



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO, FLEXIÓN 1

VIGAS SIN PANDEO LATERAL

ING. OSCAR DE BUEN LÓPEZ DE HEREDIA.

DISEÑO
DE ESTRUCTURAS DE ACERO

FLEXIÓN 1
(VIGAS SIN PANDEO LATERAL)

Oscar de Buen López de Heredia



FACULTAD DE INGENIERIA

Apunte
79-A
Cap.4
2000
G.- 612314

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



612314

© Derechos Reservados 2000
Fundación ICA, A. C.

Av. del Parque N°91
Colonia Nápoles
C.P. 03810 México, D.F.
Tel 669 39 85, 272 99 91, ext. 4000-4001
Ext. Fax 4083

[http:// www.fundacion-ica.org.mx](http://www.fundacion-ica.org.mx)
Email: lunaf@fundacion-ica.org.mx

Universidad Autónoma del Estado de México (UAEM)
Av. Instituto Literario No. 100 Ote.
Toluca, Estado de México
C.P. 50000
[http:// www.uaemex.mx/](http://www.uaemex.mx/)

Derechos exclusivos de edición reservada para todos los países de habla hispana.
Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio sin autorización
escrita de los editores.

ISBN 968-7508 80-9

Impreso en México

CAPÍTULO 4. FLEXIÓN 1 (VIGAS SIN PANDEO LATERAL)

ÍNDICE:

4.1	Introducción	7
4.2	Elementos que se utilizan como vigas	9
4.2.1	Secciones transversales más comunes	9
4.3	Estados límite	11
4.3.1	Estados límite de servicio	11
4.3.2	Estados límite de falla	11
4.4	Comportamiento de barras flexionadas	14
4.5	Comportamiento de vigas que fallan por exceso de flexión en el plano de las cargas	18
4.5.1	Gráfica momento-curvatura de una sección rectangular sin esfuerzos residuales, flexionada alrededor de su eje centroidal y principal x	18
4.5.2	Gráficas acción-desplazamiento	20
4.6	Teoría plástica simple	26
4.6.1	Hipótesis	26
4.6.2	Comportamiento de vigas bajo carga creciente	28
	Momento plástico resistente y factor de forma	32
	Articulación plástica	34
4.6.3	Redistribución de momentos	37
	Capacidad de rotación	39
	4.6.3.1 Casos en que no hay redistribución de momentos	39
	Amplitud de las articulaciones plásticas	40
4.7	Determinación de la carga de colapso	42

4.7.1	Determinación de la carga de colapso por superposición de varios análisis elásticos	42
4.7.2	Determinación directa de la carga de colapso	45
	Método estático	45
	Método cinemático	45
4.8	Diseño por flexión de una viga	47
4.9	Importancia del endurecimiento por deformación	50
4.10	Teoría plástica simple aplicada a estructuras reticulares	51
4.10.1	Características del diagrama de momentos flexionantes correspondiente al colapso de una estructura	51
4.10.2	Teoremas fundamentales del análisis plástico	52
	Teorema del límite inferior	52
	Teorema del límite superior	52
	Teorema de unicidad	53
4.11	Métodos generales de análisis plástico	54
4.12	Cargas distribuidas	64
4.13	Uso de la teoría plástica	65
4.14	Cortante	66
4.14.1	Introducción	66
4.14.2	Comportamiento elástico	66
	4.14.2.1 Especificaciones para diseño	71
4.14.3	Comportamiento inelástico	71
	4.14.3.1 Especificaciones para diseño	74
	Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal	74
4.15	Vigas de paredes delgadas	78
4.15.1	Patín comprimido	78

4.15.2 Alma	79
4.15.3 Resistencia de diseño en flexión	79
4.16 Referencias	86

CAPÍTULO 4. FLEXIÓN 1 (VIGAS SIN PANDEO LATERAL)

4.1 INTRODUCCIÓN

Para crear las superficies horizontales y los espacios que se requieren en muchas construcciones se utilizan elementos estructurales de eje recto, horizontal, que resisten las cargas producidas por personas, muebles, maquinaria, así como su peso propio y el de los sistemas de piso y techo, y los transmiten, sin experimentar deformaciones excesivas, a las columnas o muros en que se apoyan, por los que llegan, eventualmente, a la cimentación y al terreno.

Los elementos de eje recto horizontal y longitud varias veces mayor que las dimensiones de sus secciones transversales reciben el nombre de vigas o travesaños; pueden ser laminados, hechos con lámina delgada, doblada en frío o en caliente, o estar formados por placas unidas entre sí con remaches, tornillos o soldadura; en este caso se les suele llamar travesaños armados.

Vigas y travesaños armados son los miembros horizontales principales de las construcciones urbanas; en su patín superior se apoya el sistema de piso y del inferior cuelgan ductos y plafones, de manera que soportan, al mismo tiempo, el techo de un nivel y el piso del siguiente.

Sobre las vigas obran siempre cargas gravitacionales, normales a su eje; además, por la continuidad que suele haber entre vigas y columnas aparecen momentos en sus extremos, que aumentan de importancia cuando actúan sobre la estructura acciones horizontales, producidas por viento o sismo. Este segundo tipo de cargas no existe en las vigas secundarias, que forman parte de los sistemas de piso, pero no del esqueleto principal de la construcción.

Las acciones que obran sobre las vigas y la estructura de la que forman parte ocasionan en ellas momentos flexionantes y fuerzas cortantes, de manera que el problema de diseño consiste en proporcionar resistencia suficiente ante esas dos sollicitaciones, o su combinación, en todas las secciones transversales, y rigidez adecuada para evitar deformaciones excesivas. El diseño suele ser un problema de revisión: se escoge una viga de características geométricas y mecánicas determinadas, se evalúa su resistencia, que se compara con las sollicitaciones que deberá resistir en la estructura de la que formará parte, y se comprueba si se satisfacen requisitos de servicio, por ejemplo, que las deformaciones producidas por cargas de trabajo no excedan de ciertos valores límite. Si la viga que se ha escogido resulta satisfactoria el problema termina; en caso contrario, se modifican sus características y se hace una nueva revisión.

Las vigas son poco eficientes estructuralmente, pues sólo una parte muy pequeña del material que las compone trabaja a esfuerzos elevados, iguales a los máximos permisibles o cercanos a ellos, y únicamente se alcanza la resistencia máxima en una o algunas secciones transversales; por ejemplo, en una viga libremente apoyada, con una carga concentrada en la sección media, el esfuerzo normal máximo se presenta sólo en los dos bordes horizontales de esa sección, y el resto del material trabaja a esfuerzos más bajos, que tienden a cero en las cercanías de los apoyos y del eje neutro de todas las secciones transversales (con los esfuerzos cortantes, que no suelen regir el diseño, sucede algo semejante). De manera análoga, el momento resistente máximo se desarrolla en dos o tres secciones transversales; todas las demás están sobradas.

Si se compara esta forma de trabajo con la de un cable, en el que todo el acero desarrolla su resistencia máxima, se entiende por qué se usan puentes colgantes, o atirantados, en vez de vigas, para salvar grandes claros, y por qué muchas cubiertas de gimnasios, arenas y, en general, de espacios grandes, sin columnas intermedias, se resuelven por medio de redes de cables, que trabajan en tensión.

Los elementos estructurales en compresión axial son, igualmente, mucho más eficientes que las vigas (si se evita la falla por pandeo), porque también en ellos se aprovecha la resistencia máxima de todo el material; de aquí provienen los arcos, con los que se salvan grandes claros.

La utilidad de las vigas, que las convierte en los elementos más utilizados, base de la mayoría de las estructuras, proviene de que proporcionan directamente las superficies horizontales necesarias para la mayor parte de las actividades humanas.

En casi todas las estructuras ordinarias el eje de las vigas es originalmente una línea recta horizontal. Sin embargo, hay ocasiones en que piezas cuyo eje es una recta inclinada, o aún vertical, trabajan predominantemente en flexión; tal es el caso de los aleros de los marcos de dos aguas o de los elementos verticales que estructuran un muro y reciben los empujes de viento: aunque sometidos a la acción simultánea de una fuerza normal, ésta es en muchas ocasiones tan reducida que se comportan prácticamente igual que si no existiera, y siguen siendo considerados como vigas.

En este capítulo se estudian sólo vigas de sección transversal constante, con un plano de simetría en el que actúan las cargas exteriores; todas sus secciones transversales tienen cuando menos un eje de simetría, situado en el plano de simetría general, y están sometidas a flexión simple, alrededor del otro eje principal. No se tratan las vigas de sección variable o en flexión biaxial.

4.2 ELEMENTOS QUE SE UTILIZAN COMO VIGAS

La función principal de las vigas es transmitir fuerzas transversales a los apoyos, sin que se exceda su resistencia a la flexión y sin que las deformaciones en el plano de carga sean excesivas; la resistencia al corte suele ser un requisito de menor importancia. La resistencia a la flexión proviene principalmente del par de fuerzas interiores, de tensión y compresión, que se generan en los patines; es proporcional a la resistencia del material, al área de los patines y a la distancia entre sus centros de gravedad; las deformaciones son inversamente proporcionales al momento de inercia de las secciones transversales.

Para obtener soluciones económicas, la mayor cantidad posible de material ha de estar alejada del eje de flexión, con las limitaciones adecuadas para que no sea crítico el pandeo local del alma, y recordando que las secciones que tienen un momento de inercia alrededor del eje de flexión mayor que respecto al normal a él son susceptibles de pandearse lateralmente por flexotorsión, a menos que se utilicen restricciones exteriores.

Los perfiles H laminados suelen ser la mejor solución en estructuras para edificios urbanos o industriales ordinarios; dejan de serlo cuando claros y cargas son muy pequeños o muy grandes (o, como sucede en edificios altos, cuando los momentos debidos a viento o sismo son excesivos). En el primer caso se emplean perfiles de lámina delgada, formados en frío o en caliente, o largueros de alma abierta; en el segundo, secciones compuestas por varios perfiles laminados, travesaños armados, formados por tres placas, o armaduras.

4.2.1 Secciones transversales más comunes

En la Fig. 4.1 se muestran las secciones transversales más frecuentes en las vigas. No se han dibujado las armaduras, ligeras y de poco peralte (largueros de alma abierta), o de claros grandes y con cargas considerables.

Las secciones 1 a 3, de lámina delgada, tienen una resistencia a la flexión reducida; su uso más frecuente es como largueros para soportar la lámina de techos y paredes de bodegas y estructuras fabriles, aunque también se utilizan como vigas principales en estructuras ligeras, de uno o dos pisos. 4 y 5 son secciones laminadas I y H; las I fueron muy comunes, pero han sido sustituidas, casi por completo, por las H; el grueso de los patines de las primeras es variable y el de las segundas constante, lo que facilita las conexiones, a tope con soldaduras de penetración completa, o con tornillos de alta resistencia.

Las canales laminadas (sección 6) eran frecuentes en estructuras remachadas; se utilizaban como largueros de techos y paredes, y para formar secciones compuestas,

como la 7, pues sus patines facilitan la colocación de los remaches; también se utiliza la sección 8, con dos canales soldados (las secciones 7 y 8 se usan más como columnas que como vigas). Su empleo se ha restringido mucho; las han sustituido los perfiles de lámina delgada y las secciones H. En la actualidad se usan principalmente en secciones compuestas, como la 11.

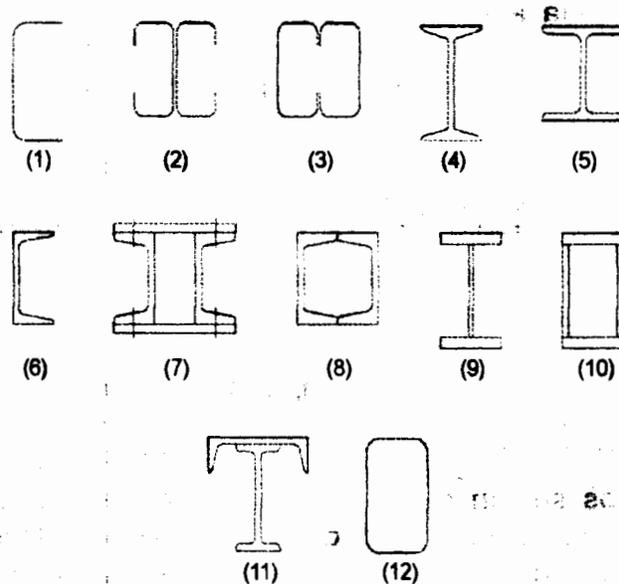


Fig. 4.1 Secciones transversales de uso frecuente en vigas.

9 y 10 son secciones de traveses armados, con placas soldadas; las más frecuentes son las de una sola alma, pero las secciones en cajón son ventajosas cuando se han de salvar claros grandes sin contraventeo, pues su elevada rigidez a la torsión las hace mucho más resistentes al pandeo lateral por flexotorsión.

También se utilizan vigas formadas por varios perfiles laminados; un ejemplo es la sección 11, de uso común en traveses carril para grúas viajeras de poca capacidad de carga; la canal horizontal incrementa la resistencia ante cargas verticales, y capacita a la viga para resistir las fuerzas horizontales transversales que aparecen durante la operación de la grúa.

La sección 12 es un perfil tubular laminado, rectangular o cuadrado.

4.3 ESTADOS LÍMITE

4.3.1 Estados límite de servicio

En el diseño de elementos en flexión se consideran los estados límite de servicio de deformaciones excesivas y de vibraciones, así como los propios de todas las estructuras de acero como, por ejemplo, el de corrosión.

Al limitar las deformaciones producidas por cargas verticales se busca eliminar rellenos excesivos en pisos y evitar daños en elementos no estructurales, como los muros de tabique que, como son mucho más rígidos que las vigas que los soportan, no pueden seguir sus deformaciones sin agrietarse.

Las vigas desempeñan también un papel de primera importancia en el control de los desplazamientos laterales de marcos rígidos, al grado de que para lograr que no sobrepasen límites admisibles suele ser más económico aumentar las dimensiones de las vigas que las de las columnas.

Al controlar las vibraciones se busca, en la mayoría de los casos, la comodidad de los ocupantes de los edificios. Cuando las vigas soportan maquinaria o equipo de determinadas características se trata también de evitar vibraciones que interfieran en su funcionamiento o que ocasionen solicitaciones excesivas, como puede suceder si el conjunto maquinaria-estructura de soporte entra en resonancia. También algunas actividades humanas pueden producir resonancia, por lo que este fenómeno ha de cuidarse en salones de baile y en otros locales en que las acciones tengan carácter periódico y repetitivo.

Las vibraciones están relacionadas con las deformaciones producidas por carga vertical estática, pero dependen también, en buena parte, de las características dinámicas del sistema de piso.

En referencias como la 4.1 a la 4.4 se incluyen requisitos generales correspondientes a estados límite de servicio, y se proporcionan guías para tenerlos en cuenta en el diseño. Las refs. 4.5 y 4.21 son resúmenes del estado del arte del problema.

4.3.2 Estados límite de falla

Si los elementos planos que componen las secciones tienen relaciones ancho/grueso reducidas, para las que el pandeo local no es crítico, y el patín comprimido está soportado lateralmente en forma continua, o en puntos suficientemente cercanos para que el pandeo lateral tampoco lo sea, los estados límite de falla corresponden al agotamiento de la resistencia por flexión, cortante o una combinación de ambos, y se

presentan sin que la viga se salga del plano que ocupa inicialmente, en el que están aplicadas las cargas, y sin que se deformen sus secciones transversales. La falla se produce por exceso de flexión en el plano de carga, que origina la formación de un mecanismo con articulaciones plásticas, el agotamiento de la resistencia a la flexión en la sección crítica, en miembros que no admiten redistribución de momentos, la iniciación del flujo plástico en la sección crítica, o la plastificación del alma por cortante, o por flexión y cortante combinados.

Las vigas que se flexionan alrededor de los ejes centroidales y principales de mayor inercia, y no cuentan con elementos exteriores que lo impidan, tienden a flexionarse lateralmente y retorcerse; el pandeo lateral por flexotorsión constituye el estado límite de falla. Es especialmente crítico cuando las secciones transversales tienen un momento de inercia alrededor del eje de flexión varias veces mayor que con respecto al otro eje centroidal y principal si, además, su resistencia a la torsión es baja. Por ello, el pandeo lateral por flexotorsión, que puede iniciarse en el intervalo elástico o fuera de él, suele ser más importante en las vigas de sección I, sobre todo si son de gran peralte, que en las de sección rectangular hueca. El pandeo lateral por flexotorsión se estudia en el capítulo 5.

Debe revisarse también la posibilidad de que almas o patines se pandeen localmente, pues este fenómeno, característico de secciones de paredes delgadas, puede ocasionar, por sí solo o en combinación con pandeo lateral, el agotamiento de la resistencia.

El patín comprimido de las vigas se encuentra en condiciones parecidas a las columnas y, como éstas, tiende a pandearse, por torsión o por flexión alrededor de alguno de sus ejes centroidales y principales.

El pandeo por torsión se evita conservando la relación ancho/grueso del patín debajo de los límites que se indican en el artículo 3.10.1.1.

En los perfiles laminados el alma evita que el patín se pandee por flexión alrededor de su eje de menor inercia, pero si es demasiado esbelta, puede arrugarse y permitir esa forma de pandeo; las limitaciones del artículo 3.10.2.2.2 sobre la relación peralte/grueso de las almas de trabes armadas tienen por objeto obtener una rigidez suficiente para evitarla.

El pandeo por flexión lateral del patín, respecto a un eje alojado en el plano de las cargas, corresponde al pandeo lateral por flexotorsión que se mencionó arriba.

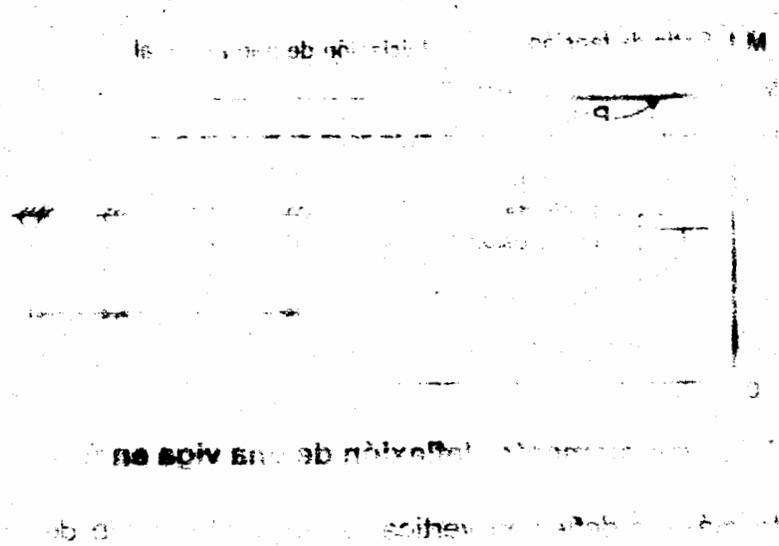
También el alma puede pandearse localmente, por flexión, por cortante, o por una combinación de ambas sollicitaciones, pues tanto los momentos flexionantes como las fuerzas cortantes producen compresiones, paralelas al eje longitudinal de la viga o inclinadas con respecto a él.

El diseño de las vigas consiste en dimensionar sus secciones transversales para que resistan los momentos flexionantes que hay en ellas, teniendo en cuenta la posibilidad de fenómenos de pandeo local o lateral, la influencia de la fuerza cortante, y las condiciones de trabajo que pueden originar, en ocasiones, fallas de tipo frágil o por fatiga.

El comportamiento que lleva a la falla por formación de un mecanismo con articulaciones plásticas es el más deseable; así, una viga de material dúctil alcanza su resistencia máxima; sin embargo, para que sea posible deben evitarse fallas prematuras de los tipos restantes.

Al diseñar una viga se debe comprobar que se cumplen las condiciones necesarias para que su comportamiento sea dúctil, y se pospongan los problemas de inestabilidad hasta que se alcance la carga de colapso plástico, que sirve como base para el diseño; si no se cumplen esas condiciones se calcula la carga mínima de falla, correspondiente a la forma que sea crítica en cada caso particular.

En algunas ocasiones el diseñador puede modificar el comportamiento de una viga seleccionando otro tipo de acero, cambiando las proporciones de las secciones transversales o modificando el contraventeo lateral; cuando es así, la elección de la solución más adecuada está dictada por consideraciones económicas, estéticas y funcionales, y por las preferencias personales del proyectista, obtenidas a través de su experiencia en el diseño de otras estructuras semejantes. En la mayoría de los casos, sin embargo, no se puede lograr el comportamiento óptimo desde el punto de vista exclusivamente estructural, ya que hay requisitos de otros tipos que lo impiden.



4.4 COMPORTAMIENTO DE BARRAS FLEXIONADAS

Los aspectos principales del comportamiento de las barras flexionadas por momentos de intensidad creciente se determinan estudiando experimentalmente vigas con cargas transversales alojadas en su plano de simetría, cuya magnitud crece lentamente desde cero hasta la máxima que la barra puede soportar. Ese estudio se basa en las curvas que relacionan las deflexiones en el plano de carga, y en planos normales a él, con las acciones exteriores.

En la Fig. 4.2 se han dibujado, en forma esquemática, las curvas obtenidas experimentalmente al cargar hasta el colapso la viga mostrada, cuyo tercio central está en flexión pura (refs. 4.6 y 4.7); los puntos de aplicación de las cargas y los apoyos tienen soportes que impiden los desplazamientos laterales de ambos patines en la dirección del eje x , y las rotaciones alrededor del eje longitudinal z (Fig. 4.2b).

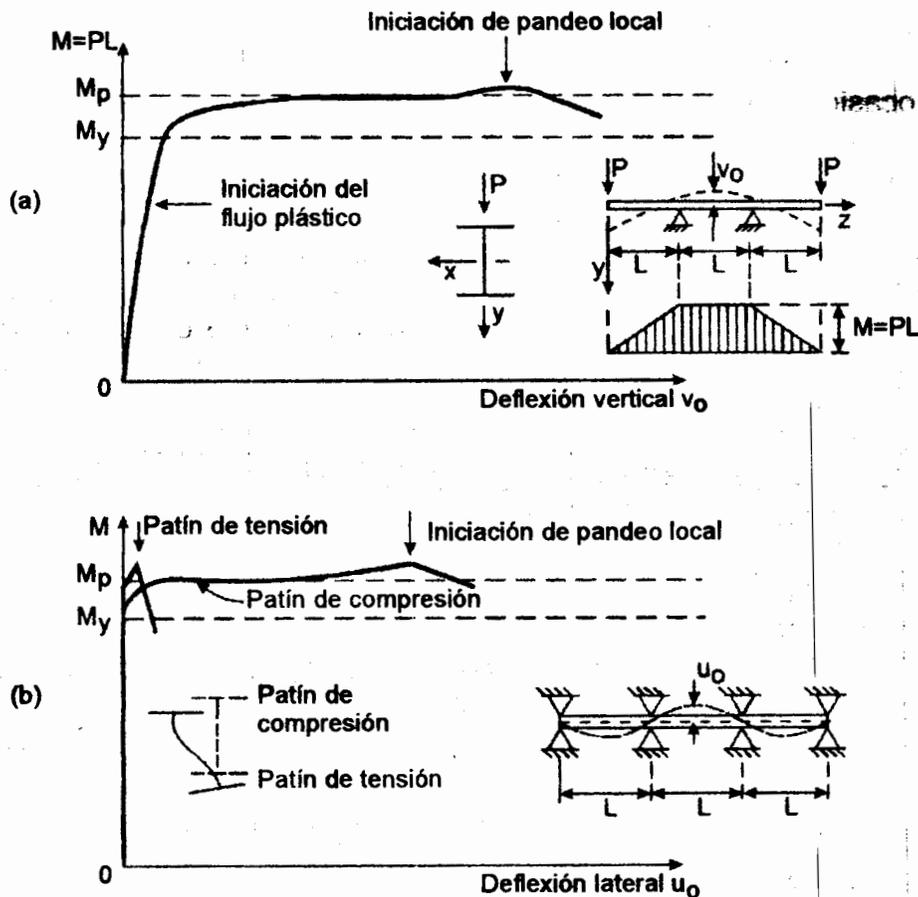


Fig. 4.2 Curvas momento-deflexión de una viga en flexión pura.

La curva momento máximo-deflexión vertical en el punto medio del claro central (Fig. 4.2a) muestra el comportamiento de la viga en el plano de la flexión; el comportamiento

fuera de ese plano se ilustra con las curvas momento-deflexión lateral en el centro del claro de los dos patines (Fig. 4.2b).

La respuesta inicial es elástica lineal, como lo indica el primer tramo, recto, de la curva $M-v_o$. Esta etapa termina al iniciarse el flujo plástico, cuando la suma de los esfuerzos normales máximos producidos por las cargas, y los residuales existentes en la viga, llega, por primera vez, al esfuerzo de fluencia σ_y . (Si no hubiese esfuerzos residuales el comportamiento elástico se conservaría hasta que los momentos máximos alcanzasen el valor $M_y = S\sigma_y$, que originaría la aparición del esfuerzo de fluencia en los bordes de la sección).

Al fluir plásticamente una porción cada vez mayor de la parte central de la viga, en flexión uniforme, su capacidad para soportar incrementos adicionales de carga disminuye hasta desaparecer, finalmente, cuando el momento flexionante iguala al plástico resistente de la sección, M_p ; desde ese instante la curva $M-v_o$ se hace aproximadamente horizontal, pues las deformaciones crecen sin cambio apreciable en la carga, hasta llegar a ser varias veces mayores que las existentes cuando se inicia el flujo plástico.

Cuando el momento máximo alcanza el valor M_p , el patín comprimido del tramo central se empieza a desplazar lateralmente; sus deflexiones aumentan en forma gradual, al mismo tiempo que crecen los desplazamientos verticales v_o ; en cambio, la deflexión lateral del patín en tensión se conserva con valores muy reducidos (Fig. 4.2b). Durante esta etapa, en la que la viga completa se mueve en la dirección y y el patín comprimido se desplaza, al mismo tiempo, en la x , las secciones transversales pierden su forma inicial y se distorsionan.

La resistencia de la viga se agota cuando se pandea localmente el lado crítico del patín comprimido, en la región central.

Las curvas de la Fig. 4.2b representan un fenómeno de pandeo, en el que las deflexiones laterales son nulas hasta que las cargas alcanzan el valor crítico. Como en las columnas (Cap. 2), las imperfecciones geométricas y en la aplicación de las cargas, que son inevitables en vigas reales, hacen que los desplazamientos laterales se inicien desde que empieza el proceso; sin embargo, también como en las columnas, la carga crítica teórica puede considerarse como la terminación del estado de equilibrio estable, y el cálculo de la resistencia de las barras flexionadas puede basarse en ella.

Como en todos los casos de pandeo, la carga crítica corresponde a un punto de bifurcación del equilibrio: la viga puede mantener su configuración deformada inicial, conservándose en el plano de la flexión, o puede adoptar otras configuraciones, también en equilibrio, que se caracterizan por que aparecen deformaciones de un nuevo tipo, fuera del plano de carga.

Se ha descrito el comportamiento de vigas provistas de un contraventeo lateral, y con relaciones ancho/grueso, adecuados para posponer la falla por pandeo lateral o local hasta que se presenten deformaciones plásticas importantes, bajo un momento igual al que ocasiona la plastificación de las secciones transversales. Hay, sin embargo, varios comportamientos posibles, que se ilustran en la Fig. 4.3.

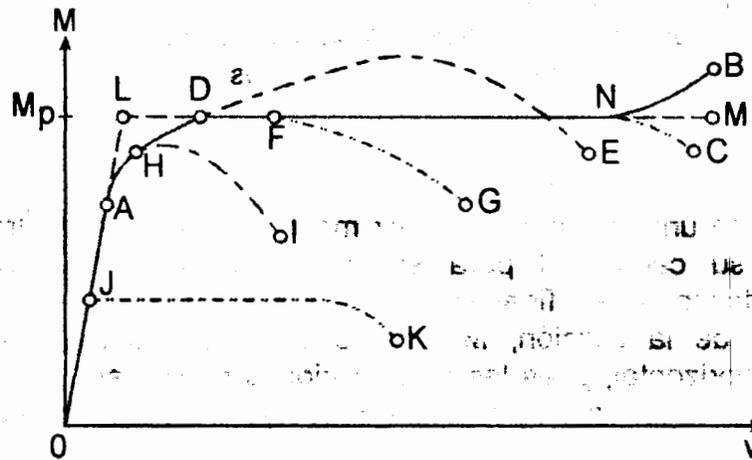


Fig. 4.3 Curvas momento-deflexión de vigas.

La curva llena *OAB* describe el caso ideal, que rara vez se presenta en vigas de estructuras reales, en que no hay pandeo local ni lateral; después de una deformación considerable, el material de la viga entra en el intervalo de endurecimiento por deformación.

La situación más común, en que el acero no llega a endurecerse, está representada por la curva *OAC*.

OADE corresponde a una viga con momento flexionante variable (libremente apoyada y con una carga concentrada en el centro del claro, por ejemplo), en la que el endurecimiento por deformación en la zona de momento máximo hace que la resistencia suba por arriba de M_p ; la curva descende después, cuando se inician fenómenos de pandeo local y lateral.

Las curvas *OAFG*, *OAH* y *OJK* describen fallas por pandeo lateral o local, o por una combinación de ambos, las dos primeras en el intervalo inelástico y la tercera en el elástico.

OAB representa el mejor comportamiento posible; *OAC* describe también un comportamiento muy satisfactorio si la zona *DN*, en la que las deformaciones crecen bajo momento M_p constante, es suficientemente amplia para que la barra tenga la ductilidad necesaria. Estos dos casos suelen representarse, en forma idealizada, por dos líneas rectas, una inclinada, *OL*, que corresponde al intervalo elástico, y otra

horizontal, LM , de amplitud indeterminada, que indica el comportamiento plástico, durante el cual las deformaciones crecen bajo momento constante.

A continuación se estudian vigas cuyas características geométricas, el contraventeo lateral de que están provistas, o una combinación de ambos factores, hacen que fallen por flexión en el plano de las cargas, al formarse un mecanismo de colapso plástico; como ya se ha mencionado, éste es el comportamiento más deseable, pues las vigas pueden desarrollar su resistencia máxima. Más adelante se estudian otras formas de falla, pero en este capítulo se conserva siempre la hipótesis de que no hay pandeo lateral, ya sea por las características geométricas de las vigas, o porque se evite con elementos exteriores.

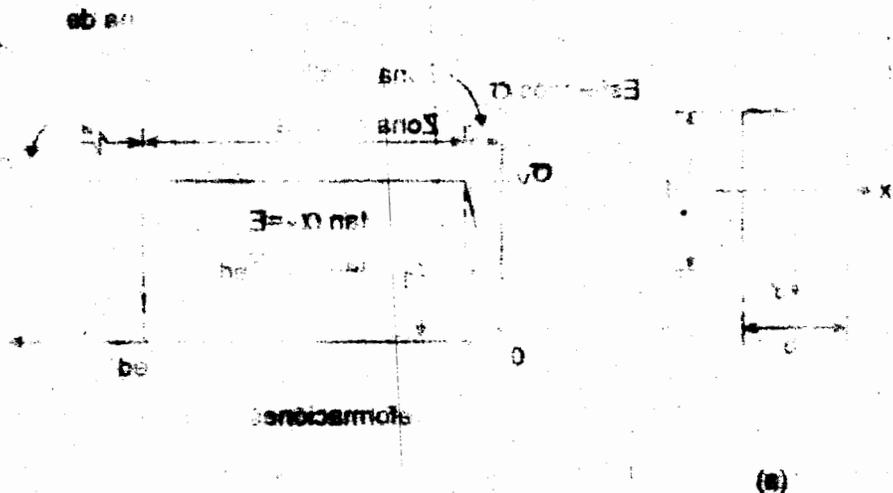


Fig. 4.4 Gráfica idealizada de la deformación

4.5 COMPORTAMIENTO DE VIGAS QUE FALLAN POR EXCESO DE FLEXIÓN EN EL PLANO DE LAS CARGAS

La herramienta básica para el estudio teórico de las barras flexionadas en uno de sus planos de simetría es la gráfica momento-curvatura de sus secciones transversales, que depende de la forma de éstas, de las características del material, y de la intensidad y ley de distribución de los esfuerzos residuales. Conocidas estas propiedades la gráfica se obtiene utilizando la condición de equilibrio de momentos en la sección, que expresa que el par interior es numéricamente igual al aplicado exteriormente.

4.5.1 Gráfica momento-curvatura de una sección rectangular sin esfuerzos residuales, flexionada alrededor de su eje centroidal y principal x (Fig. 4.4)

Se escoge la sección rectangular, a pesar de ser poco común en estructuras de acero, porque permite presentar los aspectos principales del problema sin complicaciones algebraicas innecesarias; por la misma razón, se supone que los esfuerzos residuales son nulos; el método empleado puede aplicarse a secciones transversales de otras formas, con o sin esfuerzos residuales (ref. 4.8).

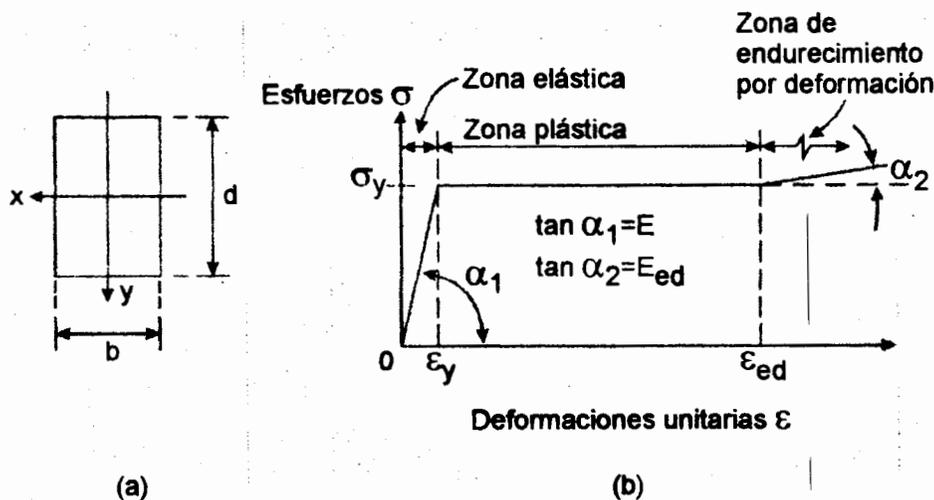


Fig. 4.4 Gráfica idealizada esfuerzo-deformación.

Se supone que el material tiene la gráfica idealizada esfuerzo-deformación unitaria de la Fig. 4.4b, compuesta por tres zonas, elástica, plástica y de endurecimiento por deformación, y se admiten en los tres intervalos las hipótesis de la sección plana y de las deformaciones pequeñas.

La importancia de la gráfica momento-curvatura estriba en que partiendo de ella se obtiene el diagrama de curvaturas a lo largo del eje de la viga para una ley de variación de los momentos dada, y con él se calculan las deformaciones en el plano de la flexión;

la relación momento-curvatura de las secciones transversales es el punto de partida para obtener los diagramas carga-deformación, que caracterizan el comportamiento de la viga en el plano de la flexión durante todo el proceso de carga¹.

En la Fig. 4.5 se han representado las distribuciones de esfuerzos normales, en una sección transversal de una viga, que corresponden a las tres zonas de la gráfica de la Fig. 4.4: en a) todo el material está en el intervalo elástico, en b) parte de la sección se ha plastificado, y en c) los extremos superior e inferior se han endurecido por deformación. (En la parte superior de la Fig. 4.5 se muestran deformaciones unitarias, y en la inferior los esfuerzos correspondientes).

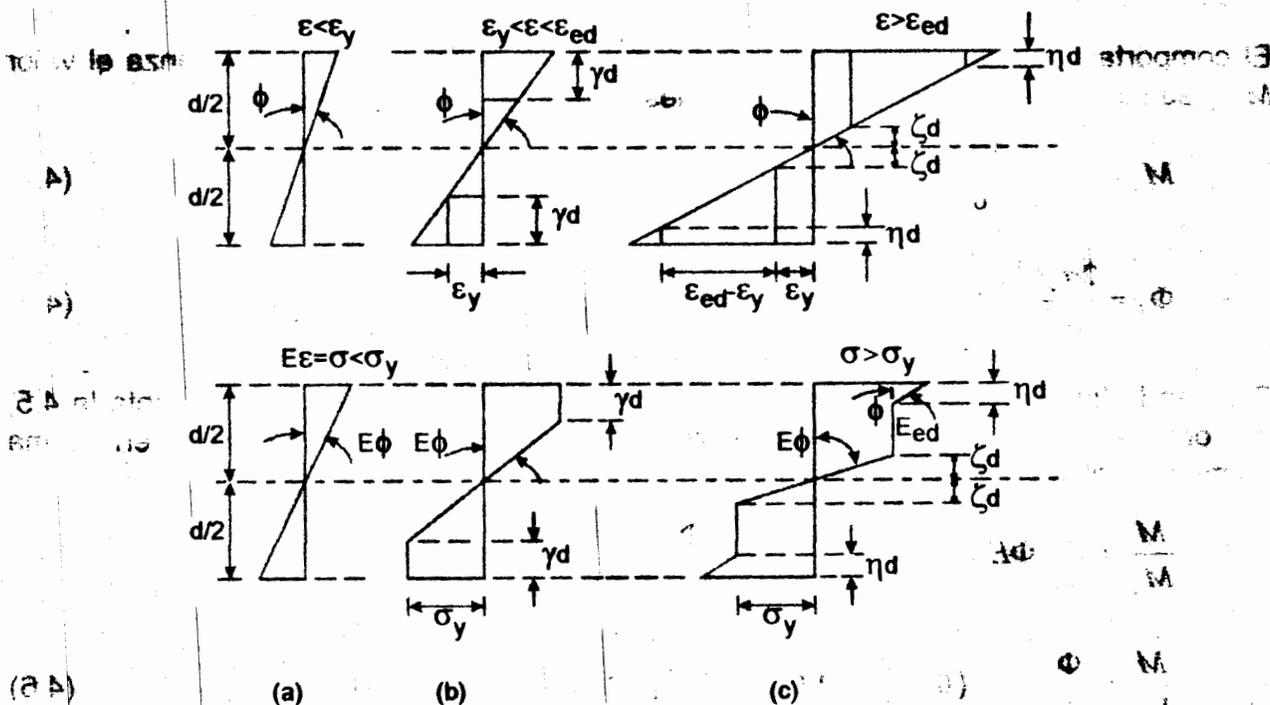


Fig. 4.5 Deformaciones unitarias y esfuerzos en una viga flexionada.

El momento flexionante exterior es igual al momento resistente interno, de manera que debe satisfacerse la igualdad $M = \int \sigma y dA$.

En el intervalo elástico (Fig. 4.5a),

$$M = s\sigma = \sigma \frac{bd^2}{6} \tag{4.7}$$

¹ La ecuación $\phi = M/EI$, que relaciona momentos y curvaturas en el intervalo elástico, y es la base para el cálculo de deformaciones en él, deja de ser válida cuando aparece el esfuerzo de fluencia en algún punto de la sección, por lo que debe ser sustituida por una relación entre los dos parámetros que tenga en cuenta la plastificación progresiva.

y $\tan \Phi E \approx \Phi E = \frac{\sigma}{d/2} = \frac{2\sigma}{d}$ (4.2)

$$\tan \Phi E \approx \Phi E = \frac{\sigma}{d/2} = \frac{2\sigma}{d} \quad (4.2)$$

Φ es la curvatura de la viga en la sección en estudio.

Sustituyendo σ por su valor en función de Φ (ec. 4.2) en la ecuación 4.1, se obtiene

$$M = \frac{bd^3}{12} \Phi E = \Phi EI \quad (4.3)$$

El comportamiento elástico de la sección termina cuando el momento alcanza el valor M_y , y se inicia el flujo plástico en sus bordes superior e inferior; en ese instante,

$$M_y = S \sigma_y = \frac{bd^2}{6} \sigma_y \quad (4.4)$$

$$\Phi_y = \frac{2\sigma_y}{dE} \quad (4.5)$$

Dividiendo los dos miembros de la ecuación 4.3 entre M_y , y teniendo en cuenta la 4.5, se obtiene la ecuación 4.6, que relaciona momentos y curvaturas en forma adimensional, en el intervalo elástico:

$$\frac{M}{M_y} = \frac{bd^3}{12} \Phi E \div \frac{bd^2}{6} \sigma_y = \frac{dE}{2\sigma_y} \Phi = \frac{\Phi}{\Phi_y} \quad (4.6)$$

$$\frac{M}{M_y} = \frac{\Phi}{\Phi_y} \quad (0 \leq \frac{\Phi}{\Phi_y} \leq 1.0) \quad (4.6)$$

Siguiendo un proceso similar, con las figuras 4.5b y c se obtienen las relaciones $M-\Phi$ para los intervalos plástico y de endurecimiento por deformación (ref. 4.6); las curvas correspondientes se han trazado en la Fig. 4.6, para $\epsilon_{ed}/\epsilon_y = 12$ y $E/E_{ed} = 40$, valores típicos para acero estructural (refs. 4.6 y 4.9).

4.5.2 Gráficas acción-desplazamiento

Las relaciones momento-curvatura de las secciones transversales son el punto de partida para obtener las gráficas acción-desplazamiento de las vigas, que describen su comportamiento bajo cargas crecientes, hasta llegar a la falla.

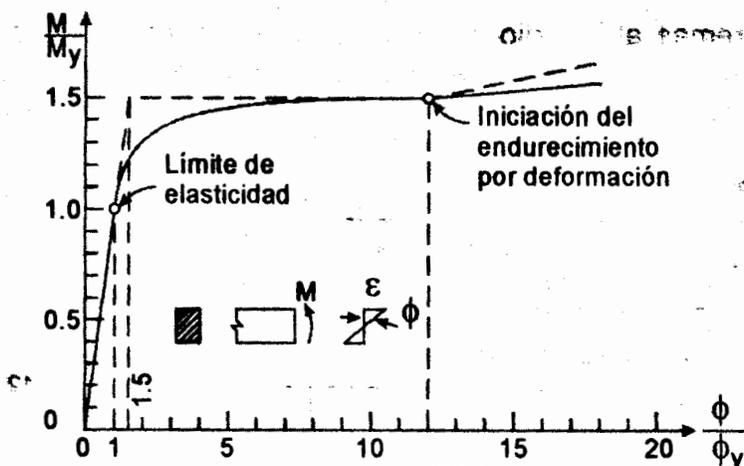


Fig. 4.6 Gráfica momento-curvatura de una sección rectangular sin esfuerzos residuales.

Las ecuaciones de los tres intervalos pueden resolverse analíticamente, pero el proceso es laborioso, sobre todo cuando las secciones transversales son de forma más complicada que la rectangular, por lo que la historia carga-deformación suele determinarse utilizando los teoremas de la viga conjugada que, por estar basados en condiciones de equilibrio, son válidos en los intervalos elástico e inelástico.

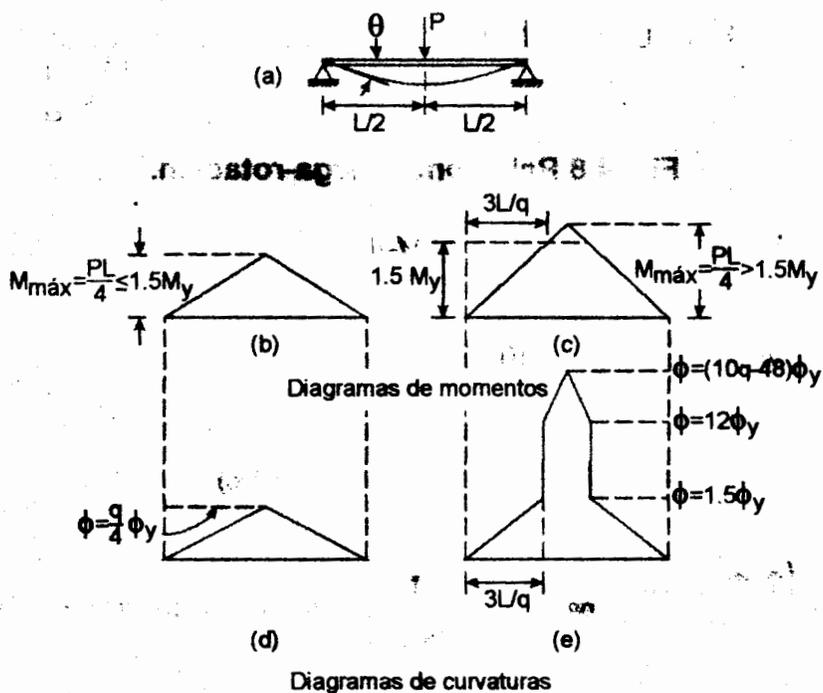


Fig. 4.7 Diagramas de momentos flexionantes y curvaturas de una viga libremente apoyada con una carga en el centro del claro.

Aplicando esos teoremas al estudio de dos vigas, una libremente apoyada y con una carga concentrada en el centro del claro, la otra continua, de tres claros iguales, con una carga en el centro del intermedio, se obtienen los resultados de la Fig. 4.8.

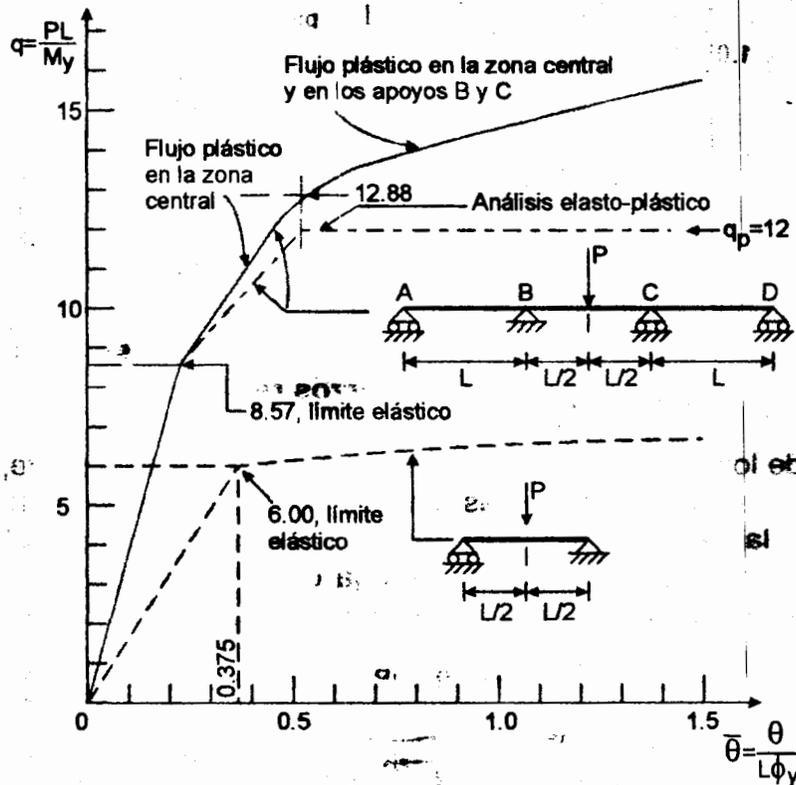


Fig. 4.8 Relaciones carga-rotación.

Para simplificar el problema, la relación $M-\Phi$ se idealiza con las tres líneas rectas interrumpidas de la Fig. 4.6, cuyas ecuaciones e intervalos de aplicación son

$$\frac{M}{M_y} = \frac{\Phi}{\Phi_y} \quad \text{para} \quad 0 \leq \frac{\Phi}{\Phi_y} \leq 1.50 \quad (\text{intervalo elástico}) \quad (4.6)$$

$$\frac{M}{M_y} = 1.50 \quad \text{para} \quad 1.50 \leq \frac{\Phi}{\Phi_y} \leq 12 \quad (\text{intervalo plástico}) \quad (4.7)$$

$$\frac{M}{M_y} = 1.5 + \frac{(\Phi/\Phi_y) - 12}{40} \quad \text{para} \quad 12 \leq \frac{\Phi}{\Phi_y} \quad (\text{endurecimiento por deformación}) \quad (4.8)$$

En la Fig. 4.7 se ha dibujado la viga libremente apoyada con una carga P en el centro del claro y los diagramas de momentos y curvaturas para dos intensidades de P , obtenidos tomando como base la curva $M-\Phi$ idealizada de la Fig. 4.6.

Las Figs. 4.7b y c son los diagramas de momentos flexionantes; como la viga es isostática, su forma no depende de que los esfuerzos estén abajo o arriba del límite de elasticidad; el momento máximo es $PL/4$.

En el primer caso (Fig. 4.7b) el momento flexionante es menor que $1.5 M_y$ en todas las secciones; de acuerdo con la gráfica $M-\Phi$ idealizada de la Fig. 4.6 todo el material se encuentra en estado elástico, y las relaciones entre momento y curvatura están regidas, en toda la viga, por la ecuación 4.6. La curvatura máxima, en el centro del claro, es

$$\Phi_{\text{máx}} = \frac{M_{\text{máx}}}{M_y} \Phi_y = \frac{PL}{4M_y} \Phi_y = \frac{q}{4} \Phi_y \quad (4.9)$$

donde

$$q = \frac{PL}{M_y} \quad (4.10)$$

El ángulo θ (Fig. 4.7a) que giran los extremos de la viga es numéricamente igual a la mitad del área bajo el diagrama de curvaturas:

$$\theta = \frac{1}{2} \frac{L}{2} \frac{q}{4} \Phi_y = \frac{qL\Phi_y}{16}$$

Dividiendo los dos miembros de esta ecuación entre $\Phi_y L$ se obtiene

$$\frac{\theta}{\Phi_y L} = \frac{q}{16}$$

introduciendo una nueva variable

$$\bar{\theta} = \frac{\theta}{\Phi_y L} = \frac{q}{16} \quad (4.11)$$

puede escribirse

$$\bar{\theta} = \frac{q}{16} \quad (4.12)$$

Esta ecuación es válida en el intervalo $0 \leq M \leq 1.5 M_y$, o sea para $0 \leq q \leq 6$, ya que la q máxima para la que todavía es aplicable es (ec. 4.10)

$$q_{\text{máx}} = \frac{P_{\text{máx}} L}{M_y} = \frac{4M_{\text{máx}} L}{L M_y} = \frac{4(1.5M_y)}{M_y} = 6$$

Cuando el momento máximo sobrepasa $1.5 M_y$ (Fig. 4.7c) la ecuación 4.8 es aplicable en la región central de la viga, y la 4.6 sigue rigiendo el comportamiento de las dos zonas laterales, en las que $M \leq M_y$ y el material se conserva en estado elástico. En las

secciones en que $M = 1.5M_y$, la curvatura pasa instantáneamente de $1.5\Phi_y$, correspondiente a la iniciación del flujo plástico, a $12\Phi_y$, donde se inicia el endurecimiento por deformación.

Las figuras 4.7c y e son los diagramas de momentos flexionantes y de curvaturas de esta nueva etapa. La curvatura máxima, en el centro del claro, se calcula con la ecuación 4.8; sustituyendo M por $PL/4$ se obtiene

$$\frac{PL}{4M_y} = \frac{q}{4} = 1.5 + \frac{(\Phi/\Phi_y) - 12}{40}$$

$$\Phi_{\max} = (10q - 48)\Phi_y \quad (4.13)$$

El ángulo θ es igual a la mitad del área del diagrama de curvaturas de la Fig. 4.7e:

$$\theta = \frac{225}{4} \frac{\Phi_y L}{q} - 24\Phi_y L + \frac{5}{2} \Phi_y L q$$

Dividiendo los dos miembros entre $\Phi_y L$, y ordenando términos,

$$\frac{\theta}{\Phi_y L} = \bar{\theta} = \frac{5}{2} q - 24 + \frac{225}{4q} \quad (4.14)$$

Esta ecuación es válida para $q > 6$.

En la Fig. 4.8 se ha trazado, con línea interrumpida, la relación carga-rotación en un extremo, en la forma adimensional $q - \bar{\theta}$. La viga es elástica hasta que $q = 6$; su capacidad de carga sigue aumentando en el intervalo inelástico ($q > 6$), gracias al endurecimiento por deformación, pero aumentos muy pequeños de q (es decir, de la carga P) producen grandes rotaciones en los extremos (ec. 4.14).

La relación $q - \bar{\theta}$ de la viga continua de tres claros iguales se determina siguiendo un camino análogo al que se acaba de describir; la viga y la gráfica correspondiente se muestran también en la Fig. 4.8.

La solución de problemas hiperestáticos es mucho más complicada que la de estructuras estáticamente determinadas, ya que para obtener el diagrama de curvaturas debe conocerse el de momentos, que no es sólo función de las condiciones de equilibrio, sino también de las de compatibilidad.

La obtención de la gráfica $q - \bar{\theta}$ de la viga continua de la Fig. 4.8 aparece con detalle en la ref. 4.6. También ahora la curva continúa subiendo después de que se han plastificado la zona central y las de los dos apoyos intermedios.

La determinación de curvas carga-desplazamiento como las mostradas en la Fig. 4.8 constituye un proceso laborioso que rara vez se justifica en el diseño de estructuras, ya que pueden obtenerse resultados suficientemente precisos, de una manera mucho más sencilla, ignorando la región de endurecimiento por deformación de la curva $M-\Phi$ como se hace en el análisis plástico simple (refs. 4.9 a 4.11). Con esta suposición el momento máximo posible en cualquiera de las vigas estudiadas es $M_p = 1.5 M_y$, y la carga que obra sobre la de tres tramos alcanza su valor máximo cuando aparecen momentos de esa intensidad en los apoyos B y C y en su punto de aplicación, con lo que el tramo BC se convierte en un mecanismo; se cumple la condición

$$\frac{P_{\max} L}{4} = 2M_p = 3M_y \quad \therefore P_{\max} = \frac{12M_y}{L}, \quad q_p = 12$$

La curva $q - \theta$ que representa esta solución está también en la Fig. 4.8; coincide con la solución más exacta en la región elástica, y se conserva muy cerca de ella hasta que se alcanza la carga máxima predicha por la teoría plástica simple.

Los análisis que utilizan sólo los tramos elástico y plástico de la gráfica momento-curvatura, ignorando el endurecimiento por deformación, reciben el nombre de elastoplásticos; constituyen el método más sencillo para estudiar las vigas de acero en el intervalo inelástico. Permiten predecir, en forma conservadora, las relaciones carga-deformación y la resistencia de estructuras que se deforman sin salirse de su plano; ésto ha sido demostrado por extensos experimentos realizados en una gran variedad de estructuras (ref. 4.12), y se ha comprobado por el comportamiento satisfactorio de muchas construcciones reales.

El estudio del comportamiento de las vigas basado en la curva esfuerzo-deformación de la Fig. 4.4b (con un tramo elástico, otro plástico y un tercero de endurecimiento por deformación) y en la suposición de que la viga deformada se conserva en el plano original, que es el de aplicación de las cargas, lleva a gráficas momento-rotación como las de la Fig. 4.8, que son siempre ascendentes, lo que indica que con esas hipótesis no se puede predecir una disminución de la resistencia (ref. 4.6); deben buscarse por otro lado las causas de la descarga y falla eventuales de las vigas. (La falla por exceso de flexión en el plano de carga se produciría cuando las deformaciones fuesen tan grandes que se sobrepasase la capacidad de deformación en tensión del acero, lo que ocasionaría la ruptura de las fibras sometidas a esa sollicitación, pero hay otros factores que ocasionan el colapso de las estructuras reales antes de que se llegue a deformaciones de esa magnitud). En cambio la teoría plástica simple, basada en un comportamiento elastoplástico idealizado del material, permite predecir satisfactoriamente la resistencia máxima de las barras en flexión.

4.6 TEORÍA PLÁSTICA SIMPLE

4.6.1 Hipótesis

Para el estudio de las vigas de acero flexionadas en el plano de carga con solicitaciones de intensidad creciente se aceptan las hipótesis siguientes, propias de la teoría plástica simple:

1. El acero sigue la ley de Hooke hasta el límite de fluencia; después, las deformaciones pueden crecer indefinidamente mientras el esfuerzo se mantiene constante.

Esta primera hipótesis equivale a aceptar la gráfica esfuerzo-deformación idealizada dibujada con línea llena en la Fig. 4.9, ignorando el aumento del esfuerzo que suele presentarse inmediatamente antes de que se inicie el flujo plástico, y el endurecimiento por deformación, indicados con línea interrumpida. Las relaciones simplificadas entre esfuerzos y deformaciones son:

$$\sigma = E\varepsilon, \text{ para } 0 < \sigma \leq \sigma_y, \quad 0 < \varepsilon \leq \varepsilon_y \quad (4.15)$$

$$\sigma = \sigma_y, \text{ para } \varepsilon > \varepsilon_y \quad (4.16)$$

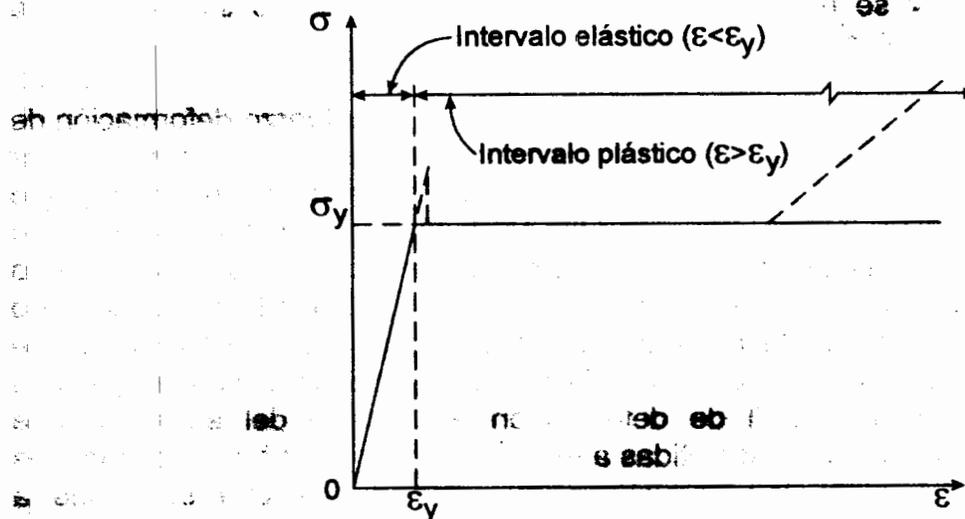


Fig. 4.9 Gráfica esfuerzo deformación idealizada.

La suposición de que puede haber deformaciones ilimitadas bajo esfuerzo σ_y constante, es aceptable porque en aplicaciones prácticas no suele llegarse al endurecimiento por deformación, que se inicia cuando las deformaciones unitarias son 10 a 12 veces mayores que ε_y , sino generalmente las estructuras se conservan en los intervalos elástico y plástico; además, es una hipótesis conservadora, pues se ignora un

incremento en los esfuerzos que precede a la ruptura². Al no considerar el aumento de esfuerzos inmediatamente antes del intervalo plástico se introducen simplificaciones importantes en la teoría, sin modificar prácticamente los resultados.

2. El acero tiene las mismas propiedades en compresión que en tensión, con valores iguales de E y σ_y en las dos sollicitaciones.
3. El acero es homogéneo e isótropo en las dos zonas de interés, elástica y plástica.
4. Cada fibra longitudinal de una pieza en flexión trabaja como si estuviese aislada, en tensión o compresión simple; está en libertad de alargarse longitudinalmente y contraerse transversalmente, o viceversa, y es aplicable la gráfica $\sigma-\epsilon$ de la Fig. 4.9.
5. Todas las secciones transversales tienen un eje de simetría, alojado en el plano de la flexión.
6. Las secciones transversales planas antes de la deformación permanecen planas después de ésta, y se conservan normales al eje longitudinal deformado. (Esta hipótesis se cumple rigurosamente en vigas en flexión pura; en los demás casos su aceptación equivale a despreciar el efecto de las fuerzas cortantes sobre las deformaciones. Los errores que provienen de ella son muy pequeños, tanto en el intervalo elástico como en el plástico, excepto en algunos casos especiales, de los que el más común es el constituido por vigas de claro muy reducido y peralte considerable).
7. Las fuerzas normales interiores en las secciones transversales de las vigas son mecánicamente equivalentes a un par. (Se excluye por ahora la posibilidad de que obren sobre la pieza fuerzas normales exteriores de tensión o compresión, y no se toma en cuenta la influencia de la fuerza cortante).
8. Las deformaciones son suficientemente pequeñas, en los dos intervalos, para que pueda considerarse $\Phi = \tan\Phi$, siendo Φ la curvatura en un punto cualquiera del eje de la barra, y para que el análisis pueda basarse en la forma y dimensiones originales de la estructura.
9. No hay fallas prematuras por pandeo de ningún tipo, local o lateral. (La posibilidad de una falla por pandeo está excluida por hipótesis, al limitar por el

² Sin embargo, para explicar el comportamiento de barras flexionadas susceptibles de pandearse local o lateralmente debe tenerse en cuenta el endurecimiento por deformación. Se ha demostrado que en estructuras formadas por un material que siga la gráfica $\sigma-\epsilon$ idealizada de la Fig. 4.9 no puede formarse el mecanismo de colapso predicho por la teoría plástica simple; para que se alcance la carga teórica de colapso es necesario que el material se endurezca por deformación localmente (refs. 4.12 a 4.14).

momento el estudio de las vigas al caso en que fallan por exceso de flexión en su plano). Para que se satisfaga esta condición las vigas deben tener ciertas características geométricas, que no siempre poseen, y deben estar soportadas exteriormente de manera efectiva, lo que tampoco sucede en todas las estructuras; la falla de las vigas reales se produce, en muchas ocasiones, por problemas de inestabilidad, que se estudiarán más adelante, fuera de la teoría plástica simple.

4.6.2 Comportamiento de vigas bajo carga creciente

Partiendo de las hipótesis anteriores se puede estudiar el comportamiento de las vigas desde las primeras fases del proceso de carga hasta el colapso; una viga doblemente empotrada de sección transversal rectangular constante, con carga uniformemente repartida, servirá como ejemplo para ese estudio (Fig. 4.10).³

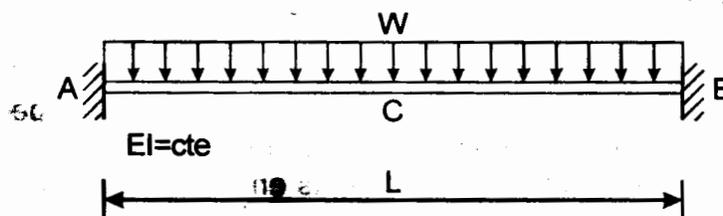


Fig. 4.10 Viga doblemente empotrada con carga uniformemente repartida.

En la Fig. 4.11 se muestran los diagramas de momentos flexionantes, las configuraciones del eje deformado, y las deformaciones unitarias, esfuerzos y zonas plastificadas, en las secciones extremas A y B y en la central C , para cargas w crecientes, hasta llegar al colapso.

El comportamiento inicial es elástico (columna 2); los momentos flexionantes máximos, en los empotramientos A y B , valen $wL^2/12$; la flecha en el centro del claro es $wL^4/384EI$; las deformaciones unitarias ϵ crecen linealmente desde el eje neutro hasta los bordes superior e inferior de las secciones, y de la misma manera varían los esfuerzos normales σ , puesto que hay una relación lineal entre ambas cantidades; no hay ninguna zona plastificada.

³ Admitidas las hipótesis de 4.6.1 la única forma posible de falla de la viga, o de otra estructura cualquiera, es la correspondiente a la formación de un número de articulaciones plásticas suficiente para que la estructura en conjunto, o una parte de ella, se convierta en un mecanismo, ya que se ha eliminado la posibilidad de una falla por cortante o por inestabilidad de cualquier tipo y, aceptadas las deformaciones ilimitadas de la Fig. 4.9, tanto en tensión como en compresión, tampoco puede producirse una fractura.

		Número de columna						
		1	2	3	4	5	6	7
Número de renglón	1	Carga w	$w < w_y$	w_y	$w_y < w < w_p$	$w = w_p$	$w = w_p + \Delta w$	$w_{m\acute{a}x} = w_p + \Delta w_{m\acute{a}x} = w_u$
	2	Diagramas de momentos flexionantes						
	3	Configuraciones del eje deformado	$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{1}{384} \frac{wL^4}{EI}$ 	$\delta_y = \frac{1}{384} \frac{w_y L^4}{EI}$ 	$\theta = 0$ 	$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{1}{384} \frac{w_p L^4}{EI}$ $\theta \neq 0$ 	$\Delta \delta = \frac{5}{384} \frac{(\Delta w)L^4}{EI}$ $\theta \neq 0$ 	$\Delta \delta_m = \frac{5}{384} \frac{(\Delta w)L^4}{EI}$ $\theta = 0$
	4	Deformaciones unitarias y esfuerzos, secciones A y B						
	5	Deformaciones unitarias y esfuerzos, sección C						
	6	Zonas plastificadas, secciones A, B y C						

El esfuerzo normal en un punto cualquiera se calcula con la fórmula ordinaria para flexión,

$$\sigma = \frac{M}{I} y \quad (4.17)$$

en la que M es el momento flexionante en la sección transversal que contiene al punto, I el momento de inercia de esa sección respecto al eje principal normal al plano de simetría (eje de flexión), y y la distancia del eje al punto considerado.

Los esfuerzos máximos en cada sección se presentan en los bordes superior e inferior; se obtienen sustituyendo y por $y_{\text{máx}}$ en la ecuación 4.17:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M}{I} y_{\text{máx}} = \frac{M}{S} \quad (4.18)$$

$S = I/y_{\text{máx}}$ es el *módulo de sección elástica* de la sección transversal constante de la viga.

Como los momentos flexionantes máximos son los de las secciones extremas, aparecen en ellas los esfuerzos normales más grandes:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M_{\text{máx}}}{S} = \frac{wL^2}{12S}$$

La curvatura del eje deformado en una sección transversal cualquiera es

$$\Phi = \frac{M}{EI} \quad (4.19)$$

El comportamiento elástico termina cuando aparece el esfuerzo de fluencia en algún punto, lo que sucede en los bordes de las secciones extremas cuando

$$M_A = M_B = M_{\text{máx}} = M_y = \frac{w_y L^2}{12}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M_y}{S} = \frac{w_y L^2}{12S} = \sigma_y \quad (4.20)$$

De aquí se obtiene la carga que ocasiona la terminación del comportamiento elástico, w_y :

$$w_y = \frac{12M_y}{L^2} = \frac{12S\sigma_y}{L^2} \quad (4.21)$$

M_y es el momento flexionante que ocasiona la aparición, por primera vez, del esfuerzo de fluencia en una sección; vale

$$M_y = S\sigma_y \quad (4.22)$$

La ecuación 4.20 presupone que en la viga no hay esfuerzos de ninguna naturaleza antes de que empiecen a actuar las cargas exteriores, de manera que los esfuerzos finales se deben exclusivamente a ellas; esta condición no se cumple en los perfiles reales de acero estructural, en los que hay esfuerzos residuales de magnitud considerable que se superponen con los producidos por las cargas, y hacen que el comportamiento elástico termine antes de lo que indica la ecuación; los esfuerzos residuales desempeñan un papel muy importante en problemas de inestabilidad, pero no modifican la resistencia de las barras en flexión plana, por lo que pueden ignorarse por ahora; debe señalarse, sin embargo, que originan deformaciones mayores que las que se calculan sin tenerlos en cuenta.

La columna 3 de la Fig. 4.11 contiene la información correspondiente al instante en que termina el comportamiento elástico; hasta aquí se conserva la relación lineal entre esfuerzos y deformaciones, y son válidas las fórmulas usuales para su cálculo. La flecha en el centro del claro y la curvatura en una sección transversal cualquiera valen, en ese instante,

$$\delta_y = \frac{1}{384} \frac{w_y L^4}{EI} = \frac{1}{384} \frac{12S\sigma_y L^4}{L^2 EI} = \frac{1}{32} \frac{S\sigma_y L^2}{EI} = \frac{M_y L^2}{32EI} \quad (4.23)$$

$$\Phi_y = \frac{M_y}{EI} = \frac{2\varepsilon_y}{d} \quad (4.24)$$

La aparición del esfuerzo de fluencia en algunos puntos no indica que se haya agotado la resistencia de la viga, que puede soportar cargas adicionales importantes; el comportamiento en esta nueva etapa no puede ser predicho por los métodos basados en la teoría de la elasticidad, ya que en algunas zonas desaparece la relación lineal entre esfuerzos y deformaciones.

La columna 4 (Fig. 4.11) muestra la viga cuando la carga w es mayor que w_y ; en la sección central C y en la mayor parte del claro el material sigue siendo elástico, lo que no sucede en las secciones extremas; en ellas, de acuerdo con la hipótesis de la sección plana, las deformaciones unitarias, ε , crecen linealmente desde el eje de flexión hacia los bordes (renglón 4), pero en las fajas cercanas a éstos (para $y > y_0$) sobrepasan el valor ε_y correspondiente a la iniciación del flujo plástico; la zona central, de amplitud $2y_0$, se mantiene en estado elástico, y se conserva la relación lineal entre esfuerzos y deformaciones, pero el material situado fuera de ella entra en el intervalo plástico y, de acuerdo con la gráfica esfuerzo-deformación idealizada de la Fig. 4.9, está sometido a un esfuerzo σ_y constante, que corresponde a cualquier deformación unitaria mayor que ε_y . La ecuación 4.19 no es ya aplicable para calcular las curvaturas en las secciones extremas, pero sí lo es la ecuación

$$\Phi_y = \frac{\varepsilon_y}{y_0} = \frac{M}{EI_E} \quad (4.25)$$

en la que I_E es el momento de inercia de la porción central elástica, de la que proviene la rigidez de la sección, pues el resto fluye plásticamente bajo esfuerzo constante, sin oponer resistencia a la deformación.

Cuando la carga crece, aumentan las deformaciones en las secciones extremas, y se reduce la amplitud de la zona central elástica, al extenderse hacia el eje de flexión las dos regiones, superior e inferior, en las que el material está plastificado; se tiende como límite a los esfuerzos de la columna 5, renglón 4, donde todo el acero está sometido al esfuerzo de fluencia, en tensión de un lado del eje de flexión y en compresión del otro. (No es posible que se presenten estos esfuerzos en una sección, pues implicarían deformaciones unitarias infinitas y esfuerzos de magnitud σ_y , pero de signos contrarios, en puntos en contacto, situados a uno y otro lado del eje neutro; en realidad, siempre hay una zona central, de amplitud muy reducida, que permanece en estado elástico, y en los bordes de la sección los esfuerzos sobrepasan el límite de fluencia, al endurecerse el material por deformación; sin embargo, la distribución de esfuerzos propuesta se acerca mucho a la real e introduce simplificaciones importantes en los métodos de análisis, por lo que se aceptará en adelante; investigaciones experimentales muy extensas han demostrado que el comportamiento de las estructuras predicho tomando como base esa distribución de esfuerzos en las zonas de momento máximo se aproxima muy razonablemente al comportamiento real).

Momento plástico resistente y factor de forma

Admitiendo que el material puede deformarse indefinidamente bajo esfuerzo constante σ_y , la plastificación total de una sección transversal de una viga implica dos fenómenos de gran importancia:

1. El momento flexionante en la sección es el máximo que ésta puede resistir, pues los esfuerzos normales no pueden ser mayores que σ_y .
2. La sección admite rotaciones ilimitadas, al desaparecer la zona elástica central de la que provenía su rigidez en etapas anteriores.

El momento resistente máximo de la sección se determina utilizando las condiciones de equivalencia entre las acciones exteriores e interiores; las fuerzas interiores son equivalentes a un par M_i , de magnitud (Fig. 4.12)

$$M_i = F \frac{d}{2} = \frac{bd}{2} \sigma_y \frac{d}{2} = \sigma_y \frac{bd^2}{4}$$

y el momento exterior máximo que puede soportar la sección es

$$(M_e)_{\max} = M_i = \sigma_y \frac{bd^2}{4}$$

A este momento se le da el nombre de *momento plástico resistente* y, por brevedad, *momento plástico*; se representa con las letras M_p .

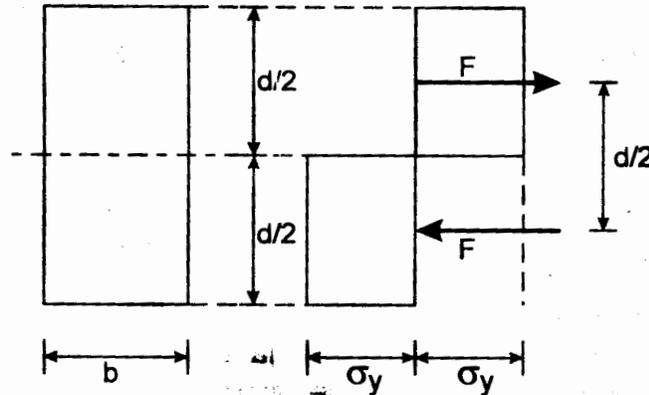


Fig. 4.12 Fuerzas interiores en una sección rectangular plastificada.

El momento máximo que resiste una sección es su momento plástico, que ocasiona la plastificación total; en secciones transversales rectangulares su intensidad es

$$M_p = \sigma_y \frac{bd^2}{4} = \sigma_y Z$$

Z depende de la geometría de la sección considerada; se conoce como *módulo de sección plástico*, por su semejanza con el módulo de sección elástico.

La ecuación

$$M_p = \sigma_y Z \quad (4.26)$$

es aplicable a secciones transversales de cualquier forma; Z es el momento estático de la sección con respecto a un eje perpendicular al de simetría, que la divide en dos porciones de áreas iguales, puesto que las resultantes de las fuerzas interiores de tensión y compresión son numéricamente iguales; si la sección es doblemente simétrica, es el segundo eje de simetría.

El cociente del momento plástico M_p de una sección entre el momento M_y de la misma es el *factor de forma*, f .

$$f = \frac{M_p}{M_y} = \frac{\sigma_y Z}{\sigma_y S} = \frac{Z}{S} \quad (4.27)$$

Es, también, el cociente de los dos módulos de sección. f es una característica geométrica de la sección; representa una reserva de capacidad para resistir flexión fuera del intervalo elástico, pues éste termina cuando el momento alcanza el valor M_y y la sección admite incrementos adicionales, hasta llegar a M_p .

Para la sección rectangular $f = (bd^2/4)/(bd^2/6) = 1.5$; para otras secciones tiene valores diferentes, grandes cuando la mayor parte del material está cerca del eje de flexión y pequeños cuando está lejos (por ejemplo, vale 1.7 para el círculo y entre 1.10 y 1.18, con un promedio de 1.14, para perfiles laminados I y H flexionados alrededor del eje de mayor inercia).

Articulación plástica

Cuando el momento se acerca a M_p disminuye la amplitud de la zona elástica central, y y_0 e I_E tienden hacia cero; de acuerdo con la ecuación 4.25, cuando el momento flexionante M en una sección transversal se acerca a M_p la curvatura Φ del eje de la viga en esa sección tiende hacia infinito, o sea

$$M \rightarrow M_p \quad \therefore y_0 \text{ e } I_E \rightarrow 0 \quad \text{y } \Phi \rightarrow \infty$$

Una sección en la que actúa el momento M_p está totalmente plastificada, y puede admitir rotaciones ilimitadas bajo momento constante, pues el material que la constituye se alarga o acorta libremente. (Esto no implica que la curvatura sea de manera necesaria infinitamente grande, pues lo mismo que en articulaciones reales las rotaciones pueden estar restringidas por el resto de la estructura, que permanece en estado elástico).

El comportamiento de una sección completamente plastificada es análogo al de una articulación real, con la diferencia de que en ésta el momento es nulo, mientras que en aquella se mantiene igual a M_p ; por consiguiente, cuando el momento flexionante en una sección alcanza un valor igual a su momento plástico resistente se forma en ella una *articulación plástica*, caracterizada porque admite rotaciones ilimitadas bajo momento constante. (Esta es también una simplificación de un problema mucho más complejo, que permite describir analíticamente, en forma sencilla y muy exacta, el comportamiento real de las estructuras).

La Fig. 4.13 muestra, en forma esquemática, las gráficas momento-curvatura de una articulación plástica y de una real.

Las dos rectas llenas describirían correctamente el comportamiento de una articulación plástica en una sección con factor de forma unitario, pero como f es siempre mayor que 1 y las curvaturas crecen más rápidamente a partir de M_y , al plastificarse gradualmente la sección, la curva punteada es más precisa; sin embargo, en la teoría plástica simple se acepta la representación idealizada formada por dos líneas rectas, lo que equivale a

suponer que la sección se comporta elásticamente hasta que el momento flexionante llega a M_p . Esta suposición no introduce errores en cálculos de resistencia pero sí al determinar deformaciones, que se obtienen con valores menores que los reales; es aceptable, sin embargo, sobre todo si la sección es un perfil I o H con factor de forma poco mayor que la unidad.

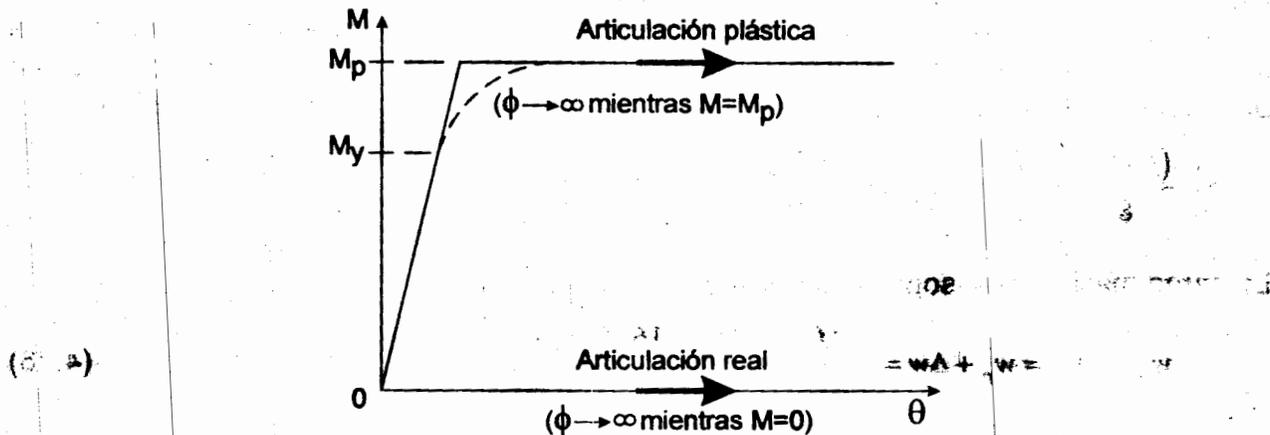


Fig. 4.13 Gráficas momento-curvatura de una articulación plástica y una real.

De acuerdo con la discusión anterior, cuando la carga alcanza el valor $w_p = 12M_p/L^2$, que se obtiene igualando el momento máximo $w_p L^2/12$ con M_p y despejando w_p , se forman articulaciones plásticas en los dos extremos de la viga; este instante del proceso aparece en la columna 5 de la Fig. 4.11; para trazar el diagrama de momentos flexionantes y calcular la flecha máxima se supone que la viga se comporta elásticamente hasta entonces, despreciando los efectos de la plastificación parcial de las secciones extremas iniciada cuando la carga era w_p . En la teoría plástica simple se supone que la estructura es elástica hasta que se forma la primera articulación plástica, y que lo mismo sucede entre articulaciones plásticas sucesivas.

La viga admite cargas adicionales, que no modifican los momentos en las secciones extremas, en las que hay articulaciones plásticas, pero sí hacen que esas secciones giren, lo que no sucedía en el intervalo elástico, en el que estaban fijas angularmente; la viga soporta los incrementos de carga trabajando como si estuviese libremente apoyada; los momentos negativos en los extremos se mantienen constantes, iguales a M_p , mientras aumentan los positivos en el resto del claro hasta que, eventualmente, el momento en la sección media llega también a valer M_p ; en ese instante se agota la resistencia de la viga, pues al formarse tres articulaciones plásticas queda convertida en un mecanismo, que admite deformaciones crecientes bajo carga constante.

La columna 6 (Fig. 4.11) corresponde a un instante intermedio entre la formación de las dos primeras articulaciones plásticas, en los extremos de la viga, y la tercera, en la sección central, y la 7 representa el instante en que se forma la articulación central y la viga se convierte en un mecanismo; se muestran en ella, de arriba hacia abajo, el diagrama de momentos flexionantes (los momentos en los dos extremos y en el centro

son iguales al momento plástico resistente de la sección, M_p), la configuración del eje, que era recto originalmente, y las deformaciones unitarias y los esfuerzos en las secciones en las que han aparecido las tres articulaciones plásticas.

El incremento de carga necesario para que se forme la tercera articulación se determina comparando los diagramas de momentos de las columnas 5 y 7; para pasar del primero al segundo la carga uniforme adicional debe hacer que el momento en el centro del claro aumente en $M_p/2$, y como durante esta etapa la viga se comporta como biarticulada, el incremento es

$$\frac{(\Delta w)L^2}{8} = \frac{M_p}{2} \quad \therefore \Delta w = \frac{4M_p}{L^2}$$

La carga máxima que soporta la barra es:

$$w_{\max} = w_u = w_p + \Delta w = \frac{12M_p}{L^2} + \frac{4M_p}{L^2} = \frac{16M_p}{L^2} \quad (4.28)$$

Los momentos en A , B y C son iguales; bajo su acción se forman las tres articulaciones plásticas necesarias para que la viga se convierta en un mecanismo.

Si una estructura en la que actúan cargas crecientes responde dúctilmente hasta el colapso, su resistencia se agota cuando se forma un número de articulaciones plásticas suficiente para que la estructura en conjunto, o una parte de ella, se convierta en un mecanismo; la carga correspondiente es la *carga de colapso* o *carga última*, que se designa w_u o P_u , según que esté distribuida o concentrada en un punto. (Algunas estructuras, como la viga doblemente empotrada en estudio, pueden soportar cargas mayores que las de colapso definidas arriba, trabajando a tensión entre articulaciones plásticas, pero para que el incremento en resistencia tenga importancia se requieren deformaciones muy grandes, inaceptables en estructuras reales).

La flecha aproximada en el centro del claro, cuando se forma el mecanismo de colapso, se obtiene sumando la que hay cuando aparecen las dos primeras articulaciones con la ocasionada por Δw ; para calcularla se supone que la viga se conserva en estado elástico entre articulaciones plásticas, y se tiene en cuenta que en la primera etapa está empotrada en los extremos, y en la segunda trabaja como si estuviese articulada en ellos.

$$\begin{aligned} \delta_u = \delta_p + \Delta\delta &= \frac{1}{384} \frac{w_p L^4}{EI} + \frac{5}{384} \frac{(\Delta w)L^4}{EI} = \frac{1}{384} \frac{12M_p L^4}{L^2 EI} + \frac{5}{384} \frac{4M_p L^4}{L^2 EI} \\ &= \frac{M_p L^2}{12EI} \end{aligned} \quad (4.29)$$

En la Fig 4.14 se muestra la gráfica carga-flecha en el centro del claro. El tramo OA corresponde a la primera etapa, de comportamiento elástico, que termina cuando se

forman articulaciones plásticas en los dos extremos (punto A). Los incrementos adicionales de carga son soportados por la viga que trabaja como si estuviese articulada en los extremos, pero aunque éstos pueden admitir rotaciones ilimitadas, en la estructura real los giros se conservan dentro de los límites impuestos por el resto de la viga, que se mantiene en estado elástico; en el punto A se inicia una etapa de *flujo plástico restringido* durante la cual la viga, aunque con menos rigidez que al principio, sigue resistiendo incrementos adicionales de carga. Esta etapa termina al formarse la tercera articulación plástica (punto B), pues desde entonces la estructura, convertida en un mecanismo, experimenta deformaciones crecientes mientras la carga se mantiene fija (zona de *flujo plástico no restringido*).

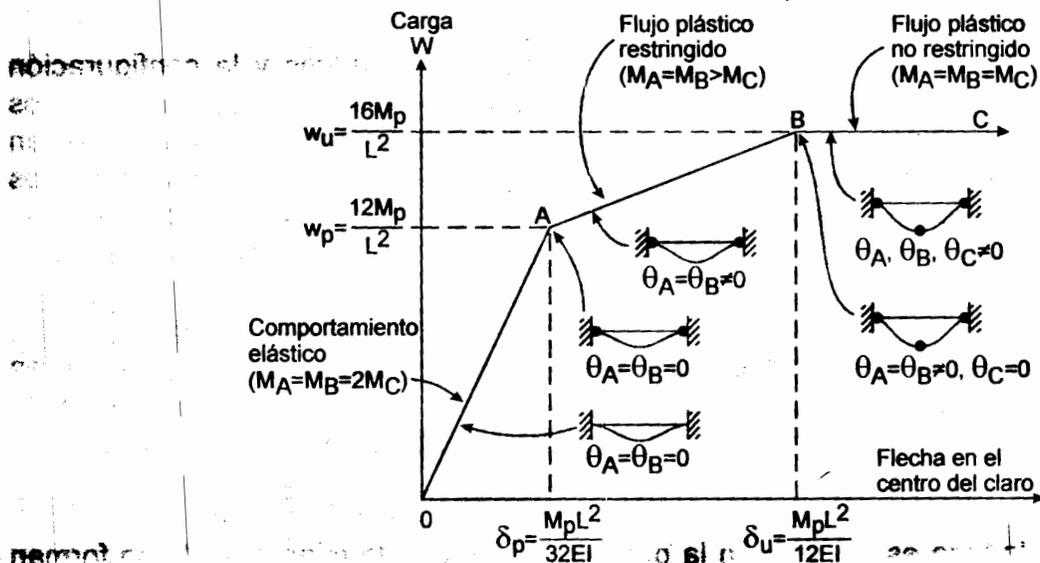


Fig. 4.14 Gráfica carga-flecha en el centro del claro de la viga de la Fig. 4.10.

La gráfica de la Fig. 4.14 es una idealización del comportamiento real; no se han tenido en cuenta las curvas de transición que aparecen entre las rectas que la componen, ocasionadas por la plastificación gradual de las secciones transversales.

4.6.3 Redistribución de momentos

En el intervalo elástico los momentos en los extremos de la viga son de magnitud doble que en el centro del claro, pero cuando se presenta el colapso los tres son iguales; esta *redistribución de momentos*, debida a las rotaciones bajo momento constante en las articulaciones plásticas, es característica del comportamiento previo al colapso de las estructuras dúctiles hiperestáticas, y hace que su resistencia sea en general mayor, y a veces mucho mayor, que la predicha por la teoría elástica, pues gracias a ella las secciones menos solicitadas de las estructuras acuden, antes del colapso, en ayuda de aquellas en las que las acciones son máximas.

La redistribución se aclara en la fig. 4.15, utilizando la viga de la Fig. 4.10. El diagrama de momentos flexionantes de b) corresponde al intervalo elástico, en el que los momentos en los extremos son de magnitud doble que en el centro del claro, y en c) se muestra la configuración del eje deformado, en el instante en que se forman las dos primeras articulaciones plásticas (que no han girado todavía) y termina el comportamiento elástico.

Esta primera parte del proceso de carga está representada por las rectas OA y OB de la Fig. 4.15f; los momentos en los extremos y en el centro crecen linealmente con la carga; se conserva entre ellos la relación 2:1.

Las curvas 1 de las figuras d) y e) son el diagrama de momentos y la configuración deformada del eje en el instante en que se forman las articulaciones plásticas en los extremos. Las curvas 2 corresponden a una etapa posterior: la carga aumenta y crecen el momento en el centro del claro y los desplazamientos del eje, mientras los momentos en A y C se conservan sin cambio, iguales a M_p , y giran las articulaciones plásticas; el momento en C se acerca a M_A y M_B . (Fig. 4.15f, tramo comprendido entre los puntos A , B y C).

Eventualmente M_C alcanza también el valor M_p , y aparece otra articulación plástica, en el centro del claro (Figs. 4.15 d) y e), curvas 3); la viga se convierte en un mecanismo, y se alcanza su resistencia máxima (punto C, Fig. 4.15f); los tres momentos M_A , M_B y M_C son ahora iguales.

La respuesta de la viga es elástica en la primera etapa, que termina cuando se forman las articulaciones plásticas en los extremos; la carga es $w_p = 12M_p/L^2$. Después hay un periodo de flujo plástico restringido, en el que las rotaciones en las articulaciones están restringidas por el resto de la viga, aún en estado elástico, hasta que se forma la articulación en C , cuando $w_u = 16M_p/L^2$. Se inicia ahora una etapa de flujo plástico no restringido; crecen los desplazamientos de la viga, que se ha convertido en un mecanismo, mientras los momentos y la carga exterior se mantienen constantes. $w_u = 16M_p/L^2$ es la carga máxima que resiste la viga.

Desde que termina el intervalo elástico hasta que se forma el mecanismo w crece de $12M_p/L^2$ a $16M_p/L^2$; el incremento es de 33 por ciento.

En la discusión anterior se ha supuesto que las articulaciones plásticas se forman instantáneamente; en realidad, el comportamiento elástico termina cuando aparece el esfuerzo de fluencia en los bordes de la sección; para que se forme la articulación el momento correspondiente, M_p , debe multiplicarse por el factor de forma, f . Por consiguiente, el incremento real de carga, debido al comportamiento inelástico de las secciones y la redistribución de momentos, es 1.33f.

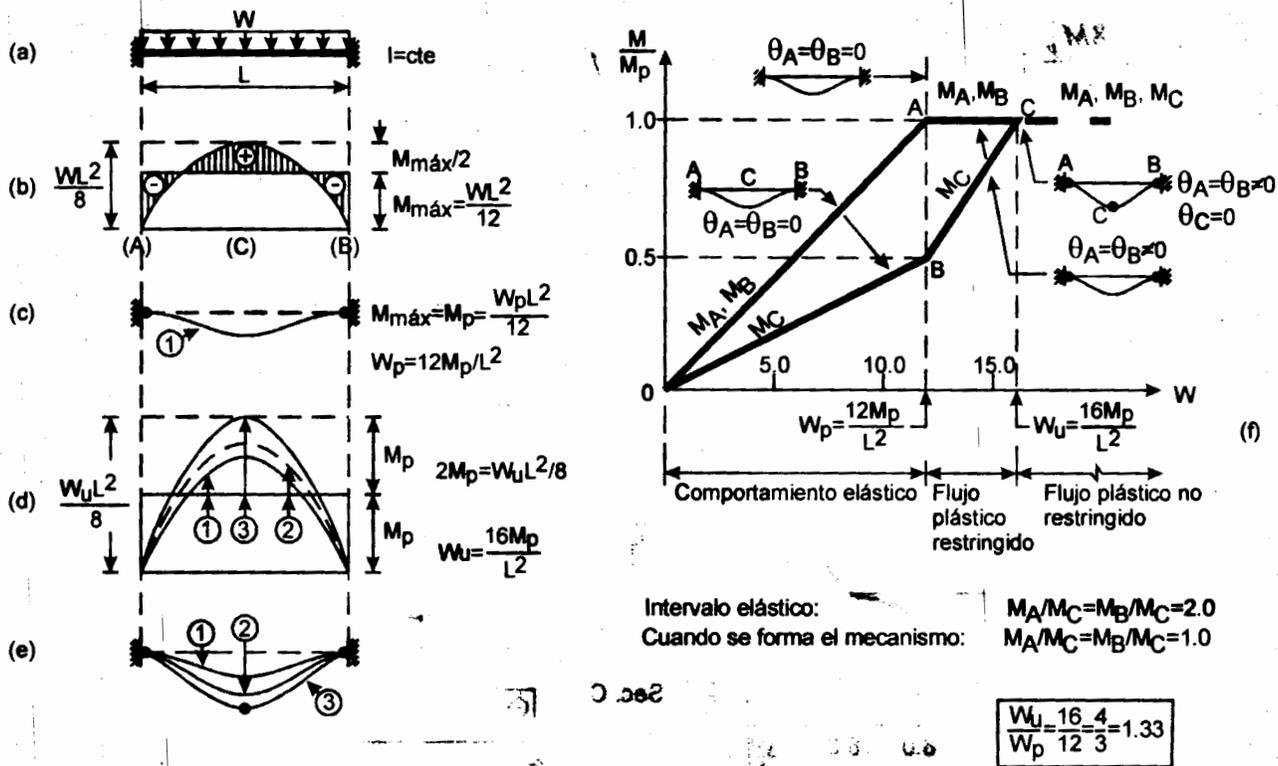


Fig. 4.15 Redistribución de momentos.

Capacidad de rotación

La redistribución de momentos que precede a la falla exige que las articulaciones plásticas que intervienen en el mecanismo de colapso (con excepción de la última) tengan una *capacidad de rotación* adecuada, es decir, que las secciones en las que aparecen puedan admitir rotaciones plásticas importantes, bajo momento constante, igual a M_p ; de no ser así, la estructura fallaría bajo una carga menor que la teórica de colapso.

Si se satisfacen las hipótesis del art. 4.6.1, la capacidad de rotación es ilimitada; sin embargo, esto no sucede en estructuras reales, en las que ha de prestarse especial cuidado para evitar que fenómenos prematuros de pandeo local o lateral, o fracturas, la hagan disminuir a valores para los que la teoría plástica simple deje de ser aplicable.

4.6.3.1 Casos en que no hay redistribución de momentos

No hay redistribución de momentos en ninguna estructura isostática, pues la primera articulación plástica la convierte en un mecanismo; el incremento de resistencia por encima de la terminación del comportamiento elástico es sólo el debido al factor de forma (Fig. 4.16a):

$$w_u = \frac{8M_p}{L^2}; \quad w_y = \frac{8M_y}{L^2}; \quad \frac{w_u}{w_y} = \frac{M_p}{M_y} = f$$

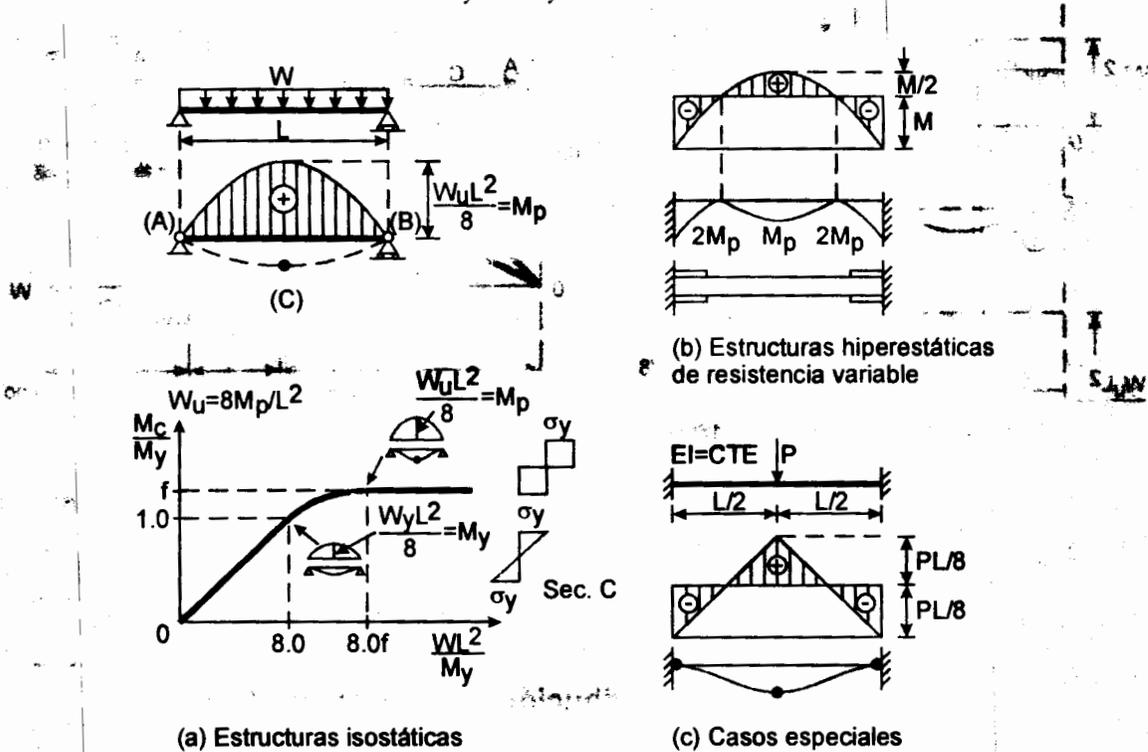


Fig. 4.16 Casos en que no hay redistribución de momentos.

Tampoco hay redistribución cuando se hace un diseño óptimo, con momentos resistentes proporcionales a los del análisis elástico (Fig. 4.16b), y en algunos casos especiales, como el de la Fig. 4.16c, en los que todas las articulaciones plásticas que intervienen en el mecanismo de colapso se forman simultáneamente.

Amplitud de las articulaciones plásticas

En la zona en que se forma cada articulación plástica hay, en general, una sola sección transversal en la que el momento flexionante vale M_p , y todas las secciones en que $M \geq M_p$, a ambos lados de ella, están parcialmente plastificadas; la amplitud de esta región depende de la ley de variación de los momentos y del factor de forma de la sección, y puede ser considerable cuando éste es grande y aquellos varían lentamente; sin embargo, para fines de análisis suele suponerse que las articulaciones plásticas están concentradas en la sección en que el momento vale M_p y que en ella se presenta toda la rotación inelástica, aunque para el cálculo exacto de deflexiones y para resolver algunos problemas de diseño deben tenerse en cuenta sus dimensiones. En la actualidad se cuenta con programas de computadora en los que pueden incluirse las

zonas parcialmente plastificadas, pero en su estado actual no se prestan todavía a ser usados como herramientas de diseño (ref. 4.15).

El endurecimiento por deformación hace que en las estructuras reales los momentos sean, localmente, mayores que M_p , y que aumente la amplitud de las zonas parcialmente plastificadas.

4.7 DETERMINACION DE LA CARGA DE COLAPSO

La carga de colapso puede determinarse con una sucesión de análisis elásticos suponiendo, en cada uno, que hay articulaciones reales en las secciones donde se han formado articulaciones plásticas; el proceso termina cuando la estructura completa, o una parte de ella, se convierte en un mecanismo.

Este procedimiento, que es aplicable siempre, constituye la base de algunos programas de computadora, pero resulta muy engorroso si se quiere utilizar para estudiar, a mano, estructuras que no sean muy sencillas.

Se cuenta también con métodos para determinar la carga de colapso de manera directa.

4.7.1 Determinación de la carga de colapso por superposición de varios análisis elásticos

El método se ilustra aplicándolo a la viga de la Fig. 4.17a.

1ª etapa. La primera etapa, de comportamiento elástico, termina al formarse la primera articulación plástica, cuando el mayor de los momentos obtenidos con un análisis elástico (Fig. 4.17b) iguala al momento plástico resistente, constante, de la viga, o sea cuando:

$$M_{\max} = 1.33P = M_p = 10 \text{ Ton m} \quad \therefore P_1 = 7.52 \text{ Ton}$$

La flecha correspondiente, en el punto de aplicación de la carga, se obtiene aplicando la teoría elástica a la viga a).

$$\delta_{c1} = \frac{P_1 a^3 b^3}{3EI L^3} = 2.67 \frac{P_1}{EI} = \frac{20.08}{EI}$$

El diagrama de momentos al terminar esta etapa es el de la Fig. 4.17c; hay una articulación plástica en el extremo izquierdo *A*.

2ª etapa. Se hace un nuevo análisis elástico de la viga, suponiendo que tiene una articulación en *A*; se obtiene el diagrama de momentos de la Fig. 4.17d.

La etapa termina cuando aparece la segunda articulación plástica, en *B* o en *C*, cuando la suma de los momentos de las dos etapas iguala al momento plástico en alguno de esos dos puntos.

Para que la segunda articulación se forme en C, debe cumplirse la condición,

$$6.69 + 1.56P = 10.0 \quad \therefore P_c = 2.12 \text{ Ton}$$

Para que se forme en B, $5.04 + 1.33P_B = 10.0$, $P_B = 3.73 \text{ Ton} > P_c$.

La segunda articulación plástica aparece en C, cuando $P_2 = P_c = 2.12 \text{ Ton}$. La carga total que obra sobre la viga en ese instante es $P_{tot} = P_1 + P_2 = 7.52 + 2.12 = 9.64 \text{ Ton}$.

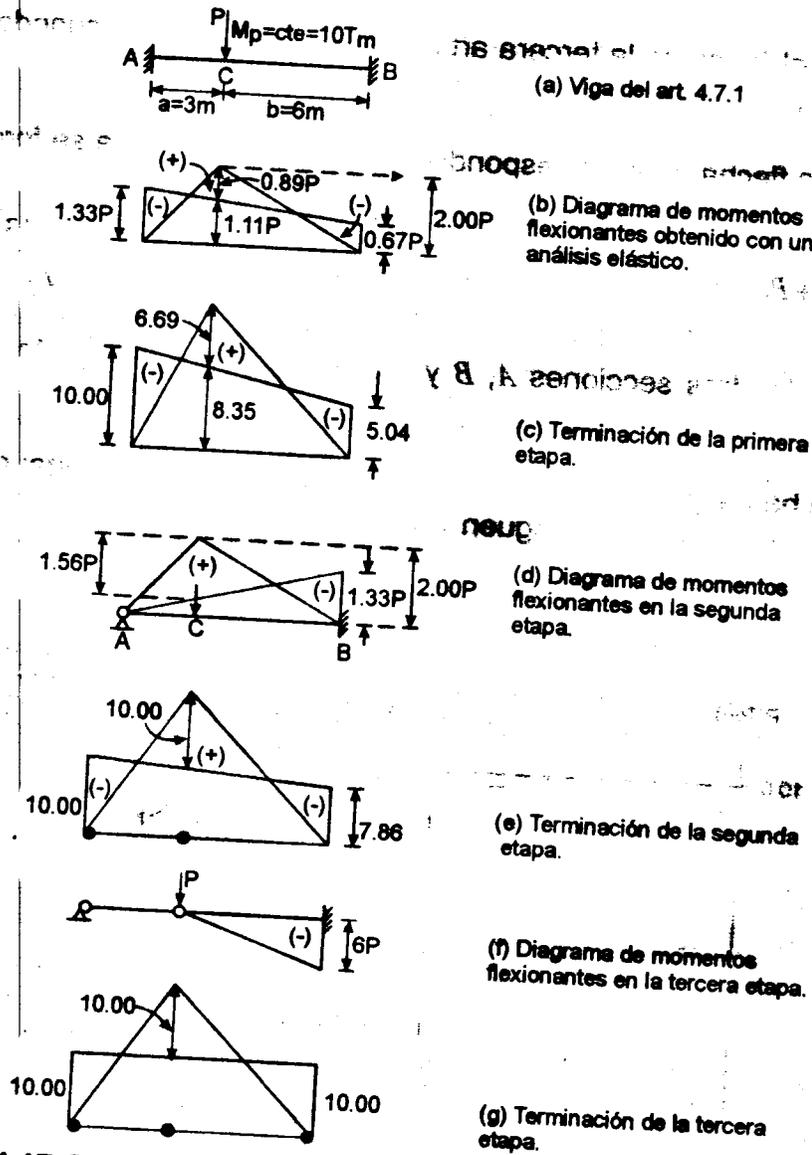


Fig 4.17 Obtención de la carga de colapso por superposición de varios análisis elásticos.

La flecha adicional es la que ocasiona la fuerza de 2.12 Ton en el punto C de la viga de la Fig. 4.17d:

$$\delta_{c2} = \frac{P_2 a^2 b^3}{12EI L^3} (3L + a) = \frac{14.13}{EI}; \quad \delta_{ctot} = \delta_{c1} + \delta_{c2} = \frac{34.21}{EI}$$

En la Fig. 4.17e se muestra el diagrama de momentos cuando termina la segunda etapa; hay ahora articulaciones plásticas en A y en C.

3ª etapa. Termina al formarse la tercera articulación plástica, en B, cuando $7.86 + 6P_3 = 10.0$, $P_3 = 0.36$ Ton. El incremento de la flecha es $\delta_{c3} = Pb^3/3EI = 25.92/EI$.

La carga última y la flecha total, correspondientes al instante en que se forma la tercera articulación plástica, y la viga se convierte en un mecanismo, son:

$$P_{tot} = P_1 + P_2 + P_3 = 9.64 + 0.36 = 10.0 \text{ Ton} = P_u; \quad \delta_{ctot} = \delta_{c1} + \delta_{c2} + \delta_{c3} = \frac{60.13}{EI}$$

Los momentos en las tres secciones A, B y C, son iguales al momento plástico de la viga.

En la Fig. 4.18 se ha trazado la gráfica carga-desplazamiento de la viga; como en todos los problemas de este tipo se distinguen tres zonas, de comportamiento elástico y de flujo plástico restringido y no restringido. La segunda zona está dividida en dos partes, que corresponden a las dos articulaciones que han de formarse, después de la primera, para que la estructura se convierta en un mecanismo.

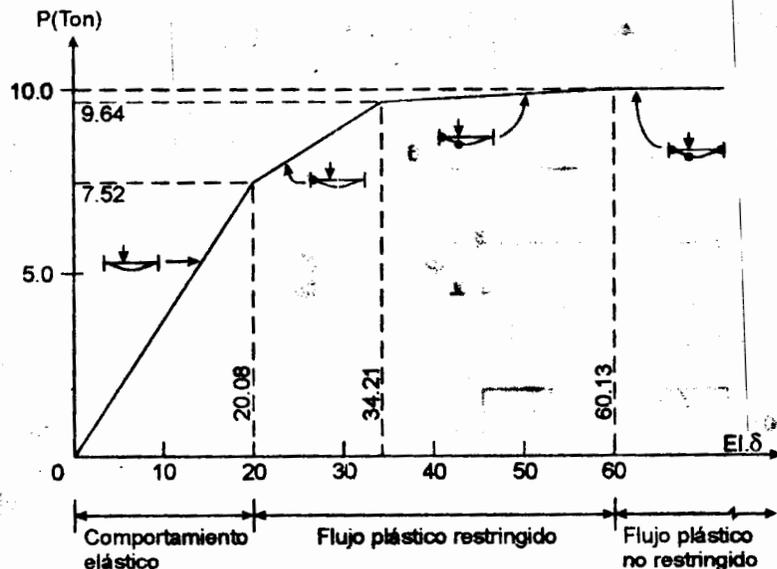


Fig. 4.18 Gráfica carga-deflexión de la viga de la Fig. 4.17.

4.7.2 Determinación directa de la carga de colapso

La carga de colapso, que se ha obtenido en páginas anteriores sumando las que corresponden a las varias etapas en que se divide el comportamiento de la estructura, puede calcularse también en forma directa, utilizando un método estático o uno cinemático.

Método estático

En la columna 7 de la Fig. 4.11 se muestra el diagrama de momentos flexionantes correspondiente al instante en que se presenta el colapso de la viga de la Fig. 4.10; por equilibrio, su ordenada máxima, $2M_p$, debe ser igual a $w_u L^2/8$, lo que proporciona una ecuación para el cálculo de la carga última:

$$2M_p = \frac{w_u L^2}{8} \quad \therefore w_u = \frac{16M_p}{L^2}$$

Método cinemático

La curva *I* de la fig. 4.19b representa la configuración del eje de la viga cuando se forma la tercera articulación plástica (Fig. 4.11, renglón 3, columna 7); un instante después el eje pasa a la posición *II*, pero los momentos flexionantes se conservan sin cambio en toda la pieza, ya que la carga exterior no se modifica, de manera que la viga no experimenta deformaciones adicionales; el paso de *I* a *II* tiene lugar por rotación de los tramos *AC* y *CB* en las articulaciones plásticas, y las únicas acciones internas que realizan un trabajo son los momentos M_p que hay en ellas.

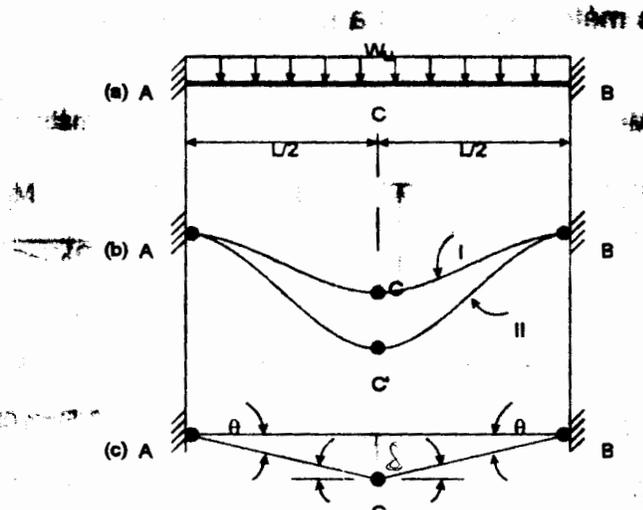


Fig. 4.19 Mecanismo de colapso de la viga de la Fig. 4.10.

Igualando el trabajo efectuado por las fuerzas exteriores al pasar de *I* a *II* con el absorbido en las articulaciones plásticas durante ese movimiento, se obtiene una ecuación de la que se puede despejar la carga última w_u ; se escribe fácilmente utilizando la Fig. 4.19c, en la que se han dibujado los desplazamientos verticales de los puntos del eje de la viga al pasar de *I* a *II*, es decir, los correspondientes a un pequeño movimiento del mecanismo de colapso. (Figuras como ésta son las que se trazan al analizar estructuras utilizando métodos plásticos, ya que no interesan las deformaciones reales, sino los desplazamientos producidos por pequeños movimientos de los mecanismos de colapso).

$$\text{Trabajo exterior: } t_e = \frac{1}{2} w_u L \theta \frac{L}{2} = \frac{w_u L^2 \theta}{4}$$

$$\text{Trabajo interior: } t_i = \sum M_p \theta$$

$$\therefore \frac{w_u L^2 \theta}{4} = 4M_p \theta, \quad w_u = \frac{16M_p}{L^2}$$

θ es un ángulo pequeño, de magnitud indeterminada, que define el movimiento del mecanismo de colapso.

Los dos métodos, estático y cinemático, son de aplicación muy sencilla cuando se conoce el mecanismo de colapso de la estructura, que puede determinarse, a veces, por simple inspección; sin embargo, en estructuras complejas no se conoce ese mecanismo de antemano, por lo que es necesario determinarlo con un proceso más o menos laborioso.

La aplicación de los dos métodos directos a la viga de la Fig. 4.17 se ilustra en la Fig. 4.20.

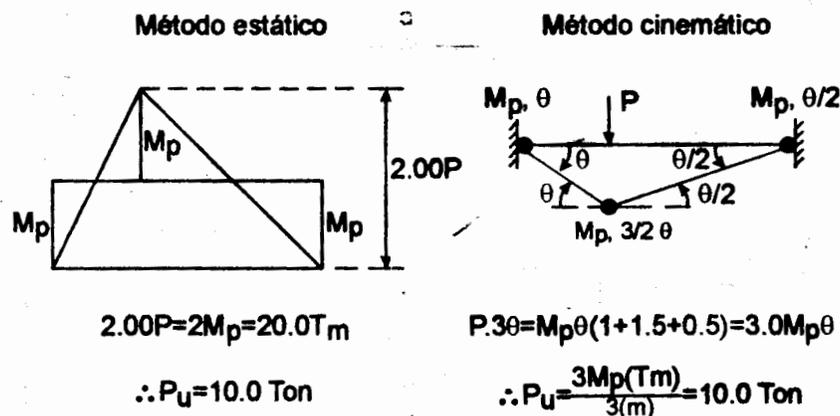


Fig. 4.20 Aplicación de los métodos directos para determinar la resistencia de la viga de la Fig. 4.17.

4.8 DISEÑO POR FLEXIÓN DE UNA VIGA

Se ha considerado por ahora que la capacidad de carga de la viga de la Fig. 4.10 depende sólo de su resistencia a la flexión; no se ha tomado aún en cuenta la fuerza cortante, y se ha supuesto que no puede haber fallas por inestabilidad de ningún tipo; tampoco son críticas las deformaciones.

En esas condiciones el diseño puede efectuarse de varias maneras diferentes, basadas en el comportamiento elástico de la viga y en su resistencia última.

a. Diseño por esfuerzos permisibles

El esfuerzo normal máximo en la sección donde el momento flexionante producido por cargas de trabajo (o de servicio), calculado con la teoría elástica, tiene el valor más grande, no debe ser mayor que un esfuerzo permisible σ_p , igual a un porcentaje del esfuerzo de fluencia. (Si el pandeo lateral fuese crítico, como en muchos problemas reales, la base para el cálculo de σ_p sería el esfuerzo crítico de pandeo lateral).

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{S} = \frac{\omega_s L^2}{12S} = \sigma_p \quad \therefore (S_{nec})_1 = \frac{\omega_s L^2}{12\sigma_p} = \frac{\omega_s L^2}{12(0.6\sigma_y)} = \frac{\omega_s L^2}{7.2\sigma_y}$$

ω_s es la carga de servicio por unidad de longitud y $\sigma_p = 0.6\sigma_y$ es el esfuerzo permisible (ref. 4.3).

b. Diseño plástico

Se escoge un perfil que se convierta en un mecanismo cuando actúa sobre él la carga de diseño ω_d .

$$\omega_d = \frac{16M_p}{L^2} = \frac{16Z\sigma_y}{L^2} \quad \therefore Z_{nec} = \frac{\omega_d L^2}{16\sigma_y}$$

Conocido S_{nec} o Z_{nec} se elige un perfil que tenga un módulo de sección, elástico o plástico, igual o mayor que el necesario.

Si se emplea un factor de carga de 1.7, recomendado en la ref. 4.3, y se supone que la viga es una I laminada, con factor de forma $f = 1.12$, la última ecuación puede escribirse:

$$1.12S_{nec} = \frac{1.7\omega_t L^2}{16\sigma_y} \quad \therefore (S_{nec})_2 = \frac{\omega_t L^2}{10.54\sigma_y} = \frac{\omega_t L^2}{7.2\sigma_y} \cdot \frac{1}{1.46} = 0.68(S_{nec})_1$$

Con el factor de carga y el esfuerzo permisible de la ref. 4.3, el módulo de sección necesario de acuerdo con el diseño plástico es 32 por ciento menor que el requerido si el diseño se hace por esfuerzos permisibles.

c. Diseño por estados límite (o por factores de carga y resistencia)

Es el procedimiento recomendado en las refs. 4.1 y 4.2.

Cuando se emplea esta forma de diseño, el análisis puede hacerse con métodos elásticos o plásticos; en el primer caso se utilizan los momentos obtenidos en el análisis o los momentos "redistribuidos".

Resistencia de la sección $M_R = F_R M_P = 0.9\sigma_y Z$

F_R es el factor de resistencia.

c.1 Análisis elástico. Se hace con las acciones de diseño, que son las de servicio multiplicadas por un factor de carga, F_c .

Si no se redistribuyen los momentos, y se toma $F_c = 1.4$ (ref. 4.1) se obtiene:

$$\frac{1.4\omega_t L^2}{12} = 0.9\sigma_y Z \quad \therefore Z_{nec} = \frac{\omega_t L^2}{7.71\sigma_y} = 1.12S_{nec} \quad \therefore S_{nec} = \frac{\omega_t L^2}{8.64\sigma_y} = 0.83(S_{nec})_1$$

Redistribuyendo momentos, de acuerdo con la ref. 4.2, que permite disminuir en 10 por ciento los momentos en los extremos de la viga, se llega a:

$$\frac{1.4\omega_t L^2}{12 \times 1.1} = 0.9\sigma_y Z \quad \therefore Z_{nec} = \frac{\omega_t L^2}{8.49\sigma_y} = 1.12S_{nec} \quad \therefore S_{nec} = \frac{\omega_t L^2}{9.50\sigma_y} = 0.76(S_{nec})_1$$

c.2 Análisis plástico. La carga correspondiente a la formación del mecanismo es $\omega_u = F_c \omega_t$, donde F_c es el factor de carga. De acuerdo con la ref. 4.1, si la viga forma parte de una estructura para vivienda u oficinas, y las cargas son muertas y vivas, $F_c = 1.4$.

$$\frac{\omega_u L^2}{16} = 0.9\sigma_y Z \quad \therefore Z_{nec} = \frac{1.4\omega_t L^2}{14.4\sigma_y} = \frac{\omega_t L^2}{12.29\sigma_y} = 1.12S_{nec} \quad \therefore S_{nec} = \frac{\omega_t L^2}{11.52} = 0.63(S_{nec})_1$$

El análisis plástico lleva a perfiles apreciablemente menores que los que se requieren cuando el diseño se basa en un análisis elástico, lo que se debe a que el primero tiene en cuenta la redistribución de momentos que precede la formación del mecanismo de colapso. Como este fenómeno se presenta en la mayoría de las estructuras hiperestáticas, los métodos de análisis plástico, cuando son aplicables, suelen producir diseños más económicos que los que se obtienen utilizando métodos elásticos.

Las diferencias entre los casos a y c_1 , basados en un análisis elástico, y entre b y c_2 , ambos analizados plásticamente, se deben a que en el diseño por estados límite se emplean factores de carga y resistencia, cuya combinación no corresponde exactamente con el factor de seguridad de a o el de carga de b.

4.9 IMPORTANCIA DEL ENDURECIMIENTO POR DEFORMACION

Una condición básica del diseño plástico es que cuando se forma el mecanismo de colapso se igualen los momentos flexionantes en las secciones en que se localizan las articulaciones plásticas. (Se ha supuesto, hasta ahora, que la estructura está formada por barras de momento plástico resistente constante, pero las conclusiones a las que se llega son también válidas cuando no se satisface esa condición). Para ello, el material de la estructura debe fluir plásticamente, admitiendo deformaciones considerables bajo esfuerzo constante; sin embargo, esta propiedad, aunque necesaria, no es suficiente: el material debe, además, endurecerse por deformación, es decir, admitir incrementos de esfuerzos después del intervalo plástico y antes de la falla.

En el diseño plástico se supone que el momento máximo en una sección es M_p , y que cuando aparece se forma una articulación plástica, que admite rotaciones ilimitadas bajo momento constante. En la mayor parte de los casos M_p se presenta en puntos discretos del eje de las barras que componen la estructura; como la formación del mecanismo de colapso exige discontinuidades angulares en las articulaciones plásticas, si éstas fuesen de longitud nula se requerirían curvaturas infinitas, que no son posibles en vigas reales.

Estudios teóricos, basados en la obtención, por integración numérica, de la configuración deformada de las vigas, han demostrado que si se supone que la gráfica momento-curvatura del material es elasto-plástica, sin endurecimiento por deformación, como la mostrada con línea llena en la Fig. 4.9, no puede alcanzarse la carga última predicha por la teoría plástica simple, debido a que al limitar los momentos máximos a M_p se reduce seriamente la longitud de las porciones de la viga que fluyen plásticamente (excepto en las zonas, poco frecuentes, de momento constante o casi constante), haciéndolas incapaces de admitir las grandes deformaciones correspondientes a las rotaciones necesarias para la formación del mecanismo de colapso sin fallar prematuramente por fractura del patín de tensión (Ref. 4.13).

Gracias al endurecimiento por deformación, los momentos máximos sobrepasan a M_p , se amplían las zonas que fluyen plásticamente, y se obtiene la longitud suficiente para que se presenten las discontinuidades angulares necesarias, sin que las deformaciones unitarias excedan límites aceptables.

El endurecimiento por deformación no constituye solamente un margen de seguridad adicional en estructuras diseñadas de acuerdo con la teoría plástica simple, al hacer que su resistencia sea mayor que la predicha, sino es un requisito indispensable para que un material pueda utilizarse en estructuras diseñadas por ese procedimiento. Si el material es elastoplástico, sin endurecimiento por deformación, el mecanismo no puede formarse; en cambio, si la zona horizontal de la curva esfuerzo-deformación es seguida por una de endurecimiento que tenga características adecuadas, como sucede en los aceros estructurales, las predicciones de la teoría plástica simple constituyen estimaciones correctas del comportamiento real de muchas estructuras (refs. 4.13, 4.14).

4.10 TEORIA PLASTICA SIMPLE APLICADA A ESTRUCTURAS RETICULARES

El objeto de la teoría plástica simple es determinar la resistencia máxima de las estructuras de acero que fallan dúctilmente, por formación de un número de articulaciones plásticas suficiente para convertir a la estructura completa, o a una parte de ella, en un mecanismo sin capacidad para resistir cargas, ya que se desplaza sin deformaciones adicionales y sin absorción de energía. La teoría se basa en las hipótesis enunciadas en 4.7.1, de manera que al aplicarla se excluyen fallas prematuras por inestabilidad de cualquier tipo, y se desprecian los efectos de las fuerzas cortantes y normales; la teoría plástica simple trata con barras en flexión pura; después, para aplicar sus resultados al diseño de estructuras reales, se revisan y, en su caso, se corrigen, para tener en cuenta los efectos que se ignoran originalmente. (El procedimiento es análogo al que se sigue en el análisis y diseño elástico de estructuras reticulares ordinarias, que se analizan utilizando las propiedades que tendrían las vigas y columnas que las componen si no hubiese fuerzas normales ni cortantes, y sus efectos se toman en cuenta posteriormente en el diseño).

4.10.1 Características del diagrama de momentos flexionantes correspondiente al colapso de una estructura

Los momentos flexionantes que corresponden a la falla por formación de un mecanismo de una estructura cualquiera, deben satisfacer, simultáneamente, las tres condiciones siguientes:

1. **Condición de equilibrio.** El conjunto de momentos flexionantes debe corresponder a un estado de equilibrio entre la estructura y las cargas que actúan sobre ella.
2. **Condición de mecanismo.** El momento flexionante debe ser igual al momento plástico resistente en un número de secciones transversales suficiente para que la estructura completa, o una parte de ella, se convierta en un mecanismo con articulaciones plásticas.
3. **Condición de plasticidad.** El momento flexionante en una sección no puede ser nunca mayor que el momento plástico resistente de la estructura en esa sección.

La primera condición no requiere ninguna explicación. La segunda proviene de que una vez aceptadas las hipótesis básicas de la teoría plástica simple, la única forma posible de colapso de una estructura es por formación de un número de articulaciones plásticas suficiente para que se convierta en un mecanismo, total o parcial; las deflexiones pueden aumentar después, bajo carga constante, por las rotaciones en las articulaciones y mientras los momentos en ellas se mantienen sin cambio, iguales a los

momentos plásticos resistentes de las secciones correspondientes. Por último, la tercera condición es una consecuencia de la aceptación de la gráfica $\sigma - \varepsilon$ idealizada de la Fig. 4.9: como los esfuerzos normales no pueden sobrepasar el valor de fluencia, el momento interno no puede ser mayor que M_p , que corresponde a la plastificación íntegra de la sección.

De una consideración de los requisitos de equilibrio se deduce que los momentos que hay en la estructura en el instante en que se forma la última articulación necesaria para el mecanismo no se modifican durante el colapso, de manera que no hay cambios de curvatura más que en las secciones en que aparecen las articulaciones; por consiguiente, el trabajo realizado por las fuerzas exteriores durante un pequeño movimiento del mecanismo de colapso es igual al absorbido en las articulaciones plásticas.

4.10.2 Teoremas fundamentales del análisis plástico

Todos los métodos directos de análisis plástico se basan en los teoremas que se enuncian a continuación; su demostración formal puede verse, por ejemplo, en las refs. 4.10, 4.11 o 4.16.

Teorema del límite inferior

La carga correspondiente a un diagrama de momentos que satisface la condición de equilibrio, trazado dándole valores arbitrarios a las incógnitas hiperestáticas, es menor que la de colapso de la estructura o, a lo sumo, igual a ella, siempre que el momento flexionante no sea, en ninguna sección, mayor que el momento plástico correspondiente.

Dada una estructura hiperestática cualquiera, con un conjunto especificado de cargas exteriores, puede trazarse un número infinito de diagramas de momentos que satisfacen las condiciones de equilibrio estático, inventando los valores de las incógnitas hiperestáticas y deduciendo las cantidades desconocidas restantes, en función de las cargas exteriores, por medio de las ecuaciones de equilibrio; si, además, se escogen las dimensiones de los miembros de manera que se cumpla, también, la condición de plasticidad, se obtiene un diagrama de momentos que satisface dos de las condiciones necesarias para ser el de colapso pero que, en general, no llena la tercera; la estructura no se convierte en un mecanismo, lo que indica que todavía no se ha agotado su capacidad de carga.

Teorema del límite superior

La carga correspondiente a un mecanismo supuesto es mayor que la de colapso de la estructura o, a lo sumo, igual a ella.

Si se conoce el mecanismo real de colapso de una estructura con fuerzas exteriores dadas, la carga de colapso se obtiene igualando el trabajo realizado por las fuerzas exteriores con el absorbido en las articulaciones plásticas, durante un pequeño movimiento del mecanismo. Si no se conoce el mecanismo real de falla, puede escribirse una ecuación del tipo indicado para cualquier mecanismo posible, con lo que se obtiene la carga que corresponde a ese mecanismo. Se llega así a una solución que satisface las condiciones de equilibrio y de mecanismo pero que, en general, viola la de plasticidad: la carga correspondiente es mayor que la real de colapso puesto que produce, en una o más secciones, momentos mayores que los que realmente puede soportar la estructura.

Teorema de unicidad

Si para una estructura dada, sometida a un sistema de cargas de características y magnitudes conocidas, puede encontrarse cuando menos un diagrama de momentos que satisfaga simultáneamente las condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad, las cargas consideradas son, necesariamente, las de colapso.

El teorema de unicidad se obtiene de los dos anteriores: cuando las cargas satisfacen las tres condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad son, de acuerdo con el teorema del límite superior, mayores o iguales que las de colapso y, según el del límite inferior, menores o iguales; para que las dos condiciones se cumplan al mismo tiempo, las cargas tienen que ser, necesariamente, las de colapso.

Este teorema permite determinar si un mecanismo es o no el de colapso de la estructura; para ello se construye el diagrama de momentos correspondiente; si $M \leq M_p$ en todas las secciones el mecanismo considerado es, necesariamente, el de colapso. De manera análoga, si por cualquier procedimiento se ha encontrado un diagrama de momentos estáticamente admisible con un sistema de cargas dado, que satisface la condición $M = M_p$ en un número de secciones suficiente para que se forme un mecanismo de ruina total o parcial y en el que, además, $M < M_p$ en todas las secciones restantes, ese diagrama de momentos es el del mecanismo de colapso.

4.11 MÉTODOS GENERALES DE ANÁLISIS PLÁSTICO

El objetivo del análisis plástico, que es determinar la carga de colapso de las estructuras para conocer su coeficiente de seguridad real en condiciones normales de trabajo se alcanza, de acuerdo con el teorema de unicidad, cuando se encuentra un diagrama de momentos que satisface las tres condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad, y se determina el valor correspondiente de las cargas.

El problema puede resolverse de dos maneras diferentes, cada una de ellas basada en uno de los dos primeros teoremas fundamentales; constituyen los dos métodos generales de análisis plástico.

En el primer método, el *método estático*, se parte de un conjunto de momentos estáticamente admisible, obtenido inventando los valores de las incógnitas hiperestáticas y determinando todas las cantidades desconocidas de manera que se satisfagan las condiciones de equilibrio y plasticidad; ese conjunto de momentos, que de acuerdo con el teorema del límite inferior corresponde a una carga menor o igual que la de colapso, se modifica posteriormente hasta lograr que se cumpla también la condición de mecanismo, sin violar las dos condiciones satisfechas desde un principio: se obtiene así el diagrama de momentos correspondiente a las cargas de colapso, que se utiliza para calcular su intensidad.

El segundo procedimiento, el *método cinemático* o *método de los mecanismos*, consiste, en teoría, en el estudio de todos los posibles mecanismos de colapso de la estructura y en la determinación de la carga correspondiente a cada uno de ellos: la menor de todas es, de acuerdo con el teorema del límite superior, la real de colapso. (Hay procedimientos que permiten reducir el trabajo numérico necesario para aplicar este método, y utilizándolos puede resolverse, manualmente, un problema dado, considerando sólo un número relativamente pequeño de mecanismos).

Los dos métodos llevan a la obtención del único valor de la carga para el que se cumplen simultáneamente las tres condiciones que caracterizan el estado de colapso de la estructura; utilizando el método estático se llega a él desde abajo, es decir, encontrando el valor máximo de todas las soluciones de límite inferior, y empleando el cinemático se llega desde arriba, como la menor de las soluciones de límite superior.

Los dos métodos pueden verse, en detalle, en la ref. 4.18 en la que, además, aparecen varias referencias adicionales.

A continuación se presentan algunos ejemplos ilustrativos sencillos.

EJEMPLO 4.1 Viga empotrada en un extremo y libremente apoyada en el otro, de sección transversal constante, con cargas aplicadas en los tercios del claro (Fig. E4.1.1).

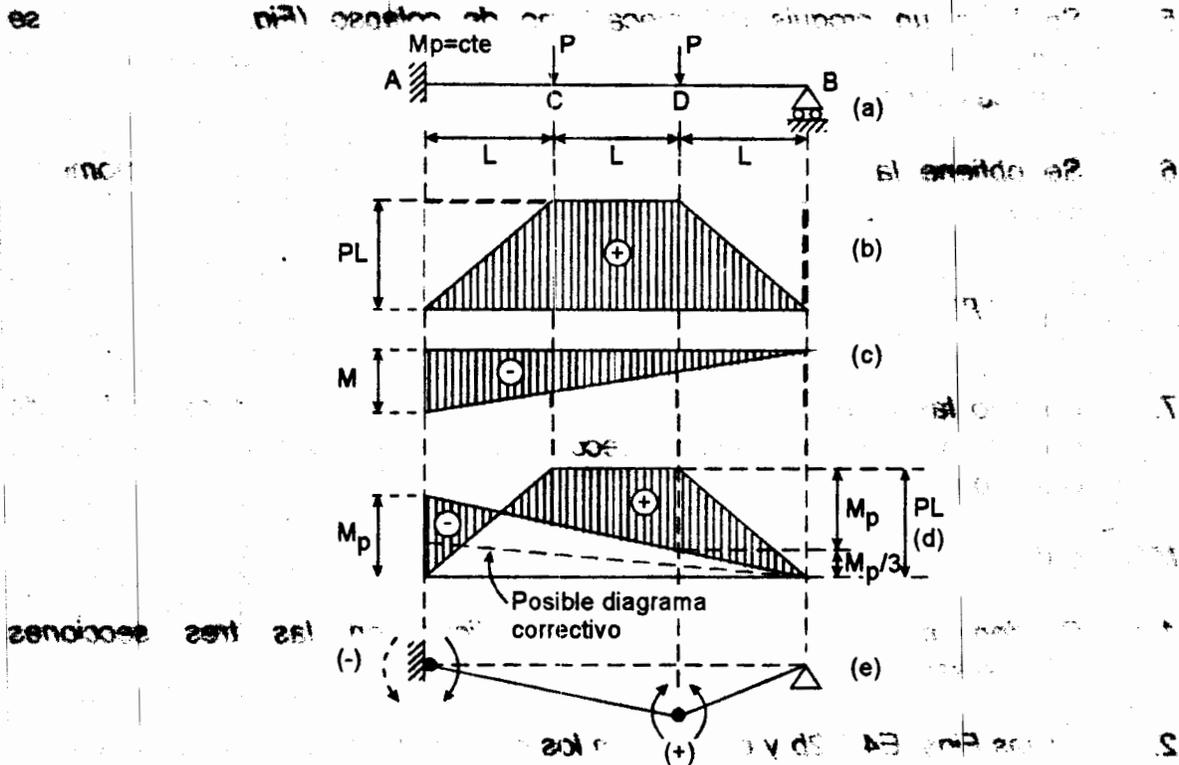


Fig. E4.1.1 Cálculo de la carga de colapso utilizando el método estático.

Método estático

1. Se escoge como incógnita hiperestática el momento en el extremo empotrado A.
2. Se traza el diagrama de momentos de la estructura isostática, que es una viga libremente apoyada en ambos extremos (Fig. E4.1.1b).
3. Se traza el diagrama correctivo, que varía linealmente desde un valor desconocido M en el extremo izquierdo hasta cero en el apoyo libre de la derecha (Fig. E4.1.1c).
4. Se superponen los dos diagramas obtenidos en los pasos 2 y 3 y se ajusta el segundo hasta que se igualan los momentos en un número suficiente de secciones para que, al formarse articulaciones plásticas en ellas, la viga se convierta en un mecanismo; esto se logra con el diagrama correctivo

trazado con línea llena en la Fig. E4.1.1d, en el que son iguales los momentos flexionantes en las secciones A y D.

5. Se hace un croquis del mecanismo de colapso (Fig. E4.1.1e) y se comprueba que los sentidos de las rotaciones en las articulaciones plásticas concuerdan con los de los momentos.
6. Se obtiene la carga de colapso de la condición de que el momento isostático en la sección D, PL , es igual a $4M_p/3$ (Fig. E4.1.1d).

$$PL = \frac{4}{3}M_p \quad \therefore P = \frac{4M_p}{3L}$$

7. Cuando las cargas que obran sobre la viga son las que se acaban de calcular, $M \leq M_p$ en todas las secciones, luego $P = 4M_p/3L$ es la carga de colapso.

Método de los mecanismos

1. Pueden formarse articulaciones plásticas en las tres secciones transversales marcadas 1 a 3 en la Fig. E4.1.2a.
2. En las Figs. E4.1.2b y c se trazan los dos mecanismos posibles, a los que se da un pequeño desplazamiento, caracterizado en cada caso por el ángulo θ . Igualando los trabajos exterior e interior correspondientes a cada uno de esos desplazamientos se obtiene:

Mecanismo I

$$P\theta L + P\theta \frac{L}{2} = M_p \left(\theta + \frac{3}{2}\theta \right) \quad \therefore P_1 = \frac{5M_p}{3L} \geq P_u$$

Mecanismo II

$$P\theta L + P2\theta L = 4M_p\theta \quad \therefore P_2 = \frac{4M_p}{3L} \geq P_u$$

El trabajo interior, realizado sólo en las articulaciones plásticas, es siempre positivo, e igual a la suma de los productos de los momentos plásticos resistentes de la estructura en las secciones en que aparecen rótulas multiplicados por las rotaciones de éstas.

3. La carga crítica es la menor de las obtenidas arriba, o sea la correspondiente al mecanismo II (Fig. E4.1.2c).

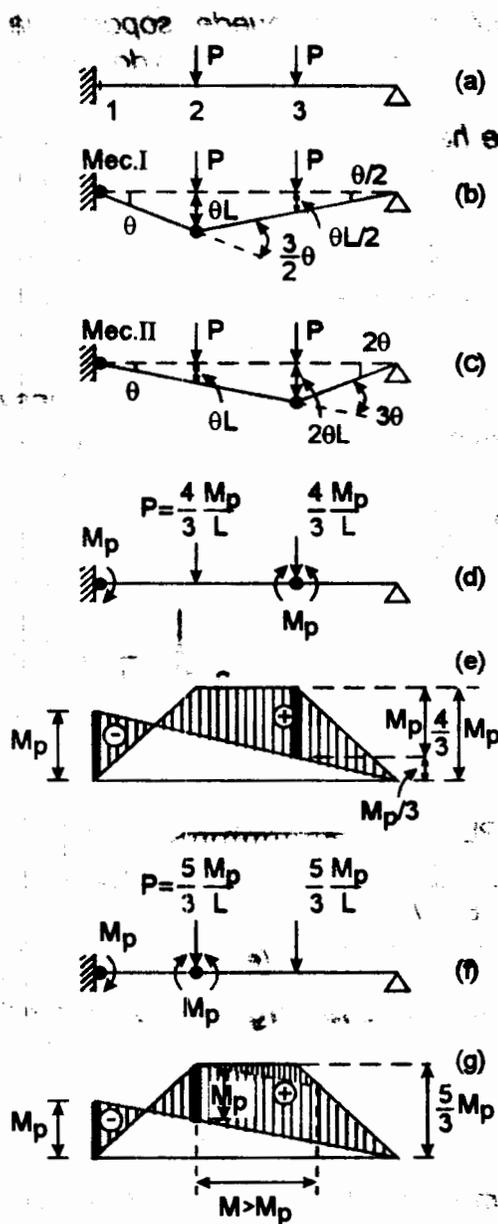


Fig E4.1.2 Cálculo de la carga de colapso utilizando el método de los mecanismos.

- 4, Para comprobar si se cumple la condición de plasticidad se traza el diagrama de momentos del mecanismo que se supone es el de colapso; para ello, se sabe que las cargas valen $4M_p/3L$, de manera que el momento isostático máximo es $(4M_p/3L)L = 4M_p/3$, y se conocen los momentos en las articulaciones plásticas, tanto en magnitud como en signo (Fig. E4.1.2d); con esa información se dibuja el diagrama y se comprueba que $M \leq M_p$ en todas las secciones. Por consiguiente, el mecanismo II es el de colapso, y

las cargas máximas que puede soportar la estructura valen $4M_p/3L$, resultado que concuerda con el obtenido usando el método estático.

En la Fig. E4.1.2g se ha trazado el diagrama de momentos del mecanismo I: se viola la condición de plasticidad, pues M es mayor que M_p en una amplia zona de la viga; lo mismo sucede en todos los mecanismos posibles que no son el real de colapso, que es el único para el que se satisfacen las tres condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad.

EJEMPLO 4.2 Marco biarticulado, de sección transversal constante, de las dimensiones y con las cargas mostradas en la Fig. E4.2.1a.

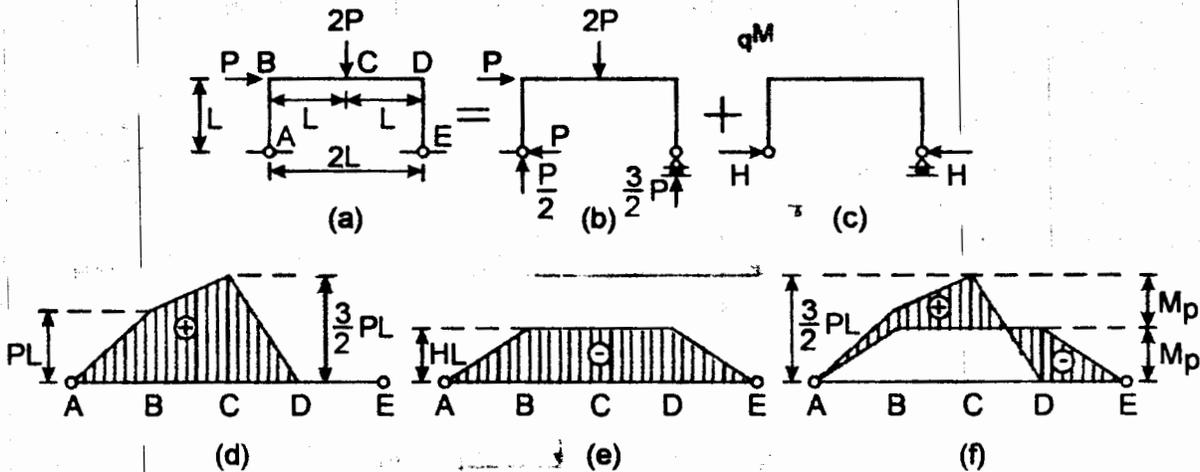


Fig. E4.2.1 Cálculo de la carga de colapso utilizando el método estático

Método estático

En la Fig. E4.2.1 se muestran los pasos necesarios para resolver el problema por el método estático, escogiendo como incógnita hiperestática la reacción horizontal en el apoyo E. Los diagramas de momentos dibujados en (d) y en (e) son el isostático y el correctivo, y en (f) se han superpuesto los dos, ajustando el correctivo hasta igualar los momentos en las secciones C y D; la carga de colapso, que corresponde a la formación de articulaciones plásticas en esas dos secciones, se obtiene con la ecuación

$$2M_p = \frac{3}{2}P_u L \quad \therefore P_u = \frac{4M_p}{3L}$$

El diagrama de momentos de la Fig. E4.2.1f comprueba que M no es mayor que M_p en ninguna sección, y es fácil demostrar que las rotaciones en las articulaciones plásticas concuerdan con los signos de los momentos.

Método de los mecanismos

En la Fig. E4.2.2 se resuelve el problema por este método. La estructura tiene dos mecanismos independientes, y su combinación produce el de la Fig. E4.2.2d, al que se ha llamado mecanismo I + II. La carga más pequeña es la del mecanismo combinado, y en este caso se sabe que es la de colapso, pues se han estudiado todos los mecanismos posibles; sin embargo, en la Fig. E4.2.3b se ha trazado el diagrama de momentos correspondiente a la condición de colapso, que es igual al obtenido por el método estático (Fig. E4.2.1f). Los momentos flexionantes son menores o iguales que M_p en todas las secciones del marco, se satisface la condición de plasticidad, y puede asegurarse que $P_u = (4/3)M_p/L$. (En este ejemplo están determinadas las reacciones en el instante del colapso, ya que se cuenta para calcularlas con tres ecuaciones de equilibrio y dos adicionales que se obtienen del conocimiento de los momentos en C y D (Fig. E4.2.3a); posteriormente se calcula el momento en B, con lo que el diagrama queda definido por completo).

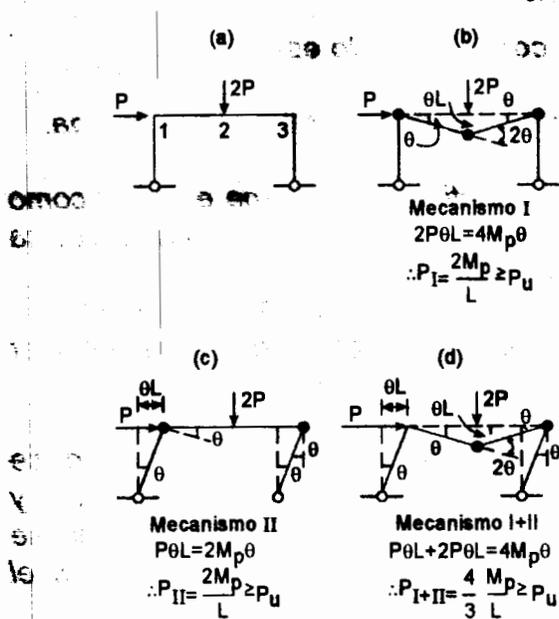


Fig. E4.2.2 Cálculo de la carga de colapso utilizando el método de los mecanismos.

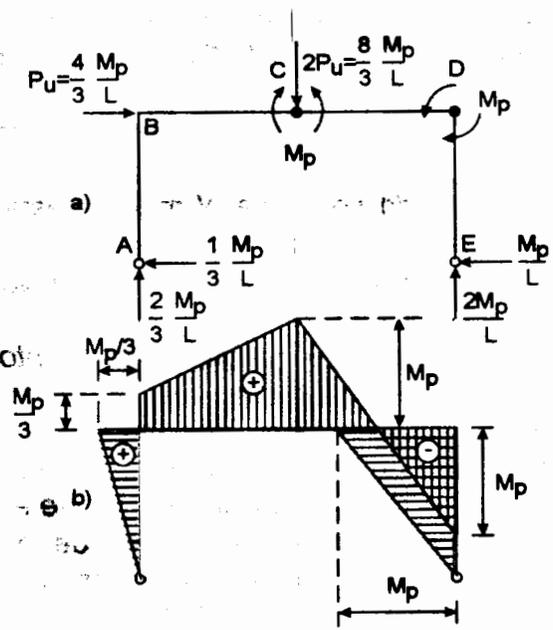


Fig. E4.2.3 Diagrama de momentos correspondiente a la condición de colapso.

EJEMPLO 4.3. Determiné con el método estático, el valor de la carga P que ocasionaría el colapso de la viga continua de la Fig E.4.3.1, por formación de un mecanismo con articulaciones plásticas.

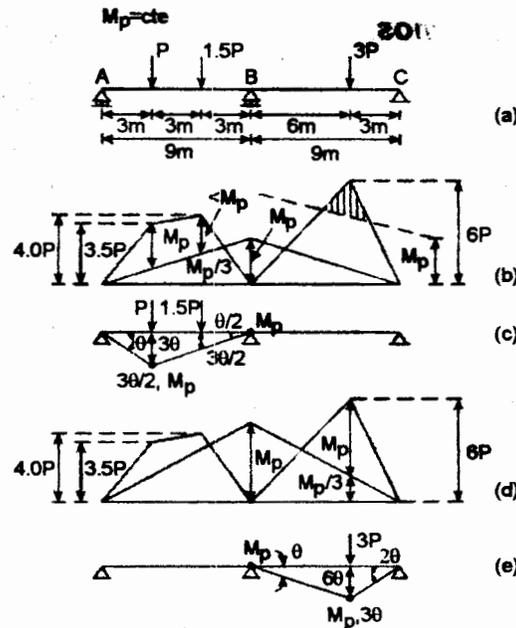


Fig. E4.3.1 Viga continua analizada con el método estático.

El mecanismo de colapso se formará en uno de los tramos, AB o BC, de la viga.

Cuando se aplica el método estático a vigas continuas, conviene escoger como incógnitas hiperestáticas los momentos en los apoyos; la estructura isostática queda compuesta por una sucesión de vigas biarticuladas.

El trazo del diagrama de momentos de la estructura isostática constituye el primer paso en la solución del problema.

En la Fig. E4.3.1b se ha trazado el diagrama isostático, sobre el que se superpone el correctivo, que se ajusta hasta que se igualan los momentos en B y en el punto de aplicación de alguna de las cargas concentradas; en ella se muestra el diagrama correspondiente a la formación de un mecanismo en el tramo AB. El valor de P se obtiene de la igualdad

$$3.5P_1 = \frac{4}{3}M_p \quad \therefore P_1 = \frac{4}{10.5}M_p$$

Cuando el mecanismo se forma en el tramo BC, el diagrama de momentos es el de la Fig. E4.3.1d; de él,

$$6P_2 = \frac{4}{3}M_p \quad \therefore P_2 = \frac{4}{18}M_p = \frac{2}{9}M_p \quad \text{TOS}$$

El diagrama de la Fig. E4.3.1b no es admisible; en él se viola la condición de plasticidad (M es mayor que M_p) en toda la zona rayada del tramo BC. En cambio, el diagrama de momentos de (d) cumple las tres condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad, de manera que la carga de colapso es

$$P_u = P_2 = \frac{2}{9}M_p$$

En el tramo AB no se forma mecanismo, lo que indica que no se ha agotado su resistencia. (Fig E4.3.1d).

Para comprobar los resultados, se estudian los mecanismos de las Figs. c y e.

Mecanismo c. Trabajo exterior = $P(3\theta) + 1.5P(3\theta/2) = 10.5P/2$. Trabajo interior = $M_p(3\theta/2 + \theta/2) = 2M_p\theta$

$$\frac{10.5}{2}P_1 = 2M_p \quad \therefore P_1 = \frac{4}{10.5}M_p$$

Mecanismo e. $3P_2(6\theta) = 4M_p\theta \quad \therefore P_2 = \frac{2}{9}M_p$

De acuerdo con el teorema del límite superior, la carga de colapso es la menor de las dos: $P_u = P_2 = \frac{2}{9}M_p$.

EJEMPLO 4.4 Determine el perfil necesario para la viga continua de la Fig E4.4.1, suponiendo que a) debe utilizarse el mismo perfil en toda la viga, b) se emplea un solo perfil, reforzado con cubreplacas donde sea necesario; el acero tiene $F_y = 3515 \text{ Kg/cm}^2$. Emplee perfiles de la ref. 4.17. Las cargas son de diseño (están multiplicadas por el factor de carga).

La elección del perfil se hará sólo por flexión, sin revisar cortante ni deformaciones.

De acuerdo con las hipótesis de este capítulo, se supone que la viga tiene soporte lateral continuo en toda la longitud.

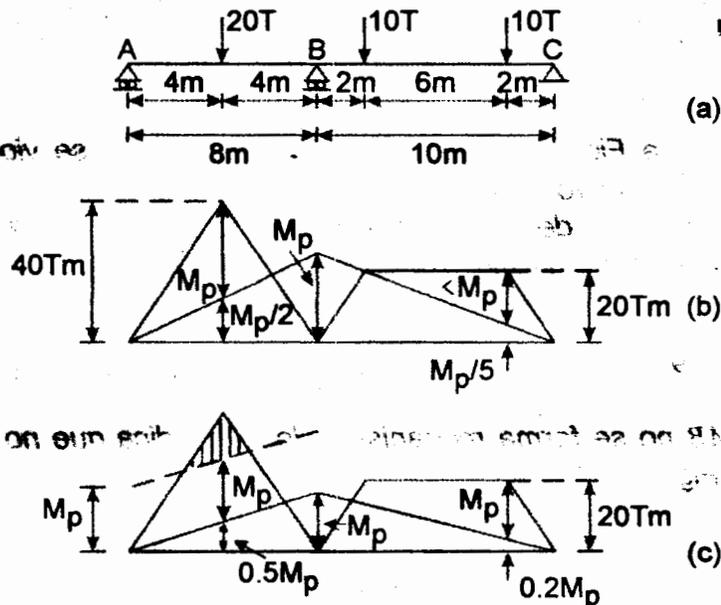


Fig. E4.4.1 Viga continua del ejemplo 4.4.

Solución a (Fig. E4.4.1b)

$$1.5M_p = 40 \text{ Tm}, M_p = 26.67 \text{ Tm}.$$

Con este valor de M_p , el diagrama de momentos de la Fig. E4.4.1b satisface las tres condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad. Es el momento de diseño.

$$26.67 = 0.9Z_{nec}F_y \quad \therefore Z_{nec} = \frac{26.67}{0.9F_y} = \frac{26.67 \times 10^3}{0.9 \times 3515} = 843 \text{ cm}^3$$

0.9 es el factor de resistencia.

Una IPR de $35.6 \times 17.1 \times 50.7 \text{ kg/m}$, con $Z = 893 \text{ cm}^3$, resuelve el problema. El tramo BC queda sobrado.

Solución b. (Fig. E4.4.1c)

$$1.2M_p = 20 \text{ Tm}, M_p = 16.67 \text{ Tm}, Z_{nec} = 527 \text{ cm}^3$$

Si se toma $M_p = 16.67 \text{ Ton m}$ en toda la viga, se viola la condición de plasticidad en la zona rayada del tramo AB; por consiguiente, esa zona debe reforzarse con cubreplacas; el momento resistente del perfil reforzado debe ser igual a $40.0 - (16.67 \times 1.5) = 15.00 \text{ Tm}$.

Puede utilizarse una IPR de $30.5 \times 16.5 \times 40.3 \text{ Kg/m}$ ($Z_x = 623 \text{ cm}^3$) reforzada con cubreplacas en el tramo AB. Está sobrada, pero es el perfil más ligero de los tabulados en la ref. 4.17 que resuelve el problema.

Se forman mecanismos en los dos tramos, con cargas un poco mayores que las mostradas en la figura, porque los perfiles escogidos tienen una resistencia mayor que la necesaria.

El momento resistente de las cubreplacas es $0.9AF_yd$, donde A es el área de cada placa (se colocan en los dos patines) y d la distancia entre sus centros de gravedad.

4.12 CARGAS DISTRIBUIDAS

En los ejemplos anteriores todas las cargas han sido concentradas, de manera que se conocen las secciones exactas en las que pueden formarse articulaciones plásticas: los extremos de las barras y los puntos de aplicación de las cargas.

El problema se complica cuando en alguno o algunos de los miembros de la estructura actúan cargas repartidas, pues con frecuencia no se conoce la posición exacta de la articulación de la zona central del elemento.

Los métodos para resolver este problema se describen en la ref. 4.18.

4.13 USO DE LA TEORIA PLASTICA

Cuando las estructuras cumplen los requisitos necesarios para que puedan utilizarse los métodos de análisis y diseño plástico, éstos permiten determinar, con buena precisión, el factor de carga real, contra el colapso, lo que no puede hacerse con métodos elásticos, que son válidos sólo mientras la respuesta del material es elástica lineal, y dejan de ser aplicables mucho antes de que se llegue a la falla. Con todo rigor, la teoría elástica sólo describe el comportamiento en condiciones de servicio de buena parte de las estructuras modernas, y no proporciona ninguna información relativa a su seguridad real, respecto a la falla; sin embargo, la casi totalidad de los diseños se hace con ella, y la seguridad se determina por comparación con estructuras anteriores que han tenido un comportamiento adecuado.

A pesar de sus ventajas, la teoría plástica sólo se usa para diseñar estructuras sencillas, vigas continuas o marcos de un piso; se obtienen soluciones más racionales, generalmente más económicas, y con menor trabajo numérico, que con la teoría elástica.

Una de las razones del uso casi exclusivo de los métodos elásticos de análisis estructural es la facilidad con que se programan en computadoras electrónicas; se cuenta con muchos programas comerciales, muy completos. Otro motivo han sido las dificultades que se han encontrado para resolver problemas de inestabilidad de edificios altos, en el intervalo inelástico. Sin embargo, se ha avanzado mucho en la solución de los dos problemas, y ya hay programas para diseño plástico de marcos planos de cualquier altura; hasta ahora se han utilizado para investigaciones, pero seguramente se contará con programas comerciales en un futuro cercano (ref. 4.15).

El comportamiento inelástico de las estructuras es la razón de muchas recomendaciones contenidas en los reglamentos modernos, y constituye la base del diseño sísmico cuando éste se hace, de acuerdo con la filosofía actual, con solicitaciones menores que las que corresponderían a una respuesta elástica ilimitada.

4.14 CORTANTE

ACITSAJ9 AIRJET AU 110

4.14.1 Introducción

La flexión se presenta, casi siempre, acompañada por fuerzas cortantes, por lo que debe estudiarse su influencia en el comportamiento de las vigas.

Se supone, por ahora, lo mismo que al estudiar la flexión pura, que las dimensiones de las vigas y las proporciones de sus secciones transversales son tales que no se presentan fallas por inestabilidad de ningún tipo; se conserva, también, la suposición de que hay un plano de simetría en el que actúan todas las cargas exteriores.

4.14.2 Comportamiento elástico

En la Fig. 4.21 se estudia el equilibrio de un segmento de viga, de longitud dz ; se considera, para facilitar la exposición, que las secciones transversales son rectangulares.

En la cara izquierda del segmento (sección I) actúan un momento flexionante M y una fuerza cortante T , y en la derecha (sección II) un momento $M + dM$ y la misma fuerza T ; el momento flexionante crece a lo largo de la viga, en forma continua, y la fuerza cortante se mantiene constante, lo que equivale a suponer que no hay ninguna fuerza exterior aplicada entre las dos secciones que limitan el segmento.

Estudiando el equilibrio de la porción de la viga achurada en la fig. 4.21c y dibujada, aislada del resto, en 4.21d, se advierte que en su cara inferior debe haber una fuerza V , paralela al eje z y con el sentido indicado, ya que la fuerza normal total F_2 que obra en II es mayor que la que actúa en I, F_1 . La fuerza cortante V proviene de la acción del resto de la viga sobre la porción en estudio.

F_1 y F_2 se obtienen sumando las fuerzas normales diferenciales $\sigma_1 dA$ y $\sigma_2 dA$ que actúan en las dos caras verticales del segmento de la Fig. 4.2.1d; la ecuación de equilibrio de proyecciones sobre el eje z es:

$$V + \int_y^{y_{max}} \sigma_1 dA - \int_y^{y_{max}} \sigma_2 dA = 0$$

Sustituyendo σ_1 y σ_2 por sus valores dados por la fórmula ordinaria de la flexión, y recordando que $dM/dz = T$, se obtiene

$$V = \frac{TdzQ_y^{max}}{I_x}$$

sup le de ctua ish ebel cu

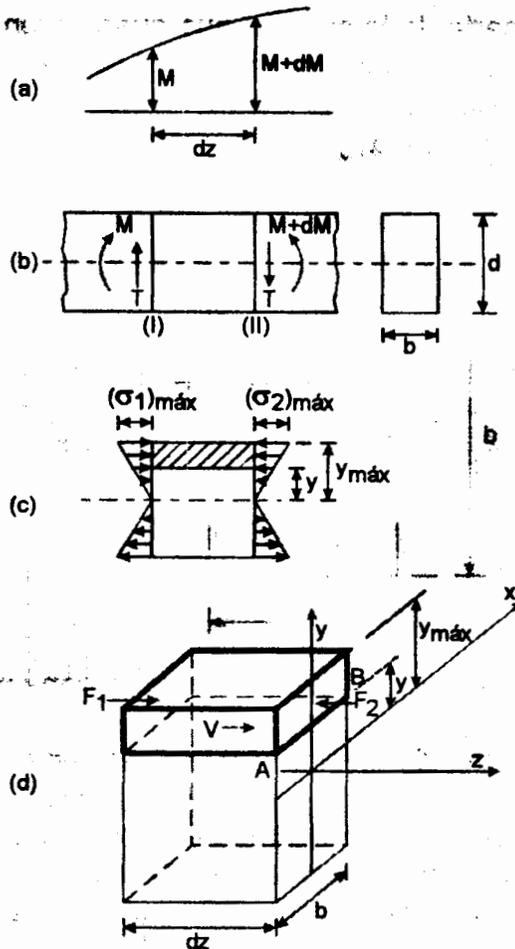


Fig. 4.21 Elementos mecánicos y esfuerzos en un tramo de viga de longitud dz

Suponiendo que los esfuerzos tangenciales τ_{yz} están distribuidos uniformemente en la cara inferior del segmento,

$$V = \tau_{yz} b dz = \frac{T dz Q_y^{y_{máx}}}{I_x} \quad \therefore \tau_{yz} = \frac{T Q_y^{y_{máx}}}{I_x b} \quad (4.30)$$

Como en planos perpendiculares actúan siempre esfuerzos tangenciales de intensidades iguales, dirigidos hacia la arista común, se concluye que a lo largo de la recta AB (Fig. 4.21d) hay esfuerzos τ_{zy} , dados por la ecuación 4.30.

T es la fuerza cortante en la sección que contiene el punto en que se desea calcular el esfuerzo τ_{zy} ,

$$Q_y^{y_{máx}} = \int_y^{y_{máx}} y dA$$

el momento estático de la parte de la sección que queda a un lado del punto en el que se calcula el esfuerzo, respecto al eje centroidal y principal x (el área achurada en la Fig. 4.22, o toda el área restante), I_x el momento de inercia de la sección completa respecto al eje centroidal y principal x , y b el ancho de la sección (Fig. 4.22).

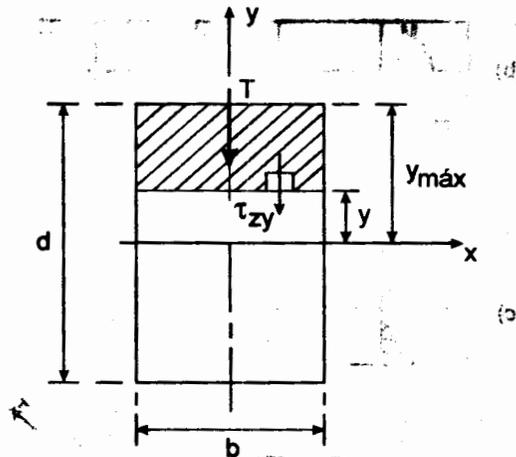


Fig. 4.22 Significado de los símbolos que aparecen en la ecuación 4.30.

Con la ecuación 4.30 se puede demostrar que en vigas de sección transversal rectangular los esfuerzos tangenciales τ_{zy} varían siguiendo una ley parabólica, con valores nulos en los bordes superior e inferior y máximos, iguales a 1.5 veces el esfuerzo medio, en el eje de simetría horizontal; además, los esfuerzos se mantienen constantes en puntos situados sobre rectas paralelas a ese eje.

La magnitud y distribución de los esfuerzos tangenciales en las vigas de sección I o H pueden determinarse con el método empleado para secciones rectangulares, que está basado sólo en condiciones de equilibrio y en la suposición de que los esfuerzos están uniformemente distribuidos en las áreas definidas por planos de corte normales a los bordes de la sección. La ecuación 4.30 es aplicable, por consiguiente, al cálculo de esfuerzos tangenciales en el alma y en los patines de los perfiles mencionados.

La fuerza cortante T es resistida casi por completo por el alma, ya que los esfuerzos en los patines son de poca intensidad, pues en ellos el momento estático Q es pequeño y el ancho de la sección, b , grande, mientras que en el alma aumenta el momento estático y el ancho disminuye bruscamente a c (Fig. 4.23); además, los esfuerzos máximos, a lo largo del eje de simetría horizontal, son poco mayores que los mínimos, en las intersecciones del alma con los patines, por lo que puede aceptarse, para fines prácticos, que el alma resiste toda la fuerza cortante, y que ésta origina en ella esfuerzos uniformes:

$$(\tau_{zy})_a = \frac{T}{A_a} = \frac{T}{c(d-2t)} \quad (4.31)$$

En el diseño no se toman en cuenta los esfuerzos τ_{xy} en los patines.

La validez de la ecuación 4.31 se ha comprobado experimentalmente.

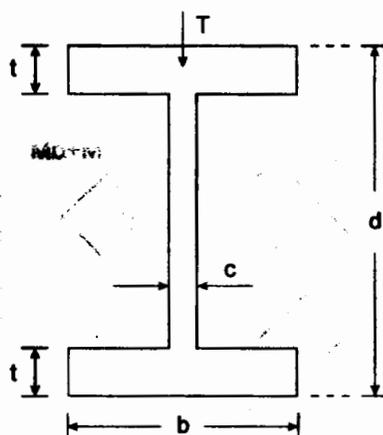


Fig. 4.23 Dimensiones de la sección transversal de una viga I.

Si se aísla una porción de uno de los patines comprendida entre su extremo libre, un plano paralelo al de simetría vertical de la viga, y dos normales a él, separados una distancia dz (Fig. 4.24), y se estudia su equilibrio, se encuentra que hay esfuerzos tangenciales τ_{xz} paralelos al eje longitudinal de la viga a lo largo del plano de corte y, por consiguiente, esfuerzos tangenciales horizontales, τ_{zx} , en los patines, que pueden calcularse también con la ecuación 4.30, y que crecen linealmente desde cero en los extremos hasta un máximo en la intersección con el alma, ya que esa es la ley de variación del momento estático Q , único término de la ecuación que no es constante. (Al aplicar la ecuación 4.30 al cálculo de esfuerzos tangenciales τ_{xz} en los patines se conservan los significados de las literales, pero Q es ahora el momento estático, respecto al eje de flexión x , de la porción del patín comprendida entre el borde y el plano longitudinal de corte, $ABCD$ en la Fig. 4.24, y b es el grueso del patín, al que se ha designado t en la Fig. 4.23).

En la Fig. 4.25 se muestran los esfuerzos tangenciales en la sección completa; como las fuerzas horizontales correspondientes a los esfuerzos τ_{xy} se equilibran entre sí, no contribuyen a resistir la fuerza cortante exterior, que es equilibrada por las fuerzas en el alma.

Si el eje vertical principal no es de simetría, como en los perfiles C , el problema se complica porque las fuerzas tangenciales horizontales en los patines, producidas por una cortante aplicada a lo largo de ese eje, no se equilibran entre sí como en la sección I, sino originan un par de torsión (Fig. 4.26).

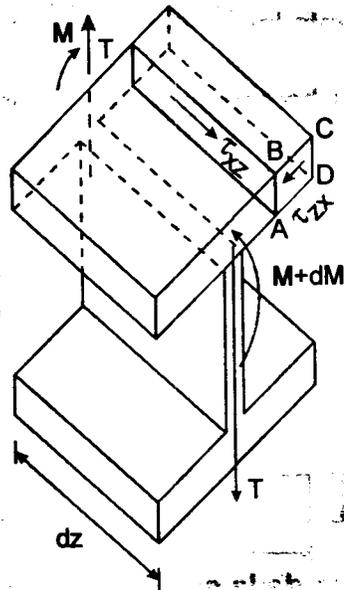


Fig. 4.24 Estudio del equilibrio de una parte de un patín.

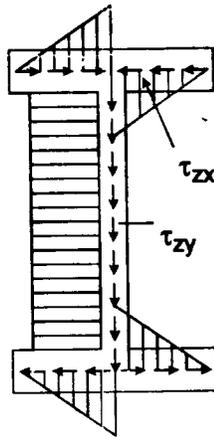


Fig. 4.25 Esfuerzos tangenciales en alma y patines.

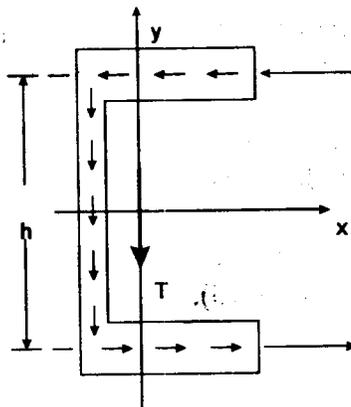


Fig 4.26 Esfuerzos cortantes en una sección C.

4.14.2.1 Especificaciones para diseño

En diseño por esfuerzos permisibles de secciones I o C cargadas en el plano del alma, basta comprobar que el esfuerzo cortante medio en el alma, considerado uniformemente repartido, no sobrepasa un valor permisible, que en la ref. 4.3 se fija en $0.40\sigma_y$. (En almas esbeltas puede ser necesario disminuir el esfuerzo permisible para evitar fallas por inestabilidad; este problema se trata en el capítulo 3).

Aplicando el criterio de von Mises (artículo 4.14.3) y el coeficiente de seguridad de 1.67 utilizado en flexión, se llega a $\tau_p = \sigma_y / 1.67\sqrt{3} \cong 0.35\sigma_y$; la aparente reducción en el factor de seguridad que corresponde a un esfuerzo permisible de $0.40\sigma_y$, se justifica por las pequeñas consecuencias del flujo plástico por cortante comparado con el debido a tensión o compresión, y por el efecto benéfico del endurecimiento por deformación. El esfuerzo permisible de $0.40\sigma_y$, se ha utilizado desde que se publicaron las primeras especificaciones del AISC, en 1923.

En resumen, en la ref. 4.3 se indica que el esfuerzo cortante en la sección neta, producido por cargas nominales (de trabajo), no debe ser mayor de $0.40\sigma_y$, y la sección neta se define como el producto del grueso del alma por el peralte total del perfil, laminado o hecho con placas soldadas.

Cuando la longitud de una conexión por alma es apreciablemente menor que el peralte de la viga, ésto debe tenerse en cuenta al calcular el esfuerzo cortante.

4.14.3 Comportamiento inelástico

Los momentos flexionantes que actúan en el tramo de viga de la Fig. 4.27a están comprendidos entre M_y y M_p , de manera que una parte del material contenido en ese tramo está plastificada.

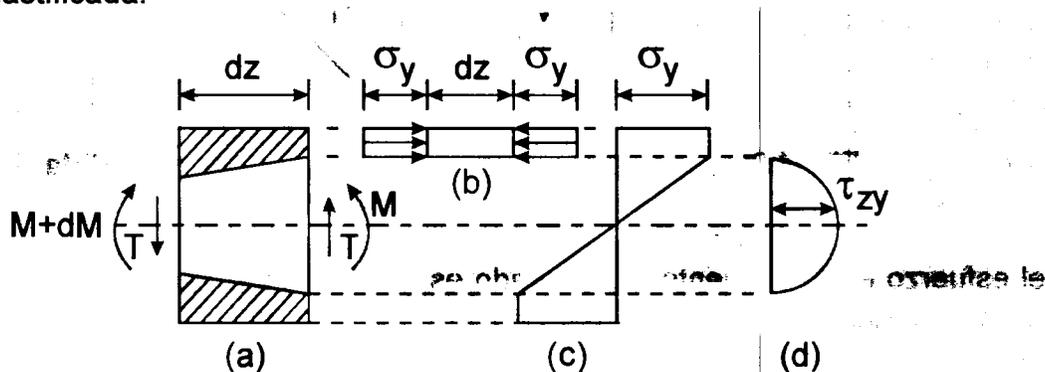


Fig 4.27 Esfuerzos normales y tangenciales en un tramo de viga plastificado parcialmente.

El efecto de la fuerza cortante en una viga de sección transversal de cualquier forma es muy complejo, porque al combinarse con la flexión ocasiona un estado de esfuerzos de dos dimensiones; una discusión del comportamiento plástico en esas condiciones está fuera del alcance de este libro. Sin embargo, el caso especial de la sección I puede estudiarse con un método aproximado basado en las suposiciones, comunes en diseño elástico, de que los esfuerzos tangenciales están uniformemente distribuidos en el alma y que los patines no contribuyen a resistir la fuerza cortante.

El estudio del equilibrio de una porción de la viga en la que el material está plastificado por flexión lleva a la conclusión de que no hay en ella esfuerzos tangenciales en planos horizontales, ya que las fuerzas normales se equilibran entre sí (Fig. 4.27b); la fuerza cortante total debe ser resistida por la parte de la sección que se conserva en estado elástico. Los esfuerzos tangenciales en esa zona se calculan con la ec. 4.30, y si las secciones transversales de la viga son rectangulares están distribuidos como se muestra en la Fig. 4.27d.

Se llega a la misma conclusión utilizando el criterio de von Mises para describir la iniciación del flujo plástico; si el estado de esfuerzo es el representado en la Fig. 4.28, que corresponde a un punto de una viga bajo flexión y cortante simultáneos, el flujo plástico se inicia cuando los esfuerzos normales y tangenciales satisfacen la igualdad (Ref. 4.19)

$$\sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_{zy}^2} = \sigma_y \quad (4.32)$$

en la que σ_y es el esfuerzo de fluencia obtenido en una prueba de tensión axial.

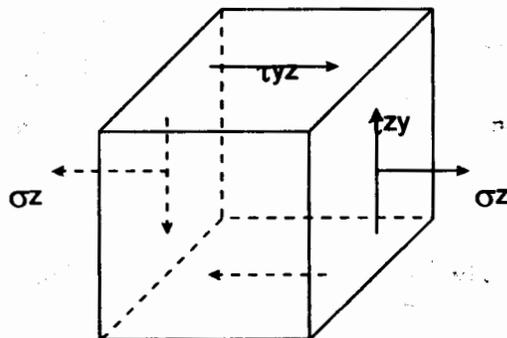


Fig. 4.28 Esfuerzos en un punto de una viga sometida a flexión y cortante simultáneos.

Si el esfuerzo en el elemento considerado es cortante puro, como sucede, por ejemplo, en puntos situados en el eje neutro, $\sigma_z = 0$, y

$$\sigma_y = \sqrt{3\tau_{zy}^2} \quad \therefore \tau_{zy} = \tau_y = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \quad (4.33)$$

El esfuerzo cortante que ocasiona el flujo plástico del acero, τ_y , es igual a $1/\sqrt{3}$ veces el esfuerzo de fluencia en tensión.

De acuerdo con la ecuación 4.32, si uno de los dos esfuerzos, normal o tangencial, llega al valor de fluencia (σ_y , o $\sigma_y/\sqrt{3}$) el otro tiene que ser nulo.

Cuando la fuerza cortante ocasiona la plastificación total del alma, el momento flexionante resistente teórico queda reducido al que corresponde a los patines, que vale (Fig. 4.29),

$$M_p = \frac{cd_a^2}{4} \sigma_y$$

Sin embargo, se ha demostrado experimentalmente que, gracias al endurecimiento por deformación, puede alcanzarse el momento plástico de la sección completa.

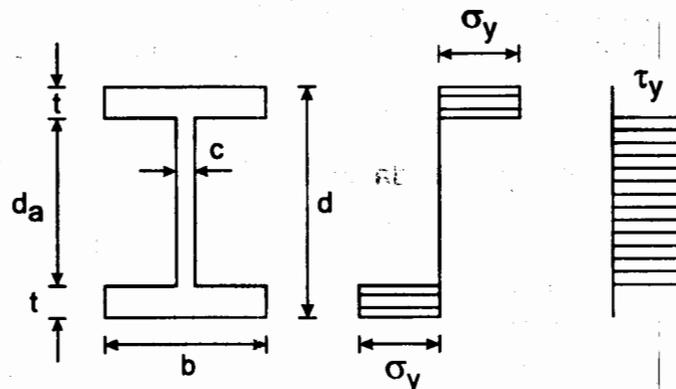


Fig. 4.29 Esfuerzos normales y tangenciales cuando el alma está plastificada por cortante.

La fuerza cortante que ocasiona la fluencia del alma es

$$V_u = \tau_y A_a = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} A_a$$

Tomando el peralte del alma igual al 95 por ciento del total, valor promedio en perfiles laminados, la ecuación anterior se convierte en

$$V_y = 0.55 \sigma_y d c \tag{4.34}$$

Se ha encontrado experimentalmente que las secciones I y H pueden resistir fuerzas cortantes mayores, gracias al efecto benéfico del endurecimiento por deformación, pero no conviene exceder el valor dado por la ecuación 4.34, para evitar deformaciones excesivas.

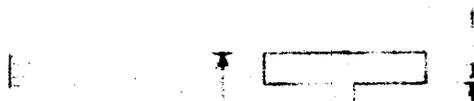
Una vez que se ha determinado el perfil necesario por flexión, se revisa que la fuerza cortante de diseño no sobrepase la obtenida con la ecuación 4.34; si es así, no ocasiona disminución significativa en la capacidad del perfil para resistir flexión, y el diseño es adecuado; en caso contrario, se escoge otra sección con mayor área en el alma, o se refuerza la original con placas adosadas al alma, soldadas a ella, o con atiesadores diagonales que resistan el exceso de fuerza cortante en la zona en que ésta sea mayor que la calculada con la ecuación 4.34.

4.14.3.1 Especificaciones para diseño

El criterio que se ha presentado es el que se utiliza en las refs. 4.3 y 4.4 para diseño plástico de estructuras; la ref. 4.3 contiene la cláusula siguiente;

“Exceptuando los casos en que estén reforzadas por medio de atiesadores inclinados o de placas adosadas a ellas, las almas de columnas, vigas y trabes armadas deben dimensionarse de manera que

$$V_u \leq 0.55\sigma_y dc$$



V_u es la fuerza cortante producida por las cargas exteriores factorizadas, d el peralte total del miembro y c el grueso del alma”.

En la ref. 4.4 se indica que para diseño por estados límite, el segundo miembro debe multiplicarse por un factor de resistencia $F_R = 0.9$.

Se limita el valor máximo de la fuerza cortante admisible al que produciría la plastificación integral del alma, pero no se reduce el momento plástico resistente del perfil cuando las fuerzas cortantes no exceden de ese valor.

Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el D. F. (Ref. 4.1)

La resistencia de diseño al cortante, V_R , de una viga o trabe de eje recto y sección transversal constante, de sección I, H, canal o en cajón, en la que no haya problemas de inestabilidad del alma, es

$$V_R = V_N F_R \quad (4.35)$$

$F_R = 0.90$; V_N es la resistencia nominal, que se determina como se indica a continuación.

Al evaluar V_N se tiene en cuenta si la sección tiene una o más almas.

$$a) \quad \text{Si } \frac{h}{t} \leq 1400 \sqrt{\frac{k}{F_y}} \quad \left[\frac{h}{t} \leq 0.98 \sqrt{\frac{Ek}{F_y}} \right], \quad V_N = 0.66 F_y A_a \quad (4.36)$$

El alma falla por cortante en el intervalo de endurecimiento por deformación.

$$b) \quad \text{Si } 1400 \sqrt{\frac{k}{F_y}} \leq \frac{h}{t} \leq 1600 \sqrt{\frac{k}{F_y}} \quad \left[0.98 \sqrt{\frac{Ek}{F_y}} \leq \frac{h}{t} \leq 1.12 \sqrt{\frac{Ek}{F_y}} \right],$$

$$V_N = \frac{922 \sqrt{F_y k}}{h/t} A_a \quad \left[V_N = \frac{0.65 \sqrt{EF_y k}}{h/t} A_a \right] \quad (4.37)$$

La falla es por plastificación del alma por cortante.

En el caso a) ($h/t \leq 3130/\sqrt{F_y}$, puesto que k es igual a 5.0 en almas no atiesadas (art. 3.10.4.2.1), o sea no mayor que 62 para $F_y = 2530 \text{ Kg/cm}^2$, ni que 53 para $F_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$), el alma falla por plastificación total por cortante, cuando $V_U = \tau_y h t = (F_y/\sqrt{3}) h t = 0.577 F_y h t$. El esfuerzo correspondiente es $F_s = V_U/h t = 0.577 F_y$; sin embargo, por las mismas razones que llevan a aumentar el esfuerzo permisible de $0.35 \sigma_y$ a $0.40 \sigma_y$, se recomienda un incremento semejante, y $F_s = 0.66 F_y$.

En el caso b) el esfuerzo F_s se calcula con la expresión $F_s = 2062 \sqrt{F_y}/(h t)$; está comprendido entre $0.66 F_y$ y $0.577 F_y$.

El esfuerzo cortante de falla, F_s , se considera constante en toda el área del alma, A_a , que se toma igual al producto de su grueso, t , por el peralte total de la sección, d .

h es el peralte del alma (distancia libre entre patines).

EJEMPLO 4.5. Diseñe la viga de la Fig. E4.5.1 teniendo en cuenta los efectos producidos por flexión y cortante. Utilice perfiles IPR de la Ref. 4.17, de acero A36. Las cargas indicadas en la figura son de trabajo.

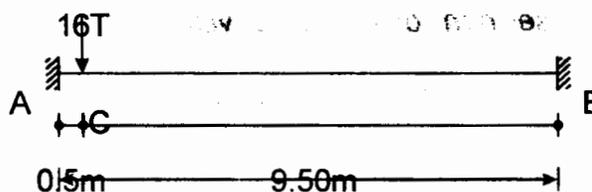


Fig. E4.5.1 Dimensiones y cargas de la viga del ejemplo 4.5.

A) Diseño basado en esfuerzos permisibles (ref. 4.3)

Los diagramas de momentos flexionantes y fuerzas cortantes obtenidos con un análisis elástico se muestran en la Fig. E4.5.2.

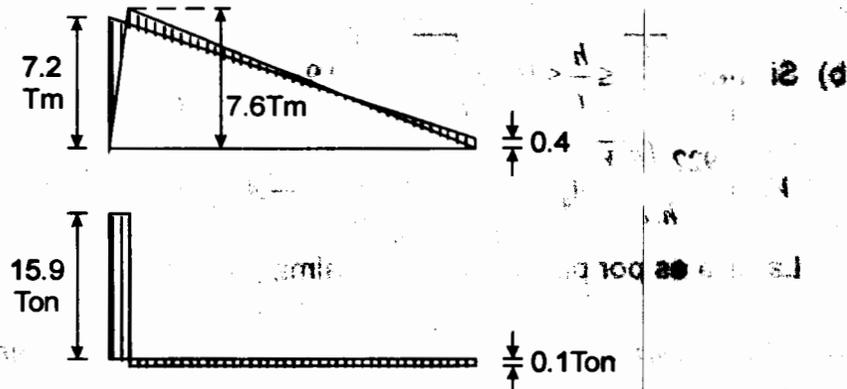


Fig E4.5.2 Diagramas de momentos flexionantes y fuerzas cortantes.

El momento de diseño de $7.2 \times 0.9 = 6.48 \text{ Ton m}$ se obtiene reduciendo el máximo negativo en 10 por ciento. De acuerdo con la ref. 4.3, puede hacerse esta redistribución parcial de momentos en vigas de sección transversal compacta, contraventeadas lateralmente de manera adecuada.

$$S_{nec} = 648\,000 / 0.66\sigma_y = 388 \text{ cm}^3$$

Se escoge una IPR $305 \times 102 \times 32.8 \text{ kg/m}$, ($S = 414 \text{ cm}^3$)

$$\text{Área del alma} = 31.3 \times 0.66 = 20.7 \text{ cm}^2$$

$$\text{Esfuerzo cortante medio} = 15900 / 20.7 \approx 768 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Esfuerzo permisible} = 0.40\sigma_y = 1012 \text{ Kg/cm}^2 > 768$$

El esfuerzo cortante no es crítico; se acepta la IPR propuesta.

B) Diseño por estados límite (ref. 4.1).

En la Fig. E4.5.3 se han dibujado la viga con las cargas factorizadas, el mecanismo de colapso y los diagramas de momentos flexionantes y fuerzas cortantes que corresponden a ese mecanismo. El factor de carga utilizado es 1.5.

$$Z_{nec} = \frac{M_p}{0.9\sigma_y} = \frac{5.7 \times 10^5}{0.9 \times 2530} = 250 \text{ cm}^3$$

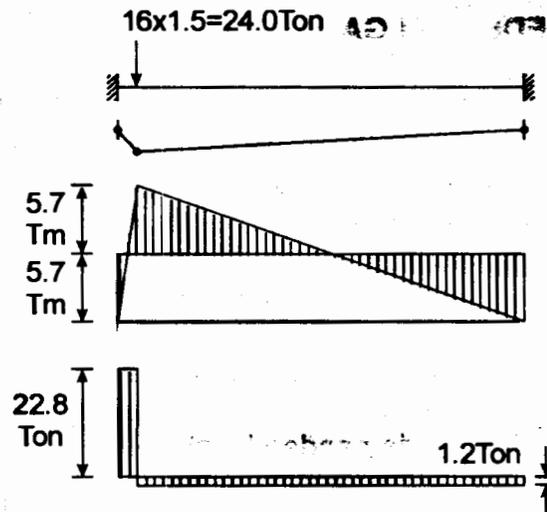


Fig E4.5.3 Cargas factorizadas, mecanismo de colapso y diagramas de momentos flexionantes y fuerzas cortantes.

Se escoge una IPR 305 × 102 × 20.9 kg/m, ($Z = 326 \text{ cm}^3$). Está sobrada, pero es el perfil más ligero de los tabulados en la ref. 4.17 que tiene un módulo Z adecuado.

$$(b/t)_{\text{patin}} = \frac{10.1}{2 \times 0.57} = 8.9 < \frac{460}{\sqrt{F_y}} = 9.1$$

$$(b/t)_{\text{alma}} = \frac{27.4}{0.51} = 54 < \frac{3500}{\sqrt{F_y}} = 69.6$$

El perfil es tipo 1, adecuado para diseño plástico, y $h/t < 3130/\sqrt{F_y} = 62.2$, de manera que su resistencia al corte se calcula con las ecuaciones, 4.35 y 4.36:

$$V_R = F_R V_N = 0.9 \times 0.66 F_y A_a = 0.9 \times 0.66 \times 2530 \times 30.2 \times 0.51 \times 10^{-3} = 23.1 \text{ Ton} > 22.8 \text{ Ton}$$

La sección escogida es adecuada, tanto por resistencia a flexión como a fuerza cortante.

El diseño por estados límite puede hacerse, también, con los momentos y fuerzas cortantes obtenidos con un análisis elástico.

4.15 VIGAS DE PAREDES DELGADAS

Si el diseño de las vigas de paredes delgadas contraventeadas adecuadamente se base en la iniciación del pandeo local de alguno de los elementos planos que las componen resultaría antieconómico, porque, como todos los miembros hechos con placas de relación ancho/grueso elevada, su resistencia al pandeo local es reducida; en cambio, tienen una capacidad de carga adicional importante, después de que se inicia el fenómeno. La resistencia de diseño corresponde a la falla del miembro, que se presenta, con frecuencia, mucho después de que se inicia el pandeo local.

Deben considerarse las formas de pandeo local siguientes:

- Del patín comprimido, en compresión uniforme.
- De los dobleces atiesadores del patín en compresión, cuando los hay; los esfuerzos en ellos varían linealmente con la distancia al eje de flexión.
- Del alma, en flexión, en cortante, o bajo una combinación de las dos sollicitaciones.

En la Fig. 4.1 se muestran varias de las secciones de lámina delgada que se emplean como vigas.

4.15.1 Patín comprimido

El patín comprimido puede estar completamente atiesado, como en la sección 12 de la Fig. 4.1, en la que se apoya en un alma en cada borde, parcialmente atiesado (Fig. 4.1(2)), pues el doblez atiesador no proporciona, en general, restricción completa, o no atiesado (sección 1). En cualquier caso, para obtener su ancho efectivo debe determinarse primero la magnitud de los esfuerzos de compresión, uniformes, que actúan en él.

Cuando el patín comprimido está a la misma distancia del eje de flexión que el otro patín, o más lejos que él, los esfuerzos normales son iguales, o mayores, en valor absoluto, que en el patín en tensión; el ancho efectivo se calcula con un esfuerzo de compresión igual a F_y . Esta situación se presenta en todas las secciones que tienen un eje de simetría horizontal, pues si el patín en compresión no es totalmente efectivo, el eje neutro se aleja de él (Figs. 4.1, 1 a 3 y 12).

En cambio, si el patín en tensión es el más alejado del eje neutro, es en él en el que aparece F_y , y la compresión con la que se calcula el ancho efectivo se evalúa con la teoría de las vigas; en este caso suele ser necesario proceder por tanteos, porque el



FACULTAD DE INGENIERIA

ancho efectivo es función del esfuerzo que, a su vez, depende del ancho efectivo, que determina la posición del eje neutro de la sección efectiva.

Si el patín comprimido está completamente atiesado, o no atiesado, su ancho efectivo se obtiene como se indica en la sección 3.10.1.2 del capítulo 3.

En la ref. 4.20 se da un método, basado en buena parte en resultados experimentales, con el que se determina el factor de placa k de los patines parcialmente atiesados; ese método no se ve aquí, pero en el ejemplo 4.6 se ilustra cómo se aplica.

4.15.2 Alma

G- 6123 612314

Las almas de los perfiles laminados tienen relaciones peralte/grueso reducidas, que hacen innecesario el uso de atiesadores excepto, a veces, en los apoyos o bajo cargas concentradas importantes; las de las travesaños armados, en cambio, suelen ser esbeltas, y requieren un atiesamiento adecuado. En uno u otro caso, la colocación de los atiesadores no ocasiona dificultades constructivas excesivas, por lo que con ellos suelen obtenerse diseños económicos.

En los perfiles de lámina delgada doblados en frío, en cambio, el empleo de atiesadores en el alma es, casi siempre, impracticable económicamente, por lo que las vigas de este tipo se diseñan, en la mayoría de los casos, de manera que las almas no atiesadas tengan una resistencia adecuada al corte, considerando su comportamiento posterior a la iniciación del pandeo local.

Los esfuerzos críticos en el alma y las resistencias al cortante correspondientes, en función de su esbeltez, se determinan como en el art. 3.10.4 del capítulo 3.

4.15.3 Resistencia de diseño por flexión

En la ref. 4.20 se proporcionan dos procedimientos para calcular el momento resistente de diseño, M_R ; el primero se basa en la iniciación del flujo plástico en la sección efectiva, y en el segundo se toma en cuenta la resistencia adicional inelástica. De acuerdo con el primer método (que es el único que se ve aquí),

$$M_R = \phi_b M_n = \phi_b S_e F_y$$

$\phi_b = 0.95$ para secciones con patines comprimidos parcial o completamente atiesados y 0.9 cuando no están atiesados, F_y = esfuerzo de fluencia de diseño, S_e = módulo de sección elástico de la sección efectiva, calculado con el esfuerzo F_y en el borde más alejado del eje neutro, en tensión o compresión.

EJEMPLO 4.6 Determine la resistencia de diseño en flexión de la sección de la Fig. E4.6.1. Suponga que corresponde a una viga que está soportada lateralmente en forma continua. El acero tiene un límite de fluencia $F_y = 3515 \text{ Kg/cm}^2$. Utilice las especificaciones de la ref. 4.21. (De acuerdo con ellas, $E = 2074000 \text{ Kg/cm}^2$).

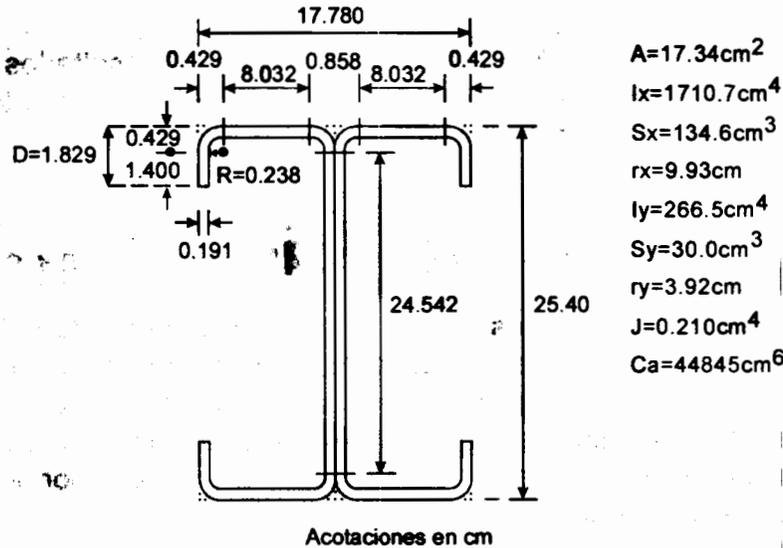


Fig. E4.6.1 Sección y propiedades geométricas.

Relaciones ancho/groeso

Patines. $b/t = 8.032/0.191 = 42.05$

Almas. $b/t = 24.542/0.191 = 128.49$

Anchos efectivos

Patines. Como la sección tiene dos ejes de simetría, los esfuerzos en el patín superior son iguales o mayores que en el inferior. Serían iguales si todo el patín comprimido fuese efectivo, pues el eje de flexión sería el de simetría horizontal, y son mayores si no todo es efectivo, pues en ese caso baja el eje de flexión. Por consiguiente, los anchos efectivos de los patines se determinan con $f = F_y$.

$$b/t = 8.032/0.191 = 42.05 < 60$$

$$S = 1.28\sqrt{E/F_y} = 31.09; \quad b/t = 42.05 > S \quad \therefore n = 1/3$$

$$I_a = \{[115(b/t)/S] + 5\}t^4 = [(115 \times 42.05/31.09) + 5]0.191^4 = 0.214 \text{ cm}^4$$

La relación ancho/groeso de un dobléz atiesador es $1.40/0.191 = 7.33 < (d/t)_{\max} = 14$

$I_{at} = 0.191 \times 1.400^3 / 12 = 0.044 \text{ cm}^4$. Este es el momento de inercia del doblez atiesador respecto a un eje centroidal paralelo al patín.

$$C_2 = I_{at} / I_a = 0.044 / 0.214 = 0.206$$

$$D/b = 1.829 / 8.032 = 0.228 < 0.80$$

$$k_a = 5.25 - 5(D/b) = 5.25 - 5 \times 0.228 = 4.11 > 4.0 \quad \therefore k_a = 4.0$$

$$k = C_2^n (k_a - k_u) + k_u = 0.206^{1/3} (4.0 - 0.43) + 0.43 = 2.54 < 4.0$$

Con este valor de k se determina el ancho efectivo del patín comprimido; la restricción que proporciona el atiesador hace que trabaje como un elemento parcialmente atiesado.

Las ecuaciones utilizadas hasta aquí se han tomado directamente de la ref. 4.20; no aparecen en este libro.

$$\text{Ec. 3.38.} \quad \lambda = \frac{1.052}{\sqrt{k}} \left(\frac{b}{t} \right) \sqrt{\frac{f}{E}} = \frac{1.052}{\sqrt{2.54}} \times 42.05 \times \sqrt{\frac{3515}{E}} = 1.143 > 0.673$$

El ancho efectivo de cada ala del patín comprimido es

$$\text{Ecs. 3.36 y 3.37.} \quad b_e = \rho_b = [(1 - 0.22/\lambda)/\lambda] b = [(1 - 0.22/1.143)/1.143] 8.032 = 5.675 \text{ cm}$$

Atiesadores de borde. Son elementos no atiesados. Su ancho efectivo se calcula con $k = 0.43$ y f igual al esfuerzo máximo en ellos. Tomando, conservadoramente, $f = F_y$, se obtiene

$$\text{Ec. 3.38.} \quad \lambda = \frac{1.052}{\sqrt{0.43}} \times \frac{1.40}{0.191} \times \sqrt{\frac{3515}{E}} = 0.484 < 0.673$$

Por consiguiente, el ancho efectivo del atiesador de borde es $d'_e = d = 1.400 \text{ cm}$ (ec. 3.35), y su ancho efectivo reducido vale

$$d_e = d'_e (I_{at} / I_a) = 1.400 (0.044 / 0.214) = 0.288 \text{ cm}$$

Ref. 4.20

El ancho efectivo reducido se utiliza para calcular las propiedades de la sección efectiva completa.

Localización del eje neutro y cálculo de I_x y S_x . La posición del eje neutro se determina por tanteos, pues no se conoce de antemano el área efectiva del alma.

- a. Localización del eje neutro, suponiendo que toda el alma es efectiva. Para facilitar los cálculos, se utilizan los elementos lineales indicados en la Fig. E4.6.2; se ha dibujado una sola de las dos canales que componen el perfil. En la figura se indican también las propiedades de los elementos en arco de las esquinas.

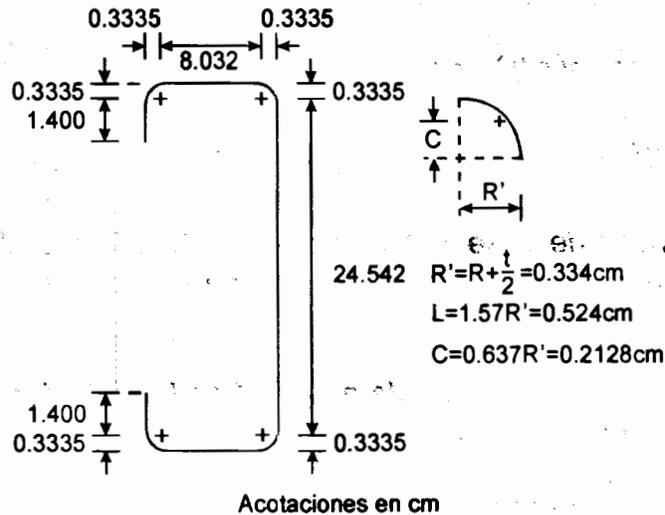


Fig. E4.6.2 Elementos lineales.

El eje neutro se localiza en la tabla siguiente; la numeración de los elementos y sus anchos efectivos se indican en la Fig. E4.6.3.

Elemento	Longitud efectiva, L (cm)	Distancia al borde superior, y (cm)	Ly (cm^2)
1	1.400	24.271	33.979
2	$2 \times 0.524 = 1.048$	25.183	26.392
3	8.032	25.305	203.250
4	$2 \times 0.524 = 1.048$	0.217	0.227
5	$2 \times 2.8375 = 5.675$	0.096	0.545
6	0.288	0.573	0.165
7	24.543	12.700	311.683
TOTAL	42.033		576.242

$$\bar{y} = \frac{\sum Ly}{\sum L} = \frac{576.242}{42.033} = 13.709 \text{ cm}$$

Esfuerzos en los bordes del alma:

$$f_1 = 3515(13.279/13.709) = 3405 \text{ kg/cm}^2 \text{ (compresión)}$$

$$f_2 = 3515(11.261/13.709) = 2887 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (tensión)}$$

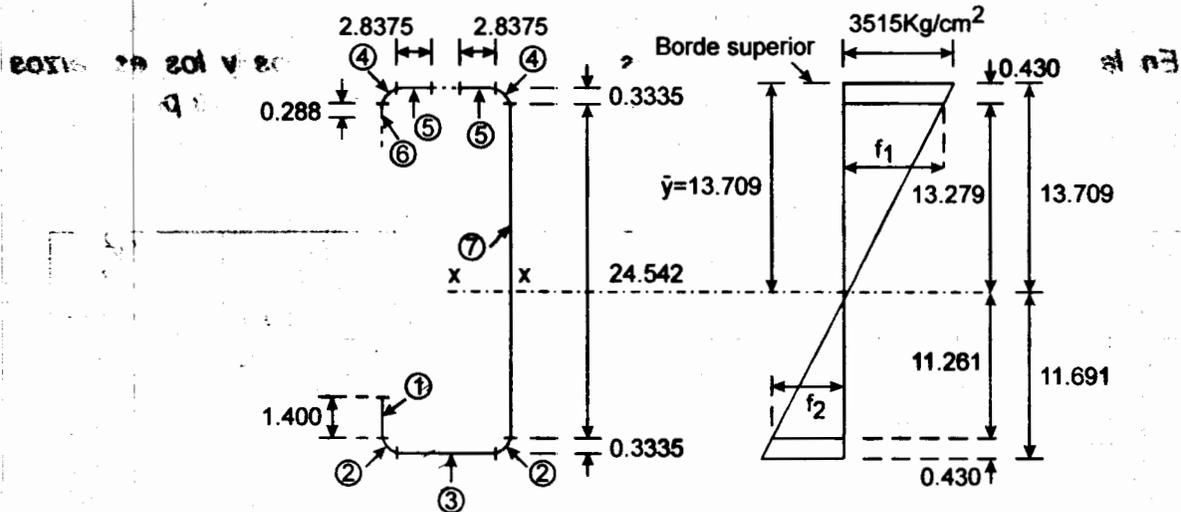


Fig. E4.6.3 Longitudes efectivas y esfuerzos calculados
— suponiendo que toda el alma es efectiva.

Ref. 4.21

$$\psi = f_2/f_1 = -2887/3405 = -0.848$$

$$k = 4 + 2(1 - \psi)^3 + 2(1 + \psi) = 4 + 2(1 + 0.848)^3 + 2(1 + 0.848) = 20.32$$

$$h/t = 24.542/0.191 = 128.49 < 200$$

$$\text{Ec. 3.38. } \lambda = \frac{1.052}{\sqrt{20.32}} \times 128.49 \times \sqrt{\frac{3405}{E}} = 1.215 > 0.673$$

$$\text{Ecs. 3.36 y 3.37. } b_e = [(1 - 0.22/1.215)/1.215]24.542 = 16.542 \text{ cm}$$

$$\text{Ref. 4.21 } b_1 = b_e/(3 - \psi) = 16.542/(3 + 0.848) = 4.299 \text{ cm}$$

$$\text{Puesto que } \psi < -0.236, b_2 = b_e/2 = 8.271 \text{ cm}$$

$$b_1 + b_2 = 12.570 \text{ cm}$$

El valor de $b_1 + b_2$ es menor que 13.279 cm (Fig. E4.6.3), lo que indica que el alma no es completamente efectiva, como se supuso en a.

- b. Localización del eje neutro, teniendo en cuenta que el alma no es completamente efectiva. En un primer tanteo se supone que la porción no efectiva del alma es

$$13.279 - (b_1 + b_2) = 13.279 - 12.570 = 0.709 \text{ cm}$$

En la Fig. E4.6.4 se muestran todos los elementos efectivos y los esfuerzos normales en la sección; en la tabla siguiente se determina la nueva posición del eje neutro.

Elemento	Longitud efectiva $L(\text{cm})$	Distancia al borde superior, y (cm)	Ly (cm^2)	Ly^2 (cm^3)
1	1.400	24.271	33.979	824.714
2	1.048	25.183	26.392	664.624
3	8.032	25.305	203.250	5143.235
4	1.048	0.217	0.227	0.049
5	5.675	0.096	0.545	0.052
6	0.288	0.573	0.165	0.095
7	19.534	15.109	295.139	4459.258
8	4.299	2.483	10.674	26.505
TOTAL	41.324		570.371	11118.532

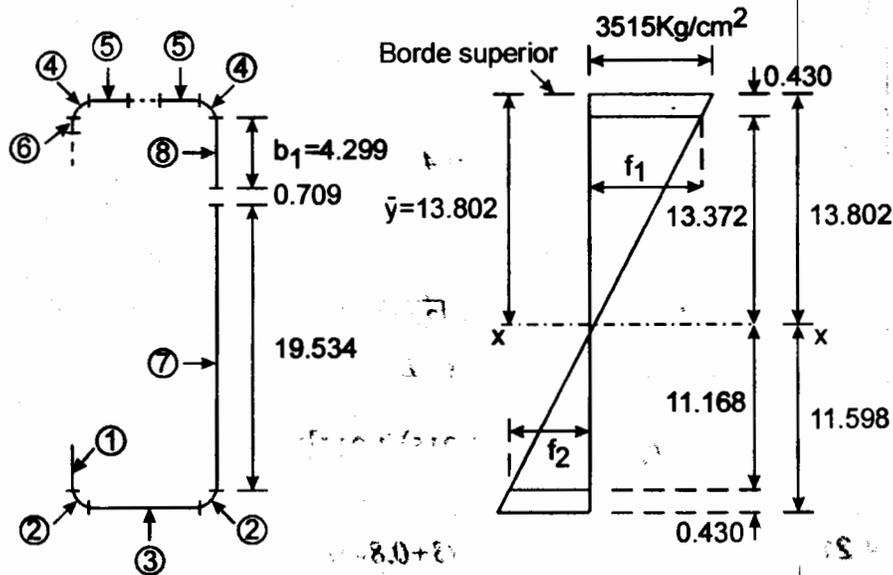


Fig. 4.6.4 Longitudes efectivas y esfuerzos calculados suponiendo que no toda el alma es efectiva (1^{er} tanteo).

$$\bar{y} = 570.371 / 41.324 = 13.802 \text{ cm}$$

Esfuerzos en los bordes del alma:

$$f_1 = 3515(13.372/13.802) = 3405 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (compresión)}$$

$$f_2 = 3515(11.168/13.802) = 2844 \text{ kg/cm}^2 \text{ (tensión)}$$

$$\Psi = -0.835; k = 20.03; h/t = 128.49; \lambda = \frac{1.052}{\sqrt{20.03}} \times 128.49 \times \sqrt{\frac{3405}{E}} = 1.224 > 0.673$$

$$\rho = (1 - 0.22/1.224)/1.224 = 0.670; b_e = 0.670 \times 24.542 = 16.443 \text{ cm}; b_1 = 16.443/(3 + 0.835) = 4.288 \text{ cm}$$

$$b_2 = b_e/2 = 8.222 \text{ cm}; b_1 + b_2 = 12.510 \text{ cm}$$

Este valor es 0.5% menor que el calculado arriba; se aceptan los resultados. Estos podrían mejorarse haciendo más iteraciones, pero no se juzgan necesarias.

- c. **Momento de inercia y módulo de sección.** El momento de inercia de la sección, basado en elementos lineales, respecto al borde superior, es igual a ΣLy^2 de la tabla más los momentos de inercia centroidales de los elementos perpendiculares al eje x.

$$I'_1 = 1.400^3/12 = 0.229 \text{ cm}^3; I'_6 = 0.288^3/12 = 0.002 \text{ cm}^3; I'_7 = 19.534^3/12 = 621.144 \text{ cm}^3; I'_8 = 4.299^3/12 = 6.621 \text{ cm}^3$$

$$I_x = I'_1 + I'_6 + I'_7 + I'_8 + \Sigma(Ly^2) = 11,746.528 \text{ cm}^3$$

El momento respecto al eje neutro se obtiene con el teorema de los ejes paralelos:

$$I'_x = I_{EN} + (\Sigma L) \bar{y}^2 \therefore I_{EN} = I'_x - (\Sigma L) \bar{y}^2 = 11746.528 - 41.324 \times 13.802^2 = 3874.504 \text{ cm}^3$$

$$\text{Momento de inercia de la sección} = I_{EN} = 3874.504 \times 0.191 = 740.030 \text{ cm}^4$$

$$\text{Módulo de sección respecto al borde comprimido} = S_x = 740.030/13.802 = 53.618 \text{ cm}^3$$

Estas propiedades son de una sola canal; para obtener las de la sección completa se multiplican por dos.

- d. **Momento resistente nominal.**

$$\phi_b M_n = \phi_b S_e F_y = 0.95 (2 \times 53.618) 3515 \times 10^5 = 3.58 \text{ Ton m}$$

4.16 REFERENCIAS

- 4.1 "Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras metálicas", Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, Gaceta Oficial del Departamento del D. F., México, D. F., diciembre de 1987.
- 4.2 "Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings" (incluye Comentario), American Institute of Steel Construction, Chicago, Ill., diciembre de 1993.
- 4.3 "Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members", edición de 1980, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., septiembre de 1980.
- 4.4 "Limit States Design of Steel Structures" (incluye Comentario), CAN/CSA-S16.1-94, Canadian Standards Association, Rexdale, Ontario, Canadá, 1994.
- 4.5 de Buen, O., "Estados límite de servicio", Revista de Ingeniería, Vol. LXV, No. 2, abril-junio de 1995.
- 4.6 Galambos, T. V., "Structural Members and Frames", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1968.
- 4.7 Lee, G. C., y T. V. Galambos, "Post-Buckling Strength of Wide-Flange Beams", J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE, Vol. 88, No. 1, febrero de 1962.
- 4.8 Ketter, R. L., E. L. Kaminsky y L. S. Beedle, "Plastic Deformation of Wide-Flange Beam-Columns", Trans. ASCE, Vol. 120, 1955.
- 4.9 Beedle, L. S., "Plastic Design of Steel Frames", John Wiley and Sons, Inc., Nueva York, 1958.
- 4.10 Neal, B. G., "The Plastic Methods of Structural Analysis", 2a. Ed., John Wiley and Sons, Inc., Nueva York, 1963.
- 4.11 Massonet, Ch., y M. Save, "Calcul Plastique des Constructions", 2a Ed., Centre Belgo-Luxembourgeois d'Information de l'Acier, Bruselas, 1967.
- 4.12 "Plastic Design in Steel. A Guide and Commentary", 2a. Ed., Manuals and Reports on Engineering Practice N° 41, ASCE, Nueva York, 1971.
- 4.13 Lay, M. G., y P. D. Smith, "Role of Strain Hardening in Plastic Design", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, ST3, junio de 1965.

- 4.14 Hrennikoff, "Importance of Strain Hardening in Plastic Design", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, ST4, agosto de 1965.
- 4.15 Chen, W. F., y S. Toma, Eds., "Advanced Analysis of Steel Frames", CRC Press, Boca Raton, FL, USA, 1994.
- 4.16 de Buen, O., "Análisis plástico de estructuras reticulares de acero", Primera versión, Fac. de Ingeniería, UNAM, México, D. F., 1964.
- 4.17 "Manual AHMSA Construcción de Acero", Altos Hornos de México, S. A. , México, D. F., 1975.
- 4.18 de Buen, O., "Estructuras de acero. Comportamiento y diseño", Limusa, México, D. F., 1980.
- 4.19 Smith, J. O., y O. M. Sidebottom, "Inelastic Behavior of Load-Carrying Members", John Wiley and Sons Inc., Nueva York, 1965.
- 4.20 "Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members", edición de 1996, Cold-Formed Steel Design Manual - Part V, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., junio de 1997.
- 4.21 Murray, T. M., D. E. Allen y E. E. Ungar "Floor Vibrations due to Human Activity", Steel Design Guide Series No. 11, American Institute of Steel Construction y Canadian Institute of Steel Construction, Chicago, Ill., 1997.

Consejo Directivo de Fundación ICA

Presidente

Ing. Bernardo Quintana

Vicepresidentes

Dr. Francisco Barnés de Castro

Dr. Daniel Resendiz Nuñez

Dr. Julio Rubio Oca

Ing. Luis Zárate Rocha

Director Ejecutivo

M. en C. Fernando O. Luna Rojas

Cuerpos Colegiados de los Programas Operativos

Comité de Becas

Dr. Juan Casillas García de León

Dr. Sergio Gallegos Cazares

Ing. Miguel Angel Parra Mena

Comité de Premios

Dr. Luis Esteva Maraboto

M.I. Mario Ignacio Gómez Mejía

Ing. Gregorio Farias Longoria

Comité de Publicaciones

Dr. Oscar González Cuevas

Dr. Horacio Ramírez de Alba

M.I. Gabriel Moreno Pecero

Ing. Santiago Martínez Hernández

Ing. Gilberto García Santamaría González

Comité de Investigación

Dr. José Luis Fernández Zayas

Dr. Bonifacio Peña Pardo

Dr. Ramón Padilla Mora

Dr. Roberto Meli Piralla

Onceava Mesa Directiva de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural

Presidente

Ing. Francisco García Jarque

Vicepresidente

Ing. Raúl López Chávez

Vicepresidente Técnico

Dr. Mario Ordaz Schroeder

Secretario

M.I. Javier Alonso García

Tesorero

Ing. Sergio Escamilla Aguilar

Vocales

M. en C. Enrique del Valle Calderón

Dr. Mario Rodríguez Rodríguez

Ing. Saturnino Hernández Reyna

Ing. Hector Soto Rodríguez

1900

1901

1902

1903

1904

1905

1906

1907

1908

1909

1910

1911

1912

Universidad Autónoma del Estado de México

Rector

M. en A. Uriel Galicia Hernández

Secretario de Docencia

M. en C. Javier Sánchez Guerrero

Secretario Académico

M. en S.P. Ezequiel Jaimes Figueroa

Secretario Administrativo

M. en A.E. Pedro E. Lizola Margolis

Secretario de Rectoría

Ing. Roberto Mercado Dorantes

Contralora

C.P. Blanca M. Alamo Neidhart

Coordinador General de Difusión Cultural

M. en Pl. Gustavo A. Segura Lazcano

Director General de Extensión y Vinculación Universitaria

Ing. Jesús Hernández Avila

Director General de Planeación y Desarrollo Institucional

M. en E. Gerardo del Rivero Maldonado

Abogado General

M. en D. Alfonso Chávez López

Vocero

C. Carlos Millán Benítez

Cronista de la UAEM

Profr. Inocente Peñaloza García

Fundación ICA es una Asociación Civil constituida conforme a las leyes mexicanas el 26 de octubre de 1986, como se hace constar en la escritura pública número 21,127, pasada ante la fe del Lic. Eduardo Flores Castro Altamirano, Notario Público número 33 del Distrito Federal, inscrita en el Registro Público de la Propiedad en la sección de Personas Morales Civiles bajo folio 12,847. A fin de adecuar a las disposiciones legales vigentes los estatutos sociales, estos fueron modificados el 17 de octubre de 1994, como se hace constar en la escritura pública número 52,025 pasada ante la fe del Lic. Jorge A. Domínguez Martínez, Notario Público número 140 del Distrito Federal.

Fundación ICA es una institución científica y tecnológica inscrita en el Registro Nacional de Instituciones Científicas y Tecnológicas del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, con el número 99/213 del 13 de agosto de 1999.