo y su medida.
- 1.38. El concepto de deformación y su medida.
- 1.39. El concepto de desplazamiento y su medida.
- 1.40. El concepto de energía y su medida.
- 1.41. El concepto de potencia y su medida.
- 1.42. El concepto de trabajo y su medida.
- 1.43. El concepto de momento y su medida.
- 1.44. El concepto de torque y su medida.
- 1.45. El concepto de fuerza y su medida.
- 1.46. El concepto de presión y su medida.
- 1.47. El concepto de tensión y su medida.
- 1.48. El concepto de esfuerzo y su medida.
- 1.49. El concepto de deformación y su medida.
- 1.50. El concepto de desplazamiento y su medida.
- 1.51. El concepto de energía y su medida.
- 1.52. El concepto de potencia y su medida.
- 1.53. El concepto de trabajo y su medida.
- 1.54. El concepto de momento y su medida.
- 1.55. El concepto de torque y su medida.
- 1.56. El concepto de fuerza y su medida.
- 1.57. El concepto de presión y su medida.
- 1.58. El concepto de tensión y su medida.
- 1.59. El concepto de esfuerzo y su medida.
- 1.60. El concepto de deformación y su medida.
- 1.61. El concepto de desplazamiento y su medida.
- 1.62. El concepto de energía y su medida.
- 1.63. El concepto de potencia y su medida.
- 1.64. El concepto de trabajo y su medida.
- 1.65. El concepto de momento y su medida.
- 1.66. El concepto de torque y su medida.
- 1.67. El concepto de fuerza y su medida.
- 1.68. El concepto de presión y su medida.
- 1.69. El concepto de tensión y su medida.
- 1.70. El concepto de esfuerzo y su medida.
- 1.71. El concepto de deformación y su medida.
- 1.72. El concepto de desplazamiento y su medida.
- 1.73. El concepto de energía y su medida.
- 1.74. El concepto de potencia y su medida.
- 1.75. El concepto de trabajo y su medida.
- 1.76. El concepto de momento y su medida.
- 1.77. El concepto de torque y su medida.
- 1.78. El concepto de fuerza y su medida.
- 1.79. El concepto de presión y su medida.
- 1.80. El concepto de tensión y su medida.
- 1.81. El concepto de esfuerzo y su medida.
- 1.82. El concepto de deformación y su medida.
- 1.83. El concepto de desplazamiento y su medida.
- 1.84. El concepto de energía y su medida.
- 1.85. El concepto de potencia y su medida.
- 1.86. El concepto de trabajo y su medida.
- 1.87. El concepto de momento y su medida.
- 1.88. El concepto de torque y su medida.
- 1.89. El concepto de fuerza y su medida.
- 1.90. El concepto de presión y su medida.
- 1.91. El concepto de tensión y su medida.
- 1.92. El concepto de esfuerzo y su medida.
- 1.93. El concepto de deformación y su medida.
- 1.94. El concepto de desplazamiento y su medida.
- 1.95. El concepto de energía y su medida.
- 1.96. El concepto de potencia y su medida.
- 1.97. El concepto de trabajo y su medida.
- 1.98. El concepto de momento y su medida.
- 1.99. El concepto de torque y su medida.
- 1.100. El concepto de fuerza y su medida.

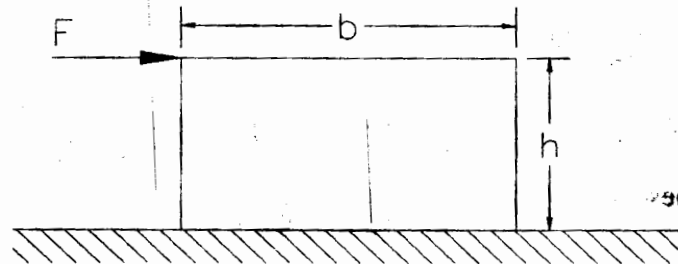
TEMA I**Introducción y Conceptos Básicos**

- 1.1 Proporcione 3 ejemplos reales, destacando interacciones mecánicas por contacto.
- 1.2 Formule 3 ejemplos en términos de interacciones mecánicas a distancia.
- 1.3 Sobre un techo inclinado ha caído nieve. Describa las fuerzas que tienen lugar en tal cubierta atendiendo a: la forma como se generan, a su distribución y a su comportamiento en el tiempo.
- 1.4 ¿Las fuerzas de frenaje producidas por una locomotora al detenerse en un puente son por contacto o a distancia?. Describalas.
- 1.5 ¿Las fuerzas inducidas por un cambio de temperatura en una vía elástica están distribuidas discreta o continuamente?.
- 1.6 ¿El principio de Arquímedes que usted conoce de sus cursos elementales, se refiere a fuerzas concentradas o a fuerzas distribuidas continuamente?.
- 1.7 ¿Las fuerzas de sustentación que mantiene a un avión en vuelo son variables o constantes?.
- 1.8 ¿Considera Ud. tener peso con respecto a la Luna?. Diga cual es el tipo de fuerza en cuestión.
- 1.9 ¿Se puede asumir que la fuerza del viento que actúa sobre un anuncio sea una interacción a distancia?.
- 1.10 ¿Es lícito aceptar que el peso de un ser humano sea una fuerza a distancia?.
- 1.11 ¿Cuál es el peso de la tierra con respecto a usted?.
- 1.12 ¿Los sismos son fuerzas?
- 1.13 ¿El efecto dinámico que produce el peso de un cuerpo colocado sobre una balanza, es una acción por contacto o a distancia?.
- 1.14 Para efectos prácticos, la fuerza que aplica usted al escribir con lápiz sobre un papel, es concentrada.
- 1.15 ¿Cuáles y de que tipo son las fuerzas que actúan sobre una persona que desciende en paracaídas?.
- 1.16 ¿Es posible la existencia de fuerzas de fricción entre una superficie lisa y otra rugosa?.

1.17 La escalera de la figura está en equilibrio y la pared vertical donde se apoya es lisa. ¿Cómo debe ser la superficie horizontal?



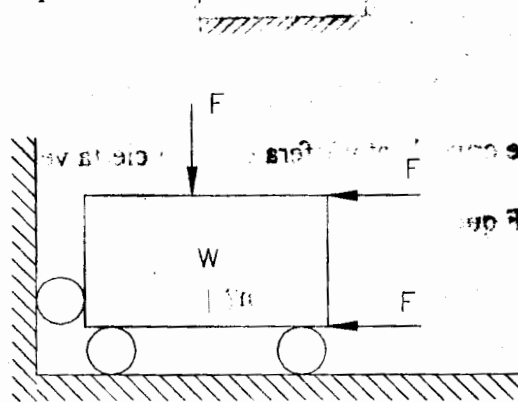
- 1.18 ¿Un cuerpo que cruza la atmósfera con una cierta velocidad está sujeto a fuerzas de fricción?
- 1.19 Bajo la fuerza F que actúa sobre el bloque homogéneo mostrado en la figura, éste desliza antes de volcar. ¿En tales condiciones la altura h del cuerpo sería función de su ancho b ? En caso afirmativo, ¿cuál sería dicha relación?



- 1.20 Enumere varias situaciones en que la presencia de la fricción sea deseable y otras en que no lo sea.
- 1.21 ¿Qué entiende usted por peso de un cuerpo?
- 1.22 ¿Cuál es la dirección del peso de un cuerpo con relación a la superficie terrestre?
- 1.23 Enumere los tipos de apoyos convencionalmente admitidos para la sujeción de cuerpos rígidos, y dibuje sus representaciones, indicando las restricciones o los grados de libertad que imponen.

- 1.24 De acuerdo con las restricciones de cada tipo de apoyo, señale las características conocidas y desconocidas que introduce su presencia.
- 1.25 ¿En qué consiste y cual es el objeto del diagrama de cuerpo libre de un cuerpo?
- 1.26 ¿En que radica la flexibilidad del concepto anterior y porque constituye una noción tan importante en Estructuras?
- 1.27 Trace los diagramas de cuerpo libre para cada uno de los cuerpos especificados en los dispositivos que se dibujan a continuación, suponiendo, en su caso, que las superficies en contacto son lisas.

a) Un bloque rectangular de peso W .



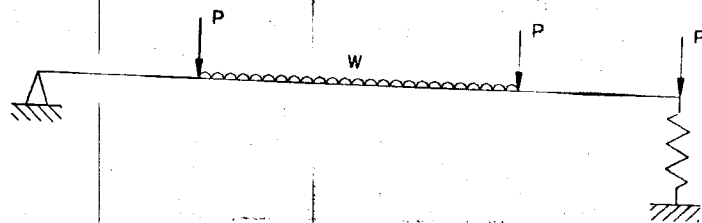
a)

b) La esfera de peso W .



b)

c) La viga de la figura, despreciando su propio peso.

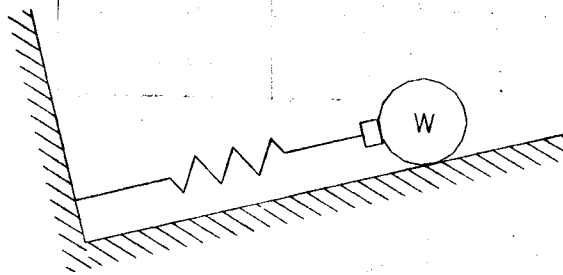


(s)

c)

d) La esfera de peso W .

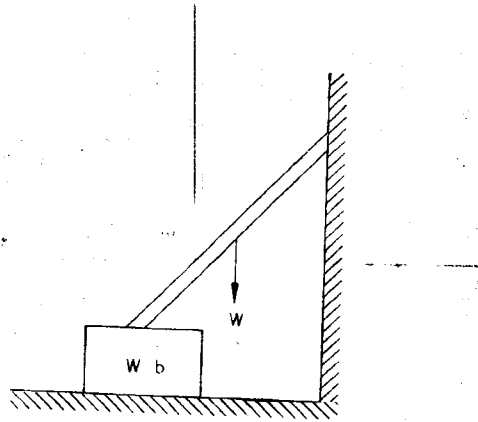
W



d)

(f)

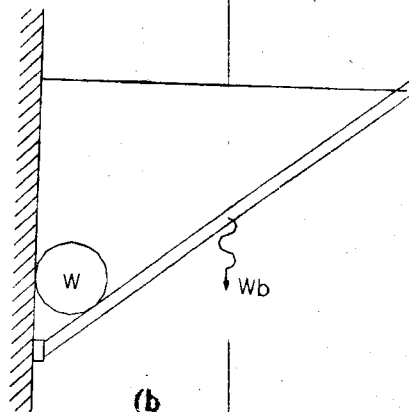
e) La escalera de peso W y un bloque de peso W_b .



(c)

e)

f) Una barra de peso W_b y una esfera de peso W .

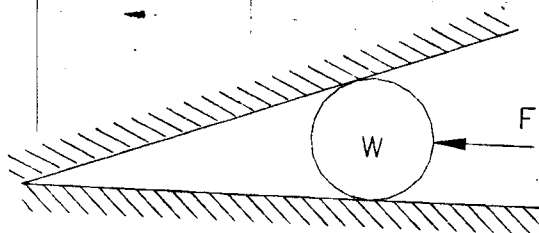


(b)

f)

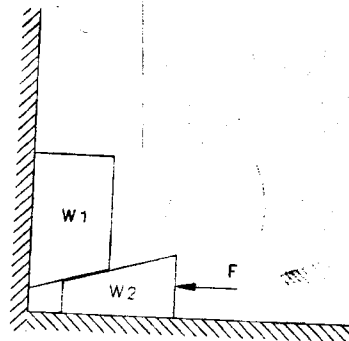
g) La esfera de peso W .

Una esfera de peso W



(g)

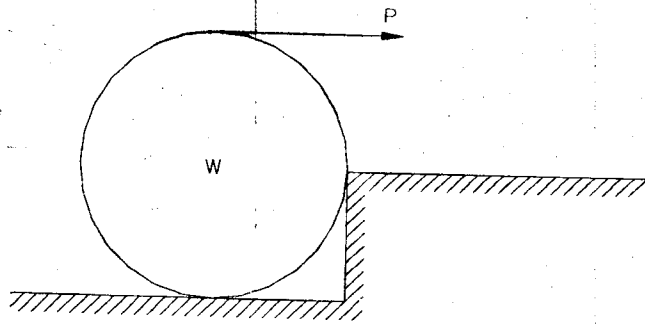
h) Dos bloques de pesos W_1 y W_2 .



(h)

i) Una esfera de peso W .

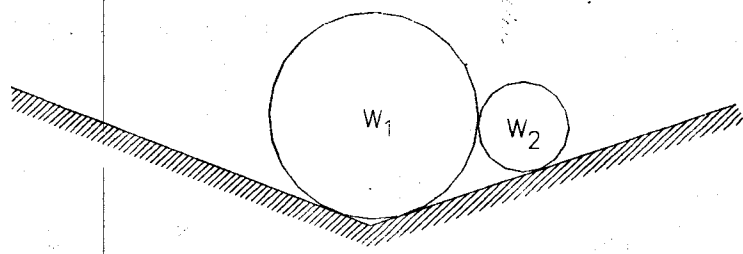
W peso de la esfera (1) (a)



i)

j) Dos esferas de pesos W_1 y W_2 .

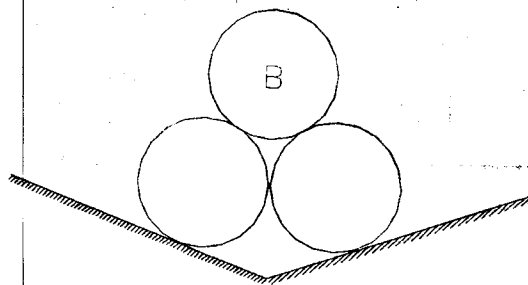
W_1 y W_2 pesos de las esferas (1) (d)



j)

1.28 Bajo las restricciones que imponen los dispositivos mostrados, se desean conocer las fuerzas externas que actúan en los cuerpos especificados en cada caso. Proponga los diagramas necesarios para ello.

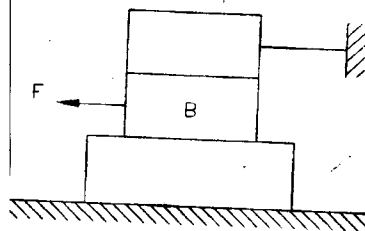
a) La esfera B de peso W_1 si todas las superficies en contacto son lisas



a)

b) El cuerpo B de peso W , si todas las superficies en contacto son rugosas.

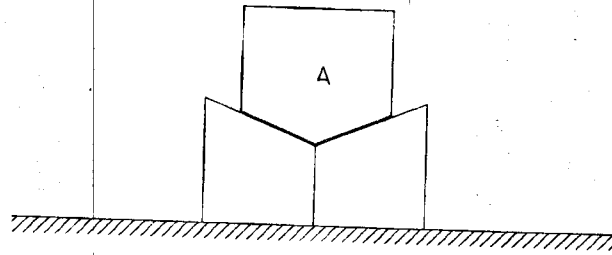
b



b)

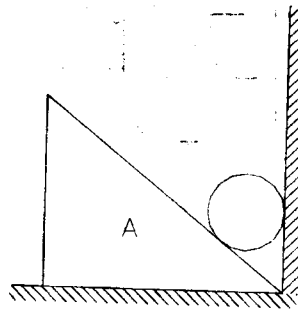
c) El cuerpo A de peso W , si todas las superficies en contacto son rugosas.

El cuerpo A de peso W está apoyado sobre una superficie rugosa y una superficie lisa.



c)

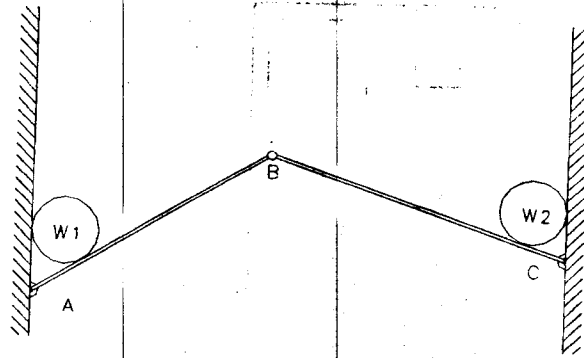
d) El cuerpo A de peso W , si la esfera es lisa y la otra superficie en contacto rugosa.



d)

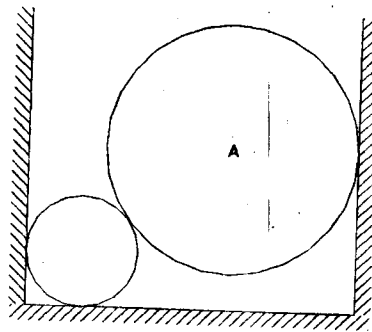
e) La barra AB de peso W .

La barra AB de peso W



e)

f) La esfera A de peso W , si todas las superficies en contacto son lisas.

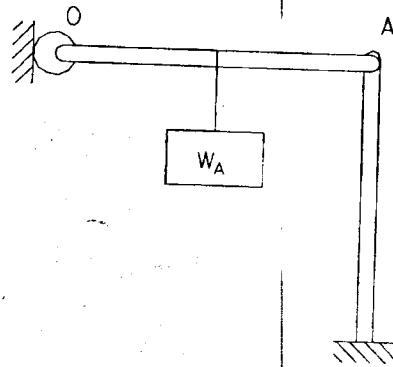


f)

f)

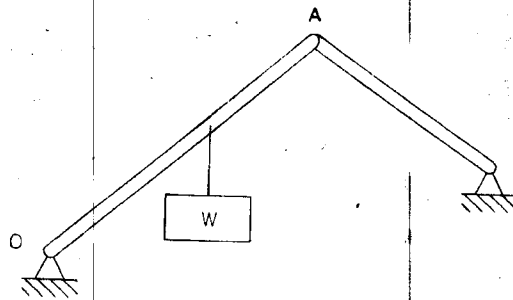
g) La barra OA de peso W_A .

La barra OB de peso W_B



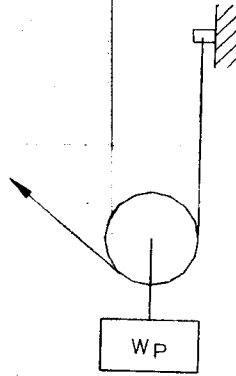
g)

h) La barra OA de peso despreciable.



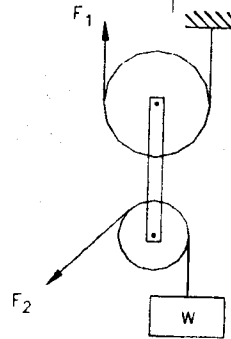
h)

i) La polea de peso W_p .



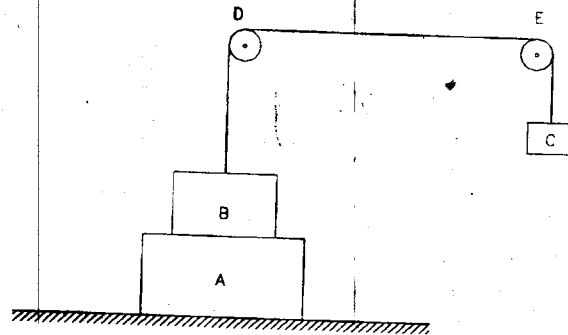
i)

j) El sistema de poleas indicado.

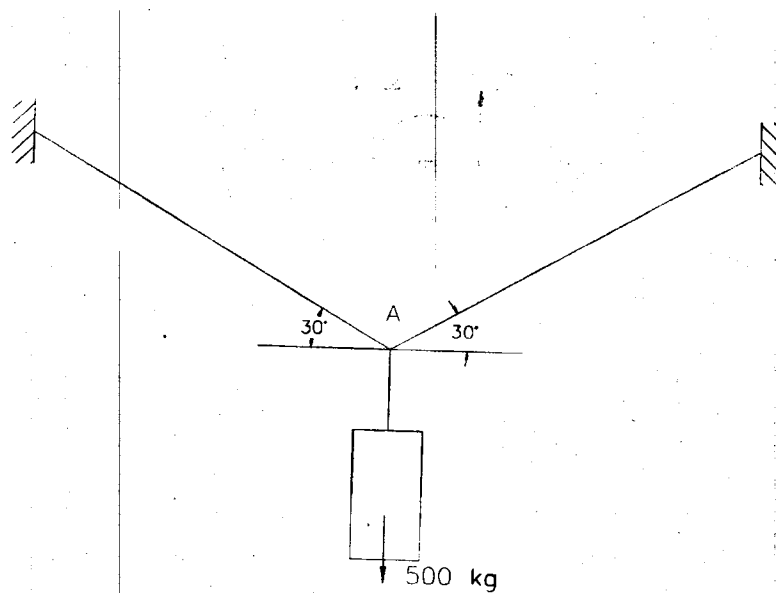


j)

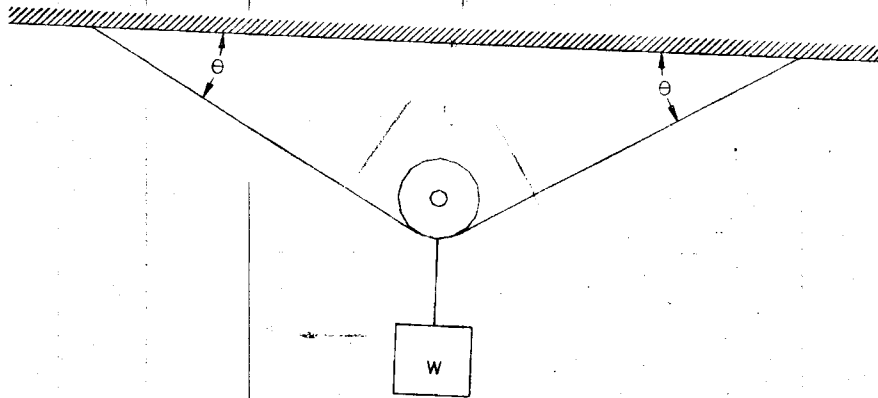
- 1.29 Los cuerpos A, B, y C que se muestran en la figura pesan respectivamente 150, 100 y 80 Kg. Si todas las superficies en contacto son lisas y el cable es inextensible y de peso despreciable, calcule la tensión en éste y la reacción en el plano donde se apoya el cuerpo A.



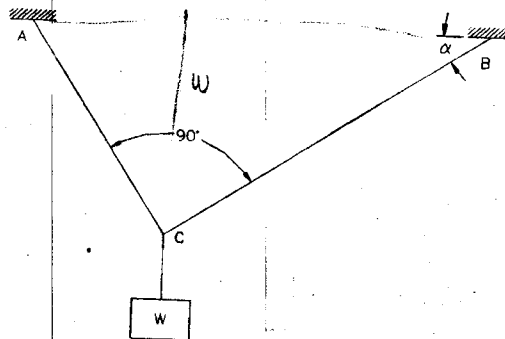
- 1.30 El semáforo de la figura pesa 500 Kg. y está sostenido por cables inextensibles y sin peso como se indica. Calcule las tensiones en cada uno de ellos.



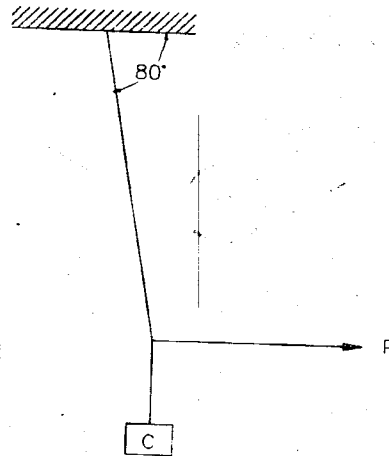
1.31 La polea de la figura puede deslizarse libremente sobre el cable soporte que le sirve de guía. ¿Cuál es la tensión en éste bajo las condiciones indicadas?



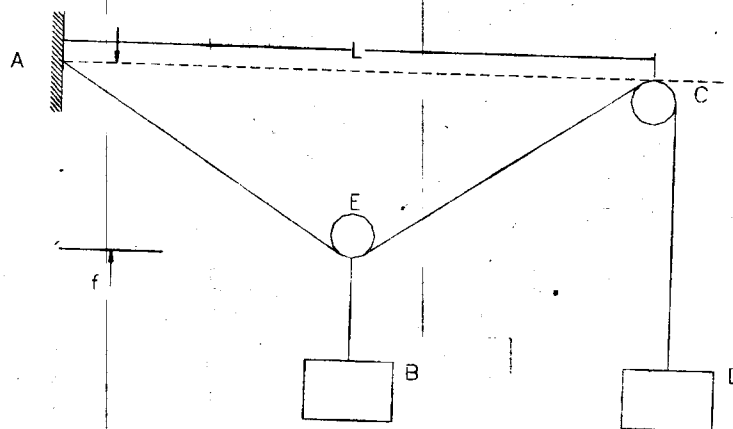
1.32 ¿Cuánto valen las tensiones en los cables de la figura?



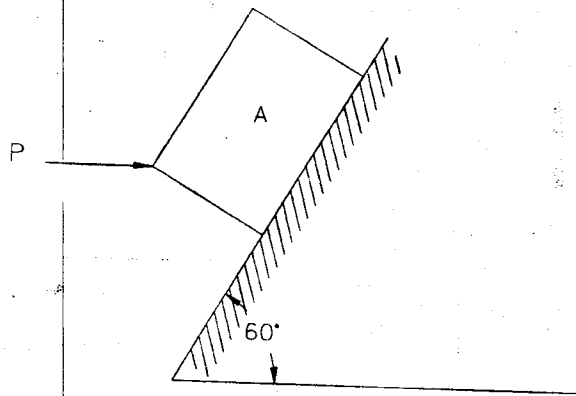
- 1.33 ¿Cuál es la fuerza P , necesaria para mantener al cuerpo C en la posición mostrada en la figura, si éste pesa 200 Kg?



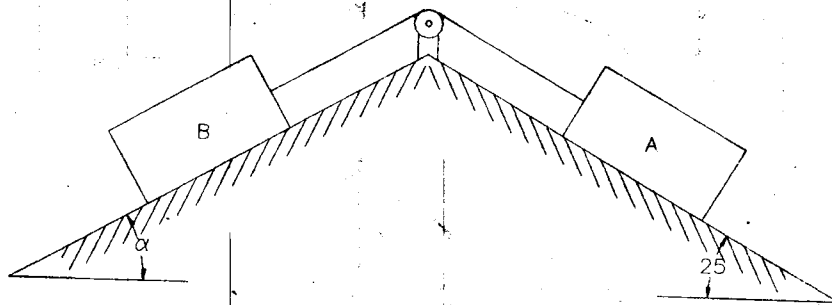
- 1.34 Un cable unido al sistema tierra en A , pasa por la polea C y sostiene como se indica en la figura, a los cuerpos B y D , de pesos respectivos w_B y w_D . Calcule la flecha que se produce.



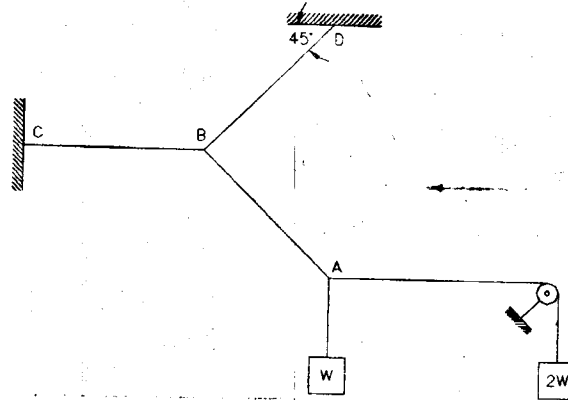
- 1.35 El cuerpo A esquematizado en la figura pesa 100 Kg. Determine el valor de la fuerza P que hace que el cuerpo esté a punto de deslizar, si las superficies en contacto son lisas; demuestre que la magnitud de la misma, no depende del sentido asignado al movimiento.



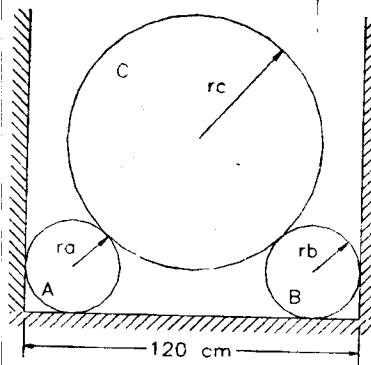
- 1.36 Los pesos de los cuerpos A y B, mostrados en la figura, son de 100 y 150 Kg. respectivamente. Si la polea se considera ideal, y no hay fricción entre dichos cuerpos y los planos inclinados, determine el valor del ángulo para que el dispositivo se encuentre en equilibrio.



1.37 Halle la tensión en el cable BD dibujado en la figura, considere que la polea no tiene masa y las superficies en contacto son lisas.



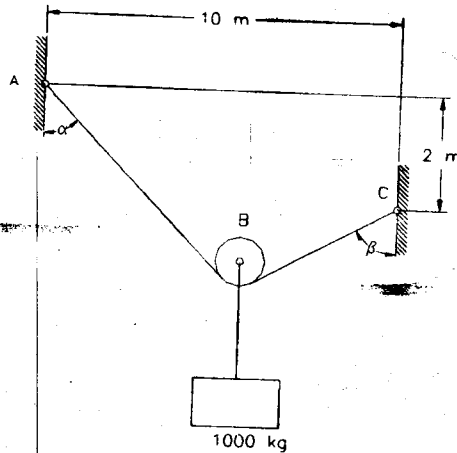
1.38 Los cilindros A, B, y C, de la figura pesan 100, 100 y 300 Kg. respectivamente; calcule los módulos de las fuerzas de contacto.



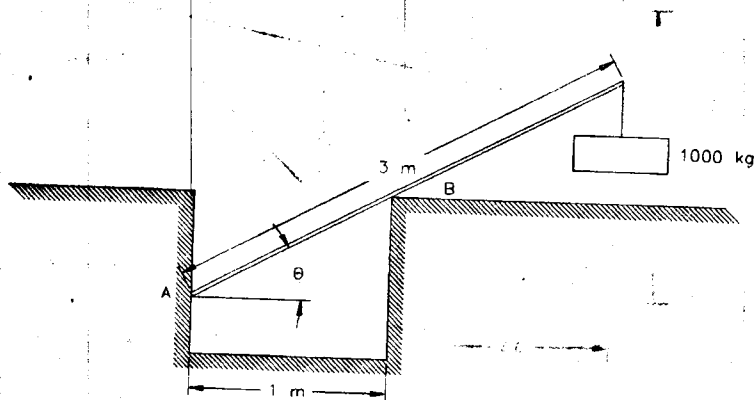
$$r_a = r_b = 20 \text{ cm}$$

$$r_c = 50 \text{ cm}$$

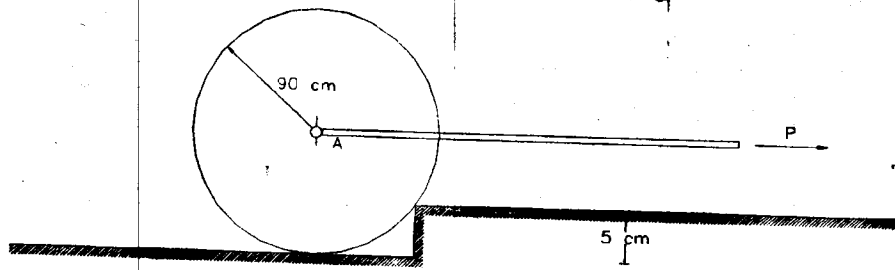
- 1.39 El cable de la figura es inextensible y sin peso, está unido al sistema tierra en los puntos A y C. Si sostiene por medio de la polea B a un cuerpo que pesa 1000 Kg. y su longitud alcanza $10\sqrt{2}m$; encuentre los ángulos α , β y la tensión en él.



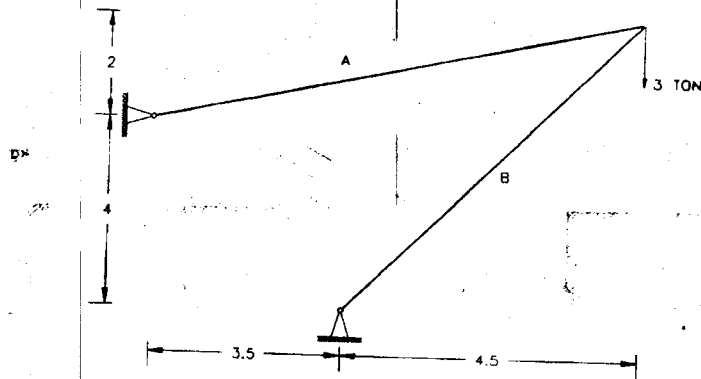
- 1.40 Un cuerpo que pesa 1000 Kg., se suspende del extremo de una barra de masa despreciable y 3 m. de largo, como se indica en la figura. Encuentre el ángulo θ para que el sistema esté en equilibrio y calcule las reacciones en A y en B.



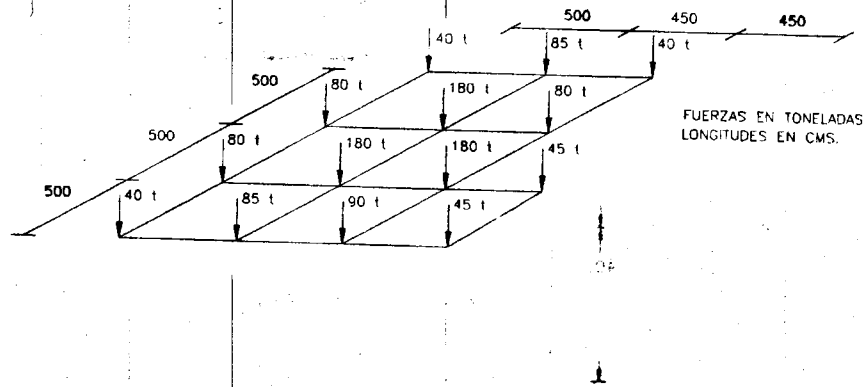
1.41 Un rodillo con un peso de 300 Kg. se jala con una fuerza P horizontal, encuentre la magnitud de ésta para que esté a punto de salvar el obstáculo indicado en la figura.



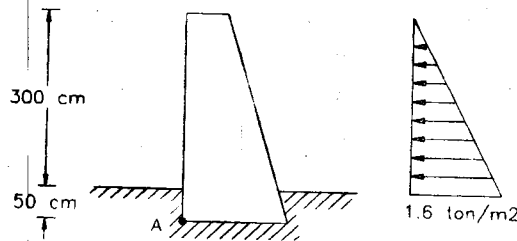
1.42 Determine las fuerzas que actúan en las barras A y B cuando están sujetas a la acción de la fuerza P de 3 Ton.



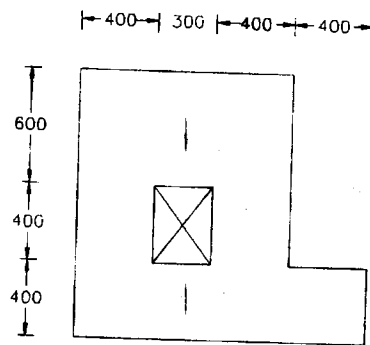
1.43 En la siguiente figura se encuentra la planta de cimentación de un edificio de 10 pisos con las descargas de las columnas. Calcular el valor y la posición de la resultante. Si la carga actuante en cada uno de los pisos fuera uniforme e igual en todos ellos ¿cuál sería el valor de ésta?



1.44 Sobre el muro de contención de la figura actúa un estado de presión triangular. Considerando un ancho de muro de 1m. calcular el momento del empuje respecto al vértice A.



- 1.45 La losa de entrepiso de un edificio tiene las dimensiones anotadas en la figura y está sometida a una carga uniformemente repartida $W = 700 \text{ Kg./m}^2$. Calcular el valor y la posición de la resultante del peso del entrepiso.



TEMA II

Equilibrio

El momento de la fuerza es de 10 kg

TEMA II

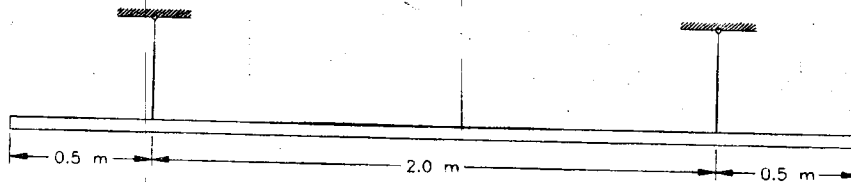
Equilibrio

El momento de la fuerza es de 10 kg

TEMA II

Equilibrio

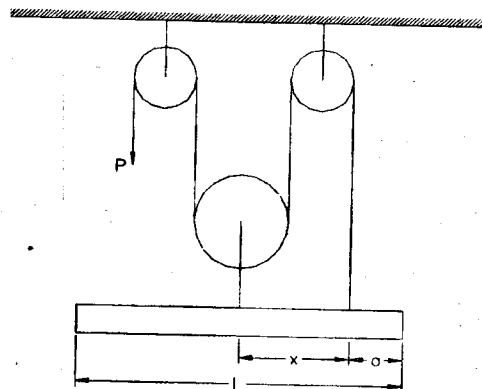
- 2.1 La lámpara fluorescente de la figura pesa 20 Kg. encuentre las tensiones en los cables que la soportan.



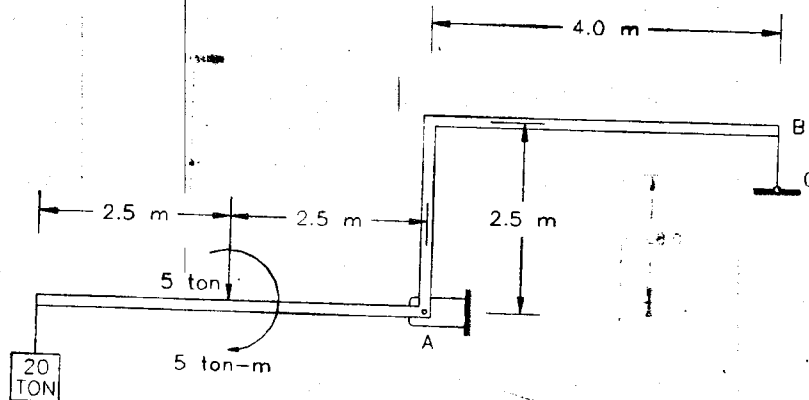
TEMA II

Ejemplos

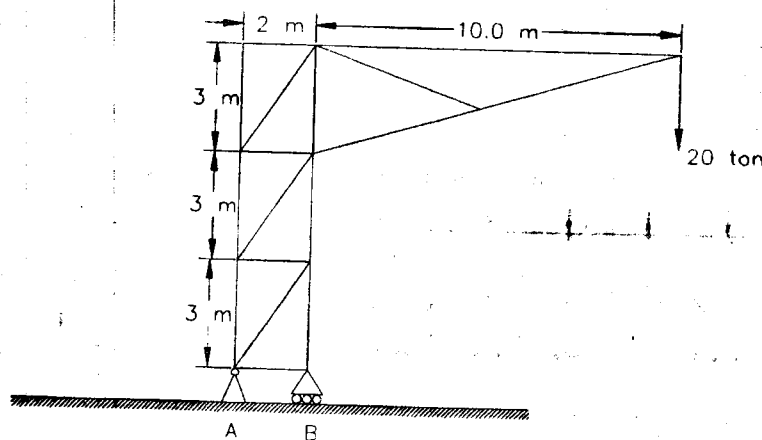
- 2.2 El sistema de poleas mostrado en la figura se utiliza para el montaje de vigas de acero, si una de éstas tiene una longitud "L" y un peso W, encuentre la magnitud de P para que la viga esté a punto de subir y la distancia "x" entre abrazaderas a fin de que la pieza se eleve en posición horizontal.



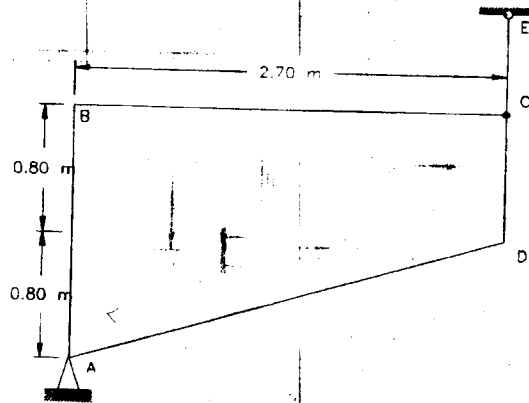
2.3 El dispositivo de la figura se encuentra en equilibrio. Calcule la reacción en la articulación de apoyo A y la tensión en el cable BC.



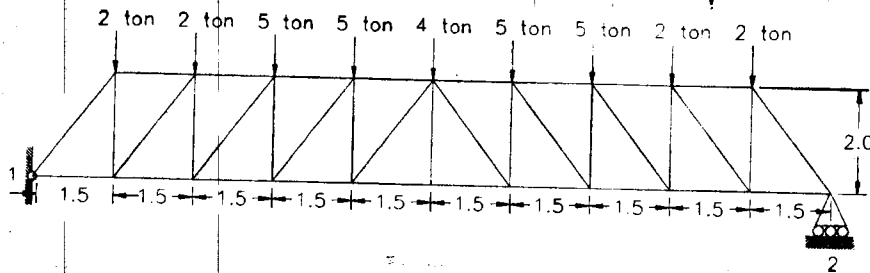
2.4 Encuentre las reacciones en los apoyos A y B de la estructura mostrada, a fin de que ésta se encuentre en equilibrio.



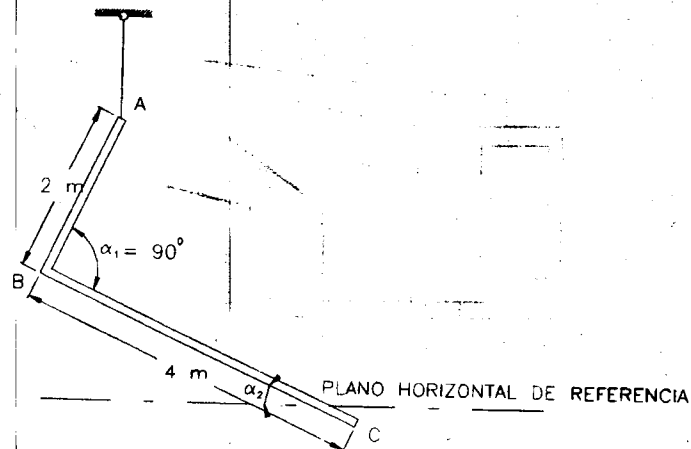
2.5 La placa rígida ABCD mostrada en la figura pesa 500 kg/m^2 . Considerándola formada por un rectángulo y un triángulo, cuyos centros de gravedad son del conocimiento elemental, calcule la reacción en A y la tensión en el cable CE.



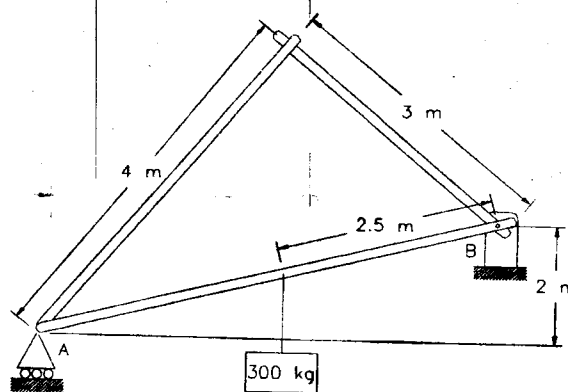
2.6 Calcule las reacciones en los apoyos 1 y 2 de la armadura mostrada. ¿Porqué no debe haber componente horizontal de la reacción en 1?



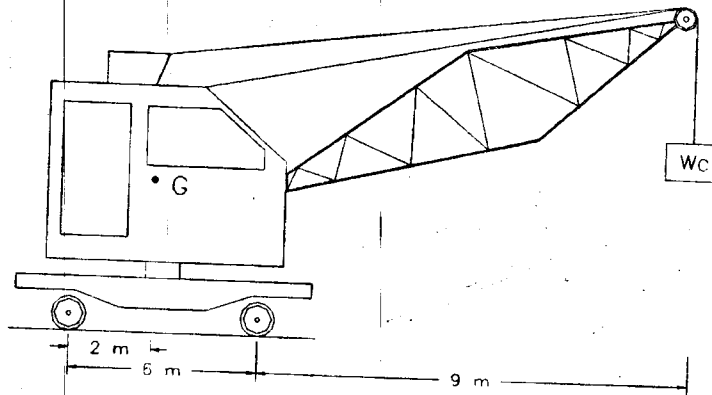
- 2.7 La barra ABC de la figura pesa 250 Kg/m y está suspendida en su extremo A. Encuentre la tensión en el cable y el ángulo de inclinación α_2 de la porción BC que corresponda a la posición de equilibrio.



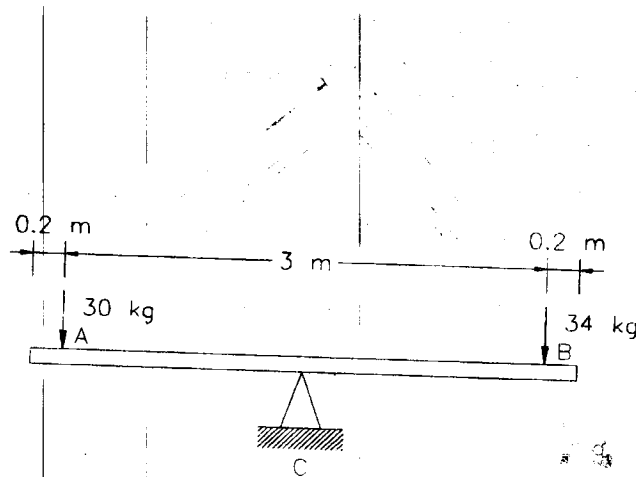
- 2.8 La estructura triangular que muestra la figura, está sujeta a una carga concentrada de 300 kg en la pieza AB, tal como se indica. Halle las reacciones en el apoyo simple A y en el articulado B.



2.9 La grúa esquematizada en la figura pesa 25 Ton. y su centro de gravedad G está a 2m del eje posterior. Dadas las demás dimensiones, halle el valor de la carga máxima W_c que puede levantar, asumiendo que la carga permisible en cada eje sea de 30 Ton.



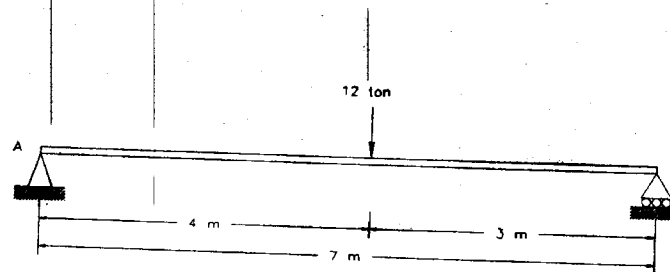
2.10 Dos niños juegan al sube y baja esquematizado en la figura. El niño que esta en A pesa 30 Kg. y el situado en B, 34 Kg. Encuentre la posición del apoyo C para que el sistema descrito se halle en reposo. ¿En este estado AB debe ser horizontal necesariamente?



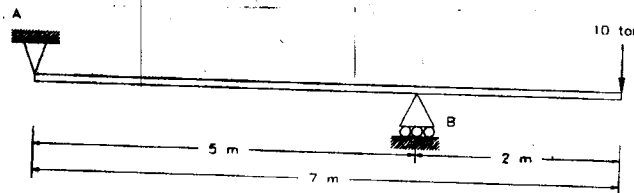
2.15 Deduzca una regla simple para calcular reacciones en vigas simplemente apoyadas. Considere disposiciones en términos de una carga concentrada y de acuerdo con la existencia o no de voladizos.

2.16 Con base en la regla deducida en el ejemplo anterior, valúe las magnitudes de las reacciones de las vigas siguientes indicando el sentido de las fuerzas.

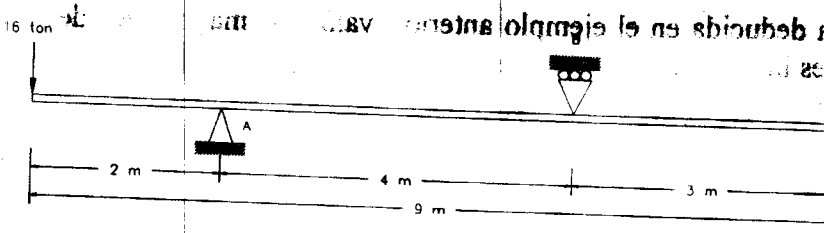
a)



b)

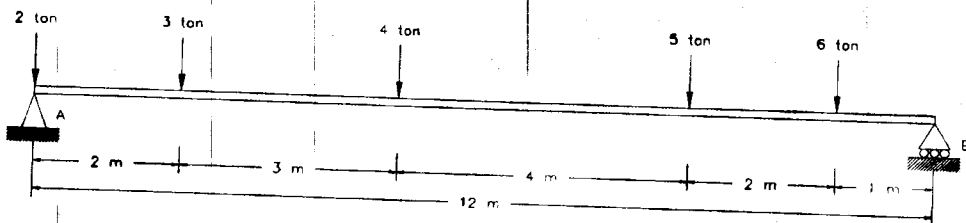


c)



(a)

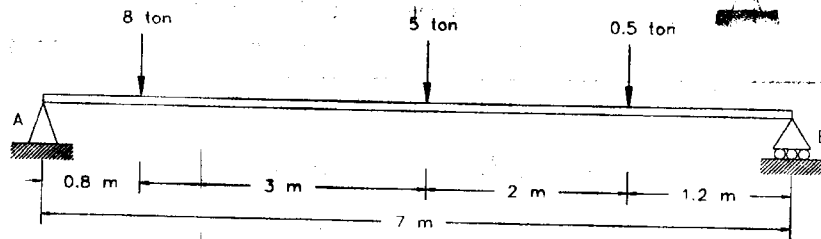
2.17 Descomponga el sistema de cargas que actúa en la viga simplemente apoyada de la figura, buscando que puedan calcularse las reacciones con el empleo reiterado de la regla en el ejercicio 2.16.



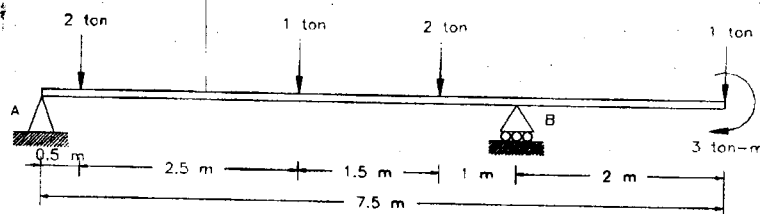
(d)

2.18 Establezca las reacciones de las vigas mostradas en la figura.

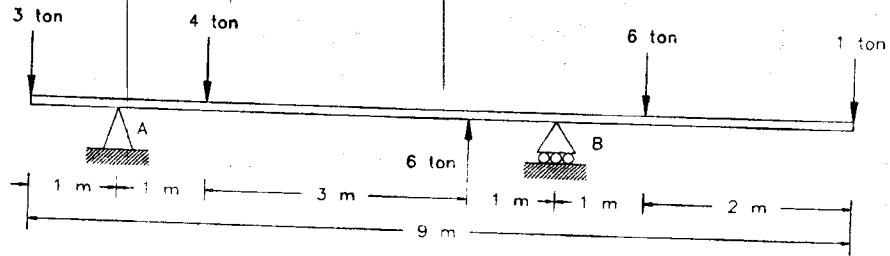
a)



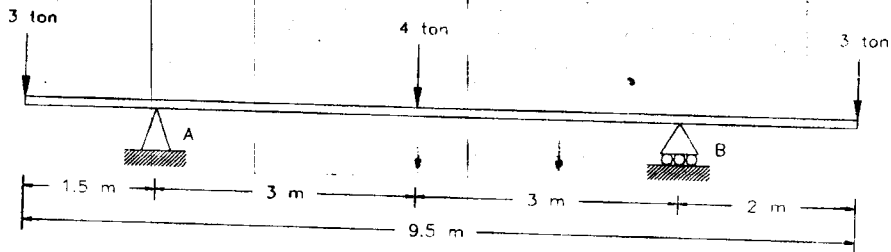
b)



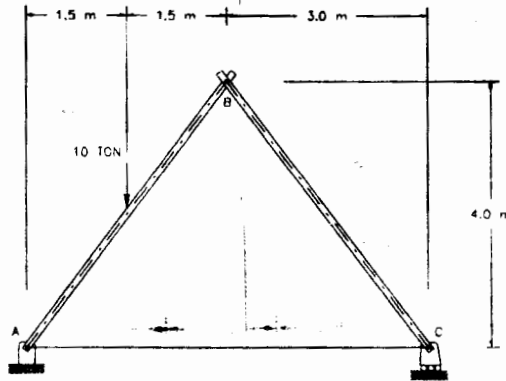
c)



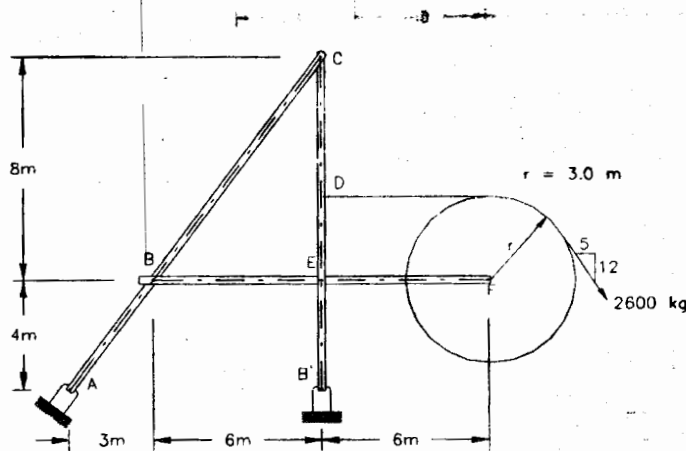
d)



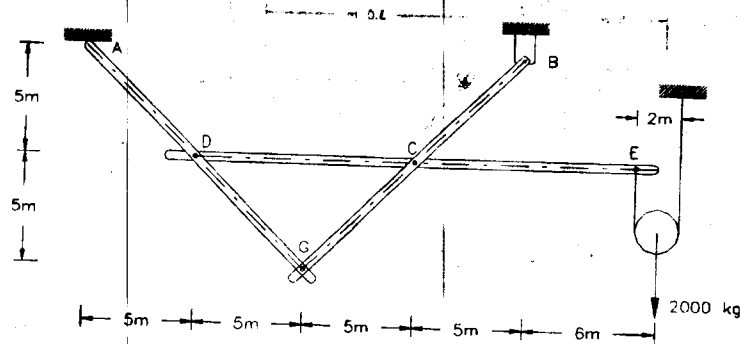
2.19 La estructura indicada, compuesta de dos barras unidas por una articulación "B", mantiene su forma gracias al cable inextensible y sin peso AC. Si todas las superficies en contacto son lisas, calcule las reacciones en A y en C, y la tensión del cable.



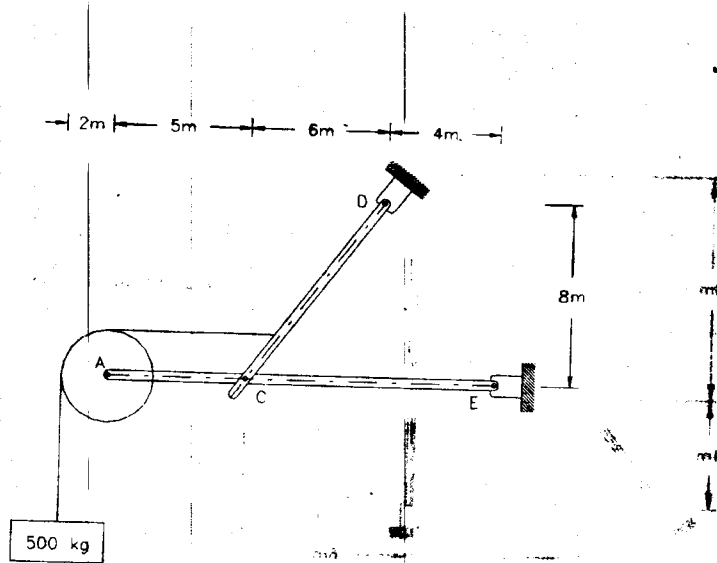
2.20 La estructura del croquis está articulada en A, simplemente apoyada en B e interconectada por medio de articulaciones ideales. Si todas las superficies en contacto son lisas, calcule las reacciones en B y E para el miembro BEF, haciendo caso omiso del peso propio de las piezas integrantes.



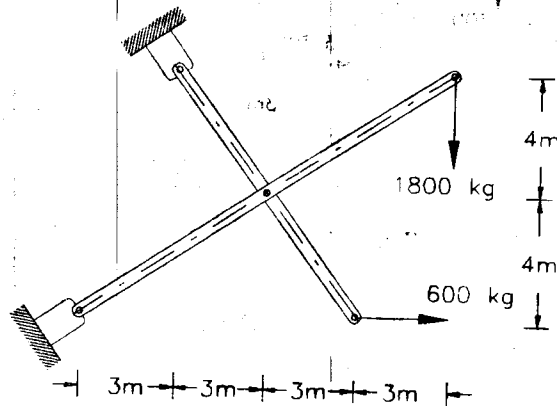
2.21 Todas las barras de la estructura indicada son de peso despreciable y están interconectadas mediante articulaciones. Si "B" es una articulación fija, y las superficies en contacto en "A" y en la polea están libres de fricción, determine las reacciones en G, C y B de la barra así definida.



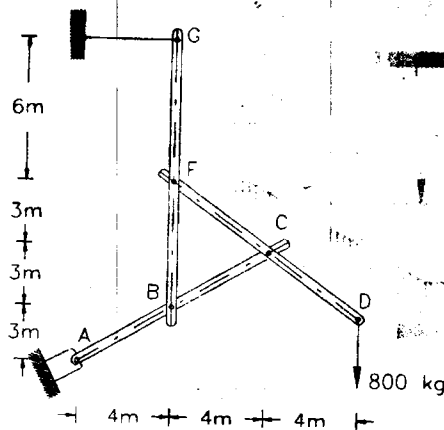
2.22 Todas las barras del dispositivo mostrado son de peso despreciable; las superficies en contacto son lisas; el cable es inextensible y la polea ideal, calcule las reacciones en A, C y E así como en D.



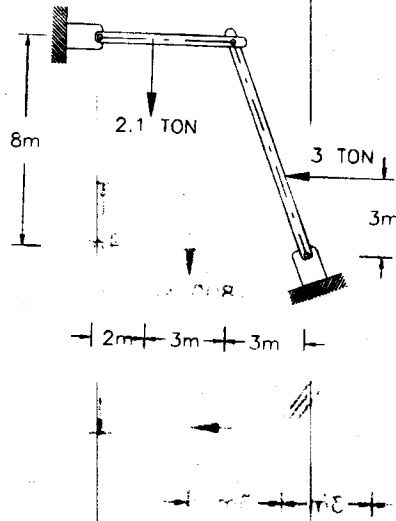
2.23 La estructura esquematizada en ocasión de este problema tiene las mismas características que los anteriores. Resuélvala para fuerzas externas e internas incluyendo explícitamente los diagramas de cuerpo libre de cada barra.



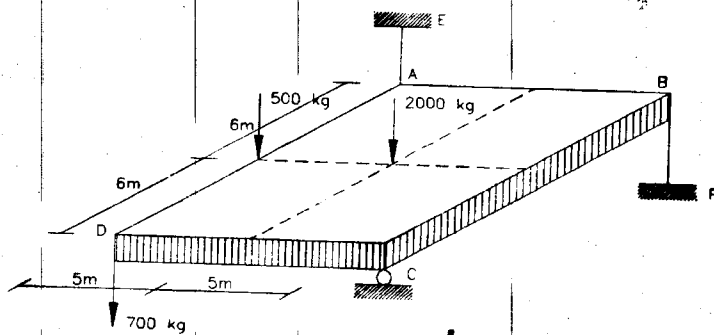
2.24 Asumiendo que la estructura y sus componentes cumplen las mismas condiciones que los dispositivos anteriores, encuentre las reacciones que corresponden a la barra vertical.



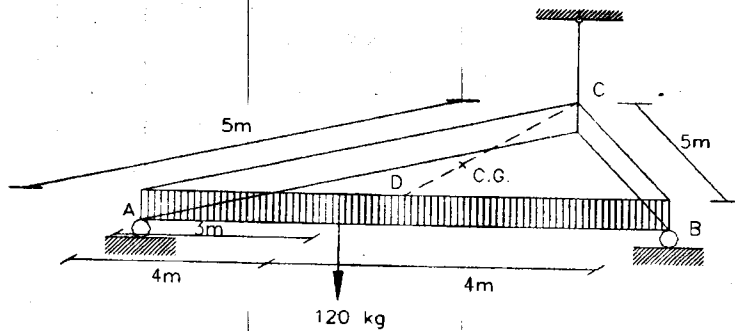
2.25 Resuelva totalmente la escuadra mostrada en el croquis despreciando los pesos propios de las barras y la fricción entre las superficies en contacto.



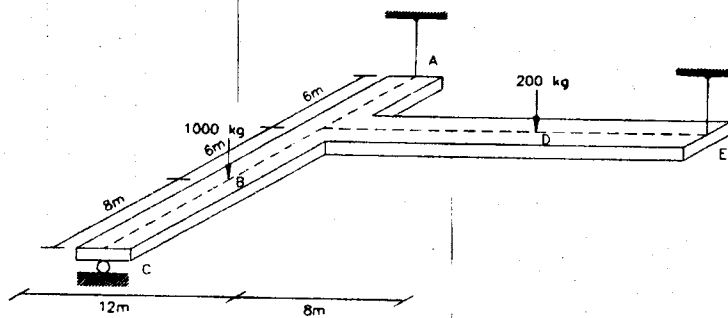
2.26 Sobre una placa rectangular homogénea y rígida, cuyo peso se ha concentrado en su centro de gravedad G , actúan las fuerzas que se indican en el croquis; obtenga, suponiendo que el cuerpo esta unido al sistema tierra mediante los cables AE , BF y por medio del apoyo simple C , las componentes del sistema reactivo.



2.27 La placa horizontal y de forma triangular pesa 600 Kg y está unida al sistema tierra como se muestra en la figura. Si el centro de gravedad del sólido se encuentra localizada sobre la recta CD a 2 m de C hacia D, calcular las reacciones en A y B, así como la tensión en el cable.



2.28 Despreciando el peso propio del marco rígido horizontal mostrado en el esquema, hallar todas las fuerzas desconocidas que actúan sobre éste.



207. La estructura isostática sometida a flexión por un momento de 600 Kg m en el punto B, se muestra en la figura. Se pide determinar las reacciones de apoyo y el momento de flexión en el punto C.

TEMA III

Análisis de Estructuras Isostáticas sometidas a flexión

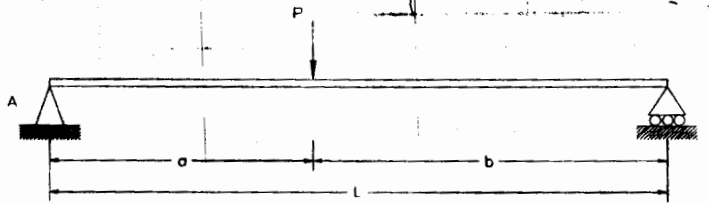
208. La estructura isostática sometida a flexión por un momento de 600 Kg m en el punto B, se muestra en la figura. Se pide determinar las reacciones de apoyo y el momento de flexión en el punto C.



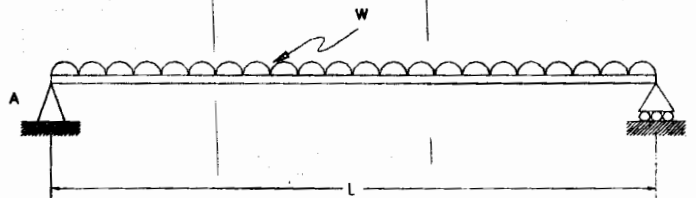
TEMA III

Análisis de Estructuras Isostáticas sometidas a flexión

- 3.1 En la siguiente viga, libremente apoyada en A y B, se aplica la carga P a una distancia "a" del primer apoyo. Calcular las reacciones y trazar los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante.

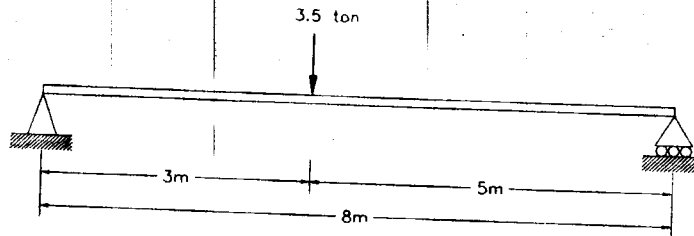


- 3.2 La viga de la figura está apoyada libremente en A y articulada en B y soporta una carga uniformemente distribuida "w" en toda su longitud. Trazar los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante.

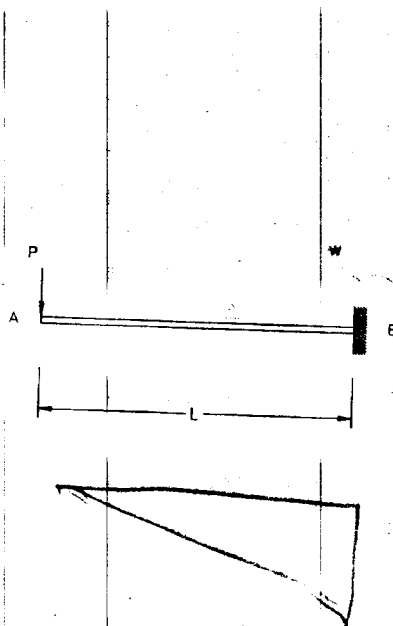


IV EJEMPLOS

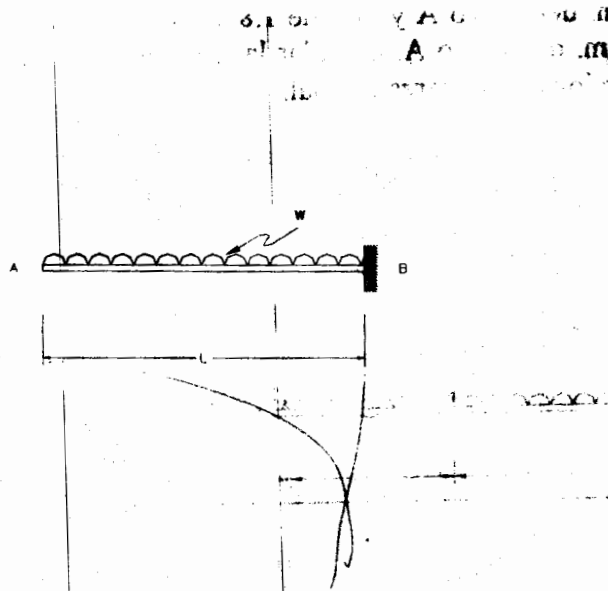
- 3.3 La viga dibujada en la siguiente figura, está libremente apoyada en sus extremos y recibe una carga concentrada de 3.5 Ton. en la posición indicada. Calcular las reacciones y trazar los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante.



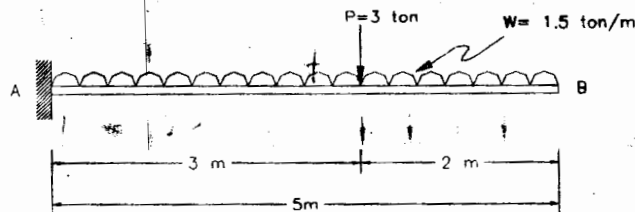
- 3.4 Una viga en cantiliver soporta una carga concentrada P en su extremo A. Trazar los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante.



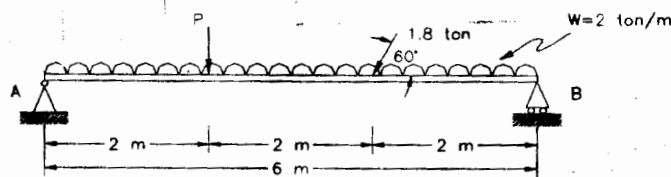
- 3.5 La siguiente viga cantiliver, soporta una carga "w" uniformemente distribuida en toda su longitud. Trazar los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante.



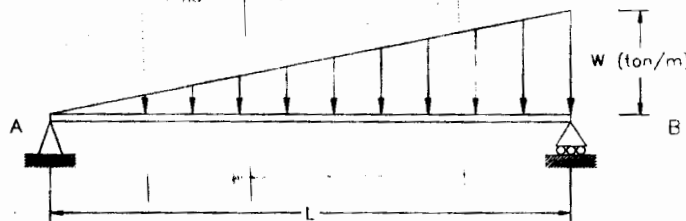
- 3.6 Una viga en cantiliver soporta una carga $w = 1.5 \text{ Ton/m}$ uniformemente distribuida en toda su longitud y otra concentrada de 3 Ton. a 3 m. de su apoyo A. Calcular las reacciones y trazar a escala los diagramas de momento flexionante y fuerza cortante, indicar las escalas usadas.



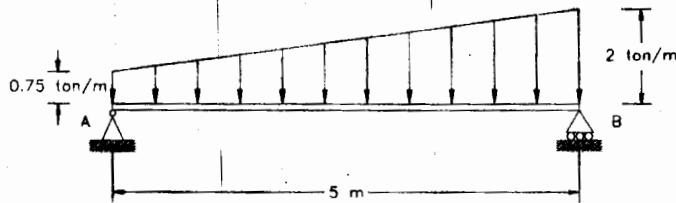
- 3.7 La viga de la figura está articulada en A y libremente apoyada en B. Soporta una carga $w = 2$ ton/m. (incluyendo peso propio) y dos cargas concentradas una de 2.5 Ton. normal al eje de la viga y colocada a 2 m. del apoyo A y otra de 1.8 Ton. inclinada 60° con respecto al eje de la viga y localizada a 4 m. del apoyo A. Calcular las reacciones y trazar los diagramas de fuerza cortante, momento flexionante y fuerza normal.



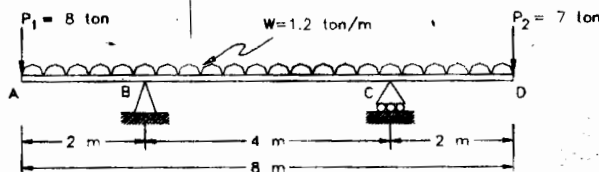
- 3.8 Una viga libremente apoyada como la mostrada en la figura, soporta una carga vertical que aumenta uniformemente desde cero en el extremo izquierdo, a un valor máximo W (Ton/m) en el extremo derecho. Calcule las reacciones y trace los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante. ¿ Los diagramas obtenidos son iguales a los del problema 3.2? En caso negativo, ¿ a que se debe esa diferencia?.



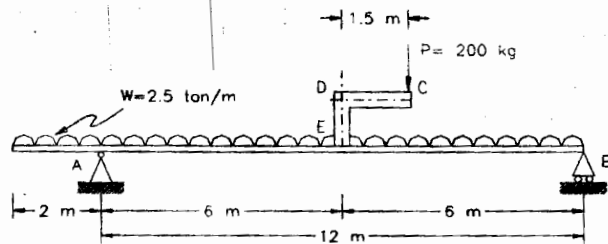
- 3.9 La siguiente viga está articulada en A y libremente apoyada en B, soporta una carga trapezoidal como la indicada en la figura. Calcular las reacciones y trace a escala los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante.



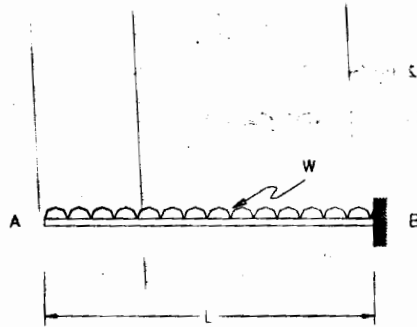
- 3.10 La viga mostrada en la siguiente figura soporta una carga $w = 1.2$ Ton/m, uniformemente distribuida en toda su longitud y dos cargas concentradas: P_1 de 8 Ton. actuando en A y P_2 de 7 Ton. localizada en D. Calcular las reacciones y trazar a escala los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante. Indicar las escalas usadas.



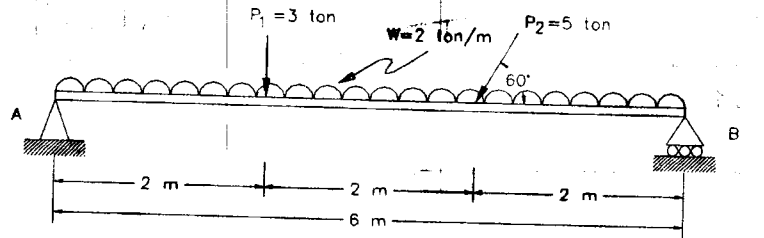
- 3.11 La viga que a continuación se muestra, tiene un apoyo articulado en A y otro libre en B; está soldada en E con el elemento EDC; soporta una carga $w = 2.5$ Ton/m. distribuida uniformemente en toda su longitud y recibe la concentración indicada en el extremo C de la escuadra. Calcular las reacciones y trazar a escala los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante. Indicar las escalas empleadas.



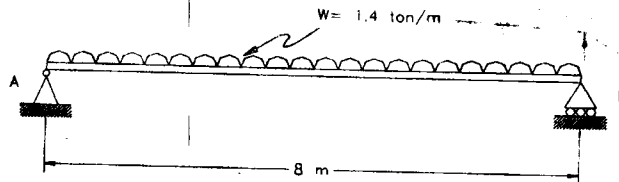
- 3.12 De acuerdo con el postulado que dice: "Para que un cuerpo deformable se encuentre en equilibrio es necesario y suficiente que cualquier porción de él, considerada como cuerpo rígido, se halle en equilibrio"; deducir las igualdades que relacionan la carga, la fuerza cortante y el momento flexionante en las secciones de la pieza.
- 3.13 Proponga usted interpretaciones desde los puntos de vista físico y matemático para las igualdades del problema anterior.
- 3.14 Utilizando los resultados de los problemas 12 y 13 resuelva usted la siguiente viga.



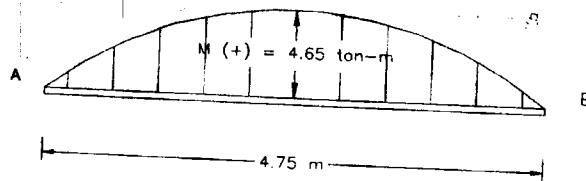
- 3.15 Utilizando las ecuaciones del problema 12 encontrar las reacciones y los diagramas de fuerza cortante, fuerza normal y momento flexionante para la viga dibujada a continuación.



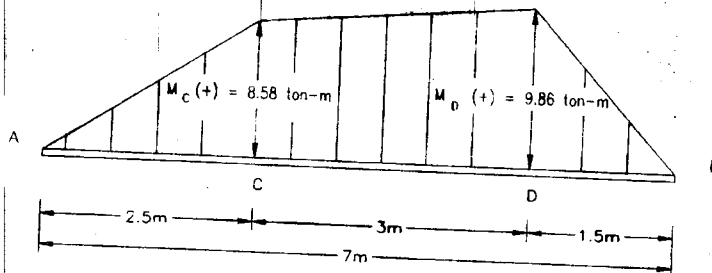
- 3.16 Dada la siguiente viga, obtener las reacciones, diagrama de fuerza cortante, y momento flexionante, aplicando las ecuaciones del problema No. 12.



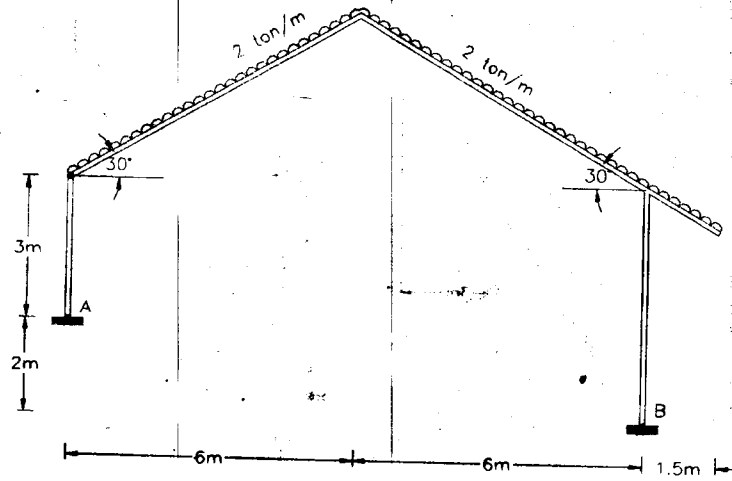
3.17 Dado el siguiente diagrama de momento correspondiente a una viga libremente apoyada en A y B, calcular el valor w de la carga uniformemente distribuida que lo produce.



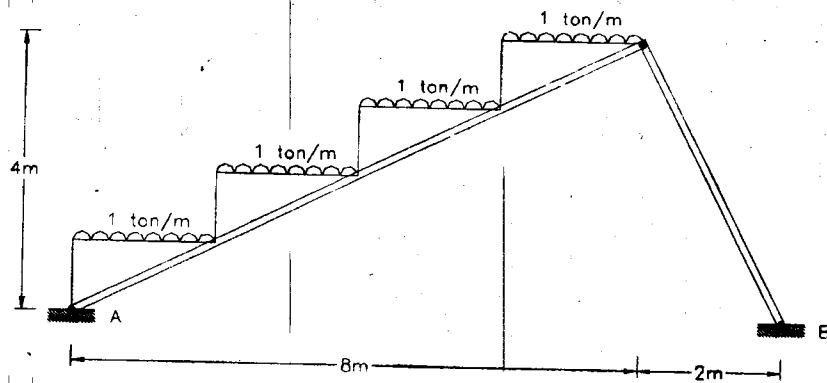
3.18 Dado el siguiente diagrama de momentos flexionantes, encontrar el valor de las cargas concentradas P_1 y P_2 que están aplicadas en C y D respectivamente, si la viga correspondiente esta libremente apoyada.



h)

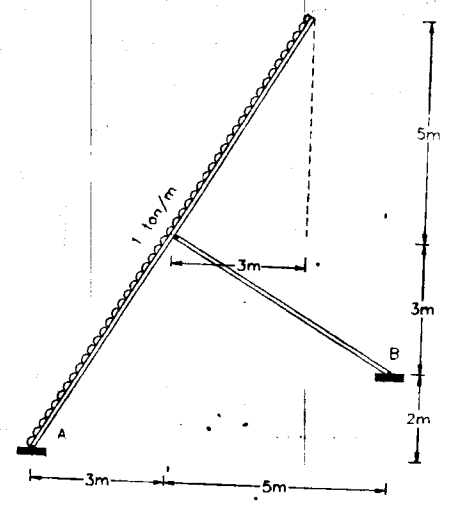


i)



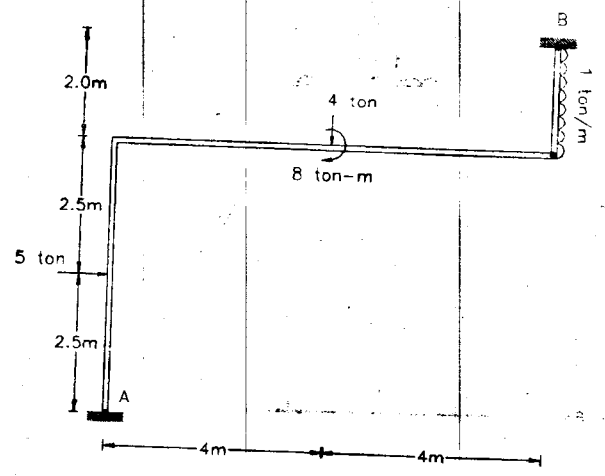
f)

(f)

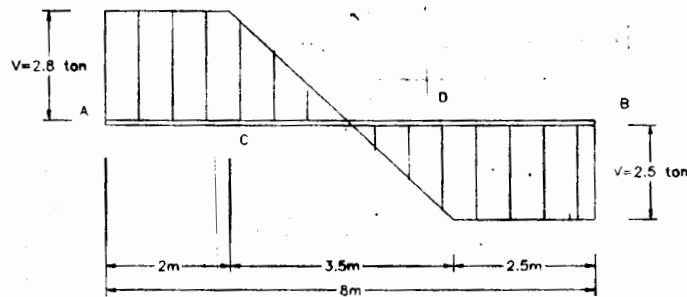


g)

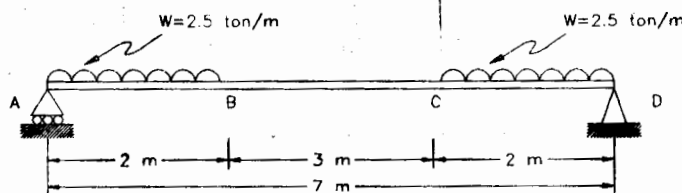
(g)



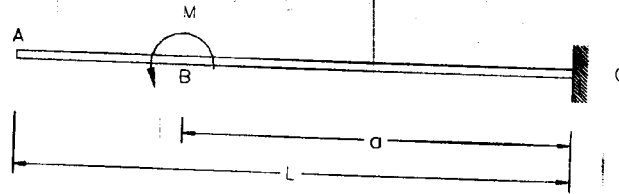
- 3.19 El diagrama de fuerza cortante mostrado a continuación pertenece a una viga libremente apoyada en A y B. Obtenga el valor de la carga "w" uniformemente distribuida en los tramos A-C, C-D y D-B. ¿Existen fuerzas concentradas en A y B?, en caso afirmativo obtenga las características de esas fuerzas, si con los resultados obtenidos es posible dibujar un diagrama de cuerpo libre de la viga hágalo.



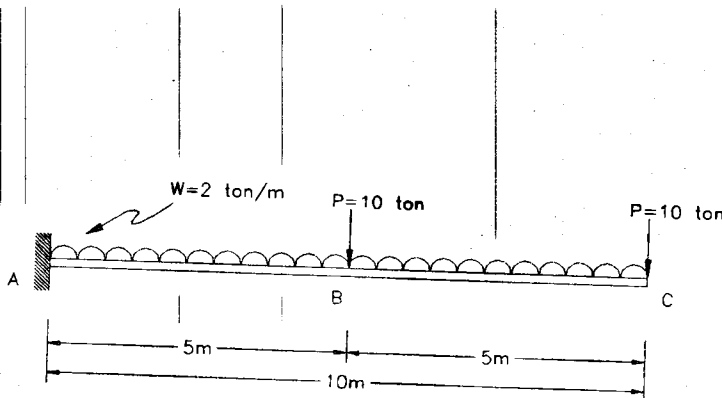
- 3.20 La viga que se muestra en la siguiente figura se encuentra libremente apoyada en D y articulada en A. Se encuentra sometida a la acción de cargas uniformemente distribuidas en los tramos AB y CD. Calcular las reacciones y trazar los diagramas de momento flexionante y fuerza cortante indicando las escalas usadas.



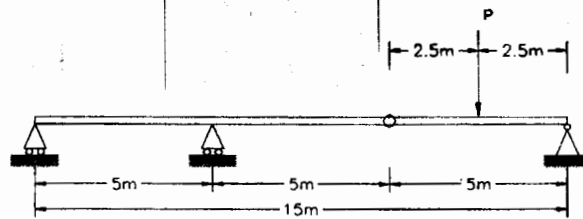
- 3.21 Para la viga en cantiliver sobre la cual actúa un par concentrado M en el punto B, calcular las reacciones y trazar los diagramas de momento flexionante y fuerza cortante.



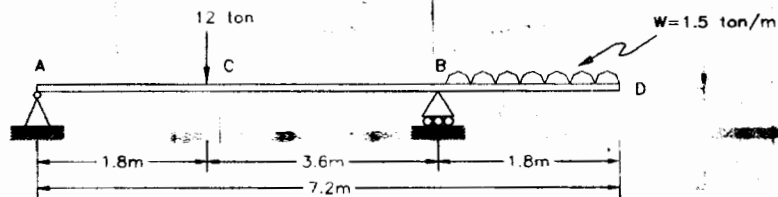
- 3.22 La viga en cantiliver del esquema siguiente se encuentra solicitada por dos cargas concentradas de 10 Ton. cada una, que actúan en los puntos B y C, así como por una carga uniformemente distribuida en toda su longitud con valor de 2 Ton/m. Determinar los diagramas de momento flexionante y fuerza cortante indicando las escalas empleadas.



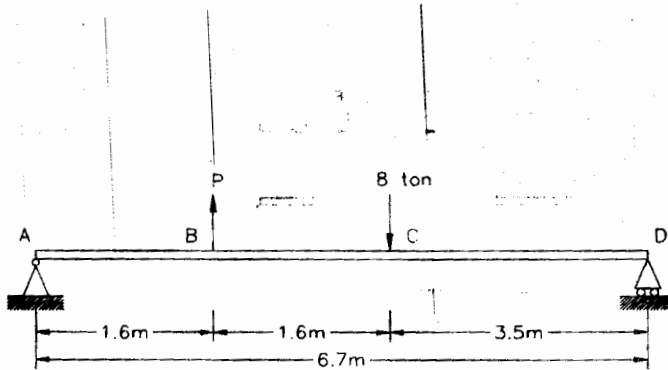
- 3.23 En la viga gerber que se ilustra en la figura se aplica la carga P de 2 Ton., dibuje a escala el diagrama de momento flexionante que origina dicha sollicitación.



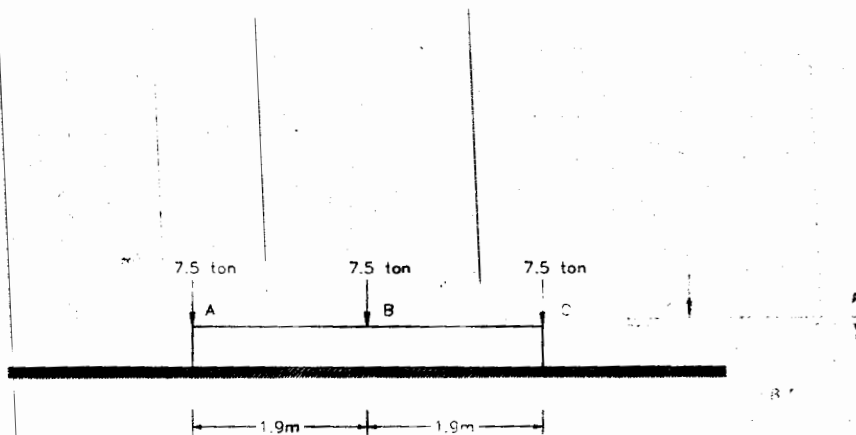
- 3.24 Una viga articulada en A y libremente apoyada en B, presenta un voladizo BD, en el tramo AB actúa una carga concentrada de 12 Ton. localizada en C y la porción en cantiliver recibe una carga uniformemente distribuida a todo lo largo. Calcular las reacciones y trazar los diagramas de momento flexionante y fuerza cortante, indicando las escalas empleadas para estos efectos.



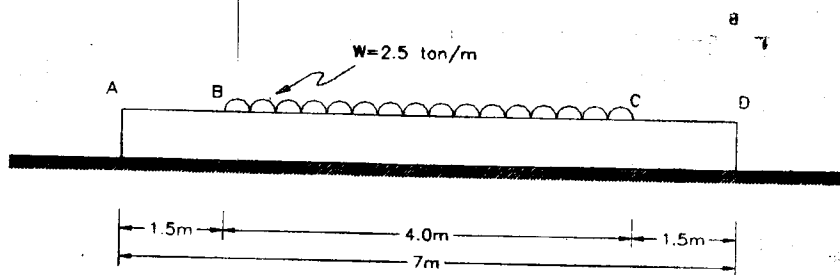
- 3.25 La siguiente viga articulada en A y libremente apoyada en D, se encuentra solicitada por dos cargas concentradas, una de magnitud desconocida P actuando en B y dirigida hacia arriba y otra de 8 Ton. actuando en C y dirigida hacia abajo. Determinar la magnitud de la fuerza P , para la cual el valor máximo absoluto del momento flexionante en la viga es el más pequeño posible.



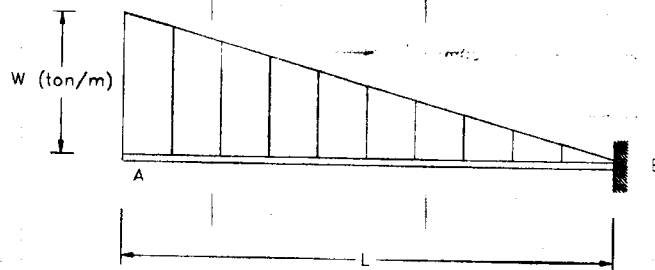
- 3.26 La viga apoyada en toda su longitud, como se indica en la figura, está solicitada por tres cargas concentradas con módulos de 7.5 Ton., cada una y localizadas en los puntos A, B y C. Determinar los diagramas de momento flexionante y fuerza cortante.



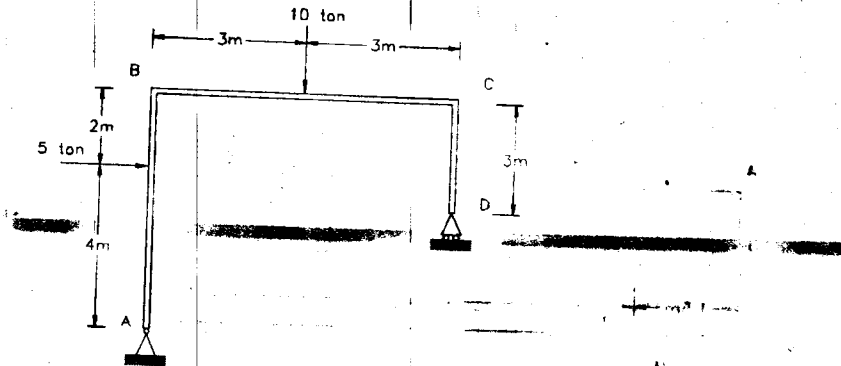
- 3.27 La viga AD se encuentra apoyada en toda su longitud. Está solicitada por una carga uniformemente distribuida a lo largo del tramo BC. Empleando las igualdades del problema No.3.12 determine los diagramas de momento flexionante y fuerza cortante.



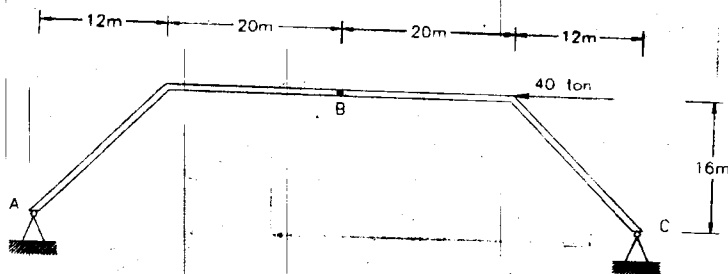
- 3.28 La viga en cantiliver AB se encuentra sometida a la acción de una carga de variación uniforme. Determinar sus diagramas de momento flexionante y fuerza cortante.



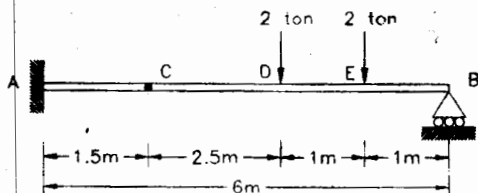
3.29 Trazar los diagramas de fuerza normal, fuerza cortante y momento flexionante que tienen lugar en los 3 miembros del pórtico de la figura, considerando las condiciones que ahí se indican.



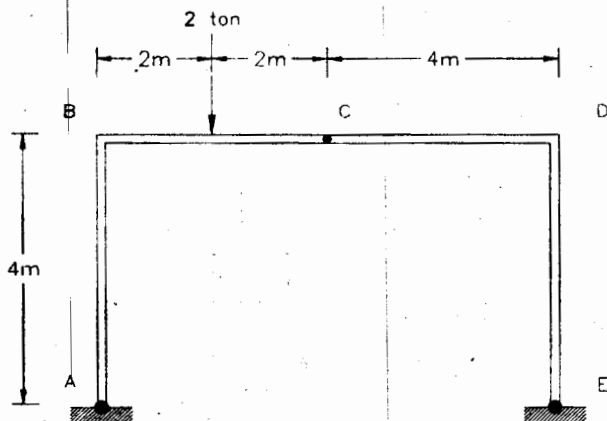
3.30 Dibuja los diagramas de momento flexionante, fuerza cortante y fuerza normal para las barras del arco triarticulado mostrado en la figura.



3.31 Trazar los diagramas de momento flexionante y fuerza cortante para la siguiente viga gerber, empotrada en A y libremente apoyada en B, la cual se encuentra sujeta a 2 cargas concentradas de 2 Ton. cada una localizadas en los puntos D y E.

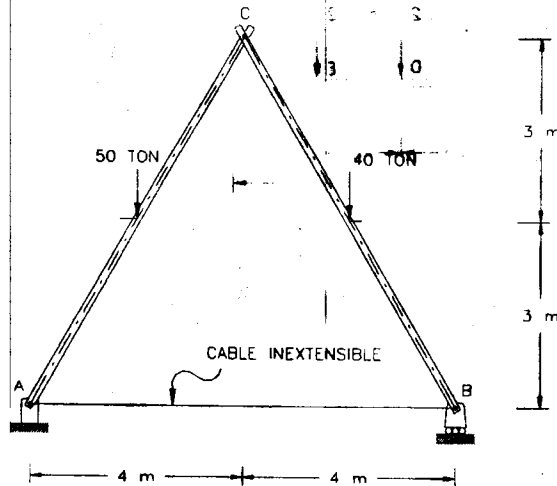


3.32 Escriba las ecuaciones de momento flexionante, fuerza cortante y fuerza normal; además dibuja los diagramas correspondientes para las barras AB, BD y DE del marco triarticulado que se muestra en la figura.

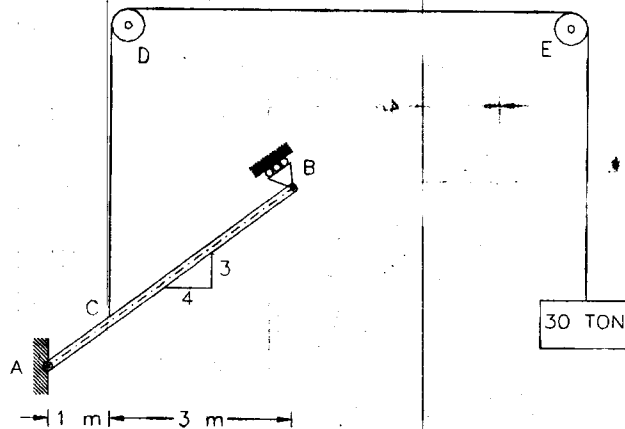


3.33 Para cada una de las estructuras siguientes calcule las reacciones, valúe las tensiones en los cables y trace los diagramas de fuerza normal, fuerza cortante y momento flexionante. Considere que todas las superficies en contacto son lisas y los cables inextensibles.

a)

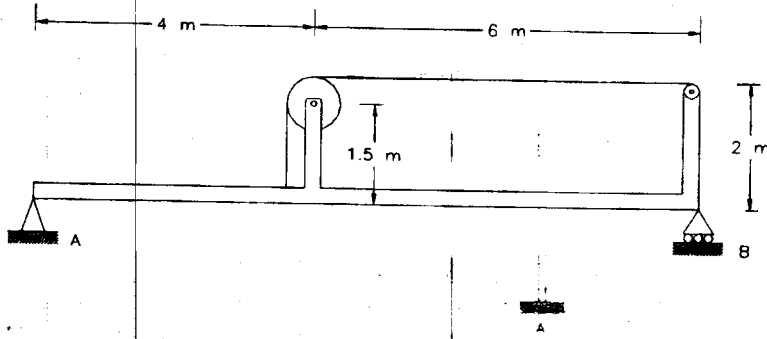


b)



c)

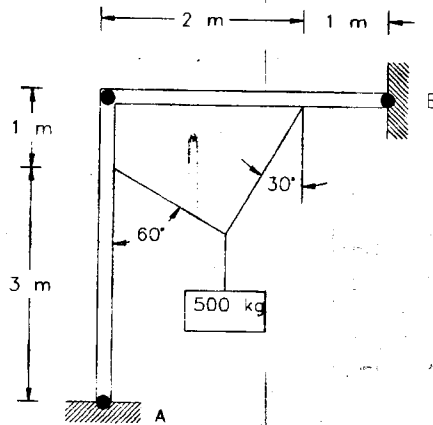
(5)



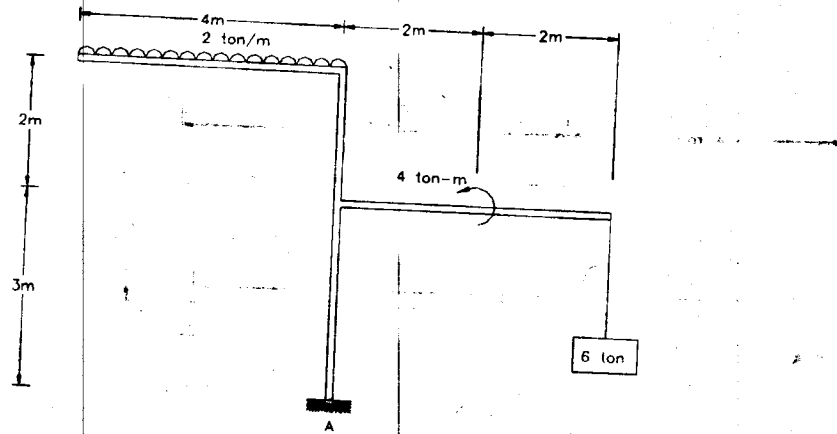
d)

uno de los boticos dipidos a combinación

(5)

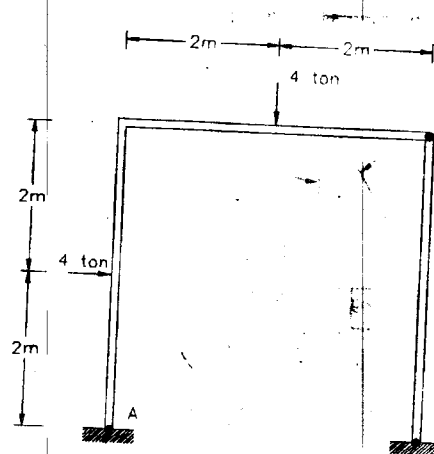


e)

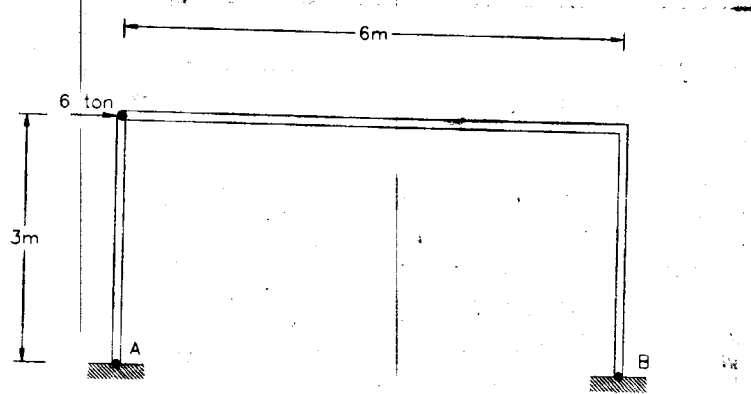


3.34 Para cada uno de los pórticos dibujados a continuación, establezca los diagramas de los elementos mecánicos: fuerza normal, fuerza cortante y momento flexionante.

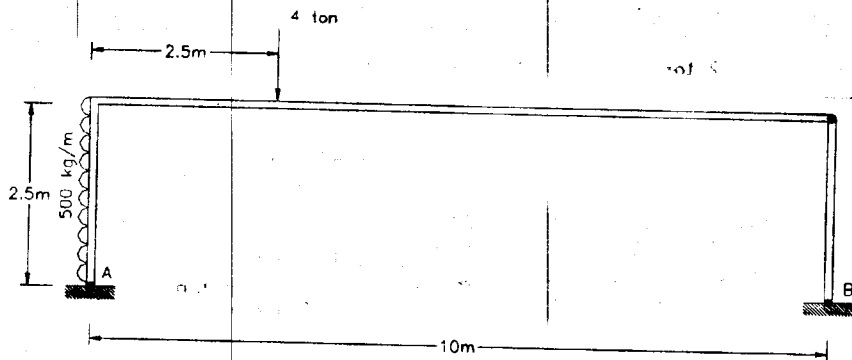
a)



b)

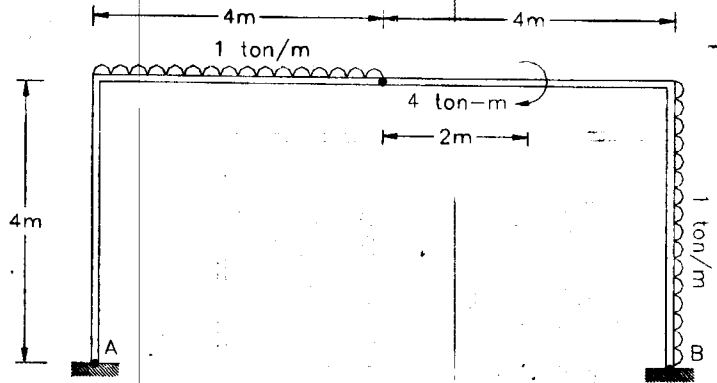


c)



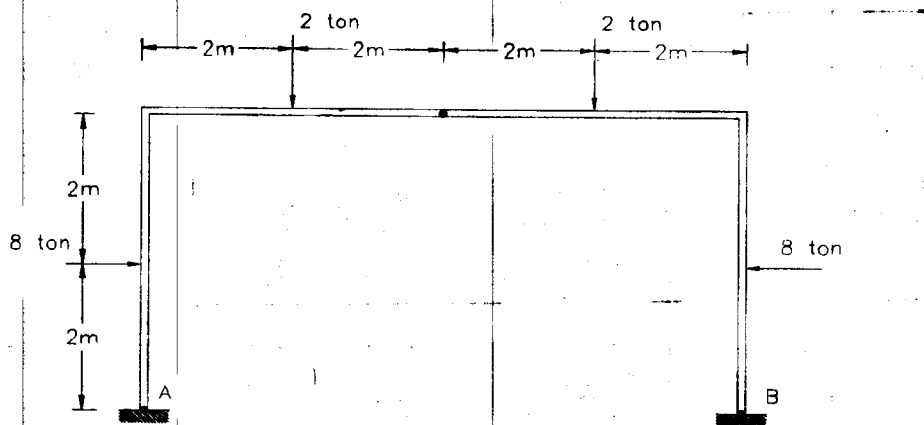
d)

(d)

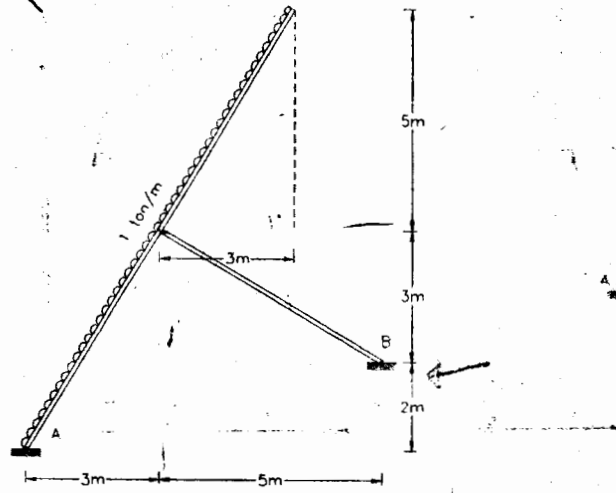


e)

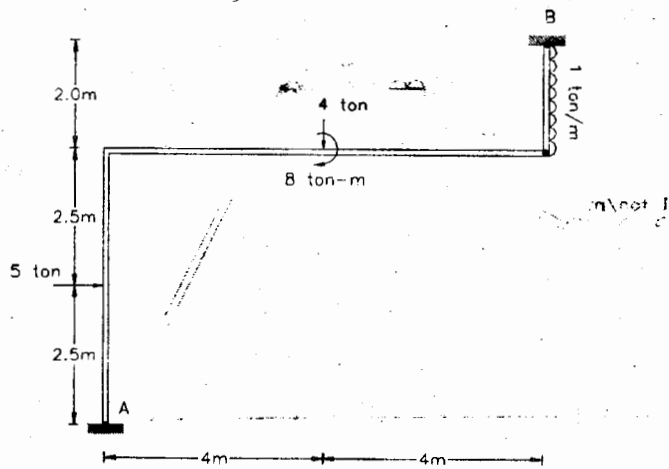
(e)



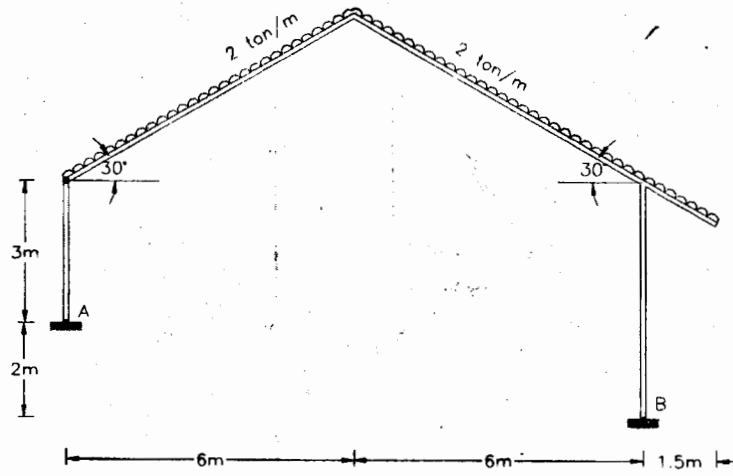
f)



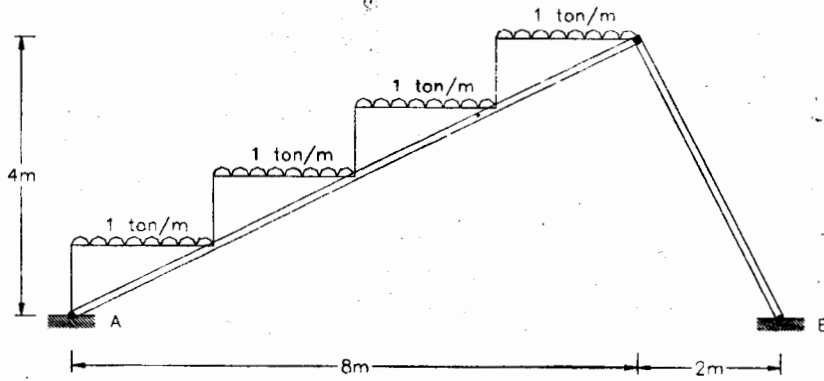
g)



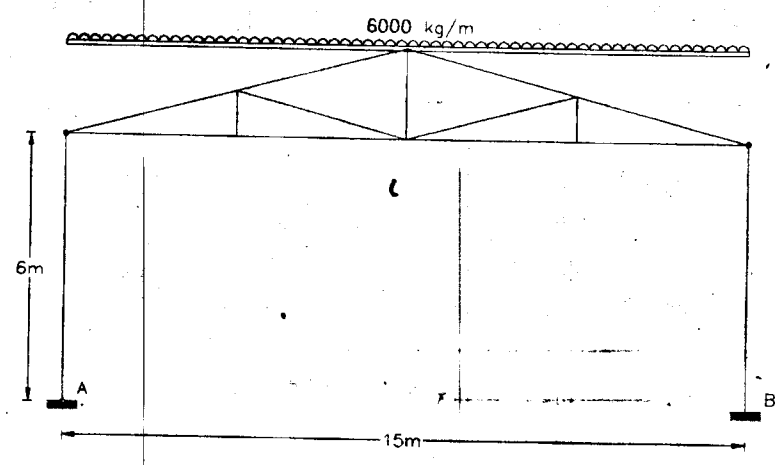
h)



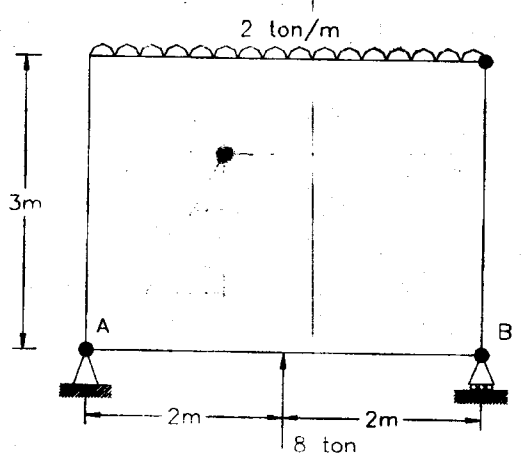
i)



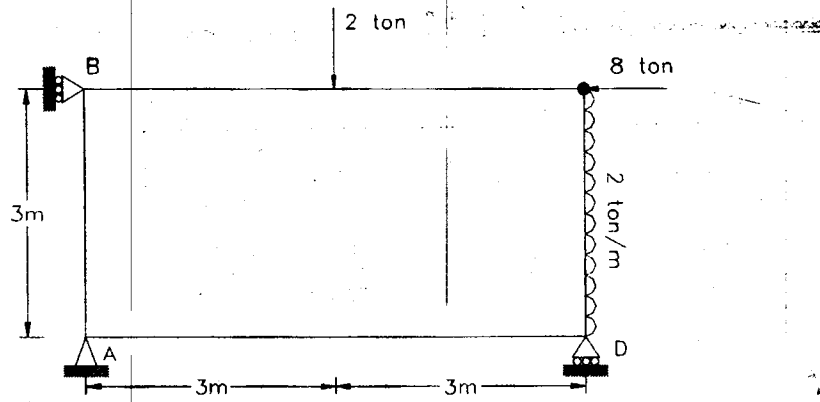
j)



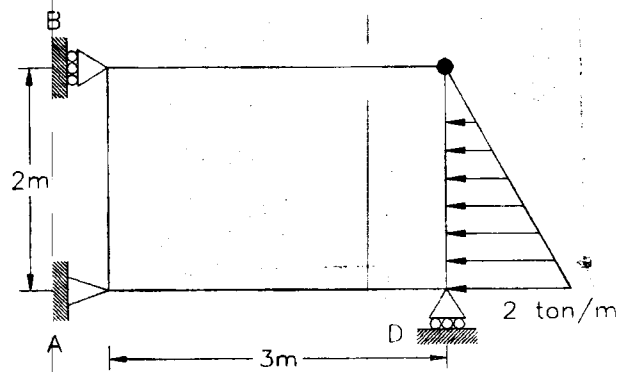
k)



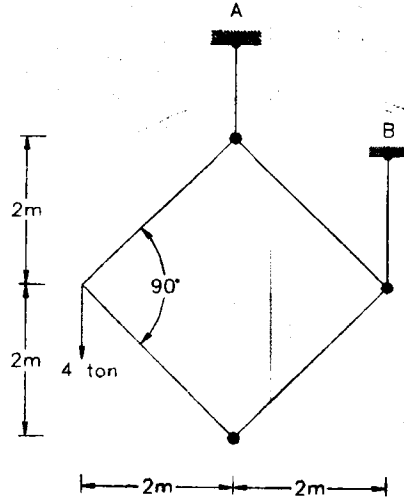
l)



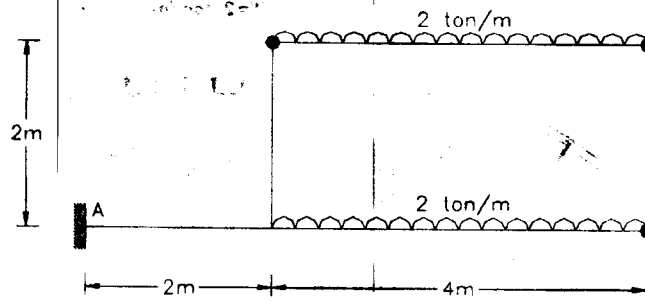
m)



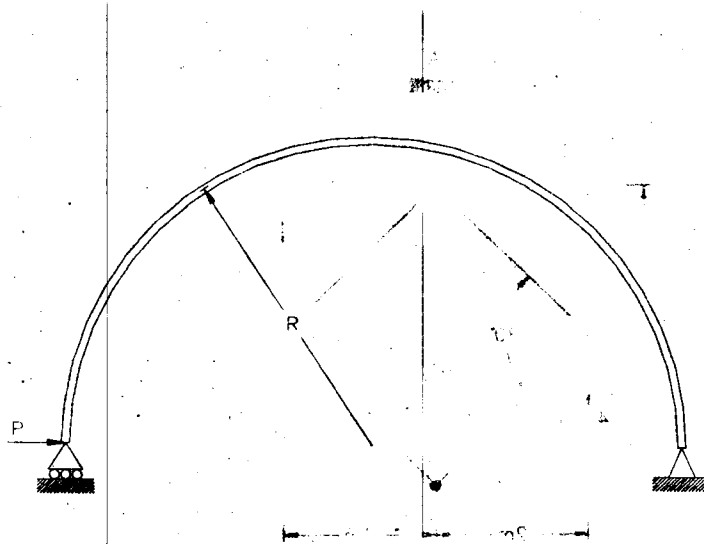
3.32 Para el arco hiperbólico a continuación, determine los diagramas de los momentos y de las reacciones.
n)



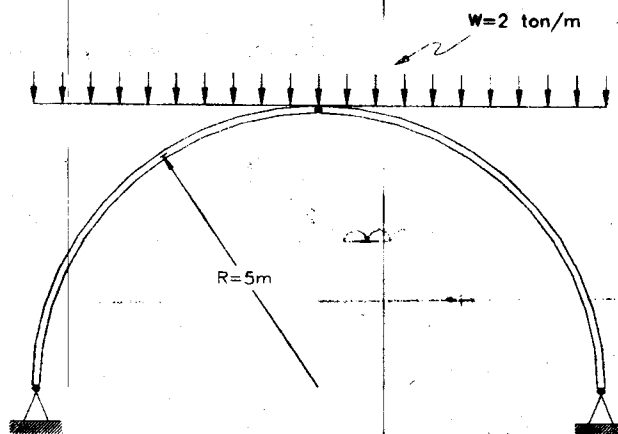
3.36 Ordene las expresiones para los momentos internos en este arco.
o)



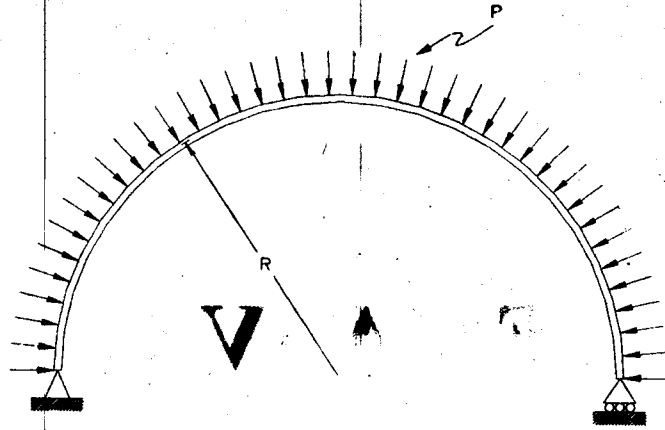
- 3.35 Para el arco dibujado a continuación, establezca los diagramas de los elementos mecánicos: fuerza normal, fuerza cortante y momento flexionante.



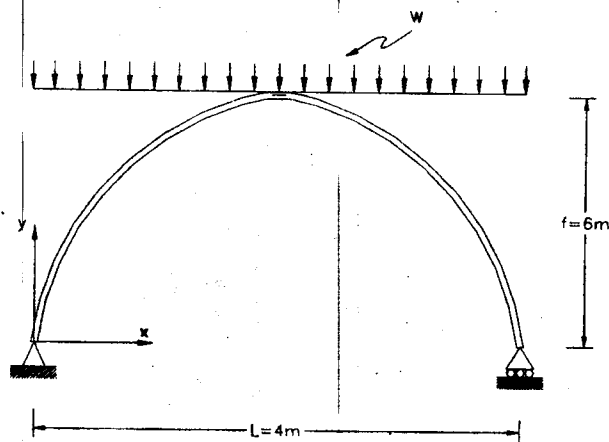
- 3.36 Obtener las expresiones para los elementos mecánicos del arco circular triarticulado que se muestra a continuación.



- 3.37 Obtenga las expresiones para los elementos mecánicos del arco circular mostrado en la figura, sujeto a una fuerza radial uniforme P .



- 3.38 Obtenga las expresiones para los elementos mecánicos del arco parabólico mostrado en la figura.



al ne

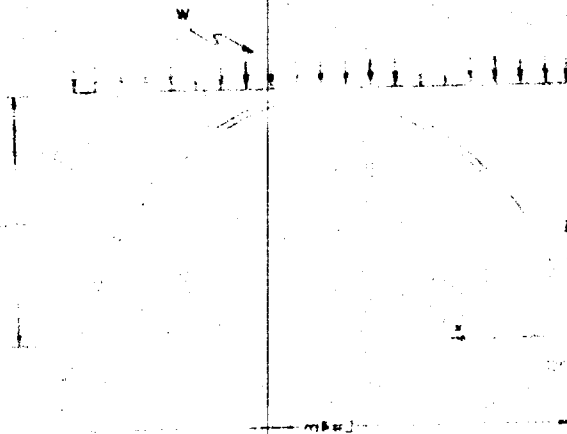
3.17. Omitiendo las expresiones para los efectos de una fuerza axial uniforme.

TEMA IV

Análisis de Estructuras Isostáticas sometidas a carga axial

al ne

3.18. Omitiendo las expresiones para los efectos de una fuerza axial uniforme.



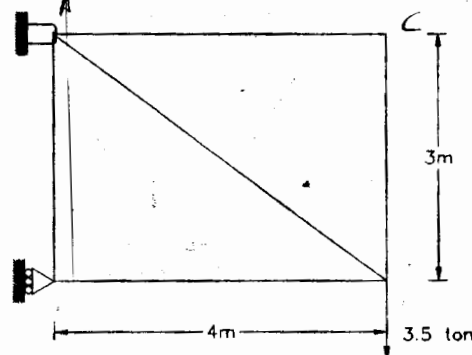
TEMA IV

(d)

Análisis de Estructuras Isostáticas sometidas a carga axial

- 4.1 Enuncie las condiciones geométricas que deben cumplir las armaduras planas isostáticas.
- 4.2 Enumere las condiciones mecánicas que se imponen a las armaduras planas.
- 4.3 Para cada uno de los ejemplos del problema 7, compruebe la relación entre barras y nudos: $b+r = 2n$, donde n representa el número de nudos, b el número de barras y r el número de componentes de reacción.
- 4.4 Demuestre que la condición anterior es necesaria pero no suficiente para que una armadura este en equilibrio.
- 4.5 Enumere y clasifique los métodos de solución para análisis interno de armaduras planas.
- 4.6 Calcular las fuerzas internas que actúan en las barras de cada una de las armaduras esquematizadas a continuación, sin perder de vista la naturaleza de las mismas. Utilice el método de solución más conveniente para cada caso.

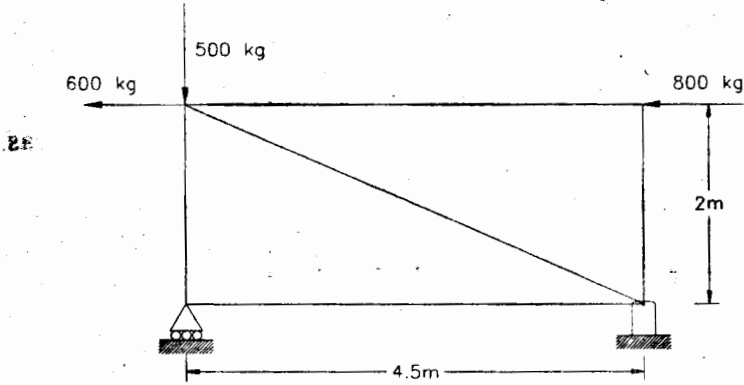
a)



b)

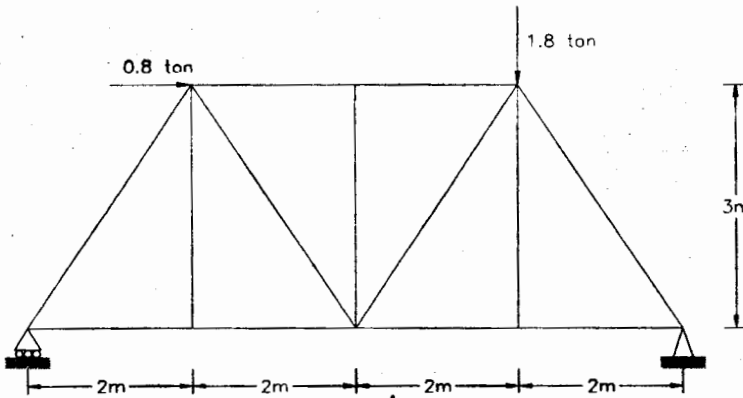
ALBAF

Análisis de Estructuras Isostáticas sometidas a carga axial

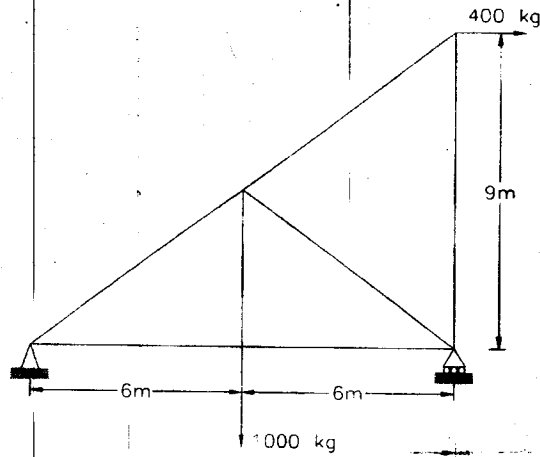


4. Demuestra que la conexión entre la parte superior y la inferior de la estructura es una articulación.

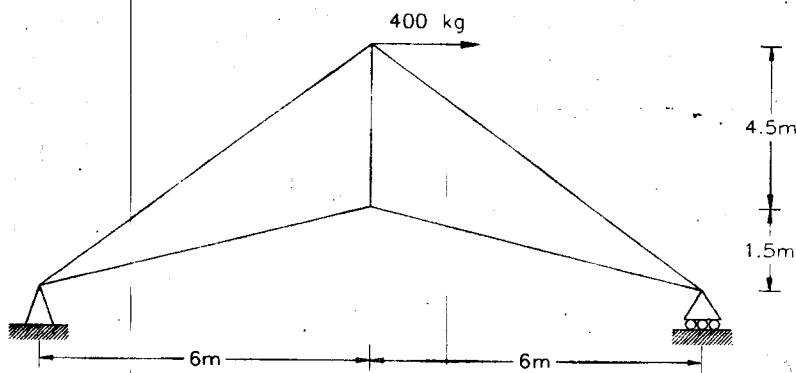
c)



d)

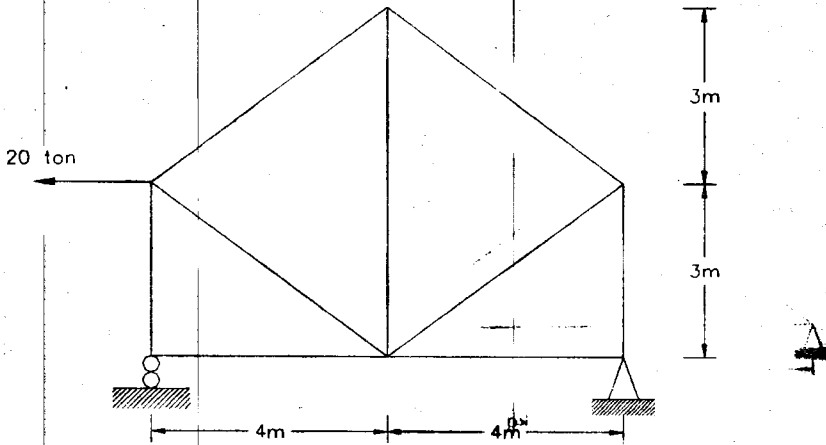


e)



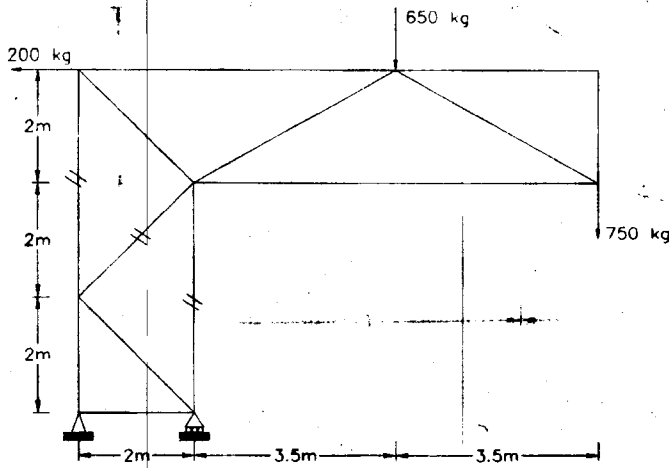
f)

(L)

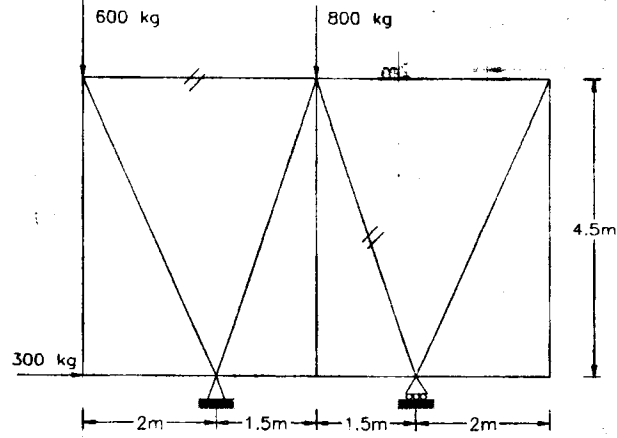


4.7 Calcular las fuerzas internas que actúan en las barras que se indican, que pertenecen a las armaduras de los croquis siguientes. Señale así mismo la naturaleza de esas fuerzas.

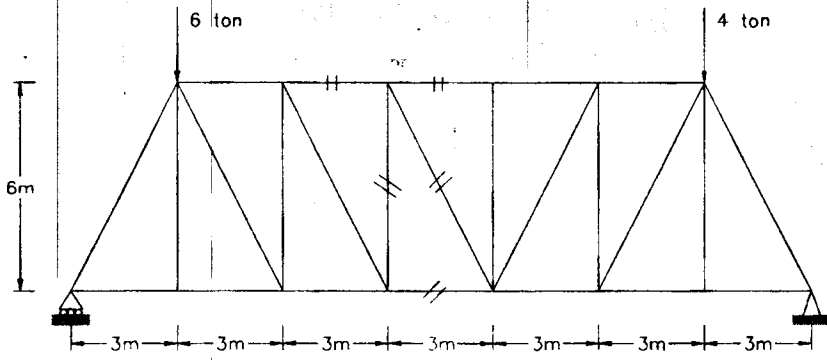
a)



b)

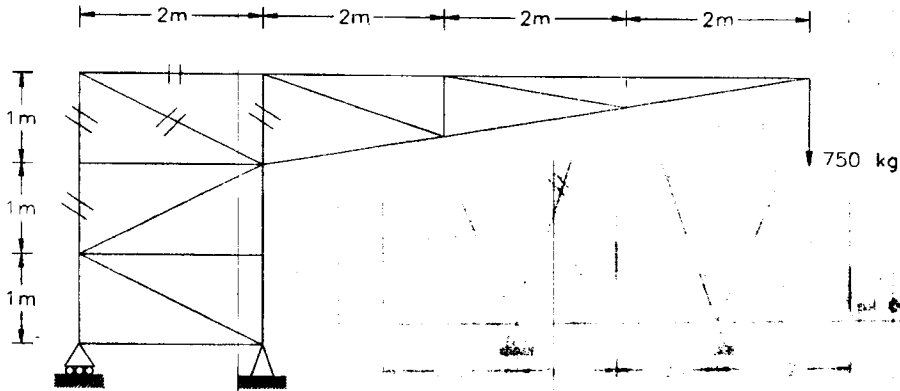


c)



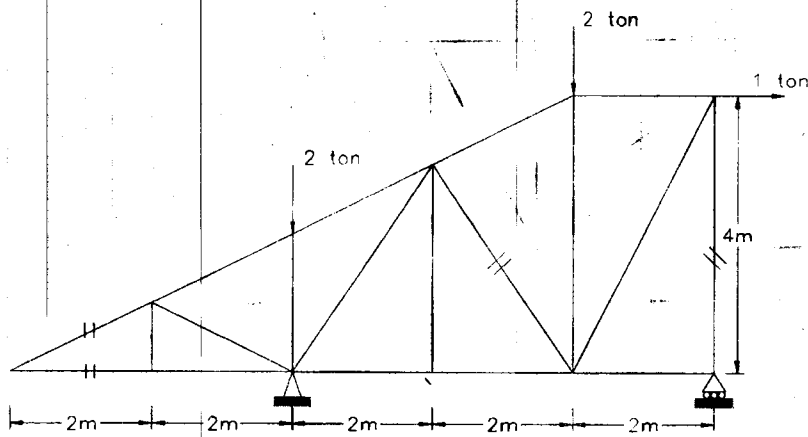
d)

(d)

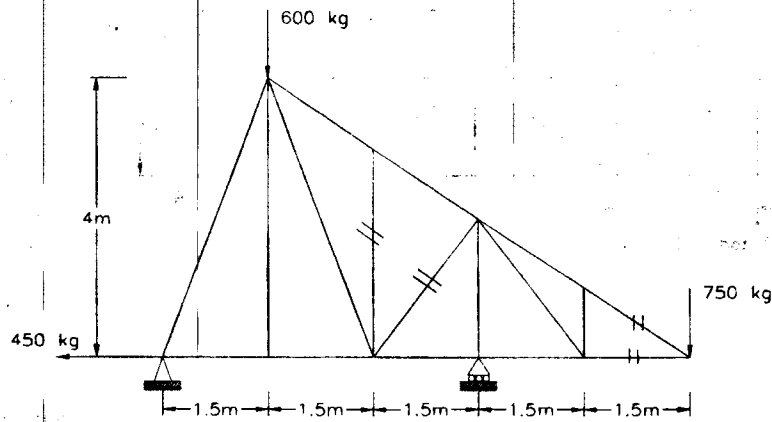


e)

(e)



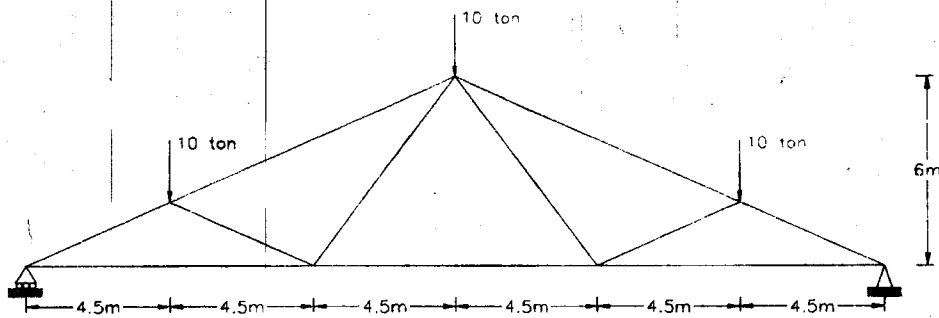
f)



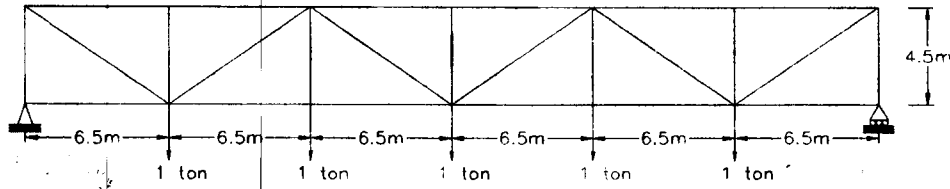
4.8 Aquellos problemas que haya usted resuelto por el método de las juntas o nudos, compruébelos por el método de las secciones.

4.9 Resuelva por medio de algún programa de computadora (por ej. ARMISOS), las siguientes armaduras.

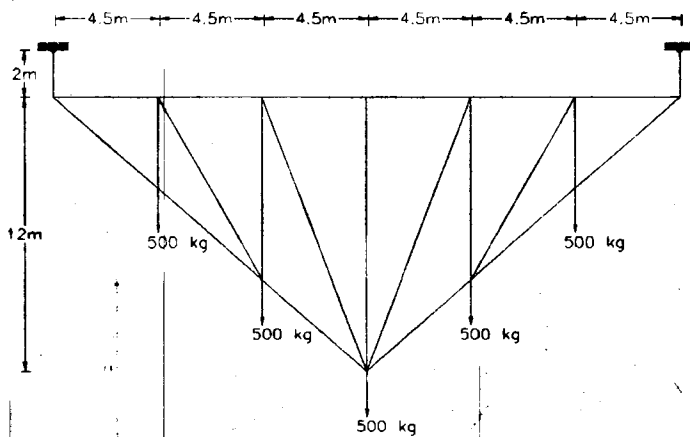
a)



b)

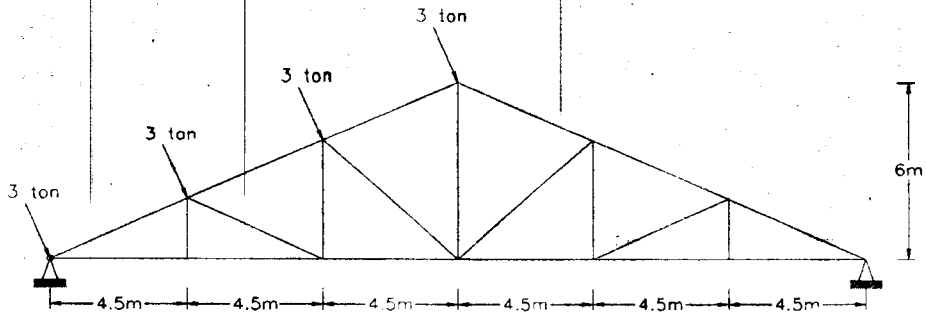


c)



d)

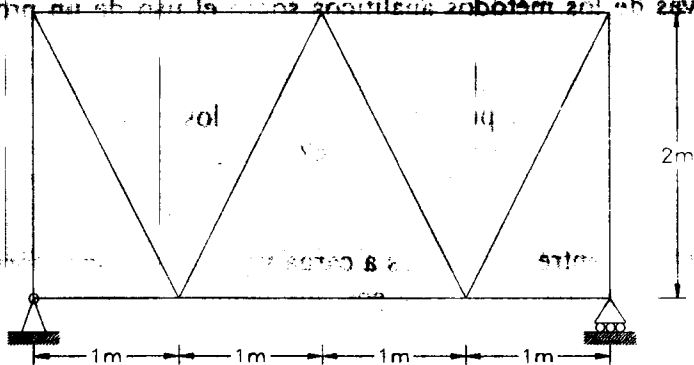
4.11 Se desea obtener la matriz de equilibrio de la estructura de influencia del momento M en la barra de los ejes que se muestra.



4.10 Obtenga la matriz de equilibrio que permita resolver la armadura, ilustrada a continuación para cualquier condición de carga.

G-612373

4.12 Cuáles son las relaciones de los métodos relativos a las matrices de equilibrio de la estructura de influencia del momento M en la barra de los ejes que se muestra.

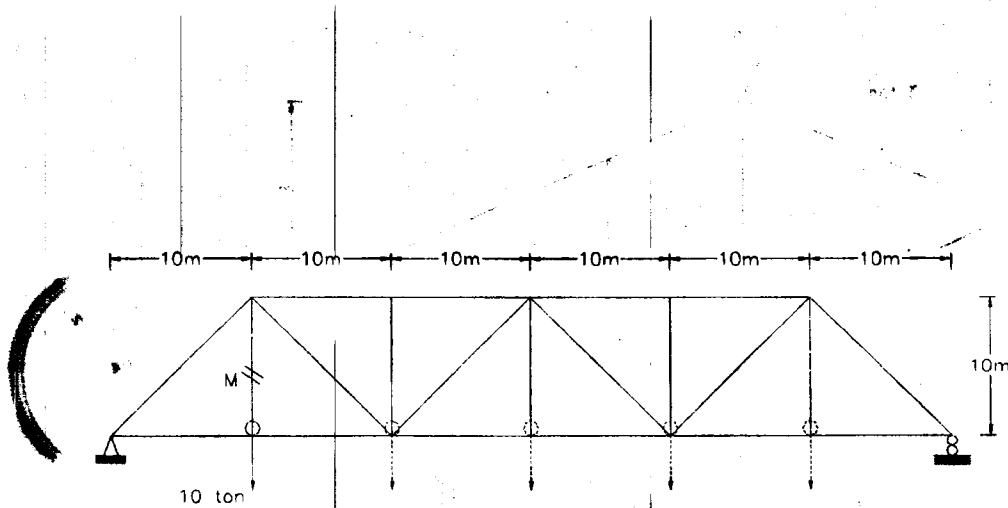


4.13 Para la estructura de influencia del momento M en la barra de los ejes que se muestra, obtener la matriz de equilibrio de la estructura de influencia del momento M en la barra de los ejes que se muestra.

4.14 Para la estructura de influencia del momento M en la barra de los ejes que se muestra, obtener la matriz de equilibrio de la estructura de influencia del momento M en la barra de los ejes que se muestra.

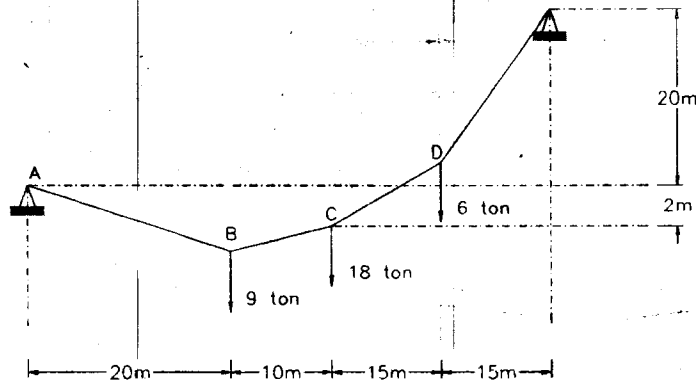
(b)

- 4.11 Si por la línea de influencia del montante M indicado se entiende la gráfica de los valores que adquiere la fuerza axial en éste, para diversas posiciones de la carga móvil indicada, dibújela, aplicando la carga solamente en los nudos del cordón inferior.

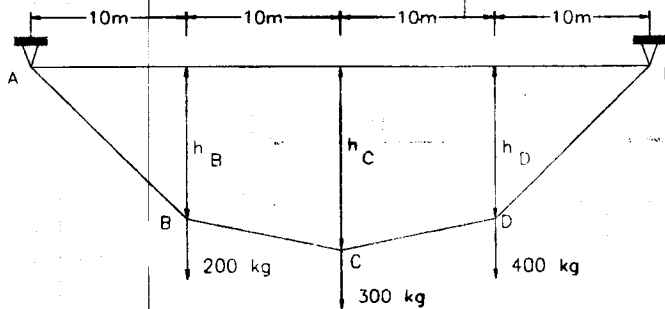


- 4.12 ¿Cuáles son las ventajas relativas de los métodos analíticos sobre el uso de un programa de computadora y cuáles las desventajas?
- 4.13 ¿Cuáles son las ventajas y desventajas que pueden atribuirse a los métodos analíticos de solución de armaduras planas, cuando se les compara entre sí?
- 4.14 Para armaduras de cordones paralelos entre sí y sujetas a carga vertical, deduzca fórmulas que permitan ligar las fuerzas axiales en los miembros con los elementos mecánicos: Fuerza Cortante y Momento Flexionante.

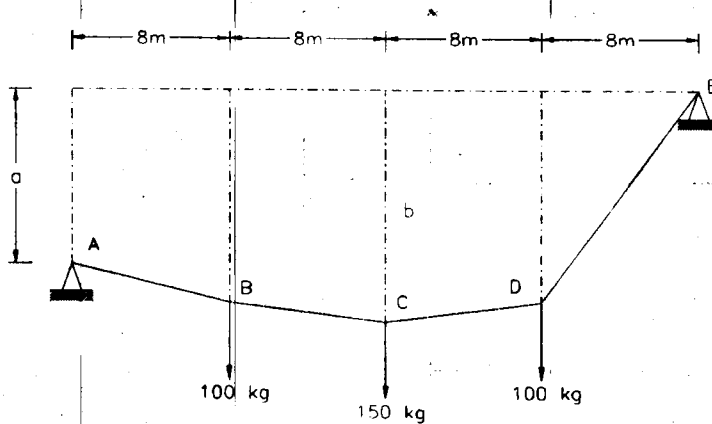
- 4.15 El cable AE soporta tres cargas verticales en los puntos indicados. Si el soporte C está 2.0m por debajo del soporte de la izquierda, determinar las alturas de los puntos B y D y la pendiente y tensión máximas en el cable.



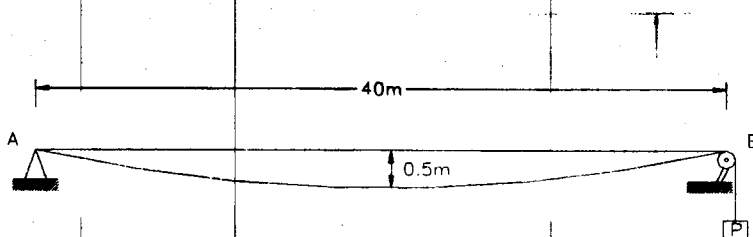
- 4.16 Tres cargas actúan en un cable como está indicado, sabiendo que $h_c = 6m$. determinar las componentes de la reacción en A y las flechas en los puntos B y D.



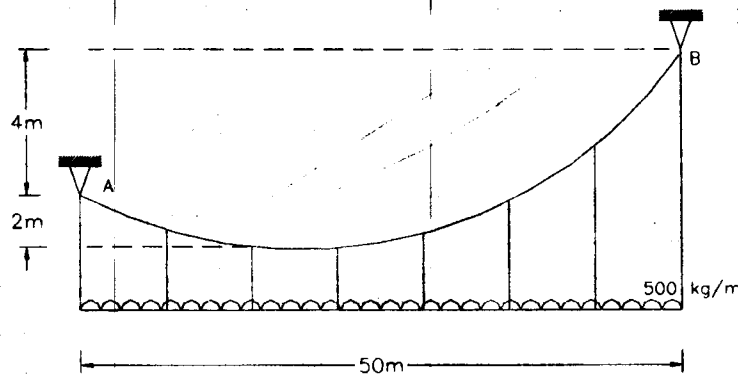
4.17 Calcular la reacción en el apoyo E del cable cargado como se indica en la figura.



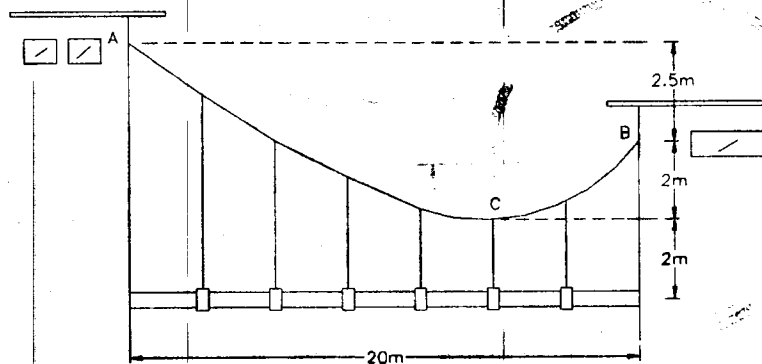
4.18 Un cable ligero que pesa 100 Kg está sujeto en el punto A, pasa por encima de una polea B, y recibe una carga P. Sabiendo que la flecha del cable es 0.5m y suponiéndolo parabólico, determinar la carga P, la pendiente del cable en A y su longitud entre A y B.



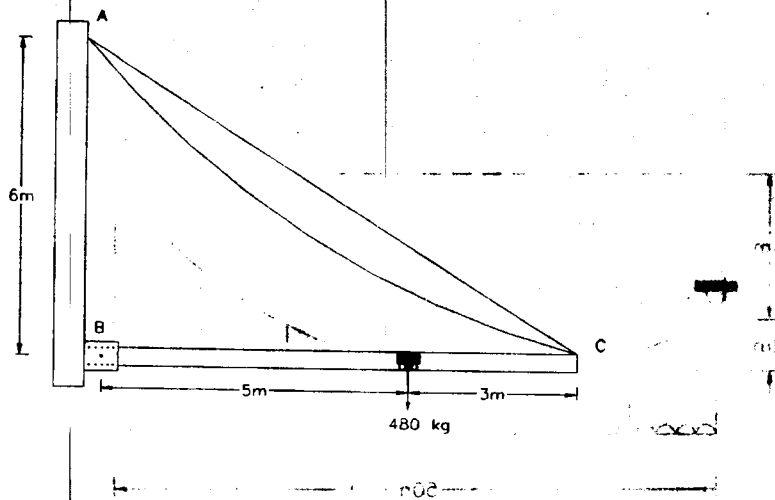
- 4.19 El cable soporta una carga uniformemente repartida a lo largo de la horizontal como se indica. Si el punto inferior del cable está 2m por debajo del soporte A, determinar las tensiones máxima y mínima en el cable.



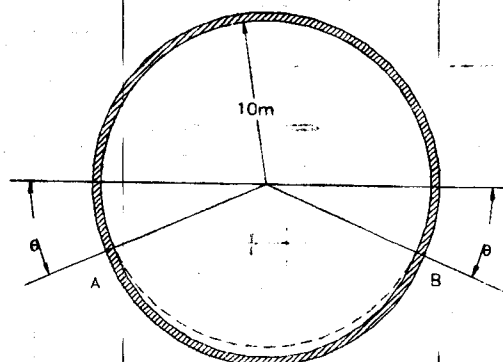
- 4.20 Una tubería que pesa 45 kg./m pasa de un edificio a otro, separados 20m entre sí y está soportada por el sistema de cables indicado. Suponiendo que el peso del sistema de cables sea equivalente a una carga uniformemente distribuida sobre la horizontal de 5 Kg/m, hallar la posición del punto más bajo del cable y la tensión máxima que se presenta en éste.



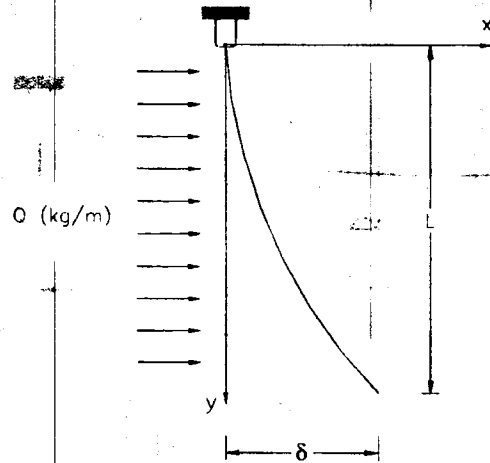
4.21 El cable de la figura pesa 15 Kg. Asumiendo que su peso propio estuviera distribuido uniformemente en la horizontal, calcule las tensiones en A y C, la reacción en B y la flecha de la cuerda.



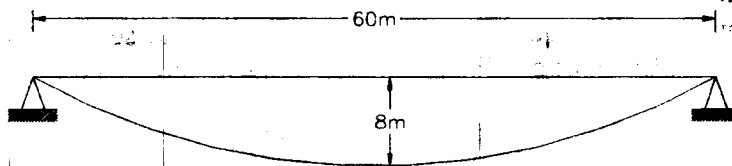
4.22 Un cable de peso 2 Kg/m está montado en un cilindro de modo que despega de éste entre los puntos A y B. Sabiendo que $\theta = 30^\circ$ determinar la longitud del cable y la tensión horizontal.



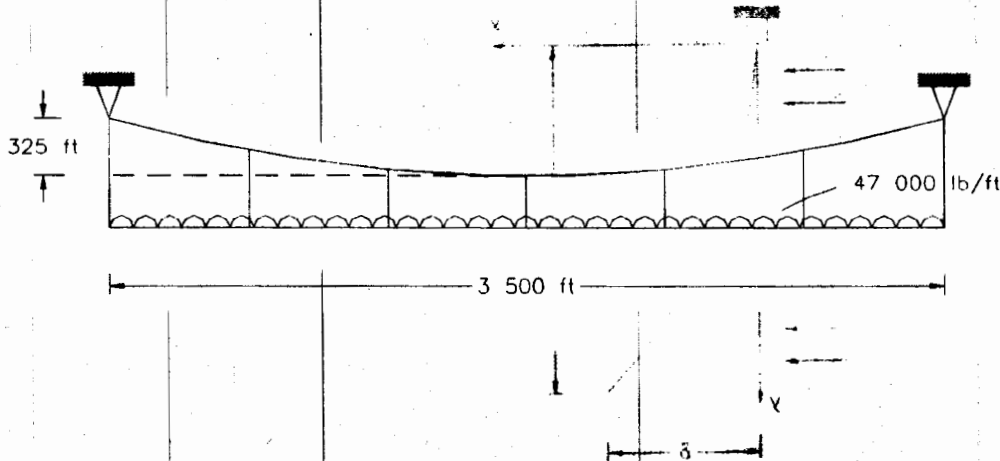
- 4.23 Un cable de longitud L y peso W Kg/m está suspendido en el punto A. El viento que sopla sobre el cable ejerce una carga de Q Kg/m distribuida uniformemente a lo largo de la vertical. Sabiendo que esta carga sea pequeña comparada con W , determinar la ecuación de la curva que corresponda al eje centroidal del cable en tales condiciones.



- 4.24 Un cable uniforme de 5 Kg./m de peso, está suspendido entre dos puntos A y B situados como está indicado. Determinar los valores máximo y mínimo de la tensión en el cable y la longitud del mismo.



- 4.25 Un puente colgante de calzada horizontal está soportado por cuatro cables arreglados en parejas a cada lado de la calzada. El conjunto de éstas soporta una carga de 47000 lb/ft y adopta una flecha de 325 ft. Sabiendo que el claro del puente es 3500 ft., calcule las tensiones extremas y la longitud de cada cable.



- 4.26 Cada uno de los cables de una línea de transmisión pesa 0.500 Kg/m. Si desea salvarse un claro a 1000 Kg, calcule la longitud del cable necesaria para tales efectos.

- 4.27 Un cable pesa 5 lb/ft y cubre un claro horizontal de 1000 ft. Si acusa una flecha de 300 ft, halle su longitud y las tensiones en los apoyos, sabiendo que éstos están a nivel.

- 4.28 Un cable pesa 4 Kg/m, cubre un claro de 200 m y sus apoyos están situados a 20m de desnivel. La flecha que adopta determina que el punto inferior del mismo se encuentra a 20 m por debajo del apoyo menos alto. En estas condiciones, calcule las tensiones en los extremos y la longitud del cable.

- 4.29 Deduzca, a partir de la concepción teórica de un cable flexible, la ecuación diferencial de éste. Considere cualquier condición de carga.

- 4.30 Justifique la denominación de cable parabólico, para cuerdas flexibles cargadas uniformemente según la horizontal.
- 4.31 Escriba un programa de computadora para valuar la longitud de un cable parabólico.
- 4.32 ¿La catenaria puede aproximarse utilizando el cable parabólico análogo? ¿Bajo que condiciones?
- 4.33 Establezca la ecuación y elementos del cable parabólico, usando un sistema de referencia colocado en el apoyo más alto y con eje xx' horizontal.
- 4.34 Establezca la teoría de la catenaria.

4.30 Justificar la denominación de "estructuras isostáticas" para las estructuras flexibles con cargas

4.31 Justificar la denominación de "estructuras hiperestáticas" para las estructuras flexibles con

4.32 Las estructuras hiperestáticas presentan un número de reacciones de apoyo superior al número

4.33 Las estructuras hiperestáticas presentan un número de reacciones de apoyo superior al número

RESPUESTAS

TEMA I

- 1.5 Fuerzas distribuidas continuamente.
- 1.6 Fuerzas distribuidas continuamente.
- 1.7 Son fuerzas variables.
- 1.8 Si y es una fuerza valuable utilizando la ley de la Gravitación Universal.
- 1.9 No, es una fuerza generada por contacto directo entre viento y anuncio.
- 1.10 Si.
- 1.11 El mismo que el de la persona respecto a la tierra (con la 3ª ley de Newton).
- 1.12 No, son aceleraciones inducidas a los cuerpos por movimientos generalmente de zonas de la corteza terrestre.
- 1.13 Es una acción por contacto.
- 1.14 Para efectos prácticos puede considerarse concentrada.
- 1.15 Fuerzas uniformemente distribuidas hacia arriba y la fuerza que ejerce el viento sobre la persona y el paracaídas.
- 1.16 No es posible en virtud de la 3ª. Ley de Newton.
- 1.17 Rugosa.
- 1.18 Si y es fricción viscosa entre el aire y dicho cuerpo.
- 1.19 Si, $h \leq \frac{wb}{2F}$
- 1.29 $T=80 \text{ kg. } R=170 \text{ Kg.}$
- 1.30 $T_1 = T_2 = 500 \text{ Kg.}$
- 1.31 $T = \frac{w}{2 \sin \theta}$

$$1.32 \quad T_{AC} = w \cos \alpha ; T_{BC} = w \operatorname{sen} \alpha$$

$$1.33 \quad P = 35.26 \text{ Kg.}$$

$$1.34 \quad f = \frac{L}{2\sqrt{4\left(\frac{w_D}{w_B}\right)^2 - 1}} \quad f \text{ existe sólo si } w_D > \frac{w_B}{2}$$

$$1.35 \quad P = 173.2 \text{ Kg.}$$

$$1.36 \quad \alpha = 16^\circ 22'$$

$$1.37 \quad T_{BD} = 1.414 w$$

$$1.38 \quad R_{A/c} = R_{B/c} = 182.75 \text{ Kg. ; } H_A = H_B = 104.42 \text{ Kg. ; } V_A = V_B = 250 \text{ Kg.}$$

$$1.39 \quad \alpha = \beta = 45^\circ ; T = 707.16 \text{ Kg.}$$

$$1.40 \quad \theta = 46^\circ 07' ; H_A = 1037.5 \text{ Kg. ; } R_B = 1441 \text{ Kg.}$$

$$1.41 \quad P = 104.29 \text{ Kg.}$$

$$1.42 \quad T_A = 2.854 \text{ Ton (tensión) ; } C_B = 4.615 \text{ Ton (compresión)}$$

$$1.43 \quad R = 1250 \text{ t}$$

$$\bar{x} = 609.20 \text{ cm.}$$

$$\bar{y} = 680 \text{ cm.}$$

El valor de la carga uniforme por el área y estaría en el centroide de la planta

$$1.44 \quad M_A = 3.6 \text{ Ton-m}$$

$$1.45 \quad R = 110600 \text{ Kg.}$$

$$\bar{x} = 625.95 \text{ cm.}$$

$$\bar{y} = 656.96 \text{ cm.}$$

TEMA II

2.1 $T_1 = T_2 = 10 \text{ Kg}$.

2.2 $P = \frac{W}{3} \downarrow$; $\bar{x} = \frac{3}{4}L - \frac{3}{2}a$

2.3 $R_A = 51.875 \text{ Ton} \uparrow$, $T_{BC} = 26.875 \text{ Ton} \downarrow$

2.4 $R_A = 100 \text{ Ton} \downarrow$, $R_B = 120 \text{ Ton} \uparrow$

2.5 $R_A = 900 \text{ Kg} \uparrow$; $T_{CE} = 720 \text{ Kg} \downarrow$

2.6 $R_1 = R_2 = 16 \text{ Ton} \uparrow$; porque no existen fuerzas horizontales externas.

2.7 $T = 1500 \text{ Kg} \uparrow$; $\alpha_2 = 38^\circ 42'$

2.8 $R_A = R_B = 150 \text{ Kg} \uparrow$

2.9 $W_{C \text{ max}} = 8.67 \text{ Ton} \downarrow$

2.10 $x = 1.595 \text{ m}$; si, debe ser horizontal.

2.11 $V_A = \frac{W}{8}(8-x) \uparrow$, $H_A = \frac{1}{6}Wx \rightarrow$, $T_{BC} = \frac{5}{24}Wx$ ←

2.12 $V_A = 7 \text{ Ton} \uparrow$; $H_A = 8 \text{ Ton} \leftarrow$; $V_B = 8 \text{ Ton} \uparrow$

2.13 $V_A = 15 \text{ Ton} \uparrow$; $H_A = 12 \text{ Ton} \rightarrow$; $M_A = 87.5 \text{ Ton} \cdot \text{m}$ ↙

2.14 $H_A = 325 \text{ Kg} \rightarrow$; $V_B = 600 \text{ Kg} \uparrow$; $H_B = 75 \text{ Kg} \leftarrow$

2.15 $V_A = \frac{Pb}{L}$; $V_B = \frac{Pa}{L}$

2.16 a) $V_A = 5.14 \text{ Ton} \uparrow$, $V_B = 6.86 \text{ Ton} \uparrow$

b) $V_A = 4 \text{ Ton} \downarrow$, $V_B = 14 \text{ Ton} \uparrow$

c) $V_A = 24 \text{ Ton} \uparrow$, $V_B = 8 \text{ Ton} \downarrow$

2.17 $V_A = 8.58 \text{ Ton} \uparrow$, $V_B = 11.42 \text{ Ton} \uparrow$

2.18 a) $V_A = 9.46 \text{ Ton } \uparrow$; $V_B = 4.04 \text{ Ton } \uparrow$

b) $V_A = 1.73 \text{ Ton } \uparrow$; $V_B = 4.27 \text{ Ton } \uparrow$

c) $V_A = 3.80 \text{ Ton } \uparrow$; $V_B = 4.20 \text{ Ton } \uparrow$

d) $V_A = 4.75 \text{ Ton } \uparrow$; $V_B = 5.25 \text{ Ton } \uparrow$

2.19 $V_A = 7.50 \text{ Ton } \uparrow$; $V_C = 2.50 \text{ Ton } \uparrow$; $T = 1.875 \text{ Ton}$.

2.25

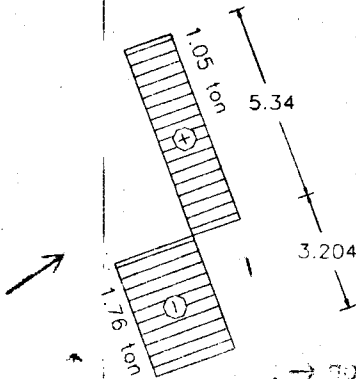
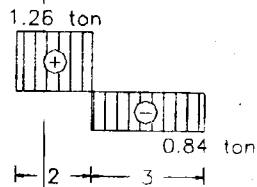
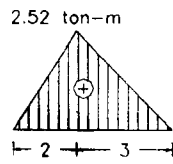


Diagrama de fuerzas cortantes



TEMA III

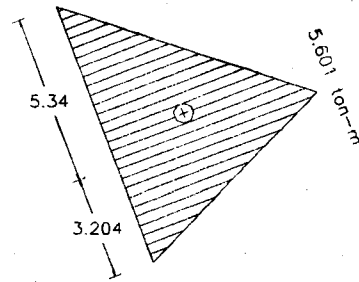


Diagrama de momentos flexionantes

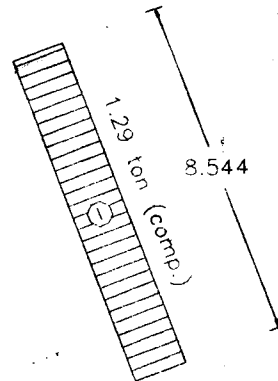
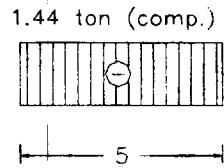


Diagrama de fuerza normal

2.26 $T_{AE} = 2200 \text{ Kg } \uparrow$; $T_{BF} = 950 \text{ Kg } \downarrow$; $V_C = 1950 \text{ Kg } \uparrow$

2.27 $V_A = 275 \text{ Kg } \uparrow$; $V_B = 245 \text{ Kg } \uparrow$; $T_c = 200 \text{ Kg } \uparrow$

2.28 $T_A = 456 \text{ Kg } \uparrow$; $V_C = 624 \text{ Kg } \uparrow$; $T_E = 120 \text{ Kg } \uparrow$

TEMA III

$$3.1 \quad V_A = \frac{Pb}{L} \uparrow; V_B = \frac{Pa}{L} \uparrow$$

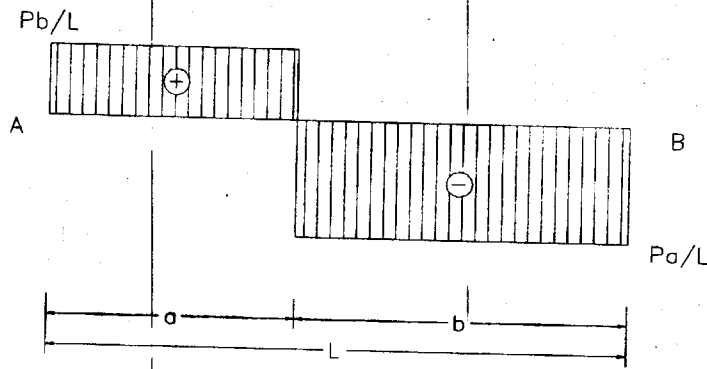


Diagrama de fuerzas cortantes

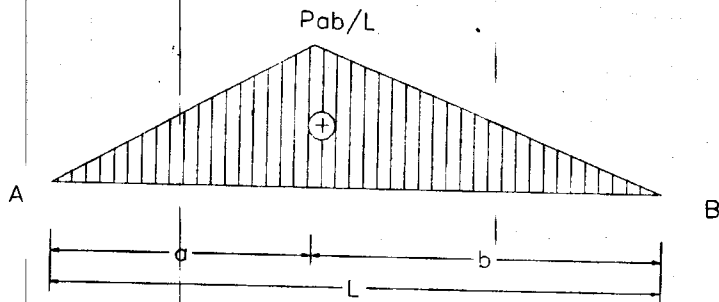


Diagrama de momentos flexionantes

3.2 $V_A = V_B = \frac{wL}{2}$ ↑; $H_B = 0$

↑ $H_B = 0$ ↑ $V_A = \frac{wL}{2}$ ↓ $V_B = \frac{wL}{2}$

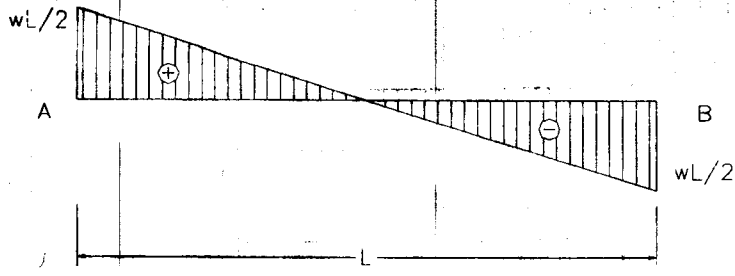


Diagrama de fuerzas cortantes

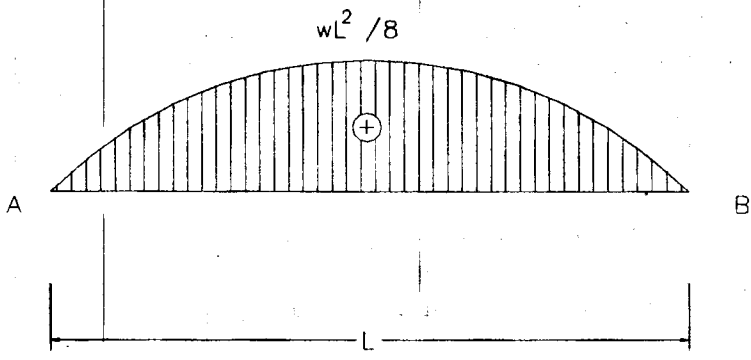
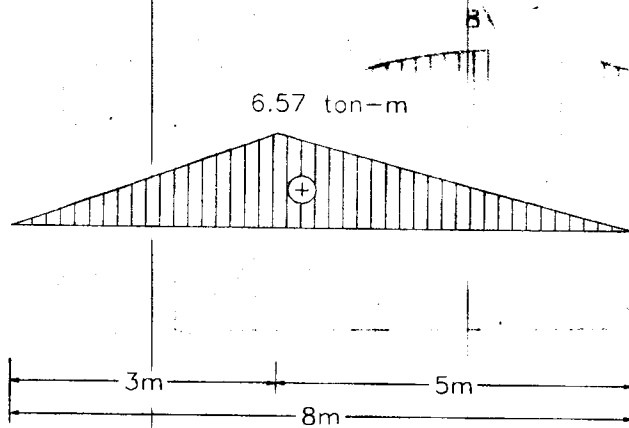
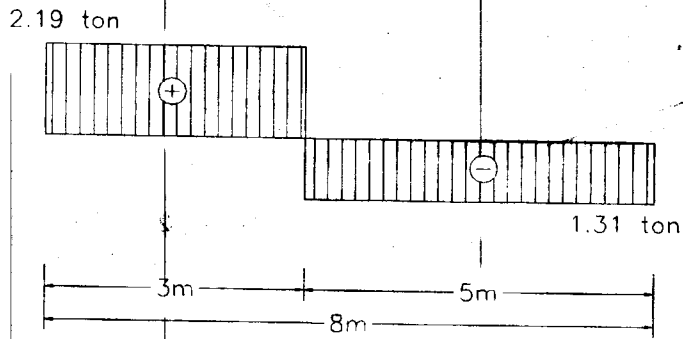


Diagrama de momentos flexionantes

3.3 $V_A = 2.1875 \text{ Ton } \uparrow$; $V_B = 1.3125 \text{ Ton } \uparrow$

$0 = H$ $\frac{1}{2} = N = N$



3.4 $V_B = P \uparrow$; $H_B = 0$; $M_B = PL \downarrow$

$M : 0$ \uparrow $V :$

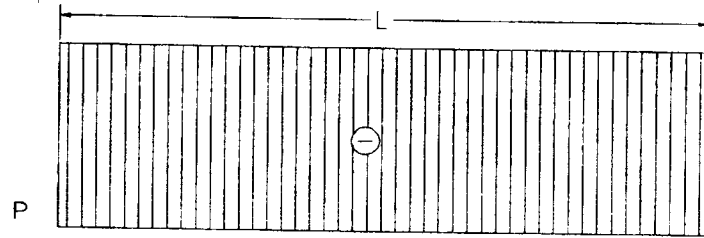


Diagrama de fuerzas cortantes

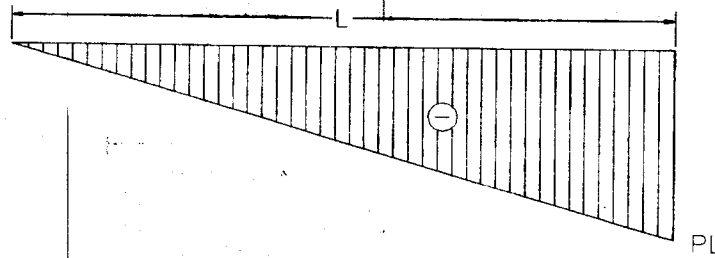


Diagrama de momentos flexionantes

$$3.5 V_B = wL \uparrow ; H_B = 0 ; M_B = \frac{wL^2}{2} \curvearrowright$$

$$3.4 V_B = wL \uparrow ; H_B = 0 ; M_B = \frac{wL^2}{2} \curvearrowright$$

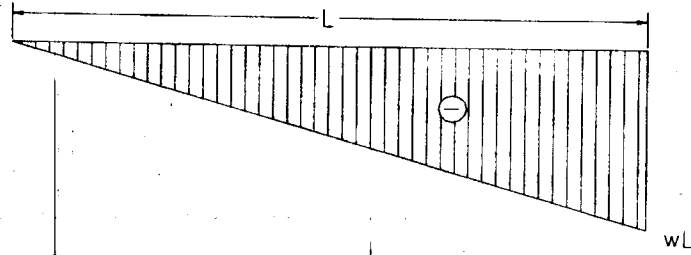


Diagrama de fuerzas cortantes

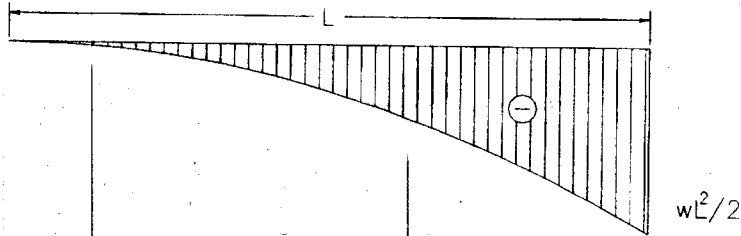


Diagrama de momentos flexionantes

3.6 $V_A = 10.5 \text{ Ton } \uparrow$; $H_A = 0$; $\hat{M}_A = 27.75 \text{ T-m}$

$H_B = 10.5 \text{ Ton } \leftarrow$; $\hat{M}_B = 31.8 \text{ T-m}$

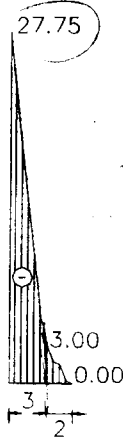


Diagrama de momentos flexionantes

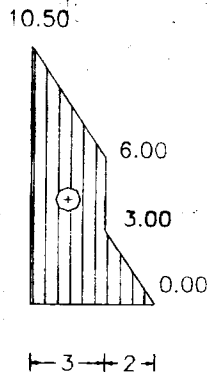


Diagrama de fuerzas cortantes

3.7 $V_A = 8.18 \text{ Ton } \uparrow$; $H_A = 0.90 \text{ Ton } \rightarrow$; $V_B = 7.88 \text{ Ton } \uparrow$

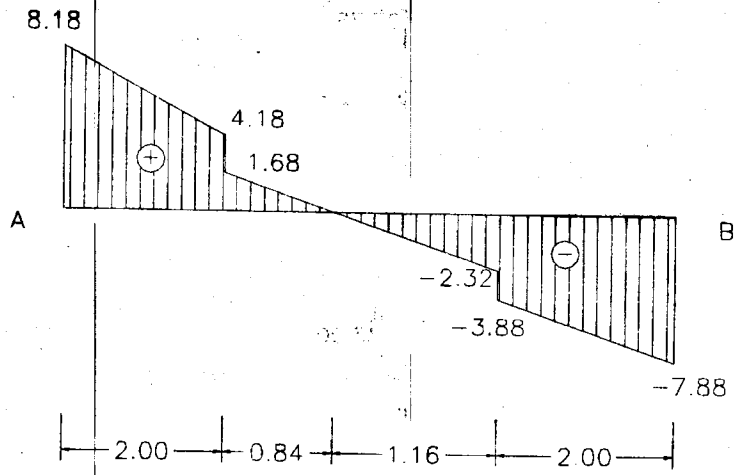


Diagrama de fuerzas cortantes

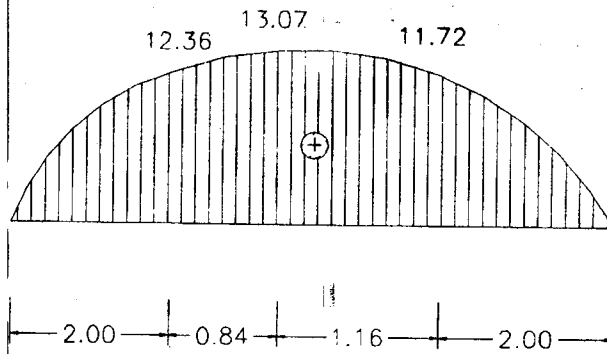


Diagrama de momento flexionante

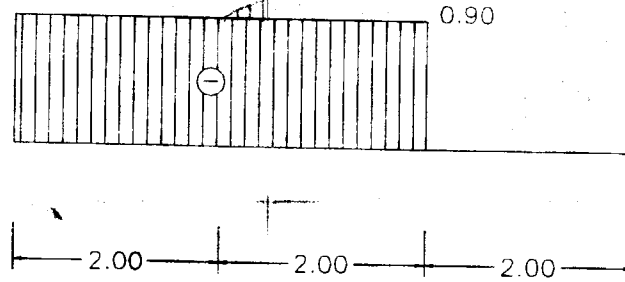


Diagrama de fuerza normal

$$3.8 \quad V_A = \frac{wL}{6} \uparrow ; \quad V_B = \frac{wL}{3} \uparrow$$

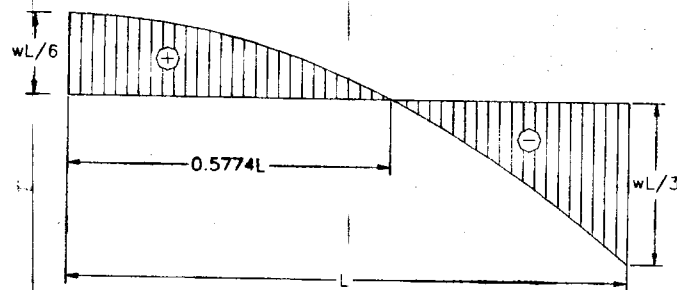


Diagrama de fuerza cortante

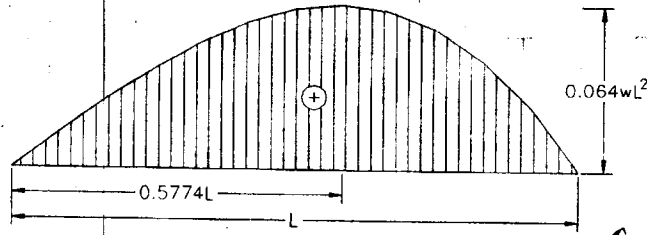


Diagrama de momentos flexionantes

3.9 $V_A = 2.917 \text{ Ton } \uparrow$; $H_A = 0$; $V_B = 3.958 \text{ Ton } \uparrow$

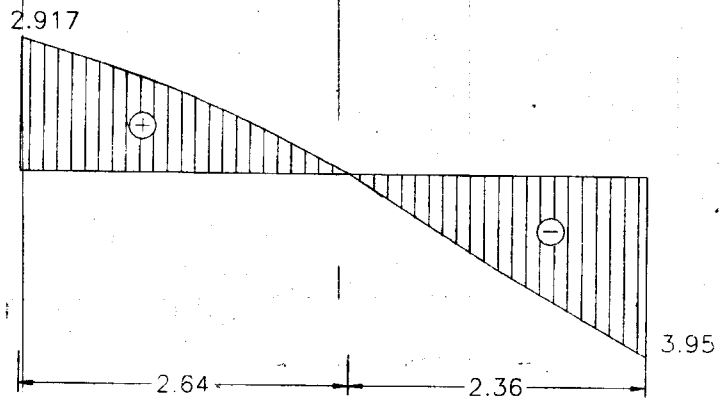


Diagrama de fuerzas cortantes

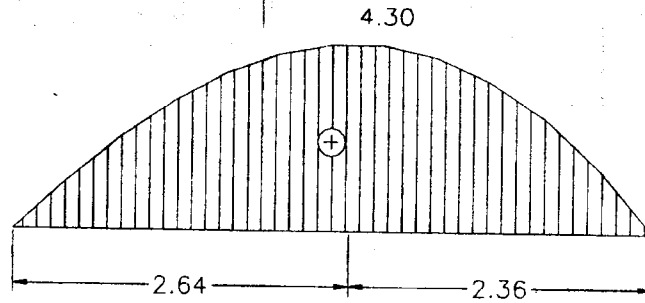


Diagrama de momentos flexionantes

3.10 $V_A = 13.3 \text{ Ton } \uparrow$; $V_B = 11.3 \text{ Ton } \uparrow$

$\uparrow \text{ noT } AF = +V$; $\uparrow \text{ noT } OS = -V$ U.E

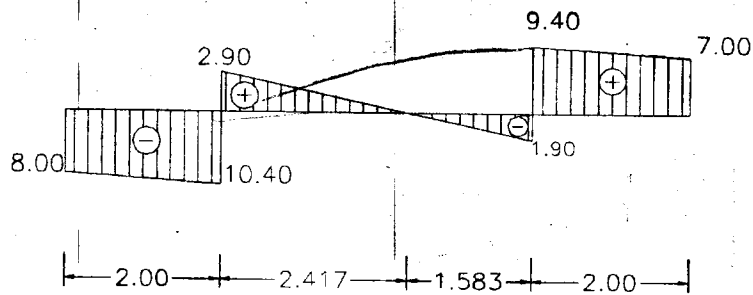


Diagrama de fuerzas cortantes

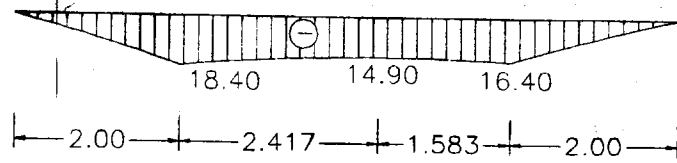


Diagrama de momentos flexionantes

$$\uparrow \sum M = 0 \Rightarrow \uparrow \sum V = 0$$

3.11 $V_A = 20.342 \text{ Ton } \uparrow$; $V_B = 14. \text{ Ton } \uparrow$

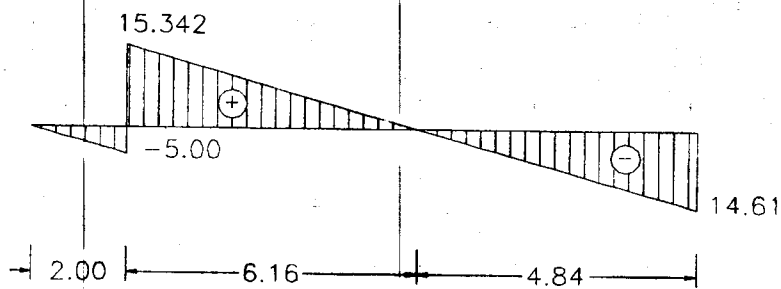


Diagrama de fuerzas cortantes

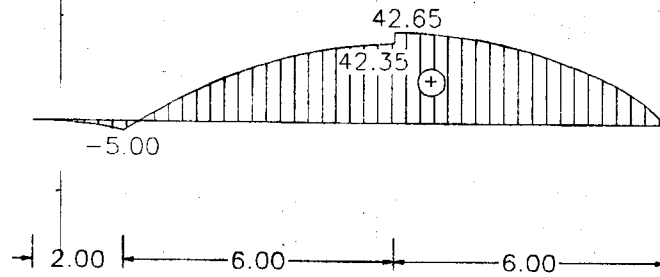


Diagrama de momento flexionante

$$3.14 \quad V_B = wL \uparrow ; H_B = 0 ; M_B = \frac{wL^2}{2} \downarrow$$

$$3.15 \quad V_A = \left(3w + \frac{2}{3}P_1 + \frac{\sqrt{3}}{6}P_2 \right) \uparrow ; H_A = \frac{P_2}{2} \rightarrow ; V_B = \left(3w + \frac{P_1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}P_2 \right) \uparrow$$

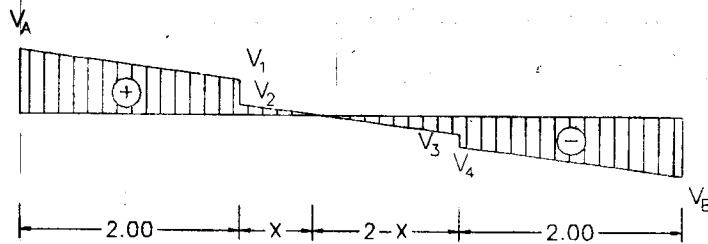


Diagrama de fuerzas cortantes

donde $x = 1 - \frac{P_1}{3w} + \frac{\sqrt{3}P_2}{6w}$

$$V_a = 3w + \frac{2}{3}P_1 + \frac{\sqrt{3}}{6}P_2$$

$$V_1 = w + \frac{2}{3}P_1 + \frac{\sqrt{3}}{6}P_2$$

$$V_2 = w - \frac{P_1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6}P_2$$

$$V_3 = -w - \frac{P_1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6}P_2$$

$$V_4 = -w - \frac{P_1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}P_2$$

$$V_B = -3w - \frac{P_1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}P_2$$

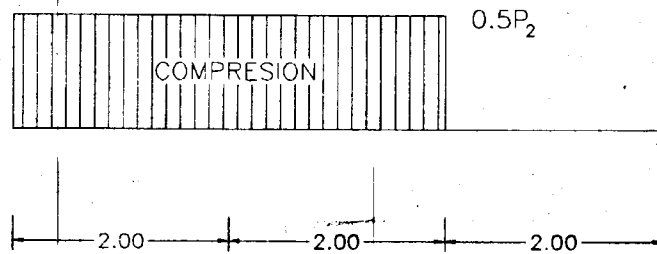


Diagrama de fuerza normal

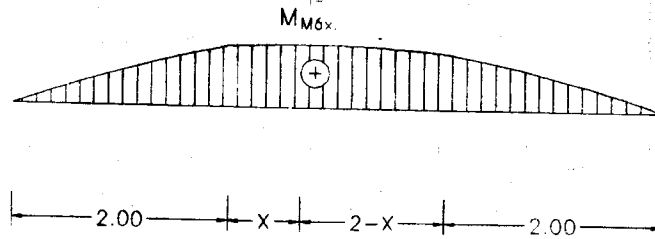


Diagrama de momentos flexionantes

Donde $x = 1 - \frac{P_1}{3w} + \frac{\sqrt{3} P_2}{6w}$

$$N_{max} = 4w + \frac{4P_1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} P_2 + \left(w - \frac{P_1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6} P_2 \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1}{6w} + \frac{\sqrt{3} P_2}{12w} \right)$$

3.16 $V_A = V_B = 5.6 \text{ Ton } \uparrow$

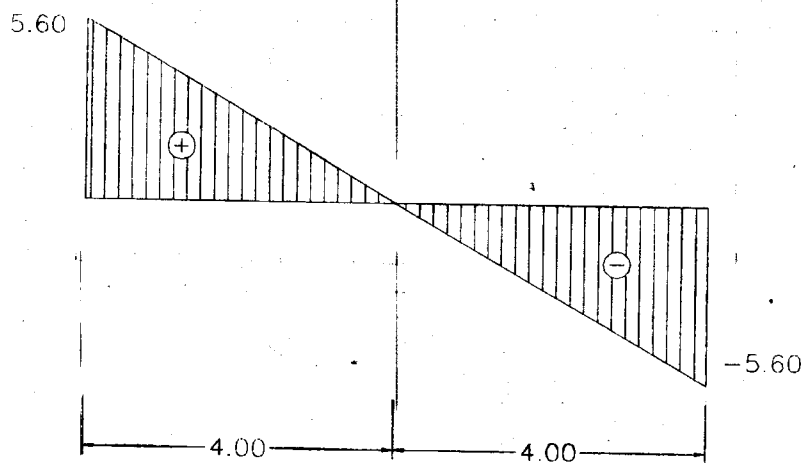


Diagrama de fuerza cortante

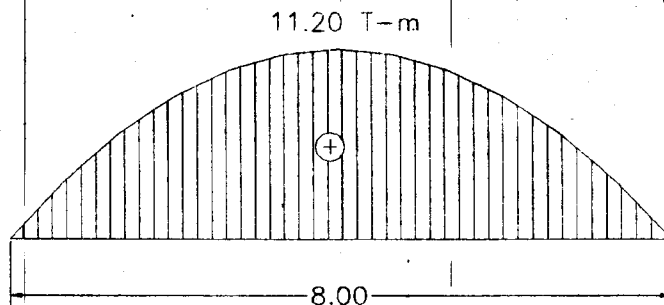


Diagrama de momentos flexionantes

3.17 $w = 1.649 \text{ T/m}$

3.18 $P_1 = 3 \text{ Ton } \downarrow$; $P_2 = 7 \text{ Ton } \downarrow$

3.19 $w_{AC} = 0$; $w_{CD} = 1.514 \text{ T/m}$; $w_{DB} = 0$

3.20 $V_A = V_D = 5 \text{ Ton } \uparrow$; $H_A = 0$

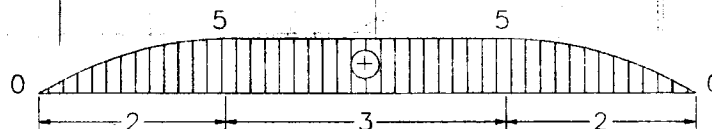
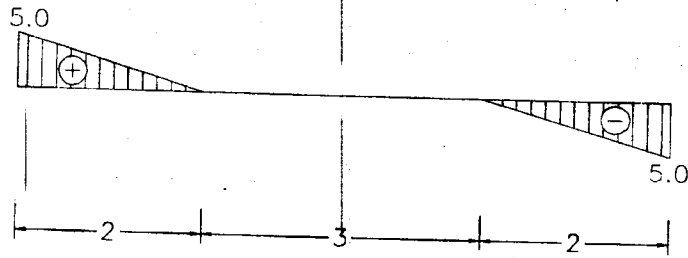


Diagrama de momentos flexionantes



$3.22 \quad V_A = 40 \text{ Ton} \uparrow ; M_A = 520 \text{ T-m}$

Diagrama de fuerzas cortantes

3.21 $V_C = H_C = 0 ; M_C = M \quad \checkmark$

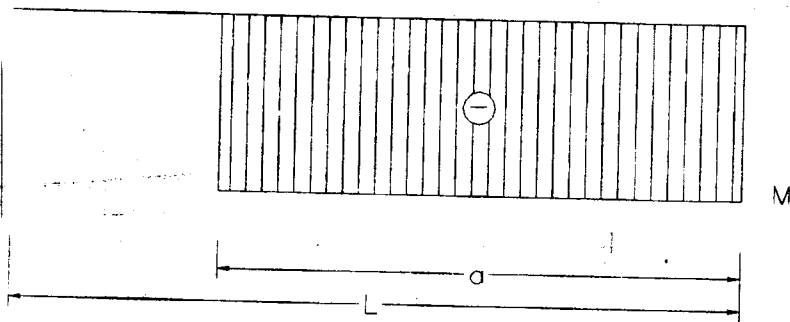


Diagrama de momentos flexionantes

El diagrama de fuerza cortante es nulo.

3.22 $V_A = 40 \text{ Ton } \uparrow$; $M_A = 250 \text{ T-m } \curvearrowleft$

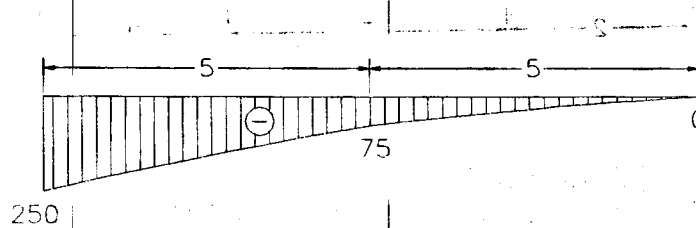


Diagrama de momentos flexionantes

✓ $M = M_0 - V_0 x = 0 \Rightarrow H = V$ I.E.

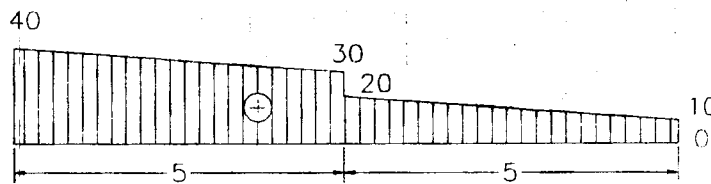


Diagrama de fuerzas cortantes

3.23 $V_A = 1 \downarrow$; $V_B = 2 \uparrow$; $V_D = 1 \uparrow$

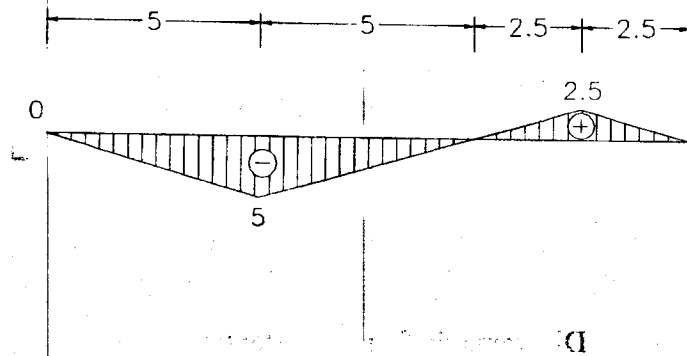


Diagrama de momentos flexionantes

3.24 $V_A = 7.55 \text{ Ton } \uparrow$; $V_B = 7.15 \text{ Ton } \uparrow$

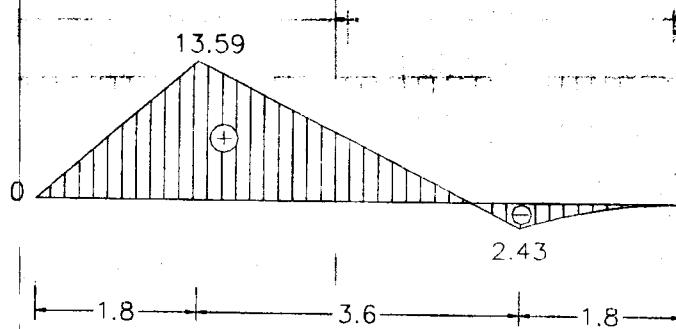
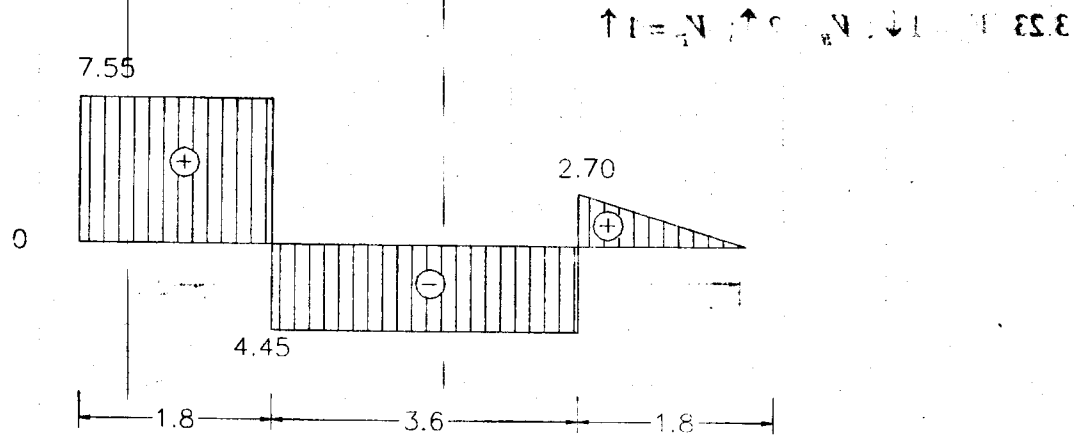


Diagrama de momentos flexionantes

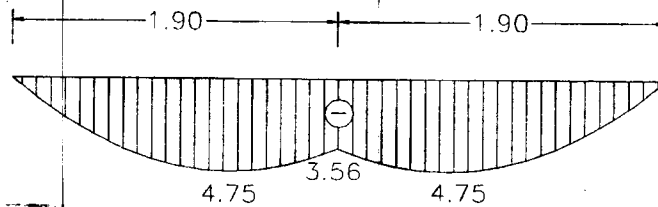


3.25 $P = 9.80 \text{ Ton } \uparrow$

3.26 $w_{\text{react.}} = 5.921 \text{ T/m } \uparrow$

Diagrama de momentos flexionantes

$\uparrow \sum M = 7.12 \text{ Ton } \uparrow$



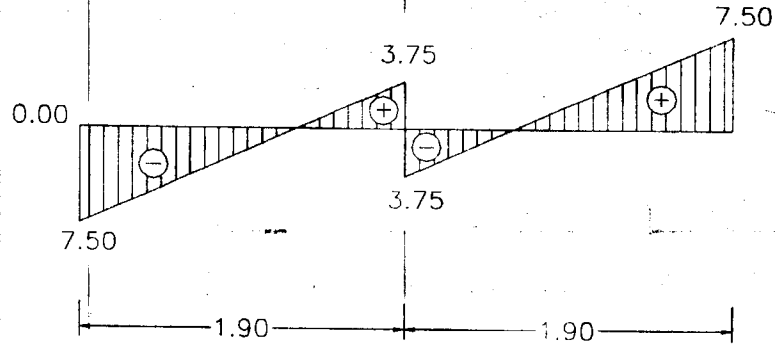


Diagrama de fuerzas cortantes

$3.27 \text{ w react.} = 4.571 \text{ T/m } \uparrow$

$\int M dx = H \uparrow dw = \dots$

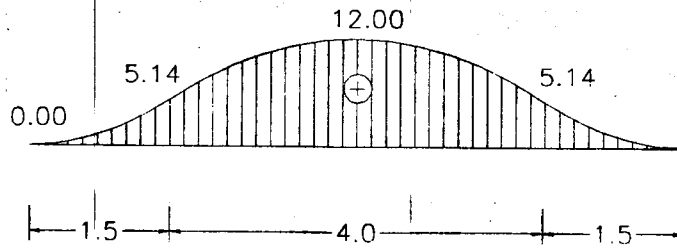


Diagrama de momentos flexionantes

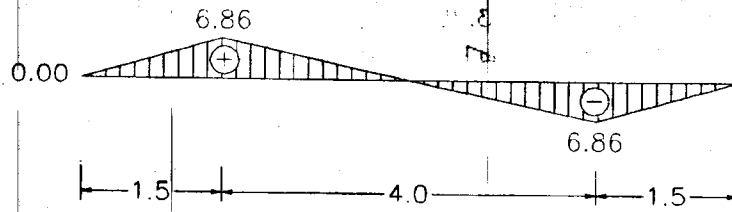
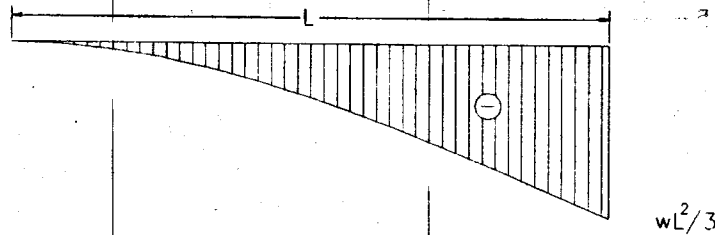


Diagrama de fuerzas cortantes

3.28 $V_E = \frac{wL}{2} \uparrow; H_B = 0; M_B = \frac{wL^2}{3} \curvearrowright$

$\uparrow m \uparrow \uparrow \uparrow = \text{positivo}$



Diagramas de momentos flexionantes

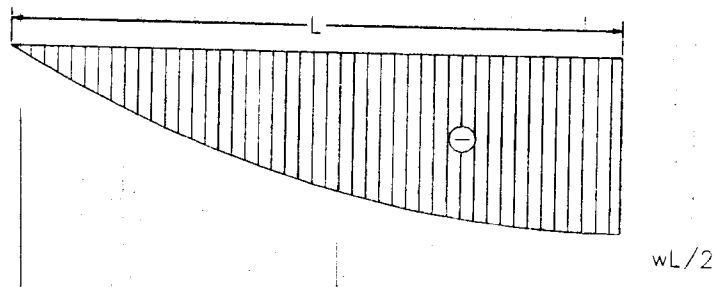


Diagrama de fuerzas cortantes

3.29 $V_A = 1.67 \text{ Ton } \uparrow$; $H_A = 5 \text{ Ton } \leftarrow$; $V_D = 8.33 \text{ Ton } \uparrow$

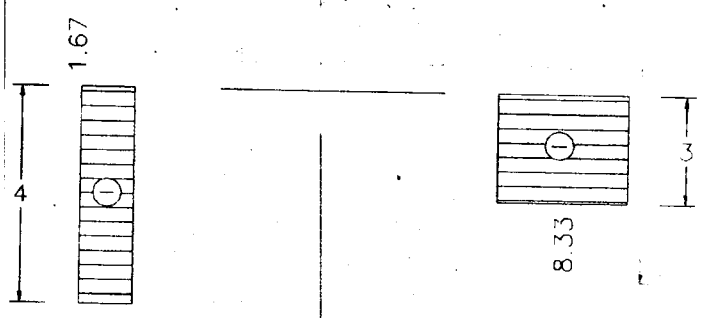


Diagrama de fuerza normal

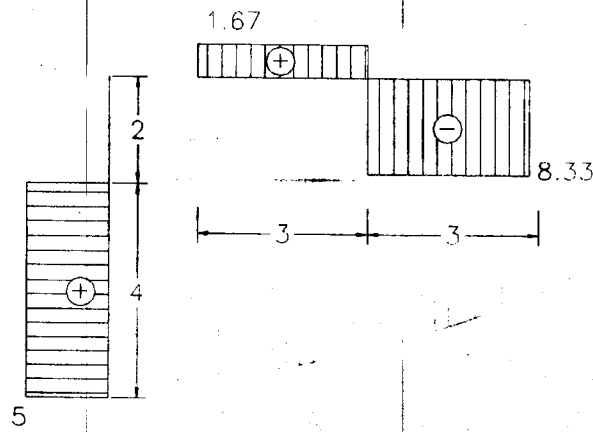


Diagrama de fuerzas cortantes

$$\uparrow \text{noT } 2.88 = \text{noT } V \rightarrow \text{noT } ? = H \uparrow \text{noT } 2.88 = \text{noT } 2.88$$

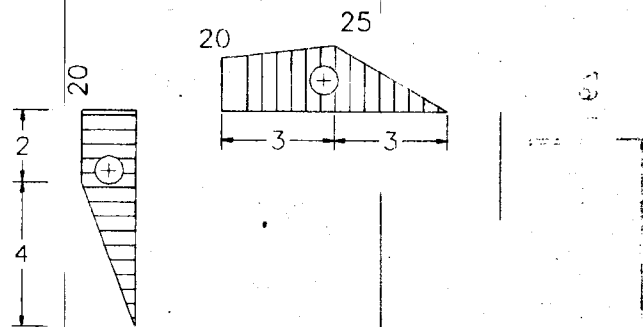


Diagrama de momentos flexionantes

3.30 $V_A = 10 \text{ Ton } \uparrow$; $H_A = 20 \text{ Ton } \rightarrow$; $V_C = 10 \text{ Ton } \downarrow$; $H_C = 20 \text{ Ton } \rightarrow$

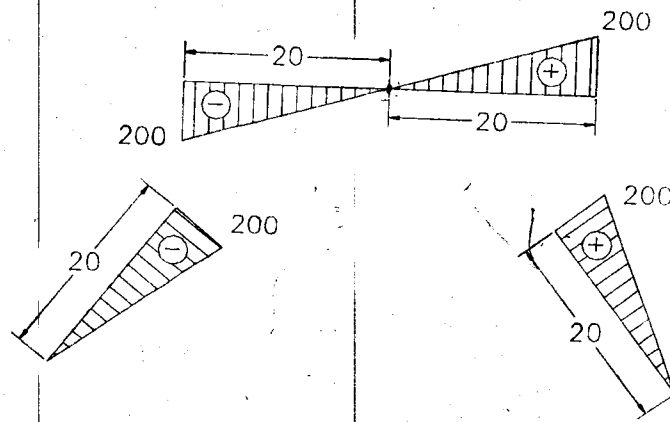


Diagrama de momentos flexionantes

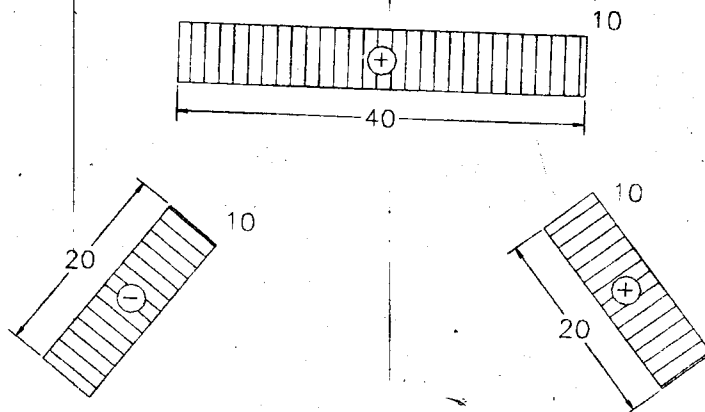


Diagrama de fuerzas cortantes

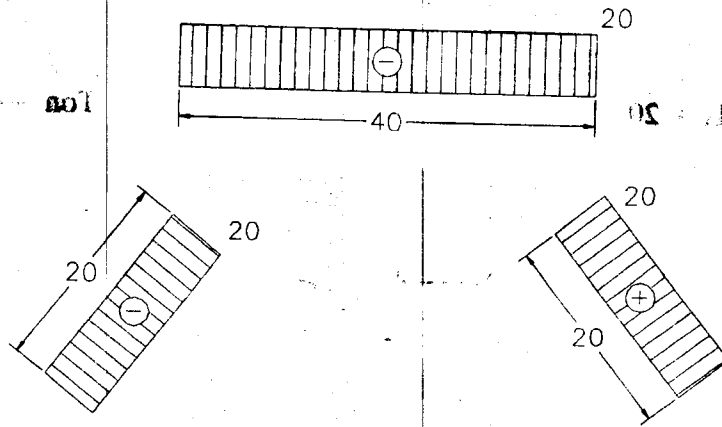


Diagrama de fuerza normal

$3.31 \quad V_A = 1.33 \text{ Ton } \uparrow ; H_A = 0 ; M_A = 2.0 \text{ T-m } \downarrow ; V_B = 2.67 \text{ Ton } \uparrow$

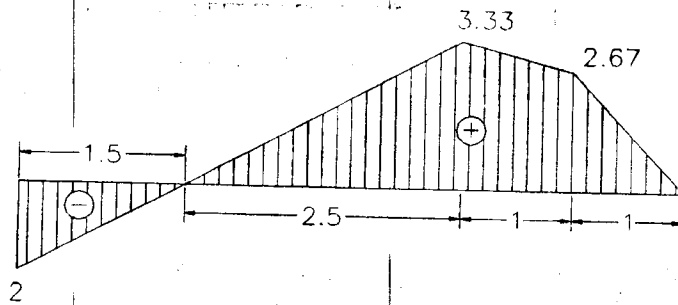


Diagrama de momentos flexionantes

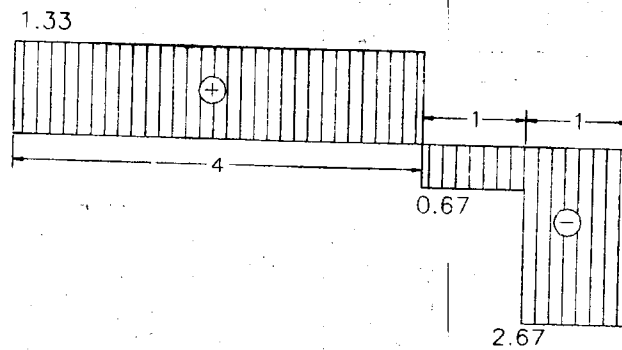


Diagrama de fuerzas cortantes

3.32 $V_A = 1.5 \text{ Ton } \uparrow$; $H_A = 0.5 \text{ Ton } \rightarrow$; $V_E = 0.5 \text{ Ton } \uparrow$; $H_E = 0.5 \text{ Ton } \leftarrow$

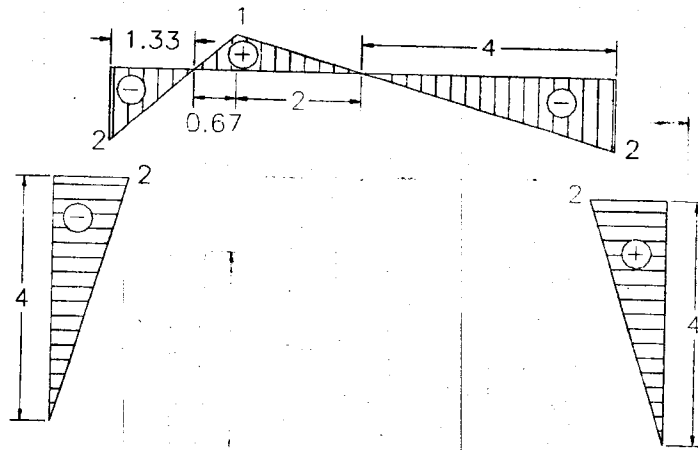


Diagrama de momentos flexionantes

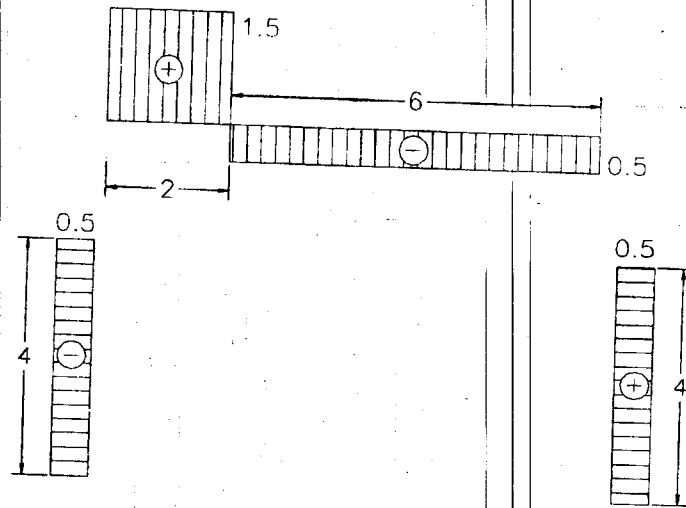


Diagrama de fuerzas cortantes

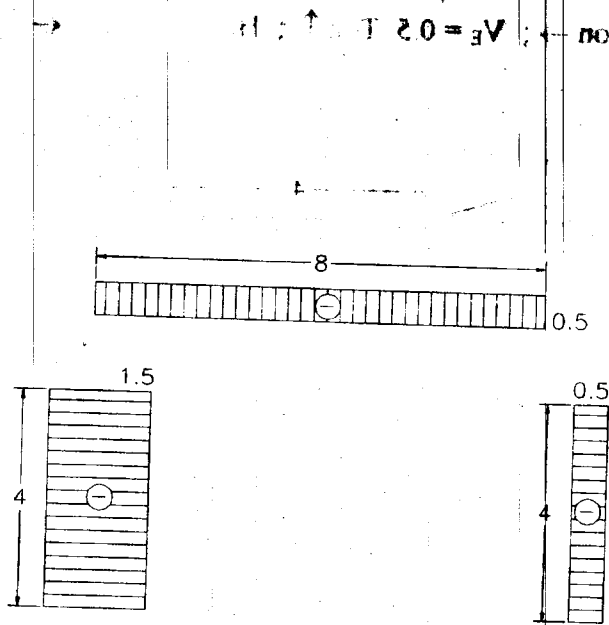


Diagrama de fuerza normal

3.33 a) $V_A = 47.5 \text{ Ton } \uparrow$; $V_B = 42.5 \text{ Ton } \uparrow$; $T = 15 \text{ Ton}$

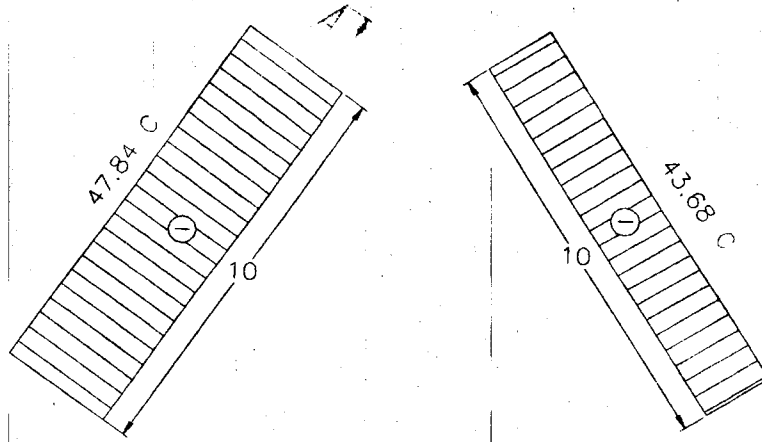


Diagrama de fuerza normal

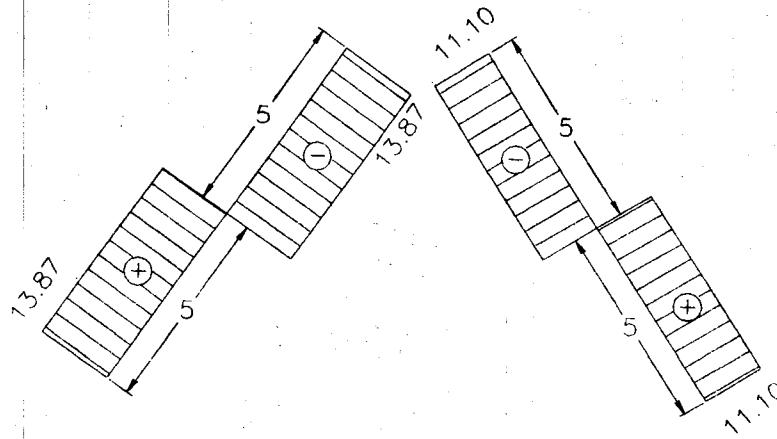


Diagrama de fuerzas cortantes

$\sum M = T \cdot \uparrow$; $\sum V = 0$; $\sum H = 0$

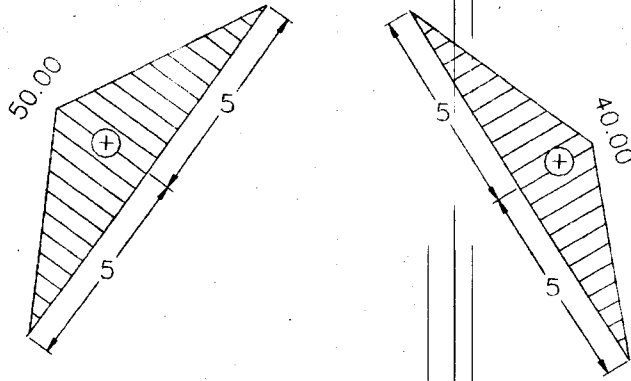


Diagrama de momentos flexionantes

b) $V_A = 25.2 \text{ Ton } \downarrow$; $H_A = 3.6 \text{ Ton } \leftarrow$; $R_B = 6 \text{ Ton}$; $T = 30 \text{ Ton}$

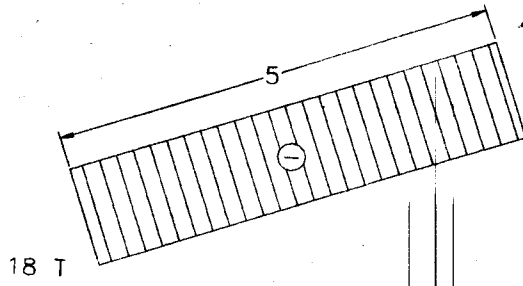


Diagrama de fuerza normal

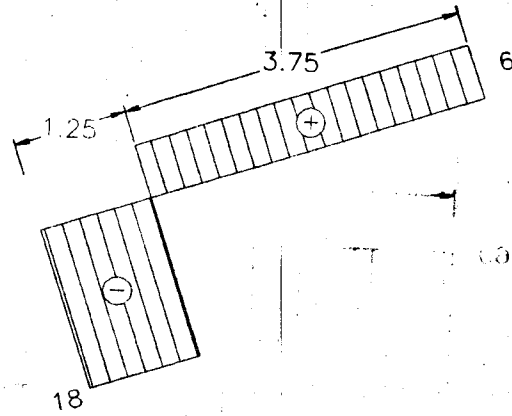


Diagrama de fuerzas cortantes.

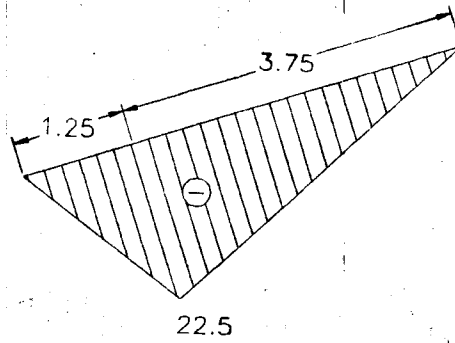


Diagrama de momentos flexionantes

c) $V_A = 260 \text{ Kg } \uparrow$; $V_B = 140 \text{ Kg } \uparrow$

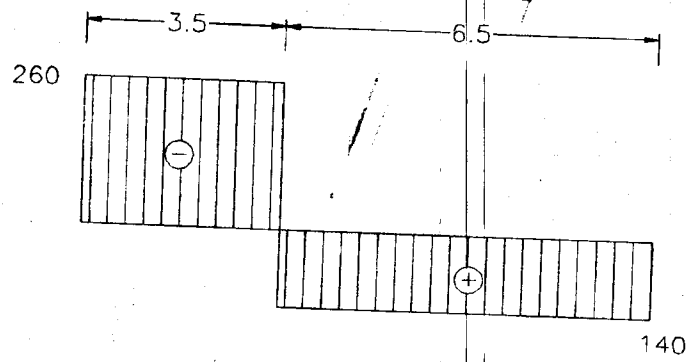


Diagrama de fuerzas cortantes

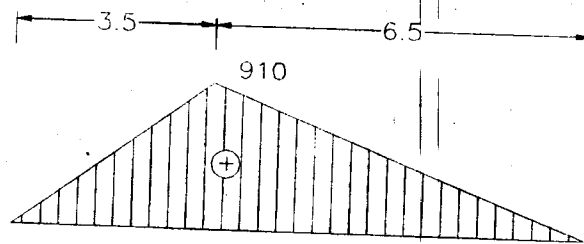


Diagrama de momento flexionante

d) $V_A = 250 \text{ Kg } \uparrow$; $H_A = 54.125 \text{ Kg } \leftarrow$; $V_B = 250 \text{ Kg } \uparrow$; $H_B = 54.125 \text{ Kg } \rightarrow$;
 $T_1 = 250 \text{ Kg}$; $T_2 = 433 \text{ Kg}$.

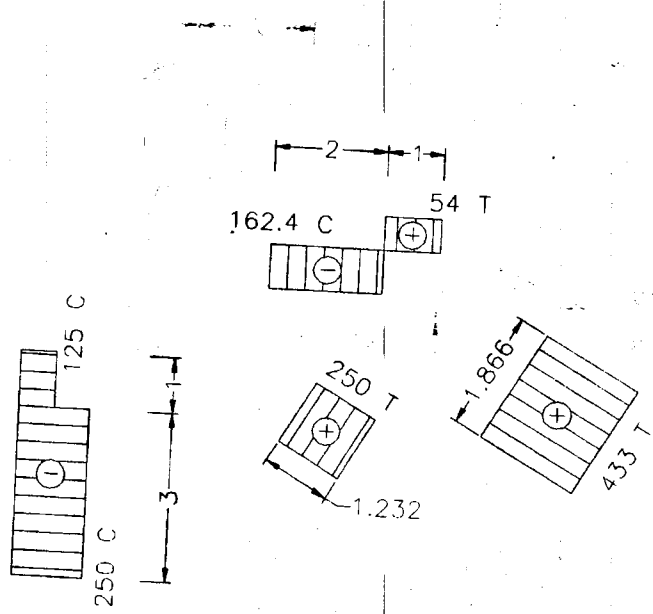


Diagrama de fuerza normal

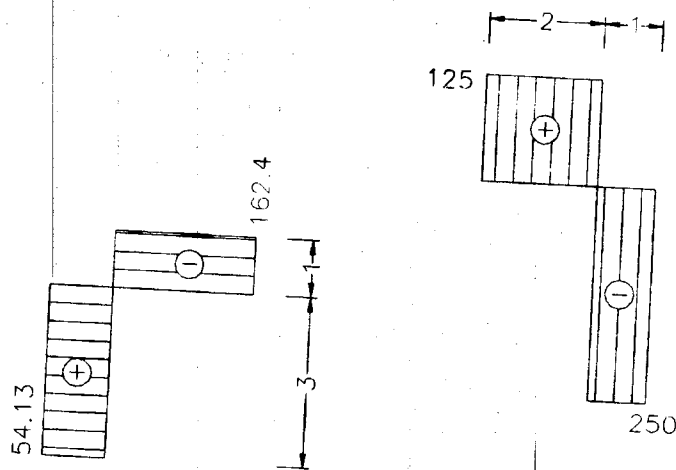


Diagrama de fuerzas cortantes

$V_A = 220 \text{ Kg}$ $H_A = 24152 \text{ Kg}$ $V_B = 220 \text{ Kg}$ $H_B = 24152 \text{ Kg}$

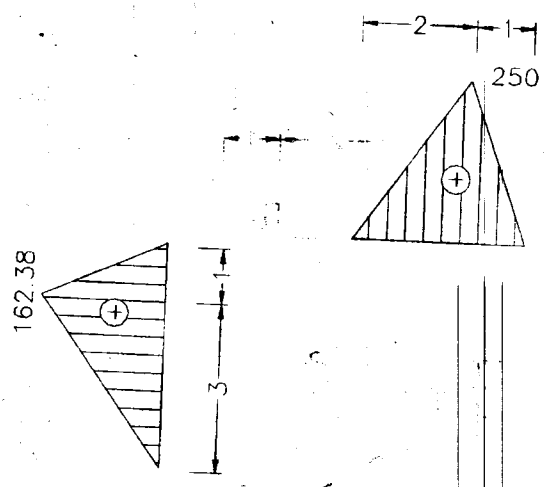


Diagrama de momentos flexionantes

e) $V_A = 14 \text{ Ton } \uparrow$; $H_A = 0$; $M_A = 4 \text{ T-m}$; $T = 6 \text{ Ton}$

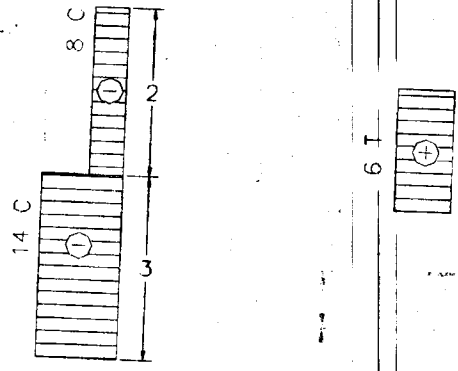


Diagrama de fuerza normal

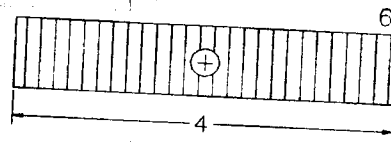
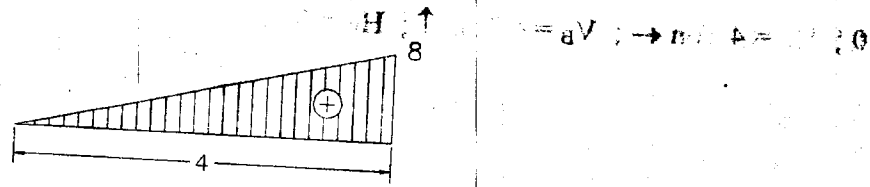


Diagrama de fuerzas cortantes

Diagrama de momentos

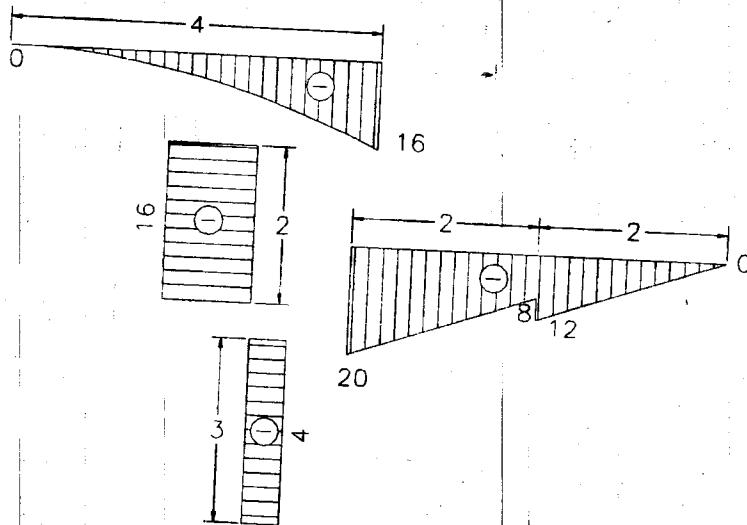


Diagrama de momentos flexionantes

3.34 a) $V_A = 0$; $H_A = 4 \text{ Ton} \leftarrow$; $V_B = 4 \text{ Ton} \uparrow$; $H_B = 0$

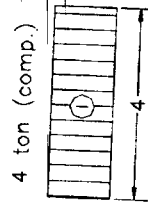


Diagrama de fuerza normal

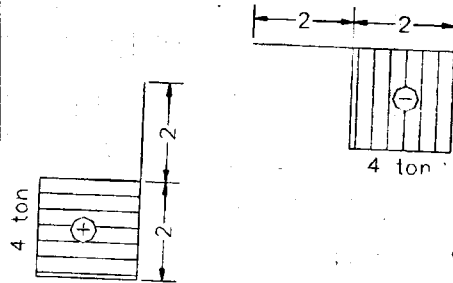


Diagrama de fuerza cortante

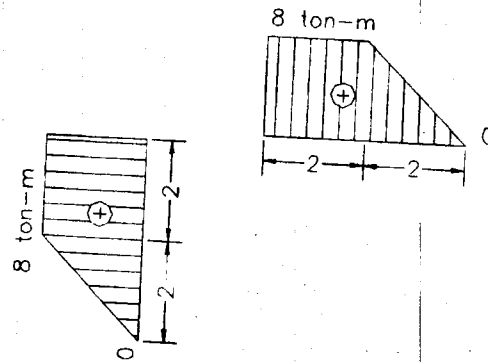


Diagrama de momentos flexionantes

b) $V_A = 4 \text{ Ton } \downarrow$; $H_A = 0$; $V_B = 4 \text{ Ton } \uparrow$; $H_B = 8 \text{ Ton } \leftarrow$ X

3

3

6

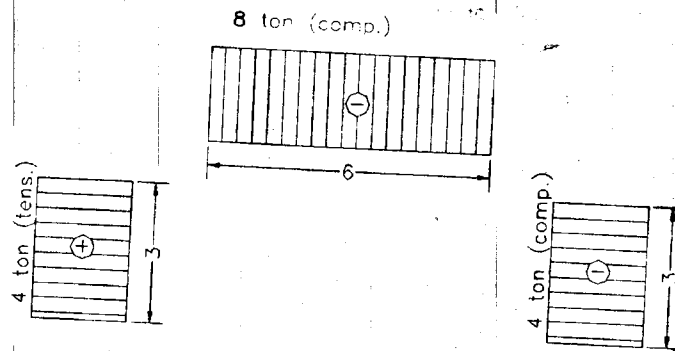


Diagrama de fuerza normal

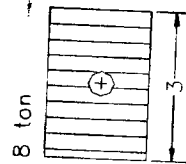
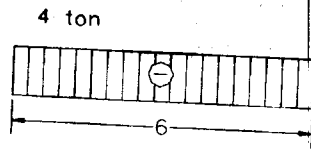


Diagrama de fuerza cortante $Q = AV$ (d)

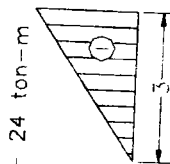
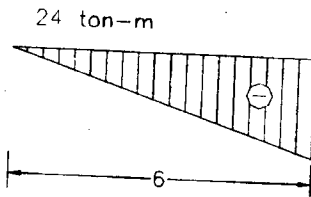


Diagrama de momentos flexionantes

c) $V_A = 2.844 \text{ Ton } \uparrow$; $H_A = 1.25 \text{ Ton } \leftarrow$; $V_B = 1.156 \text{ Ton } \uparrow$ $H_B = 0$

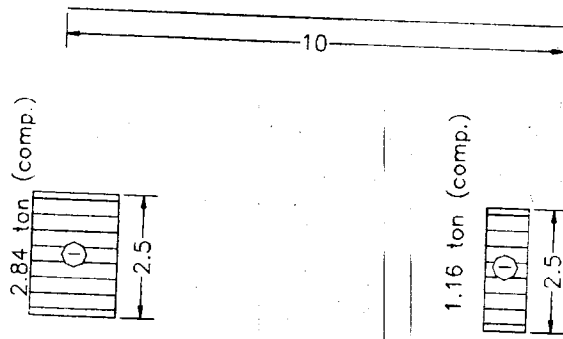


Diagrama de momentos flex

Diagrama de fuerza normal

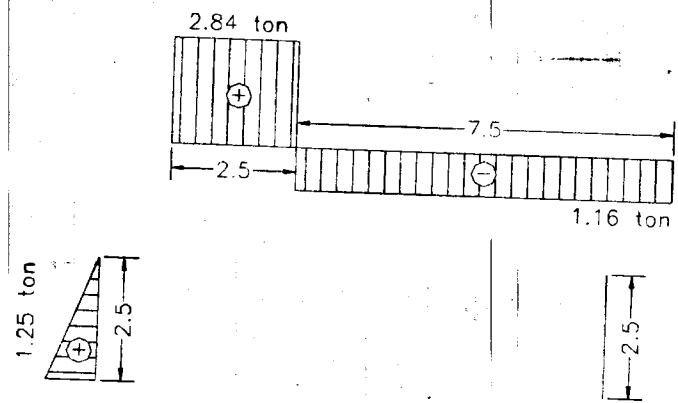


Diagrama de fuerza cortante

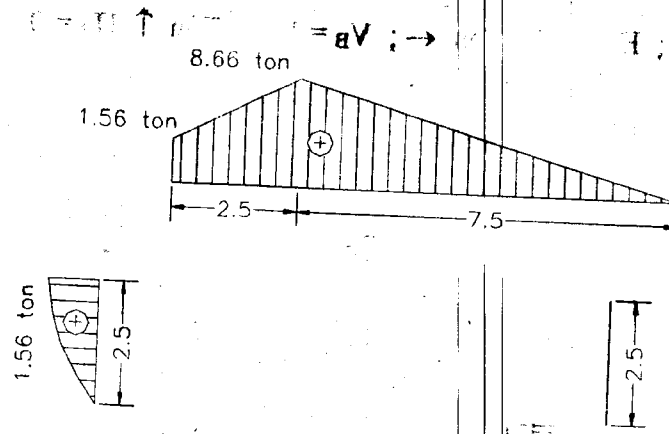


Diagrama de momentos flexionantes

d) $V_A = 3.5 \text{ Ton } \uparrow$; $H_A = 1.5 \text{ Ton } \rightarrow$; $V_B = 0.5 \text{ Ton } \uparrow$; $H_B = 2.5 \text{ Ton } \rightarrow$

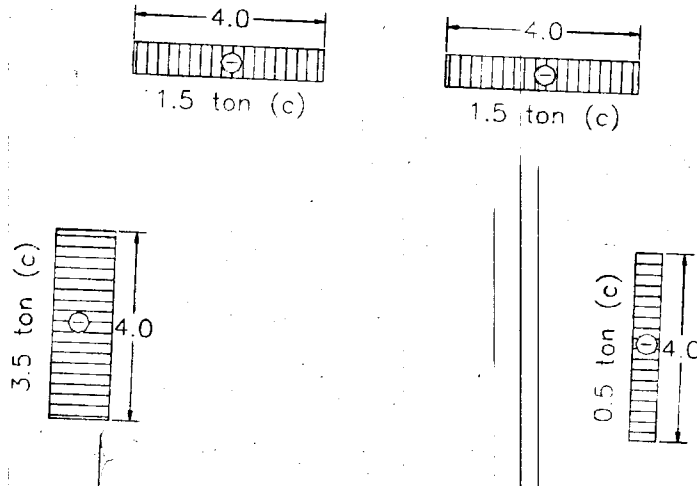


Diagrama de fuerza normal

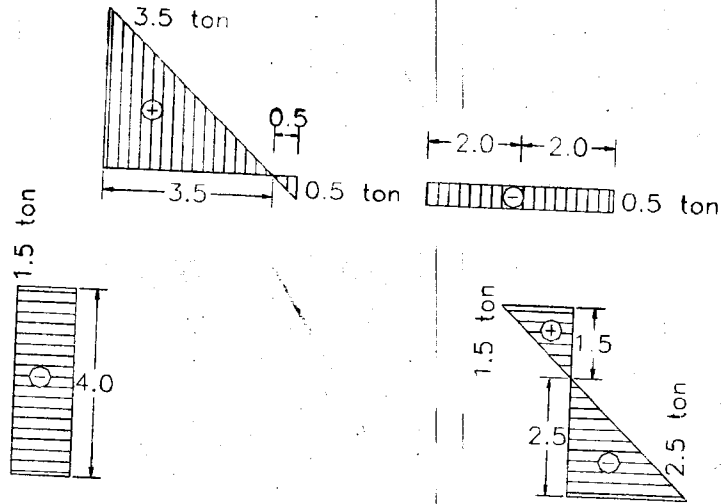


Diagrama de fuerza cortante

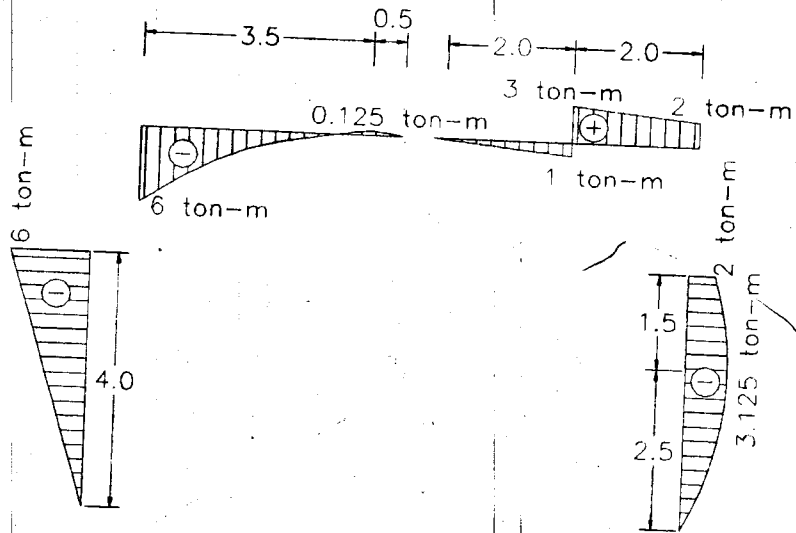


Diagrama de momentos flexionantes

f) $V_A = H_A = 0$; $V_B = 6 \text{ Ton } \uparrow$; $H_B = 10 \text{ Ton } \leftarrow$

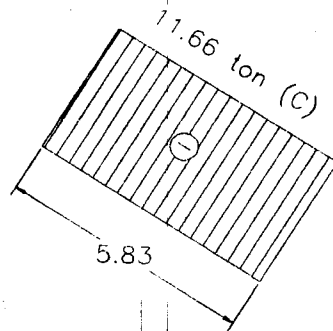


Diagrama de fuerza normal

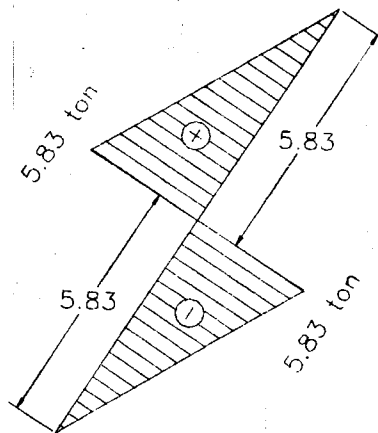


Diagrama de fuerza cortante

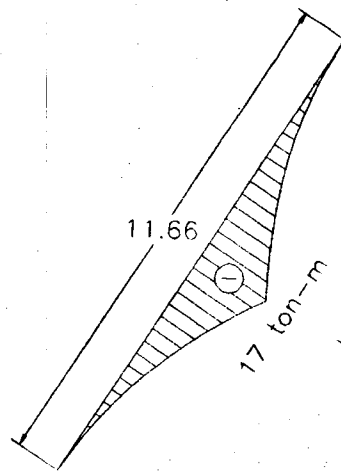


Diagrama de momentos flexionantes

$$3.35 \quad M(\theta) = -PR \sin \theta$$

$$V(\theta) = -P \cos \theta$$

$$N(\theta) = -P \sin \theta$$

$$3.36 \quad N(\theta) = 5 \sin \theta + 10 \cos^2 \theta$$

$$V(\theta) = -5 \cos \theta + 10 \cos \theta \sin \theta$$

$$M(\theta) = 25 (1 - \sin \theta - \cos^2 \theta)$$

$$3.37 \quad M(\theta) = PR^2 \frac{\pi}{2} (1 - \cos \theta) - PR^2 \theta \left[\sin \frac{\theta}{2} \left(\cos \frac{\theta}{2} - \cos \theta \right) + \cos \frac{\theta}{2} \left(\sin \theta - \sin \frac{\theta}{2} \right) \right]$$

$$V(\theta) = PR \frac{\pi}{2} \sin \theta - PR \theta \left(\sin \frac{\theta}{2} \sin \theta + \cos \frac{\theta}{2} \cos \theta \right)$$

$$N(\theta) = -\frac{PR}{2} \pi \cos \theta$$

$$3.38 \quad N(x') = -\frac{\frac{9}{4}x^2 - 18x + 36}{\sqrt{\frac{9}{16}x^2 + 9x + 10}}$$

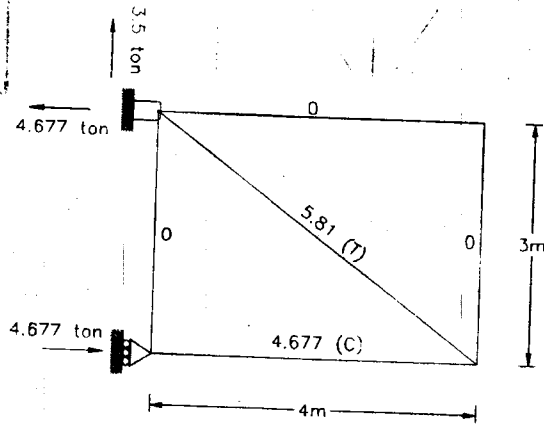
$$V(x') = \frac{12 - 3x}{\sqrt{\frac{9}{16}x^2 + 9x + 10}}$$

$$M(x') = 12x - 1.5x^2$$

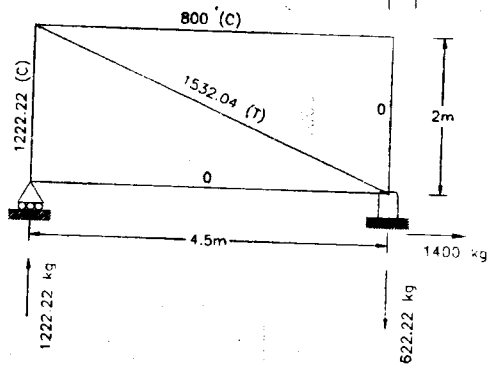
Diagrama de momentos

TEMA IV

4.6 a)

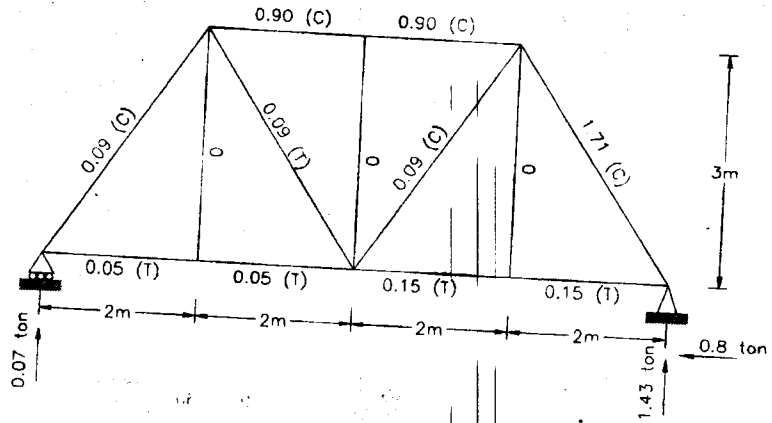


b)

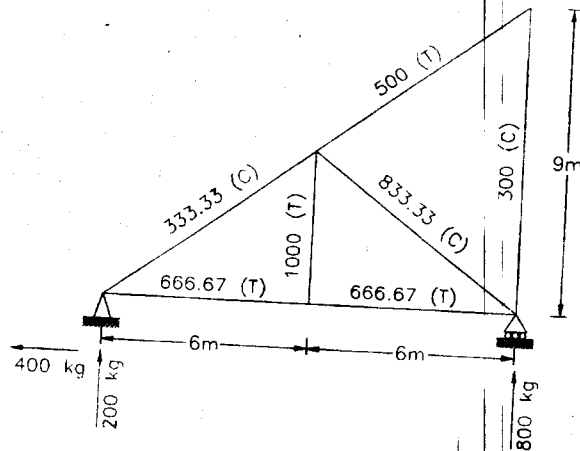


c)

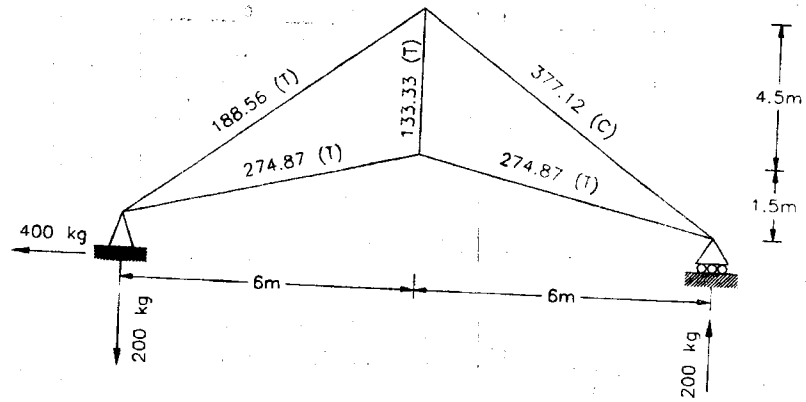
VI



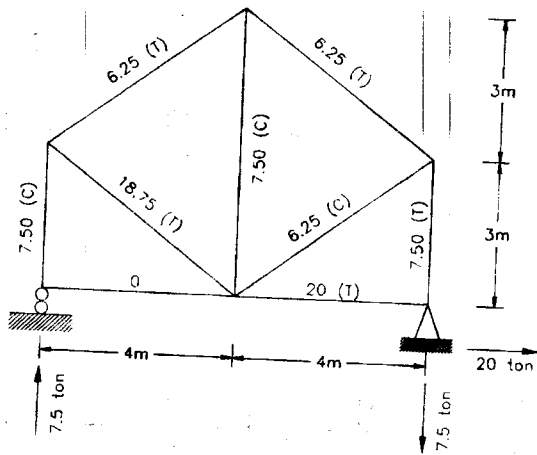
d)



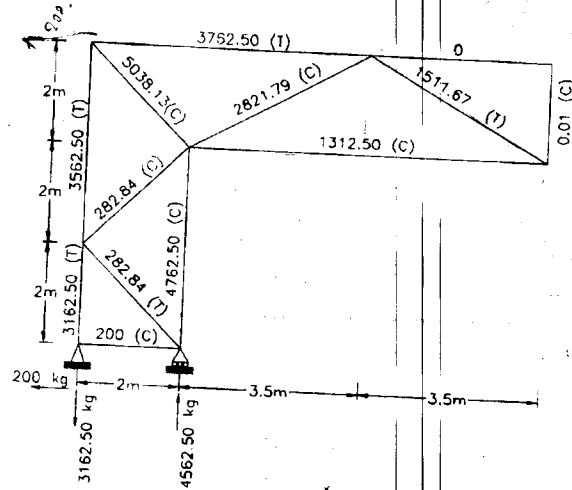
e)



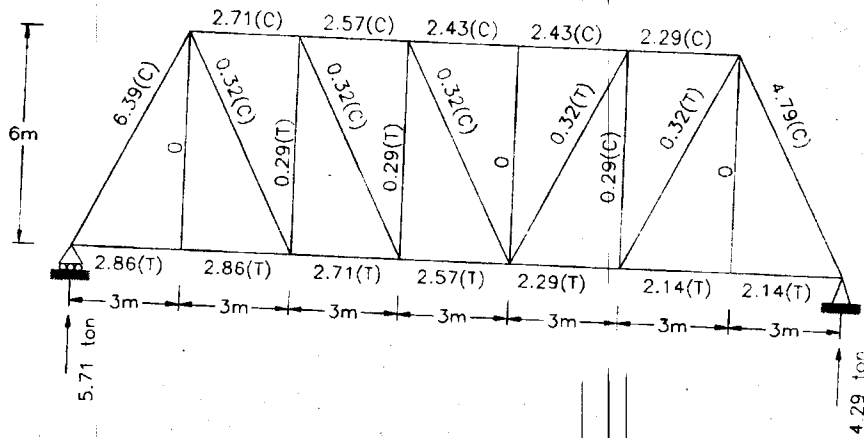
f)



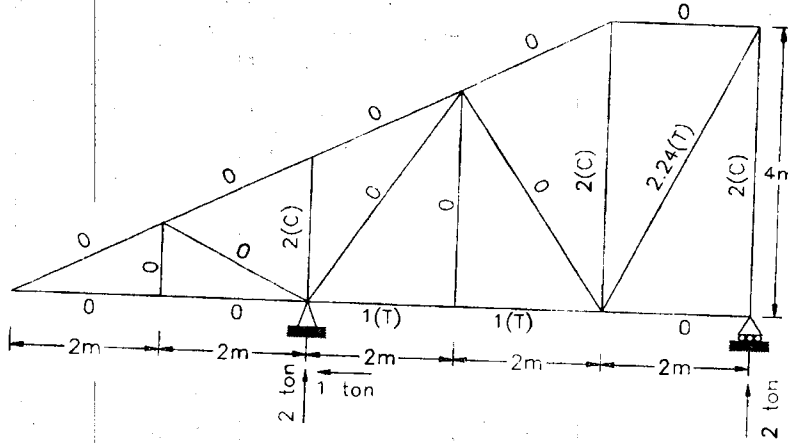
4.7 a)



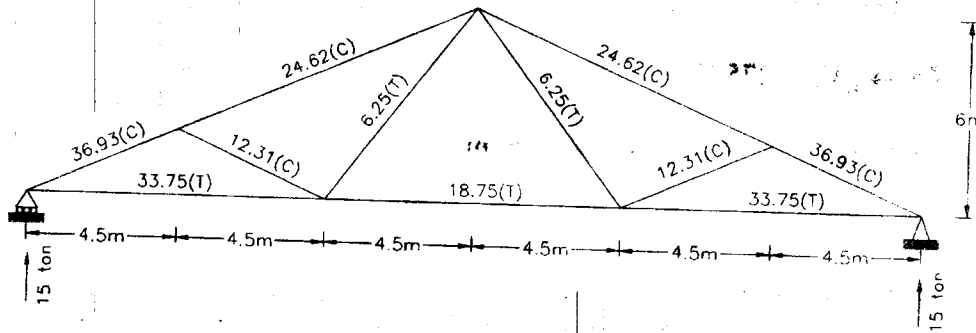
c)



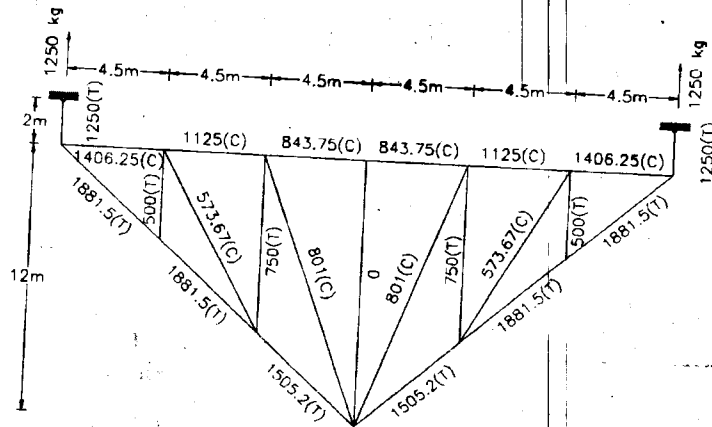
e)



4.10 a)



c)



- (C) = Compresión
- (T) = Tensión

- 4.16 $H_E = 3.11 \text{ m}$; $H_D = + 7.67 \text{ m}$; $T_{\text{máx}} = 43.73 \text{ Ton}$ $\theta_{\text{máx}} = 39^\circ 30'$
- 4.17 $H_A = 1000 \text{ Kg} \leftarrow$; $V_A = 400 \text{ Kg} \uparrow$; $h_B = 4 \text{ m}$; $h_D = 5 \text{ m}$
- 4.18 $H_E = 400 \text{ Kg} \rightarrow$; $V_E = 275 \text{ Kg}$
- 4.19 $P = 2700 \text{ Kg} \downarrow$; $\theta_A = 2^\circ 52' >$; $s = 40.016 \text{ m}$.
- 4.20 $T_{\text{mín}} = 42,700 \text{ Kg}$; $T_{\text{máx}} = 45,700$
- 4.21 $x = 12 \text{ m}$; $T_{\text{máx}} = 995 \text{ Kg}$.
- 4.22 $T_A = 520 \text{ Kg}$; $T_C = 510 \text{ Kg}$; $R_B = 450 \text{ Kg}$; $\delta = 0.2 \text{ m}$.
- 4.23 $H = 13.3 \text{ Kg}$; $L = 23 \text{ m}$.

$$4.24 T_{\text{máx}} = 320 \text{ Kg} ; T_{\text{mín}} = 280 \text{ Kg} ; L = 62.6 \text{ m} ;$$

$$4.25 T = 59 \times 10^6 \text{ lb} ; s = 3580 \text{ Ft.}$$

$$4.26 L = 150.80 \text{ m.}$$

$$4.27 L = 1210 \text{ Ft} ; T_{\text{máx}} = 3750 \text{ lb.}$$

$$4.28 L = 212 \text{ m} ; T_1 = 780 \text{ Kg} ; T_2 = 860 \text{ Kg.}$$

Esta obra se terminó de imprimir
en junio de 2001
en el taller de imprenta del
Departamento de Publicaciones
de la Facultad de Ingeniería,
Ciudad Universitaria, México, D.F.
C.P. 04510

Secretaría de Servicios Académicos

El tiraje consta de 200 ejemplares
más sobrantes de reposición.