



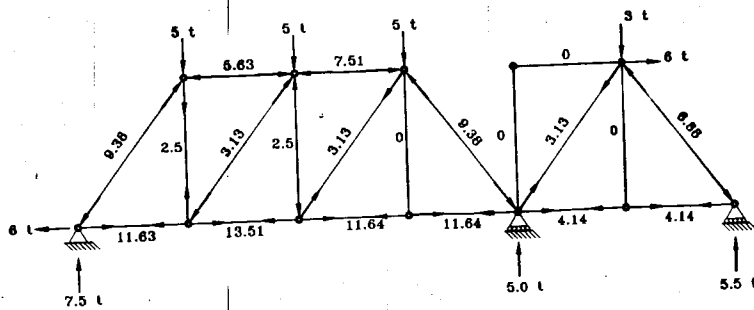
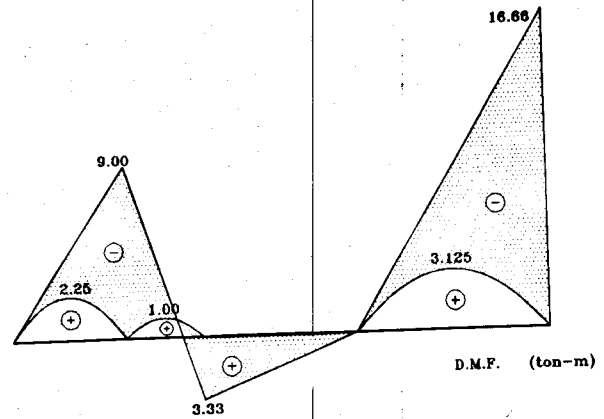
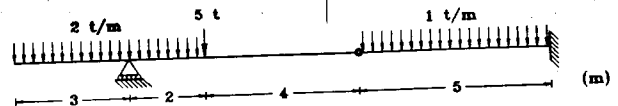
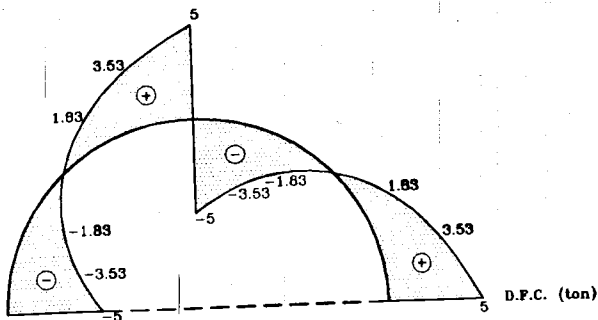
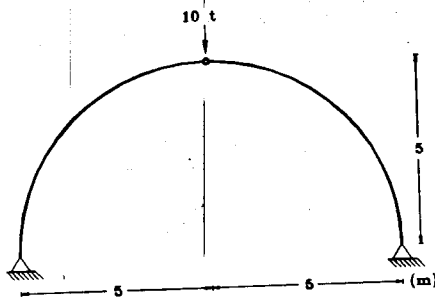
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA



# PROBLEMAS PROPUESTOS DE LA MATERIA ESTRUCTURAS ISOSTATICAS

(con resultados)



Ing. Fernando Monroy Miranda  
Ing. Miguel Angel Rodríguez Vega

INDICE



FACULTAD DE INGENIERIA

INTRODUCCION .....	2
OBTENCION DE REACCIONES .....	3
ELEMENTOS MECANICOS EN VIGAS Y MARCOS .....	13
FUERZAS AXIALES EN ARMADURAS Y ELEMENTOS MECANICOS EN ARCOS .....	37

G-605096

APUNTE  
80-A

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



605096

G.-605096

# INTRODUCCION

## INTRODUCCION

Estos ejercicios propuestos tienen por objeto ayudar a los alumnos que cursan la materia "Estructuras Isostáticas" en la práctica de los temas incluidos en el programa de esta asignatura.

Contiene tanto problemas sencillos en donde aplicarán los conceptos básicos y otros donde para su solución tendrán que demostrar cierta habilidad en el manejo de las ecuaciones de equilibrio estático y relaciones entre ellas.

Cada uno de los problemas viene acompañado del resultado correspondiente, para que se compruebe con el que el alumno ha obtenido u obtendrá posteriormente.

Se procurará que estos problemas sean revisados con cierta frecuencia para enriquecerlos con los comentarios y sugerencias de los interesados en la materia así como de adecuarlos a los cambios en el programa de la asignatura mencionada.

Esta serie de ejercicios propuestos con sus resultados fueron elaborados por los profesores:

**Ing. Miguel Angel Rodríguez Vega**

**Ing. Fernando Monroy Miranda**

Ciudad Universitaria, México D.F., junio de 1995

**Ing. Fernando Monroy Miranda**

Coordinador de Estructuras Isostáticas

---

# Problemas Propuestos de la Materia Estructuras Isostáticas

DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS

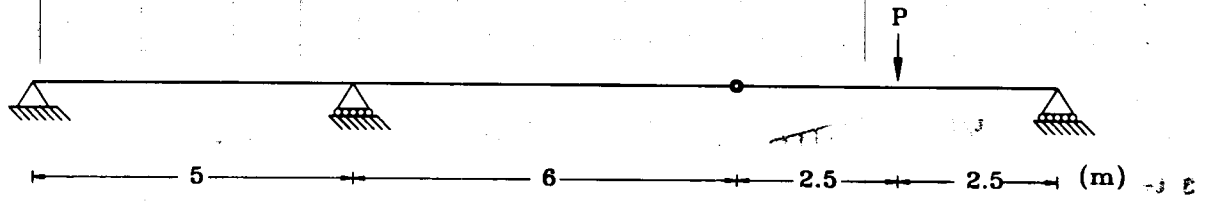
Un especial agradecimiento a los alumnos Gutiérrez Quintana Juan Carlos, Saavedra González Enrique, Yañez Gómez Miguel y al Ing. Fco. Javier Cortés Cortés, colaboradores para la presentación de esta serie.

# **TEMA I**

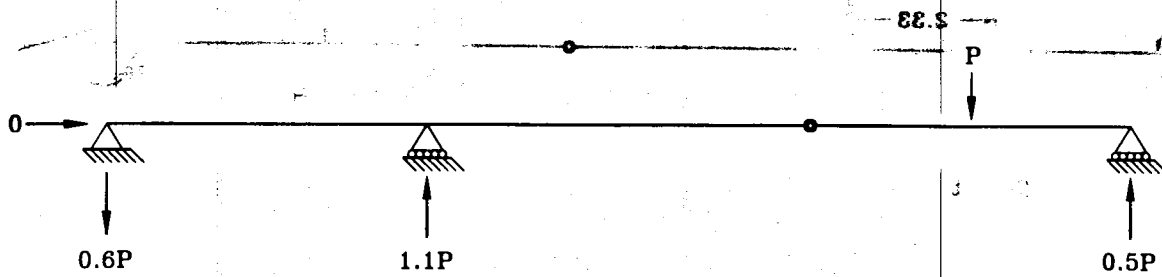
## **OBTENCION DE REACCIONES**

Problema 1.1

Obtener las reacciones de la siguiente estructura.

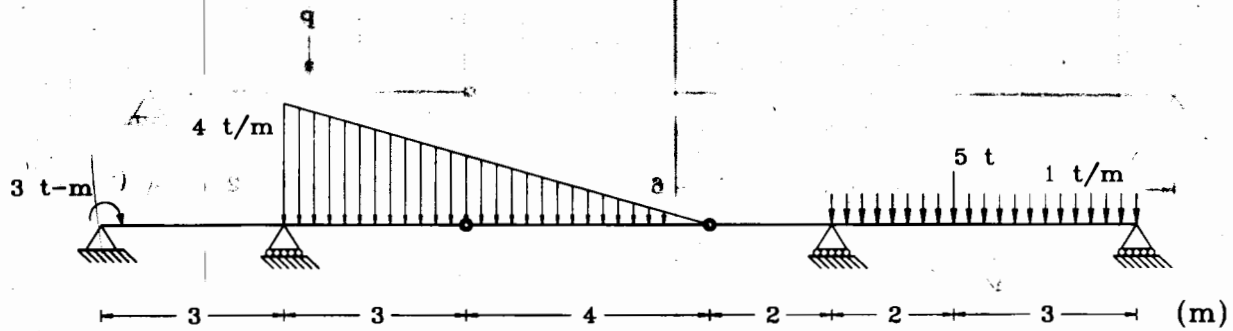


Resultados:

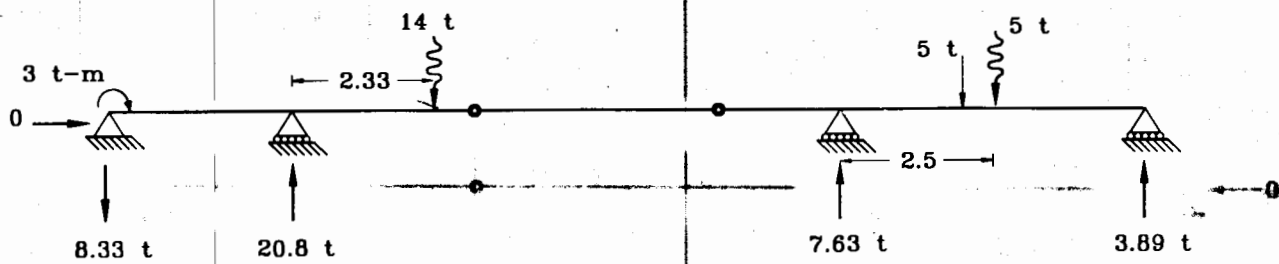


Problema 1.2

Calcular las reacciones de la siguiente estructura.



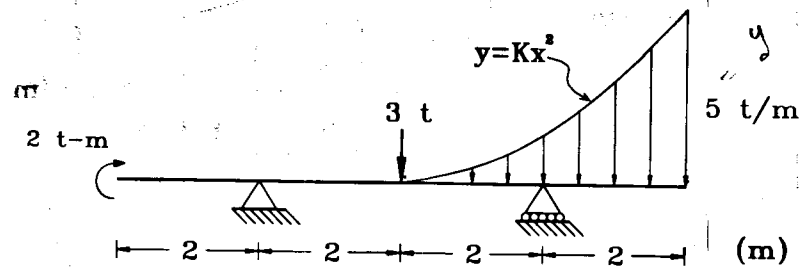
Resultados:



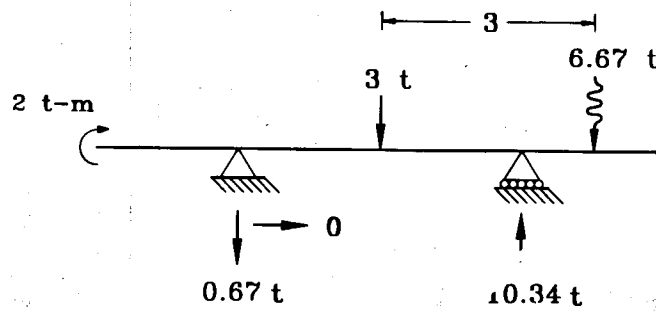


Problema 1.3

Calcular las reacciones de la siguiente estructura:

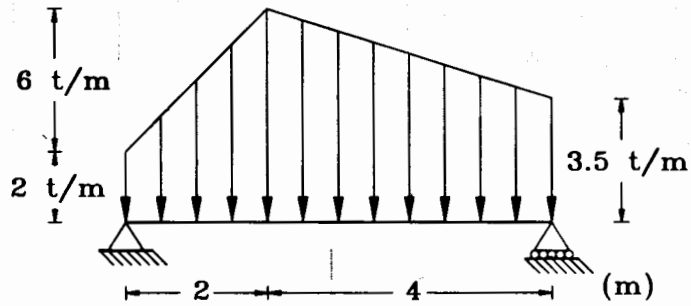


Resultados:

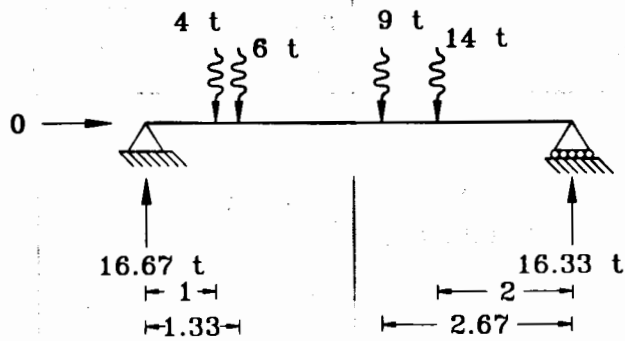


Problema 1.4

Calcular las reacciones de la siguiente estructura.

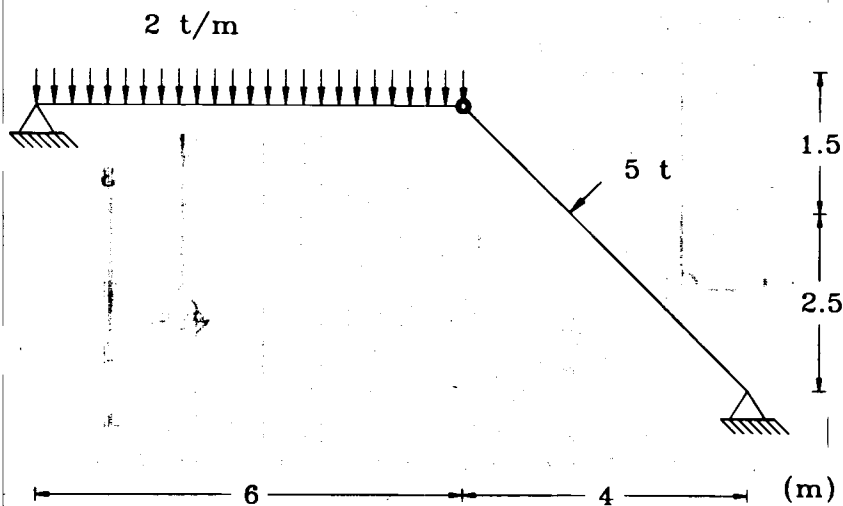


Resultados:

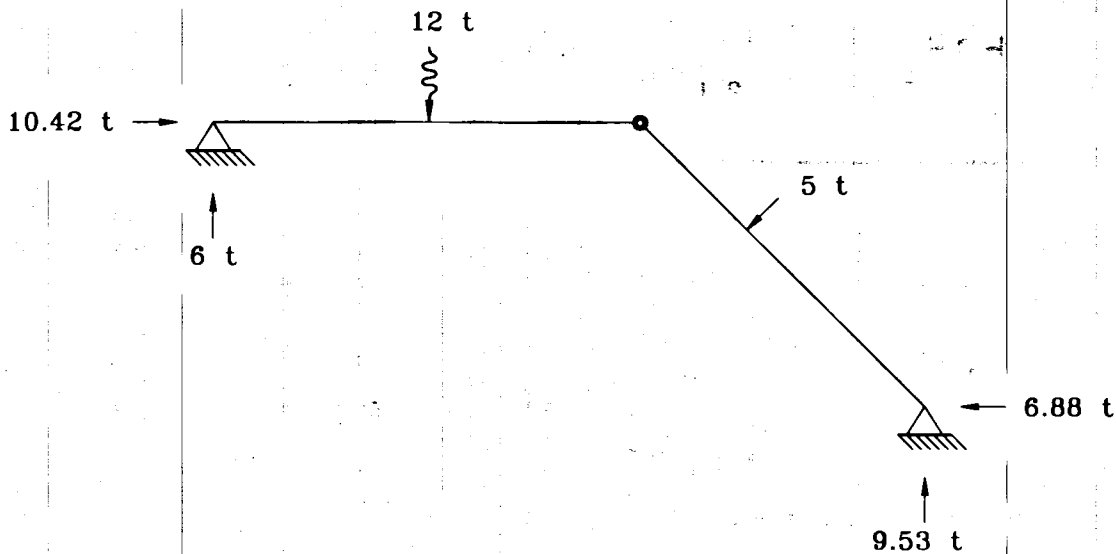


Problema 1.5

Calcular las reacciones de la siguiente estructura:

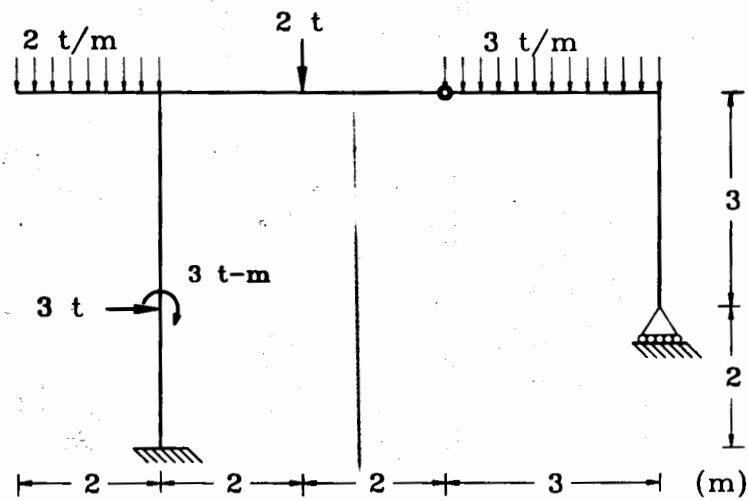


Resultados:

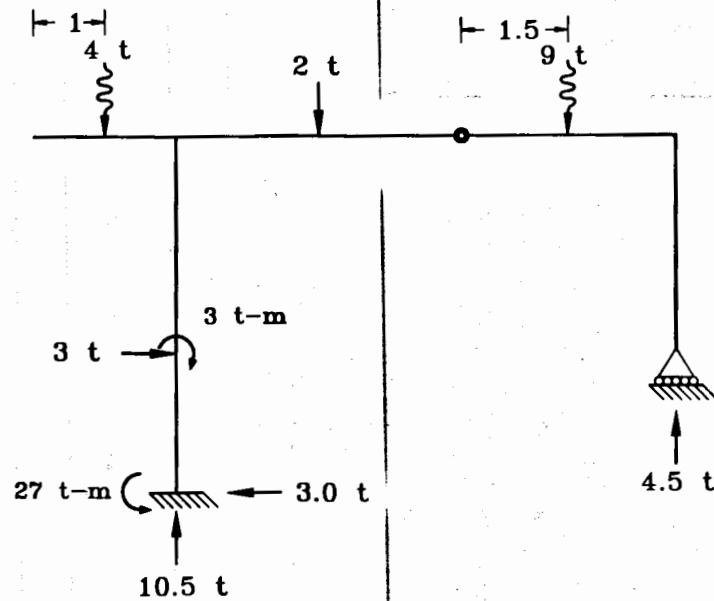


Problema 1.6

Calcular las reacciones de la siguiente estructura:

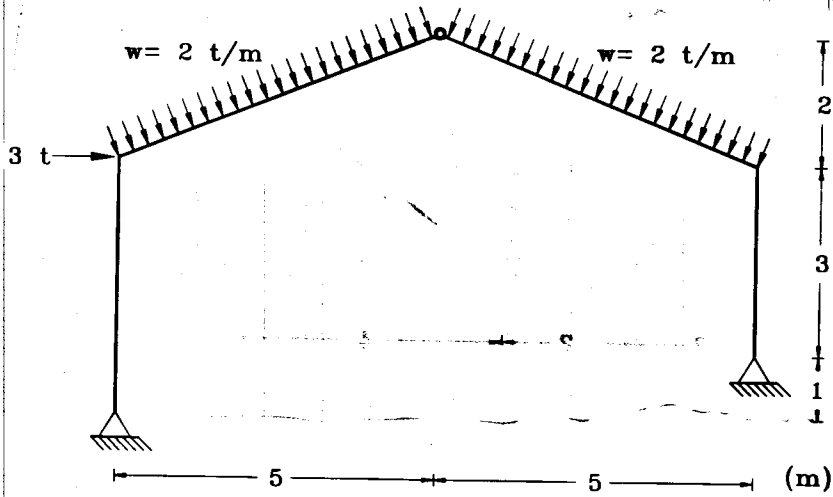


Resultados:

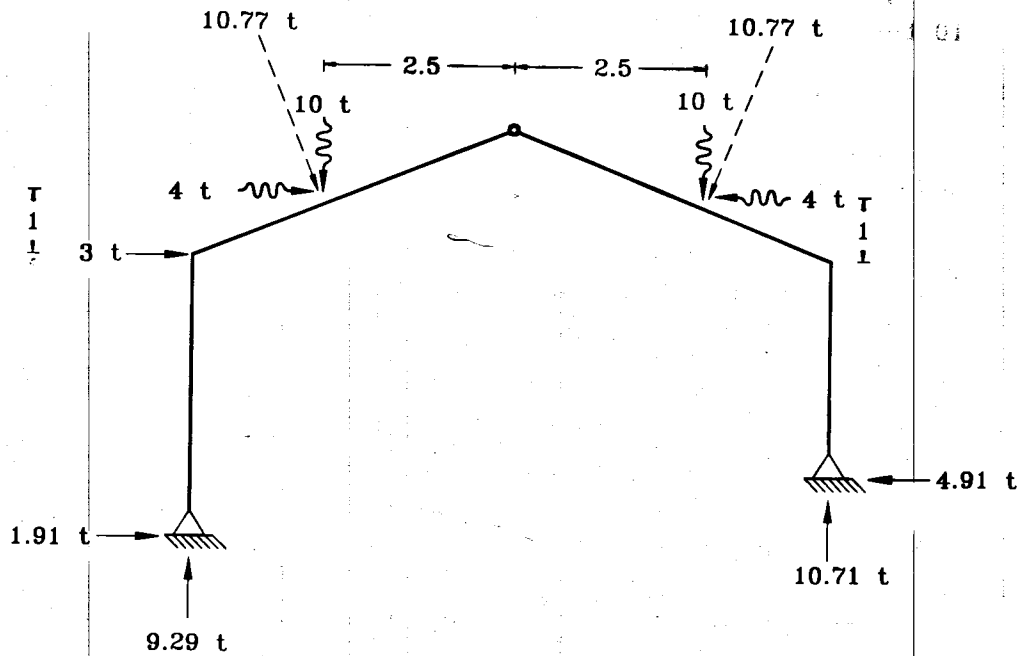


Problema 1.7

Calcular las reacciones de la siguiente estructura.

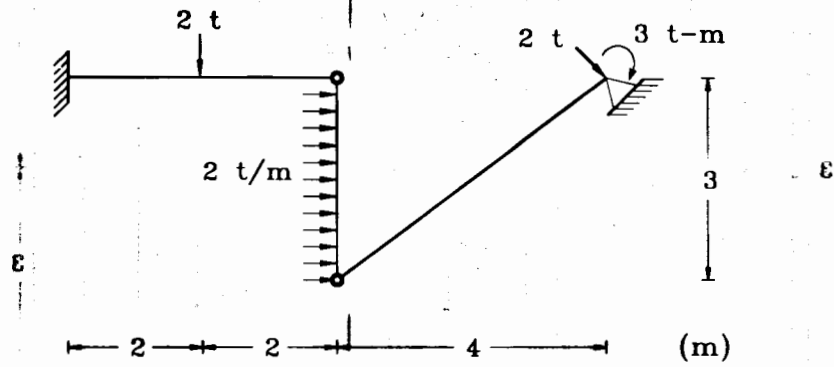


Resultados:

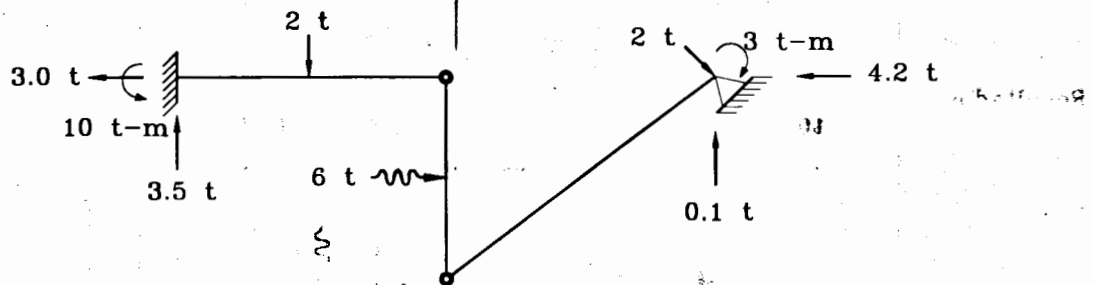


Problema 1.8

Calcular las reacciones de la siguiente estructura.

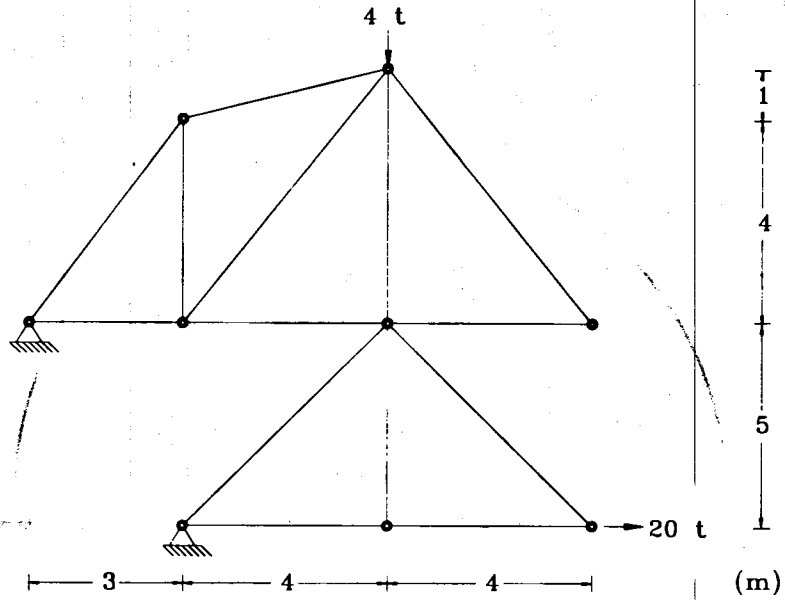


Resultados:

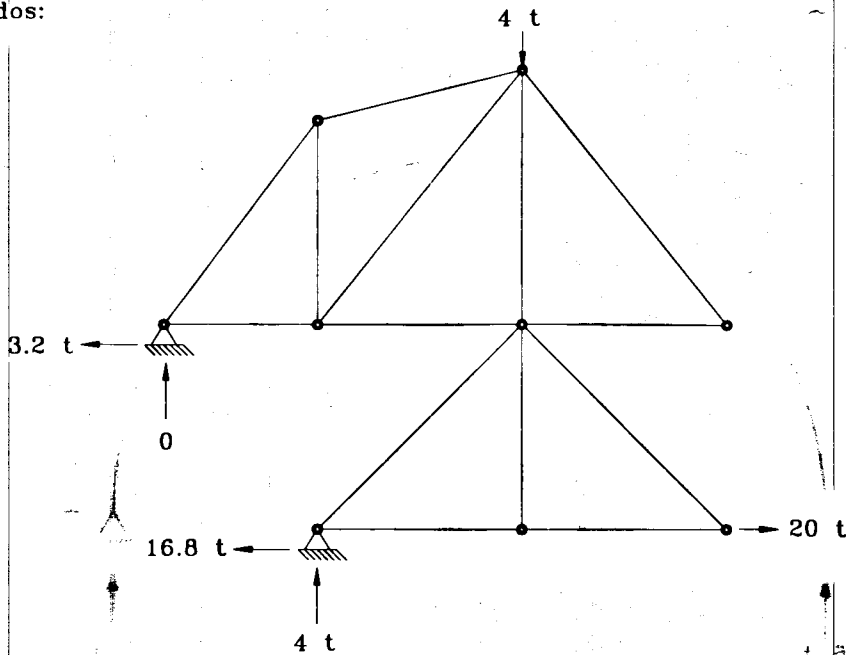


Problema 1.9

Calcular las reacciones de la siguiente estructura:

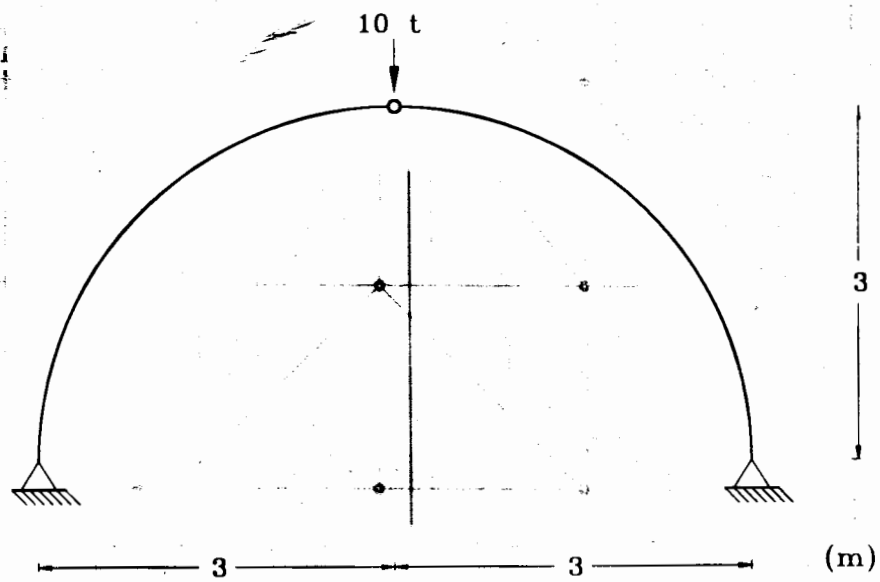


Resultados:

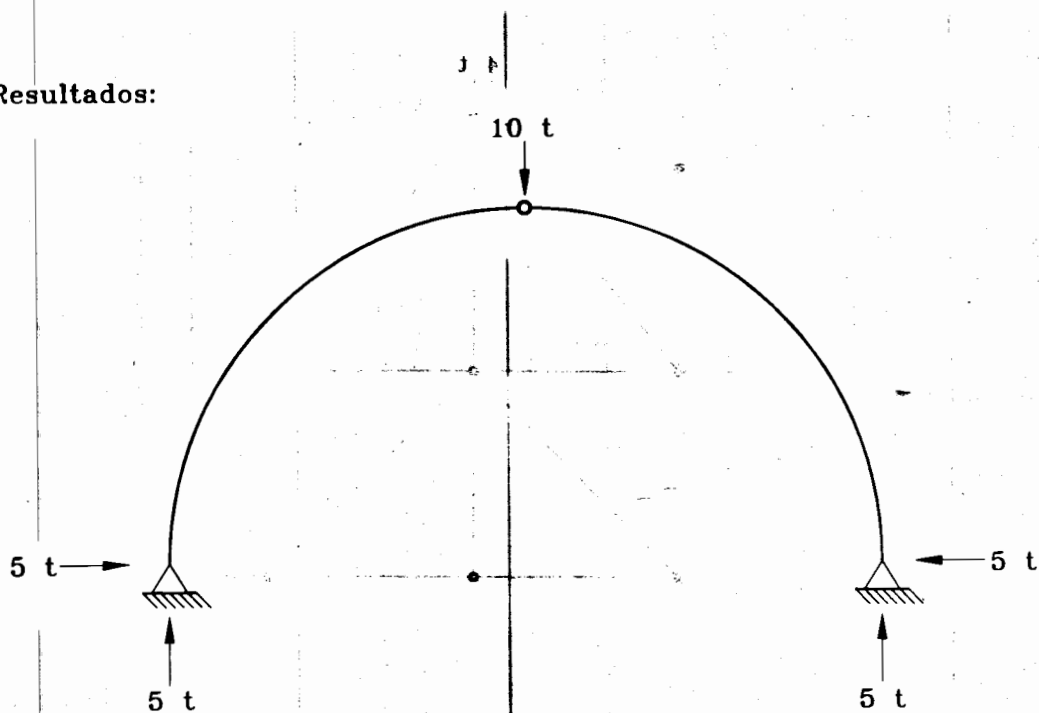


Problema 1.10

Obtener las reacciones del siguiente arco.



Resultados:



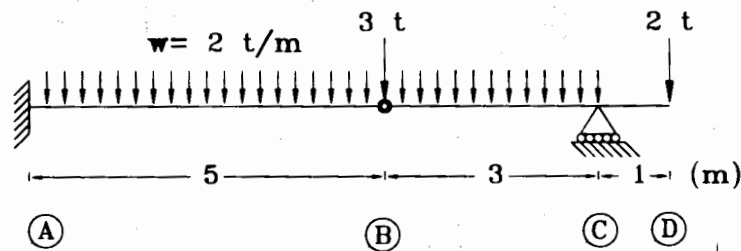


# **TEMA II**

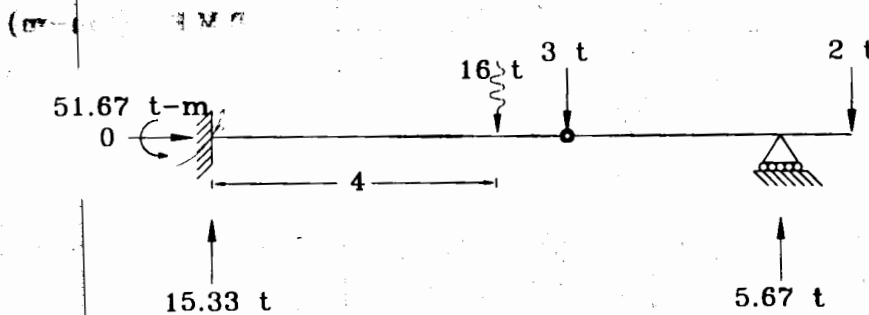
**ELEMENTOS MECANICOS EN VIGAS Y MARCOS**

Serie 2.1

Obtener ecuaciones de elementos mecánicos y trazar diagramas.



Resultados:



Ecuaciones:

Del tramo A-B

$$0 \leq x < 5$$

$$M(x) = -x^2 + 15.33x - 51.67$$

$$V(x) = -2x + 15.33$$

$$N(x) = 0$$

Del tramo B-C

$$5 \leq x < 8$$

$$M(x) = -x^2 + 12.33x - 41.67$$

$$V(x) = -2x + 12.33$$

$$N(x) = 0$$

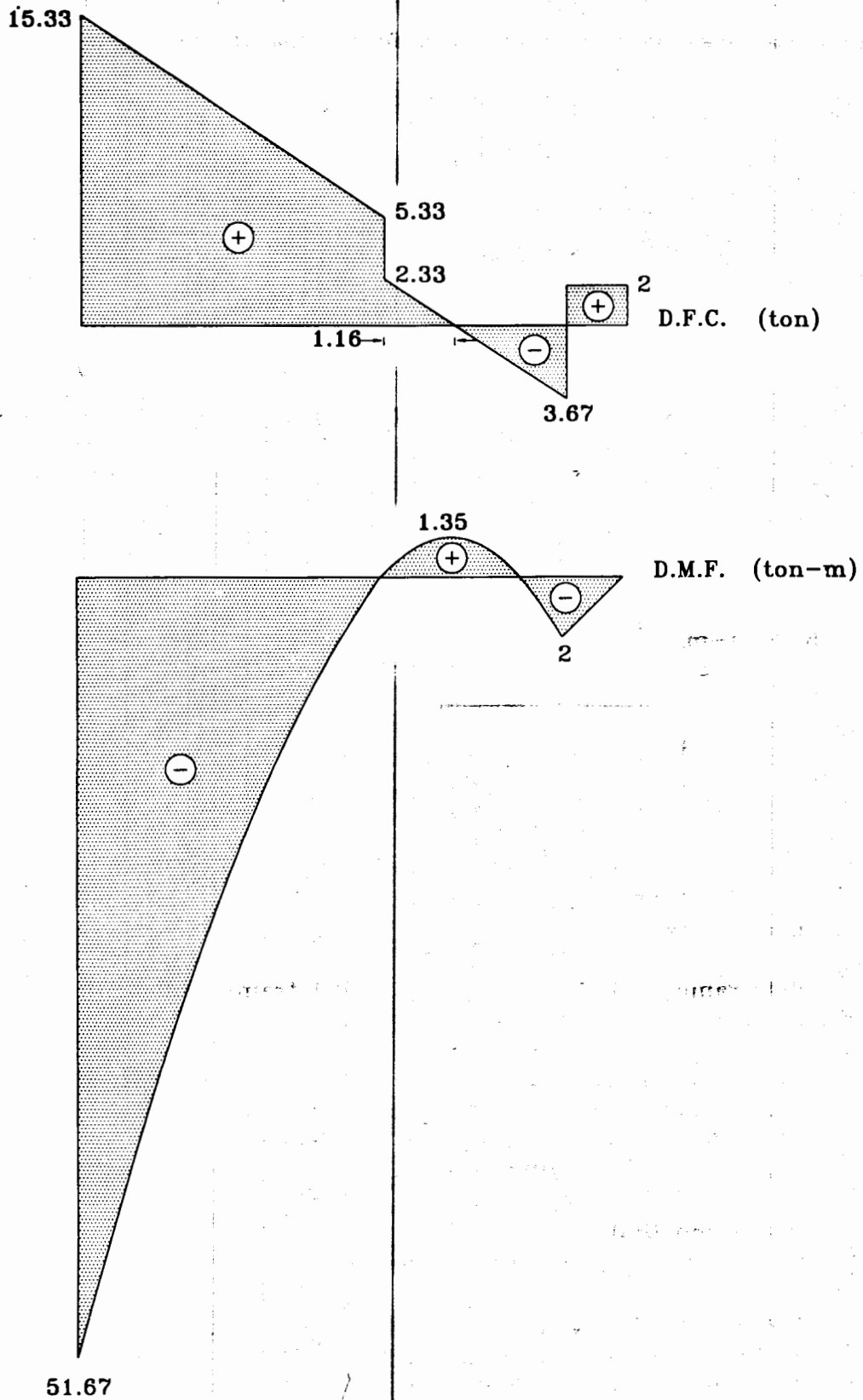
Del tramo C-D

$$0 \leq x < 1 \text{ (de der. a izq.)}$$

$$M(x) = -[2x] = -2$$

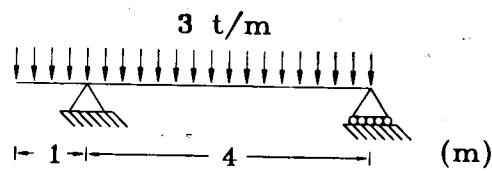
$$V(x) = -[-2] = 2$$

$$N(x) = 0$$

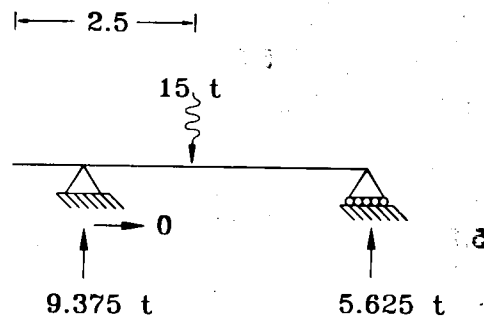


Problema 2.2

Para la siguiente viga, obtener las ecuaciones de elementos mecánicos y trazar diagramas.



Resultados:



(Izquierda a derecha)

$$0 \leq x < 1$$

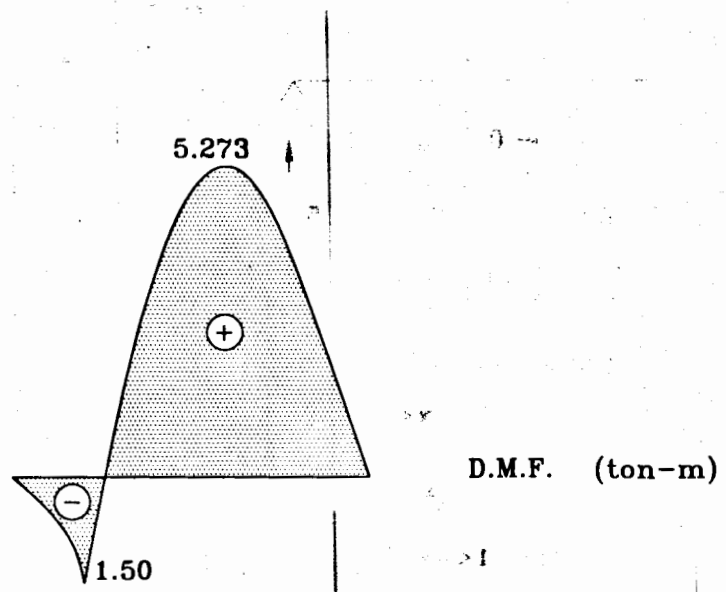
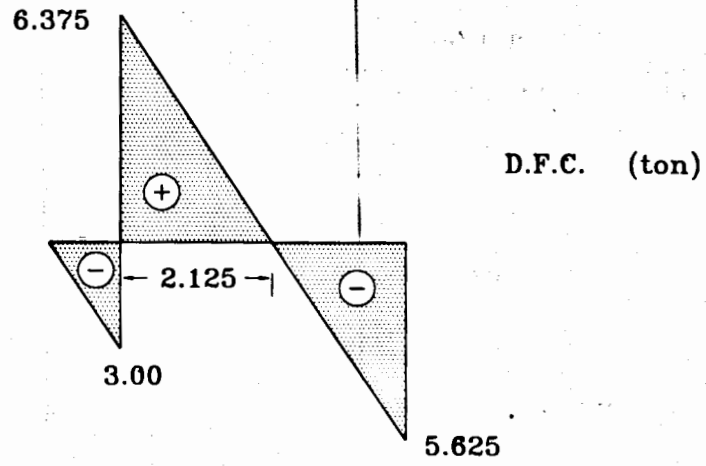
$$V(x) = -3x$$

$$M(x) = -1.5x^2$$

$$1 \leq x < 5$$

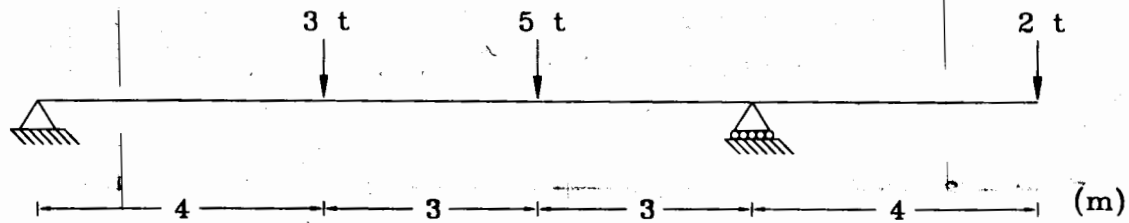
$$V(x) = -3x + 9.375$$

$$M(x) = -1.5x^2 + 9.375(x-1)$$

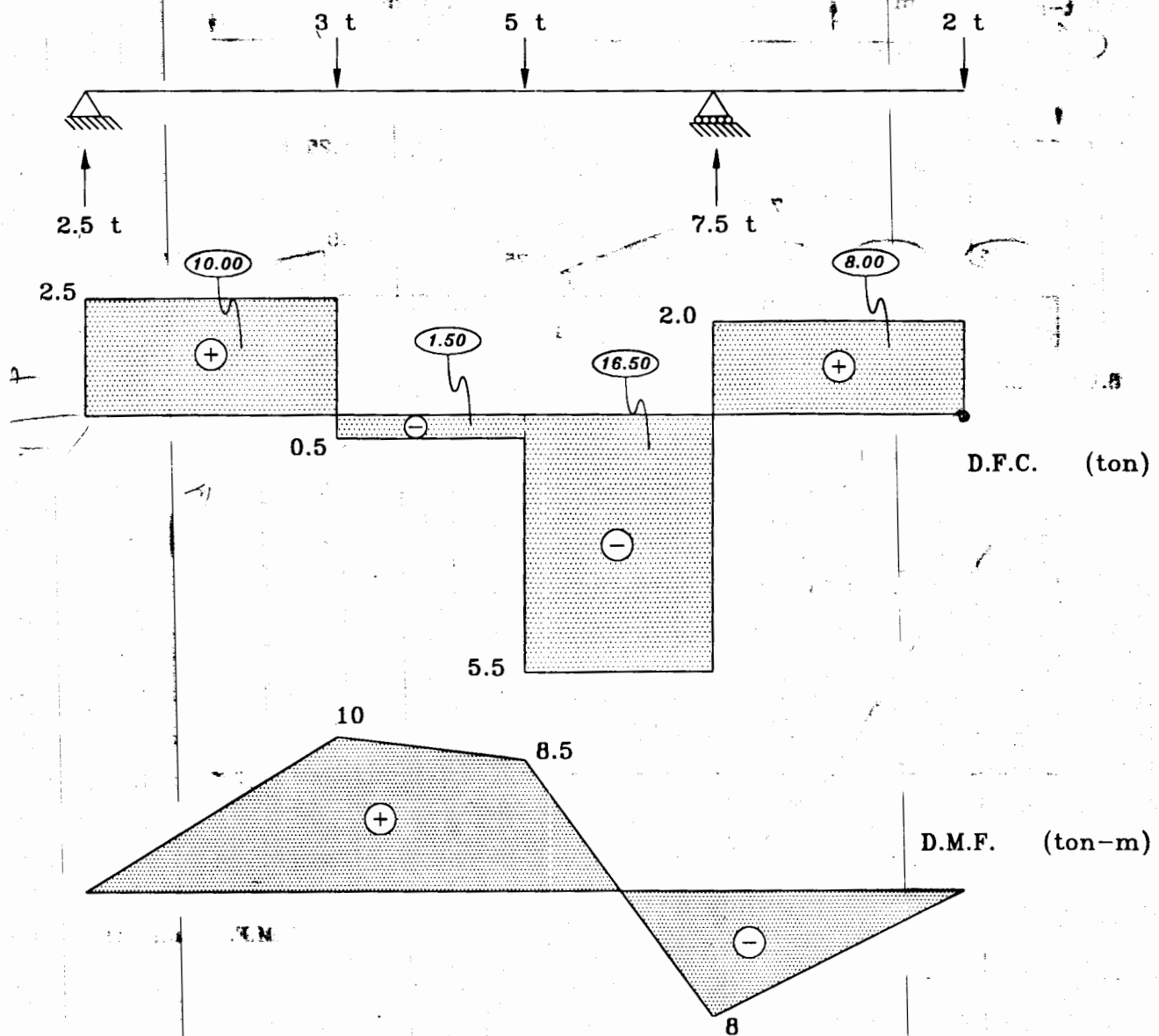


Problema 2.3

Para la siguiente viga, trazar diagramas de elementos mecánicos por el método de la suma de áreas.

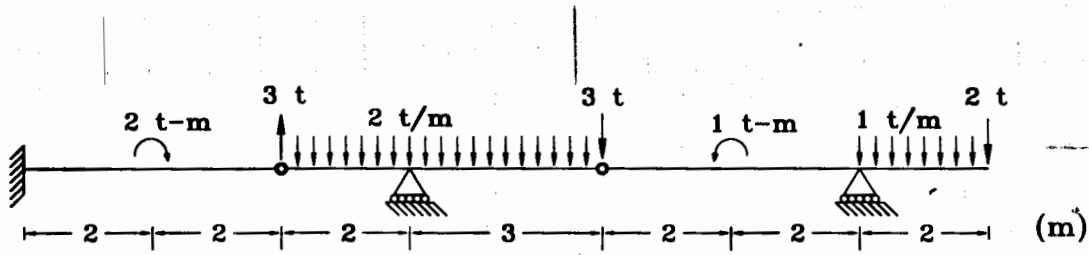


Resultados:

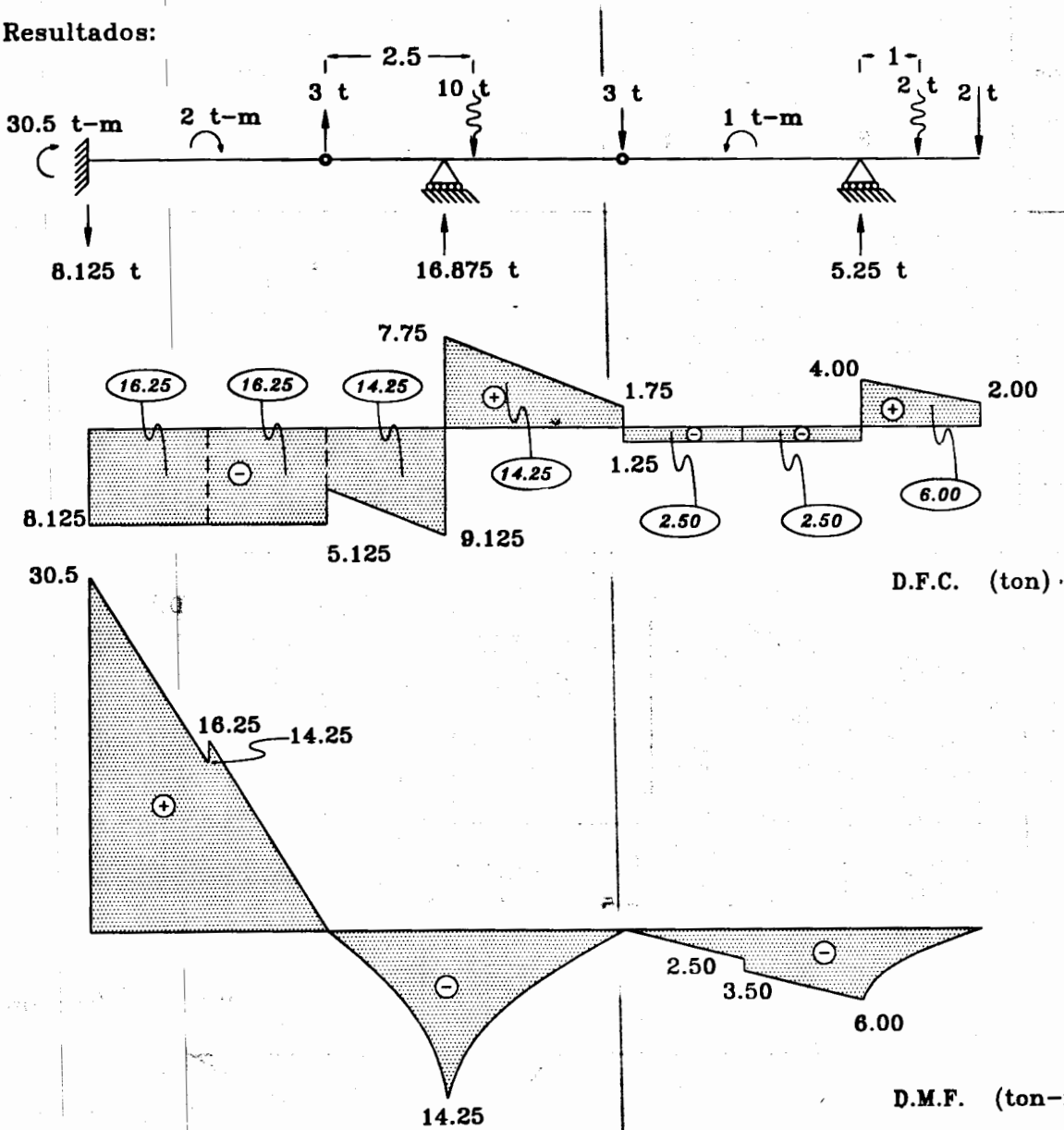


Problema 2.4

Para la siguiente viga, trazar diagramas de momentos flexionantes y cortante por el método de la suma de áreas.

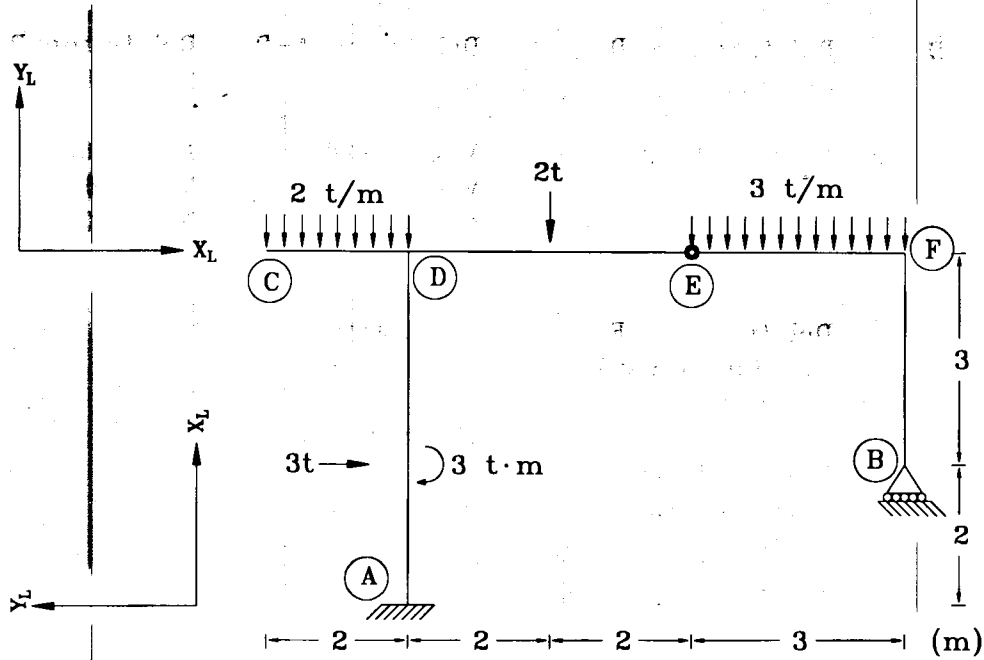


Resultados:

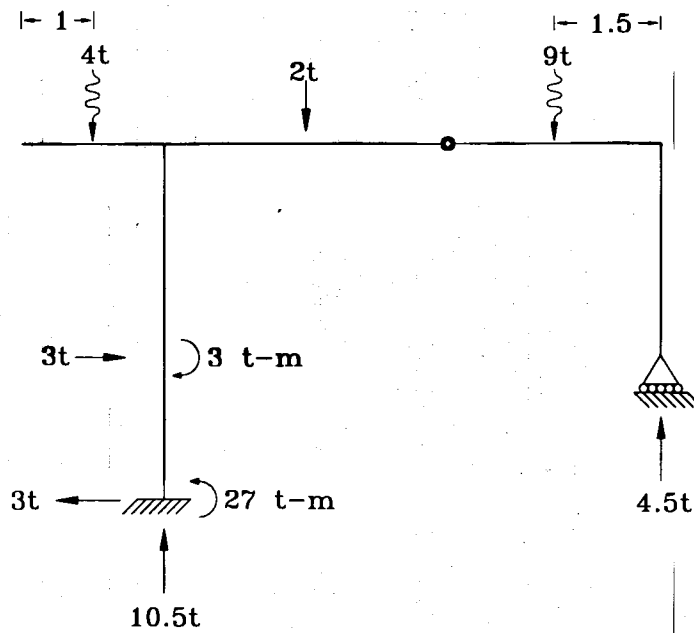


Problema 2.5

Para el siguiente marco obtenga las ecuaciones de elementos mecánicos y trace diagramas.



Resultados:





Ecuaciones:

Del tramo C-D  
 $0 \leq x < 2$

$$\begin{aligned} M(x) &= -x^2 \\ V(x) &= -2x \\ N(x) &= 0 \end{aligned}$$

Del tramo A-D  
 $0 \leq x < 2$

$$\begin{aligned} M(x) &= -27 + 3x \\ V(x) &= 3 \\ N(x) &= 10.5 \end{aligned}$$

Del tramo A-D  
 $2 \leq x < 5$

$$\begin{aligned} M(x) &= -18 \\ V(x) &= 0 \\ N(x) &= 10.5 \end{aligned}$$

Del tramo D-E  
 $2 \leq x < 4$

$$\begin{aligned} M(x) &= 6.5x - 35 \\ V(x) &= 6.5 \\ N(x) &= 0 \end{aligned}$$

Del tramo D-E  
 $4 \leq x < 6$

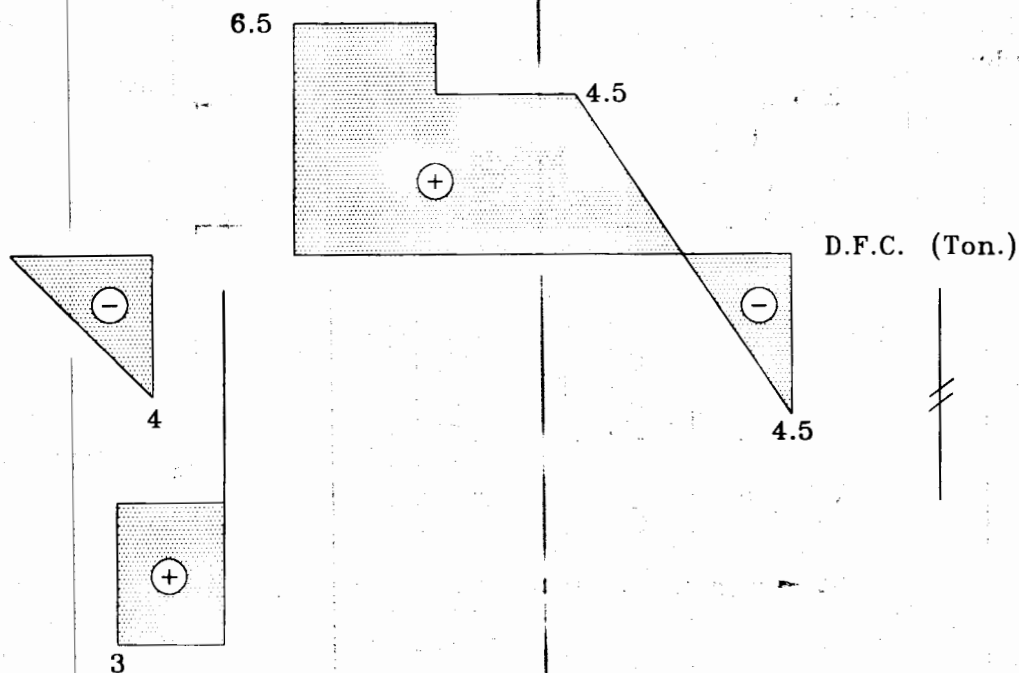
$$\begin{aligned} M(x) &= 4.5x - 27 \\ V(x) &= 4.5 \\ N(x) &= 0 \end{aligned}$$

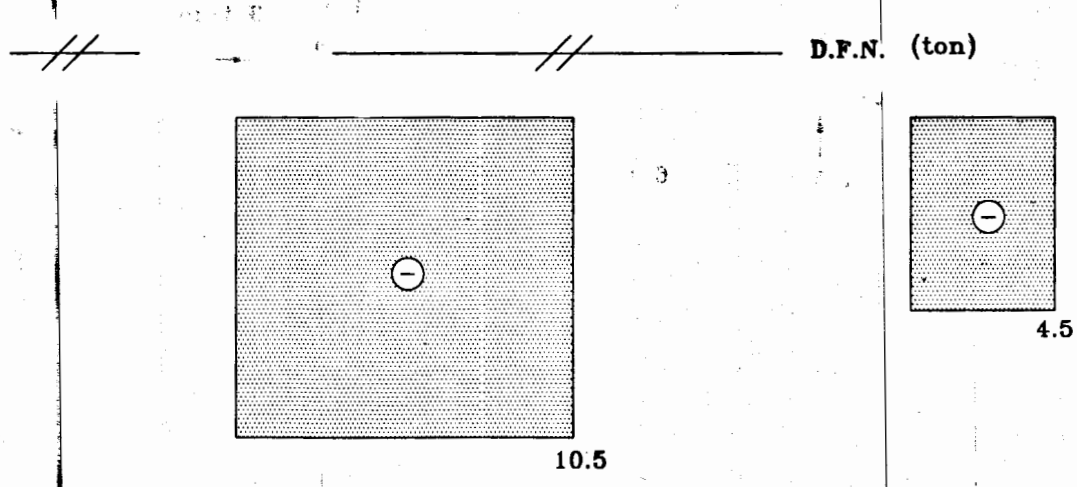
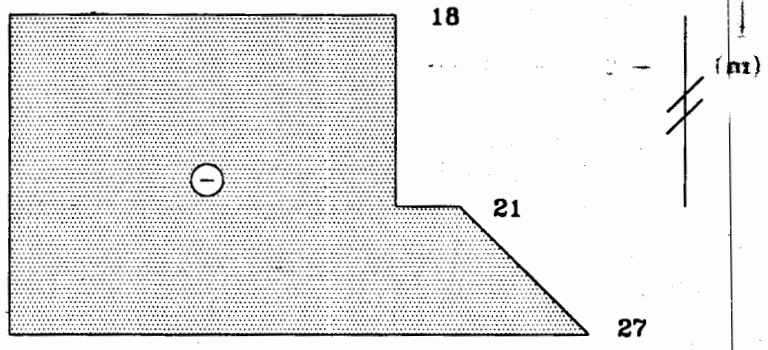
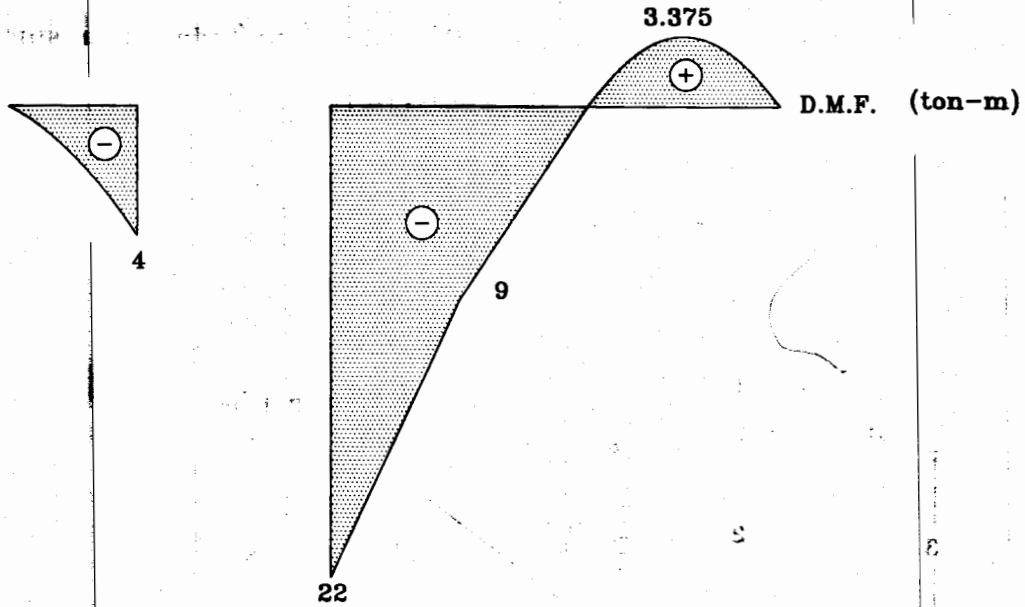
Del tramo F-E  
 (de der. a izq.)  
 $0 \leq x < 2$

$$\begin{aligned} M(x) &= -1.5x^2 + 4.5x \\ V(x) &= 3x - 4.5 \\ N(x) &= 0 \end{aligned}$$

Del tramo B-F  
 $0 \leq x < 3$

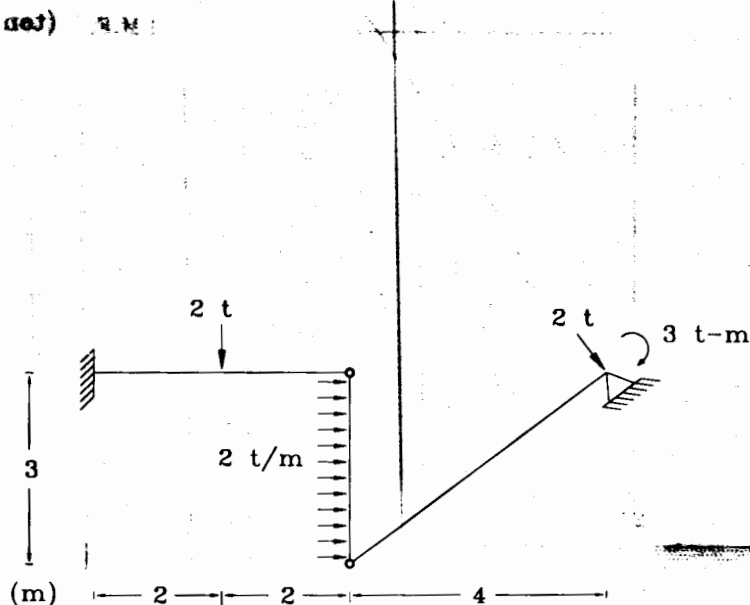
$$\begin{aligned} M(x) &= 0 \\ V(x) &= 0 \\ N(x) &= -4.5 \end{aligned}$$



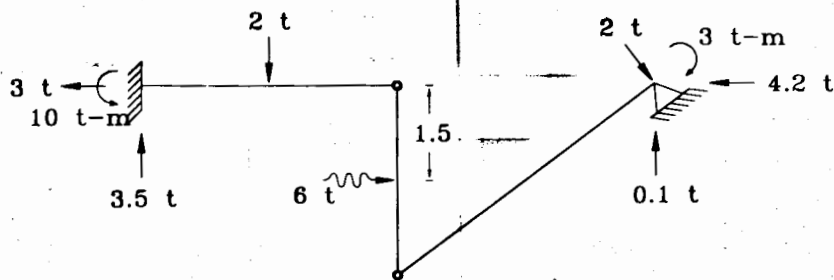


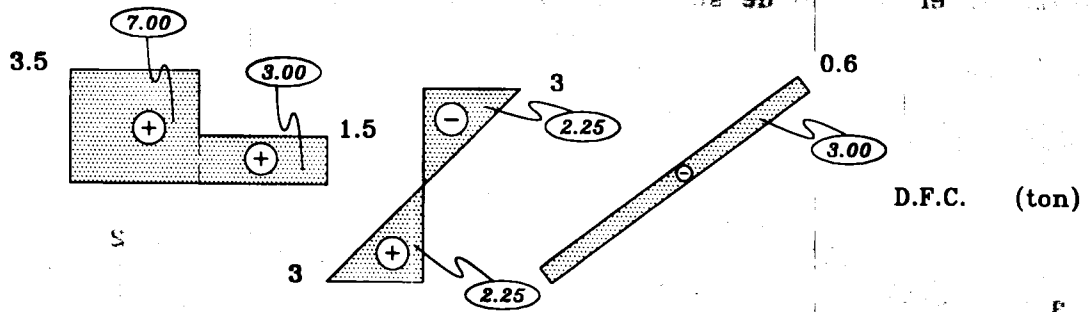
Problema 2.6

Para la siguiente estructura trace diagramas utilizando el método de la suma de áreas

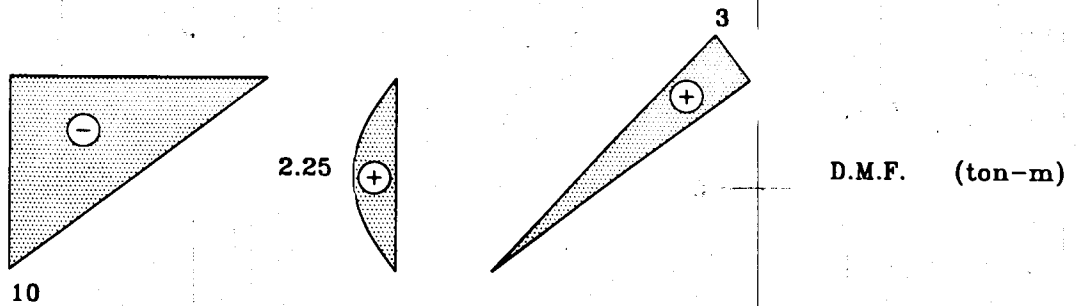


Resultados:

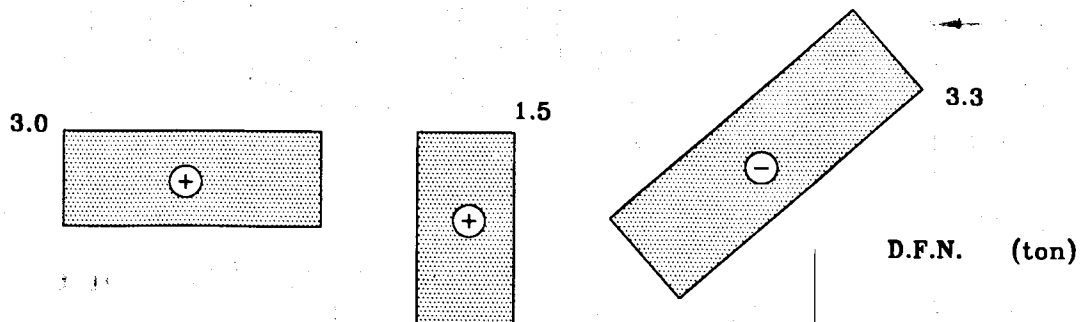




D.F.C. (ton)



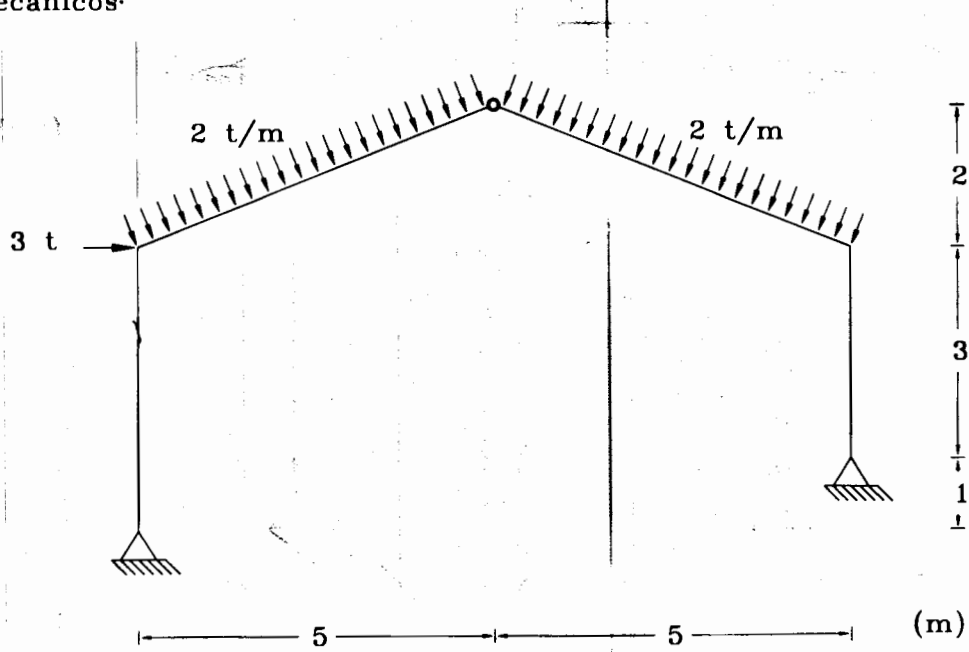
D.M.F. (ton-m)



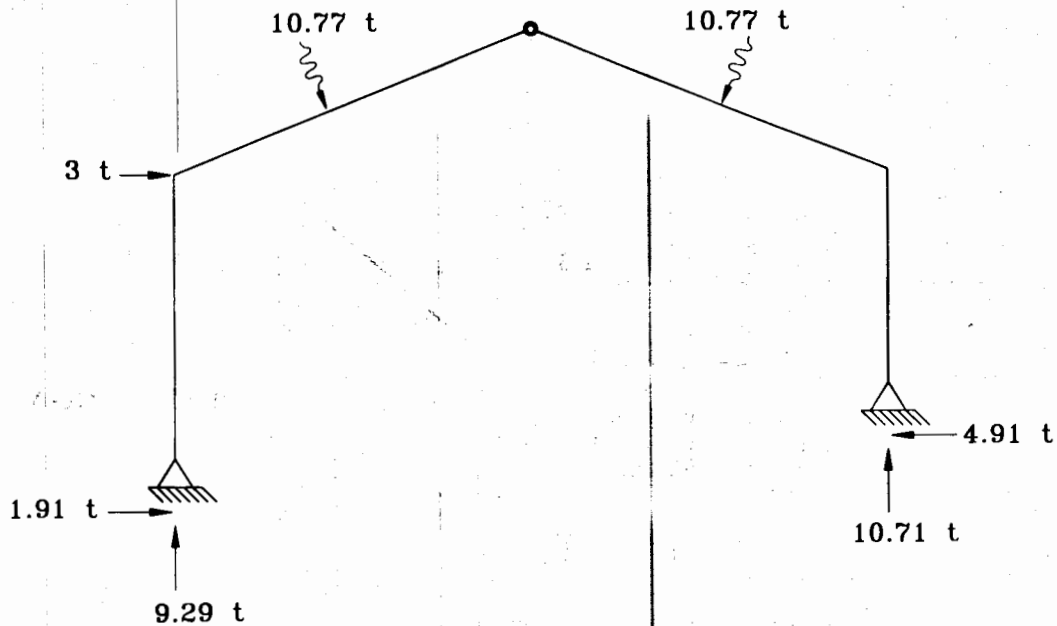
D.F.N. (ton)

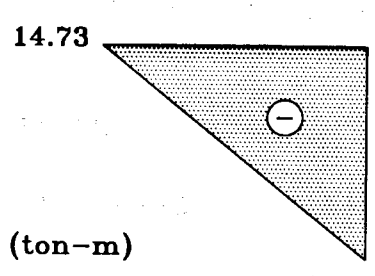
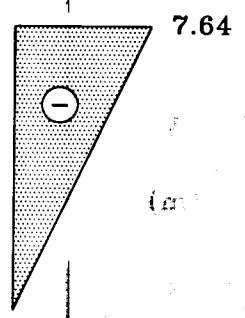
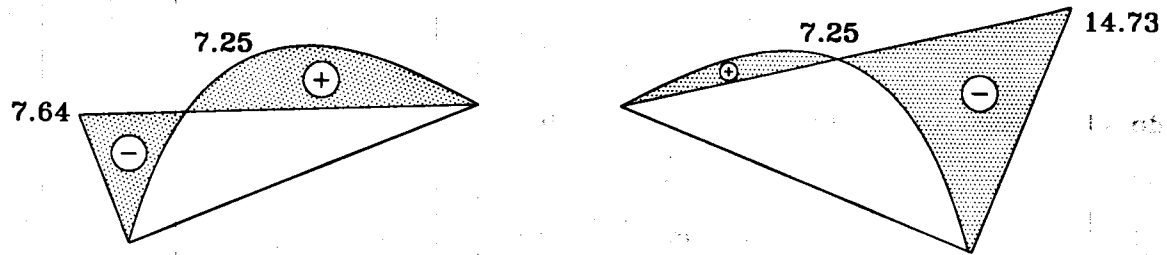
Problema 2.7

Utilizando el método de superposición, trazar diagramas de elementos mecánicos.

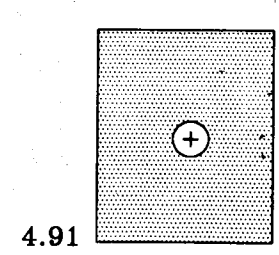
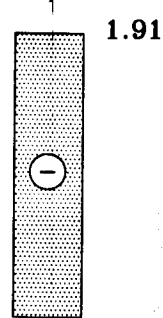
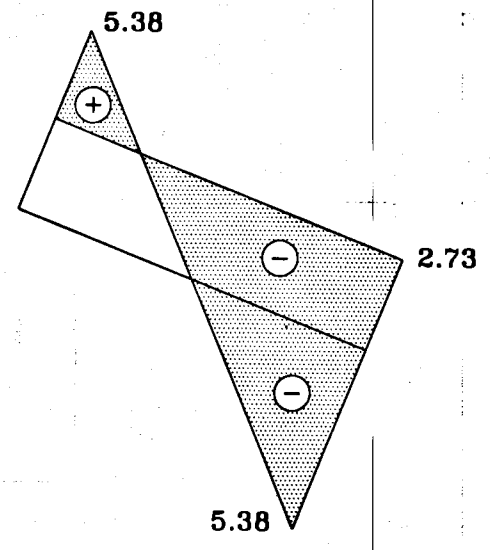
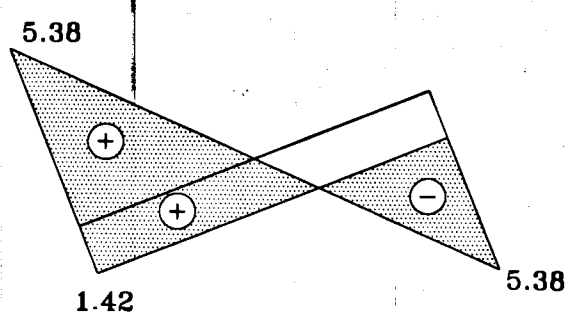


Resultados:





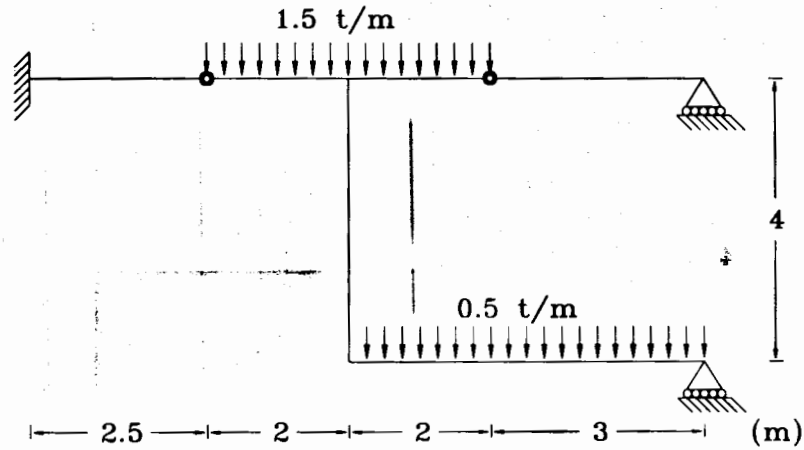
D.M.F. (ton-m)



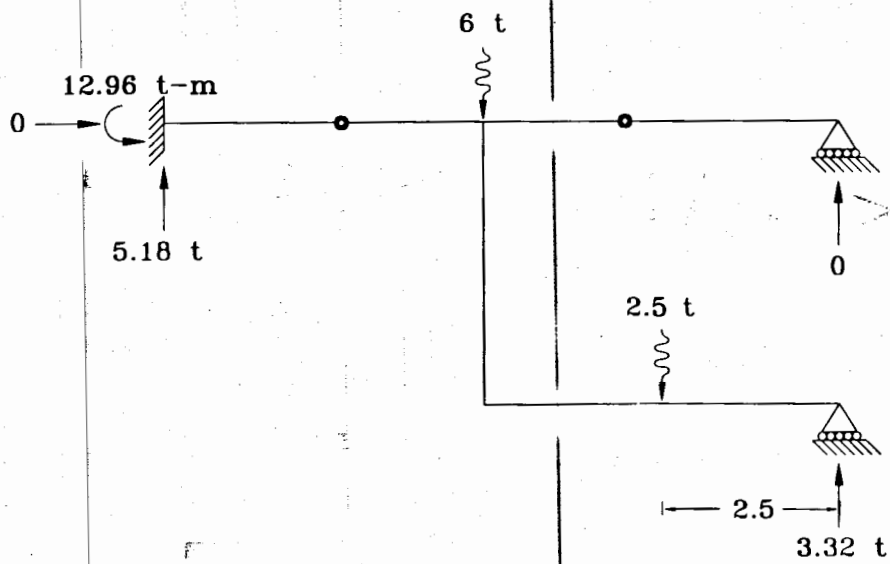
D.F.C (ton)

Problema 2.8

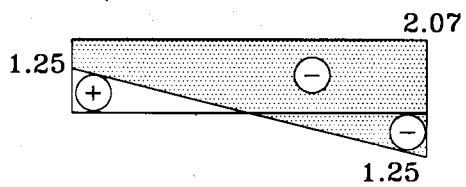
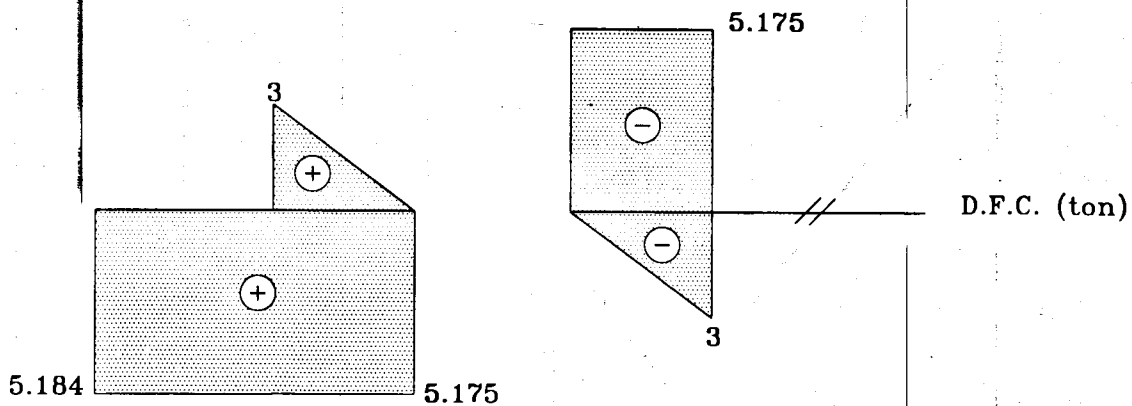
Utilizando el método de superposición, trace los diagramas de elementos mecánicos.



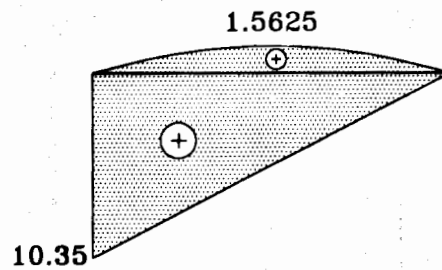
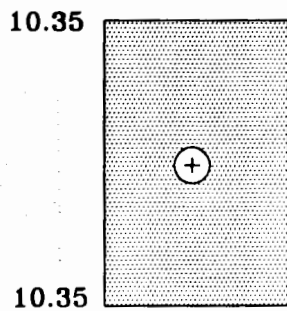
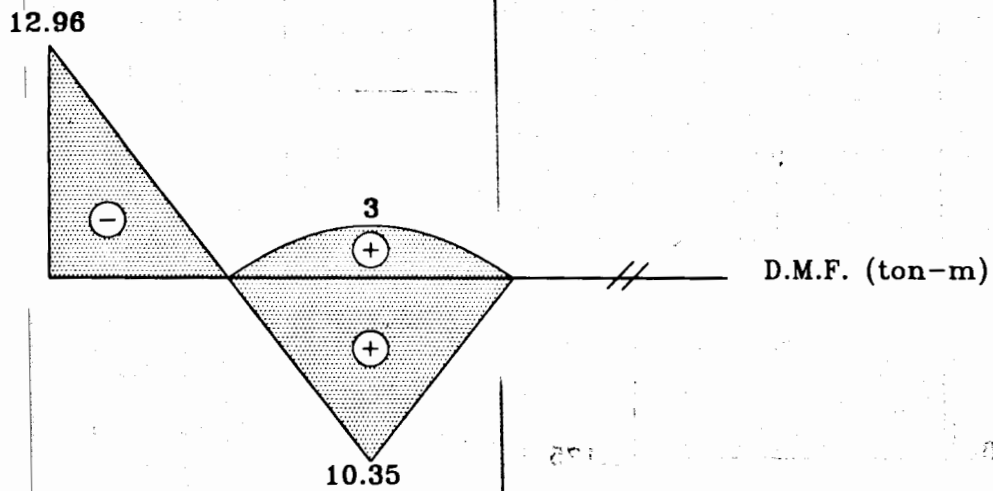
Resultados:



(opt)

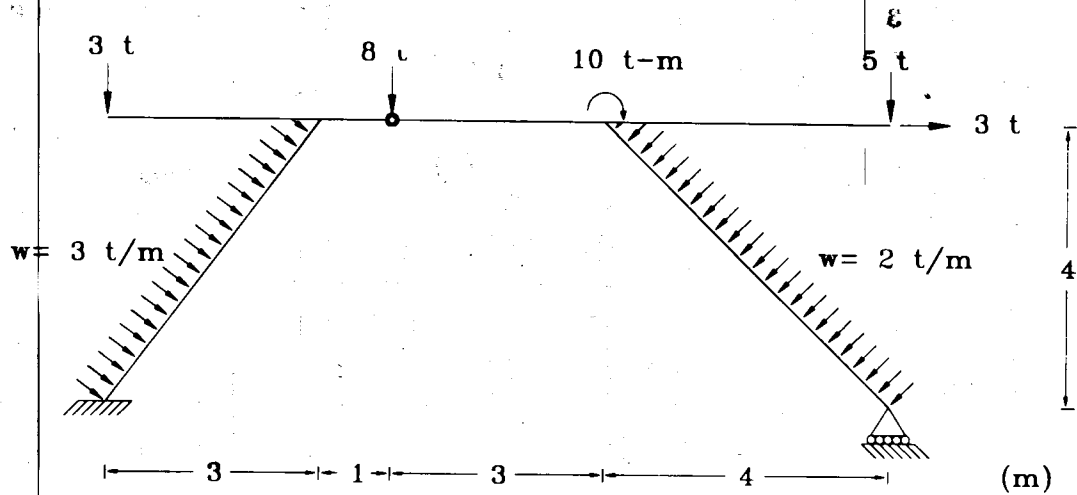




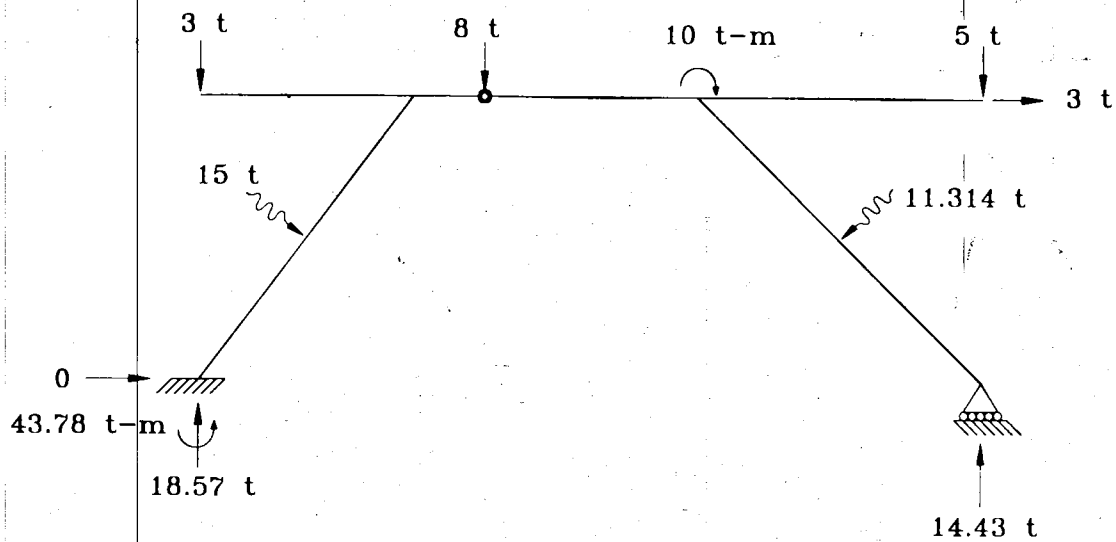


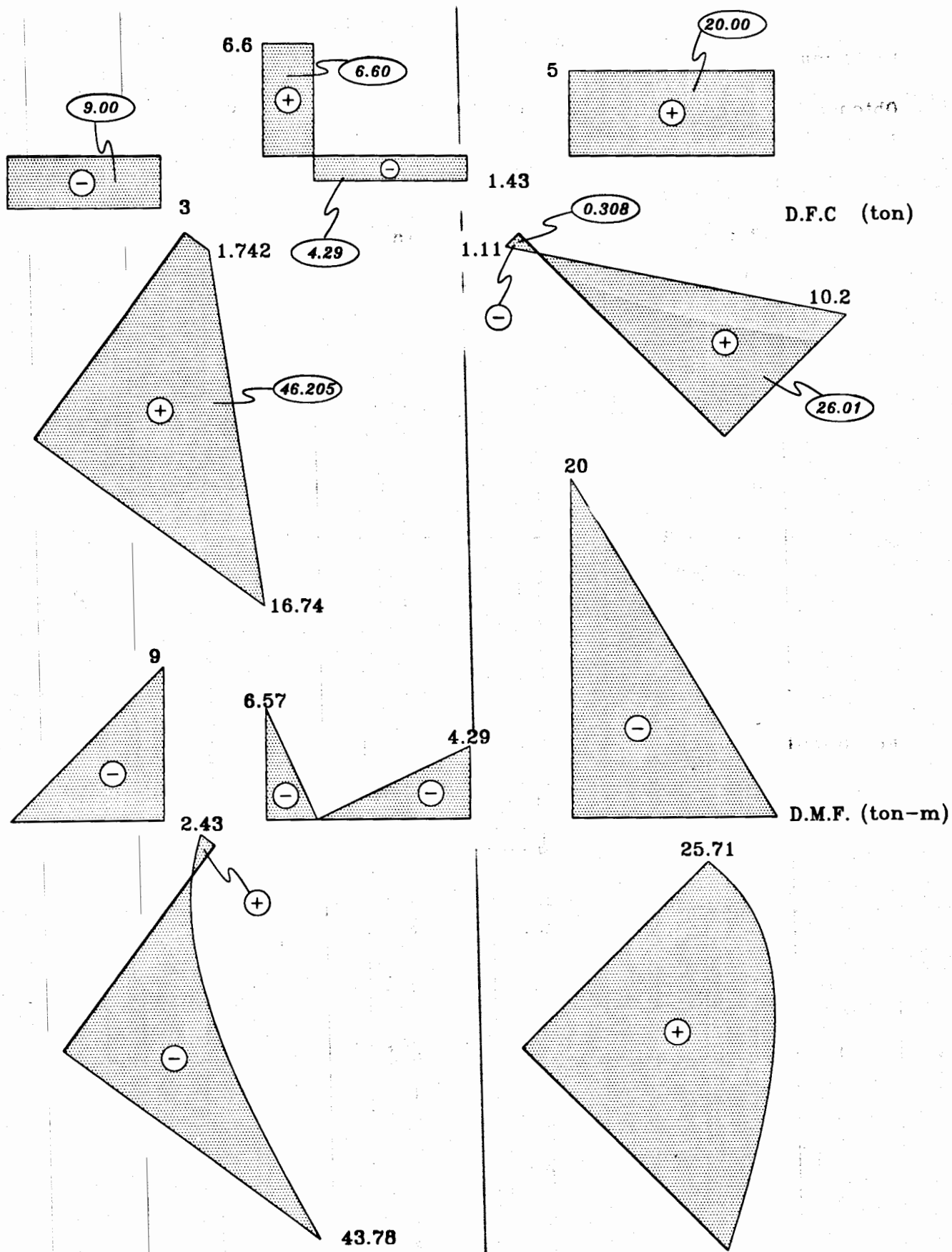
Problema 2.9

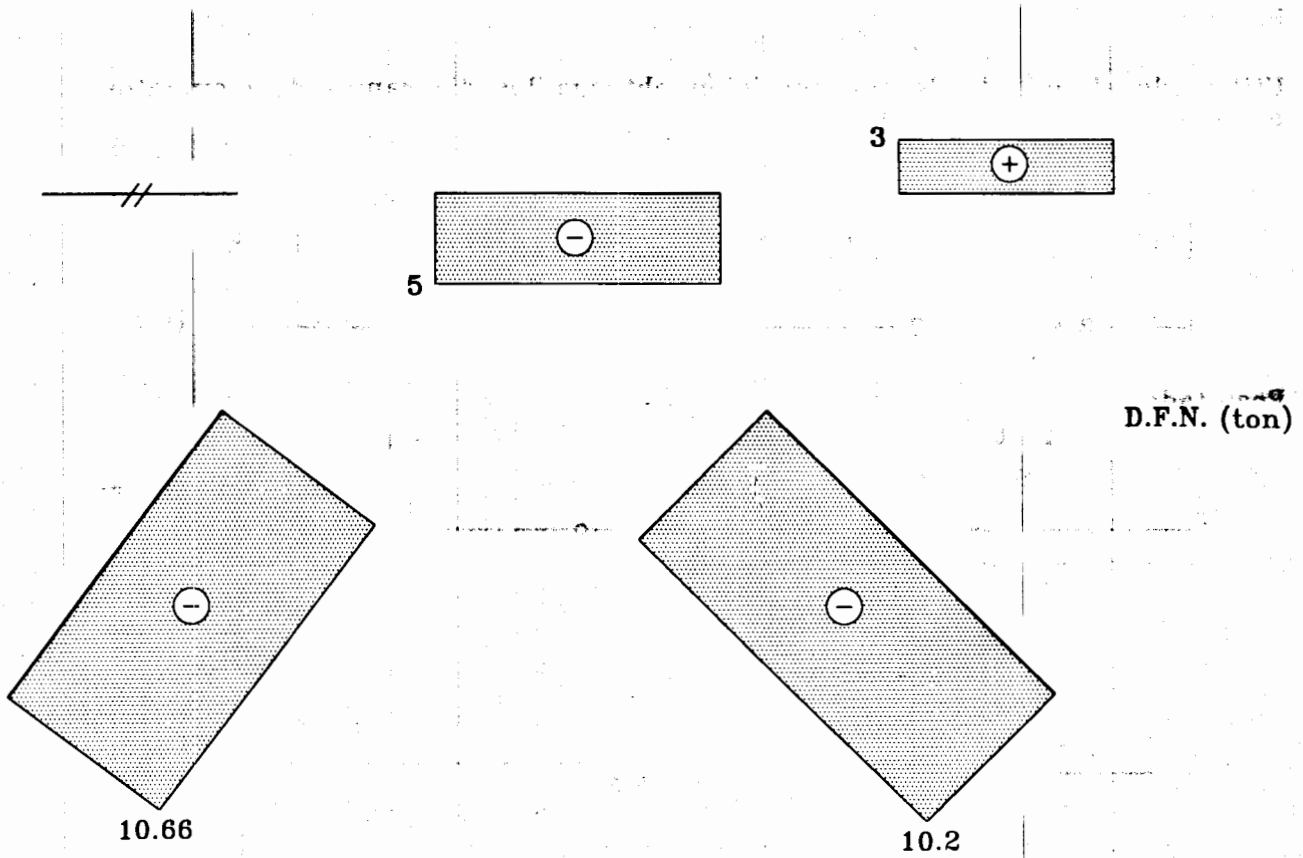
Obtener los diagramas de elementos mecánicos por el método de la suma de áreas del siguiente marco.



Resultados:

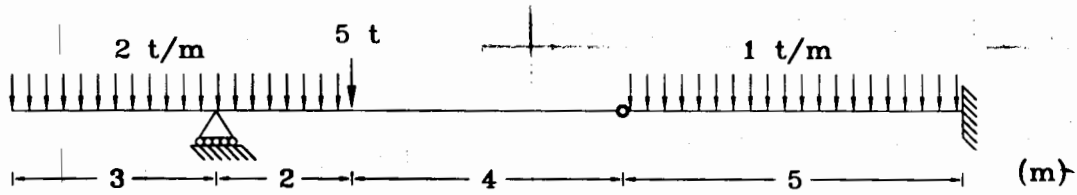




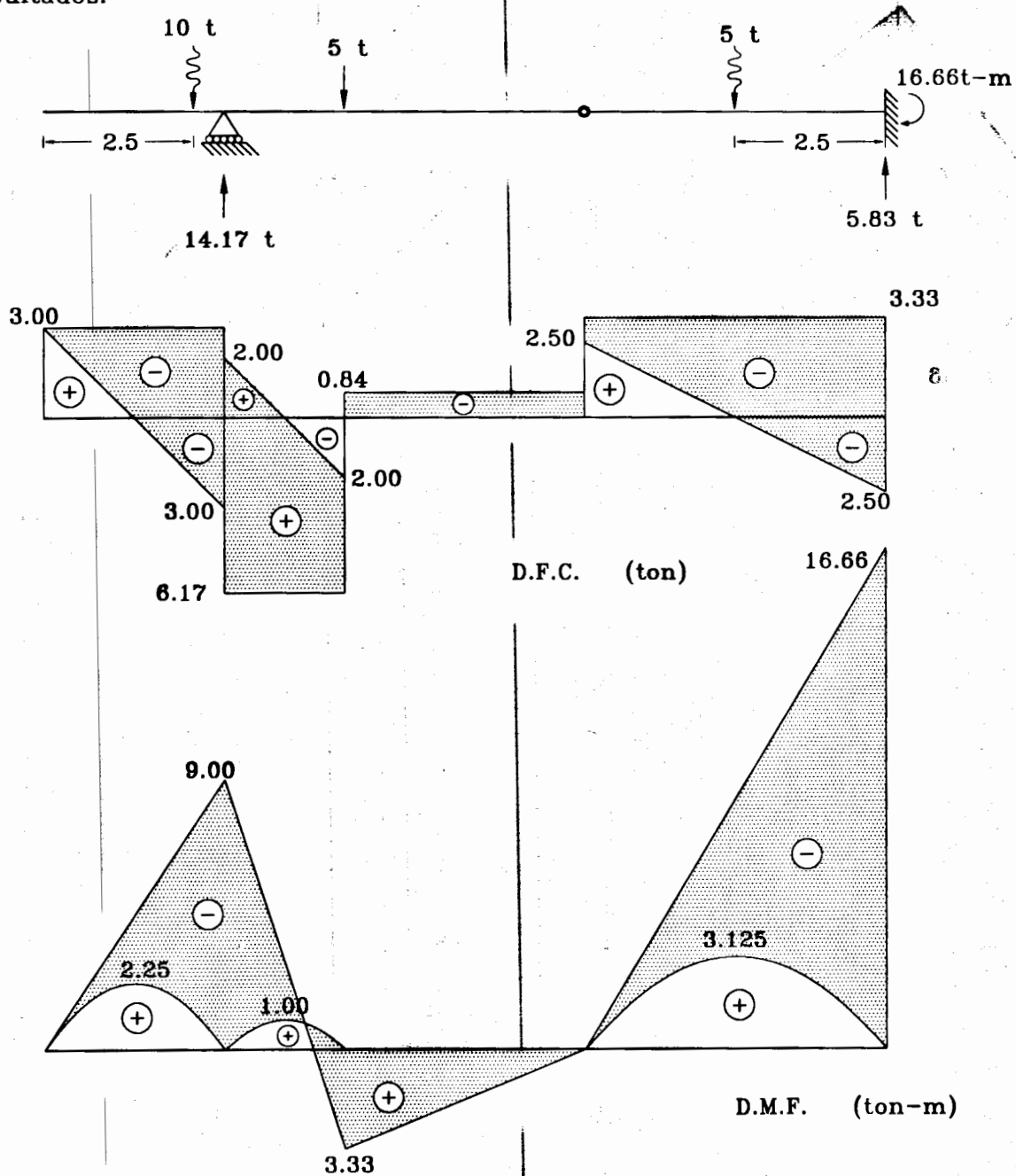


Problema 2.10

Utilizando el método de superposición obtenga los diagramas de elementos mecánicos de la siguiente viga:

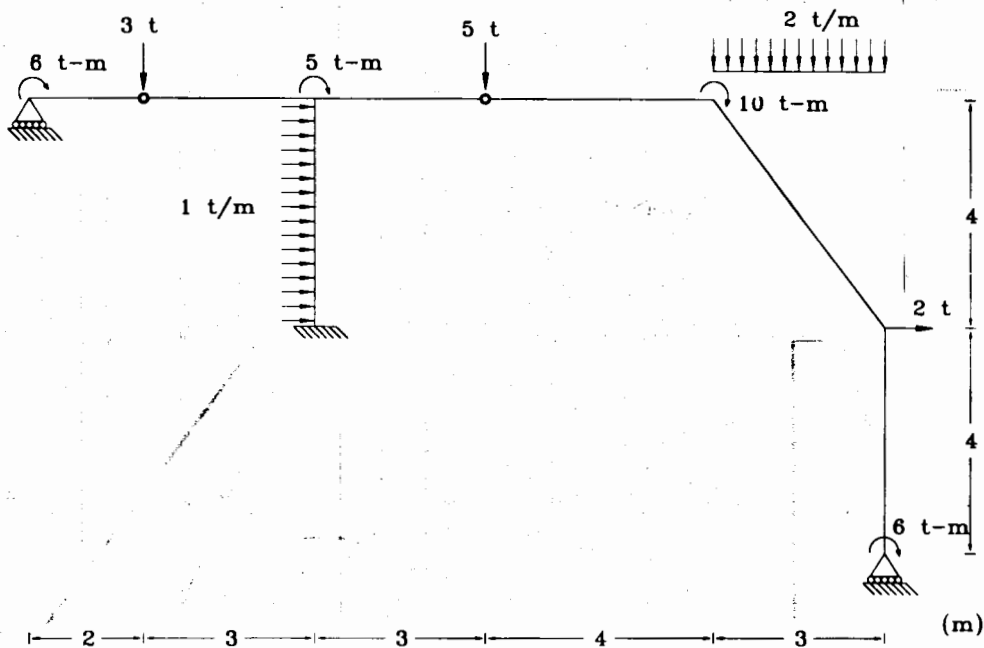


Resultados:

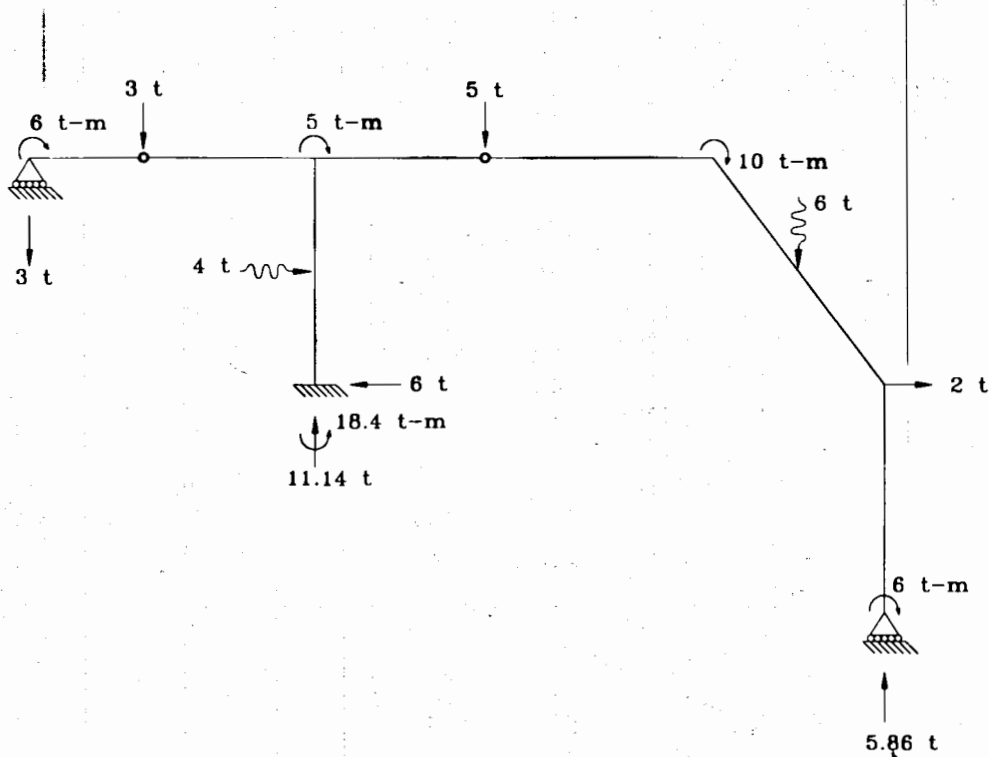


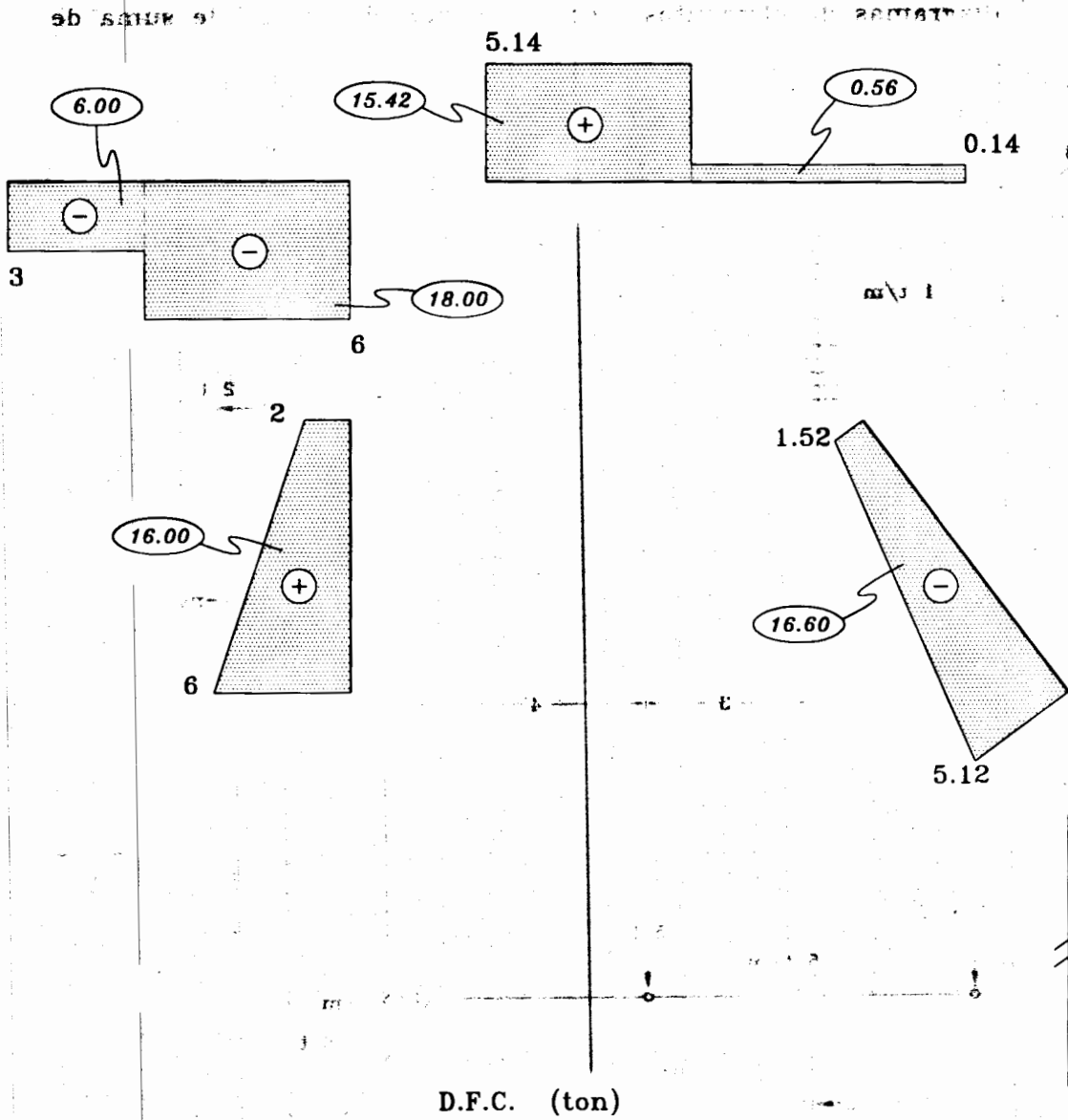
Problema 2.11

Obtener los diagramas de elementos mecánicos, por el método de suma de áreas.

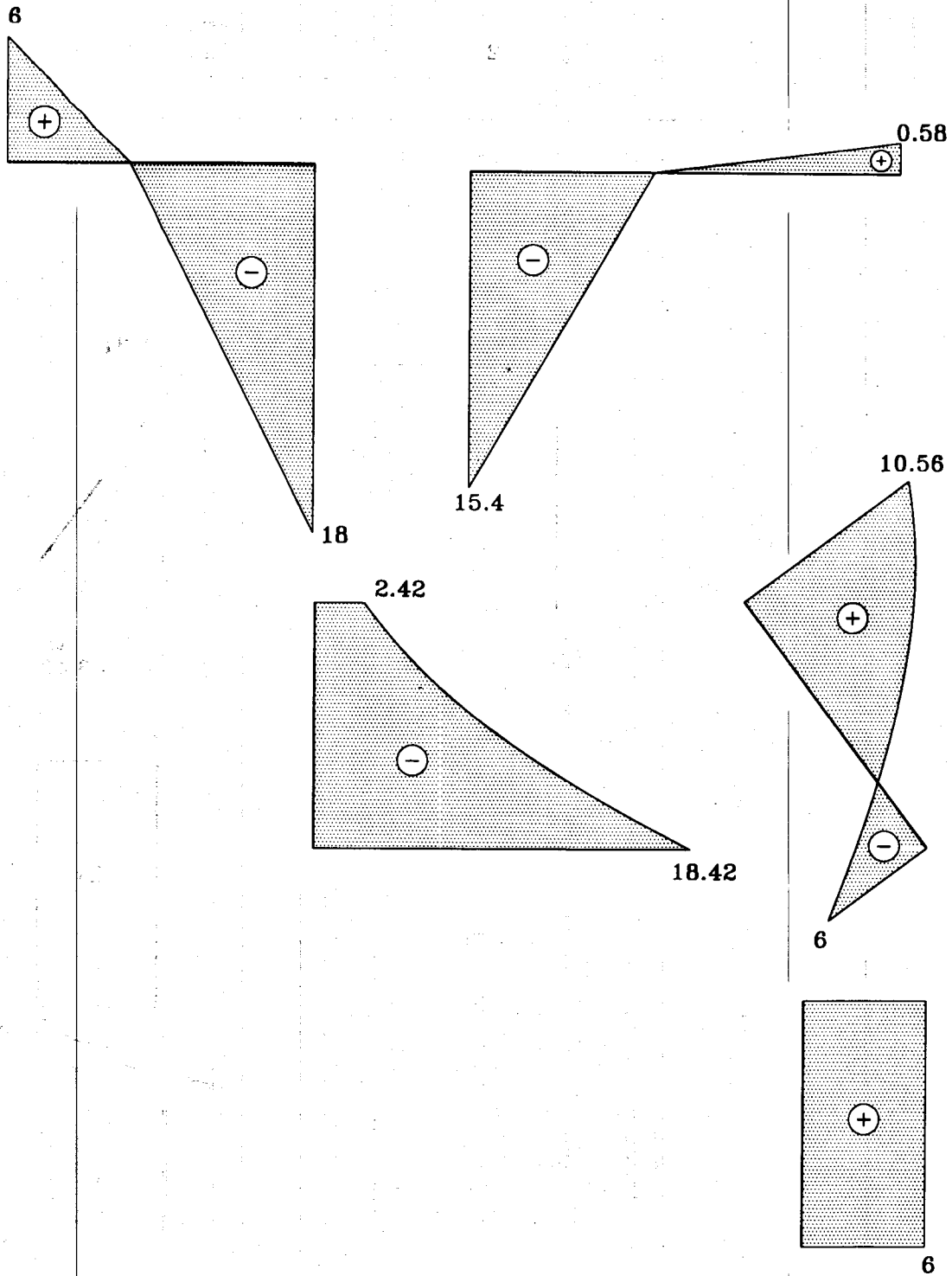


Resultados:



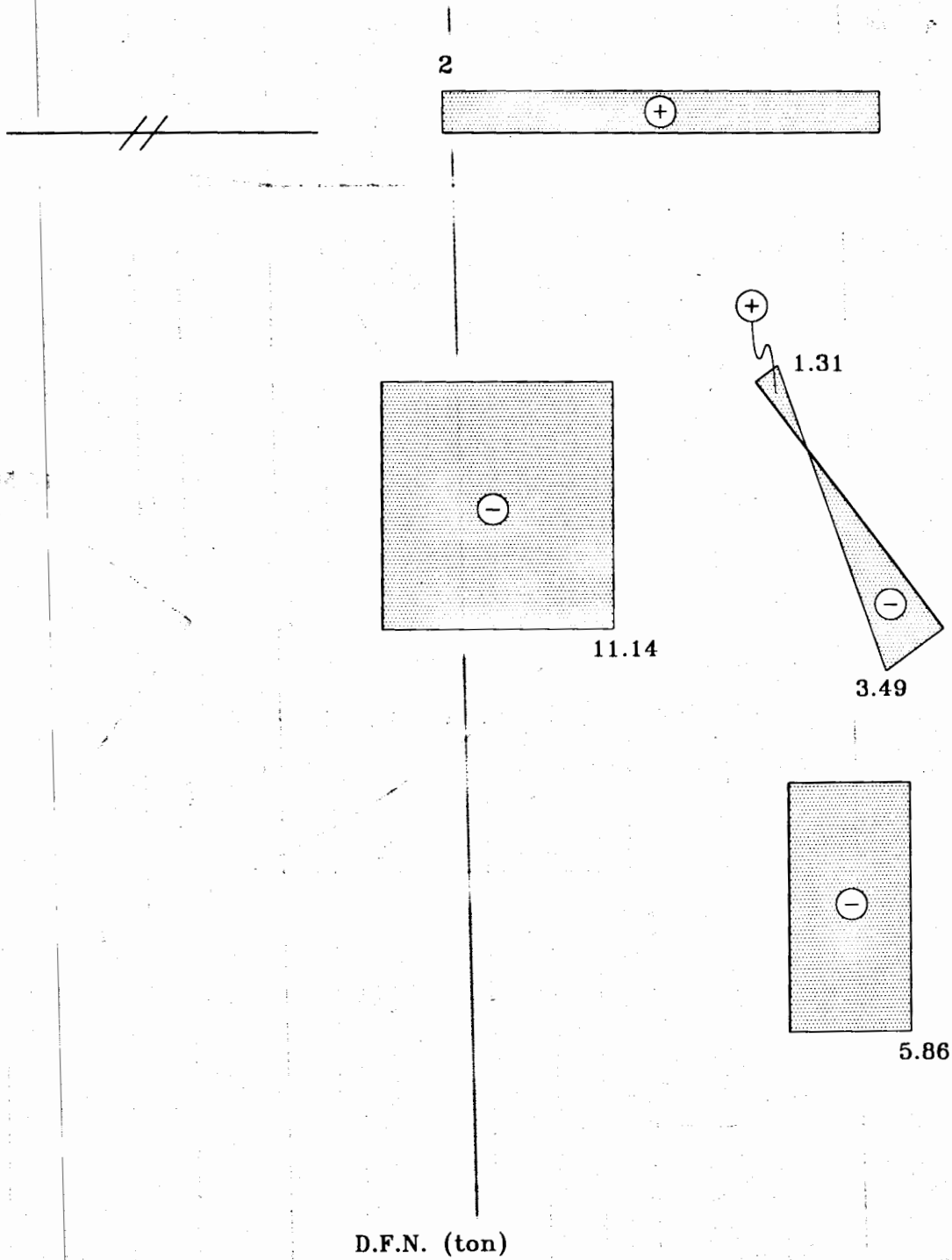


D.F.C. (ton)



D.M.F. (ton-m)



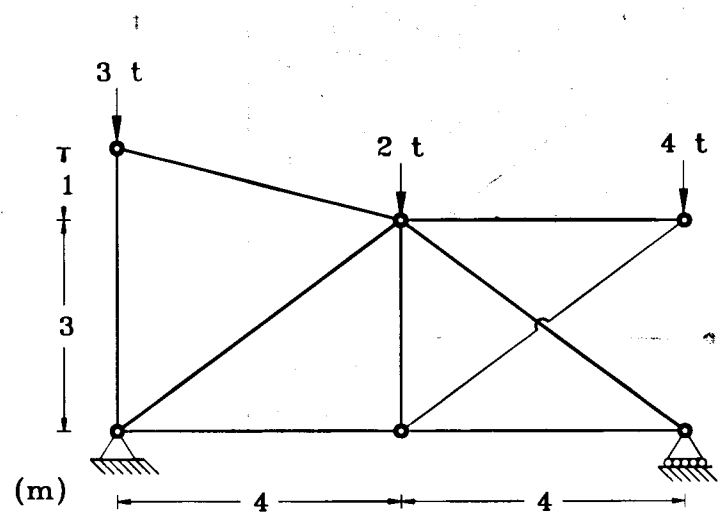


# **TEMA III**

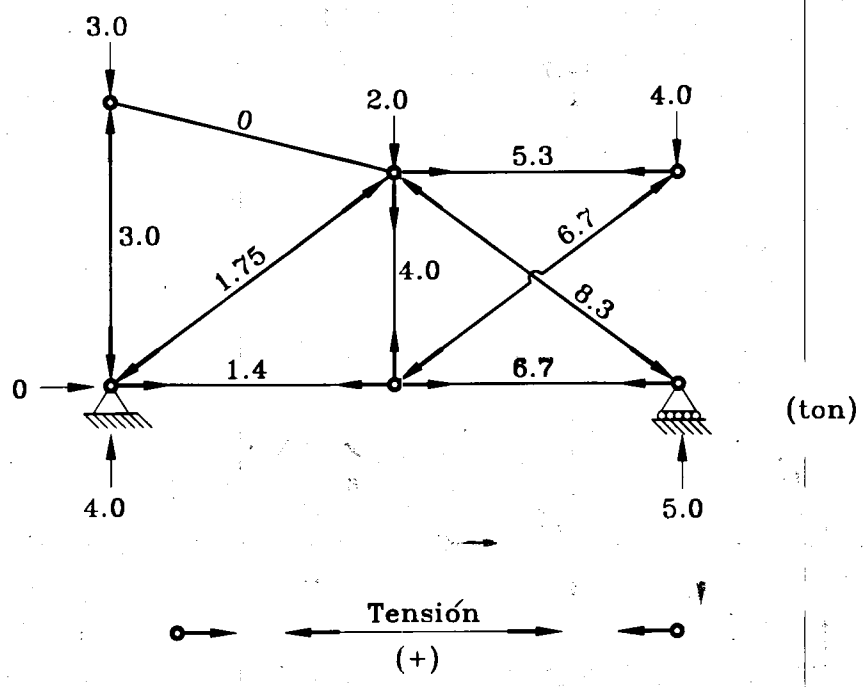
**FUERZAS AXIALES EN ARMADURAS Y  
ELEMENTOS MECANICOS EN ARCOS**

**Problema 3.1**

Obtener las fuerzas axiales en las barras utilizando el método de los nudos.

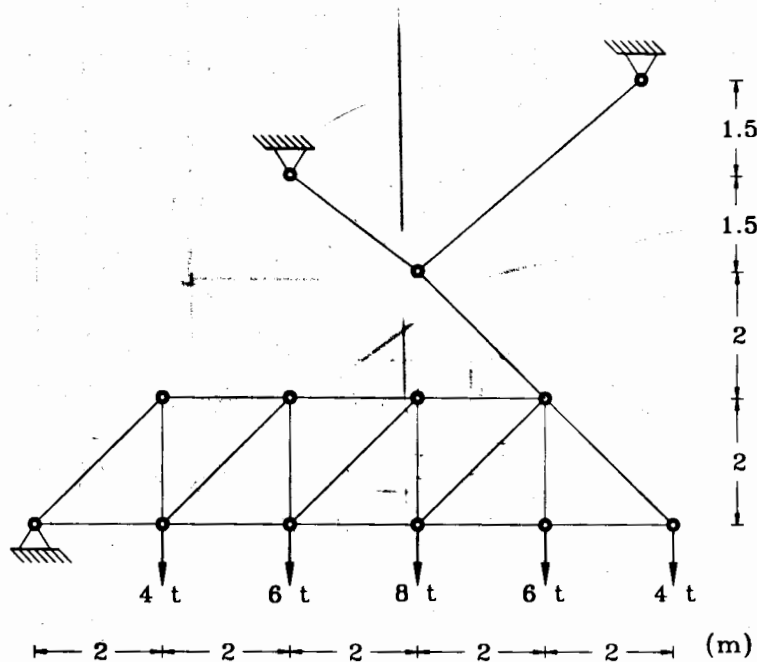


**Resultados:**

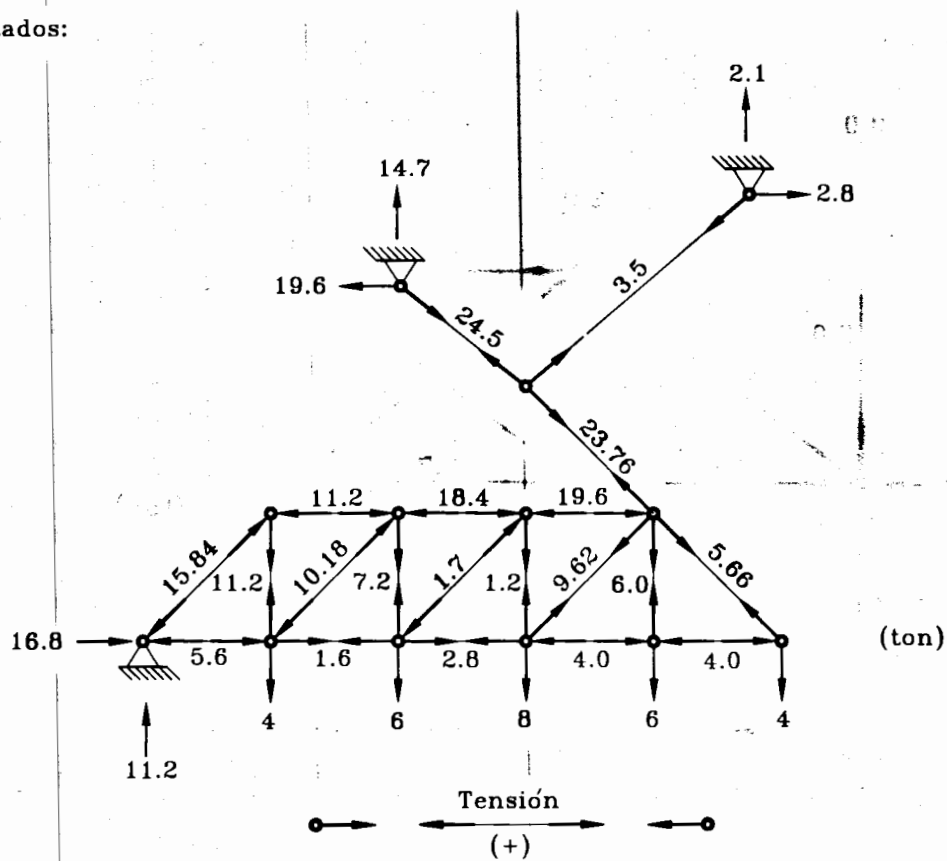


Problema 3.2

Calcular las fuerzas axiales de la siguiente armadura.

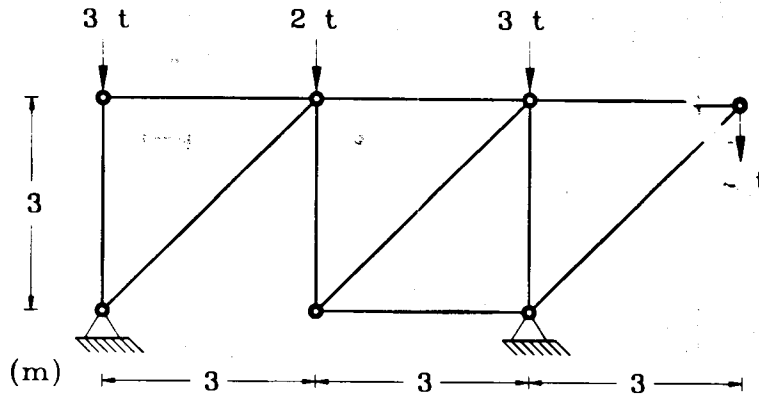


Resultados:

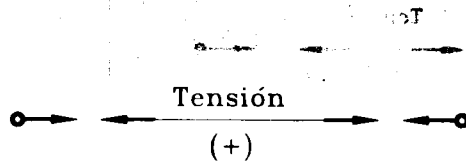
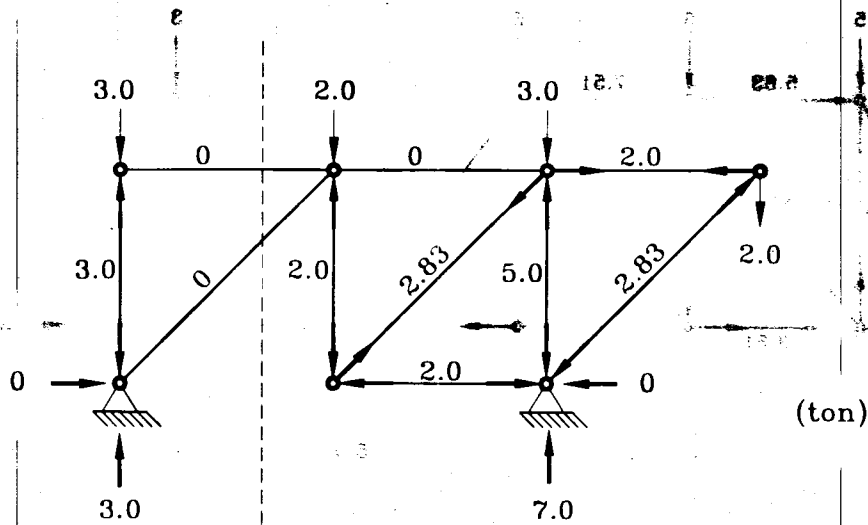


Problema 3.3

Obtener las fuerzas en las barras, utilizando el método de las secciones.

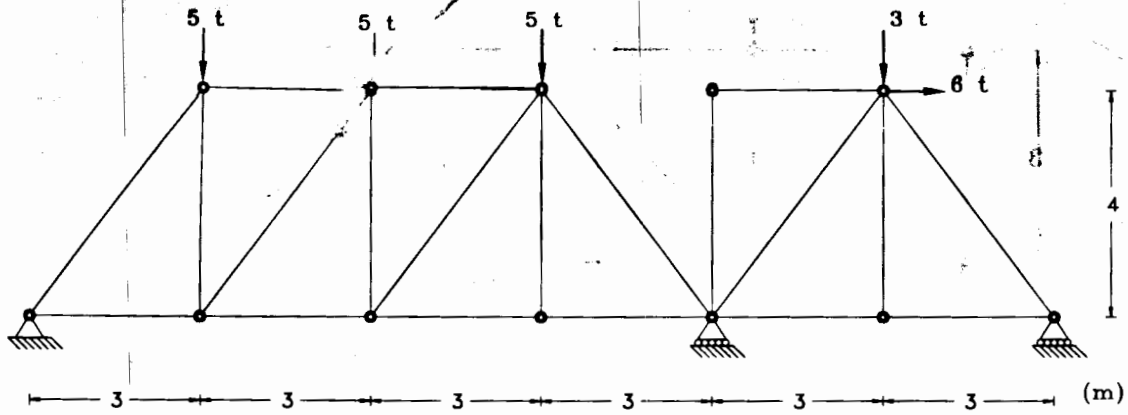


Resultados:

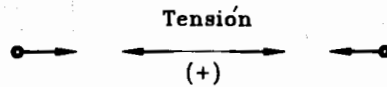
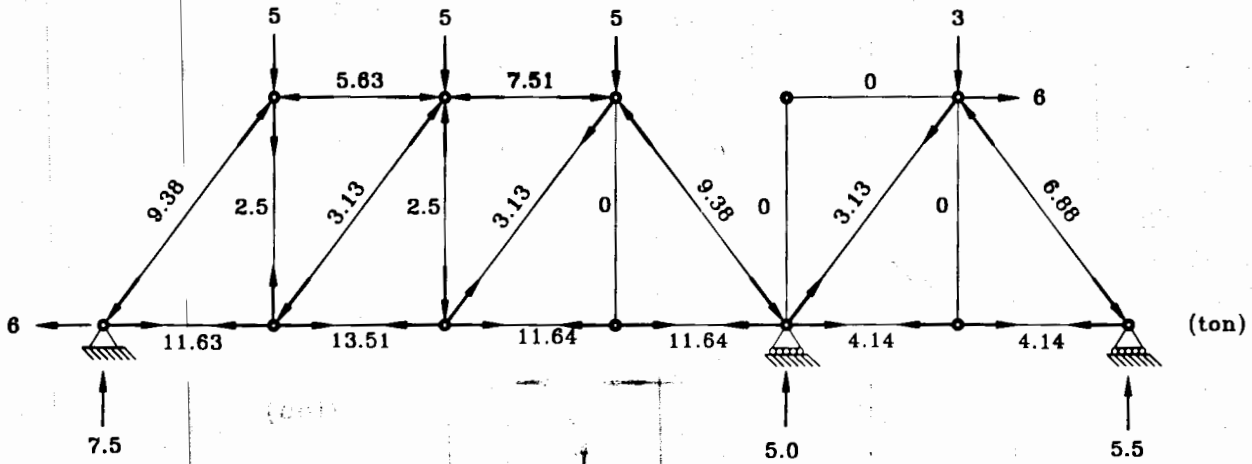


Problema 3.4

Calcular las fuerzas axiales de la siguiente armadura.

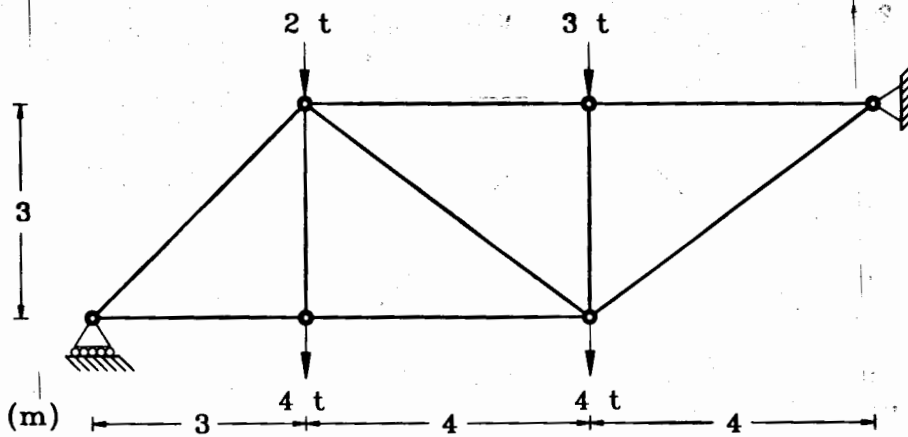


Resultados:

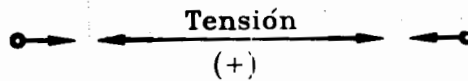
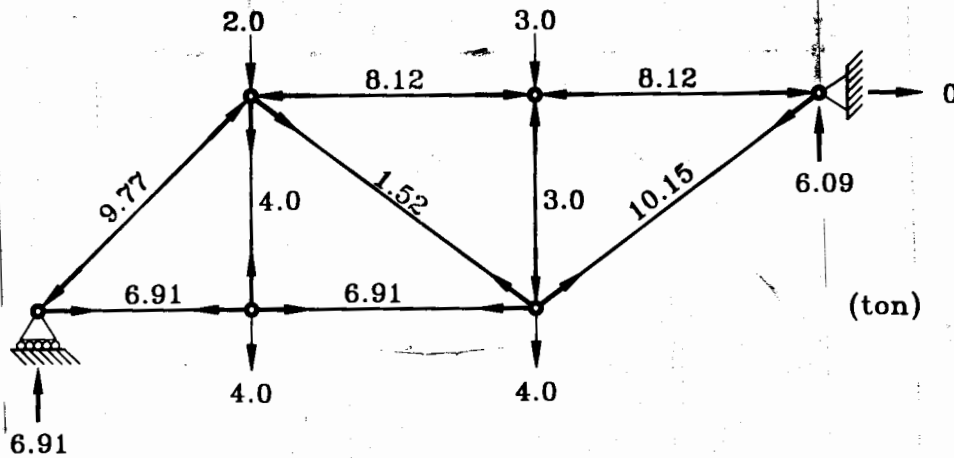


Problema 3.5

Obtener las fuerzas axiales en las barras, utilizando el método de los nudos.

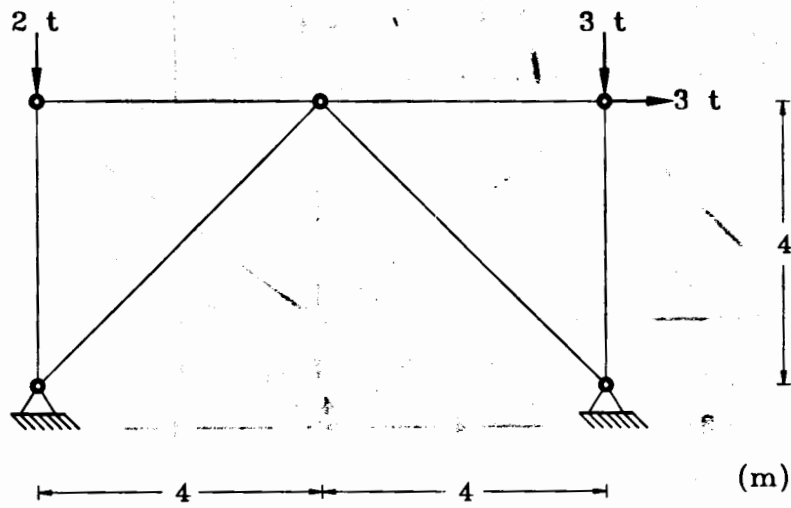


Resultados:

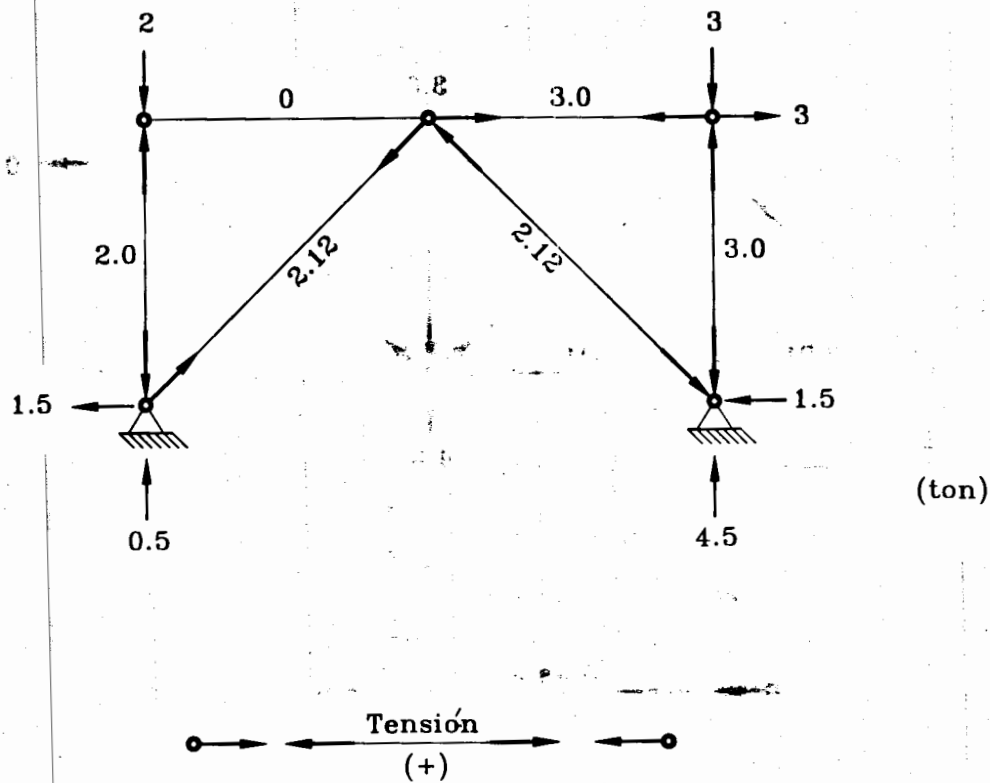


Problema 3.6

Calcular las fuerzas axiales de la siguiente armadura.



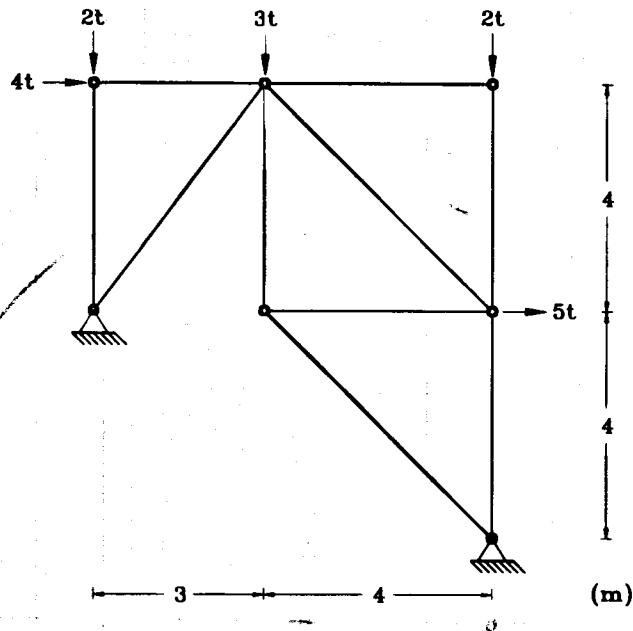
Resultados:



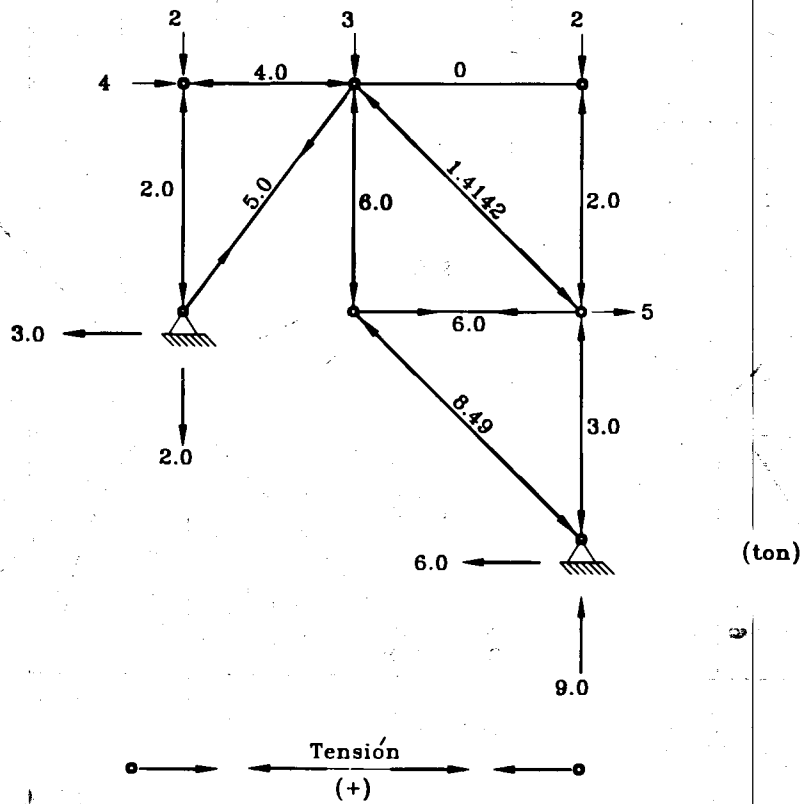


Problema 3.7

Calcular las fuerzas axiales de la siguiente armadura.

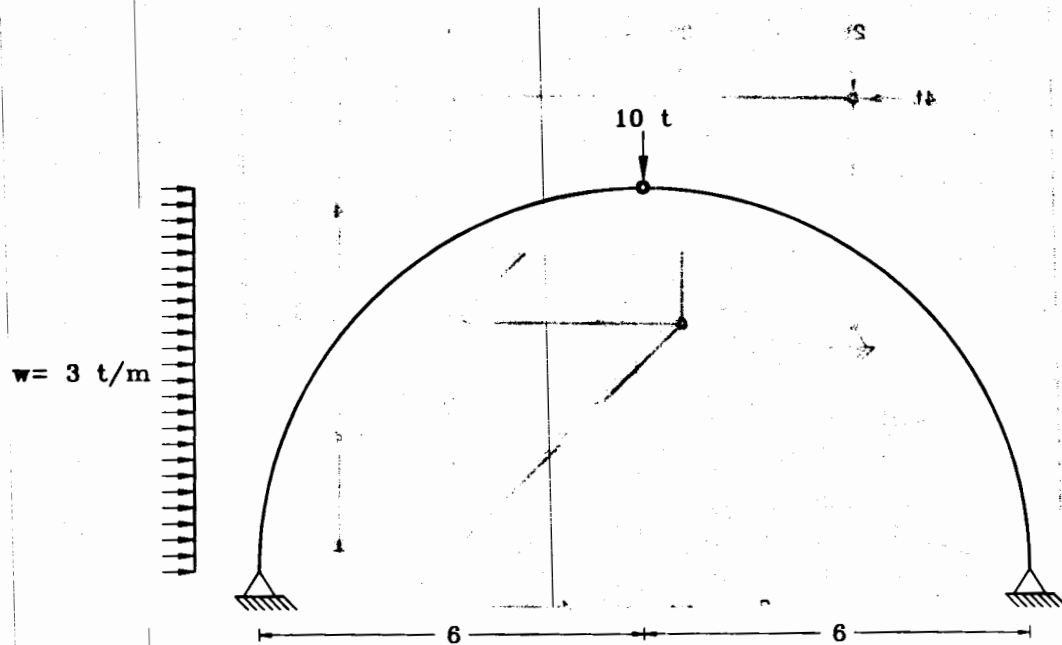


Resultados:

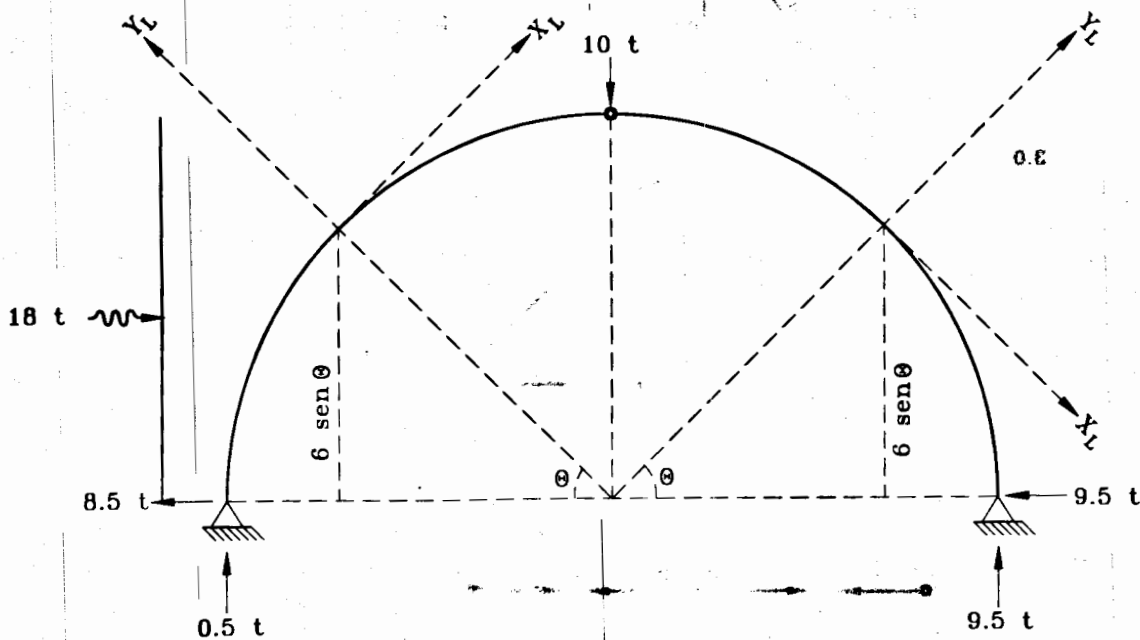


Problema 3.8

Obtener los diagramas de elementos mecánicos del siguiente arco.



Resultados:



Para  $(0 \leq \theta < 90^\circ)$  I-D

$$M(\theta) = 0.5(6 - 6\cos\theta) + 8.5(6\sin\theta) - 3(6\sin\theta)(1/2)(6\sin\theta)$$

$$V(\theta) = -3(6\sin\theta)\cos\theta + 0.5\sin\theta + 8.5\cos\theta$$

$$N(\theta) = 3(6\sin\theta)\sin\theta + 0.5\cos\theta - 8.5\sin\theta$$

Para  $(0 \leq \theta < 90^\circ)$  D-I

$$M(\theta) = -[-9.5(6 - 6\cos\theta) + 9.5(6\sin\theta)]$$

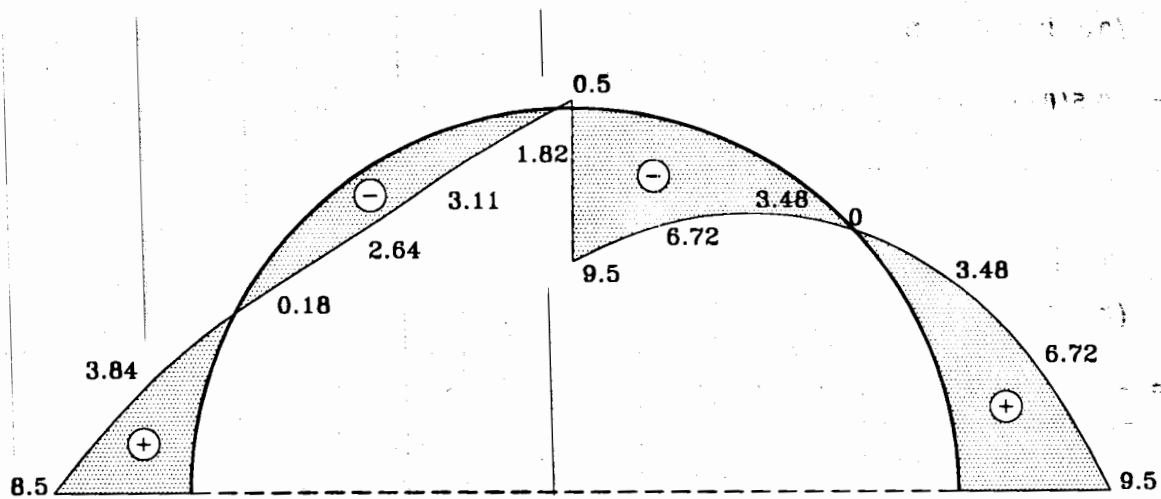
$$V(\theta) = -[9.5\sin\theta - 9.5\cos\theta]$$

$$N(\theta) = -[9.5\cos\theta - 9.5\sin\theta]$$

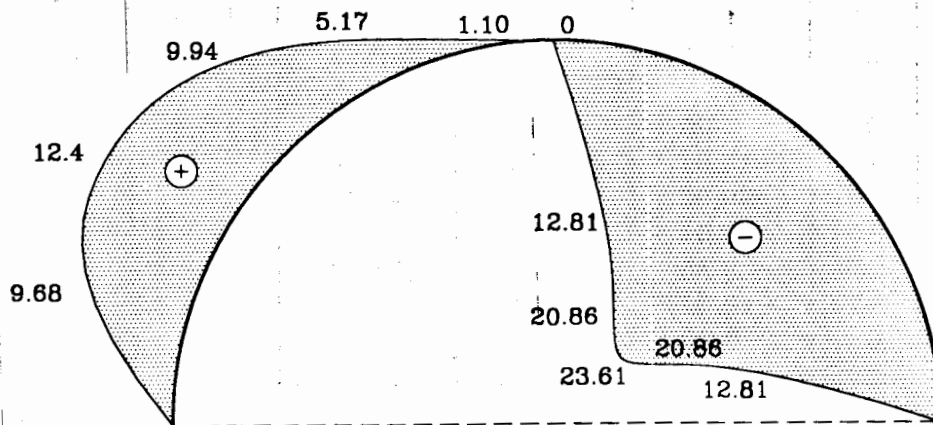
$\theta$	M (ton-m)	V (ton)	N (ton)
0	0.00	8.50	0.50
15	9.68	3.84	-0.51
30	12.40	-0.18	0.68
45	9.94	-2.64	3.34
60	5.17	-3.11	6.39
75	1.10	-1.82	8.71
90	0.00	0.50	9.50
90	0.00	-9.50	9.50
75	-12.81	-6.72	11.64
60	-20.86	-3.48	12.98
45	-23.61	0.00	13.44
30	-20.86	3.48	12.98
15	-12.81	6.72	11.64
0	0.00	9.50	9.50

# Problemas Propuestos de la Materia Estructuras Isostáticas

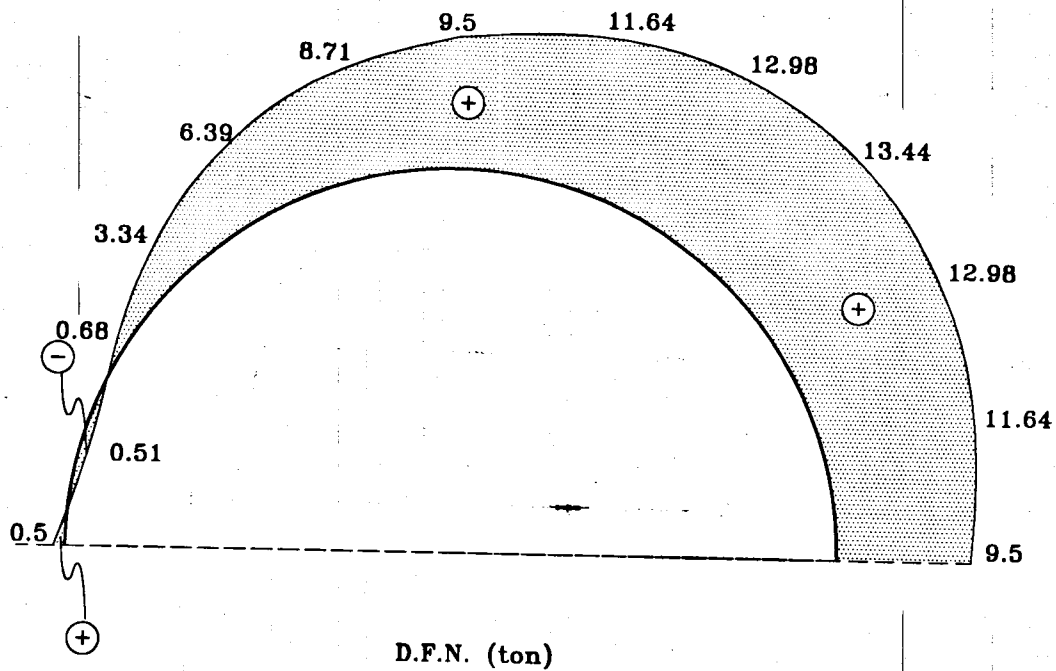
DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS



D.F.C. (ton)

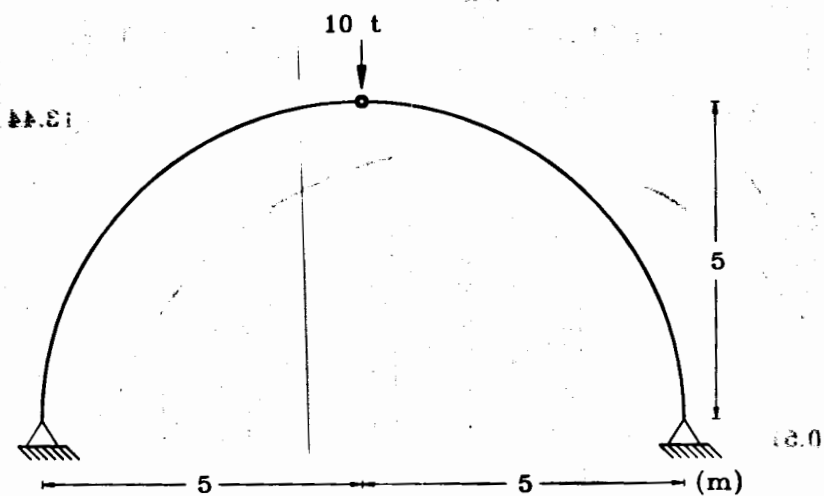


D.M.F (ton-m)

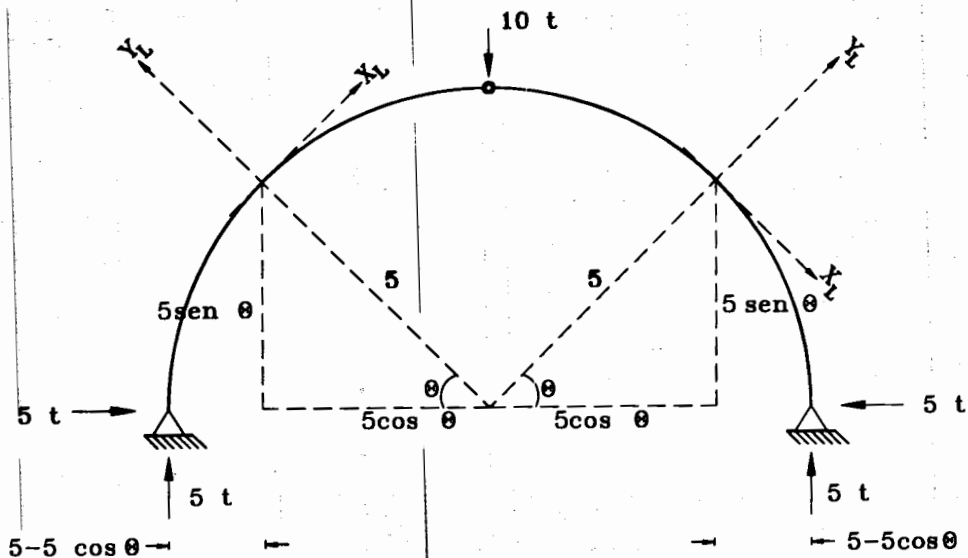


Problema 3.9

Determinar los diagramas de elementos mecánicos del siguiente arco.



Resultados:

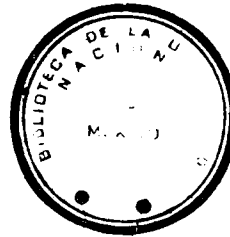


Para  $(0 \leq \theta < 90^\circ)$  I-D

$$M(\theta) = 5(5 - 5\cos\theta) - 5(5\sin\theta)$$

$$V(\theta) = 5\sin\theta - 5\cos\theta$$

$$N(\theta) = 5\cos\theta + 5\sin\theta$$



Para  $(0 \leq \theta < 90^\circ)$  D-I

$$M(\theta) = -[-5(5 - 5\cos\theta) + 5(5\sin\theta)]$$

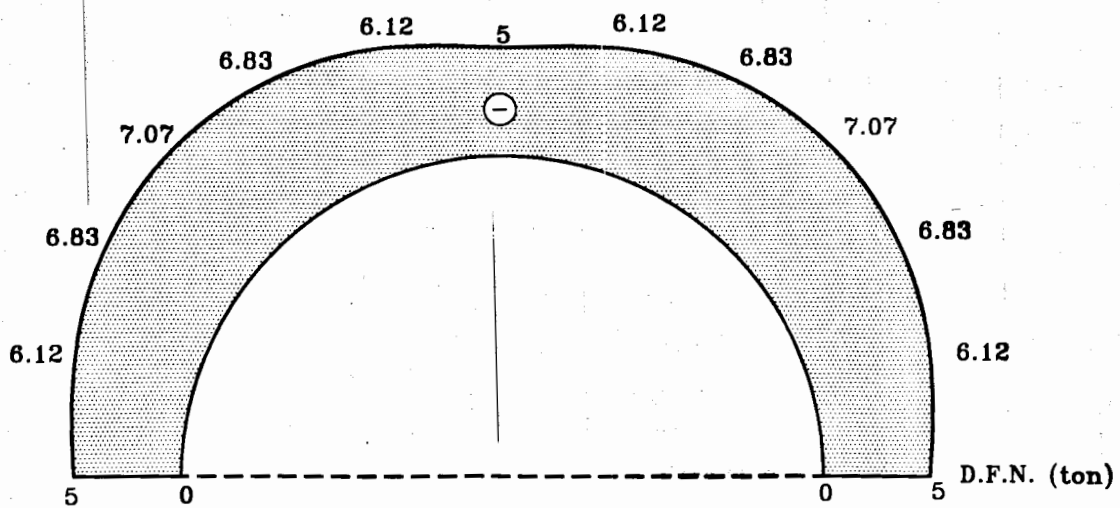
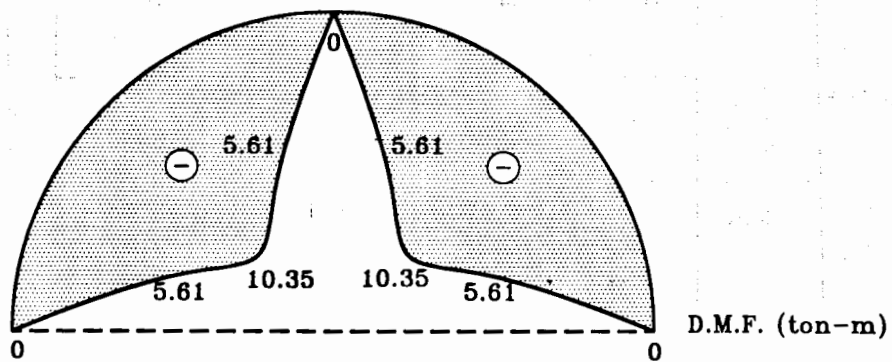
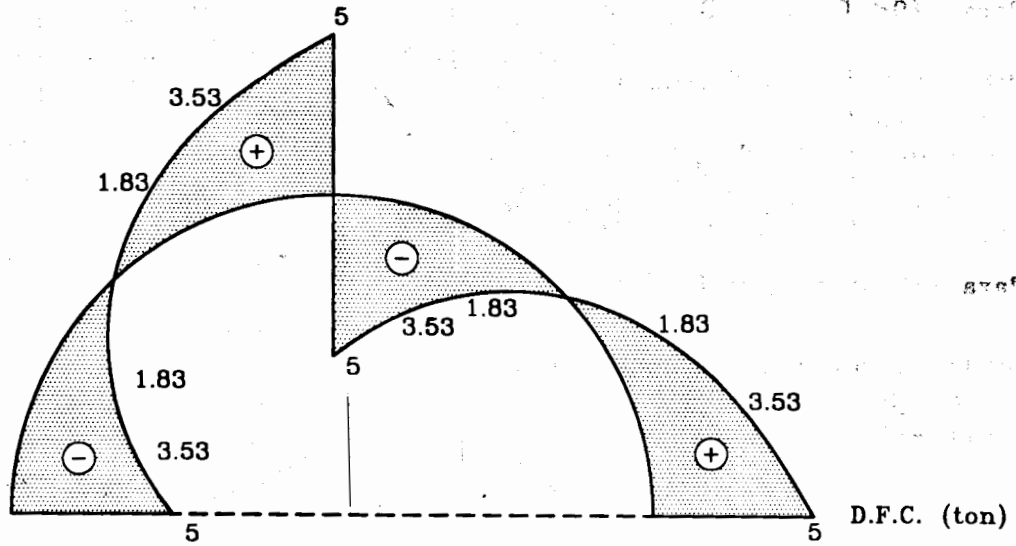
$$V(\theta) = -[5\sin\theta - 5\cos\theta]$$

$$N(\theta) = -[5\cos\theta - 5\sin\theta]$$

FACULTAD DE INGENIERIA

G-605096

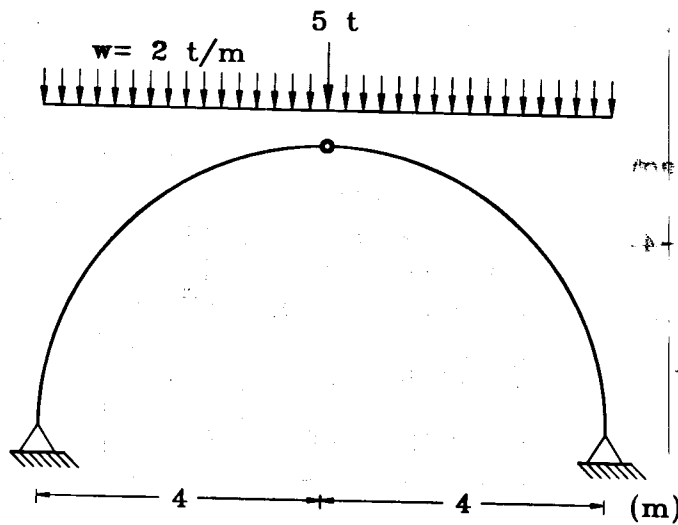
$\theta$	M (ton-m)	V (ton)	N (ton)
0	0.00	-5.00	5.00
15	-5.61	-3.53	6.12
30	-9.15	-1.83	6.83
45	-10.35	0.00	7.07
60	-9.15	1.83	6.83
75	-5.61	3.53	6.12
90	0.00	5.00	5.00
90	0.00	5.00	5.00
75	-5.61	3.53	6.12
60	-9.15	1.83	6.83
45	-10.35	0.00	7.07
30	-9.15	-1.83	6.83
15	-5.61	-3.53	6.12
0	0.00	-5.00	5.00



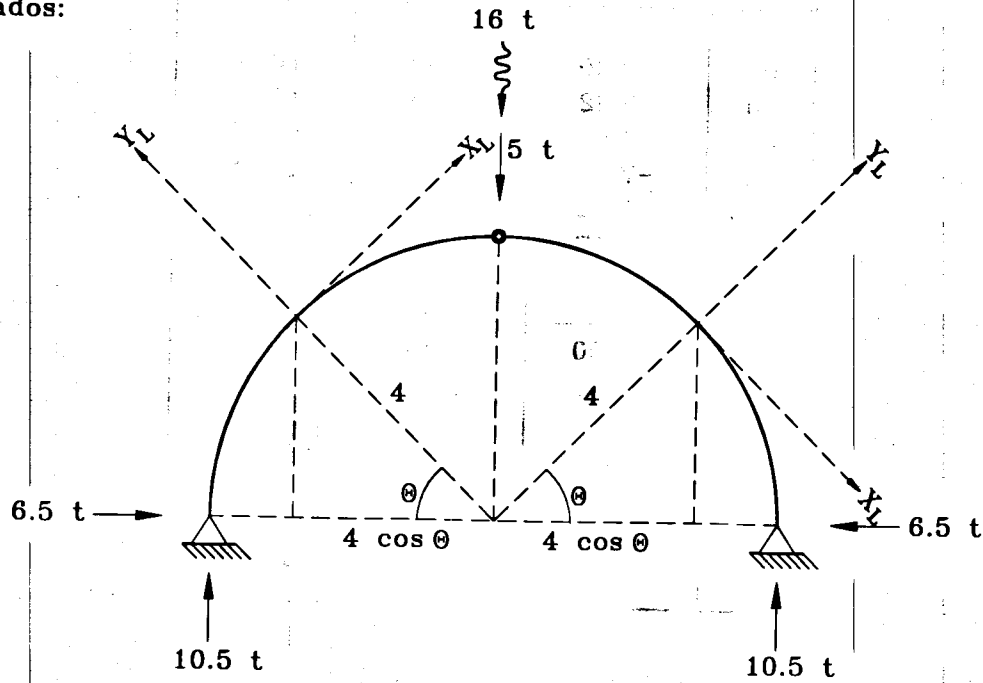


Problema 3.10

Para el siguiente marco, obtener las ecuaciones de elementos mecánicos y trazar los diagramas correspondientes.



Resultados:



Para  $(0 \leq \theta < 90^\circ)$

$$M(\theta) = 10.5(4 - 4\cos\theta) - 6.5(4\sin\theta) - 2(4 - 4\cos\theta)(1/2)(4 - 4\cos\theta)$$

$$V(\theta) = 10.5(\sin\theta) - 6.5(\cos\theta) - 2(4 - 4\cos\theta)(\sin\theta)$$

$$N(\theta) = 10.5(\cos\theta) + 6.5(\sin\theta) - 2(4 - 4\cos\theta)(\cos\theta)$$

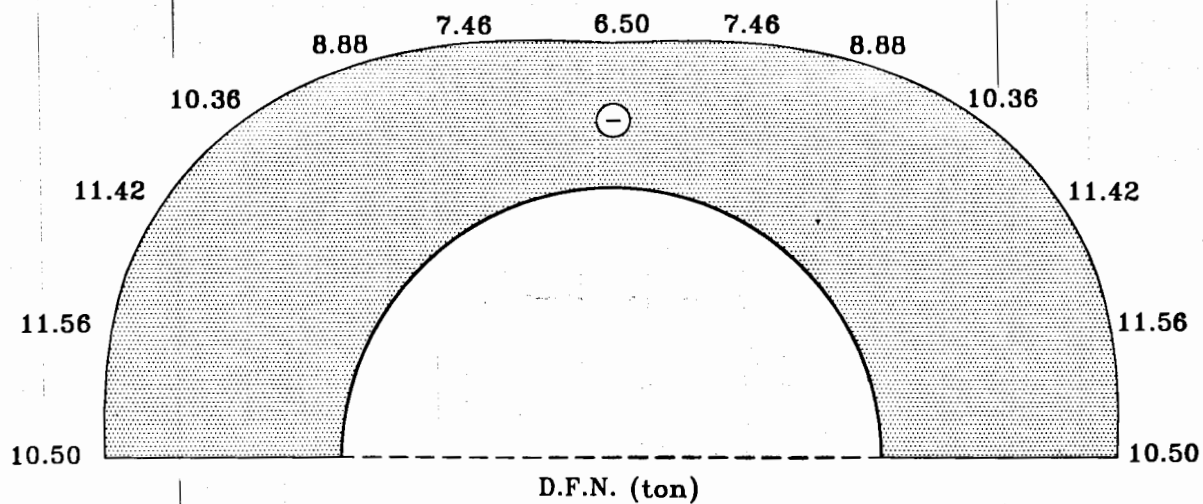
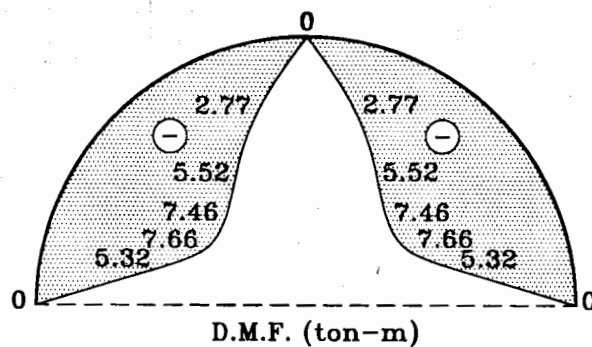
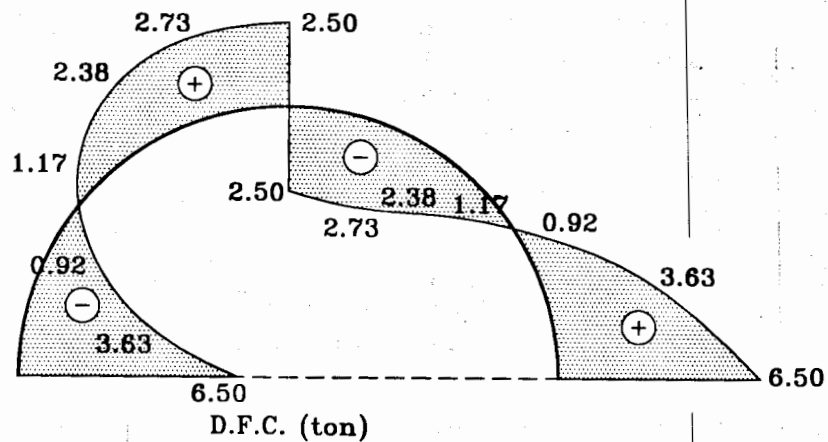
Para  $(90^\circ \leq \theta < 180^\circ)$

$$M(\theta) = -[-10.5(4 - 4\cos\theta) + 6.5(4\sin\theta) + 2(4 - 4\cos\theta)(1/2)(4 - 4\cos\theta)]$$

$$V(\theta) = -[10.5(\sin\theta) - 6.5(\cos\theta) - 2(4 - 4\cos\theta)(\sin\theta)]$$

$$N(\theta) = -[-10.5(\cos\theta) - 6.5(\sin\theta) + 2(4 - 4\cos\theta)(\cos\theta)]$$

$\theta$	M (ton-m)	V (ton)	N (ton)
0	0.00	-6.50	10.50
15	-5.32	-3.63	11.56
30	-7.66	-0.92	11.42
45	-7.46	1.17	10.36
60	-5.52	2.38	8.88
75	-2.77	2.73	7.46
90	0.00	2.50	6.50
90	0.00	-2.50	6.50
75	-2.77	-2.73	7.46
60	-5.52	-2.38	8.88
45	-7.46	-1.17	10.36
30	-7.66	0.92	11.42
15	-5.32	3.63	11.56
0	0.00	6.50	10.50



Esta obra se terminó de Imprimir  
en septiembre de 1998  
en el taller de imprenta del  
Departamento de Publicaciones  
de la Facultad de Ingeniería,  
Ciudad Universitaria, México, D.F.  
C.P. 04510

**Secretaría de Servicios Académicos**

El tiraje consta de 300 ejemplares  
más sobrantes de reposición.

APUNTE  
80- A

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



605096

G.- 605096

## FACULTAD DE INGENIERIA

Coordinación de Bibliotecas

FECHA DE DEVOLUCION

EL LECTOR SE OBLIGA A DEVOLVER  
ESTE LIBRO ANTES DEL VENCIMIENTO  
DE PRESTAMO INDICADO POR EL SELLO

COLOCACION:

*Caja 80-A*

NUMERO DE ADQUISICION:

**G-605096**

FACULTAD DE INGENIERIA

ESTE LIBRO NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA

ING ANTONIO DOVALI JAIME