



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA**

**DIVISIÓN DE
EDUCACIÓN CONTINUA**

**DEPARTAMENTO DE
CURSOS INSTITUCIONALES**

**"PLANEACIÓN, EVALUACIÓN Y
ADMINISTRACIÓN DE PROYECTOS DE
OBRAS CIVILES"**

A P U N T E S



CURRICULUM VITAE



RESUMEN:

- = **Enrique Augusto Hernández Ruiz** es originario de México Distrito Federal con más de doce años de experiencia profesional y docente, formado académicamente en la Universidad Nacional Autónoma de México, institución que le otorgó la medalla "Alfonso Caso" por haber obtenido uno de los promedios más altos en nivel posgrado. Es Ingeniero Civil egresado de la Facultad de Ingeniería, Especialista en Valuación Inmobiliaria egresado de la Facultad de Arquitectura y Maestro en Ingeniería (Investigación de Operaciones) egresado de la Facultad de Ingeniería; actualmente es Candidato Doctoral en Transporte en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México.
- = Su desarrollo profesional se ha especializado en la Administración de Proyectos (Planeación, Ejecución y Control), Evaluación de Proyectos (Técnica, Económica y Financiera), en la Viabilidad de Proyectos (Gran Visión, Prefactibilidad y Factibilidad), Análisis de Riesgo e Incertidumbre y en la Valuación de Activo Fijo (Bienes Muebles e Inmuebles) y de Negocios. Fue Jefe de Sistemas de la empresa Plásticos y Metales MyC, S.A. de C.V., Ingeniero Supervisor en Dreca, S.A. de C.V., Ingeniero Estructurista en Mac Ingeniería Civil, S.A. de C.V., Analista de Precios Unitarios en Cadoli, S.A. de C.V., Gerente Técnico en Desarrollos Megim, S.A. de C.V., Evaluador de Proyectos de Inversión en Planeación Sistemas y Control, S.A. de C.V., Coordinador de Proyectos de Valuación en Infinsa, S.A. de C.V., Jefe de Proyectos en Servicios de Alta Tecnología, S.A. de C.V., Valuador de Control y Asesor en Metodología en la empresa Tasaciones Inmobiliarias de México, S.A. de C.V. Actualmente es Director de Ingeniería de Sistemas en Plamarte, S.A. de C.V.
- = En materia académica se desempeñó como investigador en Ingeniería Sísmica en el Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México y en el Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED). Es autor del método "HR" para fines de valuación en materia de suelo en zonas altamente saturadas.
- = Finalmente, en el ámbito docente ha impartido cátedra en la Maestría en Administración de la Construcción del Instituto Tecnológico de la Construcción de la Cámara Mexicana de la Industria de la Construcción, cátedra en Matemáticas, Estadística y Física en el Colegio de Ciencias y Humanidades de la Universidad Nacional Autónoma de México, en la Maestría en Ingeniería Eléctrica, en la Maestría en Investigación de Operaciones y en la Maestría en Transporte de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. Actualmente es Coordinador General en el Palacio de Minería del "Diplomado en Valuación Inmobiliaria, Industrial y de Negocios" de la División de Educación Continua de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México.

PLANEACIÓN, EVALUACIÓN Y ADMINISTRACIÓN DE PROYECTOS DE OBRAS CIVILES

M. en I. Enrique Augusto Hernández-Ruiz.

• INTRODUCCIÓN

Un proyecto es la conceptualización de una idea que tiene la factibilidad de convertirse en realidad mediante la asignación de recursos que revertirán bienes y/o servicios útiles al ser humano y a su sociedad. Tomar decisiones en los proyectos es una habilidad clave de los ejecutivos, quienes las deberán tomar cuando exista en ellos un problema que requiera una solución.

Un problema será entendido como la diferencia que existe entre un estado real y otro que es deseado en un proyecto, mientras que una decisión es la contestación a una interrogante cuyos sucesos a su alrededor tienen tanta incertidumbre que la respuesta no resulta obvia.

En un proyecto de inversión, como es de esperarse, existen muchos aspectos inciertos que deben ser tomados en cuenta como pueden ser:

- La demanda,
- Los competidores,
- El proceso de fabricación,
- La escala de producción,
- El financiamiento,
- La comercialización,
- Las condiciones generales del mercado,

- Los responsables de cada acción,
- Etcétera.

Se considerará como una toma de decisión en los proyectos, aquella cuyas consecuencias pueden ser determinantes para el mismo si no se actúa adecuadamente.

El proceso de toma de decisiones de un individuo inicia con la posesión de uno o dos de los siguientes elementos:

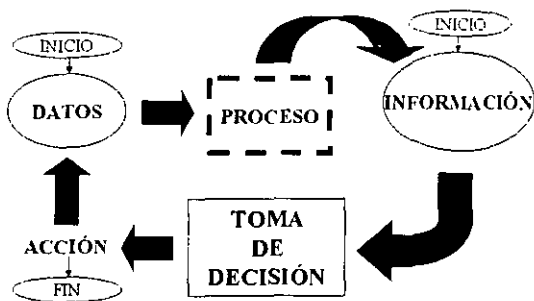
- Datos, e/o
- Información

Los datos son elementos cognoscitivos carentes de valor y significado para tomar una decisión, y la información está integrada con elementos cognoscitivos tipificados y clasificados; es decir, homologados, por lo que poseen suma relevancia para la toma de decisiones.

Sin embargo, es posible transformar un grupo de datos en información mediante la aplicación de una metodología que los seleccione, discrimine, ordene, tipifique y clasifique; este procedimiento procurará mantener la naturaleza cualitativa o cuantitativa de los mismos.

Para tomar una decisión, los individuos primeramente establecen parámetros de comparación con base en sus conveniencias, preferencias y gustos, posteriormente seleccionan el mejor elemento de un posible conjunto de soluciones mediante un proceso iterativo de comparación de dos elementos a la vez, el cual confronta a cada solución con todas las demás.

El proceso de toma de decisiones que sigue un individuo puede ser conceptualizado como un ciclo, el cual se esquematiza de la siguiente manera:



Cada elemento del posible conjunto de soluciones recibe el nombre de "alternativa", y aquella alternativa que aporta los mayores beneficios, o bien los menores perjuicios, se llamará "opción".

Puede ser existir el caso que más de una alternativa aporte al tomador de decisiones los mismos beneficios o perjuicios, por lo que será posible que en un conjunto de alternativas exista más de una opción.

En este sentido, para encontrar la opción buscada en un momento dado, los analistas y tomadores de decisiones en materia de proyectos se apoyan fundamentalmente en procedimientos de planeación,

programación, evaluación y control que serán expuestos más adelante este documento.

Un líder se distinguirá de los demás individuos por su inteligencia y preparación profesional para tomar decisiones; sin embargo, está expuesto a los mayores riesgos al afrontar los retos que su posición le exige. Por tal motivo, es necesario que éste actúe con determinación, capacitado constantemente para lograr productividad y el mayor y mejor aprovechamiento de todos los recursos que están lícitamente a su alcance lograr el éxito del proyecto.

Sin duda alguna, este éxito se basará en las cualidades personales de los individuos que en él intervengan, sea en niveles directivos, o bien en niveles operativos; así mismo en sus capacidades para resolver eficaz y eficientemente los problemas que se presenten, es decir, los logros que se alcancen dependerán de la "sinergia" que ellos generen.

• **ADMINISTRACIÓN:**
Panorama general

Algunas veces, las decisiones se basan en análisis y razonamientos sencillos, pero muchas otras dependen de una combinación de experiencia general, juicio, especulación e incertidumbre, donde siempre existe el riesgo de que una decisión tomada en determinado momento no sea tan buena como una que se tome posteriormente. Por esta razón, los tomadores de decisiones buscan herramientas que ofrezcan soluciones nuevas, eficaces y más eficientes, para aquellos problemas que se consideran de rutina y repetitivos.

Una decisión es contestación a una interrogante cuyos sucesos a su alrededor tienen tanta incertidumbre que la respuesta no resulta obvia y cuyas consecuencias pueden ser determinantes para un proyecto si no se actúa adecuadamente.

En lo sucesivo, se entenderá por la palabra "proyecto" a la conceptualización de una idea que tiene la factibilidad de convertirse en realidad mediante la asignación de recursos que revertirán bienes y/o servicios útiles al ser humano y a su sociedad.

La administración ha ayudado resolver problemas diversos, como dirigir a vendedores adecuadamente hacia los compradores en el momento preciso, distribuir el presupuesto de publicidad de la manera más efectiva, establecer sistemas justos de comisiones, mejorar las políticas de

abastecimiento y control de inventarios, planear la producción a un costo mínimo, definir las relaciones de trabajo y capital necesario para una nueva operación, determinar la capacidad óptima de unidades productivas, establecer planes para el desarrollo urbano de las ciudades, implantar estrategias de precios en situaciones de gran competencia, y otras más.

Muchas aplicaciones han mostrado que la Administración provee bases para lograr un análisis integrado y objetivo de los problemas de operación. Las características de esta técnica son las necesidades de expandir los puntos de vista y tomar una actitud más crítica e interrogadora en el análisis de los sistemas.

Además estimula el pensamiento objetivo, en parte porque hace énfasis en objetivos amplios y también porque la naturaleza del modelo y las técnicas limitan la influencia de las preferencias personales; pero principalmente, la Administración permite encontrar soluciones adecuadas a problemas, ayudando a identificar las partes críticas del sistema que requieren evaluación y análisis, pues suministra una base sólida de carácter cuantitativo para orientar el juicio del tomador de decisiones, disminuye el esfuerzo y el tiempo de análisis, e intensificar el potencial de su actividad en la toma de decisiones más racionales.

Para algunos ejecutivos y científicos, la Administración representa la aplicación de la estadística y sentido

común a problemas de negocios; para otros es un calificativo más general para actividades como la investigación de mercados, control de calidad o ingeniería industrial. Sin embargo, la Administración no es ninguna de estas cosas, sino que cubre un campo mucho más amplio como se verá a continuación.

La Administración no es un concepto explícito y fácilmente identificable que se haya desarrollado específicamente para las necesidades de la industria. Después de la segunda guerra mundial, algunas compañías experimentaron con este tipo de investigación y encontraron su aplicación a problemas de administración de negocios; y desde entonces se ha logrado una base de acción dentro del campo industrial.

La Administración se ha desarrollado en México desde el año de 1965 en una forma activa tanto en el gobierno como en la industria, donde el primer punto en consideración es que la Administración es exactamente lo que su nombre indica, un manejo de las operaciones; donde las operaciones se consideran como un sistema.

El objetivo no es analizar el equipo utilizado, ni la moral de los participantes, ni las propiedades físicas del producto; sino la combinación de todas esas características como un proceso económico. Además identifica las principales interacciones entre partes del sistema y evalúa su influencia total en el desarrollo y eficiencia del conjunto de la organización.

Estas interrelaciones entre las operaciones se sujetan al análisis lógico y a la metodología que ha caracterizado el trabajo de investigación y que es lo que se conoce como "método científico".

Una vez que se ha comprendido el funcionamiento y las interrelaciones de las partes del sistema, se procede a construir una analogía con la naturaleza real de dicho sistema. A esto se le llama el "modelo del sistema".

Esta analogía nunca será perfecta, sin embargo, debe ser lo suficientemente exacta para satisfacer las necesidades que la originaron; y para lograrlo, se repetirá: cuantas veces sea necesario el proceso de observación, inducción, refinamiento teórico y experimentación; por lo tanto, se debe formular un modelo experimental que permita predecir los efectos de una decisión en el sistema real.

Sin embargo, la evolución presentada hasta nuestros días en la Administración, señala que la misma toma rumbos más allá de los planteamientos de modelos meramente matemáticos para formular elementos de toma de decisiones, sino que conjunta diversos aspectos del conocimiento para crear visualizaciones de los problemas con perspectivas más amplias en las que intervienen las ciencias exactas y las disciplinas sociales; es decir, los modelos de decisión determinados por la Administración toman en cuenta los preceptos establecidos en economía, sociología, y psicología, por ejemplo;

además de los fijados por el cálculo, álgebra, estadística y probabilidad, entre otros.

Por otra parte, la Administración evalúa los potenciales de los modelos determinados para establecer de esta forma las limitantes de los mismos, tomando así, el carácter de una técnica multidisciplinaria, que busca la solución de problemas de toma de decisión, mediante la formulación y aplicación de modelos acotados.

Puede afirmarse también que como técnica, la Administración puede verse como una ciencia y como un arte. El aspecto de ciencia radica en ofrecer técnicas y algoritmos matemáticos para resolver problemas de decisión adecuados; y el aspecto de arte surge debido a que el éxito que se alcanza en todas las fases anteriores y posteriores a la solución de un modelo, depende en forma apreciable de la creatividad y la habilidad personal del Administrador.

Son cuatro los conceptos de fundamental importancia: la formulación del modelo, la medición de su efectividad, la necesidad de una toma de decisiones, y la importancia de la experimentación.

El modelo es una representación simplificada de la operación y debe contener aquellos aspectos que son de fundamental importancia en el problema que se examina. Es muy útil para el análisis de una operación.

Intimamente relacionado con el modelo del sistema se debe tener una medida de la efectividad con la cual se pueda evaluar si las

modificaciones a la operación están logrando la meta esperada.

Es muy importante definir las metas fundamentales de la operación (en forma congruente) para desarrollar la lógica del modelo. Si los objetivos no están claros, no es posible lograr resultados lógicos y significativos. Algunas veces la Administración salva estas incoherencias.

Otro concepto fundamental en la Administración es la toma de decisiones. En muchas operaciones existen distintas posibilidades de acción, entre las cuales se debe escoger una; si no es así, el estudio de una operación se convierte en un proceso teórico, sin utilidad práctica.

El último concepto fundamental es la experimentación con el sistema, ya que generalmente el modelo se construye con base en observaciones, experiencias y datos. En algunas ocasiones dependerá notablemente de suposiciones "a priori" de la situación. En cualquier caso, la teoría que describe la operación del sistema se debe poder verificar en forma experimental.

Dos tipos de experimento tienen gran importancia en este proceso: el primero está diseñado simplemente para obtener información; el segundo tiene carácter más crítico y se diseña para probar la validez de las conclusiones.

Por otra parte, el administrador utiliza los métodos estadísticos cuando son necesarios, pero está restringido por ellos. La estadística se preocupa principalmente por las relaciones entre los datos; la Administración

trata de entender la operación del sistema básico que esos datos representan. Como consecuencia de esto, los resultados muchas veces difieren significativamente.

Es importante señalar que la Administración no pretende sustituir otras técnicas ni competir con ellas, aunque algunas veces se ha demostrado su utilidad aún en aquellas áreas donde otros tipos de actividades están muy desarrollados.

Una contribución de la Administración es integrar la información, es decir, usar la opinión de los expertos, o los datos básicos que provienen de otros estudios, en un análisis sistemático y organizado. El analista necesita de los consejos y servicios de los expertos en otras ramas para poder lograr una solución efectiva y un planeamiento satisfactorio a los problemas.

En resumen, el objetivo de la Administración es clasificar la relación que existe entre las diferentes alternativas de acción, determinar sus posibles resultados, e indicar cuál es la más efectiva atendiendo a los objetivos y metas planteados, para que con base en esto, el tomador de decisiones elija de una manera más razonada.

Sin embargo, la Administración no es un curativo para todos los problemas de negocios ni una fuente automática de decisiones. Aunque provee una base cuantitativa, muchos factores importantes en el proceso de toma de decisiones conservan su carácter cualitativo o intangible, y deben evaluarse basándose en el juicio e intuición del tomador de decisiones.

• PLANEACIÓN DE PROYECTOS: Algunos fundamentos

La planeación formal con sus características modernas fue introducida por primera vez en algunas empresas comerciales a mediados de 1950, denominándose en ese entonces como sistemas de planeación a largo plazo; y desde entonces, la planeación se ha ido perfeccionando al grado que en la actualidad un número cada vez mayor de empresas del sector privado y público está siguiendo este ejemplo.

La planeación será entendida como un proceso que estructura y ordena información, variables e indicadores involucrados en un proceso de toma de decisiones.

Planear significa diseñar un futuro deseado e identificar las formas para lograrlo, por lo que la planeación es el apoyo determinante para la gerencia de un proyecto, es esencial para ayudar a los directivos a cumplir con sus responsabilidades de la dirección y ha sido dividida principalmente en dos ramas: la *planeación estratégica* y la *planeación operacional*, las cuales están fuertemente ligadas.

En lo sucesivo, las ideas expresadas serán aplicables a la precisa conceptualización de un proyecto, o bien en un ámbito más general, a una organización.

La planeación estratégica proporciona guía, dirección y límites

para las operaciones cuando el problema más importante es el cómo usar eficientemente aquellos recursos que son cada vez más escasos para producir bienes y servicios, lo cual es una de las preocupaciones principales de la dirección de cualquier proyecto. El aspecto operacional será cubierto más adelante en el punto que corresponde a la programación.

La planeación es una función ejecutiva a cualquier nivel de un proyecto, y para poderla llevar a cabo es necesario que se determine la estructura del proyecto y se promueva el desarrollo de la filosofía del mismo con las creencias, valores, actitudes y lineamientos que señalan "cómo se hacen las cosas en este proyecto".

Así mismo será necesario buscar y seleccionar al personal adecuado que posea el talento para ocupar los puestos determinados en la planeación del proyecto.

También se deben establecer los procedimientos que determinen y prescriban cómo se llevarán a cabo todas las actividades importantes y rutinarias. Estos procedimientos serán indicados en un documento llamado "manual de procedimientos".

Por otro lado, habrá que garantizar que se contará con equipo e instalaciones físicas adecuadas para desarrollar las actividades del proyecto y, por supuesto, con el capital de trabajo suficiente para sufragar los gastos necesarios para su realización.

Lo anterior de ninguna manera soslaya la motivación al personal que procurará se siga la filosofía del proyecto y el establecimiento de normas que fijen las medidas de su desempeño.

A su vez, en la planeación estratégica existen dos formas importantes que deben ser estimadas para ayudar a los altos directivos a cumplir con sus responsabilidades: la planeación de *anticipación intuitiva* y la planeación *sistemática formal*. Sin embargo, en muchos sitios de ambas formas existen conflictos, ya que se encuentran involucrados dos diferentes procesos de pensamiento, pero la planeación sistemática formal no puede llevarse a cabo sin la intuición de la dirección. Si el sistema de planeación formal se adapta correctamente a las características directivas puede contribuir a mejorar la intuición de los directores.

LA PLANEACIÓN ESTRATÉGICA

La planeación general trata con el porvenir de las decisiones actuales; esto significa que la *planeación estratégica* observa durante un tiempo establecido la cadena de causas, consecuencias y efectos relacionada con una decisión que tomará el responsable de ello.

La planeación estratégica también observa las posibles alternativas de los cursos de acción en el futuro; y al escoger unas alternativas, éstas se convierten en el nuevo fundamento para tomar decisiones presentes. La esencia de la planeación estratégica consiste en la identificación sistemática de las oportunidades y

peligros que surgen en el futuro, los cuales combinados con otros datos importantes proporcionan la base para que una empresa tome mejores decisiones en el presente para explotar las oportunidades y evitar los peligros.

La planeación estratégica es un proceso que se inicia con el establecimiento de una misión organizacional, con la que se definirán políticas para cumplir con la misma, y desarrolla programas detallados para asegurar el éxito de sus proyectos

La planeación estratégica es sistemática en el sentido de que es organizada y conducida con base en una realidad entendida. También es un proceso para decidir de antemano qué tipo de esfuerzos deben hacerse, cuándo y cómo deben realizarse, quien los llevará a cabo, y qué se hará con los resultados.

Para la mayoría de las empresas, la planeación estratégica representa una serie de programas producidos después de un periodo de tiempo específico, durante el cual se elabora un plan; sin embargo debería entenderse como un proceso continuo, especialmente en cuanto a la formulación de políticas y estrategias, ya que los cambios en el ambiente del negocio son continuos.

La idea no es que los planes deberían cambiarse a diario, sino que la planeación debe efectuarse en forma continua y ser apoyada por acciones apropiadas cuando sea necesario.

Puede decirse entonces que la planeación estratégica es una actitud, una forma de vida; requiere de dedicación para actuar con base en la observación del futuro, y una determinación para planear constante y sistemáticamente como una parte integral de la dirección. Además, representa un proceso mental, un ejercicio intelectual, más que una serie de procesos, procedimientos, estructuras o técnicas prescritos.

Para lograr mejores resultados, los directivos y el personal involucrado en un proyecto deben creer en el valor de la planeación estratégica y deben tratar de desempeñar sus actividades lo mejor posible.

LO QUE NO ES LA PLANEACIÓN ESTRATÉGICA

La planeación estratégica no trata de tomar decisiones futuras, que ya que éstas sólo pueden tomarse en el presente; por supuesto que una vez tomadas, pueden generar fuertes consecuencias irrevocables a largo plazo.

La planeación estratégica no realiza pronósticos para después determinar qué medidas tomar con el fin de asegurar la realización de tal pronóstico. La planeación estratégica va más allá de pronósticos actuales y formula preguntas mucho más fundamentales como: ¿tenemos la misión adecuada?, ¿cuáles son nuestros objetivos básicos?, ¿cuándo serán obsoletas nuestras acciones actuales?, ¿están aumentando o disminuyendo nuestros mercados?

La planeación estratégica no representa una programación del futuro, ni tampoco el desarrollo de una serie de planes que sirvan de molde para usarse diariamente sin cambiarlos en el futuro lejano. Una gran parte de empresas del sector público y privado revisan sus planes estratégicos en forma periódica, en general una vez al año. La planeación estratégica debe ser flexible para poder aprovechar el conocimiento acerca del medio ambiente.

En realidad, no consiste en la preparación de varios programas detallados y correlacionados, aunque en algunas organizaciones grandes y descentralizadas así se producen. Pero, la naturaleza conceptual básica de la planeación estratégica, abarca una amplia variedad de sistemas de planeación que va desde el más sencillo hasta el más complejo.

La planeación estratégica no representa un esfuerzo para sustituir la intuición y criterio de los directores, punto que debe ser acentuado.

MODELOS DE PLANEACIÓN

Un modelo conceptual de planeación es aquel que presenta una idea de lo que algo debería ser en lo general, o una imagen de algo formado mediante la generalización de particularidades.

Un modelo conceptual claro representa una herramienta poderosa, ya que proporciona la guía adecuada para un funcionamiento adecuado en la práctica.

El modelo que se induce está integrado por tres secciones principales: premisas, formulación de planes, e implantación y revisión. Cada una de ellas será abordada a continuación.

PREMISAS DE PLANEACIÓN

Premisas significa literalmente lo que va antes, lo que se establece con anterioridad, o lo que se declara como introductorio, postulado o implicado. Las premisas están divididas en dos tipos: el plan para planear, y la información sustancial, necesaria para el desarrollo e implantación de los planes.

Antes de llevar a cabo un plan estratégico es importante que las personas involucradas en él tengan un amplio conocimiento de lo que tiene en mente el alto directivo y cómo operará el sistema.

La información acumulada durante la formulación de premisas es llamada "análisis de situación", pero también se usan otros términos para denominar esta parte de la planeación; por ejemplo: evaluación corporativa, análisis de posición, evaluación de la posición actual, y premisas de planeación.

Ninguna organización sin importar cuan grande o lucrativa sea, puede examinar en forma minuciosa todos los elementos que posiblemente están incluidos en el análisis de la situación. Por esto cada organización debe identificar aquellos elementos, pasados, presentes y futuros, que son de gran importancia para su crecimiento, prosperidad y bienestar,

y debe concentrar su pensamiento y sus esfuerzos para entenderlos.

Sin embargo, otros elementos pueden ser estimados o supuestos sin ser investigados o sacados de documentos publicados al respecto.

Los directores y empleados de las organizaciones tienen intereses que también deben ser apreciados y considerados en el proceso de planeación, especialmente aquellos que provienen de sus sistemas de valores y los cuales son premisas fundamentales.

FORMULACIÓN DE PLANES

En esta parte de la planeación se pondrá atención en los fines más importantes y fundamentales buscados por una organización, y en los enfoques principales para lograrlos.

Con base en las premisas antes mencionadas, el siguiente paso en el proceso de planeación estratégica es formular cada uno de los siguientes puntos que posteriormente serán explicados:

- Misión,
- Políticas,
- Análisis interno,
- Análisis externo,
- Matriz DAFO,
- Visión, y
- Programas.

▪ **Misión:**

Enunciará la dedicación primordial y general de la organización o del proyecto integral, así como los factores importantes que lo guiarán y

caracterizarán durante su crecimiento continuo. Su naturaleza carece de límite de tiempo, es decir, la misión será permanente.

▪ **Políticas:**

Son enunciados orales que rigen las creencias, valores, actitudes y lineamientos que pueden definir o describir cómo se harán las cosas en el proyecto o en la organización, según sea el caso.

▪ **Análisis interno:**

Es un proceso que tiene como fin el señalar dos aspectos esenciales desde el punto de vista endógeno de la organización o del proyecto:

- Debilidades, y
- Fortalezas.

Las debilidades señalarán las carencias y aspectos deficientes del proyecto o de la organización como sistema, mientras que las fortalezas señalarán sus abundancias y sus aspectos robustos, también desde una concepción sistémica.

▪ **Análisis externo:**

Este proceso señala, desde una concepción exógena, dos aspectos que cobran especial importancia:

- Amenazas, y
- Oportunidades.

Las amenazas son los factores que tienden a dañar elementos específicos del proyecto o de la organización como sistema, y las oportunidades son aspectos que beneficiarán o robustecerán la integralidad como sistema.

▪ **Matriz "D A F O":**

Conjuntando ambos análisis, el interno y el externo, se obtendrá la integración de los factores que favorecerán y perjudicarán de una forma o de otra al proyecto u organización desde el punto de vista endógeno y exógeno con el siguiente esquema:

	ENDÓGENO	EXÓGENO
PERJUICIOS	<u>D</u> ebilidades	<u>A</u> menazas
BENEFICIOS	<u>F</u> ortalezas	<u>O</u> pportunidades

▪ **Visión:**

Es el planteamiento de una situación futura, que presente la idea de lo que será conforme los desempeños del plan. Este planteamiento futuro debe presentarse en dos vertientes:

- Tendencial, y
- Normativa.

La *visión tendencial* es el planteamiento que se espera encontrar en el futuro en caso de continuar las circunstancias actuales, es decir, que existirá si no se emprenden las acciones que señala el plan. La *visión normativa* presentará el escenario que se considera viable y posible de alcanzar en el futuro, siempre y cuando se lleven a cabo las acciones propuestas del plan.

▪ **Programas:**

Son los elementos fundamentales del plan que aportan los aspectos estructurales de fondo en materia cualitativa y cuantitativa, señalando así la parte operativa del plan estratégico. Su estructura será tratada más adelante dentro de la programación.

IMPLANTACIÓN Y REVISIÓN

Una vez que los planes son elaborados deben ser puestos en marcha. El proceso de implantación cubre toda la gama de actividades directivas, incluyendo la motivación, compensación, evaluación directiva y proceso de control.

Los planes deben ser revisados y evaluados. No existe mejor manera para producir planes por parte de los subordinados que cuando los altos directivos muestran un interés profundo en éstos y en los resultados que pueden producir.

Cuando fue desarrollada por primera vez la planeación formal en la década de los cincuenta, las organizaciones tendían a hacer planes por escrito y no revisarlos hasta que obviamente eran obsoletos. En la actualidad, la gran mayoría de las organizaciones pasan por un ciclo anual de planeación, durante el cual se revisan los planes y programas existentes. Este proceso debería contribuir significativamente al mejoramiento de la planeación del siguiente ciclo.

En todo el proceso será necesario aplicar las normas de decisión y evaluación que hayan sido

establecidas. El desarrollo y desempeño mismos de las actividades representan normas de decisión cualitativas importantes pero, por otra parte, con el desarrollo de los programas, las normas de decisión se convierten en más cuantitativas, o sea, en fórmulas de sustitución de parámetros.

Habrà de tenerse presente que la buena planeación de un proyecto debe evitar que las personas que forman parte de él carezcan del conocimiento exacto sobre qué hacer y quién es el responsable, por lo que necesario será, al implantar o revisar el desempeño de cualquier plan, el empleo de talentos humanos que sustentan fundamentalmente a la planeación, como son: el sentido común, la habilidad para comunicarse con otras personas, y la capacidad para negociar soluciones que coadyuven a la solución de los problemas que comúnmente se presentan. Esto evitará también que el grupo directivo pida soluciones que no se adecuen a la organización vigente del proyecto, lo cual no significa que éste pueda y deba ser modificado según las circunstancias que se presenten

ALGUNAS OBSERVACIONES ACERCA DEL MODELO

El modelo conceptual es una representación simplificada de la operación y debe contener aquellos aspectos que son de fundamental importancia en el problema que se examina. Es muy útil para el análisis de una operación.

Íntimamente relacionado con el modelo conceptual del sistema se debe tener una medida de la efectividad con la cual se pueda evaluar si las modificaciones a la operación están logrando lo esperado.

Generalmente, el modelo conceptual se construye con base en observaciones, experiencias y datos. En algunas ocasiones dependerá notablemente de suposiciones "a priori" de la situación. En cualquier caso, la teoría que describe la operación del sistema se debe poder verificar en forma experimental. Dos tipos de experimento tienen gran importancia en este proceso: el primero está diseñado simplemente para obtener información; el segundo tiene carácter más crítico y se diseña para probar la validez de las conclusiones.

Por otra parte, el planeador utiliza los métodos estadísticos cuando son necesarios, pero está restringido por ellos. La estadística se preocupa principalmente por las relaciones entre los datos; la planeación estratégica trata de entender la operación del sistema básico que esos datos representan, pero como consecuencia de esto, los resultados muchas veces pueden diferir significativamente.

El modelo comprende más de una dimensión de tiempo. La gente muchas veces habla de un plan de tres a cinco años, pero generalmente los sistemas de planeación estratégica carecen de una dimensión de tiempo fijo.

En la mayoría de las empresas, la misión y los propósitos básicos de la misma tienen una dimensión de tiempo ilimitado y son manejados sin ningún cambio durante mucho tiempo. Por otro lado, puede tomarse una decisión en el proceso de creación de una política para eliminar a una división poco rentable al día de mañana, o contratar un científico experimentado lo más pronto posible.

Dentro de la misión de una organización o proyecto pueden existir múltiples fines consignados en forma distinta y que tienen diferente importancia en su planeación y en sus operaciones.

No existe un sólo modelo de planeación para cualquier organización o proyecto. El sistema de planeación estratégica formal debe ser diseñado para satisfacer las características únicas de cada empresa. Los sistemas de planeación formal pueden ser situados en un espectro, el cual en un extremo indica sistemas sencillos y en el otro sistemas extremadamente complejos y completos.

¿POR QUÉ BENEFICIA LA PLANEACIÓN SISTEMÁTICA?

Para aquellos directores que sienten que su intuición no es la única manera para tomar decisiones, la planeación debe llegar a formar una parte integral de sus actividades directivas, especialmente en aquellas organizaciones de actividades diversificadas, por las siguientes razones:

1. La planeación es indispensable para que los directivos puedan cumplir con sus responsabilidades en forma eficiente.
2. La planeación exige al director que formule y conteste preguntas claves para su organización, y a las cuales debería prestar su atención.
3. La planeación puede simular el futuro en papel, experiencia que no sólo es relativamente económica, sino que también permite a los corporativos tomar mejores decisiones acerca de las medidas a tomar en cuanto a oportunidades y peligros futuros, en vez de esperar hasta que sucedan las cosas. La planeación en sí aclara las oportunidades y peligros futuros de una corporación.
4. La planeación es una manera efectiva de considerar a un proyecto como un sistema, y así evitar la suboptimación de partes del sistema a costa de todo.
5. La planeación estimula el desarrollo de fines apropiados de la organización o del proyecto, los cuales a su vez son factores poderosos para la motivación de las personas.
6. La planeación proporciona una estructura para la toma de decisiones en toda la organización. Así mismo, permite que los ejecutivos de nivel inferior tomen sus decisiones de acuerdo con los deseos de la alta dirección.
7. La planeación es necesaria para el mejor desempeño de la mayoría de las demás funciones directivas.
8. La planeación proporciona una base para medir el desempeño de la empresa y sus principales partes integrantes.
9. La planeación señala a la alta dirección los asuntos claves y ayuda a establecer las prioridades adecuadas para tratar a los mismos.
10. Los sistemas de planeación estratégica son canales perfectos de comunicación, mediante los cuales el personal en toda la organización habla el mismo lenguaje al tratar con problemas sustanciales tanto para ellos como para la misma empresa.
11. La planeación estratégica ayuda a capacitar a los directivos como directores. Además contribuye a desarrollar habilidades directivas y del personal que facilitarán la reacción apropiada frente a eventos desconocidos.
12. Los sistemas de planeación proporcionan una

oportunidad para la gente que integra una organización de contribuir con sus talentos en el proceso de la toma de decisiones, dándole al mismo tiempo un sentido de participación y satisfacción único.

13. Investigaciones muestran que la planeación beneficia. Aquellos corporativos que la aplican han superado a los que no la utilizan.
14. Es posible que una organización tenga éxito sin la planeación formal, pero en la mayoría de los casos el éxito se obtiene más fácilmente con la planeación.
15. La planeación tiene limitaciones: los pronósticos en los cuales se basa, pueden estar equivocados; la resistencia interna puede reducir su eficacia; es cara y difícil; requiere de un cierto tipo de talento que puede no estar a la mano; no puede sacar de una crisis a una organización; existen muchos peligros latentes que debe evitar.
16. La planeación no es adecuada para cualquier persona. Existen algunas razones válidas, aunque no muchas, acerca del porqué una empresa puede preferir no adoptar un sistema de planeación formal.
17. La planeación no garantiza el éxito, pero considerando

todos los factores, los directivos en la mayoría de las empresas harán mejor en utilizarla. Para asegurar su resultado positivo será necesario adaptar el sistema de planeación a las características particulares de cada organización.

TENDENCIAS EN LA EVOLUCIÓN DE LA PLANEACIÓN FORMAL

Es importante señalar, que la planeación no pretende sustituir otras técnicas administrativas ni competir con ellas; aunque muchas veces se ha demostrado su utilidad aún en aquellas áreas donde otro tipo de actividades se encuentran muy desarrolladas.

Sin embargo, la planeación estratégica no es un curativo para todos los problemas de organizaciones, ni una fuente automática de decisiones. Aunque provee una base cuantitativa, muchos factores importantes en el proceso de toma de decisiones conservan su carácter cualitativo o intangible, y deben evaluarse basándose en el juicio e intuición del tomador de decisiones.

La planeación formal continuará evolucionando y las brechas en nuestros conocimientos acerca de este tema se irán reduciendo. Pero, además de tal aumento en los conocimientos ¿qué tendencias significativas pueden esperarse? Se sugirieron las siguientes proyecciones, sin un orden de importancia:

Primero, las variedades de sistemas de planeación utilizadas aumentarán cada vez más. Los sistemas de planeación deben adaptarse a las características únicas de la organización para la cual fueron diseñados, y como cada empresa es diferente de las demás, los sistemas no serán los mismos. No obstante, los sistemas de planeación deben seguir los patrones básicos y las prácticas preferidas.

La planeación formal no es una moda, sino que está y seguirá estando entremezclada de modo inseparable con el proceso directivo, y a excepción de unos pocos casos, es efectiva para una dirección efectiva. Los procesos, estructuras, prácticas y lecciones de la experiencia, continuarán siendo las guías básicas para el diseño e implantación de sistemas de planeación formal en organizaciones tanto grandes como pequeñas.

Sin embargo, las variedades de los sistemas seguirán aumentando conforme los directores van adaptando las guías y los diseños de sistemas más adecuados para sus organizaciones.

Segundo, los sistemas de planeación serán flexibles y menos procesales, especialmente en organizaciones grandes. Los directivos se volverán más conscientes de que los procedimientos excesivos eliminarán el tipo de creatividad, innovación e imaginación necesarios para una planeación superior.

Tercero, se expandirá el uso de herramientas analíticas avanzadas, basadas en la computación como, por ejemplo, modelos de simulación,

análisis de riesgos y argumentos. Sin embargo, los métodos analíticos antiguos como la intuición y el criterio directivos, creatividad, datos contables y diagramas de flujo sencillos, serán reconocidos cada vez más como indispensables para una planeación exitosa.

Cuarto, se continuará dando énfasis en la estrategia, lo cual no significa que la planeación estratégica prestará menos atención a la planeación operativa o programación, sino que se dará más énfasis a la formulación e implantación de estrategias. La razón es que los medios ambientes tienden a hacerse más turbulentos y más complejos, lo cual hace aún más necesario que una empresa siga aquellas estrategias que se adaptarán mejor a circunstancias cambiadas.

Quinto, la participación de la gente en el proceso de planeación aumentará y será más efectiva. Los directores reconocerán más que ahora que la planeación permite a la gente participar de manera significativa en la operación de su organización, lo cual incrementará la satisfacción de los empleados. Además, los directivos se preocuparán más por este aspecto del trabajo, ya que obtener la satisfacción en el trabajo significa mejor desempeño.

Sexto, el surgimiento del "planeador corporativo" en la organización. Esta tendencia continuará y cada vez más planeadores tendrán una posición más alta. La razón es sencilla, como el planeador corporativo ayuda al directivo a desempeñar su función, es natural que ambos desarrollen relaciones laborales más cercanas.

Séptimo, cada vez menos organizaciones caerán en los peligros latentes que resultan de una planeación inefectiva. En otras palabras, aumentará la satisfacción que se obtiene con los sistemas de planeación. No debería olvidarse al considerar expresiones de descontento con la planeación que muchas veces se le culpa al sistema de planeación por otras deficiencias en una organización, tales como una mala dirección. Conforme nuestros conocimientos acerca de los requisitos para una planeación exitosa van aumentando, deberá haber un incremento paralelo en la satisfacción con la planeación estratégica.

Octavo, además de las grandes, cada vez más compañías pequeñas desarrollan algún tipo de planeación formal. Como se ha mencionado anteriormente, es raro encontrar una empresa grande en alguna parte del mundo que no tenga algún tipo de sistema de planeación, y un número creciente de empresas pequeñas descubrirán el valor de desarrollar sistemas de planeación que se adapten a sus circunstancias particulares.

Noveno, habrá una mayor integración de sistemas de planeación comercial, y de la planeación gubernamental, como por ejemplo, una combinación de planes para tratar con problemas sociales, tales como transporte reconstrucción en la ciudad, generación de energía, capacitación laboral y aumento en la productividad. Se parece una relación flexible, en la cual el gobierno establece la política y proporciona

incentivos, mientras que la industria implanta las políticas.

Décimo, habrá más transferencia de las lecciones básicas de la experiencia obtenida en el sector público y privado de las organizaciones. Sin embargo, esta transferencia no será fácil y el mejoramiento de la planeación en este último sector no será muy rápido; no obstante, sí habrá una mejora, ya que varias de estas lecciones tienen un grado de aplicación muy alto a la planeación de este sector.

• **PROGRAMACIÓN Y CONTROL DE PROYECTOS: Aspectos operativos de la planeación**

Históricamente han sido empleados diversos métodos para programar y controlar las actividades de un proyecto. Hasta antes del año de 1870 el hombre acudía a la experiencia adquirida al paso de los años y a su intuición, pero en ese año Federico Taylor realizó los primeros estudios formales de temporización de movimientos.

En el año de 1915, posterior a los estudios de Taylor, surgió la teoría de Gantt, aplicable prácticamente a cualquier tipo de operación de cualquier tipo de industria, aunque con algunas limitaciones. Henry Gantt se basó en sencillos pero objetivos diagramas de barras, usando su sistema por primera vez durante la Primera Guerra Mundial para construir un arsenal en 1917, y en febrero de 1918 publicó un artículo sobre este tema en "Industrial Management".

A la muerte de Henry Gantt, Wallace Clark siguió desarrollando la técnica de diagramas de barras para la ejecución de trabajos específicos en proyectos de índole industrial.

En el año de 1956, surgió otra técnica que es complementaria a la desarrollada por Gantt para efectos de programación y control de proyectos, la cual recibe el nombre de *Método de la Ruta Crítica*,

identificado por sus siglas en idioma inglés: CPM (Critical Path Method).

Este método lo desarrolló por un lado la Marina de los Estados Unidos de Norteamérica al iniciar la construcción del submarino atómico "Polaris", donde además de dificultades de tipo científico y tecnológico se enfrentaron problemas de coordinación entre más de 250 contratistas directos y más de 9,000 subcontratistas encargados de algún aspecto específico de todo el trabajo. Por el otro lado, también la empresa E.I. du Pont de Nemours, bajo la dirección de J.E. Kelly y M.R. Walker, desarrolló el sistema que originalmente se denominó PPS (Project Planning and Scheduling), el cual evolucionó en lo que constituye actualmente el CPM (Critical Path Method), con la intención de estructurar un mecanismo para la programación y el control de un plan muy amplio de construcción de plantas industriales en los Estados Unidos de Norteamérica.

El Método de la Ruta Crítica es una técnica "determinística" que procura identificar en una "red de actividades", aquellas cuyo retraso repercute en la duración de ejecución del proyecto. El término calificativo "determinístico" indica que existe plena certidumbre en lo que se refiere a la duración de cada actividad de una red.

Sin embargo, no siempre es posible tener certidumbre del tiempo en que se ejecutará una o un conjunto de actividades, por lo que las estimaciones de tiempos, y consecuentemente de costos, deben hacerse con base en

"probabilidades", dando así lugar a una Técnica de Evaluación y de Revisión de Programas conocida por sus siglas en el idioma inglés: PERT (Program Evaluation and Review Technique).

Así pues, la Técnica de Evaluación y Revisión de Programas (PERT) es un método probabilístico análogo al Método de la Ruta Crítica (CPM), pero que supone el desarrollo de tres escenarios básicamente: uno optimista, uno pesimista, y otro esperado, el cual puede ser determinado con técnicas de simulación acotadas por los primeros dos escenarios.

Hoy en día, un sistema de planeación estratégica formal integra y une tres tipos de programas: a corto o de plazo inmediato, a mediano o mediano plazo, y a largo plazo. Aunque en términos del tiempo de vigencia de estos hay indefinición, generalmente se acepta que los programas de corto plazo tienen una vigencia de menos de un año, los de mediano plazo entre uno y tres años, y los de largo plazo más de tres.

El periodo típico de planeación es de cinco años, pero existe una tendencia en organizaciones avanzadas en el rubro tecnológico de planear sobre un horizonte de siete a diez años. Las empresas que se enfrentan a ambientes problemáticos reducen la perspectiva de planeación a cuatro o tres años.

La programación a mediano plazo es un proceso mediante el cual se preparan e interrelacionan programas específicos a largo plazo con aquellos que son de corto.

Una vez desarrollados los programas de plazo mediano, el siguiente paso es, con base en éstos, desarrollar los programas a corto plazo; por supuesto, los programas de plazo inmediato serán mucho más detallados que los de mediano plazo.

En algunas organizaciones los números obtenidos durante el primer año con los programas a mediano plazo son los mismos que aquellos logrados con los de corto plazo, aunque en otras empresas no existe la misma similitud.

Un conjunto de programas constituye la parte operativa de un plan y su integración es conocida con el nombre de *planeación operativa*. La formulación de cada plan se realiza con base en los siguientes puntos:

- Objetivos,
- Metas,
- Estrategias,
- Acciones concretas,
- Responsables,
- Instancias de apoyo,
- Calendarización,
- Indicadores para evaluación,
- Periodicidad de evaluación,
- Prioridad en el plan.

▪ **Objetivos:**

Son los logros pretendidos por el programa constituidos en términos cualitativos.

▪ **Metas:**

Este punto complementará al anterior, pues aquí se expresarán los logros pretendidos por el programa en términos cuantitativos. Sin embargo, las metas también pueden formularse como una sucesión de

eventos consecutivos, con los cuales serán cumplidos los objetivos de manera completa.

▪ **Estrategias:**

Expresan las disposiciones generales con las que serán alcanzados los objetivos y cumplidas las metas, enfocadas a expresar el cómo. Para evitar confundir este concepto debe tenerse presente el siguiente enunciado: "con tácticas se encaran batallas, y con las estrategias se enfrentan guerras".

▪ **Acciones concretas:**

Son los mecanismos operativos específicos con los cuales será cumplido el programa y la parte correspondiente del plan. Estos mecanismos pueden formularse como tácticas, pero jamás deben semejarse a las estrategias.

▪ **Responsables:**

Son los entes físicos o morales responsables de cumplir, supervisar, o bien de llevar a cabo las acciones concretas.

▪ **Instancias de apoyo:**

Entes físicos o morales que pueden coadyuvar para que los responsables cumplan su encomienda.

▪ **Calendarización:**

En este apartado se señalarán con toda claridad la fecha de inicio de cada actividad y su duración, o bien la fecha de inicio y de término de cada una de ellas. La fecha de inicio podrá ser determinada con el auxilio del método de la ruta crítica que será expuesto más adelante.

▪ **Indicadores para evaluación:**

Serán elementos que deberán valuarse en términos cuantitativos para ser comparados con las metas fijadas, de este modo podrá determinarse el cumplimiento, avance, o bien, carencias de las mismas.

▪ **Periodicidad de la evaluación:**

Expresará los lapsos que deberán transcurrir para evaluar el desempeño del programa y del plan.

▪ **Prioridad en el plan:**

Éste será un valor numérico, preferentemente expresado en escala del uno al cien, que indicará la importancia de cada uno de los programas respecto de los demás; con esta calificación será posible ajustar aquellos programas que posean menor importancia en caso de que se disminuyan los recursos disponibles. Asimismo, cabe destacar que la suma de las prioridades de todos los programas que integran un plan debe ser "normalizada", es decir, igual a cien en caso de seguir la escala que se ha recomendado.

Por lo general existe una considerable repetición entre la creación de objetivos concretos de planeación a largo plazo y las estrategias para lograrlos. Si un director establece un objetivo y no puede desarrollar estrategias adecuadas para su logro, entonces el objetivo debe ser cambiado por uno más factible. De otra manera, al buscar las alternativas para obtener un objetivo particular, un ejecutivo puede descubrir una estrategia útil que funcionará mejor. Indudablemente el alcance del objetivo en este caso debería ser aumentado.

EL MÉTODO DE LA RUTA CRÍTICA

Este método presenta "el programa" mediante la representación gráfica de todas las operaciones o acciones concretas que intervienen en el proyecto, coordinándolas y relacionándolas de acuerdo con exigencias, restricciones o condicionamientos de tipo tecnológicos, económicos, tácticos, políticos, sociales, ambientales, físicos, de seguridad, financieros, o de disponibilidad y utilización de recursos en general como son: de mano de obra, materiales, equipo, maquinaria, dinero, etc.

La representación gráfica que ha sido aludida anteriormente es conocida con el nombre de *red de actividades*, la cual, desarrollada integralmente con las técnicas de la Ruta Crítica, constituye un modelo matemático para la programación de un proyecto. Con este modelo es posible determinar el tiempo óptimo de realización de cada una de las *cadena de actividades* que integran la red con el fin de aprovechar en forma económica todos los recursos disponibles.

El CPM (Critical Path Method) supone que las experiencias pasadas nos liberan de la incertidumbre de tiempos de ejecución, pero no así del problema de los costos, por ello se requiere de estimaciones realistas de ellos con relación al tiempo.

La relación costo-tiempo tiene normalmente un número grande de puntos que logran la optimización de recursos. Si no considerar al factor

tiempo no tuviera consecuencias, cada actividad podría ser ejecutada de manera que originara el menor costo posible; y si el costo no tuviese importancia, cada proceso podría ser acelerado con el fin de lograrlo en el menor tiempo. Entre estos dos límites se encuentra la solución más económica del problema, pero encontrarla implica recurrir a técnicas de programación matemática.

No obstante lo anterior, este método ofrece amplias ventajas como son las siguientes:

1. Suministra una base disciplinada y metódica para la programación de un proyecto.
2. Permite obtener una visión de conjunto muy clara en cuanto a los alcances, grado de complejidad, limitaciones, restricciones tecnológicas y de uso de recursos del proyecto.
3. Es una herramienta importante para controlar el proyecto, pues aporta elementos concretos para evaluar los objetivos y las metas del proyecto, y para efectuar la correcta selección de alternativas de corrección.
4. Reduce significativamente, desde el punto de vista de control del proyecto, la posibilidad de omitir un trabajo específico del mismo.

5. Mostrando las interrelaciones entre las diferentes actividades, señala y ubica las responsabilidades de las diferentes personas, grupos o departamentos involucrados en el proyecto.
6. Hace posible la "dirección por excepción", llamando la atención del ejecutivo sobre aquellas actividades que en realidad lo requieren por presentar mayores dificultades y riesgo.
7. En la etapa de control forma un útil y completo registro del desarrollo de los proyectos para aprovechar las experiencias en el futuro.
8. Es lo suficientemente flexible para permitir que durante la ejecución del proyecto se realicen ajustes o actualizaciones del programa original.
9. Permite cuantificar y valorar la magnitud de las consecuencias de las desviaciones respecto del programa original.
10. Proporciona al tomador de decisiones información objetiva sobre el desarrollo del programa.

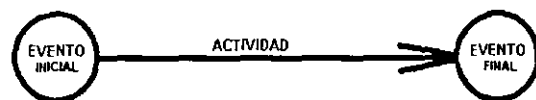
El uso de una red de actividades permite, de una forma gráfica, establecer la secuencia e interrelación entre las actividades que se deben realizar como ya ha sido inducido anteriormente, siempre

y cuando éstas estén perfectamente definidas, tengan inicios y terminaciones independientes de las demás, y puedan ser ordenadas con una secuencia condicionada por los requerimientos propios del proyecto.

El primer paso para elaborar la red de actividades de un programa consiste en detectar, configurar y separar las distintas operaciones o procesos necesarios para la ejecución de un proyecto, con fundamento en los objetivos, metas y estrategias establecidas en el programa.

Una vez elaborada la lista completa de estas actividades, el siguiente paso consiste en definir las relaciones esenciales entre todas las actividades, su secuencia y sus dependencias.

Cada "actividad" será representada con una flecha. El inicio de cada actividad constituirá un evento, así como también su culminación, el cual quedará representado generalmente con un círculo. La representación gráfica de una actividad y de sus eventos inicial y final es la siguiente:



Las flechas carecen de un significado integral vectorial; esto es, la dirección no es relevante y su magnitud tampoco, salvo los casos de representación de una red a escala. En cambio, el sentido indicado por la cabeza de la flecha sí tiene significado, pues indica que la acción se desarrolla del inicio al final

de la flecha mientras que el tiempo transcurre.

Debe entenderse que las actividades consumen tiempo, los eventos no. Los primeros implican una acción y los segundos marcan un hecho; el momento del inicio de una acción será denominado como evento inicial o evento de origen, y el instante de su culminación será llamado evento final.

Cada vez que se va a trazar una flecha deben hacerse tres preguntas esenciales:

1. ¿Qué otra(s) actividad(es) debe(n) estar terminada(s) antes de que pueda iniciar ésta?
2. ¿Qué actividad(es) puede(n) efectuarse simultáneamente con ésta?
3. ¿Qué actividad(es) debe(n) seguir a ésta?

Con un conocimiento completo del proyecto por efectuarse las respuestas a estas preguntas son sencillas, y con ellas se pueden desarrollar una Red de actividades completa, que representa un esquema lógico para el desarrollo del proyecto.

La liga y secuencia de las diversas actividades identificadas (flechas) formarán "cadenas" o áreas de acción. La unión de todas las cadenas de actividades constituirá la Red de actividades, representada por un diagrama de flechas.

Para que la red de actividades de un programa determinado sea representativa, deberá incluir todas las actividades por realizar, habrá de incorporar todos los elementos y factores que intervienen en el proyecto como son recursos y procesos y, además, habrá de considerar todas las limitantes y restricciones tecnológicas, de procedimiento, de seguridad, ambientales, etc., así como consideraciones especiales como son la urgencia del proyecto, sus implicaciones económicas, políticas, o sociales, por citar algunos ejemplos.

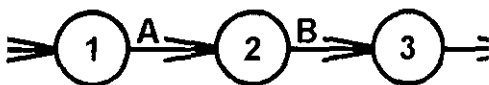
El grado de desglose de las actividades y, en consecuencia, el tamaño de la red reflejado en el número de actividades que la constituyan deberá determinarse prudentemente para cada proyecto en particular. Dicho desglose dependerá de factores tales como: la naturaleza de los trabajos e importancia de los mismos, complejidad de las operaciones, grado del control de calidad y avance que se especifique, localización y finalidad del proyecto, y periodo esperado para su ejecución.

Es conveniente señalar que una red de actividades debe constituir una ayuda para quien tiene la responsabilidad de programar y controlar un proyecto; de ninguna manera debe incrementar sus problemas ni complicar su trabajo. Por otro lado la red debe tener objetividad para ayudar a visualizar la problemática que representa la realización del proyecto y debe carecer de una magnitud y complejidad que hagan que su

manejo e interpretación signifique un consumo alto e innecesario de recursos.

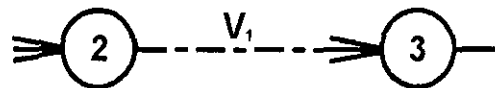
Por otro lado, la preparación de un diagrama de flechas o red de actividades tiene reglas básicas que deberán respetarse, toda vez que constituyen la “lógica” de cualquier red.

1. Los eventos serán identificados con números arábigos o romanos. Las actividades con nombres, letras mayúsculas, o bien, con números arábigos.
2. Todas las actividades tendrán un evento de origen o inicial y un evento final como se ejemplifica en la figura, donde la actividad “A” tiene su origen en el evento “1” y su término en el evento “2”, y la actividad “B” tiene un origen en el evento “2” y finaliza en el evento “3”.

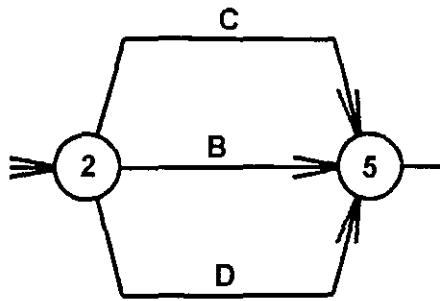


3. La numeración de eventos deberá ser tal, que siempre el número en el evento final de cada actividad debe ser mayor que el del evento inicial. El evento inicial de la primera actividad puede numerarse con el uno o con el cero.
4. Las actividades de tiempo cero y/o costo nulo se denominarán *actividades virtuales* o “dummy”, y se

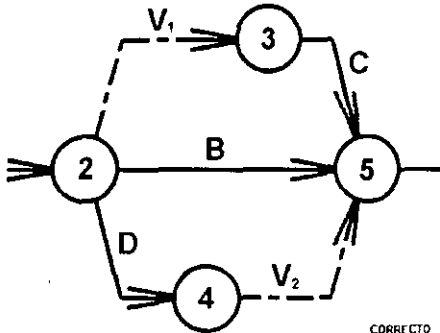
usan para mantener la secuencia correcta. Estas actividades se indicarán con flechas de líneas discontinuas como la que se ejemplifica en la figura, pero también tendrán eventos inicial y final.



5. Cuando dos o más actividades tengan los mismos eventos inicial y final, se utilizarán actividades virtuales para todas las ramas con excepción de una; esto con el fin de que cada actividad pueda identificarse separadamente por los números de los eventos inicial y final. La primera figura muestra la forma incorrecta, y la segunda la correcta.



INCORRECTO



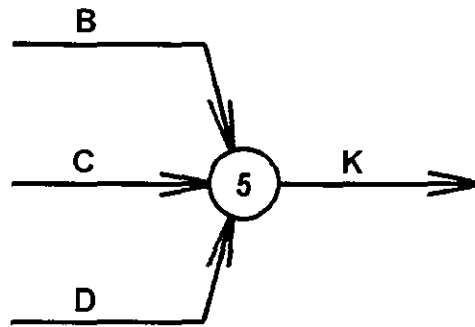
CORRECTO

6. Las actividades que consuman tiempo pero no recursos, como por ejemplo el secado de pintura, o fraguado del concreto, se conocerán como *actividades ficticias* y se representarán de la misma manera que las actividades virtuales. Las actividades ficticias se emplearán para simplemente representar periodos de espera obligados por cualquier circunstancia ajena a la ejecución del trabajo propiamente dicho.

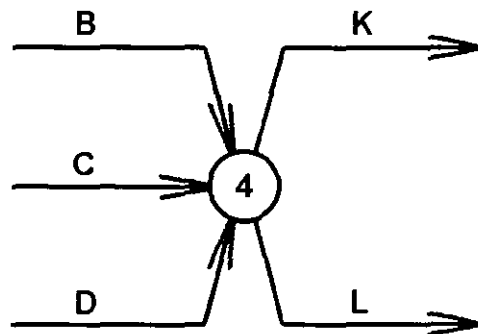
Es evidente que cada proyecto tiene secuencias propias y diversas relaciones entre sus diferentes actividades; de hecho, esas situaciones son las que llegan a caracterizarlos. Sin pretender señalar todas las clases de relaciones factibles de existir entre las diversas actividades de un proyecto, a

continuación se ejemplifican las más típicas, mismas que podrán combinarse para establecer relaciones complejas:

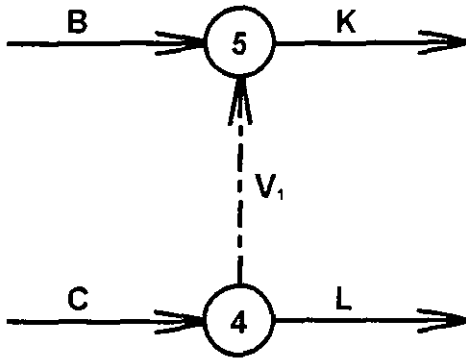
- a) La actividad "K" depende de las actividades "B", "C" y "D".



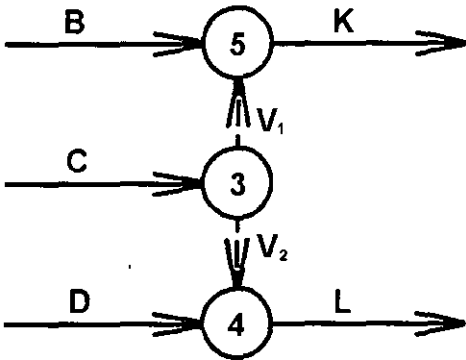
- b) Las actividades "K" y "L" dependen de las actividades "B", "C" y "D".



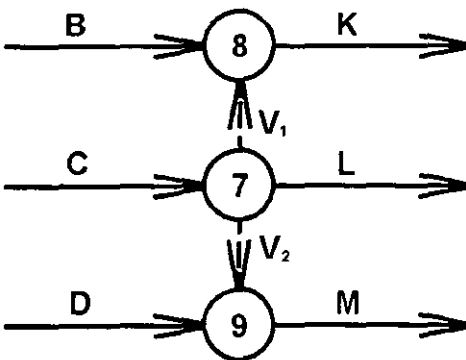
- c) La actividad "K" depende de las actividades "B" y "C", y la actividad "L" depende solamente de "C".



d) La actividad "K" depende de las actividades "B" y "C", y la actividad "L" depende de las actividades "C" y "D".

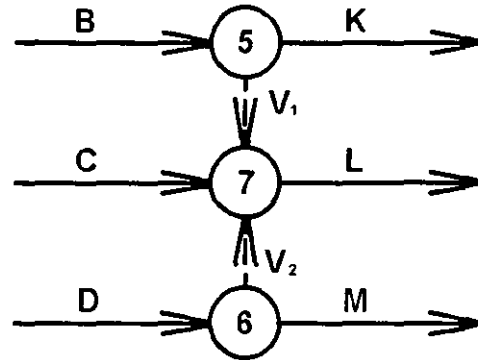


e) La actividad "K" depende de las actividades "B" y "C", la actividad "L" depende de la actividad "C" solamente, y la actividad "M" depende de las actividades "C" y "D".

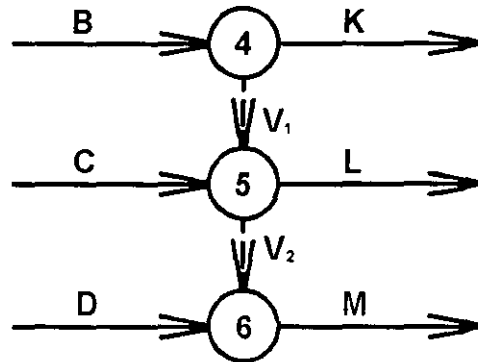


f) La actividad "K" sólo depende de la actividad "B",

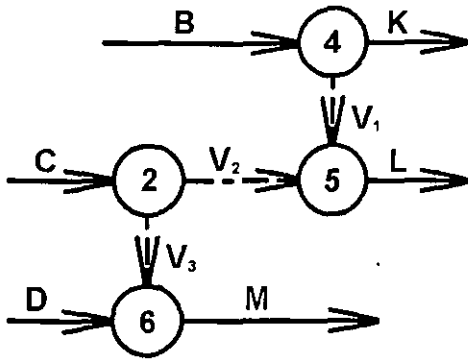
la actividad "L" depende de las actividades "B", "C" y "D", y la actividad "M" depende de la actividad "D" solamente.



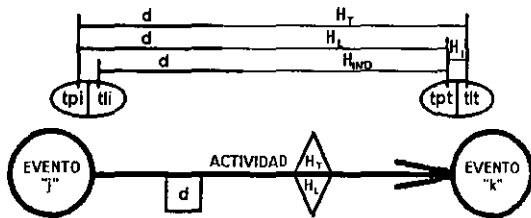
g) La actividad "K" depende de la actividad "B", la actividad "L" depende de las actividades "B" y "C", y la actividad "M" depende de las actividades "B", "C" y "D".



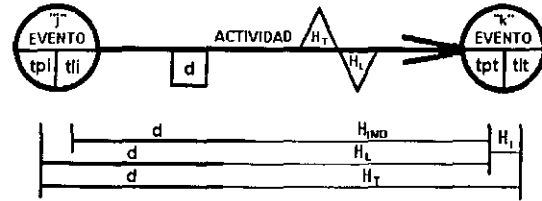
h) La actividad "K" depende de la actividad "B", la actividad "L" depende de las actividades "B" y "C", y la actividad "M" depende de las actividades "C" y "D".



En adición a lo anteriormente expuesto habrá que considerar el empleo de la siguiente nomenclatura que complementará la información que es posible incluir en una red de actividades:



Donde el evento "j" es aquel que da origen a la actividad, el evento "k" es el generado al término de la misma, "d" es el tiempo que dura su ejecución, "tpi" y "tli" son el tiempo próximo de inicio y el tiempo lejano de inicio respectivamente en los que puede comenzar la actividad, mientras que "tpt" y "tlt" son el tiempo próximo de término y el tiempo lejano de término en que puede concluir ésta, "HT", "HL", "HI" y "HIND" representan a la *holgura total*, a la *holgura libre*, a la *holgura de interferencia* y a la *holgura independiente*, las cuales serán explicadas más adelante. Sin embargo, si se desea, puede emplearse la siguiente representación gráfica con la nomenclatura ya expuesta:



El cálculo de los números cardinales que se deben asentar del lado izquierdo y derecho de los eventos que integran una red de actividades, mismos que, según la actividad que se esté tratando, representarán al tpi, tli, tpt, tlt de la misma, se calcularán de la siguiente manera:

- Primeramente se determinará el lado izquierdo de cada evento, comenzando por anotar un cero en el evento inicial del proyecto, para posteriormente avanzar en el sentido indicado por las flechas, sumando las duraciones indicadas en cada actividad y colocando el resultado en la "cabeza" de la flecha.
- Cuando un evento final sea concurrido por más de una flecha, se colocará el número mayor de los anotados en cada "cabeza" de flecha.
- El lado izquierdo del resto de los eventos se determinará de la misma manera descrita en el inciso a), pero partiendo del número anotado en el evento inicial de cada actividad. Se procederá de este modo hasta llegar al evento final del proyecto.

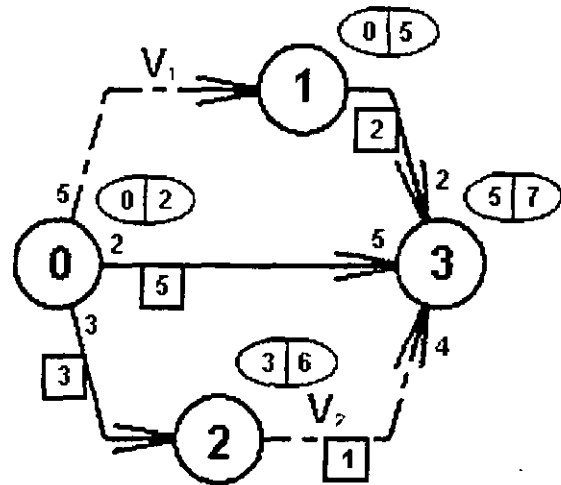
d) Una vez que se completó el cálculo de los lados izquierdos de todos los eventos, habrá que decidir sobre cuál será el tiempo lejano para la terminación del proyecto, es decir, se deberá elegir la “holgura” máxima que podrá disponerse para la conclusión de sus actividades, y se le sumará este número al lado izquierdo del evento final del proyecto, anotando el resultado del lado derecho del mismo.

e) Los números de los lados derechos de cada evento se determinarán retrocediendo a partir del evento final del proyecto, restando las duraciones anotadas en cada actividad y se asentará el resultado en el inicio de flecha respectiva.

f) Cuando de un evento inicial diverjan dos o más actividades, se anotará el menor número anotado en el inicio de cada flecha durante el retroceso.

g) Finalmente, se verificará que la diferencia entre el lado derecho e izquierdo del evento inicial del proyecto sea la misma que la dispuesta como “holgura” del mismo.

Este procedimiento descrito, fue aplicado como ejemplo en la figura que a continuación se muestra:



Con base en lo anteriormente explicado y en lo mostrado por la figura, podrá verse en la red de actividades que los tiempos próximos y lejanos ya referidos guardan la siguiente relación:

$$tpt = tpi + d$$

$$tlt = tli + d$$

Para el cálculo de las holguras también ya mencionadas, se deberán aplicar las siguientes equivalencias por cada una de las actividades de la red:

$$H_T = tlt - tpi - d$$

$$H_T = tli - tpi$$

$$H_L = tpt - tpi - d \text{ (}^1\text{)}$$

$$H_I = H_T - H_L$$

$$H_{IND} = tpt - tli - d \text{ (}^2\text{)}$$

¹ Estos valores serán tomados de la red de actividades y se omitirá la aplicación de la expresión que calcula el tiempo próximo de término de forma tabular.

² Estos valores serán tomados de la red de actividades, se omitirá la aplicación de las expresiones que calculan el tiempo próximo de término y el tiempo lejano de inicio de manera tabular, y habrá que considerar que el lapso entre estos tiempos puede ser insuficiente para cubrir la

Para esto, es conveniente realizar una tabulación en la que se apliquen los siguientes pasos:

1. Se anotarán las duraciones asignadas a cada actividad.
2. Se extraerán de la red de actividades los tiempos próximos de inicio de cada actividad y se anotarán en la tabla, pero sumándoles la unidad.
3. Se calculará el tiempo próximo de término de cada actividad sumándole a su tiempo próximo de inicio la duración correspondiente y se le restará al valor obtenido la unidad.
4. Se extraerá de la red y se anotará en la tabla el tiempo lejano de término de cada actividad.
5. El tiempo lejano de inicio se calculará restando la duración de cada actividad de su tiempo lejano de término y se le adicionará la unidad.
6. La holgura total de las actividades se determinará realizando la diferencia entre los respectivos tiempos lejanos de inicio y próximos de inicio, o bien, restándole al tiempo lejano de término el próximo de término.
7. La ruta o cadena crítica la integrará aquella secuencia de actividades cuya holgura total sea equivalente a la “holgura” seleccionada para el proyecto, misma que suele ser igual a “cero”.
8. La holgura libre de las actividades deberá ser calculada en la red de actividades y de ninguna manera en la tabla que se está generando, pues esto provocaría incoherencias; al tiempo próximo de término de cada actividad se le restará su tiempo próximo de inicio y su duración, lo cual corresponde a la aplicación de la expresión señalada con anterioridad.
9. Correspondientemente también a las expresiones aritméticas señaladas para determinar las distintas holguras, la de interferencia se calculará restándole a la holgura total de cada actividad, su holgura libre.
10. Al igual que el cálculo de la holgura libre, el de la independiente se realizará sobre la red de actividades, restando del tiempo próximo de término de cada actividad, el lejano de inicio y la duración de la propia actividad, igualmente de conformidad con las expresiones ya anotadas. Deberá tomarse en cuenta que, las características conceptuales de esta holgura hacen posible que en su cálculo se obtengan valores negativos, en cuyo caso serán

duración de la actividad, por lo que es posible que los valores de esta holgura sean negativos, en cuyo caso serán ignorados y considerados como equivalentes a cero.

ignorados y se anotará un “cero”.

La holgura total es el máximo tiempo que dispone una actividad en adición al necesario para su ejecución para ser llevada al cabo, es decir, es el máximo tiempo que puede retrasarse sin afectar la duración total del proyecto, aunque sí puede causar que se alteren los tiempos de iniciación de algunas de las actividades subsecuentes.

En cambio, la holgura libre es la parte de la holgura total que una actividad puede consumir sin retrasar el proyecto y sin impedir que ninguna de las actividades subsecuentes se comiencen en sus tiempos próximos de inicio.

Si una actividad se retrasara un lapso mayor al señalado por la holgura libre, pero menor o igual al de la holgura total, habrá también retraso en alguna actividad subsiguiente relativo a su tiempo próximo de inicio, aunque el proyecto mantendrá su fecha de terminación.

La situación anterior define entonces a la holgura de interferencia, que en caso de ser consumida completa o parcialmente, se hará necesario reprogramar las actividades subsecuentes y analizar las consecuencias de esa interferencia; de hecho, si un retraso consumiera un tiempo mayor al indicado por la holgura de interferencia, la conclusión del proyecto será postergada en la misma medida.

La holgura independiente es el tiempo adicional con que cuenta una actividad, independientemente de los

tiempos más lejanos de inicio de las actividades precedentes y de los tiempos más próximos de término de las subsecuentes; en otras palabras, es el tiempo en exceso a la duración de una actividad que puede consumirse sin retardar la terminación del proyecto ni la iniciación de la siguiente actividad, y que no puede ser retardada a su vez por las actividades precedentes. Por esta razón, la expresión señalada con que se calcula la holgura independiente considera que la actividad precedente termine en su tiempo lejano de término y la actividad subsecuente inicie en su tiempo próximo de inicio.

La holgura independiente puede considerarse como una medida de la mínima holgura de una actividad, ya que representa el margen adicional de una actividad en las condiciones más ajustadas para llevarse a cabo.

Pasando a otro concepto, aquellas actividades consecutivas que posean holgura total con el mismo valor numérico recibirán el nombre conjunto de “cadena de actividades”. Este conjunto de dos o más actividades en serie con la misma holgura total puede clasificarse en dos tipos: cadenas simples y cadenas complejas o ramificadas.

Una cadena de actividades será simple si a cada evento intermedio llega una sola actividad y de cada uno de ellos se genera una sola actividad; pero cuando más de una actividad es originada o más de una actividad concurre al mismo evento, se dirá que la cadena es compleja o ramificada.

La “ruta crítica”, que da nombre a este método, se formará con aquella serie o cadena de actividades que tenga su origen en el evento inicial del proyecto, su término en el evento final o conclusión del mismo y, cuyas holguras totales coincidan con la establecida en el proyecto (generalmente iguales a cero). Esta cadena particular de actividades también recibirá el nombre de *cadena crítica*.

Con lo anterior se deduce que el conjunto de actividades no críticas tendrá una holgura total mayor que la del proyecto (generalmente mayor de cero, si es que éste valor fue elegido como holgura del proyecto); sin embargo, si se llegara a consumir toda la holgura de interferencia de una actividad, todas las actividades subsecuentes se convertirán en críticas, dando lugar así a una nueva cadena crítica.

El concepto de holgura es aplicable tanto a cada actividad de la red como a cadenas de actividades de la misma, ya que se pueden observar relaciones entre las holguras que son directamente aplicables a las cadenas de actividades.

Cabe señalar que la holgura libre, la de interferencia y la independiente son parte de la holgura total, por lo que ninguna de ellas podrá tener un valor numérico mayor a esta última.

Adicionalmente a esto, debe tenerse presente que las holguras sirven como margen de seguridad para posibles e inevitables retrasos, pero también pueden ser empleadas y consumidas intencionalmente de forma razonada para balancear o

equilibrar el empleo de los diversos recursos que se invierten en un proyecto. Concretamente, del hecho que indica que la holgura libre puede consumirse sin afectar a las actividades subsecuentes, se desprende su importancia para dicho equilibrio o balanceo de recursos.

DIAGRAMAS DE GANTT

Claro es que durante las fases operativas de un proyecto se buscará facilitar las instrucciones sobre lo que se debe hacer y cómo se debe hacer para tener un control adecuado del mismo; con lo cual se procurará obtener los resultados esperados en el proyecto, así como también concluirlo con los recursos previstos en el tiempo especificado.

La pretensión de esta situación da origen a esta forma de control de proyecto, la cual busca evitar problemas de comunicación y el retraso de acciones por parte del personal que intervenga en cualquier proyecto.

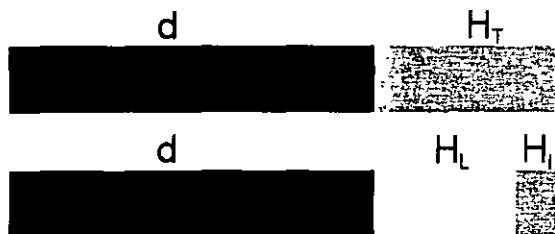
Durante la ejecución de un proyecto existe la posibilidad de que se presenten diversos factores que dificulten la ejecución del mismo, por ejemplo, que exista disidencia entre las personas que trabajan en él, que las actividades no provean los resultados óptimos que se esperaban, o que el proyecto consuma más recursos de los previstos. Por tales motivos es necesario diseñar mecanismos de control que procuren eficacia y eficiencia al respecto.

Un sistema de control debe ser simple y sencillo de seguir, con el fin de evitar que el personal y sus supervisores pasen la mayor parte del tiempo llenando y revisando papeles de distintos trámites.

Sin embargo, los documentos que se generen por el proyecto deben ser archivados sistemáticamente para facilitar su búsqueda en los momentos necesarios. En el futuro proveerán la retroalimentación de datos con los que será posible generar mayor y mejor información; con ello se conseguirá que las personas se especialicen, teniendo la experiencia y los conocimientos prácticos indispensables para analizar, diseñar, ejecutar y/o controlar proyectos de tipo específico.

A este respecto, los *diagramas de Gantt* resultan ser un mecanismo adecuado debido a su flexibilidad y claridad con que puede presentarse la información relativa al proyecto para su seguimiento y control.

Un diagrama de Gantt será sustentado en el método de la *ruta crítica*, donde la información relativa a cada actividad se representará mediante una barra horizontal que tendrá cualquiera de las dos siguientes características:



Estas barras tendrán una escala determinada y serán colocadas sobre un esquema análogo al de un calendario, donde el principio de cada barra coincidirá con la fecha o momento en que deba iniciarse la actividad que se está representando.

Si se selecciona la primera forma de las barras, la holgura total se presentará concentrada al final de cada cadena de actividades, es decir, se sumarán los valores de todas las holguras totales de las actividades que integran la cadena y se representará esta suma al final de la cadena, en la última actividad de la misma. Obviamente estas cadenas serán no críticas, pues las que sí son críticas carecen de holgura.

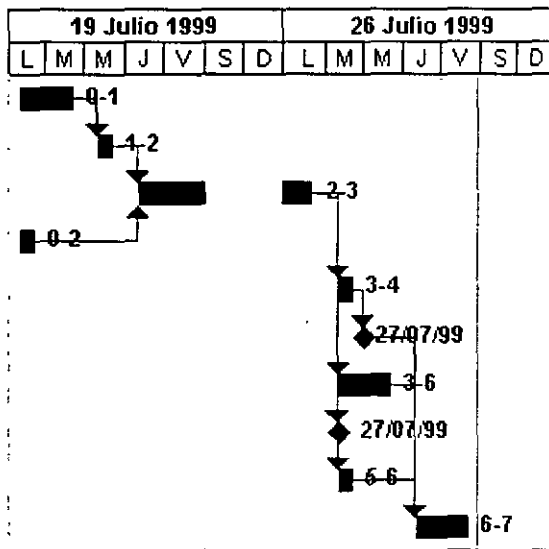
En cambio, si se selecciona la segunda forma, la holgura libre se colocará al final de la duración de cada actividad, y la suma de las holguras de interferencia de las actividades se concentrará al final de la cadena de la misma manera que la suma de las holguras totales en el caso anterior.

Es necesario señalar que la holgura total y la holgura de interferencia son holguras "compartidas", pues éstas pueden ser consumidas parcial o totalmente por una o varias de las actividades que forman una cadena.

En una cadena simple, la holgura total y la suma de las holguras de interferencia de las actividades que la integran podrán considerarse pertenecientes a la cadena misma, pues aunque ambas se encontrarán concentradas al final de ésta, pueden ser compartidas por las actividades que la forman, tal como fue

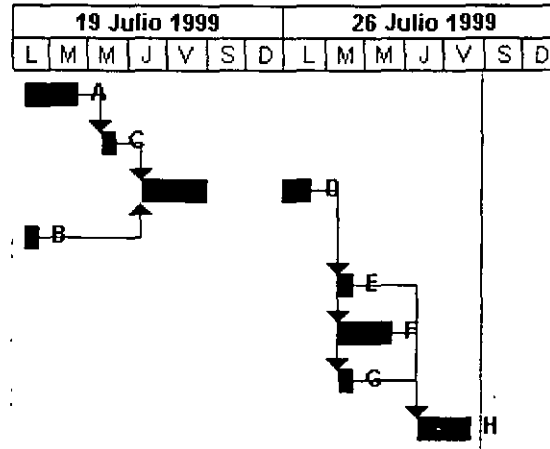
mencionado, causando este caso una reprogramación de las actividades de la misma. Con base en esto, puede afirmarse que la holgura de interferencia equivaldrá a la holgura total de la última actividad de una cadena.

Por otro lado, la holgura independiente de una actividad no puede ser compartida con ninguna otra. Existirá normalmente en actividades no críticas aisladas conectadas en su inicio y en su terminación con la ruta crítica, o bien, en las actividades finales de cadenas no críticas que terminen en otras cadenas más críticas. A continuación se presenta un ejemplo manejando un diagrama de Gantt:



En este ejemplo se expuso una red de actividades mediante la segunda representación de barras; pero la holgura libre se presentó mediante un alargamiento horizontal de las flechas que indican la secuencia de las actividades. Las actividades virtuales se presentaron con rombos, lo cual indica una duración de valor cero.

Lo anterior obedece a los principios expuestos por el método de la ruta crítica, sin embargo, también es posible la siguiente representación, la cual corresponde al mismo ejemplo esquematizado:



En este ejemplo las actividades son referidas por sus nombres, o bien por letras, pero si fueran referidas por sus eventos de inicio y término se tendría que emplear el primer caso expuesto con actividades virtuales.

Desde el punto de vista de control del proyecto, las actividades críticas deberán realizarse rigurosamente iniciando y terminando precisamente en sus tiempos próximos de inicio y de término, los cuales coincidirán con los tiempos lejanos de inicio y término; esta característica específica es la que hace que carezcan de holgura y por tanto sean críticas. De ocurrir un retraso en cualquiera de estas actividades críticas, se producirá un retraso de la misma magnitud en todo el proyecto.

En contraposición, las actividades no críticas, sí tendrán un tiempo disponible para su ejecución mayor que el estrictamente necesario para su realización, y podrán moverse,

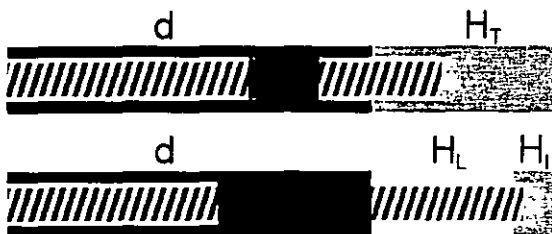
desplazarse, o bien "flotar" dentro de ese tiempo más amplio disponible.

Sin embargo, si se dispone de las holguras de cada actividad para balancear y optimar los recursos del proyecto, habrá entonces que respetar estrictamente también sus tiempos de inicio y término. Esta situación deberá ser informada y especificada a los ejecutores y supervisores del proyecto.

A medida que la holgura total de una actividad o de una cadena de actividades sea más pequeña, el riesgo de convertirse en crítica es mayor. Las cadenas de actividades con holgura total pequeña deberán ser vigiladas con mayor cuidado durante la ejecución del proyecto, ya que un pequeño retraso puede convertirlas en críticas.

Hablando ahora de otra actividad inherente al control de un proyecto, el desarrollo operativo del mismo será seguido sobre su respectivo diagrama de Gantt, marcando sobre las barras el avance que se presente día a día cada actividad.

Este marcaje puede realizarse de una forma similar a la que a continuación se indica:



Debe observarse que solamente será colocada la marca referida en los

días en que efectivamente sea ejecutada la actividad, esperando que la longitud de dicha marca sea equivalente a la duración esperada de la misma.

En caso de que la duración real de la actividad sea menor que la programada, podrán adelantarse los tiempos próximos de inicio de aquellas subsecuentes. Si esta duración menor se presenta en una actividad crítica, significará una conclusión anticipada del proyecto.

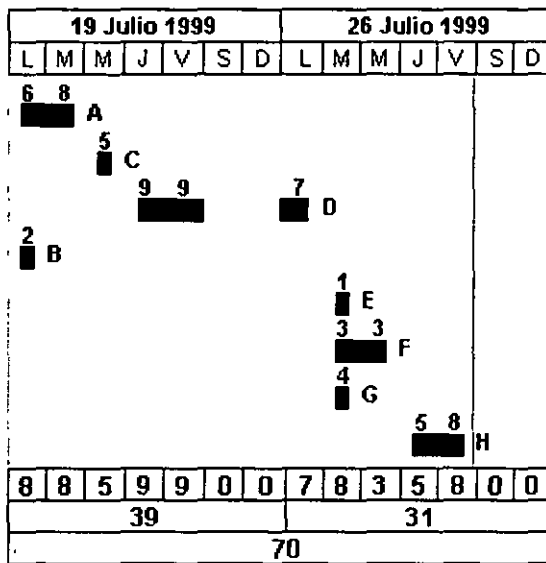
Por el contrario, también la duración real podría ser mayor que la prevista, por lo tanto, la longitud de la marca será entonces más grande que la duración indicada en la barra, consumiéndose necesariamente así las holguras que correspondan.

Existe además la posibilidad de que se genere un retraso operativo que haga que una o más actividades duren un lapso mayor que el indicado en las barras incluyendo sus holguras, por lo que se causará una reprogramación de las actividades subsecuentes que podrían convertirse en críticas, e incluso del proyecto mismo si se trata de actividades que ya son críticas como ha sido referido anteriormente; esta situación debe ser señalada en el diagrama de Gantt respectivo para efectos de memoria del proyecto. Las causas que pueden dar origen a una situación como ésta son diversas y su exposición es obvia.

Adicionalmente al control operativo que puede lograrse empleando diagramas de Gantt, este mecanismo puede auxiliar también en el manejo de una mayor y mejor información

durante el proceso de programación de presupuestos; dicha información es relativa a la administración y consumo de los recursos financieros y humanos que deben invertirse en el proyecto. En este sentido, un diagrama de Gantt es un magnífico auxiliar para el proceso de *presupuestación*, con el cual es posible aplicar técnicas cuantitativas de evaluación de proyectos.

Para lo anterior, basta con colocar la cantidad de recursos que consumirá cada actividad de manera tal que se concuerde con el esquema de calendario que se esté empleando, y después sumar todos los valores por unidad de tiempo que procedan. Por ejemplo:



En este ejemplo se han acumulado en la parte inferior los valores de los recursos que serán consumidos por cada unidad de tiempo; por supuesto, si se efectúa una suma en sentido horizontal, se obtendrán los recursos que se destinarán o que consumirá cada actividad.

Así mismo, se obtuvo el total de recursos que se invertirán en el proyecto acumulando las sumas obtenidas en cada unidad de tiempo. Dichos recursos pueden ser de tipo monetario o de tipo humano, los cuales deberán ser evaluados mediante los métodos que sean convenientes para cada caso.

EL MÉTODO "PERT"

Esta Técnica de Evaluación y de Revisión de Programas es referida mediante el acrónimo formado por su nombre en inglés (Program Evaluation and Review Technique) y, como anteriormente se afirmó, es similar al de la ruta crítica, pero la diferencia básica consiste en que "PERT" es un método probabilístico que supone el desarrollo de un escenario optimista, uno pesimista y otro esperado; el último de ellos se determina acotado por los dos primeros, aplicando técnicas de simulación.

Obviamente con la programación se trata de establecer el mejor ordenamiento de un conjunto de actividades que deberán ser emprendidas en el futuro, con las cuales se pretende llevar a cabo un proyecto; sin embargo, por ser eventos futuros se tratará inherentemente con incertidumbre respecto de las condiciones en que serán realizadas.

Es precisamente este hecho el que hace que las cosas resulten de manera distinta a la que se supuso de manera determinística, debido a que la ocurrencia de eventos futuros es una cuestión aleatoria, es decir,

pueden depender del azar; por esta razón es recomendable prepararse para las mejores y las peores condiciones.

El escenario optimista se formulará con la determinación de las mejores condiciones en que pueden ser desarrolladas las actividades del proyecto, o sea, se considerarán los menores costos y mínimas duraciones de las actividades, así como también la mayor disposición de recursos económicos y humanos.

Por el contrario, el escenario pesimista se formará determinando la ocurrencia de las peores condiciones de trabajo en el proyecto, es decir, se supondrá que se alcanzarán los mayores costos y máximas duraciones, además de la menor disposición de los recursos en general.

El escenario esperado resulta ser uno intermedio de los dos anteriores obviamente; su generación se logra simulando el acontecimiento de las situaciones más probables que pueden ocurrir en el futuro, por eso mismo es que este escenario también puede ser llamado "escenario más probable". Un método de simulación muy empleado para este fin es el denominado *Monte Carlo*.

El modelo de Monte Carlo, llamado también método de ensayos estadísticos, es una técnica de simulación de situaciones inciertas que permite definir valores esperados para variables no controlables mediante la selección aleatoria de valores, donde la probabilidad de elegir entre todos los resultados

posibles está en estricta relación con sus respectivas distribuciones de probabilidad.

El mecanismo a seguir para realizar tales ensayos estadísticos obedece a estos pasos:

1. Seleccionar un conjunto representativo de proyectos ya realizados para tomar de ellos los parámetros que nos interesan simular en la creación del escenario más probable del proyecto que se pretende realizar.
2. Se formarán clases estadísticas con los datos elegidos, estableciendo un intervalo o amplitud que sea conveniente en las mismas; posteriormente se calculará el valor medio en cada clase, la frecuencia con que se presentó cada clase en el conjunto seleccionado, la frecuencia relativa y la frecuencia relativa acumulada, tal como se ejemplifica en la siguiente tabla:

Valor Medio del Estrato de la Variable "X"	Frecuencia	Frecuencia Relativa P(X)	Frecuencia Relativa Acumulada
200	11	0.1058	0.1058
250	27	0.2596	0.3654
300	34	0.3269	0.6923
350	16	0.1538	0.8462
400	9	0.0865	0.9327
450	5	0.0481	0.9808
500	2	0.0192	1.0000
Suma	104	1.0000	

La frecuencia, frecuencia relativa y frecuencia relativa

acumulada deberán cumplir las siguientes condiciones:

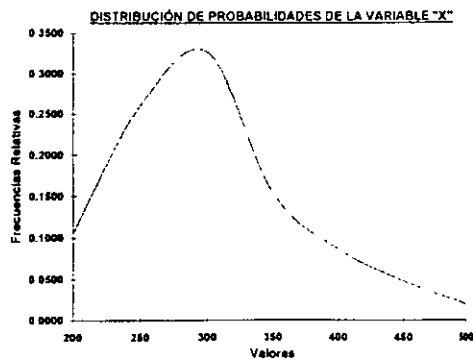
$$n = \sum_{i=1}^k f_i$$

$$fr_i = f_i / n,$$

$$fra_i = \sum_{k=1}^i fr_k,$$

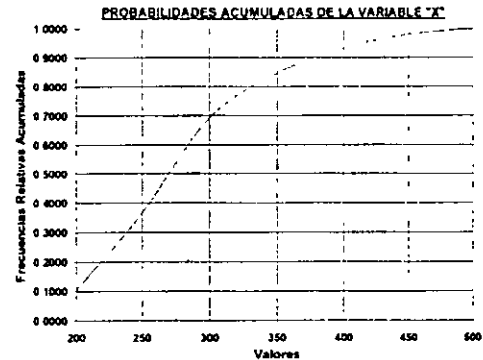
donde "n" es el número de elementos que integra el conjunto en estudio, "f_i" el número de elementos del conjunto en estudio que incurren en el estrato "i", "fr_i" y "fra_i" la frecuencia relativa y la frecuencia relativa acumulada que corresponden al estrato "i".

3. Con la frecuencia relativa calculada puede conocerse la distribución de probabilidades de los parámetros tratados, la cual se apreciará en una gráfica como la siguiente:



4. La distribución de los datos puede estar concentrada alrededor de cualquier

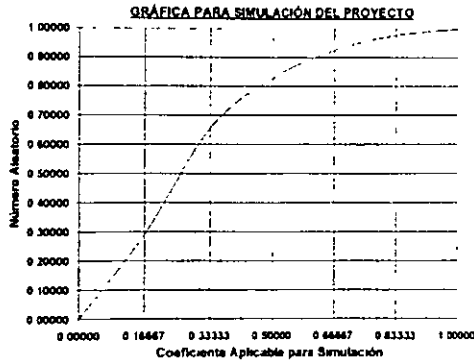
abscisa y para que el proceso de simulación la respete será necesario construir la siguiente gráfica con la frecuencia relativa acumulada que se calculó en la tabla:



5. Como paso inmediato se procederá a "normalizar" el rango empleado en los ejes de las abscisas y de las ordenadas, es decir, a convertir su amplitud de cero a uno con la expresión siguiente:

$$C_j = (V_j - V_{\min}) / (V_{\max} - V_{\min}),$$

donde "V" refiere los valores ubicados en cada eje de la gráfica anterior y "C_i" es cada uno de los valores de los ejes con los que se creará una gráfica "normalizada" como la que se muestra en esta figura:



- Por último, se generará una serie de números aleatorios que sea lo suficientemente grande para que ésta sea considerada representativa del proyecto en cuanto a su comportamiento; dichos números aleatorios se comprenderán entre el cero y la unidad, y serán ubicados en el eje de las ordenadas de esta última gráfica y se obtendrá el coeficiente que les corresponda sobre las abscisas. Con el coeficiente aplicable para la simulación se aplicará la siguiente expresión, con la cual se calcularán los parámetros buscados con la simulación:

$$S_{Ei} = P_{\min} + C_{Ai} (P_{\max} - P_{\min}),$$

donde "C_{Ai}" es cada coeficiente corregido por la correlación normalizada que se aplicó para el caso específico de cada número aleatorio de la serie generada, "P" corresponde a los valores de los parámetros que se tomaron como base para efectuar el ordenamiento estadístico con que partió el proceso de simulación y S_{Ei} es cada

valor resultado de la aplicación de cada "C_{Ai}".

Cabe señalar que en caso de no contar con los datos indicados en el primer paso, los números aleatorios pueden ser aplicados directamente en la expresión del último punto.

Existe la posibilidad de que la cantidad de números aleatorios que se generarán sea determinada mediante la aplicación de conceptos de muestreo aleatorio; incluso estos conceptos pueden apoyar para generar varios escenarios que son posibles y tomar de ellos el más representativo para catalogarlo como el más probable de presentarse en la realidad.

Para analizar características específicas de una muestra aleatoria, misma que se considerará representativa de una población, se emplearán los parámetros conocidos como estadísticos, mismos que reciben también el nombre de "medidas de tendencia central". Un estadístico o medida de tendencia central será cualquier función (expresión matemática) que involucre a las variables aleatorias que constituyen una muestra aleatoria.

Los estadísticos más comunes utilizados para determinar el punto medio de un conjunto de datos, dispuestos en orden de magnitud, son la media, la mediana y la moda.

Si X₁, X₂, ..., X_n constituyen una muestra aleatoria de tamaño "n", donde cada una de ellas tiene la misma probabilidad de ocurrencia, entonces la "media muestral" se define con el estadístico:

$$\mu_x = 1/n \sum_{i=1}^n X_i,$$

y en caso de que cada una de estas variables posea su propia y respectiva probabilidad de ocurrencia, el estadístico de la media muestral será:

$$\mu_x = \sum_{i=1}^n P(X_i) X_i.$$

Si X_1, X_2, \dots, X_n constituyen una muestra aleatoria de tamaño "n", dispuesta en orden creciente de magnitud, entonces la "mediana de la muestra" se define con el estadístico siguiente:

$$m_x = X_{(n+1)/2} \text{ si "n" es impar, y}$$

$$m_x = \frac{1}{2} (X_{n/2} + X_{(n/2)+1}) \text{ si "n" es par.}$$

Si X_1, X_2, \dots, X_n , que no son necesariamente diferentes, constituyen una muestra aleatoria de tamaño "n", entonces la "moda muestral" es el valor de la observación que ocurre más a menudo o con la mayor frecuencia. La moda será referida con la letra " M_x ", la cuál puede no existir y cuando existe no es necesariamente única.

De las tres medidas de tendencia central definidas anteriormente, será la media en la que centraremos nuestra atención, pues servirá para definir otras características de índole estadística que referirá la dispersión que existe de los datos muestrales respecto de su media. Esta información que es referida recibe el nombre de momento de orden "k" con respecto a la media; el cuál, cuando los valores de la muestra tienen la

misma probabilidad de ocurrencia, es definido de la siguiente manera:

$$m^k = 1/n \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_x)^k,$$

pero cuando los valores de dicha muestra poseen distintas probabilidades de ocurrencia, la expresión aplicable será:

$$m_x^k = \sum_{i=1}^n P(X_i) (X_i - \mu_x)^k.$$

En lo sucesivo, será el momento de orden dos con respecto a la media el que nos interesará, el cuál será denominado como varianza de la muestra y se determinará con la siguiente expresión cuando exista la misma probabilidad de ocurrencia en los valores de la muestra:

$$\sigma_x^2 = 1/n \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_x)^2,$$

y como se ha venido señalando, en caso de que los valores que integran la muestra tengan distinta probabilidad de ocurrencia, la expresión anterior será modificada del siguiente modo:

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n P(X_i) (X_i - \mu_x)^2.$$

A la raíz cuadrada de la varianza se le conocerá con el nombre de desviación estándar, misma que se expresará de la forma siguiente:

$$\sigma_x = (\sigma_x^2)^{1/2}.$$

Adicionalmente es posible determinar de una manera relativa o porcentual la dispersión de los datos analizados en una muestra con respecto de su media, la cual se fundamenta en la

determinación de un índice conocido como "coeficiente de variación", mismo que guarda la siguiente equivalencia:

$$v_x = \sigma_x / \mu_x.$$

No obstante, existe una cuarta medida de dispersión que no depende de la media de la muestra, ésta recibe el nombre de "rango de la muestra aleatoria". Si X_1, X_2, \dots, X_n son elementos de una muestra aleatoria, el rango se define como $X_n - X_1$, donde X_n y X_1 son, respectivamente, las observaciones mayor y menor de la muestra.

En adición a lo expuesto, es posible calificar a una muestra con base en su distribución simétrica respecto de su media y con base en su aplanamiento o exceso (kurtosis), es decir, podemos inducir el cálculo de dos índices: el primero denominado coeficiente de simetría, y el segundo llamado coeficiente de kurtosis.

El coeficiente de simetría se calcula con la siguiente relación:

$$\beta_1 = m_3^2 / m_2^3.$$

Si el valor de este coeficiente es igual a cero, significará que la curva de distribución de la muestra es simétrica, es decir, que existe el mismo número de elementos a la derecha y a la izquierda de la media. En cambio, si el valor del coeficiente de simetría es mayor que cero, se dirá que existe una asimetría "positiva", e indicará que el valor de la moda es menor que el de la media; si por el contrario, el valor del coeficiente es menor que cero, la

asimetría será "negativa", y el valor de la moda será mayor que el de la media de la muestra,

Por su parte, el coeficiente de kurtosis o de aplanamiento se determinará con este cociente:

$$\beta_2 = m_4 / m_2^2.$$

Para calificar el grado de aplanamiento de la distribución de una muestra, se le comparará con una distribución teórica de gran importancia, la cual es llamada "normal estándar". El valor del coeficiente de kurtosis para la distribución normal es equivalente a tres unidades (mezokúrtica), por lo que, si éste coeficiente resulta ser menor que tres, la distribución de la muestra será "platokúrtica", es decir, más aplanada que la curva de la distribución normal; si por el contrario, el valor calculado fuera mayor que tres, la curva de distribución de la muestra será "leptokúrtica", o sea, menos aplanada que la distribución normal.

Una curva de distribución platokúrtica (achatada) indica que los datos muestrales se encuentran muy dispersos respecto de su media, ya que su altura es menor que la curva de distribución normal, en cambio, una curva leptokúrtica (alta y estrecha en el centro) indica que los elementos de la muestra son concentrados, es decir, poseen valores cercanos a la media.

Con base en lo anteriormente explicado, cabe destacar que la media es fácil de calcular y emplea toda la información disponible, por

esa razón los métodos utilizados en inferencia estadística se basan en la media de la muestra. La única desventaja importante de la media es que puede ser afectada en forma nociva por los valores extremos.

La mediana tiene la ventaja de ser fácil de calcular si el número de observaciones es relativamente pequeño, y no es influida por valores extremos. Al considerar muestras tomadas de poblaciones, las medias muestrales por lo general no varían tanto de una muestra a otra como lo harían las medianas, por consiguiente, la media es más estable que la mediana si se intenta estimar el punto central de una población con base en un valor de muestra. En consecuencia, una media muestral ha de estar probablemente más próxima a la media de la población que la mediana de su muestra.

La moda es la medida menos utilizada de las tres medidas de tendencia central ya referidas. Para conjuntos pequeños de datos su valor es casi inútil, si es que existe. Tiene un valor significativo sólo en el caso de una gran cantidad de datos. Sus dos principales ventajas son que:

1. no requiere cálculo y que,
2. se puede utilizar para evaluar datos cualitativos o cuantitativos.

Sin embargo, las tres medidas de tendencia central definidas no dan por sí solas una descripción adecuada de los datos. Se necesita saber en qué grado las observaciones se apartan del

promedio, y es entonces donde cobran relevancia las medidas de dispersión, ya que es posible tener dos conjuntos de observaciones con la misma media o mediana que difieran considerablemente en la variabilidad de sus mediciones con respecto a su respectiva media.

El rango puede ser una medida de variabilidad deficiente, en particular si el tamaño de la muestra o población es grande. Tal medida considera sólo los valores extremos y no expresa nada acerca de la distribución de valores comprendidos entre ellos.

La varianza contrarresta la desventaja del rango, y estas dos medidas de dispersión las complementa la desviación estándar y el coeficiente de variación.

Para concluir con este punto, podemos decir que la simulación aplicada en el método PERT es una manera "virtual" de hacer historia sin correr riesgo, pues en caso de notar deficiencias en puntos específicos del proyecto, es posible tomar medidas pertinentes para evitarlas o disminuirlas sin una repercusión sorpresiva en los recursos.

LA BITÁCORA DE PROYECTO

La palabra "bitácora" refiere, originalmente, al armario o caja cilíndrica donde se guardan los instrumentos de navegación, entre los cuales se encuentra un libro en el que se anotan rumbos, velocidades, orígenes, destinos, maniobras e incidentes de viaje; no obstante esto, en materia de control se entenderá por bitácora al documento utilizado

para anotar en él cualquier situación que se presente durante el desarrollo de los trabajos de un proyecto que sean diferentes a lo supuesto o establecido durante los procesos de planeación o programación.

La bitácora de proyecto es un medio oficial y legal de comunicación entre las partes que intervienen en la ejecución del mismo. Su objetivo es oficializar los comunicados y decisiones que se tomen, pues durante el desarrollo del proyecto será un documento vigente.

Cabe destacar que éste es un documento sumamente importante, por tanto debe ser utilizado únicamente para asentar notas trascendentes y relativas al proyecto mismo, de ninguna manera debe emplearse para hacer observaciones de carácter personal o como "buzón de quejas".

Evidentemente la bitácora es una herramienta importante para el control de un proyecto; de hecho, esa es la razón principal por la que es empleada. Además permite dar seguimiento al desarrollo del mismo durante su avance para así procurar que se logren y alcancen los objetivos y metas esperados.

Por tal motivo, habrá que seguir para su elaboración un conjunto de reglas que normarán las anotaciones que ahí se realicen:

1. Las fojas que integren el documento deberán ser foliadas con números arábigos consecutivos e iniciando con el uno. En caso de contar también con

copias, éstas deberán tener los mismos folios e indicar que son una copia fiel de su original.

2. En la parte superior de cada foja deberá indicarse, al menos, el proyecto al que refieren las notas contenidas, fecha de inicio, plazo de ejecución, quien lo realiza y el personal responsable.
3. La apertura de la bitácora se realiza con un primer asiento en el cual se exprese de la manera más precisa posible los generales del proyecto, la misión que se pretende cumplir, los objetivos y metas que se deben alcanzar, la ubicación física del proyecto, los responsables de las acciones, las firmas autógrafas autorizadas para emitir notas de bitácora, etcétera.
4. Las personas que deben firmar la nota de apertura son aquellas que tengan capacidad técnica, jurídica y legal para hacerlo, ende la responsabilidad de tomar las decisiones. Quien en primera instancia debe firmar es el coordinador general del proyecto, y en segunda instancia aquellas personas que él mismo ha designado y autorizado como responsables de realizar las acciones concretas, así como aquellas que las supervisarán.

5. Con el objeto de evitar posibles contradicciones en los trabajos, la participación de un mando superior en la bitácora debe restringirse al caso exclusivo de autorizar, o bien de desautorizar la intervención de los subordinados, pues al final de las cuentas, los asientos en la bitácora de proyecto es responsabilidad de las personas autorizadas.
6. Todas las notas deben serarse consecutivamente con números arábigos y seguidamente se colocará la fecha de su asiento, respetando el orden sin excepción alguna. En caso de que alguna nota carezca de esto deberá ser invalidada.
7. Se deberá evitar el uso de abreviaturas, sin embargo sí se permite el uso de acrónimos, siempre y cuando se señale en una nota el significado del término formado por las primeras letras de las palabras de la expresión compuesta.
8. Habrá que respetar un margen izquierdo para que en él se anote el número de nota que proceda y su fecha de escritura.
9. La escritura de las notas debe efectuarse con tinta indeleble, a mano y con letra de molde para que sea completamente legible.
10. Al final de cada una de las notas de bitácora deberá aparecer la firma autógrafa de quien la emitió. Dicha firma deberá pertenecer a alguna de las personas autorizadas en la nota de apertura para realizar los asientos que procedan, tal como ya fue referido.
11. Cuando se cometa un error de ortografía o de redacción la nota debe invalidarse colocando una leyenda que diga: "esta nota es inválida por presentar errores". De inmediato se asentará la siguiente sustituyendo a la anterior.
12. Una nota con tachaduras o enmendaduras es ilegal, por tal razón debe ser anulada como se indica en el punto inmediato anterior.
13. Es ilícito sobreponer o añadir algún escrito a una nota de bitácora, así como escribir entre renglones y en los márgenes, por lo que en este caso de detectar esta situación la nota debe ser invalidada como ya se ha establecido.
14. Cuando cambien los responsables de un programa, sea porque se les asignó otra tarea o porque dejan de prestar sus servicios para el proyecto, será necesario que el

coordinador general del proyecto desautorice sus funciones mediante el asentamiento de la nota correspondiente, indicando quienes los sustituirán. Los sustitutos deberán firmar esta nota que se genere para que sea autorizada y validada su firma.

15. Al completar el uso de cada una de las fojas de la bitácora, se cancelará el espacio restante en ellas rayándolos diagonalmente para inutilizarlos.
16. La bitácora de proyecto es un documento que debe estar encuadernado con pastas duras y resistentes al mal trato, con lo cual esta bitácora estará contenida en una libreta.
17. El tamaño de las libretas de bitácora es difícil de determinar; en ocasiones las fojas encuadernadas son insuficientes y en otras son demasiadas. En el primer caso será necesario abrir otra libreta e indicar en cada una de sus fojas el volumen que corresponde con número romano, así como también en las libretas anteriores; si ocurriera lo segundo, las fojas desocupadas se cruzarán con líneas diagonales con el fin de inutilizarlas.
18. Cuando sea necesario emplear más de una libreta para la bitácora de proyecto,

todas las fojas de cada uno de estos volúmenes serán foliadas también con números arábigos consecutivos e iniciando, en cada caso, con el uno.

19. Al momento de terminar el proyecto, se efectuará el cierre de la bitácora mediante el asiento de la nota final, misma que expresará este hecho junto con la indicación del número de volúmenes que la integran y el número de fojas contenidas en cada uno de ellos. Deberá ser firmada por el coordinador general del proyecto y por las personas que, como responsables, lo hayan concluido.

Como en su momento se mencionó, la bitácora de proyecto nunca debe utilizarse para discutir asuntos intrascendentes, insensateces y mucho menos para agraviar o agredir, por eso cabe destacar la conveniencia de meditar y pensar cuidadosamente lo que se quiere decir y cómo debe expresarse antes de asentar alguna nota.

Es conveniente primero hacer un borrador por separado para asegurar que se escribirá una nota pertinente y adecuada. Debe evitarse en la medida de lo posible realizar una nota directamente en la bitácora.

Así mismo, es importante cuidar la ortografía y semántica de las palabras, pues esta cuestión es la que da seriedad al documento.

Por su lado la redacción es un asunto también de vital importancia, pues la descripción de hechos u órdenes debe ser clara y precisa para evitar futuras interrogantes o dudas al respecto.

Se recomienda que en cada nota se especifique primeramente si se trata de una orden, de un informe o si se trata de dar constancia de un hecho, por ejemplo; después expresar una breve descripción del asunto o problema, su ubicación, las causas que han dado origen al problema, la solución necesaria, el plazo para realizarla, medidas futuras de prevención, posibles consecuencias económicas, sanciones procedentes, croquis explicativos, nuevos mecanismos de seguimiento y control, etcétera.

Como puede notarse, la bitácora es un excelente mecanismo de "memoria" de un proyecto, además de constituir una buena herramienta para el seguimiento y control del mismo; por tal motivo es preciso que siempre sea referido en ella todo hecho que se considere de singular importancia o que signifique un logro o un retraso en el avance de las acciones concretas. El uso y manejo de una bitácora de proyecto jamás deben ser omitidos.

• **EVALUACIÓN DE PROYECTOS:**
Elementos para la toma de decisiones

Los movimientos económicos existentes en la sociedad en general, han creado, desde hace mucho tiempo, el concepto de préstamo. Un préstamo es la facilitación que una persona con excedentes de recursos económicos hace a otra para quien esos recursos son escasos, a cambio de la reintegración de ese mismo recurso económico más un "interés" en un momento posterior.

El "interés" es la cantidad o cuantía monetaria que se debe pagar, en el momento establecido, por el uso del recurso económico ajeno referido, sin menoscabo de su reintegración a quien lo prestó. A este recurso económico prestado se le denomina "suerte principal".

Como es lógico de pensar, un préstamo es regido por usos y costumbres de índole comercial, por lo que será necesario definir fundamentos que servirán de principio para el desarrollo de la "teoría del interés" y de la "teoría del descuento".

Se comenzará por denominar al recurso económico prestado como "suerte principal"; se llamará "plazo" al tiempo total en que debe ser reintegrado el préstamo y su interés generado, y "periodo" al tiempo que transcurre entre el pago de un interés y otro. Debe tenerse presente que el plazo y el periodo no necesariamente son equivalentes, es más, puede

decirse que el plazo es el conjunto de periodos que transcurren para la reintegración de la suerte principal y su interés generado.

Sin embargo, existen lapsos menores al periodo en que suele calcularse el interés que corresponde para integrarlo a la suerte principal, de tal manera que ésta será mayor la siguiente vez que vuelva a calcularse el interés respectivo. A esta forma de generación de intereses se le conoce como "interés compuesto", y a los lapsos referidos en esta idea se le conocen como "subperiodos". Habrá que entender que un conjunto de subperiodos formarán un periodo, y como anteriormente se dijo, un conjunto de periodos formarán el plazo.

Para efectos de nomenclatura, se designará a cada subperiodo con la literal "m", a cada periodo con la literal "n", y el plazo quedará referido consecuentemente con el producto "mn". La suerte principal se denotará con la sigla " C_0 ", y el monto que se debe reintegrar en un momento determinado se entenderá como " $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{mn}$ ", el cual será equivalente a la suerte principal original, más los intereses generados al momento; lo anterior significa que "m" se variará desde la unidad y hasta el número total de subperiodos que tenga cada periodo, y de manera análoga, "n" se variará también desde la unidad y hasta el número total de periodos que tenga el plazo.

Con lo anterior se deduce que, siempre y cuando el interés sea diferente de cero, los cantidades en el tiempo serán diferentes entre sí, es decir que:

$$C_0 \neq C_1 \neq C_2 \neq C_3 \neq \dots \neq C_{mn},$$

y por esta razón se afirma que un recurso económico tiene valor en el tiempo, denominando a la cantidad de la extrema izquierda como "valor presente" respecto de los valores a su derecha; y a la cantidad de la extrema derecha como "valor futuro" respecto de los que están a su izquierda.

TEORÍA DEL INTERÉS

El interés que se pacta pagar por el préstamo en cada subperiodo se establecerá como una proporción de la suerte principal, es decir, se calculará mediante el producto de la misma por una "tasa" expresada en términos porcentuales, y denotada como "i"; con lo cual se obtiene que:

$$I' = C_0 (i'),$$

y si se desea conocer la "tasa de interés nominal del periodo", entonces bastará con multiplicar el número total de subperiodos de cada periodo por la tasa de cada subperiodo, es decir:

$$i_{(m)} = m i',$$

donde "m" es el número de subperiodos que tiene cada periodo, "i'" es la tasa de interés aplicable en cada subperiodo para el cálculo del interés, y la tasa de interés nominal del periodo " $i_{(m)}$ " se conocerá simplemente con el nombre de "tasa nominal de interés".

Con esto, es posible definir la tasa de interés aplicable en cada subperiodo de la siguiente manera:

$$i' = i_{(m)} / m.$$

Ahora bien, si nos referimos a los montos " $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{mn}$ " indicados anteriormente, esta tasa tiene la siguiente equivalencia:

$$i' = (C_{k+1} - C_k) / C_k,$$

donde el subíndice "k" señala el monto de un subperiodo específico, y variará desde cero, haciendo referencia a la suerte principal, hasta el valor del producto "mn".

La teoría del interés parte de esta última expresión, en la cual la tasa de interés es vista como un cociente o razón de cambio de la diferencia entre el monto siguiente y el anterior, respecto del monto anterior.

Ahora se puede deducir otra expresión que calcule el siguiente monto a pagar con fundamento en lo anterior de la siguiente manera:

$$C_k (i') = C_{k+1} - C_k$$

$$C_{k+1} = C_k + C_k (i')$$

$$C_{k+1} = C_k (1 + i')$$

Sin embargo, habrá que considerar la idea del interés compuesto introducida anteriormente, pues cuando un interés no es pagado en el subperiodo correspondiente, es costumbre que éste se adicione a la suerte principal; y con este nuevo monto incrementado, se calculará el interés del siguiente subperiodo.

Si esta situación se repite, aplicando la misma tasa en cada subperiodo, se aplicará la misma mecánica, generalizándola de la siguiente manera:

$$C_1 = C_0 (1 + i')$$

$$C_2 = C_1 (1 + i')$$

$$C_2 = C_0 (1 + i') (1 + i')$$

$$C_2 = C_0 (1 + i')^2$$

$$C_3 = C_2 (1 + i')$$

$$C_3 = C_0 (1 + i')^2 (1 + i')$$

$$C_3 = C_0 (1 + i')^3$$

$$C_4 = C_3 (1 + i')$$

$$C_4 = C_0 (1 + i')^3 (1 + i')$$

$$C_4 = C_0 (1 + i')^4$$

$$C_5 = C_4 (1 + i')$$

$$C_5 = C_0 (1 + i')^4 (1 + i')$$

$$C_5 = C_0 (1 + i')^5$$

.....

$$C_k = C_{k-1} (1 + i')$$

$$C_k = C_0 (1 + i')^{k-1} (1 + i')$$

$$C_k = C_0 (1 + i')^k$$

$$C_{k+1} = C_k (1 + i')$$

$$C_{k+1} = C_0 (1 + i')^k (1 + i')$$

$$C_{k+1} = C_0 (1 + i')^{k+1}$$

con lo cual se da lugar a la expresión general del interés compuesto:

$$C_k = C_0 (1 + i')^k$$

Si se restringe el valor del subíndice "k" desde cero hasta el número de subperiodos que tiene cada periodo, la diferencia entre "C_k" y "C₀" es el

interés total que "efectivamente" se generó durante los "m" subperiodos por el préstamo del recurso ajeno, desprendiéndose de esta situación el concepto de "tasa efectiva de interés del periodo", que será distinguida con la literal simple "i", y que tendrá la siguiente equivalencia:

$$i = (C_m - C_0) / C_0,$$

de donde se desprende que:

$$C_m = C_0 + C_0 (i)$$

Sustituyendo el valor de "C_m" en la expresión general del interés compuesto, y teniendo presente que "k" tomará el valor de "m", se llega a que:

$$C_0 + C_0 (i) = C_0 (1 + i')^m$$

Si se divide lo anterior entre el término "C₀" se obtiene la expresión que relaciona a la tasa efectiva con la tasa de interés aplicable en cada subperiodo, que es la siguiente:

$$1 + i = (1 + i')^m$$

$$i = (1 + i')^m - 1$$

El valor de "i" y de "i_(m)" son referidos a una misma amplitud de tiempo: el periodo; pero la primera es de índole efectivo y la otra de índole nominal.

Para obtener la relación de la tasa efectiva de interés con la tasa nominal de interés, ambas referidas al periodo como se ha mencionado, se sustituye el valor de la tasa de interés aplicable a cada subperiodo por la equivalencia correspondiente, quedando:

$$i = (1 + i_{(m)}/m)^m - 1$$

Despejando de lo anterior a la tasa nominal de interés se obtiene que:

$$i_{(m)} = m \{ (1 + i)^{1/m} - 1 \}$$

En términos de la tasa de interés aplicable en cada subperiodo, esta expresión se transforma a lo siguiente:

$$i' = (1 + i)^{1/m} - 1$$

Tomando la expresión general del interés compuesto, y considerando que "k" puede ser variada desde cero hasta el valor del producto "mn", se tendrá lo siguiente:

$$C_{mn} = C_0 (1 + i')^{mn}$$

o bien, si se considera la tasa efectiva del periodo:

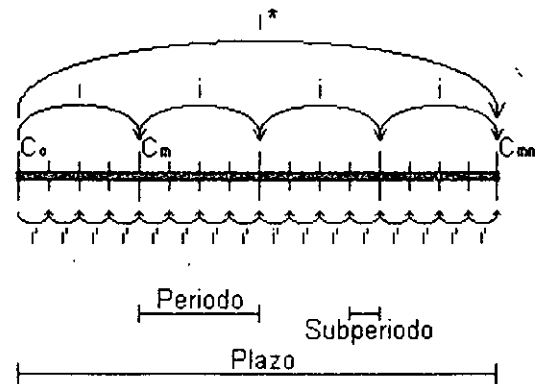
$$C_{mn} = C_0 (1 + i)^n$$

donde "m" es el número de subperiodos que tiene cada periodo, y "n" el número de periodos que tiene el plazo.

Por ejemplo, con las bases ya planteadas, si deseamos en un plazo de cinco años generar intereses doce veces al año (serán cinco periodos con duración cada uno de un año y se tendrán en cada periodo doce subperiodos con duración cada uno de un mes), el exponente al que habrá que elevar el binomio "(1 + i)" será igual a sesenta, cantidad proveniente de multiplicar doce por cinco, es decir, el valor aplicable de "m" en este caso es de doce, y el de

"n" igual a cinco. Cabe mencionar con este ejemplo, que al proceso de generar intereses en cada subperiodo, se le denomina como "capitalización de la tasa".

Con base en lo hasta ahora explicado, es posible realizar un esquema con los conceptos planteados de tasas efectivas referidas a los subperiodos, periodos y plazo de la operación, así como las cuantías de valor involucradas en cada punto de la barra del tiempo mediante la siguiente figura:



donde "i'" es la tasa efectiva del subperiodo y servirá como base para determinar el valor de "i", misma que es la tasa efectiva del periodo y que se empleará para determinar a "i*", que es la tasa efectiva del plazo. Estas tres tasas están relacionadas entre sí mediante las siguientes expresiones matemáticas:

$$i = (1 + i')^m - 1$$

$$i^* = (1 + i)^n - 1$$

$$i^* = (1 + i')^{mn} - 1$$

Consecuentemente, las relaciones de capital serán las siguientes:

$$C_m = C_0 (1 + i)^m$$

$$C_{mn} = C_0 (1 + i)^n$$

$$C_{mn} = C_0 (1 + i)^{mn}$$

Es muy importante destacar que, no obstante todo lo anterior, el producto "mn" puede inclusive ser definido en el campo de los número reales, es decir, puede tener valores numéricos con cifras decimales; sin embargo, esta idea será discutida más adelante.

Es prudente aclarar que "i*" es la tasa de interés que será pagada al transcurrir todo el tiempo que durará la operación comercial, y puede ser calculada también de la siguiente manera:

$$i^* = (C_{mn} - C_0) / C_0.$$

Pero enfoquemos ahora nuestra atención en la fórmula antes vista que relaciona una tasa efectiva de interés con una nominal:

$$i_{(m)} = m \{ (1 + i)^{1/m} - 1 \},$$

ambas tasas son referidas a una misma amplitud de tiempo como se ha venido reiterando, es decir, si una es expresada en términos anuales, la otra será referida también a un año, por ejemplo.

Planteado este caso, ¿qué ocurriría si, manteniendo constante el valor de la tasa efectiva de interés, esta proviniera de la capitalización semestral de una tasa nominal de interés?. La respuesta es la siguiente:

$$i_{(2)} = 2 \{ (1 + i)^{1/2} - 1 \}.$$

Si proviniera de una capitalización trimestral, se tendría que:

$$i_{(4)} = 4 \{ (1 + i)^{1/4} - 1 \};$$

si se tratara de una capitalización bimestral, procedería lo siguiente:

$$i_{(6)} = 6 \{ (1 + i)^{1/6} - 1 \};$$

si la capitalización se realizara de forma mensual, se llegaría a que:

$$i_{(12)} = 12 \{ (1 + i)^{1/12} - 1 \};$$

si existiese una capitalización diaria, la expresión aplicable sería la indicada a continuación:

$$i_{(365)} = 365 \{ (1 + i)^{1/365} - 1 \};$$

y así, es factible proseguir, hasta llegar al caso de tratar con una "capitalización instantánea", es decir, una en la que "m" tuviera un valor sumamente grande.

Continuando con la emulación de este procedimiento, se definirá el concepto denominado "fuerza de interés", el cual es representado con la sigla "δ". Este valor puede ser definido con los principios de límite expresados por el cálculo diferencial, como a continuación se muestra:

$$\delta = \lim_{m \rightarrow \infty} i_{(m)} = \lim_{m \rightarrow \infty} m \{ (1 + i)^{1/m} - 1 \}$$

Para encontrar este límite, es necesario hacer el siguiente cambio de variable:

Si $x = 1/m$:

$$\delta = \lim_{x \rightarrow 0} i_{(m)} = \lim_{x \rightarrow 0} \{ (1 + i)^x - 1 \} / x.$$

Aplicando el Teorema de L'hopital nos queda:

$$\delta = \lim_{x \rightarrow 0} i_{(m)} = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + i)^x \text{Ln}(1 + i)$$

$$\delta = \text{Ln}(1 + i)$$

Si se desea despejar de aquí la tasa efectiva de interés del periodo, queda lo siguiente:

$$e^{\delta} = 1 + i$$

$$i = e^{\delta} - 1$$

Como ya fue expresado, existe la siguiente relación entre la tasa efectiva de interés y la tasa de interés aplicable a cada subperiodo:

$$1 + i = (1 + i')^m,$$

por lo que es válida la siguiente expresión:

$$e^{\delta} = (1 + i')^m$$

$$e^{\delta n} = (1 + i')^{mn},$$

lo cual significa que la expresión del Interés Compuesto antes vista:

$$C_{mn} = C_0 (1 + i')^{mn}$$

puede escribirse también como:

$$C_{mn} = C_0 e^{(\delta n)}$$

Para ejemplificar lo anterior, supongamos que deseamos determinar la tasa nominal de interés

que corresponde a una efectiva de interés del 13.8%, para distintos subperiodos de capitalización:

Si $m=1$:

$$i_{(1)} = 1 \{ (1 + 0.138)^{1/1} - 1 \}$$

$$i_{(1)} = 13.8\%$$

Si $m=2$:

$$i_{(2)} = 2 \{ (1 + 0.138)^{1/2} - 1 \}$$

$$i_{(2)} = 13.3542\%$$

Si $m=3$:

$$i_{(3)} = 3 \{ (1 + 0.138)^{1/3} - 1 \}$$

$$i_{(3)} = 13.2098\%$$

Si $m=4$:

$$i_{(4)} = 4 \{ (1 + 0.138)^{1/4} - 1 \}$$

$$i_{(m)} = 13.1384\%$$

Si $m=6$:

$$i_{(6)} = 6 \{ (1 + 0.138)^{1/6} - 1 \}$$

$$i_{(6)} = 13.0675\%$$

Si $m=12$:

$$i_{(12)} = 12 \{ (1 + 0.138)^{1/12} - 1 \}$$

$$i_{(12)} = 12.9971\%$$

Si $m=24$:

$$i_{(24)} = 24 \{ (1 + 0.138)^{1/24} - 1 \}$$

$$i_{(24)} = 12.9621\%$$

Si $m=52$:

$$i_{(52)} = 52 \{ (1 + 0.138)^{1/52} - 1 \}$$

$$i_{(52)} = 12.9433\%$$

Si $m=365$:

$$i_{(365)} = 365 \{ (1 + 0.138)^{1/365} - 1 \}$$

$$i_{(365)} = 12.9295\%$$

Si $m=8,760$:

$$i_{(8,760)} = 8,760 \{ (1 + 0.138)^{1/8,760} - 1 \}$$

$$i_{(8,760)} = 12.9273\%$$

Si $m=525,600$:

$$i_{(525,600)} = 525,600 \{ (1 + 0.138)^{1/525,600} - 1 \}$$

$$i_{(8,760)} = 12.9272\%.$$

Como puede observarse, a medida que crece "m", " $i_{(m)}$ " concurre a un valor que puede determinarse mediante la expresión de la "fuerza del interés":

$$\begin{aligned} \delta &= \text{Ln}(1 + i) \\ \delta &= \text{Ln}(1 + 0.138) \\ \delta &= 12.9272\%. \end{aligned}$$

Esto quiere decir que " δ " equivale a una idealización: " $i_{(\infty)}$ "; con lo cual se concluye que, dada una tasa efectiva de interés, no existirá tasa nominal de interés alguna que sea menor que la efectiva, ni mayor que la fuerza del interés, es decir:

$$\delta \leq i_{(m)} \leq i.$$

Por otro lado, en materia de comprobación, la validez de la expresión general del interés compuesto puede verificarse, para el conjunto de los número naturales, por el método de Inducción Matemática de la siguiente manera:

Si $mn = 0$:

$$\begin{aligned} C_0 &= C_0 (1 + i')^0 \\ C_0 &= C_0 \end{aligned}$$

Si $mn = 1$:

$$\begin{aligned} C_1 &= C_0 (1 + i') \\ C_1 &= C_0 (1 + i') \end{aligned}$$

Si $mn = k$:

$$C_k = C_0 (1 + i')^k$$

Si $mn = k+1$:

$$C_{k+1} = C_0 (1 + i')^{k+1}$$

o bien:

$$\begin{aligned} C_{k+1} &= C_0 (1 + i')^k (1 + i') \\ C_{k+1} &= C_0 (1 + i')^{k+1} \end{aligned}$$

El ser las dos expresiones idénticas y equivalentes, queda demostrada la validez de la expresión general para el conjunto de los números naturales.

Así mismo, la expresión puede verificarse también para el conjunto de los números reales, como fue mencionado con anterioridad; pero hay que considerar que el incremento en " C_k " estará dado por el número real " $1/m$ ", el cual representa a cada subperiodo en que es capitalizada la tasa; situación que dirige al siguiente análisis:

$$i' = i_{(m)} / m = (C_{k+1/m} - C_k) / C_k$$

Si "m" tiende al infinito, puede observarse que la diferencia de " $C_{k+1/m}$ " y " C_k " es tendiente a cero por su parte, lo que es equivalente a tener:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} i' = \lim_{m \rightarrow \infty} i_{(m)} / m = \delta / m$$

$$\delta / m = \lim_{m \rightarrow \infty} (C_{k+1/m} - C_k) / C_k$$

Haciendo el siguiente cambio de variable se tiene:

Si $\Delta m = 1/m$:

$$i' = (C_{k+\Delta m} - C_k) / C_k = (\Delta m) i_{(m)},$$

y despejando " $i_{(m)}$ " se obtiene:

$$i_{(m)} = (1 / C_k) (C_{k+\Delta m} - C_k) / \Delta m.$$

El límite de esta función cuando "m" tiende al infinito, es equivalente a aplicar el límite de la función cuando " Δm " tiende a cero; pero, si se

observa el segundo cociente de la expresión, se notará que al aplicar este límite se tratará con el teorema fundamental del cálculo diferencial, por lo que se obtiene que:

$$\delta = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} i_{(m)} = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} (1/C_k) (C_{k+\Delta m} - C_k)/\Delta m$$

$$\delta = C_k' / C_k.$$

La sigla "C_k", representa la derivada de la función "C_k".

No obstante lo anterior, se necesita conocer el valor de la función y no el de su derivada, por lo que debe integrarse la afirmación anterior, y para ello es necesario hacer lo siguiente:

Si C_k = C_τ:

$$\delta = C_{\tau}' / C_{\tau}.$$

Multiplicando ambos términos por "dτ" se obtendrá que:

$$\delta(d\tau) = (C_{\tau}' / C_{\tau}) d\tau.$$

Se debe tener presente que se ha partido de la expresión fundamentada en la tasa efectiva de interés al hacer tender a la literal "m" al infinito, es decir, la amplitud del subperiodo es equivalente a la del periodo, y consecuentemente ambos resultan ser iguales (cada periodo solamente tendrá un subperiodo), por lo que sólo en este caso, bajo esa condición se tiene que:

$$i = i' = i_{(m)}.$$

Al integrar definitivamente la última expresión, donde se obtuvo la relación de "δ(dτ)", desde "0" hasta

"n", que es el intervalo de interés en virtud de lo anterior, y recordando el principio del cálculo integral que afirma que la integración del cociente de la derivada de una función entre dicha función es equivalente al logaritmo natural de la misma más una constante de integración, se tiene:

$$\int_0^n \delta(d\tau) = \int_0^n (C_{\tau}' / C_{\tau}) d\tau$$

$$\delta n = \text{Ln } C_{mn} - \text{Ln } C_0$$

$$\delta n = \text{Ln } (C_{mn} / C_0)$$

$$e^{(\delta n)} = C_{mn} / C_0$$

$$C_{mn} = C_0 e^{(\delta n)},$$

pero se sabe que:

$$e^{\delta n} = (1 + i)^{mn}$$

$$C_{mn} = C_0 (1 + i)^{mn}$$

Con lo cual, queda demostrado que la expresión es válida también para el conjunto de los números reales.

Habrá que hacer notar, que al efectuar la integral de la demostración anterior, el término "C_{mn}" aparece debido a que la amplitud del subperiodo es equivalente a la del periodo como se mencionó, y se trató con una expresión donde se involucra la tasa efectiva de interés "i", por lo que "C_τ" en realidad equivale a "C_m", que al integrarse genera a "C_{mn}".

EJEMPLOS DE TEORÍA DEL INTERÉS

1. Encontrar el valor presente " C_0 " de 1,500.00 U.M. (Unidades Monetarias), si la tasa de interés es del 8% anual efectiva y el plazo es de 5 años.

Solución:

$$C_0 = 1,500.00 (1 + 0.08)^{-5}$$

$$C_0 = 1,020.87 \text{ U.M.}$$

2. Encontrar el monto " C_{mn} " de 100,000.00 U.M., acumuladas durante 20 años a una tasa efectiva de interés del 10% durante 20 años.

Solución:

$$C_{20} = 100,000.00 (1 + 0.10)^{20}$$

$$C_{20} = 672,750.00 \text{ U.M.}$$

3. Encontrar el valor presente de 5,000.00 U.M. pagaderas dentro de 4 años, cuando el interés es del 5%, capitalizable semestralmente.

Solución:

$$C_0 = 5,000.00 (1 + 0.05/2)^{-(2)(4)}$$

$$C_0 = 4,103.73 \text{ U.M.}$$

4. Encontrar el monto de 300.00 U.M., acumuladas durante 30 años a una tasa nominal de interés del 6% anual, convertible trimestralmente.

Solución:

$$C_{120} = 300.00(1 + 0.06/4)^{(4)(30)}$$

$$C_{120} = 1,790.80 \text{ U.M.}$$

5. Encontrar el valor presente de 5,000.00 U.M. pagaderas dentro de 4 años cuando la fuerza del interés es del 5% anual.

Solución:

$$C_0 = 5,000.00 e^{-(0.05)(4)}$$

$$C_0 = 4,093.65 \text{ U.M.}$$

6. Encontrar el monto de 300,000.00 U.M. acumuladas durante 30 años a una fuerza efectiva de interés del 6% anual.

Solución:

$$C_{30} = 300,000.00 e^{(0.06)(30)}$$

$$C_{30} = 1'814,894.24 \text{ U.M.}$$

7. Dado que $C_0 = 1,000.00$ U.M., y que el monto que le corresponderá dentro de 1 año será $C_{mn} = 1,100.00$, determinar el interés y la tasa efectiva de interés respectivos.

Solución:

El interés estará dado por la diferencia entre el monto y su valor presente, es decir:

$$I = 1,100.00 - 1,000.00$$

$$I = 100.00 \text{ U.M.}$$

La tasa efectiva de interés, estará definida de la siguiente manera:

$$i = 100.00 / 1,000.00$$

$$i = 10\%$$

8. Encontrar la tasa efectiva anual equivalente a una tasa nominal anual del 6% capitalizable semestralmente.

Solución:

$$1 + i = (1 + 0.06/2)^2$$

$$i = 6.09\%$$

9. Encontrar la tasa nominal anual convertible trimestralmente, equivalente a una tasa efectiva anual del 4%.

Solución:

$$1 + 0.04 = (1 + i_{(4)}/4)^4$$

$$i_{(4)} = 3.94\%$$

10. Encontrar la tasa efectiva anual equivalente a una fuerza del interés del 5% anual.

Solución:

$$1 + i = e^{0.05}$$

$$i = 5.13\%$$

11. Encontrar la fuerza de interés anual equivalente a una tasa efectiva de interés del 5% anual.

Solución:

$$1 + 0.05 = e^{\delta}$$

$$\delta = 4.88\%$$

12. Encontrar la tasa nominal anual de interés convertible mensualmente equivalente a una fuerza de interés del 10% anual.

Solución:

$$(1 + i_{(12)/12})^{12} = e^{0.10}$$

$$i_{(12)} = 10.04\%$$

13. Encontrar la fuerza de interés anual equivalente a una tasa nominal anual convertible cuatrimestralmente del 9%.

Solución:

$$(1 + 0.09/3)^3 = e^{\delta}$$

$$\delta = 8.87\%$$

TEORÍA DEL DESCUENTO

El descuento es una cantidad equivalente en monto al interés; pero la determinación de la tasa aplicable en cada subperiodo se obtiene con la siguiente ecuación:

$$d' = (C_{k+1} - C_k) / C_{k+1},$$

donde el subíndice "k", al igual que lo visto bajo la teoría del interés, señala el monto de un subperiodo específico, y variará desde cero, haciendo referencia a la suerte principal, hasta el valor del producto "mn". También se hará referencia a los montos "C₁, C₂, C₃, ..., C_{mn}" ya indicados anteriormente.

La teoría del descuento sostiene que la tasa de descuento es un cociente o

razón de cambio de la diferencia entre el monto siguiente y el anterior, respecto del monto siguiente.

El descuento se calculará mediante el producto del valor futuro de la suerte principal por una "tasa" expresada en términos porcentuales, y denotada como "d"; con lo cual se obtiene que:

$$D' = C_{mn} (d'),$$

y si se desea conocer la "tasa de descuento del periodo", entonces bastará con multiplicar el número total de subperiodos de cada periodo por la tasa de cada subperiodo, es decir:

$$d_{(m)} = m d',$$

donde "m" es el número de subperiodos que tiene cada periodo, "d'" es la tasa de descuento aplicable en cada subperiodo para el cálculo del descuento, y la tasa de descuento del periodo "d_(m)" se conocerá con el nombre de "tasa nominal de descuento".

Con esto, es posible definir la tasa de descuento aplicable en cada subperiodo de la siguiente manera:

$$d' = d_{(m)} / m.$$

De manera análoga a lo hecho en la teoría del interés, se puede deducir una expresión que calcule el siguiente monto a pagar del modo siguiente:

$$C_{k+1} (d') = C_{k+1} - C_k$$

$$C_{k+1} (1 - d') = C_k$$

$$C_{k+1} = C_k (1 - d')^{-1};$$

y con este razonamiento se puede llegar a la expresión general del descuento compuesto:

$$C_k = C_0 (1 - d')^{-k}$$

Si se restringe el valor del subíndice “k” desde cero hasta el número de subperiodos que tiene cada periodo, la diferencia entre “C_k” y “C₀” es el descuento total que “efectivamente” se generó durante los “m” subperiodos por el préstamo de un recurso ajeno, desprendiéndose así el concepto de “tasa efectiva de descuento”, que será distinguida con la literal simple “d”, y que tendrá la siguiente equivalencia:

$$d = (C_m - C_0) / C_m,$$

de donde se desprende que:

$$C_m = C_0 (1 - d)^{-1}$$

Sustituyendo el valor de “C_m” en la expresión general del descuento compuesto, y teniendo presente que “k” tomará el valor de “m”, se llega a que:

$$C_0 (1 - d)^{-1} = C_0 (1 - d')^{-m}$$

Si se divide lo anterior entre el término “C₀” se obtiene la expresión que relaciona a la tasa efectiva de descuento con la tasa de descuento aplicable en cada subperiodo, que es la siguiente:

$$1 - d = (1 - d')^m$$

$$d = 1 - (1 - d')^m$$

Para obtener la relación de la tasa efectiva de descuento con la tasa nominal de descuento, se sustituye el valor de la tasa de descuento aplicable a cada subperiodo por la equivalencia correspondiente, quedando:

$$d = 1 - (1 - d_{(m)}/m)^m$$

Despejando de lo anterior a la tasa nominal de descuento se obtiene que:

$$d_{(m)} = m \{ 1 - (1 - d)^{1/m} \}$$

En términos de la tasa de descuento aplicable en cada subperiodo, esta expresión se transforma a lo siguiente:

$$d' = 1 - (1 - d)^{1/m}$$

Tomando la expresión general del descuento compuesto, y considerando que “k” puede ser variada desde cero hasta el valor del producto “mn”, se tendrá lo siguiente:

$$C_{mn} = C_0 (1 - d')^{-mn}$$

donde “m” es el número de subperiodos que tiene cada periodo, y “n” el número de periodos que tiene el plazo.

En términos de la tasa de descuento efectiva, la relación anterior queda de la siguiente forma:

$$C_{mn} = C_0 (1 - d)^{-n}$$

De manera análoga a lo tratado bajo la teoría del interés, a continuación se definirá el concepto denominado “fuerza de descuento”, representado

con la sigla "δ". Este valor puede ser definido con el concepto de límite, formulado en el cálculo diferencial, como a continuación se muestra:

$$\delta' = \lim_{m \rightarrow \infty} d_{(m)} = \lim_{m \rightarrow \infty} m \{ 1 - (1 - d)^{1/m} \}$$

Para encontrar este límite, es necesario hacer el siguiente cambio de variable:

Si $x = 1/m$:

$$\delta' = \lim_{x \rightarrow 0} d_{(m)} = \lim_{x \rightarrow 0} \{ 1 - (1 - d)^x \} / x.$$

Aplicando el Teorema de L'hospital nos queda:

$$\delta' = \lim_{x \rightarrow 0} d_{(m)} = \lim_{x \rightarrow 0} (1 - d)^x \text{Ln}(1 - d)$$

$$\delta' = - \text{Ln}(1 - d)$$

Si se desea despejar de aquí la tasa efectiva de descuento del periodo, queda lo siguiente:

$$e^{-\delta'} = 1 - d$$

$$d = 1 - e^{-\delta'}$$

Como ya fue expresado, existe la siguiente relación entre la tasa efectiva de descuento y la tasa de descuento aplicable a cada subperiodo:

$$1 - d = (1 - d')^m,$$

por lo que es válida la siguiente expresión:

$$e^{-\delta'} = (1 - d')^m$$

$$e^{\delta'n} = (1 - d')^{-mn},$$

lo cual significa que la expresión del descuento compuesto antes vista:

$$C_{mn} = C_0 (1 - d')^{-mn}$$

puede escribirse también como:

$$C_{mn} = C_0 e^{(\delta'n)}$$

Esta última expresión es equivalente a la análoga determinado bajo los conceptos de la teoría del interés, es decir:

$$C_0 e^{(\delta'n)} = C_0 e^{(\delta'n)},$$

por tal motivo, puede afirmarse que la fuerza de interés es equivalente en valor a la fuerza de descuento.

La validez de la expresión general del descuento compuesto puede ser verificada, para el conjunto de los números naturales y para el conjunto de los números reales, de maneras análogas a las desarrolladas en la teoría del interés, razón por la cual las demostraciones respectivas se omitirán en este apartado.

EJEMPLOS DE TEORÍA DEL DESCUENTO

1. Encontrar el valor presente "C₀" de 4,500.00 U.M. (Unidades Monetarias), si la tasa efectiva de descuento es del 7.50% anual, y el plazo es de 6 años.

Solución:

$$C_0 = 4,500.00 (1 - 0.075)^6$$

$$C_0 = 4,162.50 \text{ U.M.}$$

2. Determinar el monto de 1,000.00 U.M., acumuladas durante 15 años

a una tasa efectiva de descuento del 8% anual.

Solución:

$$C_{15} = 1,000.00 (1 - 0.08)^{-15}$$

$$C_{15} = 3,492.87 \text{ U.M.}$$

3. Encontrar el valor presente de 5,000.00 pagaderos dentro de 4 años, cuando la tasa nominal de descuento es del 4.50% anual, convertible semestralmente.

Solución:

$$C_0 = 5,000.00 (1 - 0.045/2)^{(2)(4)}$$

$$C_0 = 4,167.77 \text{ U.M.}$$

4. Encontrar el monto de 300.00 U.M. acumuladas durante 30 años a una tasa nominal de descuento del 6% anual, convertible bimestralmente.

Solución:

$$C_{180} = 300.00 (1 - 0.06/6)^{-(6)(30)}$$

$$C_{180} = 1,831.41.00$$

5. Dado que $C_0 = 1,000.00 \text{ U.M.}$, y que el monto que le corresponderá dentro de 1 año será $C_{mn} = 1,100.00$, determinar el descuento y la tasa efectiva de descuento respectivos.

Solución:

El descuento estará dado por la diferencia entre el monto y su valor presente, es decir:

$$D = 1,100.00 - 1,000.00$$

$$D = 100.00 \text{ U.M.}$$

La tasa efectiva de descuento, estará definida de la siguiente manera:

$$d = 100.00 / 1,100.00$$

$$d = 9.09\%$$

6. Encontrar la tasa de descuento efectiva anual equivalente a una tasa de descuento nominal anual del 5% capitalizable semestralmente.

Solución:

$$1 - d = (1 - 0.05/2)^2$$

$$d = 4.94\%$$

7. Encontrar la tasa nominal anual de descuento convertible trimestralmente, equivalente a una tasa efectiva de descuento del 4% anual.

Solución:

$$1 - 0.04 = (1 - d_{(4)}/4)^4$$

$$d_{(4)} = 4.06\%$$

8. Encontrar la tasa efectiva de descuento anual equivalente a una fuerza de descuento del 6% anual.

Solución:

$$1 - d = e^{-0.06}$$

$$d = 5.82\%$$

9. Encontrar la fuerza de descuento anual, equivalente a una tasa efectiva de descuento del 6% anual.

Solución:

$$1 - 0.06 = e^{-\delta'}$$

$$\delta' = 6.19\%$$

10. Encontrar la tasa nominal anual de descuento convertible mensualmente equivalente a una fuerza de descuento del 10% anual.

Solución:

$$(1 - d_{(12)}/12)^{12} = e^{-0.10}$$

$$d_{(12)} = 9.96\%$$

11. Encontrar la fuerza de descuento anual equivalente a una tasa nominal anual de descuento del 9%, capitalizable cuatrimestralmente.

Solución:

$$(1 - 0.09/3)^3 = e^{-\delta'}$$

$$\delta' = 9.14\%$$

EQUIVALENCIA ENTRE TASAS DE INTERÉS Y DE DESCUENTO

Tras lo expuesto hasta ahora, surge la interrogante respecto de la existencia de alguna relación entre la teoría del interés y la del descuento, cuya respuesta es evidente, pues se conoce lo siguiente:

$$C_{mn} = C_0 (1 + i)^n$$

$$C_{mn} = C_0 (1 - d)^{-n},$$

de donde basta con igualar ambas relaciones, y dividir la resultante entre el término " C_0 ", obteniendo:

$$C_0 (1 + i)^n = C_0 (1 - d)^{-n}$$

$$(1 + i)^n = (1 - d)^{-n}$$

$$1 + i = (1 - d)^{-1}$$

$$i = (1 - d)^{-1} - 1,$$

o bien:

$$i = d / (1 - d);$$

y de forma análoga, se desprende también que:

$$d = i / (1 + i),$$

lo cual resulta ser la equivalencia entre la tasa efectiva de interés y la tasa efectiva de descuento, con las cuales es posible relacionar un mismo valor presente con un mismo valor futuro, aplicando la teoría respectiva.

Cuando se haga referencia a planteamientos de índole financiera, debe tenerse presente que la tasa aplicable a un esquema derivado de la teoría del interés, puede ser

mencionada simplemente como "la tasa", es decir, la palabra "interés" puede ser omitida; pero, en cambio, al tratar con esquemas derivados de la teoría del descuento, habrá que precisar que la tasa tratada es "la tasa de descuento".

EJEMPLOS DE EQUIVALENCIA ENTRE TASAS DE INTERÉS Y DE DESCUENTO

1. Encontrar la tasa nominal anual de descuento convertible mensualmente, equivalente a una tasa nominal de interés, también capitalizable mensualmente, del 15% anual.

Solución:

$$(1 + 0.15/12)^{12} = (1 - d_{(12)/12})^{-12}$$
$$d_{(12)} = 14.81\%$$

2. Encontrar la tasa efectiva de interés anual equivalente a una tasa nominal anual de descuento convertible quincenalmente del 7.50%.

Solución:

$$1 + i = (1 - 0.075/24)^{-24}$$
$$i = 7.80\%$$

AMORTIZACIONES

Un concepto más que debe abordarse dentro del tratado de la matemática financiera es el de "amortización", misma que se define como el elemento de un conjunto de pagos iguales, realizados a intervalos iguales de tiempo para liquidar una cuantía monetaria. La amortización suele conocerse también con el nombre de "anualidad", pero a pesar de este nombre, no necesariamente

los pagos deben ser hechos anualmente.

La amortización es el procedimiento con el que se salda gradualmente una deuda por medio de una serie de pagos que, generalmente, son iguales y se realizan en periodos equivalentes como ya se mencionó.

En el cálculo del monto de estos pagos, infiere también la teoría del interés, y se relaciona con el concepto matemático de las progresiones geométricas.

Para conocer el valor futuro de una serie de ingresos periódicos, referidos subsecuentemente con la literal "a", se generaría la siguiente sumatoria:

$$C_{mn} = a(1+i)^0 + a(1+i)^1 + a(1+i)^2 + a(1+i)^3 + \dots + a(1+i)^{n-1}$$

La expresión corresponde evidentemente a una progresión geométrica, que se define como una serie de cantidades que guardan entre sí una relación constante, donde para determinar el siguiente término de la serie, deberá multiplicarse el elemento anterior por la razón conocida "r", que para este caso específico resulta ser equivalente a "(1+i)".

Cabe destacar que, tanto el ingreso periódico "a" como la tasa de interés "i", son referidos a la misma amplitud de tiempo, es decir, el subperiodo es equivalente al periodo. En caso de que ambos no coincidan, habrá que aplicar la tasa de interés del subperiodo "i" que corresponda, y la literal "n" será sustituida por el término "mn".

Si se formula la solución a este problema con fundamento al concepto matemático de la suma de una progresión geométrica se llega al siguiente desarrollo:

$$C_{mn} = a(1+i)^0 + a(1+i)^1 + a(1+i)^2 + a(1+i)^3 + \dots + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1}$$

Si se multiplica la expresión anterior por la razón (1+i) se llega a que:

$$C_{mn} (1+i) = a(1+i)^1 + a(1+i)^2 + a(1+i)^3 + a(1+i)^4 + \dots + a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^n$$

Si se obtiene la diferencia entre la segunda y la primera expresión se obtiene:

$$C_{mn} (1+i) - C_{mn} = a(1+i)^n - a(1+i)^0$$

$$C_{mn} (i) = a [(1+i)^n - 1]$$

$$C_{mn} = [a / i] [(1+i)^n - 1]$$

Donde "C_{mn}" es el valor futuro de una suerte principal, y "a" el monto del pago periódico que amortizará una deuda considerando el esquema del interés.

Si se desea referir una amortización en términos de un valor presente o suerte principal "C₀", habrá que considerar lo siguiente:

$$C_{mn} = C_0 (1+i)^n$$

por lo tanto:

$$C_0(1+i)^n = [a/i] [(1+i)^n - 1]$$

$$C_0(1+i)^n (1+i)^{-n} = [a/i] [(1+i)^n - 1] (1+i)^{-n}$$

$$C_0 = [a / i] [1 - (1+i)^{-n}]$$

De cualquiera de ambas expresiones, según sea el caso, puede despejarse fácilmente el pago periódico "a" de la siguiente manera:

$$a = C_{mn} (i) / [(1 + i)^n - 1],$$

o también:

$$a = C_0 (i) / [1 - (1+i)^{-n}].$$

Debe hacerse hincapié en que ambas expresiones consideran un esquema de pagos vencidos, es decir, el primer pago se liquidará una vez transcurrido el primer subperiodo, el segundo al final del siguiente, y así sucesivamente.

Si se trata con casos en los cuales las amortizaciones son expresadas en términos de tiempo distinto al que corresponde a la tasa de interés, donde como ya fue señalado, un periodo cuenta con más de un subperiodo, las expresiones anteriores se transforman a lo siguiente:

$$C_0 = [a' / i'] [1 - (1+i')^{-mn}];$$

$$C_{mn} = [a' / i'] [(1 + i')^{mn} - 1];$$

$$a' = C_0 (i') / [1 - (1+i')^{-mn}]; \text{ y}$$

$$a' = C_{mn} (i') / [(1 + i')^{mn} - 1],$$

donde las literales "a'" e "i'" corresponden al pago periódico y a la tasa de interés aplicables en cada subperiodo respectivamente.

No obstante lo anterior, en finanzas existen casos en los cuales se

efectúan amortizaciones de "suertes principales" mediante la aportación de pagos constantes que duran un periodo muy grande, que incluso puede considerarse como indefinido; dando lugar de este modo al concepto de "amortizaciones perpetuas", las cuales son pagos constantes que se realizan a lo largo de un tiempo muy amplio para igualar un valor presente.

En matemáticas, esto se traduce a lo consideración de un plazo tan grande que tiende al "infinito", es decir, el número de periodos son tantos, que hacen que el plazo se vuelva en un valor sumamente grande.

Siguiendo las ideas planteadas por el concepto de amortización, es posible determinar valores presentes y futuros con esta nueva condición, efectuando el siguiente límite:

$$C_0 = \lim_{mn \rightarrow \infty} [a' / i'] [1 - (1+i')^{-mn}];$$

evidentemente el término "(1+i')^{-mn}" tenderá al valor de cero al aplicar las sustituciones correspondientes, quedando la siguiente expresión:

$$C_0 = a' / i',$$

misma que resulta ser la equivalencia de un valor presente con una sucesión de amortizaciones perpetuas.

Sin embargo, este proceso sólo es aplicable de manera práctica hacia un valor presente, no así para un valor futuro, pues como puede observarse, si se aplica el límite a la expresión que liga a una amortización

con un valor futuro, éste generará un valor tan grande, comparable solamente con el del "infinito".

EJEMPLOS DE AMORTIZACIONES

1. Calcular el valor presente de 20 pagos anuales de 500.00 U.M., el primero de ellos efectuándolo un año después del momento actual, a una tasa de interés del 8% efectiva anual.

Solución:

$$C_0 = (500.00/0.08)[1-(1+0.08)^{-20}]$$

$$C_0 = 4,909.07 \text{ U.M.}$$

2. Obtener el valor futuro de los pagos del problema anterior, empleando la expresión correspondiente de anualidad.

Solución:

$$C_{20} = (500.00/0.08)[(1+0.08)^{20}-1]$$

$$C_{20} = 22,880.98 \text{ U.M.}$$

3. Un bono tiene un valor nominal de 100.00 U.M., y es redimible a la par en 10 años, ¿cuál debe ser el precio de compra de un bono que proporciona dividendos netos vencidos del 1% semestral, pagaderos semestralmente?

Solución:

Evidentemente, la cantidad que se ofrece pagar como dividendo al final de cada uno de los 20 semestres se deben tratar como el valor presente de una anualidad ordinaria, la cual equivale al 1% del valor nominal del bono, es decir, 1 U.M.; sin embargo, los pagos son semestrales (20 subperiodos), y la tasa es efectiva anual, por lo que, para utilizar una de las fórmulas discutidas, primero de requiere obtener la tasa de interés efectiva semestral

equivalente a una tasa efectiva anual de interés del 4.50%. Adicionalmente, habrá que incluir el valor presente de la redención del bono al transcurrir el plazo establecido, pero considerando la tasa efectiva expresada en términos anuales (10 periodos).

$$1 + 0.045 = (1 + i_{(2)}/2)^2$$

$$i_{(2)}/2 = 2.23\%$$

$$C_0 = (1.00/0.023)[1-(1.00+0.023)^{-20}] + 100(1+0.045)^{-10}$$

$$C_0 = 16.00 + 64.39$$

$$C_0 = 80.39 \text{ U.M.}$$

4. Una deuda se va a liquidar mediante pagos semestrales iguales y vencidos. Encontrar el valor de la deuda si la renta anual es de 500.00 U.M. cada uno, durante 5 años, y la tasa de interés es del 8% anual convertible semestralmente.

Solución:

Habrá que considerar que la renta se ha expresado en términos anuales, pero se deberá involucrar en los cálculos en términos semestrales; así mismo, la tasa de interés expresada.

$$i' = i_{(2)}/2$$

$$i_{(2)}/2 = 0.08 / 2$$

$$i_{(2)}/2 = 0.04$$

$$a' = 500.00 / 2$$

$$a' = 250.00$$

$$C_0 = (250.00/0.04)[1-(1+0.04)^{-10}]$$

$$C_0 = 2,027.72 \text{ U.M.}$$

5. Una persona está formando un fondo de ahorro efectuando abonos de 10.00 U.M. cada 6 meses al 4.5% de interés capitalizable al semestre. ¿cuánto dinero habrá en el fondo al final de 7 años?

Solución:

$$i' = i_{(2)}/2$$

$$i_{(2)}/2 = 0.045 / 2$$

$$i_{(2)}/2 = 0.0225$$

$$C_{14} = (10.00/0.0225)[(1+0.0225)^{14}-1]$$

$$C_{14} = 162.44 \text{ U.M.}$$

6. ¿Cuántos pagos anuales completos y vencidos de 1.50 U.M., y qué pago incompleto un año después deben hacerse para acumular 25.00 U.M. al 6% de interés anual?

Solución:

El término "acumular" indica que la cantidad de 25.00 U.M. se tendrá una vez transcurrido el plazo que debe calcularse, por lo que habrá que tratar con la expresión que relaciona un valor futuro con una anualidad.

$$25.00 = (1.50 / 0.06)[(1+0.06)^n - 1]$$

$$n = \text{Ln}[1 + \{(25)(.06)/1.5\}] / \text{Ln}(1+0.06)$$

$$n = 11.90 \text{ años}$$

El número de pagos completos y vencidos de 1.50 U.M. será 11, y la diferencia de las 25.00 U.M. con su respectivo valor futuro, trasladado a un año después, será el último pago incompleto que se efectuará.

$$C_{11} = (1.50 / 0.06)[(1 + 0.06)^{11} - 1]$$

$$C_{11} = 22.46 \text{ U.M.}$$

$$C_{12} = 22.46(1 + 0.06)$$

$$C_{12} = 23.80 \text{ U.M.}$$

$$a' = 25.00 - C_{12}$$

$$a' = 25.00 - 23.80$$

$$a' = 1.20 \text{ U.M.}$$

El último pago incompleto que se efectuará un año después será de 1.20 U.M.

7. Una persona dona 250,000.00 U.M. a una Universidad con el objeto de que ésta proporcione una beca anual a un grupo de alumnos en forma indefinida. Si el dinero puede ser invertido al 8% efectivo anual, ¿de cuánto será el

total de becas que se otorguen al año?

Solución:

$$C_0 = a' / i'$$

$$250,000.00 = a' / 0.08$$

$$a' = (250,000.00)(0.08)$$

$$a' = 20,000.00 \text{ U.M.}$$

8. Una deuda de 10,000.00 U.M. va a ser amortizada mediante 7 pagos anuales iguales y vencidos, cada uno de ellos conteniendo un abono a interés y otro a capital. Si la tasa efectiva de interés es del 5% anual, encontrar el pago anual correspondiente.

Solución:

$$10,000.00 = (a / 0.05)[1 - (1+0.05)^{-7}]$$

$$a = (10,000.00)(0.05) / [1 - (1+0.05)^{-7}]$$

$$a = 1,728.20 \text{ U.M.}$$

9. Una deuda de 16.00 U.M. devenga una tasa de interés del 4% efectivo anual y va a ser amortizada mediante pagos iguales de 4.00 U.M. al final de cada año. Encontrar cuántos pagos completos se deben efectuar y qué pago incompleto deberá cubrirse un año después del último completo.

Solución:

$$16.00 = (4.00 / 0.04)[1 - (1+0.04)^n]$$

$$n = \text{Ln}[1 - \{(16)(0.04)/4\}] / \text{Ln}(1+0.04)$$

$$n = 4.45 \text{ años}$$

De lo anterior se concluye que el número de pagos completos de 4.00 U.M. es igual a 4; pero para determinar cuánto se deberá pagar al final del 5° año, primeramente se debe obtener el valor futuro de la deuda al final de 4 años, o sea, de las 16.00 U.M., y después se le restará el valor futuro de los cuatro pagos completos.

$$C'_4 = 16.00(1+0.04)^4$$

$$C'_4 = 18.72 \text{ U.M.}$$

$$C''_4 = (4.00 / 0.04)[(1 + 0.04)^4 - 1]$$

$$C''_4 = 16.99 \text{ U.M.}$$

$$C_4 = C'_4 - C''_4$$

$$C_4 = 18.72 - 16.99$$

$$C_4 = 1.73 \text{ U.M.}$$

Esto significa que después de 4 años, se tendrá un saldo insoluto (deuda) de 1.73 U.M.; pero para determinar el último pago, que será incompleto, habrá que determinar el valor futuro de dicho saldo insoluto en el 5° año, considerando que entre éste y el 4° año sólo existe un periodo.

$$a' = 1.73(1+0.04)$$

$$a' = 1.80 \text{ U.M.}$$

El último pago incompleto que se efectuará será de 1.80 U.M.

10. Un heredero ha recibido un inmueble que actualmente es rentado en 2,500.00 U.M. al mes bajo un contrato de duración anual que se renueva indefinidamente. Actualmente, el inquilino está dispuesto a comprarle el bien de contado. ¿En qué cantidad de dinero estaría dispuesto el heredero a vender la propiedad, por lo menos, si desea invertir lo que reciba en un banco que le garantiza entregarle el 10.75% de interés efectivo anual.

Solución:

El hecho que el contrato se renueva indefinidamente indica que se tratan de anualidades perpetuas, pero para poder aplicar la expresión correspondiente, primeramente habrá que anualizar la renta que se recibe mes a mes, es decir, se deberá multiplicar por 12, a fin de obtener la renta total que se obtiene en un año.

$$C_0 = (2,500.00)(12) / 0.1075$$

$$C_0 = 279,069.77 \text{ U.M.}$$

La cantidad mínima que esperaría recibir el heredero es de 279,069.77 Unidades Monetarias.

INDICADORES PARA LA EVALUACIÓN DE PROYECTOS

Es sabido que el objetivo preciso de un inversionista es incrementar su patrimonio, y por eso necesita una base sólida sobre la cual fundamente la toma de una buena decisión respecto de qué alternativa elegir con tal efecto; es decir, el inversionista debe determinar y comparar parámetros e indicadores que le permitan eliminar de inmediato las alternativas no viables según la rentabilidad que cada alternativa le aporte a él.

Para lograr este objetivo, es conveniente y necesario seguir los lineamientos de un proceso estructurado, en el cual se distinguen cuatro etapas fundamentales:

- 1) Identificación de la necesidad de una decisión o de una oportunidad de inversión.
- 2) Formulación de alternativas de acción para satisfacer la necesidad, o bien para aprovechar la oportunidad que se presenta (proyectos de inversión).
- 3) Evaluación de las alternativas de inversión en términos de su contribución para el alcance de las metas.

- 4) Selección de una o varias alternativas de inversión para su implantación.

Habiendo identificado una necesidad de inversión, el paso a seguir es la formulación de alternativas de acción, y en ese sentido debe señalarse que para tomar la mejor decisión es fundamental tratar de agotar las diferentes alternativas que "a priori" cumplen con las restricciones establecidas para cada caso específico.

Una vez determinados los "proyectos de inversión", se procederá en consecuencia a la evaluación y jerarquización de los mismos para determinar la contribución o utilidad de cada uno de ellos al logro de las metas establecidas por el inversionista. Generalmente la contribución de los proyectos se expresa en términos de retornos monetarios como base de comparación entre cada acción a emprender.

Con base en los resultados obtenidos en la evaluación y considerando que la pretensión es maximizar la utilidad susceptible de ser generada, se seleccionará la mejor alternativa de inversión, y para ello se deberá seleccionar el, o los subconjuntos de proyectos que maximicen la utilidad global respectiva, toda vez que cumplan con las restricciones de tipo tecnológico, económico y de financiamiento que en su caso procedan.

Suponiendo la certeza de las características cuantitativas de un proyecto, se presentan tres criterios que permiten clasificar las

inversiones en favorables (rentables) o desfavorables (no rentables) en términos del crecimiento patrimonial del inversionista.

Para efectos de la exposición de estos criterios, la notación utilizada para la definición de un proyecto será el siguiente:

- C_0 Inversión inicial requerida
 B_t Beneficio generado por el proyecto durante el período "t".
 C_t Costo causado por el proyecto en el período "t".
 FEN_t Flujo de Efectivo Neto del periodo "t".
 n Horizonte de la inversión dividido en periodos.

El Flujo de Efectivo Neto (FÉN) del periodo "t" será igual a los beneficios generados menos los costos causados en el mismo periodo.

Periodo de Recuperación de la Inversión (PRI)

Este método consiste en cuantificar el período en que será recuperada la inversión inicial " C_0 ", tomando como parámetro principal el costo total del proyecto (inversión total), respecto de los ingresos obtenidos anualmente durante el horizonte de inversión del mismo.

El periodo de recuperación de una inversión puede ser definido como el tiempo requerido para que el flujo de ingresos producido por una inversión sea igual al desembolso original; con lo cual es posible medir la liquidez del proyecto, la recuperación de su capital y su ganancia o utilidad.

Este método es uno de los más simples y sólo se utiliza como complemento en la toma de decisiones, ya que no toma el valor del dinero en el tiempo.

Para determinar el periodo de recuperación de una inversión se debe establecer la siguiente ecuación:

$$\sum_{t=1}^{PRI} FEN_t = C_0,$$

donde el valor de "t" será variado desde uno y hasta el valor del periodo de recuperación de la inversión, mismo que es la incógnita a resolver mediante tanteos o por aproximaciones sucesivas.

Bajo el criterio del periodo de recuperación de la inversión, se considerará que ésta es rentable si el periodo de recuperación de la misma es menor o igual que el horizonte o plazo de la inversión; es decir:

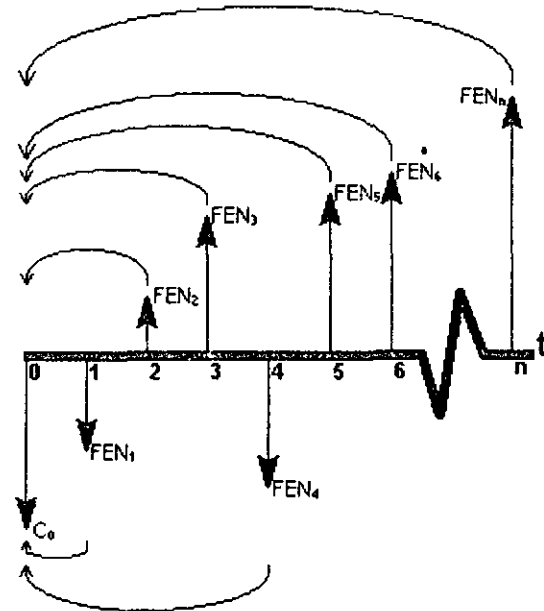
$$PRI \leq n,$$

y será considerada como no rentable en caso que esto no ocurra.

No obstante lo anterior, existen otros indicadores que sí consideran el valor del dinero en el tiempo y por tanto resultan ser más útiles al proceso de toma de decisiones, como son el Valor Presente Neto (VPN), la Tasa Interna de Retorno (TIR), la Relación Beneficio-Costo (B/C), el Índice de Rentabilidad de la Inversión (IRI), el Pago Anual Equivalente (PAE) y el Período de Recuperación Actualizado (PRA).

Método del Valor Presente Neto

El método del Valor Presente Neto es uno de los criterios financieros más ampliamente utilizado en el Análisis de Inversiones. Para entender su conceptualización, y también posteriormente el de Tasa Interna de Retorno, consideremos la siguiente figura que recibe el nombre de Diagrama de Flujo de Efectivo, en el cual se representan, como su nombre lo indica, los flujos de efectivo para una inversión:



En este proyecto de inversión se requiere de un desembolso inicial de efectivo "C₀", con lo que se generarán una sucesión de Flujos de Efectivo Neto al paso del tiempo, desde el primer periodo y hasta el horizonte de la inversión donde se presenta el flujo de efectivo final, quedando éstos representados como "FEN₁", "FEN₂", "FEN₃", ..., "FEN_n". Los subíndices colocados corresponden a la variación del contador "t", el cual representa al t-ésimo periodo.

En la figura anterior, la inversión inicial es denotada con la sigla "C₀" y se representa gráficamente con una flecha hacia abajo de la línea de tiempo, lo cual significa que es una erogación de efectivo. Los flujos de efectivo "FEN₁" y "FEN₄" también son hacia abajo en la línea de tiempo y representan flujos de efectivo negativos, es decir, son erogaciones proyectadas. Los flujos positivos son representados con flechas hacia arriba y representan ingresos o beneficios que el proyecto le aporta al inversionista.

El valor presente neto se calcula sumando la inversión inicial al valor actualizado de los Flujos de Efectivo Neto futuros; es decir, a la inversión inicial (representada por un flujo de efectivo negativo) se le suman algebraicamente los Flujos de Efectivo Neto traídos a valor presente mediante una "tasa" con la aplicación de la teoría del interés, tratada ya anteriormente. Dicha tasa será conocida como Tasa de Rendimiento Mínima Aceptable (TREMA).

La Tasa de Rendimiento Mínima Aceptable (TREMA) es una tasa de interés que indica el rendimiento mínimo que se espera tenga el proyecto.

En resumen, el método del Valor Presente Neto (VPN) consiste en actualizar los flujos de efectivo a través de una tasa de interés y compararlos con la inversión inicial mediante la siguiente relación:

$$VPN_i = C_0 + \sum_{t=1}^n FEN_t (1 + i)^{-t}$$

Se considerará que la inversión es rentable si el Valor Presente Neto tiene un valor positivo, y en caso contrario será no rentable; por lo que se deduce entonces que el resultado que se obtiene refleja si el proyecto será capaz de generar utilidades o pérdidas respectivamente.

Este método tiene las ventajas de:

1. Considerar el valor del dinero en el tiempo mediante la aplicación de la teoría del interés.
2. Facilidad de cálculo.
3. Tiene solución única por cada tasa de interés que se aplique.

Sin embargo, la desventaja es que el resultado obtenido depende de la tasa de interés para deflactación que sea utilizada.

En lo sucesivo, se entenderá por deflactación al procedimiento mediante el cual un Valor Futuro es transformado en un Valor Presente. Al proceso inverso se le conocerá como reflactación.

Tasa Interna de Retorno (TIR)

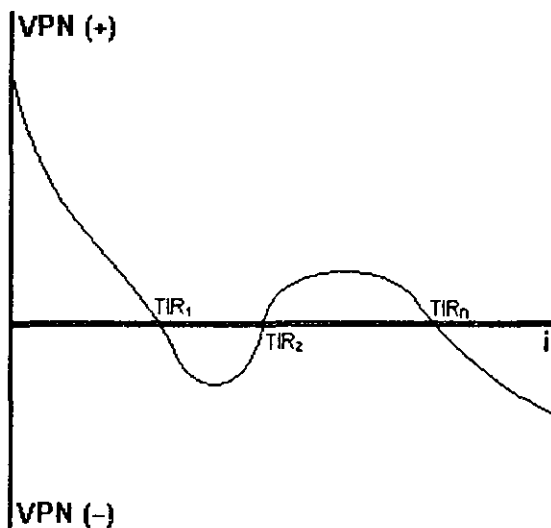
La Tasa Interna de Retorno (TIR), considerada también como tasa interna de rendimiento financiero, se define como la tasa de interés de deflactación que hace que el Valor Presente Neto de todos los Flujos de Efectivo Neto de una inversión o proyecto, sea igual a cero, satisfaciendo la siguiente ecuación:

$$C_0 + \sum_{t=1}^n FEN_t (1+TIR)^{-t} = 0,$$

donde la Tasa Interna de Retorno (TIR) es la solución o raíz de dicha ecuación.

Este método tiene una desventaja, la cual radica en el hecho que, la anterior es una ecuación de grado "t", misma que tendrá hasta "t" raíces o soluciones; una o más comprendidas en el campo de los números reales, y el resto existirán en el campo de los números complejos. Cuando existe uno o más Flujos de Efectivo Neto negativos, traen como resultado la obtención de Tasas Internas de Retorno múltiples.

Lo anterior quiere decir que, cuando tratamos casos con características no típicas, pueden obtenerse varias soluciones (Tasas Internas de Retorno) que hacen que el Valor Presente Neto de una inversión sea igual a cero; por lo que para tomar una decisión, es necesario apoyarse en un mecanismo gráfico como el que se ilustra a continuación:



Relación Beneficio Costo (B/C)

Este indicador se define como la relación entre los Beneficios y los Costos de un proyecto a valores actuales (Valor Presente). Si la relación $B/C > 1$ el proyecto deberá aceptarse pues indica que sus beneficios son mayores que sus costos, y por lo tanto es conveniente para el o los inversionistas (inversión rentable). Si por el contrario, $B/C < 1$, se debe rechazar el proyecto pues indica que sus costos son mayores a sus beneficios y por lo tanto el proyecto no es rentable.

La relación B/C se calculará aplicando la siguiente relación:

$$(B/C)_i = \frac{\sum_{t=1}^n B_t (1+i)^{-t}}{C_0 + \sum_{t=1}^n C_t (1+i)^{-t}}$$

Índice de Rentabilidad de la Inversión (IRI)

Este índice será calculado con la siguiente ecuación:

$$IRI_i = \frac{VPN_i}{C_0 + \sum_{t=1}^n C_t (1+i)^{-t}}$$

Se considerará como rentable un proyecto cuyo Índice de Rentabilidad de Inversión sea positivo; y como no rentable el caso negativo.

Pago Anual Equivalente (PAE)

Con el Método del Pago Anual Equivalente (PAE), todos los ingresos y gastos que ocurran dentro de un período son convertidos a una anualidad equivalente (uniforme).

Cuando dicha anualidad es positiva, el proyecto generará utilidades y es conveniente llevarlo a cabo; si es negativo ocurre lo inverso.

El Pago Anual Equivalente (PAE) será determinado con la expresión siguiente:

$$PAE_i = VPN_i (i) / [1 - (1 + i)^{-n}]$$