



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO, PLACAS.**

**ING. OSCAR DE BUEN LÓPEZ DE HEREDIA.**

**DISEÑO  
DE ESTRUCTURAS DE ACERO  
PLACAS**

**CAPÍTULO 3**

***Oscar de Buen López de Heredia***



FACULTAD DE INGENIERIA

Apunte  
79-A  
Cap.3  
2000  
G.- 612313

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



\*612313\*

**Derechos Reservados**

© Fundación ICA  
© Universidad Autónoma del Estado de México (UAEM)

Av. del Parque No. 91  
Colonia Nápoles  
C.P. 03810 México, D.F.  
Tel. (01 5) 6 69 39 85, 2 72 99 91, ext. 4000 y 4001  
Ext. Fax 4083  
<http://www.fundacion-ica.org.mx>  
e-mail: [lunaf@fundación-ica.org.mx](mailto:lunaf@fundación-ica.org.mx)

Universidad Autónoma del Estado de México (UAEM)  
Av. Instituto Literario No. 100 Ote.  
Toluca, Estado de México  
C.P. 50000  
<http://www.uaemex.mx/>

Derechos exclusivos de edición reservados para todos los países de habla hispana.  
Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio sin autorización  
escrita de los editores.

ISBN 968-7508-71X

Impreso en México

## CAPÍTULO 3

<b>3.1. Introducción</b> .....	5
<b>3.2. Comportamiento de placas comprimidas</b> .....	7
<b>3.3. Placas comprimidas en una dirección</b> .....	9
3.3.1. Pandeo elástico .....	9
3.3.1.1. Interacción de los elementos planos que forman una sección .....	15
3.3.2. Pandeo inelástico .....	16
<b>3.4. Otras condiciones de carga</b> .....	19
3.4.1. Placas sometidas a esfuerzos normales no uniformes .....	19
3.4.2. Placas con fuerzas cortantes en los cuatro bordes .....	20
<b>3.5. Placas rigidizadas</b> .....	25
3.5.1. Placas comprimidas en una dirección .....	25
3.5.2. Placas en flexión .....	26
3.5.3. Placas con fuerzas cortantes en los bordes .....	29
3.5.4. Pandeo inelástico .....	30
<b>3.6. Resistencia en el intervalo de endurecimiento por deformación</b> .....	31
3.6.1. Pandeo local de los patines .....	31
3.6.2. Almas comprimidas y flexocomprimidas .....	34
<b>3.7. Relaciones ancho/grueso y capacidad de rotación</b> .....	35
3.7.1. Pandeo local de los patines .....	35
3.7.2. Pandeo local del alma .....	38
<b>3.8. Resistencia posterior al pandeo</b> .....	39
3.8.1. Placas comprimidas .....	39
3.8.2. Placas en cortante puro .....	41
<b>3.9. Cálculo de la resistencia posterior al pandeo</b> .....	43
3.9.1. Placas comprimidas .....	43
3.9.1.1. Placas apoyadas en los dos bordes (atiesadas) .....	43
3.9.1.2. Placas apoyadas en un borde (no atiesadas) .....	47
3.9.2. Placas en cortante puro .....	47

<b>3.10. Aplicaciones de la teoría del pandeo de placas al diseño de elementos estructurales</b> .....	<b>51</b>
3.10.1. Placas comprimidas .....	51
3.10.1.1. Diseño basado en la iniciación del pandeo local .....	51
3.10.1.1.1. Relaciones ancho/grueso .....	51
3.10.1.1.2. Especificaciones de diseño .....	52
3.10.1.2. Diseño basado en la resistencia posterior al pandeo .....	53
3.10.1.2.1. Elementos atiesados .....	54
3.10.1.2.2. Elementos no atiesados .....	55
3.10.1.2.3. Especificaciones de diseño .....	56
Elementos atiesados .....	56
Elementos no atiesados .....	56
Especificaciones AISI .....	58
3.10.2. Vigas .....	61
3.10.2.1. Clasificación de las secciones .....	62
3.10.2.2. Relaciones ancho/grueso .....	63
3.10.2.2.1. Patines .....	63
3.10.2.2.2. Almas .....	64
Almas de paredes delgadas .....	64
3.10.3. Barras flexocomprimidas .....	68
3.10.3.1. Elementos planos no atiesados .....	69
3.10.3.2. Elementos planos atiesados .....	71
3.10.4. Placas en cortante .....	73
3.10.4.1. Estados límite de flujo por cortante y de iniciación del pandeo .....	73
3.10.4.2. Contribución del campo de tensión diagonal .....	75
3.10.4.2.1. Especificaciones de diseño .....	75
Reglamento del D.F. ....	75
Especificaciones AISC para diseño de factores de carga y resistencia ..	83
Perfiles de lámina delgada .....	86
Especificaciones AISI para diseño de factores de carga y resistencia ..	86
3.10.5. Flexión y cortante combinados .....	87
<b>3.11. Referencias</b> .....	<b>90</b>

## 3.1. INTRODUCCIÓN

Casi todos los miembros que constituyen las estructuras metálicas, sean perfiles laminados en caliente, secciones compuestas por varias placas unidas por medio de remaches, tornillos o soldaduras o perfiles de lámina delgada doblada en frío, están formados por un conjunto de elementos planos ligados entre sí a lo largo de sus bordes<sup>1</sup> que, cuando trabajan en compresión, pueden alcanzar un estado de equilibrio inestable y pandearse localmente antes de que la pieza falle en forma integral, originando un colapso prematuro de la barra, caracterizado por una distorsión de sus secciones transversales. En el diseño de la mayor parte de las piezas de acero utilizadas en estructuras debe estudiarse la estabilidad de las placas planas que las componen, para asegurarse de que no fallarán antes que la pieza en conjunto o en caso contrario, para determinar la carga que ocasiona el pandeo local y adoptar un coeficiente de seguridad adecuado con respecto a él.

Cualquier placa puede pandearse si está sometida a acciones que ocasionan esfuerzos de compresión en alguna región o dirección determinada: fuerzas de compresión distribuidas en los bordes, pares aplicados en ellos (la mitad de la placa está comprimida), cortante puro (uno de los esfuerzos principales es de compresión); una situación análoga, que puede llevar también a la iniciación del pandeo, existe cuando obra sobre la placa cualquier combinación de cortante con flexión y/o compresión, producida por fuerzas aplicadas en su perímetro.

En este capítulo se estudian placas rectangulares cargadas en los bordes, ya que el problema de estabilidad de placas se investiga aquí para entender el comportamiento de las secciones que se usan en estructuras, formadas por conjuntos de elementos planos rectangulares, más o menos alargados.

Las solicitaciones más importantes son:

1. Compresión uniforme, en patines de vigas y patines y almas de columnas.
2. Flexión pura, en almas de trabes en regiones de cortante nulo.
3. Cortante puro, condición cercana a la existente en almas de vigas en zonas en las que el momento flexionante es reducido.
4. Combinaciones de las acciones anteriores.

El primer caso es muy frecuente; el segundo y el tercero son raros en la práctica (de hecho, el cortante puro, sin flexión, no existe) y se cae, casi siempre, en el cuarto; sin embargo, al diseñar una estructura suele suponerse que el alma está sometida a la mayor de las dos solicitaciones, flexión o cortante, ignorando el efecto de la otra; únicamente se considera la interacción de ambas cuando tienen intensidades elevadas en la misma zona, por ejemplo, en apoyos intermedios de vigas continuas.

---

<sup>1</sup> Son excepción los miembros de sección transversal circular hueca.

El problema básico, que corresponde a la última de las condiciones de carga mencionadas, se ilustra en la Fig. 3.1, en la que se muestra una placa rectangular de longitud  $a$ , ancho  $b$  y grueso  $t$ , soportada en los cuatro bordes, con fuerzas cortantes  $\tau_{xy}t$  y  $\tau_{yx}t$  distribuidas uniformemente en ellos y fuerzas normales  $\sigma_x t$  que varían linealmente, en los bordes  $x = 0$  y  $x = a$ . Esta condición corresponde al caso más general que puede presentarse en un tablero del alma de una trabe, comprendido entre los patines y dos atiesadores verticales, cuando actúa sobre ella una fuerza axial además de las cargas transversales; las otras tres condiciones pueden considerarse casos particulares de ésta. (En la Fig. 3.1 se muestra una condición de carga idealizada, ya que los esfuerzos cortantes reales nunca están distribuidos uniformemente en los bordes y los esfuerzos normales en las secciones  $x = 0$  y  $x = a$  no son iguales, pues el momento flexionante varía a lo largo del eje de la trabe; sin embargo, la complejidad del problema del pandeo lateral de placas obliga a introducir simplificaciones en las solicitaciones, pues de lo contrario la solución matemática se volvería muy complicada o aún imposible; el error que se comete es pequeño si el estudio se basa en valores promedio de los esfuerzos cortantes y normales, ya que las placas de interés, excepto las comprimidas en una dirección, suelen ser cortas).

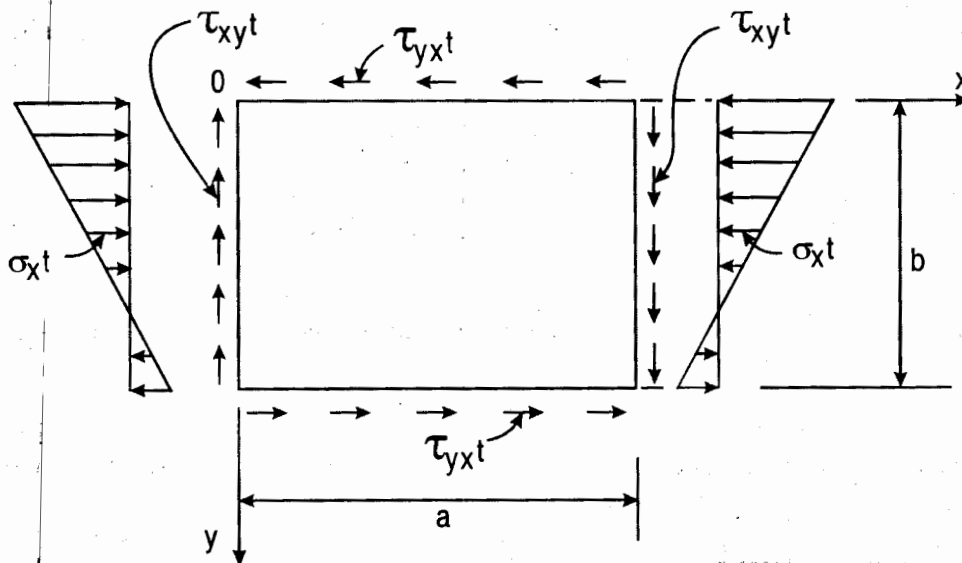


Figura 3.1. Condición general de carga de un tablero del alma de una trabe.

Como las columnas y vigas, las placas esbeltas se pandean en el intervalo elástico, pero el esfuerzo crítico de elementos planos relativamente robustos puede ser mayor que el límite de proporcionalidad; si esto sucede, los resultados deben corregirse por inelasticidad; por otro lado, las placas esbeltas y con condiciones de apoyo adecuadas tienen una resistencia importante después de que se inicia el pandeo y antes de llegar al colapso, que se tiene en cuenta en muchos problemas de diseño.

## 3.2. COMPORTAMIENTO DE PLACAS COMPRIMIDAS

En la Fig. 3.2 se ilustra el comportamiento de placas rectangulares de diversas esbelteces. Se muestran en ella las gráficas esfuerzo normal medio ( $\sigma = P/bt$ ) deformación longitudinal unitaria media ( $\epsilon$ ), y esfuerzo normal medio-deflexión lateral ( $\omega$ ) de placas perfectamente planas, con distintas relaciones ancho/grueso, sometidas a fuerzas de compresión  $P$  crecientes, aplicadas en una dirección. Los bordes horizontales se mantienen rectos durante todo el proceso y los verticales, paralelos a la dirección de la carga, están apoyados libremente. El ancho de la placa es  $b$  y su grueso  $t$ .

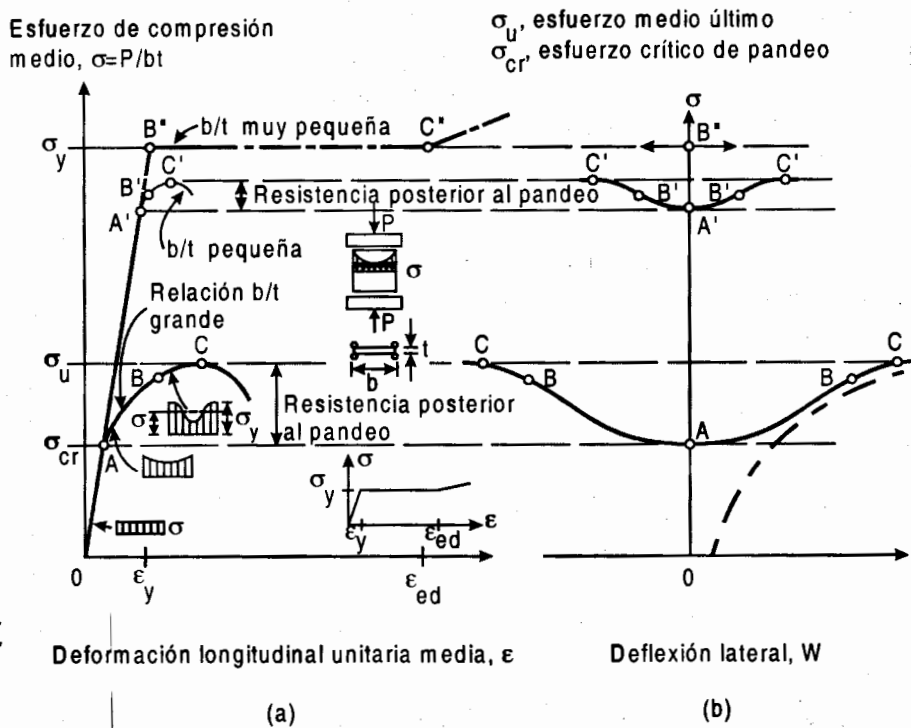


Figura 3.2. Comportamiento de placas comprimidas.

La gráfica esfuerzo-deformación del material está en un croquis en la Fig. 3.2a.



Las gráficas *OABC* muestran el comportamiento de placas de relación *b/t* elevada. Se observan varias regiones diferentes: al principio las deformaciones  $\epsilon$  crecen linealmente con el esfuerzo  $\sigma$ , que es constante en todo el ancho y no hay deflexiones laterales. Esta etapa termina cuando  $\sigma$  alcanza un cierto valor crítico,  $\sigma_{cr}$  (puntos *A*), a partir del cual la placa empieza a deformarse lateralmente, es decir, se pandea, pero a diferencia de las columnas, en las que la carga crítica es casi igual a la de colapso, puede soportar cargas adicionales importantes, porque las deformaciones laterales están restringidas por la resistencia a la flexión entre los bordes verticales.

Cuando la carga es mayor que la de pandeo los esfuerzos dejan de ser uniformes (zona *AB*); crecen más rápidamente en los bordes que en el centro, hasta que llegan en ellos al valor de fluencia (puntos *B* de las curvas); después, las regiones plastificadas se extienden hasta que se alcanza la resistencia máxima de la placa (puntos *C*); el esfuerzo medio correspondiente es  $\sigma_u$ . Si las relaciones *b/t* son altas, el incremento de esfuerzo arriba del crítico de pandeo puede ser muy importante.

La placa perfectamente plana se conserva así hasta que los esfuerzos alcanzan el valor crítico; a partir de entonces se deforma lateralmente, siguiendo cualquiera de las ramas *ABC* de la Fig. 3.2b; después del punto *C* las deflexiones siguen creciendo sin incremento de carga. Las placas reales tienen, desde un principio, pequeñas deformaciones laterales que hacen que su curva  $\sigma - w$  sea como la dibujada con línea interrumpida; cuando las deformaciones son grandes esta curva tiende hacia la ideal, lo que indica que pequeñas imperfecciones iniciales tienen poca influencia sobre la capacidad total de carga (ref. 3.1).

En placas con relaciones ancho/grueso reducidas el esfuerzo crítico está cerca de  $\sigma_y$ , y el flujo plástico se inicia casi inmediatamente después de que empieza el pandeo; la resistencia última es poco mayor que la carga crítica (curvas *OA' B' C'*).

Si la relación *b/t* está por debajo de un cierto límite, se llega al esfuerzo de fluencia sin que se inicie el pandeo; después, las deformaciones crecen bajo esfuerzo constante (línea *OB''C''*, Fig. 3.2a). Eventualmente la placa falla, ya sea antes o después del punto *C''*, pues si la relación *b/t* es suficientemente pequeña, puede llegar al endurecimiento por deformación sin pandeo previo.

El comportamiento de placas con otras condiciones de apoyo y con cargas en los bordes distribuidas de una manera diferente es cualitativamente semejante al descrito, aunque tanto la magnitud del esfuerzo crítico como la importancia de la resistencia posterior al pandeo varía de unos casos a otros.

### 3.3. PLACAS COMPRIMIDAS EN UNA DIRECCIÓN

Las placas rectangulares comprimidas en una dirección por una carga uniforme que actúa en su plano medio tienen gran importancia en las estructuras de acero, pues forman parte de muchos de los elementos que las constituyen.

Como en todos los problemas de pandeo, los valores críticos de las cargas pueden determinarse sacando a la placa de su configuración inicial y calculando las fuerzas necesarias para mantenerla en equilibrio en una posición ligeramente deformada.

La obtención de las ecuaciones que rigen la inestabilidad de placas es bastante más complicada que la de las barras rectas; sin embargo, los conceptos básicos son semejantes.

El punto de partida es la ecuación de equilibrio de la placa en una configuración deformada cercana a la plana inicial (Apéndice B de la ref. 3.2), que se obtiene utilizando las hipótesis siguientes:

- a) El material es elástico y homogéneo.
- b) Antes de aplicar las cargas la placa es perfectamente plana.
- c) Todas las fuerzas exteriores, que actúan en los bordes de la placa, se encuentran en su plano medio.
- d) La placa es delgada, es decir, su **grosor es pequeño en comparación con las dimensiones restantes.**
- e) Las deflexiones laterales son pequeñas comparadas con el grosor.

Los resultados son aplicables a placas que se pandean en el intervalo elástico; describen el fenómeno en el instante en que se inicia, pero no son válidos para etapas posteriores, en las que las deflexiones alcanzan magnitudes del orden del grosor; no permiten, por consiguiente, evaluar la resistencia posterior al pandeo.

#### 3.3.1. Pandeo elástico

La ecuación de equilibrio de la placa ligeramente deformada es (Fig. 3.3):

$$D \left( \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} \right) + \sigma_x t \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \quad (3.1)$$

$w$  son los desplazamientos de los puntos de la superficie media, normales al plano que ocupaban inicialmente;  $x, y$ , las coordenadas de esos puntos, referidas a los ejes de la Fig. 3.3;  $t$  el grueso de la placa, y  $\sigma_x t$ , la fuerza normal por unidad de longitud de los bordes  $b$ .

$D = Et^3/12(1 - \mu^2)$  es la rigidez a la flexión de la placa, por unidad de ancho y  $\mu$  la Constante de Poisson; para el acero se toma igual a 0.3.

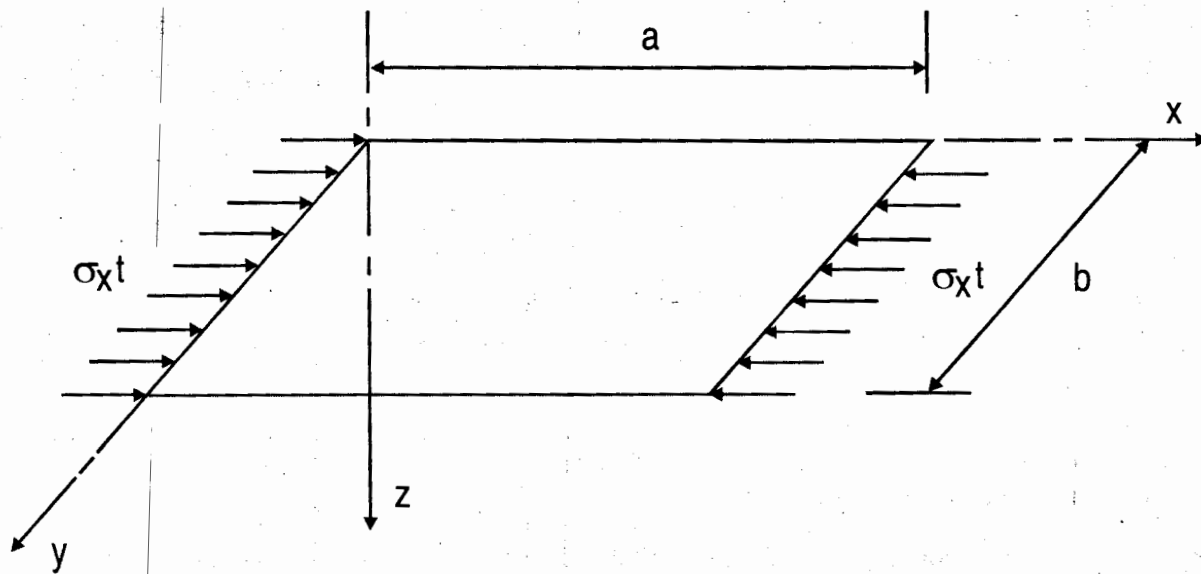


Figura 3.3. Placa comprimida en una sola dirección.

La ecuación diferencial homogénea 3.1 desempeña en la teoría del pandeo de placas comprimidas el mismo papel que la ecuación  $EI(d^2v/dz^2) + Pv = 0$ , también diferencial y homogénea, juega en la de columnas.

Sólo hay soluciones  $w$  de la ec. 3.1 para ciertos valores característicos  $\sigma_{cr}$  del esfuerzo  $\sigma_x$ ; cada solución describe una configuración deformada de la placa en equilibrio inestable, asociada con el esfuerzo  $\sigma_{cr}$  correspondiente. Si  $\sigma_x$  difiere de los valores característicos, la ec. 3.1 sólo es satisfecha por la solución trivial  $w = 0$ . Desde un punto de vista matemático, el cálculo de  $\sigma_{cr}$  consiste en determinar los valores característicos de  $\sigma_x$  en la ec. 3.1.

La ec. 3.1 es válida cuando la respuesta del material es elástica lineal, por lo que debe modificarse si  $\sigma_x$  sobrepasa el límite de proporcionalidad.

El esfuerzo crítico de pandeo elástico es (refs. 3.1 a 3.4):

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \quad (3.2)$$

$k$  es el *factor de placa*, coeficiente adimensional que depende de la *relación de aspecto*  $\alpha = a/b$  y de las condiciones de apoyo. Las de los bordes cargados  $b$  (Fig. 3.3) influyen poco en la carga crítica de las placas comprimidas largas; en cambio, es decisiva la manera en que están apoyados los bordes  $a$ , paralelos a la dirección de la compresión.

En las Figs. 3.4 y 3.5 se muestran secciones transversales y longitudinales de dos placas pandeadas, una libremente apoyada en los bordes  $b$  y con restricciones elásticas en los  $a$  (Fig. 3.4), y la otra con esas mismas condiciones de apoyo en tres de los bordes y libre (sin apoyo de ningún tipo) en el cuarto (Fig. 3.5).

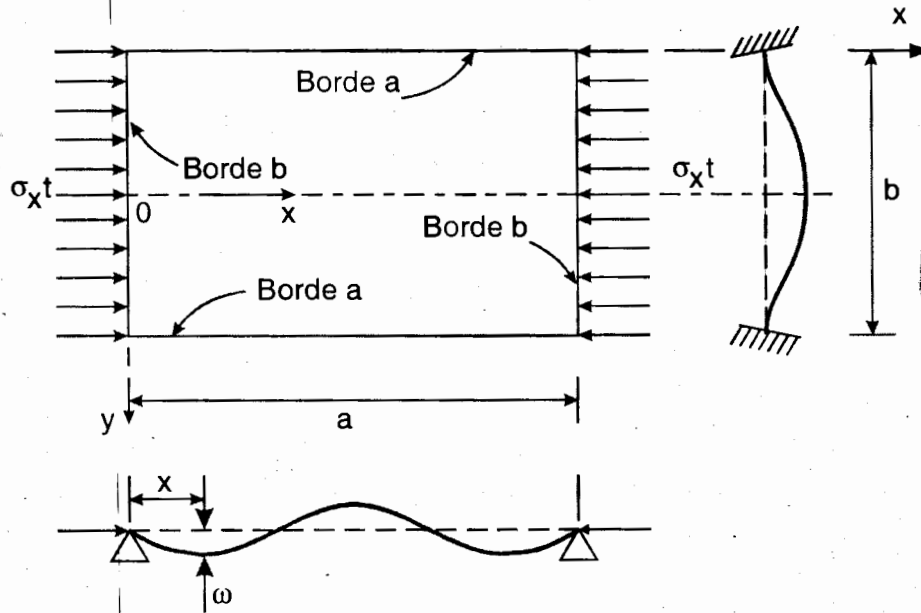


Figura 3.4. Placa apoyada libremente en los bordes  $b$  y con restricciones elásticas en los bordes  $a$ .

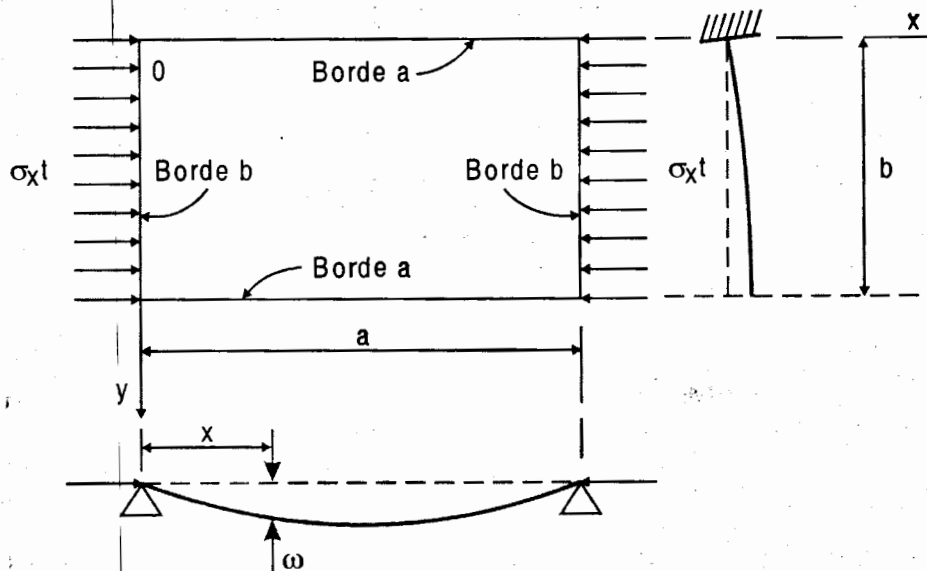


Figura 3.5. Placa apoyada libremente en los bordes  $b$ , restringida elásticamente en un borde  $a$  y libre en el otro.

Exceptuando las muy cortas, las placas de la Fig. 3.4 se pandean en varias semiondas longitudinales; su número depende de la relación de aspecto y de las condiciones de apoyo en los bordes  $a$ ; en cambio, en las de la Fig. 3.5 se forma, siempre, una sola semionda de pandeo.

Las Figs. 3.6 a 3.9 muestran la variación del factor de placa en función de la relación de aspecto  $\alpha$ , para diversos tipos de apoyo en los bordes paralelos a la dirección de la compresión y bordes cargados libremente apoyados, y en la Fig. 3.10 se resumen los resultados y se incluyen las curvas para bordes cargados empotrados;  $n$  es el número de semiondas de pandeo.

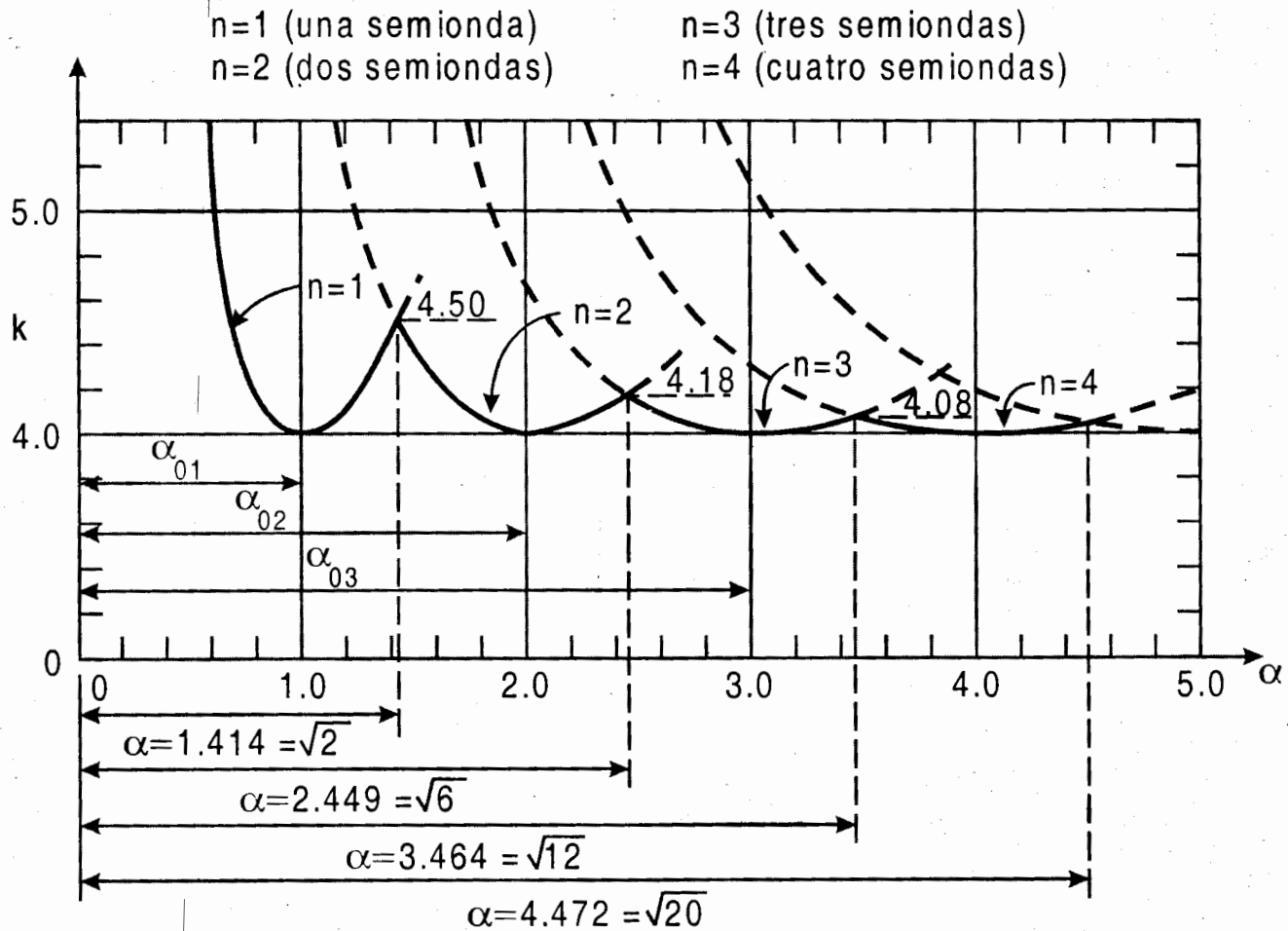


Figura 3.6. Variación del factor de placa  $k$  con la relación de aspecto  $\alpha$ . Placas comprimidas libremente apoyadas.

En los tres primeros casos (Figs. 3.6 a 3.8),  $k$  adquiere su valor mínimo cuando la placa se pandea en una sola semionda o en dos o más de longitudes iguales. La diferencia entre los valores máximo y mínimo disminuye al aumentar la relación  $\alpha$ ; como en muchos elementos estructurales sólo interesan las placas largas y angostas, el diseño puede basarse en el factor  $k$  más pequeño. Aunque las condiciones son distintas en placas libremente apoyadas en un borde longitudinal y libres en el otro, en la Fig. 3.9 se ve que el diseño puede basarse también en un valor constante de  $k$ ; los errores son pequeños cuando  $\alpha$  excede de 2 ó 3. Por último, en la Fig. 3.10 se concluye que el tipo de apoyo de los bordes cargados tampoco influye significativamente en placas largas.

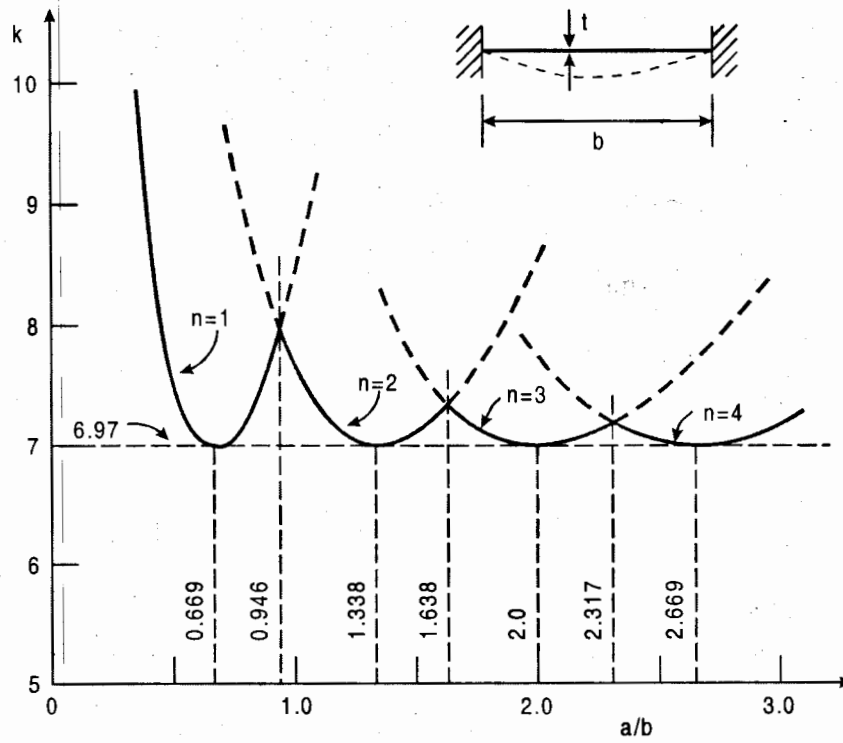


Figura 3.7. Variación del factor de placa  $k$  en función de la relación de aspecto  $a/b$ . Placas empotradas en los bordes longitudinales.

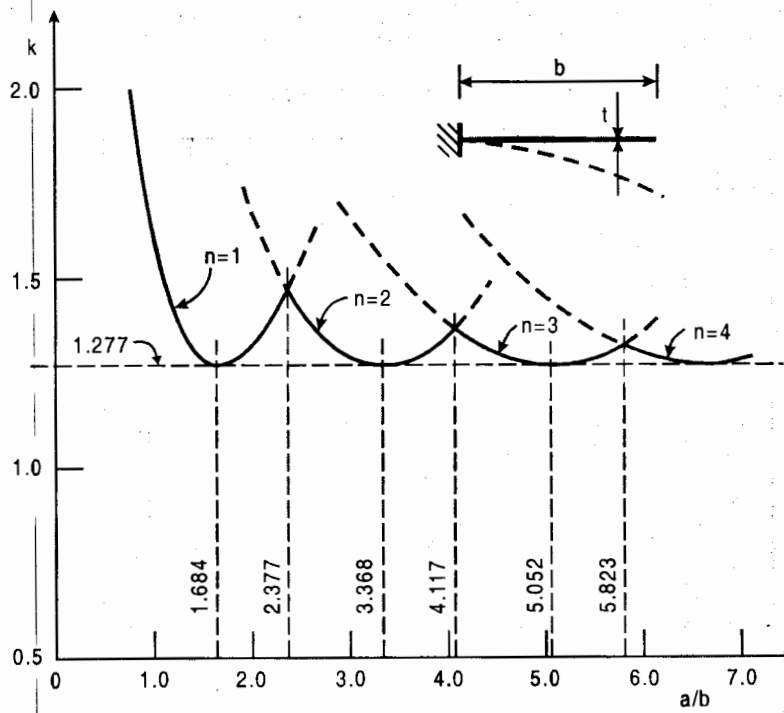


Figura 3.8. Variación del factor de placa  $k$  en función de la relación de aspecto  $a/b$ . Placas empotradas en un borde longitudinal, libres en el otro.

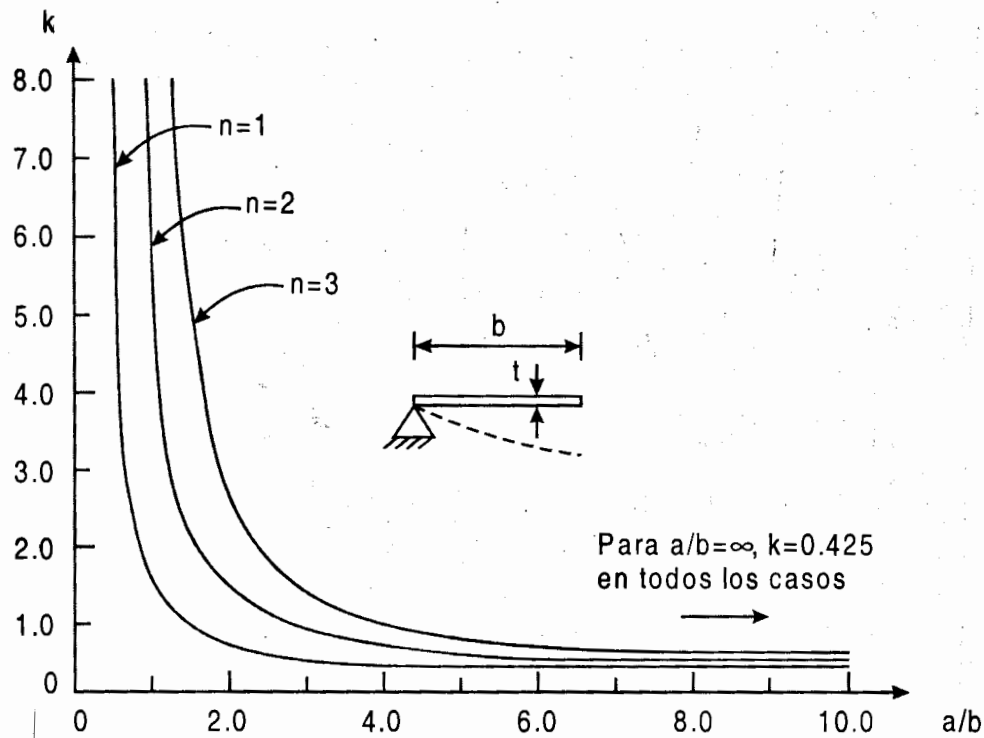
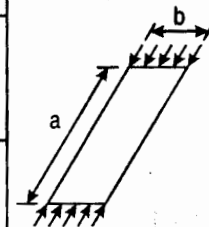


Figura 3.9. Variación del factor de placa  $k$  en función de la relación de aspecto  $a/b$ . Placas libremente apoyadas en un borde longitudinal, libres en el otro.

Tabla 3.1. Valores mínimos de  $k$ .

Caso	Tipo de apoyo en los bordes descargados (los bordes cargados están libremente apoyados)		$K_{\min}$
1	Los dos bordes libremente apoyados		4.000
2	Un borde libremente apoyado, el otro empotrado		5.42
3	Los dos bordes empotrados		6.97
4	Un borde libremente apoyado, el otro libre		0.425
5	Un borde empotrado, el otro libre		1.277



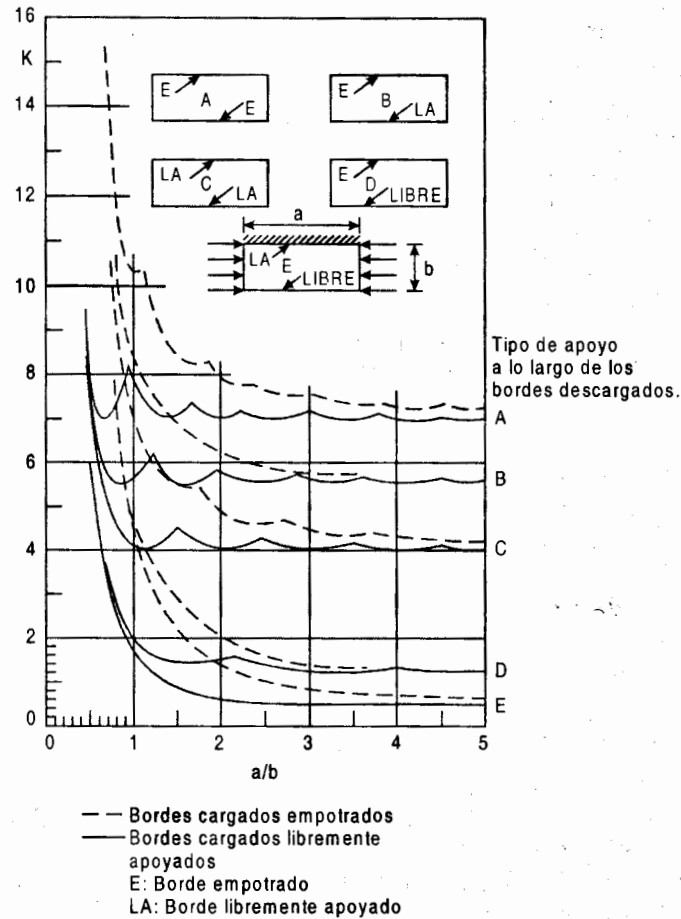


Figura 3.10. Resumen de valores del factor de placa  $k$ .

La Tabla 3.1 contiene los valores más pequeños de los factores  $k$ , para placas largas comprimidas en una dirección, con los bordes libres no cargados empotrados, libremente apoyados o sin apoyo; llevándolos a la ec. 3.2 se obtienen los esfuerzos críticos correspondientes a las diferentes condiciones de apoyo; son casi siempre conservadores. En las Figs. 3.6 a 3.9 se ve que se aproximan mucho a los reales, excepto en placas muy cortas, en las que el uso de los factores  $k$  de la tabla puede llevar a resultados demasiado conservadores.

### 3.3.1.1. Interacción de los elementos planos que forman una sección

Hasta ahora se han estudiado placas comprimidas aisladas, con condiciones de apoyo bien definidas; sin embargo, como los miembros estructurales de acero están formados, casi siempre, por varios elementos planos (las dos alas de los perfiles angulares, el alma y los patines de las secciones I, H y T, las paredes de las secciones en cajón), la carga crítica de cada uno depende de sus características propias y de las propiedades de los restantes, pues el comportamiento de conjunto es el que fija el grado de restricción angular en los bordes longitudinales de cada placa y, por tanto, el valor de su factor  $k$ .

El pandeo local tiende a iniciarse en la placa menos rígida, pero se retrasa por las restricciones que imponen las demás sobre las rotaciones de sus bordes, por lo que es frecuente que todo el conjunto se vuelva eventualmente inestable y se distorsione la sección transversal completa. (Cuando las rigideces de las placas



que componen el perfil difieren mucho entre sí, es posible que las más flexibles se comporten como si sus bordes estuviesen empotrados y que se pandeen en forma individual).

Si se supone que cada elemento plano se apoya libremente en los bordes unidos con otras placas, se calcula el esfuerzo crítico de cada uno, y se toma como esfuerzo crítico de pandeo local del conjunto el más pequeño, se obtiene un resultado que suele ser conservador, ya que la resistencia de la placa más desfavorable aumenta por las restricciones que imponen las restantes en sus bordes. La única excepción se tiene cuando el pandeo de todas las placas se inicia al mismo tiempo; ninguna restringe a las demás y el esfuerzo crítico calculado para cada placa es el del conjunto.

Si en una sección H, por ejemplo, se considera que el alma está apoyada libremente en los dos bordes y que cada patín está compuesto por dos placas, con apoyo libre en el borde, en contacto con el alma y sin ningún apoyo en el otro, se calculan sus esfuerzos críticos con la ec. 3.2, haciendo en ella  $k = 4.0$  para el alma y a 0.425 para los patines (Tabla 3.1), y se toma como esfuerzo crítico de pandeo local del perfil completo el menor de los dos, el resultado es en general conservador. Cuando se desee mayor precisión, se tendrá en cuenta la interacción de alma y patines.

Puede resolverse el problema de manera exacta, considerando la estabilidad del conjunto de placas; sin embargo, se requieren cálculos matemáticos muy laboriosos y de difícil aplicación a problemas prácticos, por lo que se han buscado soluciones aproximadas (ref. 3.4).

La ref. 3.2 contiene un resumen de los resultados obtenidos para columnas en compresión axial, con las secciones transversales más comunes.

En el diseño no suele considerarse explícitamente la interacción de placas, sino se toma en cuenta, de manera aproximada, modificando más, o menos arbitrariamente, los factores  $k$  de los elementos planos individuales, en función de las restricciones que las placas restantes imponen en sus bordes; se busca que los resultados se acerquen razonablemente a los obtenidos en investigaciones experimentales.

### 3.3.2. Pandeo inelástico

El esfuerzo crítico de pandeo de las placas comprimidas sobrepasa el límite de proporcionalidad cuando su relación ancho/grueso es menor que un cierto límite, que depende del esfuerzo de fluencia del acero, de los esfuerzos residuales y de las condiciones de apoyo. Esta situación se presenta en todos los elementos relativamente robustos.

Las fórmulas basadas en la Ley de Hooke deben ser reemplazadas por expresiones que incluyan los fenómenos ocasionados por el comportamiento inelástico del material.

La teoría del pandeo inelástico de placas es muy compleja y lleva a resultados de aplicación práctica limitada, por lo que conviene utilizar métodos simplificados para extender la ec. 3.2 a ese intervalo.

En la ref. 3.4 se propone sustituir el módulo de elasticidad  $E$  por un módulo efectivo neto, igual a  $\sqrt{EE_t} = E\sqrt{E_t/E} = E\sqrt{\eta}$ , con lo que la ec. 3.2 se convierte en:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E \sqrt{\eta}}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \quad (3.3)$$

El módulo efectivo es función de  $E$  y de  $E_t$  porque cuando se inicia el pandeo el esfuerzo normal en la dirección de la carga sobrepasa el límite de proporcionalidad, pero en la dirección perpendicular se conserva por debajo de él (ref. 3.4).

Un número considerable de ensayos realizados con especímenes de acero y de aluminio han demostrado que la ec. 3.3 proporciona los esfuerzos críticos de pandeo inelástico con precisión suficiente para fines de diseño.

Un segundo procedimiento para el cálculo aproximado del esfuerzo crítico de pandeo inelástico de placas comprimidas, consiste en suponer que la relación entre los esfuerzos críticos en los intervalos elástico e inelástico, es la misma que en columnas cargadas axialmente y corregir el esfuerzo crítico que correspondería a un comportamiento elástico ilimitado con una curva o fórmula deducida para columnas. Así, el esfuerzo crítico de pandeo inelástico se calcula con la ec. 2.28, que se reproduce aquí:

$$\sigma_{cr} = \sigma_y \left( 1 - \frac{\sigma_y}{4\sigma_e} \right) \quad (3.4)$$

Si  $\sigma_{cr}$ , obtenido con la ec. 3.2, es menor o igual que  $\sigma_y/2$ , el pandeo se inicia en el intervalo elástico y el esfuerzo crítico calculado es el correcto; en caso contrario, cuando  $\sigma_{cr}$  es mayor que el 50% del esfuerzo de fluencia, la ec. 3.2 proporciona un esfuerzo crítico elástico hipotético  $\sigma_e$ , que se introduce en la ec. 3.4 para obtener un valor aproximado del esfuerzo crítico inelástico.

A primera vista puede parecer conservador tomar el límite de proporcionalidad igual a  $\sigma_y/2$ , ya que los esfuerzos residuales medidos en placas aisladas son mucho menores que los de secciones I o H; sin embargo, debe recordarse que las placas son elementos integrantes de perfiles laminados o soldados.

Este método aproximado es aplicable también a placas con otras condiciones de carga.

**EJEMPLO 3.1.** Determine la resistencia al pandeo de una placa larga de acero A-36 ( $\sigma_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$ ) comprimida uniformemente; su sección transversal es de  $60 \times 1.27 \text{ cm}$ , y está libremente apoyada en los dos bordes longitudinales.

Para las condiciones de apoyo supuestas,  $k = 4.0$  (Tabla 3.1).

Ec. 3.2:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2 k = \frac{2039000\pi^2}{12(1-0.3^2)} \left( \frac{1.27}{60} \right)^2 4.0 = 3303 \text{ kg/cm}^2 > \frac{\sigma_y}{2} = 1265 \text{ kg/cm}^2$$

El pandeo se inicia en el intervalo inelástico; debe corregirse el resultado anterior.

$$\text{Ec. 3.4: } \sigma_{cr} = \sigma_y \left( 1 - \frac{\sigma_y}{4\sigma_e} \right) = 2530 \left( 1 - \frac{2530}{4 \times 3303} \right) = 2046 \text{ kg/cm}^2$$

Resistencia de la placa.  $P_{cr} = A\sigma_{cr} = 60 \times 1.27 \times 2.046 = 155.9 \text{ ton}$

**EJEMPLO 3.2.** Calcule la fuerza axial que ocasionaría el pandeo local de una columna de acero A-36, cuya sección transversal se muestra en a Fig. E3.2-1; el pandeo de conjunto está evitado por elementos exteriores de contraventeo.

Se obtiene una solución conservadora determinando los esfuerzos críticos de pandeo de alma y patines, suponiendo que son placas aisladas, con apoyos libres en los bordes comunes y tomando como esfuerzo crítico del conjunto el menor de los dos.

*Patines.* Se consideran como placas de 19.67 cm de ancho, apoyadas libremente en un borde y libres en el otro.

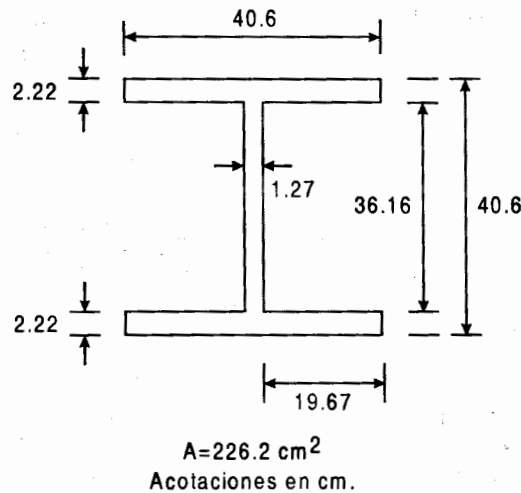


Figura E3.2-1. Sección transversal de la columna.

De la Tabla 3.1,  $k = 0.425$ .

$$\text{Ec. 3.2: } \sigma_{cr} = \frac{2039000\pi^2}{12(1-0.3^2)} \left( \frac{2.22}{19.67} \right)^2 0.425 = 9977 \text{ kg/cm}^2$$

Alma. Está libremente apoyada en los dos bordes longitudinales  $\therefore k = 4.0$  (Tabla 3.1).

$$\text{Ec. 3.2: } \sigma_{cr} = \frac{2039000\pi^2}{12(1-0.3^2)} \left( \frac{1.27}{36.16} \right)^2 4.0 = 9094 \text{ kg/cm}^2$$

Es crítica el alma. Se toma como esfuerzo crítico de pandeo local de la columna  $\sigma_{cr} = 9094 \text{ kg/cm}^2$ .

Corrección por inelasticidad (ec. 3.4).

$$\sigma_{cr} = 2530 \left( 1 - \frac{2530}{4 \times 9094} \right) = 2355 \text{ kg/cm}^2$$

La fuerza axial que produciría el pandeo local es:

$$P_{cr} = A\sigma_{cr} = 226.2 \times 2.355 = 533 \text{ ton}$$

En la ref. 3.2 se resolvió este mismo ejemplo, teniendo en cuenta la interacción del alma y los patines de la sección; se obtuvo un esfuerzo crítico elástico bastante mayor que aquí, 13600 contra 9094 kg/cm<sup>2</sup>, pero el resultado final, corregido por inelasticidad es casi el mismo ( $P_{cr} = 549 \text{ Ton}$ ;  $533/549 = 0.971$ ).

### 3.4. OTRAS CONDICIONES DE CARGA

Las ecuaciones 3.2 y 3.4 pueden aplicarse a placas con cargas diferentes de la compresión pura; sólo cambia el valor del factor  $k$  que depende, además de las condiciones de apoyo y de la relación de aspecto de la placa, del tipo de sollicitación a que esté sometida.

Hay una literatura muy extensa sobre este tema (ver, por ejemplo, las refs. 3.1 a 3.5); en lo que sigue se presenta un resumen de algunos de los resultados más importantes.

#### 3.4.1. Placas sometidas a esfuerzos normales no uniformes

En los bordes  $x = 0$  y  $x = a$  actúan fuerzas aplicadas en el plano medio de la placa, que producen esfuerzos normales  $\sigma$ , cuya magnitud varía linealmente a lo largo del borde (Fig. 3.11).

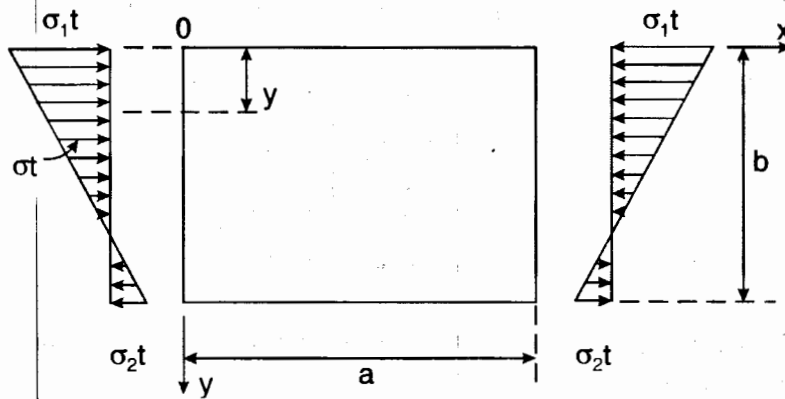


Figura 3.11. Placa sometida a esfuerzos longitudinales no uniformes.

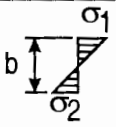
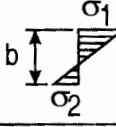
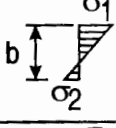
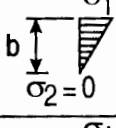
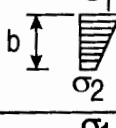
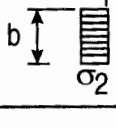
El esfuerzo crítico de pandeo elástico se calcula con la ec. 3.2 modificada:

$$\sigma_{1cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \quad (3.5)$$

$\sigma_{1cr}$  es el esfuerzo de compresión máximo en el instante en que se inicia el pandeo (Fig. 3.11).

Las Tablas 3.2 a 3.4 incluyen los valores de  $k$  para placas en compresión no uniforme, con diversas condiciones de apoyo. La  $k$  más pequeña de cada renglón puede utilizarse para el diseño de placas largas; su uso puede ser demasiado conservador cuando las relaciones de aspecto son reducidas.

Tabla 3.2. Valores de  $k$  para placas libremente apoyadas sometidas a compresión longitudinal no uniforme.

Tipo de distribución de esfuerzos	$\alpha = a/b$							
	0.4	0.5	0.6	0.667	0.75	0.8	1.0	1.5
 $\sigma_2 = -\sigma_1$	29.1	25.6	24.1	23.9	24.1	24.4	25.6	24.1
 $\sigma_2 = -\frac{2}{3}\sigma_1$	23.6		17.7		15.7	16.4	16.9	15.7
 $\sigma_2 = -\frac{1}{3}\sigma_1$	18.7		12.9		11.5	11.2	11.0	11.5
 $\sigma_2 = 0$	15.1		9.7		8.4	8.1	7.8	8.4
 $\sigma_2 = \frac{1}{3}\sigma_1$	10.8		7.1		6.1	6.0	5.8	6.1
 $\sigma_2 = \sigma_1$	8.4	6.3	5.2		4.3	4.2	4.0	4.3

### 3.4.2. Placas con fuerzas cortantes en los cuatro bordes

Sobre una placa rectangular de longitud  $a$ , ancho  $b$  y grueso  $t$  obran fuerzas cortantes  $\tau_{xy}t$  y  $\tau_{yx}t$ , uniformemente distribuidas en los cuatro bordes (Fig. 3.12).

El esfuerzo cortante crítico se obtiene con una ecuación semejante a la 3.2:

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \tag{3.6}$$

Como la condición de carga es única,  $k$  sólo es función de las condiciones de apoyo y de la relación de aspecto.

Tabla 3.3. Valores de  $k$  para placas empotradas en los bordes longitudinales, sometidas a esfuerzos longitudinales no uniformes.

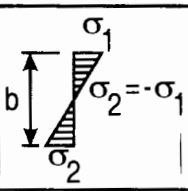
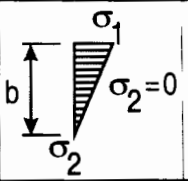
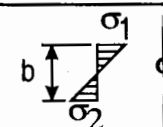
Tipo de distribución de esfuerzos	$\alpha = a/b$														
	0.30	0.35	0.40	0.45	0.47	0.48	0.50	0.60	0.64	0.65	0.66	0.67	0.70	0.80	0.90
	47.3	43.0	40.7	39.7	39.6	39.6	39.7	41.8					45.8		
			17.7				14.7	13.7	13.57	13.56	13.57	13.58	13.65	14.3	15.4

Tabla 3.4. Valores de  $k$  para placas con un borde longitudinal empotrado y el otro libre, sometidas a flexión pura.

Tipo de distribución de esfuerzos	$\alpha = a/b$										
	0.40	0.50	0.60	0.65	0.66	0.67	0.70	0.80	0.90	1.00	
	29.5	26.0	24.65	24.48	24.48	24.48	24.6	25.3	26.6	28.3	

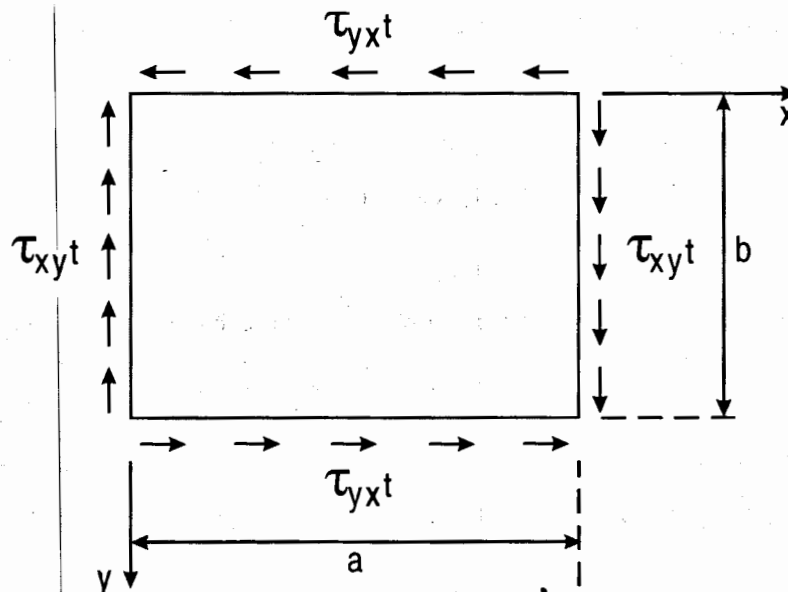


Figura 3.12. Placa sometida a fuerzas cortantes aplicadas en los bordes.

Los factores  $k$  de placas libremente apoyadas en todo el perímetro se determinan con las ecuaciones 3.7 y 3.8 (refs. 3.2 a 3.4):

$$\text{Si } \alpha \geq 1.0, \quad k = 5.34 + 4.00/\alpha^2 \quad (3.7)$$

$$\text{Si } \alpha \leq 1.0, \quad k = 4.00 + 5.34/\alpha^2 \quad (3.8)$$

Como la placa está en cortante puro, no es necesario en teoría, contar con dos fórmulas para  $k$ , pues siempre puede hacerse la dimensión mayor igual a  $a$ , de manera que  $\alpha$  no sea nunca menor que 1.0 (Fig. 3.13a); sin embargo, al diseñar almas atiesadas de traveses armados conviene que  $a$  sea la separación entre atiesadores y  $b$  el peralte del alma, por lo que, con frecuencia,  $\alpha = a/b$  es menor que la unidad (Fig. 3.13b).

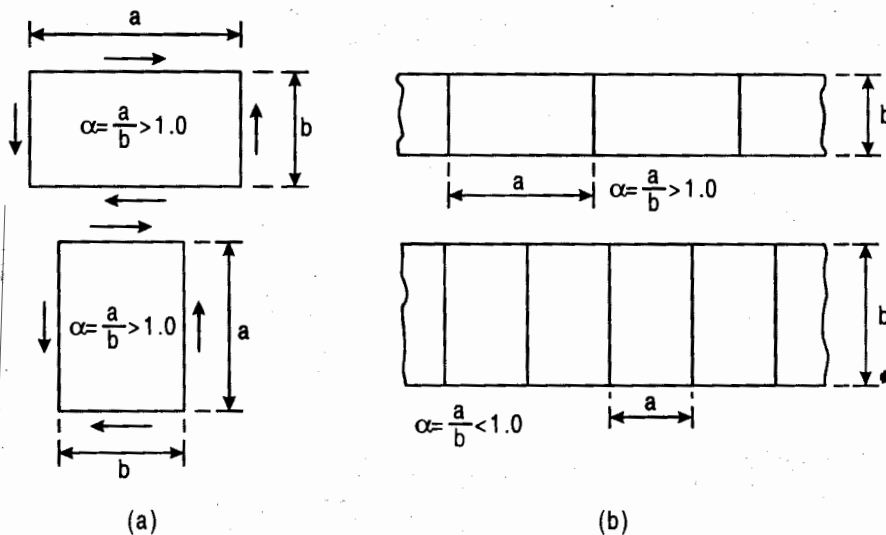


Figura 3.13. Distintas maneras de definir la relación de aspectos  $\alpha = a/b$ .

En las refs. 3.6 y 3.7 se recomienda una sola ecuación, que proporciona resultados suficientemente precisos para todos los valores de  $\alpha$ ; sustituye a las ecs. 3.7 y 3.8:

$$k = 5.00 + 5.00/\alpha^2 \quad (3.9)$$

Cuando la placa está empotrada en todo el perímetro:

$$k = 8.98 + 5.60/\alpha^2 \quad (3.10)$$

Esta expresión es válida para  $\alpha \geq 1.0$ .

Se cuenta también con alguna información referente a placas bajo combinaciones de esfuerzos normales  $\sigma$  y cortantes  $\tau$  (ref. 3.2).

**EJEMPLO 3.3.** Determine los esfuerzos críticos de pandeo de la placa de la Fig. E3.3-1, que está sometida a:

- a) Esfuerzo cortante puro.
- b) Flexión pura.

La placa de acero Gr. 50 ( $\sigma_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$ ) está libremente apoyada en los cuatro bordes.

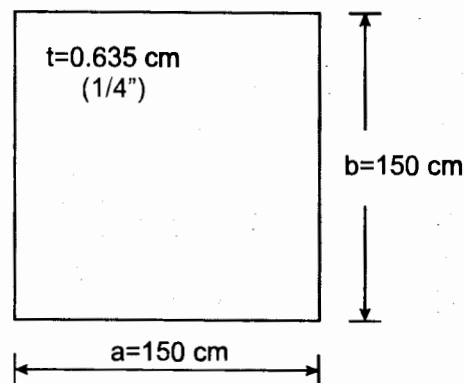


Fig. E3.3-1. Placa del ejemplo 3.3.

$$\alpha = a/b = 1.0; \quad t/b = 0.635/150 = 1/236$$

a) Cortante puro.

De la ec. 3.9:

$$k = 5.0 + 5.0/\alpha^2 = 10.0$$

De la ec. 3.6:

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k = 1842868 \left(\frac{1}{236}\right)^2 10 = 331 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{LP} = \frac{\sigma_y}{2\sqrt{3}} = 0.29\sigma_y = 0.29 \times 3515 = 1019 \text{ kg/cm}^2 > 331$$

El pandeo se inicia en el intervalo elástico;  $\tau_{cr} = 331 \text{ kg/cm}^2$ .

b) Flexión pura.

En la Tabla 3.2, para flexión pura ( $\sigma_2 = -\sigma_1$ ) y una relación de aspecto  $\alpha = 1.0$ , se lee  $k = 25.6$ .

Ec. 3.5.

$$\sigma_{1cr} = 1842868 (1/236)^2 25.6 = 847 \text{ kg/cm}^2 < \sigma_y/2 = 1757 \text{ kg/cm}^2.$$

El pandeo por flexión es también elástico  $\sigma_{1cr} = 847 \text{ kg/cm}^2$ .

**EJEMPLO 3.4.** Igual que el 3.3, pero la placa es ahora de acero A-36 y de dimensiones  $a = 120 \text{ cm}$ ,  $b = 90 \text{ cm}$ ,  $t = 0.953 \text{ cm}$  ( $3/8''$ ).

$$\alpha = 120/90 = 1.33, \quad t/b = 0.953/90 = 1/94.4$$

$$a) \quad k = 5.0 + 5.0/1.33 = 8.76. \quad \tau_{cre} = \frac{1842868}{94.4^2} \times 8.76 = 1810.08 \text{ kg/cm}^2$$

La corrección por inelasticidad se hace con las ecs. 3.30 y 3.31 del art. 3.9.2.



De la ec. 3.30,  $\tau_{pr} = 0.8$ ,  $\tau_y = 0.80 (2530/\sqrt{3}) = 1168 \text{ kg/cm}^2 < 1827 \therefore$  el pandeo se inicia en el intervalo inelástico.

El esfuerzo crítico corregido por inelasticidad es:

$$\tau_{cr} = \sqrt{\tau_{pr} \tau_{cre}} = \sqrt{1168 \times 1810.08} = 1454 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Ec. 3.31}$$

El problema puede resolverse también aplicando directamente las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento del Distrito Federal (ref. 3.6 e inciso 3.10.4.2.1):

$$1600 \sqrt{\frac{k}{F_y}} = 1600 \sqrt{\frac{8.76}{2530}} = 94.14 = \frac{b}{t}$$

De la ec. 3.68,

$$\tau_{cr} = \frac{922 \sqrt{F_y k}}{b/t} = \frac{922 \sqrt{2530 \times 8.76}}{94.44} = 1453 \text{ kg/cm}^2$$

b) De la Tabla 3.2 se toma, conservadoramente,  $\alpha = 23.9$ .

$$\text{Ec. 3.5. } \sigma_{1cr} = 1\,842\,868 (1/94)^2 23.9 = 4985 \text{ kg/cm}^2 \gg \sigma_y/2 = 1265 \text{ kg/cm}^2.$$

## 3.5. PLACAS RIGIDIZADAS

Como los esfuerzos críticos de pandeo de placas, normales o tangenciales, son proporcionales a la relación  $(t/b)^2$ , la resistencia al pandeo puede incrementarse aumentando el grueso de la placa; sin embargo, este camino lleva, con frecuencia, a placas gruesas y pesadas que resultan antieconómicas.

Se obtienen soluciones más ligeras y en muchos casos, más económicas, conservando pequeño el grueso de la placa y mejorando su estabilidad con costillas rigidizadoras. Por ejemplo, el esfuerzo crítico de pandeo de una placa comprimida en una dirección se multiplica por cuatro añadiendo un atiesador de rigidez adecuada, paralelo a las cargas, que divida su ancho en dos partes iguales. La cantidad de acero requerida en el atiesador es mucho menor que el material adicional necesario para obtener la misma carga crítica aumentando el grueso, pero al hacer un estudio económico debe tenerse en cuenta que la mano de obra se incrementa.

### 3.5.1. Placas comprimidas en una dirección

Los atiesadores transversales son poco eficientes, pues para que el factor  $k$  aumente significativamente han de colocarse muy juntos, para que la placa se pandee en semiondas de longitud pequeña (Figs. 3.6 a 3.9).

Los atiesadores paralelos a la carga son mucho más efectivos; además de que soportan una parte de la compresión, subdividen la placa en tableros cuyo ancho es una fracción del total. En el caso de la Fig. 3.14, si el atiesador tiene rigidez adecuada, al iniciarse el pandeo aparece una línea nodal que coincide con él, que hace que la placa se comporte como dos elementos de ancho  $b/2$  (Fig. 3.14c); la carga crítica del conjunto se multiplica por cuatro.

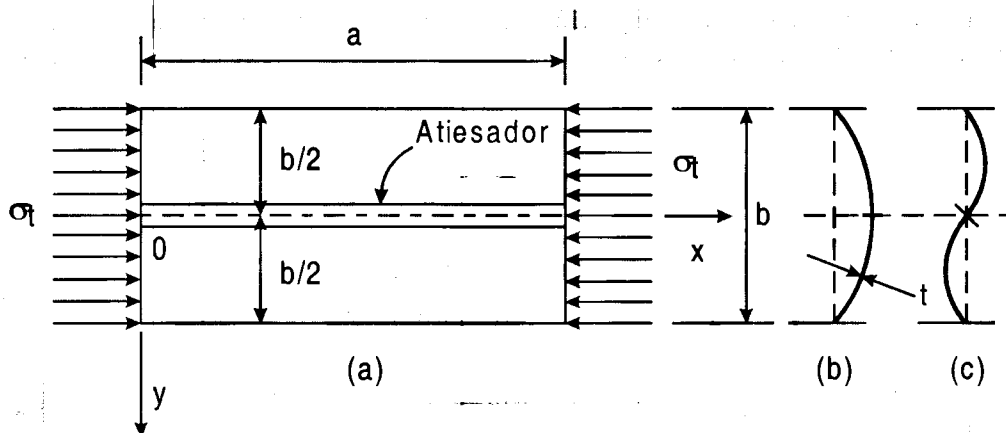


Figura 3.14. Placa libremente apoyada con un atiesador longitudinal central.

El momento de inercia mínimo del atiesador necesario para que una placa apoyada libremente en los cuatro bordes adopte al pandearse, la configuración de la Fig. 3.14c, y no la de la Fig. 3.14b, se calcula con la expresión (refs. 3.2, 3.4):

$$I_o = \frac{bt^3}{12(1-\mu^2)} \gamma_0 = 0.092bt^3 \gamma_0 \quad (3.11)$$

$$\text{Si } 0 < \delta \leq 0.20, \quad \gamma_0 = 11.4\alpha + (1.25 + 16\delta)\alpha^2 - 5.4\sqrt{\alpha} \leq (\gamma_0)_{\text{máx}}$$

$\alpha$  es la relación de aspecto de la placa completa.

Para cada  $\delta$  hay un valor máximo de  $\gamma_0$ ,  $(\gamma_0)_{\text{máx}} = 24.4 + 112 \delta (1 + \delta)$ , que no es necesario exceder.  $\delta$  es el cociente del área de la sección transversal del atiesador entre el área de la placa completa  $bt$ .

Como las ecuaciones anteriores no dependen del módulo de elasticidad ni de la relación  $\eta$ , son válidas para cualquier metal, en el intervalo elástico o inelástico.

Los atiesadores sencillos, colocados en un lado de la placa, son más eficientes que los dobles; en estructuras reales se emplean con frecuencia. Se recomienda se considere que una faja de placa de ancho  $30t$  forma parte del atiesador (ref. 3.4), y que el momento de inercia se calcule respecto al eje centroidal de la sección resultante.

Las refs. 3.2 y 3.4 contienen información para placas libremente apoyadas en todo el perímetro, con tres o más atiesadores paralelos a la dirección de la carga, con separaciones iguales entre sí; se trata, además, la inestabilidad local de los atiesadores.

### 3.5.2. Placas en flexión

Las semiondas de pandeo de placas en flexión pura son muy cortas, por lo que, como en las comprimidas, los atiesadores transversales son poco útiles para aumentar su resistencia, aún colocándolos muy juntos (Tablas 3.2 a 3.4); el incremento que puede lograrse en el valor de  $k$  es pequeño, inclusive para relaciones de aspecto reducido. También ahora, los atiesadores paralelos a la dirección de los esfuerzos constituyen la mejor manera de incrementar la resistencia al pandeo; su eficiencia aumenta colocándolos en la zona comprimida de la placa.

Cuando el atiesador está en el eje neutro (Fig. 3.15), no hay en él esfuerzos normales, el área de su sección transversal carece de importancia y su única propiedad geométrica de interés es el momento de inercia  $I$ . Si  $I \geq 10 t^3 b / 12 (1 - \mu^2) = 0.92 t^3 b$ , el factor de placa  $k$  de la ec. 3.5 se incrementa a 35.6.

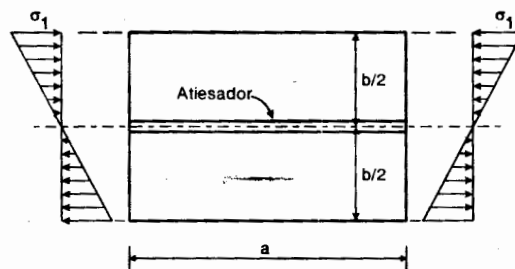


Figura 3.15. Placa en flexión con un atiesador longitudinal en el eje neutro.

Si se coloca a una distancia  $m$  del borde comprimido igual a  $b/5$ ,  $k$  sube a 129, que es el valor máximo en placas libremente apoyadas con atiesadores paralelos a la dirección de los esfuerzos producidos por flexión (refs. 3.2 y 3.4); el momento de inercia del atiesador se determina con la ec. 3.11 y las curvas de la Fig. 3.16 (ref. 3.8).

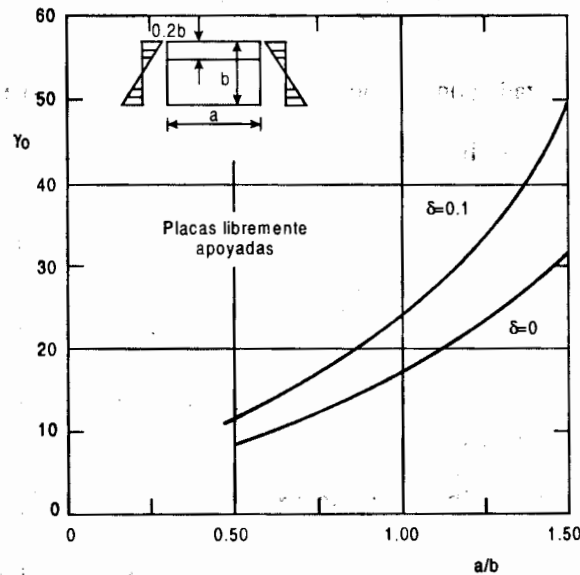


Figura 3.16. Valores mínimos de  $\gamma_0$  para los que  $k=129$ . Placas libremente apoyadas con un atiesador longitudinal a un quinto del peralte.

$k$  crece todavía más, hasta 193, cuando los bordes no cargados están empotrados; para condiciones de apoyo intermedias puede interpolarse entre los valores anteriores.

**EJEMPLO 3.5.** Determine los esfuerzos críticos de pandeo de la placa libremente apoyada de la Fig. E3.5.1, para dos condiciones de carga:

- a) Compresión uniforme.
- b) Flexión pura.

La placa es de acero A-36.

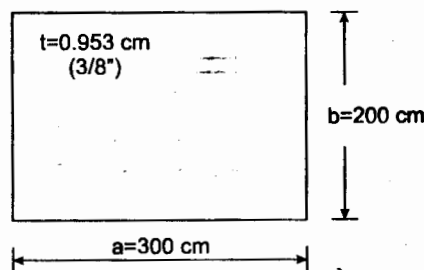


Figura E3.5-1. Placa libremente apoyada del ejemplo 3.5.

a1. Compresión uniforme; placa no rigidizada.  $k = 4.0$ .

$$\text{Ec. 3.2 } \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k = \frac{1842\ 868}{210^2} \times 4 = 167 \text{ kg/cm}^2 < \sigma_y/2$$

El pandeo se inicia en el intervalo elástico.  $\sigma_{cr} = 167 \text{ kg/cm}^2$ .

a2. Compresión uniforme; placa reforzada con un atiesador longitudinal colocado a la mitad del peralte.

Si el atiesador tiene rigidez adecuada,  $b$  se reduce a 100 cm y el esfuerzo crítico se multiplica por 4:  $\sigma_{cr} = 669 \text{ kg/cm}^2$ ; el pandeo sigue siendo elástico.

Diseño del atiesador.

Suponiendo  $\delta = A_{at}/A_{pl} = 0.1$ ,  $A_{at} = 0.1 \times 200 \times 0.953 = 19.1 \text{ cm}^2$

$$(\gamma_o)_{\max} = 24.4 + 112 \times 0.1 (1 + 0.1) = 36.7$$

$$\gamma_o = 11.4 \alpha + (1.25 + 16\delta)\alpha^2 - 5.4 \sqrt{\alpha} = 11.4 \times 1.5 + (1.25 + 16 \times 0.1)1.5^2 - 5.4 \sqrt{1.5} = 16.9 < 36.7 \therefore \gamma_o = 16.9$$

Momento de inercia mínimo del atiesador (ec. 3.11):  $I_o = 0.092 b t^3 \gamma_o = 0.092 \times 200 \times 0.953^3 \times 16.9 = 269.1 \text{ cm}^4$ .

Para que los atiesadores no fallen por pandeo local o torsional prematuros, su esfuerzo crítico calculado, considerándolos como placas largas apoyadas en un solo borde, no debe ser menor que el de la placa rigidizada:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \geq 669; 1842\ 868 \left(\frac{t}{b}\right)^2 0.425 = 669$$

$$\frac{b}{t} \leq \sqrt{\frac{1842\ 868 \times 0.425}{669}} = 34.2$$

El atiesador doble de la Fig. E3.5-2 es adecuado; sus propiedades geométricas son:

$$A = 2 \times 0.935 \times 10 = 18.7 \text{ cm}^2 \cong 19.1; \quad b/t = 10/0.953 = 10.5 < 34.2; \\ I = 0.953 \times 20.953^3/12 = 730.6 \text{ cm}^4 > 263.3.$$

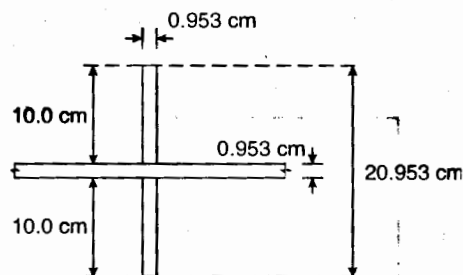


Figura E3.5-2. Atiesador doble.

Reduciendo la relación  $\delta$  podría, tal vez, disminuir el tamaño del atiesador.

El esfuerzo crítico se multiplica por 4.0.

**b1. Flexión pura, placa no rigidizada.**  $k = 24.1$

Ec. 3.5.

$$\sigma_{1cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k = \frac{1842868}{210^2} \times 24.1 = 1007 \text{ kg/cm}^2 < \sigma_y/2 = 1265 \text{ kg/cm}^2$$

**b2. Flexión pura; placa reforzada con un atiesador longitudinal colocado a  $b/5 = 40$  cm, medidos a partir del borde comprimido.**

$k = 129$  (Art. 3.5.2).

$$\sigma_{1cr} = \frac{1842868}{210^2} \times 129 = 5391 \text{ kg/cm}^2 > \sigma_y/2$$

Corrección por inelasticidad (art. 3.5.4)

$$\sigma_{1cr} = \sigma_y \left(1 - \frac{\sigma_y}{4\sigma_{crle}}\right) = 2530 \left(1 - \frac{2530}{4 \times 5391}\right) = 2233 \text{ kg/cm}^2$$

Al colocar el atiesador longitudinal, el esfuerzo crítico sube de 999 a 2233 kg/cm<sup>2</sup> ( $2233/999 = 2.24$ ); el incremento es menor que el aumento del factor  $k$  ( $129/23.9 = 5.40 > 2.24$ ) porque la placa sin reforzar se pandea en el intervalo elástico y al rigidizarla el fenómeno se inicia en el inelástico.

De la Fig. 3.16, suponiendo  $\delta = 0.1$ :

$$\gamma_0 = 50.0$$

De la ec. 3.11:  $I_0 = 0.092 b t^3 \gamma_0 = 0.092 \times 200 \times 0.953^3 \times 50.0 = 796 \text{ cm}^4$ .

El atiesador longitudinal debe tener un área  $A = 0.1 \times 200 \times 0.953 = 19.1 \text{ cm}^2$  y un momento de inercia no menor de  $796 \text{ cm}^4$ .

### 3.5.3. Placas con fuerzas cortantes en los bordes

Los atiesadores transversales constituyen la manera más eficiente de incrementar la resistencia al pandeo de placas largas en cortante puro (Fig. 3.17).

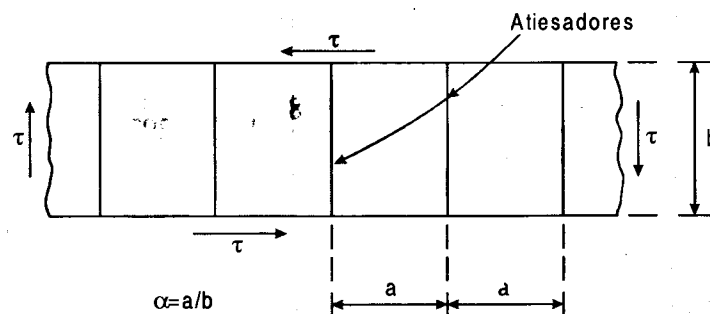


Figura 3.17. Placa en cortante puro atiesada transversalmente.

Su rigidez debe ser suficiente para que la placa se pandee en ondas entre ellos, formándose líneas nodales rectas a lo largo de sus ejes; en caso contrario son arrastrados por la placa y se pandean con ella.

Se obtiene un límite inferior del esfuerzo cortante crítico de pandeo de una placa larga, reforzada con atiesadores transversales de momento de inercia adecuado, considerando los tableros como libremente apoyados en los cuatro bordes; en esas condiciones,

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \tag{3.12}$$

$k = 4.00 + 5.34 / (a/b)^2$  si  $a/b \leq 1.0$ , y  $k = 5.34 + 4.00/(a/b)^2$  cuando  $a/b \geq 1.0$ .

$a$  es la separación entre atiesadores y  $b$  el ancho de la placa (Fig. 3.17).

Puede tomarse, también  $k = 5.00 + 5.00/(a/b)^2$ , para todos los valores de  $a/b$ .

**EJEMPLO 3.6.** Determine el esfuerzo crítico de pandeo de una placa larga de acero A-36, libremente apoyada en los bordes longitudinales y provista de atiesadores transversales con separaciones constantes, sobre la que actúan esfuerzos tangenciales uniformemente repartidos (Fig. E3.6-1).

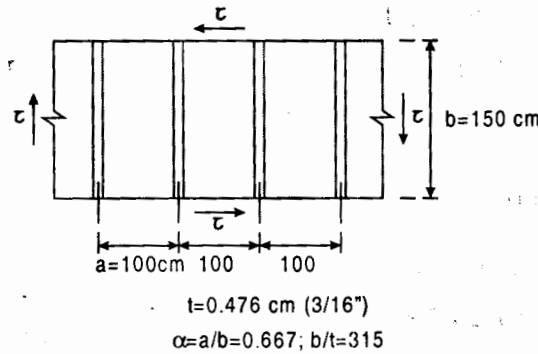


Figura E3.6-1. Placa del ejemplo 3.6.

El problema se resuelve, de manera aproximada y conservadora, suponiendo que cada tablero, limitado por dos atiesadores, está libremente apoyado en todo su perímetro. En esas condiciones,  $k = 4.00 + 5.34/0.667^2 = 160$  (puede tomarse también  $k = 5.0 + 5.0/0.667^2 = 16.2 \approx 16.0$ ).

De la ec. 3.12:

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k = \frac{1842\ 868}{315^2} \times 16.0 = 297 \text{ kg/cm}^2$$

El comportamiento elástico termina cuando  $\tau_{cr} = \tau_{pr} = 0.80\tau_y$  (Ec. 3.30)  $= 0.80 \times 2530/\sqrt{3} = 1169 \text{ kg/cm}^2$ .

Como  $\tau_{cr} = 297 \text{ kg/cm}^2 < 1169 \text{ kg/cm}^2$ , el pandeo se inicia en el intervalo elástico;  $\tau_{cr} = 297 \text{ Kg/cm}^2$ .

### 3.5.4. Pandeo inelástico

Los criterios recomendados en el art. 3.3.2 para determinar el esfuerzo crítico de pandeo inelástico de placas comprimidas son aplicables también a placas rigidizadas, comprimidas o en flexión.

Para placas con fuerzas cortantes en los bordes se utilizan las recomendaciones del art. 3.9.2, que llevan a las ecs. 3.30 a 3.32 y a las especificaciones de diseño del inciso 3.10.4.2.1.

## 3.6. RESISTENCIA EN EL INTERVALO DE ENDURECIMIENTO POR DEFORMACIÓN

Las vigas y en ocasiones las columnas flexocomprimidas de estructuras diseñadas plásticamente, deben tener características geométricas que les permitan, cuando están provistas de un contraventeo lateral adecuado, resistir el momento plástico teórico  $M_p$  ó  $M_{pc}$ , y conservarlo durante rotaciones importantes, en las secciones en que aparecen las articulaciones plásticas necesarias para la formación del mecanismo de colapso, pues en caso contrario disminuirían los momentos en las articulaciones y se reduciría la resistencia de la estructura con respecto a la predicha por la teoría.

La capacidad de admitir rotaciones importantes en las vigas, bajo momento constante  $M_p$ , es también indispensable en estructuras construidas en zonas sísmicas, que se hayan diseñado con solicitaciones reducidas por disipación de energía en el intervalo inelástico.

Para que la capacidad de rotación de una viga o columna bien contraventeada sea suficiente, los elementos planos que la componen deben tener relaciones ancho/grueso que les permitan entrar en el intervalo de endurecimiento por deformación sin pandeo local prematuro.

El problema por resolver es el de determinar los valores máximos de las relaciones ancho/grueso del patín comprimido y del alma de secciones I y H, en flexión o en flexocompresión, para los que uno y otra pueden llegar al inicio del endurecimiento por deformación (admitiendo deformaciones unitarias  $\epsilon_{ed}$ ) sin pandearse localmente.

### 3.6.1. Pandeo local de los patines

El patín comprimido de una viga está en condiciones parecidas a las de una columna en compresión axial. Si se evita su desplazamiento lateral por medio de un contraventeo adecuado y el alma es suficientemente robusta para impedir el pandeo en el plano vertical (lo que sucede casi siempre, excepto en trabes armadas de alma muy esbelta), la única forma de pandeo posible es por torsión, acompañada por una rotación del alma.

En la Fig. 3.18 se muestran el patín comprimido, la sección transversal original de la viga y la configuración deformada que adopta al pandearse.

Cuando el momento llega al valor crítico, el patín gira alrededor de su unión con el alma, la sección deja de ser simétrica y las deformaciones adicionales ocasionan una rápida reducción de la resistencia a la flexión.

La relación ancho/grueso máxima del patín comprimido para la que puede admitir todavía deformaciones unitarias  $\epsilon_{ed}$  sin pandeo local prematuro y endurecerse por deformación a partir de este punto, con un módulo



$E_{ed}$ , se ha determinado resolviendo el problema del pandeo de una placa ortotrópica y estudiando el pandeo por torsión del modelo de la Fig. 3.19, en el que el patín está representado por una placa comprimida, con esfuerzos  $\sigma_y$ , cuyas rotaciones están parcialmente restringidas por un resorte de rigidez torsional  $\rho$ , que modela el efecto del alma (refs. 3.2 y 3.10).

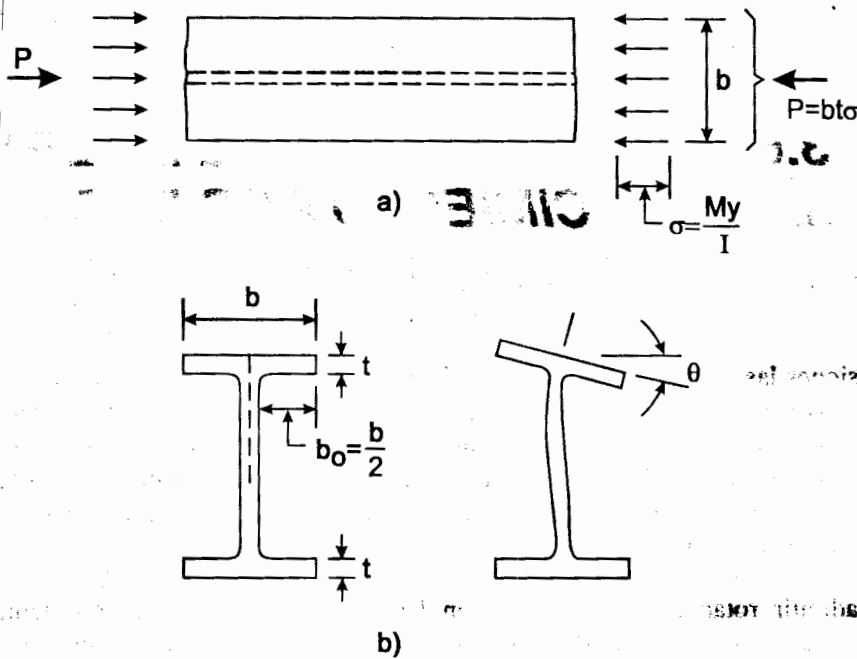


Figura 3.18. Pandeo local del patín comprimido de una viga.

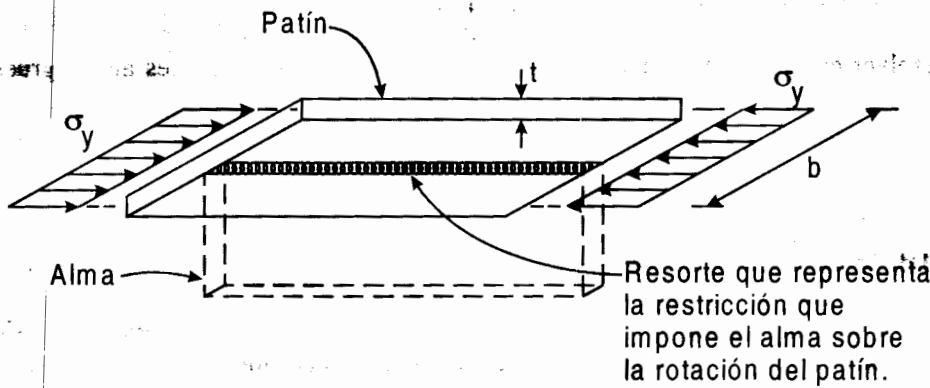


Figura 3.19. Modelo para el estudio del pandeo por torsión del patín comprimido.

A continuación se describe el segundo camino.

La carga crítica de pandeo elástico por torsión de una columna es (ec. 2.7):

$$P_{crz} = \left[ \frac{\pi^2 E C_a}{(K_i L_i)^2} + GJ \right] \frac{1}{r_0^2}$$

Esta ecuación puede utilizarse también en el intervalo de endurecimiento por deformación (refs. 3.10 y 3.11), sustituyendo  $E$  y  $G$  por  $E_{ed}$  y  $G_{ed}$ ; para tener en cuenta la restricción que impone el resorte, se introduce un tercer término en el paréntesis:

$$P_{cr} = \frac{1}{r_0^2} \left[ G_{ed} J + \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 E_{ed} C_a + \rho \left( \frac{L}{n\pi} \right)^2 \right] \quad (3.13)$$

$n$  es el número de semiondas de pandeo que se forma en la longitud  $L$ , y  $L/n$  es la longitud de una de ellas.

Para evaluar la carga crítica menor se determina la  $n$  que minimiza el segundo miembro; aunque es un número entero, puede obtenerse con precisión suficiente suponiendo que varía en forma continua y aplicando las reglas del cálculo diferencial; se llega a:

$$\frac{L}{n\pi} = \sqrt{\frac{E_{ed} C_a}{\rho}} \quad (3.14)$$

Llevando este valor a la ec. 3.13 y simplificándola, se obtiene la carga crítica mínima buscada:

$$(P_{cr})_{min} = \frac{1}{r_0^2} \left[ G_{ed} J + 2\sqrt{\rho E_{ed} C_a} \right] \quad (3.15)$$

El segundo de los términos del paréntesis representa la suma de los efectos de la restricción impuesta por el alma y de la rigidez al alabeo del patín; si se desprecia, por ser pequeño comparado con el primero, la ecuación se reduce a:

$$P_{cr} = \frac{1}{r_0^2} G_{ed} J \quad (3.16)$$

Teniendo en cuenta que  $P_{cr} = A\sigma_y = bt\sigma_y$ ,  $J = bt^3/3$ , y  $r_0^2 = (I_x + I_y)/A = b^2/12$ , la ec. 3.16 se convierte en:

$$bt\sigma_y = \frac{12}{b^2} G_{ed} \frac{bt^3}{3} = \frac{4G_{ed}t^3}{b} \quad \therefore \frac{b}{2t} = \sqrt{\frac{G_{ed}}{\sigma_y}} \quad (3.17)$$

El aumento en la relación  $b/t$  admisible, producido por la resistencia del patín al alabeo y la restricción del alma es siempre muy pequeño; en secciones H laminadas se toma en cuenta, aproximadamente, introduciendo en el radical de la ec. 3.17 el factor 1.026.

$$\frac{b}{2t} = \sqrt{\frac{1.026G_{ed}}{\sigma_y}} \quad (3.18)$$

Para que el patín comprimido de una viga I o H flexionada alrededor de su eje de mayor momento de inercia llegue al endurecimiento por deformación sin pandearse localmente en forma prematura, sus dimensiones deben satisfacer la ec. 3.18, en la que  $b$  y  $t$  son el ancho total y el grueso del patín.

Haciendo  $G_{ed} = 215000 \text{ Kg/cm}^2$  (ref. 3.11), la ec. 3.18 se reduce a:

$$\frac{b}{2t} = \sqrt{\frac{470}{\sigma_y}} \quad (3.19)$$

$\sigma_y$  es el esfuerzo de fluencia del acero, en  $\text{kg/cm}^2$ .

El módulo de cortante en el inicio del endurecimiento por deformación,  $G_{ed}$  es función de  $E_{ed}$  que se conoce con muy poca precisión (ref. 3.12).

La expresión 3.19 corresponde a vigas de acero A-7 ( $\sigma_y = 2320 \text{ kg/cm}^2$ ) o A-36 en flexión uniforme; proporciona relaciones  $b/t$  un poco menores que las que se obtienen cuando el momento es variable, como suele ser en zonas de formación de articulaciones plásticas (refs. 3.2 y 3.10) esto se dedujo a mediados de los años cincuenta, como parte de las investigaciones para determinar las condiciones geométricas y de otros tipos, que han de satisfacer los miembros de acero utilizados en estructuras diseñadas plásticamente.

La relación  $b/t$  dada por la ec. 3.19 es la máxima para la que todo el material puede deformarse, hasta llegar al endurecimiento por deformación, sin pandeo local prematuro (es decir, para la que puede lograrse todavía que  $\sigma$  sea igual a  $\sigma_y$  y  $\epsilon$  a  $\epsilon_{ed}$ , en todo el patín sin pandeo).

### 3.6.2. Almas comprimidas y flexocomprimidas

Utilizando criterios basados en el estudio del pandeo de placas ortotrópicas comprimidas, apoyadas en los dos bordes longitudinales (ref. 3.2 y 3.10), se obtienen las relaciones  $b/t$  máximas para las que puede llegarse al endurecimiento por deformación sin pandeo prematuro; aunque deducidos para acero A-7, los resultados son válidos también para el A-36.

Bordes longitudinales libremente apoyados,  $b/t = 32.3$

Bordes longitudinales fijos angularmente,  $b/t = 42.0$

Los valores anteriores se comprobaron experimentalmente (ref. 3.2).

Extendiendo el mismo procedimiento a placas sometidas a una combinación de momento y compresión como las almas de columnas flexocomprimidas, se obtuvieron los resultados de la Fig. 3.20, en la que se han trazado curvas que proporcionan las relaciones  $d_p/t_a$  críticas, para  $\sigma_y = 2320 \text{ kg/cm}^2$  (acero A-7) y diversas relaciones  $\epsilon_m/\epsilon_y$ ;  $d_p$  es la distancia entre los centros de gravedad de los patines y  $\epsilon_m$  la deformación unitaria máxima del patín comprimido.

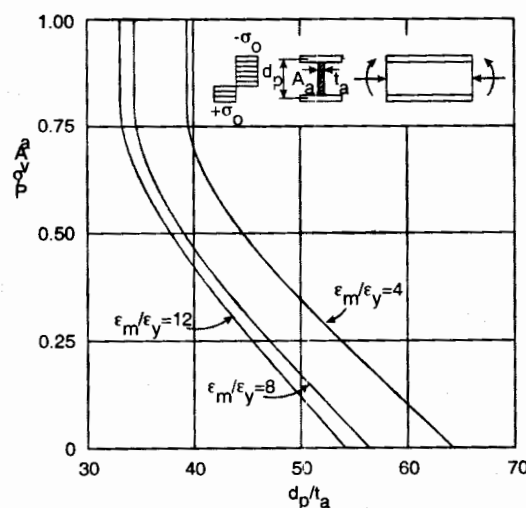
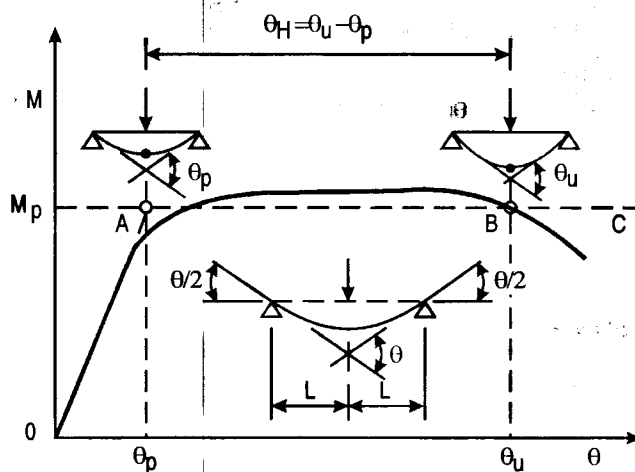


Figura 3.20 Relaciones  $d_p/t_a$  admisibles en almas de secciones completamente plastificadas.

## 3.7. RELACIONES ANCHO/GRUESO Y CAPACIDAD DE ROTACIÓN

### 3.7.1. Pandeo local de los patines

En la Fig. 3.21 se ha trazado la curva momento-rotación de una viga de sección I, libremente apoyada, flexionada alrededor del eje de mayor momento de inercia por una carga aplicada en el centro del claro. El cambio de pendiente en cada apoyo es  $\theta/2$ , y  $\theta_p = M_p L/EI$  es la suma de las rotaciones en los dos extremos que correspondería al instante en que se forma una articulación plástica en la sección media de la viga ( $M_{cl} = M_p$ ), si su comportamiento fuese elástico hasta ese instante (punto A de la curva y Fig. 3.22a). Las dos rectas trazadas con línea interrumpida, OA y ABC, representan el comportamiento supuesto en la teoría plástica simple.



$$\text{Capacidad de rotación } R = \frac{\theta_u}{\theta_p} - 1$$

$$\text{Rotación plástica en la articulación } \theta_H = \theta_u - \theta_p$$

$$\text{Factor de ductilidad } Q = \theta_u / \theta_p$$

$$R = Q - 1, Q = R + 1$$

Figura 3.21. Curva momento-rotación de una viga, capacidad de rotación, factor de ductilidad y relaciones entre ellos.

El comportamiento real, indicado con línea continua, se separa del idealizado cuando comienza el flujo plástico, pero el momento resistente sigue creciendo y eventualmente sobrepasa a  $M_p$ , a causa del endurecimiento por deformación de las fibras exteriores de la sección.

El pandeo local que se inicia en la porción plastificada del patín comprimido, ocasiona una caída en la resistencia a la flexión.

Este comportamiento es típico de vigas con momentos flexionantes que varían con cierta rapidez en la vecindad de la sección crítica.

La *capacidad de rotación* de la viga se ha definido como:

$$R = \frac{\theta_u}{\theta_p} - 1 \quad (3.20)$$

$\theta_u$  corresponde al punto en que la rama descendente de la curva de la Fig. 3.21 cruza la recta horizontal  $M = M_p$  y  $\theta_p$  que ya se ha definido, es la rotación elástica ficticia representada por la abscisa del punto A.

$R$  vale cero cuando el miembro resiste el momento  $M_p$  pero no puede conservarlo si las rotaciones crecen por encima de  $\theta_p$ , pues en ese caso  $\theta_u = \theta_p$ .

El ángulo que gira la articulación plástica entre los puntos A y B de la Fig. 3.21 es  $\theta_H = \theta_u - \theta_p$ , suma de las rotaciones en los extremos de la viga desde que el momento en el centro del claro alcanza el valor  $M_p$  (suponiendo comportamiento elástico hasta entonces) hasta que vuelve a adquirir ese valor, en la rama descendente de la curva (Figs. 3.21 y 3.22); los desplazamientos del eje de la viga en ese intervalo, se deben exclusivamente a las rotaciones en los apoyos y en la articulación plástica.

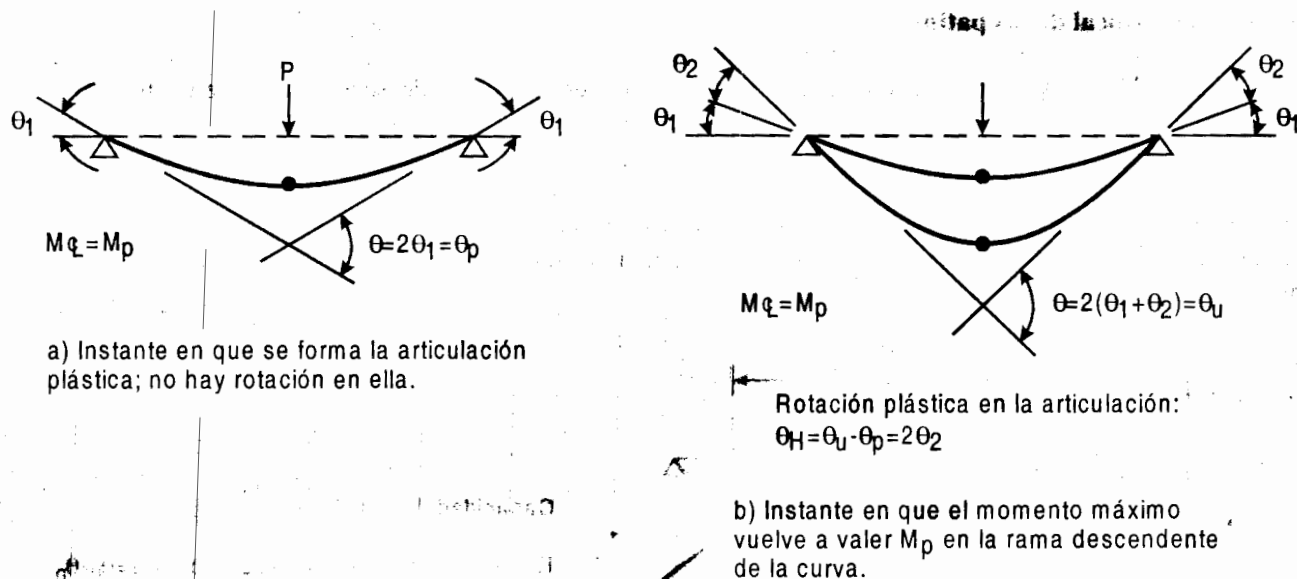


Figura 3.22. Rotación en la articulación plástica de la viga de la Fig. 3.21.

Para que la resistencia de una estructura iguale o exceda la predicha por la teoría plástica simple, la capacidad de rotación de los miembros que la componen, en las secciones en que aparecerán las articulaciones plásticas asociadas con el mecanismo de colapso, debe ser igual o mayor que la requerida para la formación de ese mecanismo.

Se tiene abundante información experimental sobre las relaciones, en el intervalo plástico, entre las longitudes no soportadas lateralmente, los cocientes ancho/grueso de patines y alma, y la capacidad de rotación de las vigas, pero no existe ningún método de análisis que incluya esa información de manera satisfactoria. Además, aunque se contase con ese método, su utilidad en problemas rutinarios de diseño sería cuestionable, pues no es práctico determinar en cada caso la capacidad de rotación requerida en cada articulación plástica para alcanzar el nivel deseado de redistribución de momentos. El proceso es difícil, largo y poco confiable; además, a causa del endurecimiento por deformación, las rotaciones plásticas necesarias son significativamente menores que las calculadas suponiendo un comportamiento elastoplástico ideal (ref. 3.13).

En normas y especificaciones de diseño se ha seguido un enfoque más realista, que consiste en proporcionar reglas para controlar el pandeo lateral y el local hasta que se desarrollen rotaciones plásticas suficientes en la mayoría de las estructuras ordinarias.

Se ha demostrado que las capacidades de rotación requeridas en estructuras típicas diseñadas plásticamente son pequeñas, inferiores a dos (ref. 3.14), y aún cuando las demandas teóricas sean grandes, disminuyen drásticamente para cargas muy poco menores que la máxima (ref. 3.10).

Las reglas para controlar la inestabilidad local de miembros en flexión incluidas desde 1974 en las especificaciones del AISC se basan en que en la mayoría de las estructuras propias de la ingeniería civil es suficiente contar con capacidades de rotación no menores de tres (lo que equivale a admitir deformaciones unitarias cuatro veces mayores que las correspondientes a la terminación del comportamiento elástico), para que puedan tener lugar las redistribuciones de momentos necesarias para la formación del mecanismo de colapso.

En la ref. 3.15 se obtiene una relación experimental entre el cociente  $b/2t$ , donde  $b$  es el ancho y  $t$  el grueso del patín y la capacidad de rotación  $R$ , regida por el pandeo local del patín comprimido, de vigas laminadas de sección H bajo momentos que disminuyen con rapidez a los lados de la sección crítica. Las condiciones son muy parecidas cuando el momento flexionante es aproximadamente constante en la zona en que se forma la articulación plástica (ref. 3.10). Para  $R = 3$ , se tiene:

$$\frac{b}{2t} \sqrt{\frac{F_y}{3100} \frac{E}{E_{ed}}} \leq 80$$

El valor medio del módulo de endurecimiento por deformación  $E_{ed}$  es  $42200 \text{ kg/cm}^2$ , con una desviación estándar de  $10550 \text{ kg/cm}^2$  (ref. 3.12); tomando  $E_{ed} = 31650 \text{ kg/cm}^2$ , es decir, una desviación estándar debajo del valor medio, lo que se justifica por la poca confiabilidad de estas cifras (ref. 3.13), y haciendo  $E = 2039000 \text{ kg/cm}^2$ , se llega a:

$$\frac{b}{2t} \leq \frac{555}{\sqrt{F_y}} \quad (3.21)$$

Esta expresión es parecida a la 3.19.

En las regiones en las que se formarán eventualmente, las articulaciones plásticas de muchas estructuras construidas en zonas de alta sismicidad, se requieren capacidades de rotación mayores que las mencionadas arriba. Se ha sugerido (ref. 3.16) que para que una estructura desarrolle una ductilidad de conjunto de 3 a 5 los factores de ductilidad de entrepiso pueden estar comprendidos entre 3 y 8 o 10 y los de los miembros individuales, entre 5 y 15. En estos casos es prudente dimensionar los miembros estructurales de manera que, al menos en las zonas de formación de articulaciones plásticas, tengan capacidades de rotación de 9 ó 10.

Utilizando los resultados de la ref. 3.15 se encuentra que para que  $R$  sea igual a 10 se requiere que el patín comprimido de las secciones I y H satisfaga la condición:

$$\frac{b}{2t} \leq \frac{437}{\sqrt{F_y}} \quad (3.22)$$

Todas las vigas ensayadas en la ref. 3.15 tenían un esfuerzo de fluencia mínimo especificado de  $3100 \text{ kg/cm}^2$ , y relaciones ancho/grueso de las almas comprendidas entre 32.7 y 54.5.

En la ref. 3.17 se aplica una técnica analítica respaldada por estudios de laboratorio, para estudiar los parámetros geométricos y relativos al material, que influyen de manera significativa, desde el punto de vista

del pandeo local, en el comportamiento de perfiles H laminados, en compresión axial o en flexión; en el estudio se incluyen la interacción de alma y patines, los esfuerzos residuales y el comportamiento inelástico.

### 3.7.2. Pandeo local del alma

La técnica de la ref. 3.17 se ha utilizado también para estudiar el comportamiento de columnas flexocomprimidas hechas con secciones H laminadas y se han encontrado los límites de las esbelteces del alma  $h\sqrt{F_y}/t_a$ , en función de la fuerza axial  $P$ , para los que se obtienen distintos comportamientos, desde el punto de vista del pandeo local (ref. 3.18). Los estudios reportados en las refs. 3.17 y 3.18 son la base de las recomendaciones incluidas en la ref. 3.27.

## **3.8. RESISTENCIA POSTERIOR AL PANDEO**

Las barras comprimidas no tienen reserva de resistencia apreciable por encima de la carga crítica para la que empiezan las deflexiones laterales, ya que incrementos adicionales muy pequeños de la fuerza axial ocasionan deformaciones de gran magnitud que producen su falla; para todo fin práctico, la carga crítica puede considerarse como la de colapso.

Lo mismo sucede en vigas que se pandean lateralmente.

El pandeo de una placa plana apoyada en los bordes constituye un fenómeno diferente, pues en contra de lo que sucede en columnas o vigas, las deflexiones no crecen indefinidamente; la placa empieza a salirse de su plano original cuando las cargas alcanzan el valor crítico, pero al crecer las solicitaciones, después de la iniciación del pandeo, las deflexiones laterales se incrementan con menos rapidez que las cargas, debido a que los bordes apoyados originan un elemento adicional de resistencia, que entra en juego al iniciarse el pandeo; los esfuerzos se redistribuyen y aparecen fuerzas de membrana estabilizadoras que capacitan a la placa para seguir siendo estable en una configuración deformada lateralmente. Si las solicitaciones aumentan aún más, llega un momento en que las regiones donde los esfuerzos son máximos fluyen plásticamente y la placa falla.

La diferencia entre la carga para la que empieza el pandeo y la resistencia última aumenta cuando disminuye el esfuerzo crítico y se hace considerable cuando éste es menor que el límite de proporcionalidad; en cambio, tiende a cero cuando se acerca al de fluencia (Fig. 3.2). En placas comprimidas esbeltas de relación ancho/grueso elevada, la resistencia última puede ser varias veces mayor que la correspondiente a la iniciación del pandeo.

Cuando las cargas se incrementan después de que empieza el pandeo de una placa delgada, las deformaciones laterales llegan pronto a ser del mismo orden que el grueso; la teoría basada en desplazamientos pequeños deja de ser válida, el problema se vuelve no lineal y su solución teórica se complica, por lo que para determinar la resistencia posterior al pandeo de placas inicialmente planas ha de recurrirse, en todos los casos de interés práctico, a métodos que son principalmente experimentales.

### **3.8.1. Placas comprimidas**

Supóngase que la barra de paredes delgadas de la Fig. 3.23a trabaja en flexión y que el elemento plano superior está comprimido; si su esbeltez es suficiente, se pandeará en ondas poco pronunciadas, aproximadamente cuadradas, cuando el esfuerzo de compresión alcance un valor del orden dado por la ec. 3.2. Si se aísla por simplicidad una semionda y se sustituye la placa por una retícula ortogonal de barras (Fig.



3.24a), se obtiene un modelo que explica el origen de la resistencia posterior al pandeo (refs. 3.2, 3.9); las guías rígidas de los bordes verticales representan la acción de las almas.

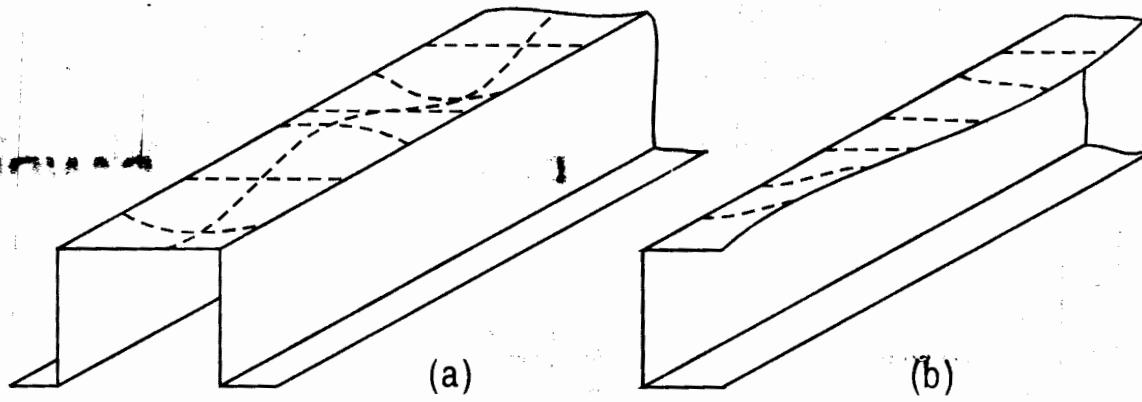


Figura 3.23. Ejemplos de placas delgadas comprimidas, soportadas en los dos o en uno de sus bordes longitudinales.

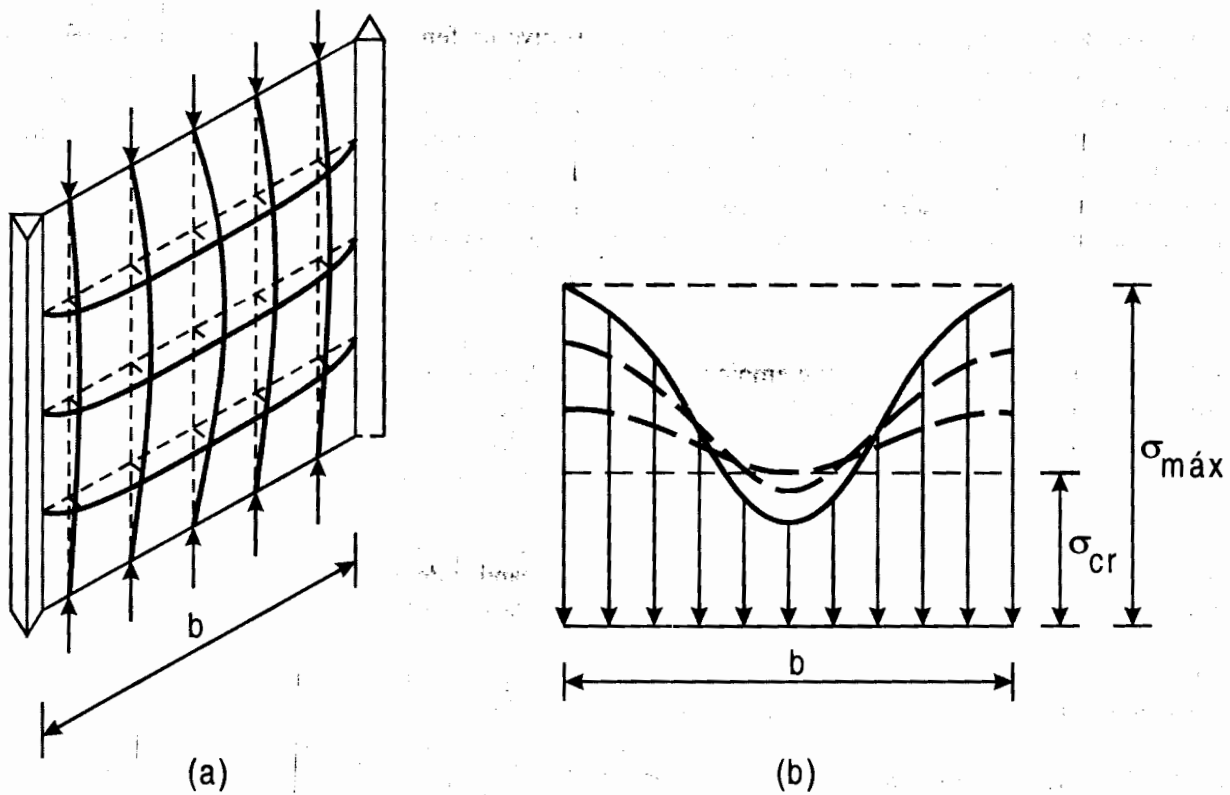


Figura 3.24. Resistencia posterior al pandeo de una placa delgada comprimida, soportada en los cuatro bordes.

Cuando se alcanza la carga de pandeo de las barras comprimidas, la retícula empieza a deformarse; si las barras estuviesen aisladas todas fallarían bajo el mismo esfuerzo y el colapso se presentaría inmediatamente después de la iniciación del pandeo. Sin embargo, una placa es un elemento estructural de dos dimensiones; las barras horizontales representan, aproximadamente, su forma de trabajo en dirección perpendicular a la compresión: cuando se inician las deflexiones laterales de las barras verticales comprimidas, las horizontales trabajando, en tensión y flexión, se oponen a que crezcan, con lo que la resistencia de los puntales sube por encima de la que tendrían si fuesen columnas ordinarias.

La influencia de las barras horizontales es mayor en los elementos verticales más próximos a los bordes que en los que están lejos, por lo que la faja central de la placa se deforma lateralmente con más rapidez que las dos fajas cercanas a los bordes. En un principio, cuando las cargas son pequeñas, los esfuerzos de compresión son iguales en todo el ancho y se conservan así hasta que se alcanza el esfuerzo crítico; a partir de entonces la faja central no acepta cargas adicionales y hasta es posible que transfiera parte de las que soportaba a las zonas laterales, que son las que resisten los incrementos de la fuerza exterior; las distribuciones de esfuerzos posteriores a la iniciación del pandeo dejan de ser uniformes (Fig. 3.24b).

La resistencia máxima se alcanza cuando el esfuerzo  $\sigma_{m\acute{a}x}$  en los bordes apoyados, llega a un valor para el que la placa completa se deforma rápidamente con poco o ningún aumento de carga; si forma parte de una columna corta, por ejemplo, el esfuerzo máximo puede ser el de fluencia, en compresión del material y si la columna es esbelta, el crítico de pandeo del miembro completo, tal vez mucho menor que el de fluencia.

Las tensiones en los elementos horizontales de la retícula, que representan los esfuerzos de membrana que se generan al iniciarse el pandeo, son la causa de la resistencia posterior y de la diferencia entre el comportamiento de placas y columnas. (Los esfuerzos de membrana no son sólo de tensión y compresión, sino también cortantes, por lo que el modelo sería más representativo del fenómeno real si se añadiesen diagonales en todos los tableros; se han omitido por claridad en la exposición).

La situación es bastante diferente cuando la placa comprimida está soportada en un solo borde longitudinal, como el patín superior de la canal de la Fig. 3.23b. Si se piensa en un modelo análogo al de la Fig. 3.24a se advierte que la eficiencia de las barras transversales disminuye drásticamente al suprimir uno de sus apoyos; los esfuerzos de membrana posteriores al pandeo, aunque siguen existiendo, son mucho menores y la resistencia final es poco mayor que la carga crítica; además, las deflexiones laterales son relativamente grandes.

### 3.8.2. Placas en cortante puro

La resistencia posterior al pandeo no es un fenómeno exclusivo de las placas comprimidas; también se presenta bajo otras sollicitaciones, si hay en los bordes elementos capaces de soportar las nuevas fuerzas que aparecen cuando se inicia.

Los tableros de alma de travesaños armados provistos de atiesadores transversales adecuados están en esas condiciones, en las zonas en que predomina la fuerza cortante. Su resistencia no se agota al llegar a la carga crítica; cuando se inicia el pandeo las fuerzas internas se redistribuyen, el material colocado a lo largo de una de las diagonales del tablero trabaja en tensión y equilibra incrementos adicionales de carga; las fuerzas que aparecen en la diagonal en tensión son resistidas por los patines y atiesadores que enmarcan el tablero. Una parte de la carga sigue siendo equilibrada por fuerzas cortantes y el resto es soportado por tensión diagonal en el alma y compresión en los atiesadores; se presenta una especie de trabajo de armadura que ocasiona un incremento, que puede ser importante, en la resistencia del alma de la trabe. Esa acción continúa hasta que el esfuerzo en las zonas en tensión llega al límite de fluencia o hasta que falla alguno de los elementos que rodean al tablero.

La tensión diagonal pura es un caso límite del estado de esfuerzo en el alma de traveses, correspondiente a placas muy delgadas y el cortante puro, que se estudia en la teoría elemental de vigas, es la otra condición límite, que se presenta en almas gruesas; la mayor parte de las placas de alma de las traveses armadas reales se encuentra entre los dos límites: se desarrolla en ellas una tensión diagonal incompleta y parte de la fuerza exterior sigue siendo resistida, hasta la falla, por cortante.

---

## 3.9. CÁLCULO DE LA RESISTENCIA POSTERIOR AL PANDEO

### 3.9.1. Placas comprimidas

Las placas comprimidas pueden estar apoyadas en los dos bordes longitudinales o en uno solo (Fig. 3.23 a y b); en el primer caso son *placas atiesadas* y en el segundo, *placas no atiesadas*.

#### 3.9.1.1. Placas apoyadas en los dos bordes (atiesadas)

En la Fig. 3.24b se muestran los esfuerzos en una placa delgada apoyada en los dos bordes longitudinales sometida a compresión de intensidad creciente.

Para determinar la resistencia máxima de la placa ha de conocerse la magnitud y distribución de los esfuerzos en el instante que precede al colapso; como en problemas prácticos de diseño es incómodo trabajar con esfuerzos no uniformes, esa dificultad se ha eliminado utilizando el concepto de *ancho efectivo de diseño*.

La fuerza total de compresión es igual al área bajo la curva que representa los esfuerzos reales no uniformes, multiplicada por el grueso  $t$  de la placa (Fig. 3.25); esa fuerza, distribuida de otra manera, pero con la misma resultante, se obtiene despreciando la porción media de la placa, donde los esfuerzos son bajos y considerando sólo las dos fajas laterales, que se suponen en compresión uniforme bajo esfuerzos iguales al real en el borde  $\sigma_{m\acute{a}x}$ ; el ancho  $b_e/2$  de cada faja, se escoge de manera que la suma de las áreas de los dos rectángulos de base  $b_e/2$  y altura  $\sigma_{m\acute{a}x}$ , sea igual a la que corresponde a los esfuerzos reales. En resumen, el elemento plano de ancho  $b$  se sustituye por otro, de ancho  $b_e$  (al que se llama *ancho efectivo*) que se considera en compresión uniforme.

El ancho efectivo disminuye cuando crece  $\sigma_{m\acute{a}x}$  (Fig. 3.25).

Conocido  $b_e$ , la resistencia de la placa se determina de la manera usual, con el ancho efectivo en vez del real.

Empleando la ec. 3.2 con  $k = 4.0$ , para placas comprimidas apoyadas libremente en los bordes paralelos a la dirección de la carga, y suponiendo comportamiento elástico hasta el límite de fluencia, se obtiene una expresión para determinar el ancho efectivo en el instante en que se alcanza la resistencia última (refs. 3.2, 3.9):

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left( \frac{t}{b_e} \right)^2 4.0 = \sigma_y \quad \therefore \frac{b_e}{t} = \sqrt{\frac{4.0\pi^2 E}{12(1-\mu^2)\sigma_y}} = 1.90 \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \quad (3.23)$$

Se ha demostrado experimentalmente que la forma general de la ec. 3.23 es correcta, pero que la constante 1.90 debe sustituirse por un coeficiente variable  $C$ , función del parámetro  $\sqrt{E/\sigma_y} (t/b)$ ;  $C$  se acerca a 1.90 cuando ese parámetro es pequeño en placas muy anchas y delgadas.

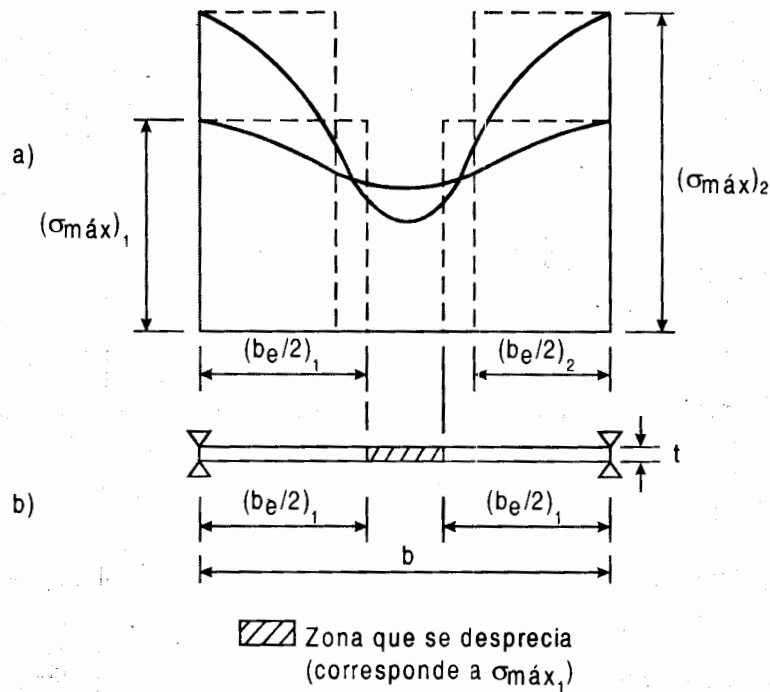


Figura 3.25. Ancho efectivo de una placa comprimida.

Para resolver problemas de diseño no basta conocer los anchos efectivos en el instante del colapso; se necesitan también los correspondientes a cargas de trabajo, sobre todo, para cálculo de deformaciones en condiciones de servicio, pues si las placas son muy esbeltas es posible que el pandeo local se haya iniciado ya.

La validez de una ecuación del tipo de la 3.23 se confirmó con estudios experimentales realizados con vigas de lámina delgada doblada en frío de secciones transversales de diversas formas, distintos aceros y diferentes relaciones ancho/grueso (refs. 3.9, 3.19 a 3.21); además, se vio la conveniencia de modificarla para obtener una expresión que proporcione los anchos efectivos para cualquier nivel de carga.

A pesar de que hay una gran dispersión en los resultados de los ensayos, debida aparentemente, a que el método para determinar los coeficientes es muy sensible a desviaciones experimentales muy pequeñas y a que las placas delgadas reales no son nunca perfectamente planas, la interpretación estadística de los resultados lleva a la expresión siguiente para calcular el ancho efectivo (refs. 3.2, 3.9, 3.22):

$$\frac{b_e}{t} = 1.9 \sqrt{\frac{E}{\sigma_{m\acute{a}x}}} \left( 1 - \frac{0.415}{b/t} \sqrt{\frac{E}{\sigma_{m\acute{a}x}}} \right) \quad (3.24)$$

Con esta ecuación, que es una modificación experimental de la 3.23, se obtienen predicciones conservadoras de la resistencia última y de las deflexiones bajo cargas de trabajo.

Si en la ec. 3.24 se impone la condición de que el ancho efectivo  $b_e$  sea igual al real  $b$  y se despeja  $b/t$ , se determina la relación  $b/t$  máxima hasta la que son completamente efectivas las placas comprimidas apoyadas en los dos bordes longitudinales:

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{lim} = 1.29 \sqrt{\frac{E}{\sigma_{m\acute{a}x}}} \quad (3.25)$$

Cuando  $b/t \leq (b/t)_{lim}$  no hay pandeo local, todo el ancho de la placa es efectivo, los esfuerzos de compresión son uniformes y los cálculos se efectúan en la forma usual, con el área total; en cambio, si la relación ancho/grueso es mayor que  $(b/t)_{lim}$  se utiliza un ancho efectivo, y un área de trabajo, menores que los reales.

Introduciendo en la ec. 3.24 el valor numérico de  $E$  y sustituyendo  $\sigma_{m\acute{a}x}$  por  $f$ , que es el esfuerzo de compresión en el elemento atiesado,<sup>2</sup> se llega:

$$\frac{b_e}{t} = \frac{2713}{\sqrt{f}} \left[ 1 - \frac{593}{(b/t)\sqrt{f}} \right] \quad (3.26)$$

**EJEMPLO 3.7.** Determine la resistencia máxima en el intervalo posterior a la iniciación del pandeo de la placa de acero A-36 ( $F_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$ ) de la Fig. E3.7-1. Está libremente apoyada en los bordes paralelos a la carga.

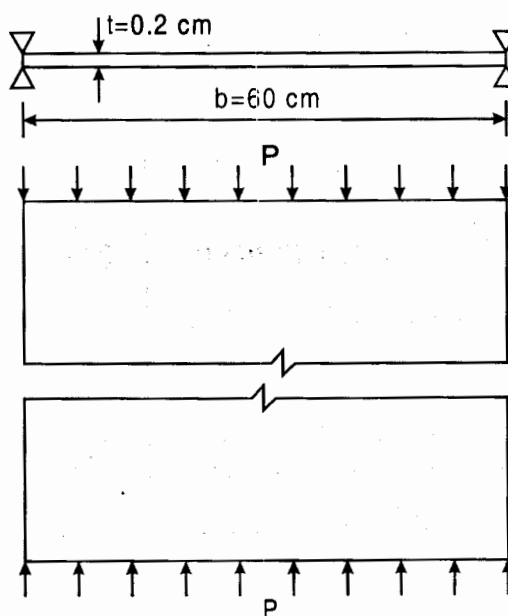


Figura E3.7-1. Placa del ejemplo 3.7.

<sup>2</sup> Cuando la relación  $b/t$  es mayor que  $(b/t)_{lim}$  es frecuente que haya que recurrir a aproximaciones sucesivas para determinar las propiedades de la sección, puesto que el esfuerzo y el ancho efectivo dependen uno del otro.

Ancho efectivo:

$$b_e = \frac{2713t}{\sqrt{f}} \left[ 1 - \frac{593}{(b/t)\sqrt{f}} \right] \leq b \quad \text{Ec. 3.26}$$

$f = P/A_e$ , esfuerzo de compresión en la placa, calculado dividiendo la fuerza  $P$  entre el área efectiva.

Efectuando la multiplicación indicada por el paréntesis y teniendo en cuenta que  $b/t = 60/0.2 = 300$ , se obtiene:

$$b_e = \frac{2713t}{\sqrt{f}} - \frac{5363t}{f} < b$$

A cada valor de  $f$  le corresponde un cierto ancho efectivo.

La fuerza total que actúa sobre la placa es:

$$P = A_e f = b_e t f = 2713t^2 \sqrt{f} - 5363t^2 = 2713(0.2)^2 \sqrt{f} - 5363(0.2)^2 = 108.5\sqrt{f} - 214.5$$

$P$  crece con  $f$  de manera que la fuerza de compresión máxima que resiste la placa corresponde al esfuerzo normal máximo posible; si los apoyos de los bordes longitudinales no ceden, ese esfuerzo es  $F_y$ .

$$P_u = 108.5 \sqrt{F_y} - 214.5 = 108.5 \sqrt{2530} - 214.5 = 5243 \text{ kg}$$

$P_u$  puede calcularse también determinando primero  $b_e$  con la ec. 3.26, sabiendo que  $f = F_y$ .

$$b_e = \frac{2713 \times 0.2}{\sqrt{2530}} \left( 1 - \frac{593}{300\sqrt{2530}} \right) = 10.36 \text{ cm} < b = 60 \text{ cm.}$$

$$P_u = b_e t F_y = 10.36 \times 0.2 \times 2530 = 5242 \text{ kg}$$

El esfuerzo crítico de pandeo de la placa es:

$$\sigma_{cr} = \frac{4.0\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2 = \frac{4\pi^2 E}{12(1-0.3^2)} \left( \frac{0.2}{60} \right)^2 = 82 \text{ kg/cm}^2 \ll F_y/2$$

La carga crítica vale  $P_{cr} = A \sigma_{cr} = 60 \times 0.2 \times 82 = 984 \text{ kg}$ .

La resistencia máxima de la placa, en el intervalo posterior al pandeo, es en este caso  $5242/984 = 5.33$  veces mayor que la carga crítica.

### 3.9.1.2. Placas apoyadas en un borde (no atiesadas)

La resistencia posterior al pandeo de los elementos planos no atiesados es mucho menor que la de los que están apoyados en los dos bordes, por lo que no suele tomarse en cuenta de manera explícita. Sin embargo, en la ref. 3.23 se demuestra que también en ellos puede usarse el ancho efectivo para determinar la resistencia máxima, utilizando el factor de placa  $k$  adecuado a sus condiciones de apoyo.

### 3.9.2. Placas en cortante puro

Una viga no puede estar sometida exclusivamente a fuerza cortante, pues ésta se presenta siempre acompañada por flexión. Sin embargo, en las regiones en que predomina la primera, como en las zonas extremas de vigas libremente apoyadas, el comportamiento del alma es muy cercano al que tendría si el momento fuese nulo y puede aproximarse con fines de diseño, haciendo esa suposición. Los métodos que se proponen aquí provienen del estudio de vigas en cortante puro; más adelante se estudian las modificaciones necesarias cuando no puede despreciarse la interacción momento-fuerza cortante.

La fuerza cortante máxima que resiste un alma esbelta rigidizada con atiesadores transversales (Fig. 3.26) se obtiene sumando su resistencia al cortante directo con la que proviene del campo de tensión diagonal que se forma cuando se inicia el pandeo (refs. 3.2, 3.24):

$$V_u = V_v + V_t \quad (3.27)$$

$V_u$  es la fuerza cortante máxima que resiste el tablero;  $V_v$  y  $V_t$  son las contribuciones del trabajo como viga y del campo de tensión diagonal.

Antes de que el alma se pandee es válida la teoría ordinaria del cortante en vigas; los esfuerzos cortantes  $\tau_v$  se calculan, con buena precisión, con la ecuación  $\tau_v = V/A_a = V/ht$ , en la que  $A_a$  es el área del alma y  $h$  y  $t$  son su peralte y grueso (Fig. 3.26). Esta resistencia se debe a la capacidad que tiene el alma para soportar esfuerzos principales de tensión y compresión, iguales a  $\tau_v$ , inclinados  $45^\circ$  con respecto al eje de la viga.

Cuando los esfuerzos principales de compresión alcanzan un cierto valor, que depende de las características geométricas de la viga y de las mecánicas del material, el alma se pandea en una dirección diagonal, pero si cada tablero está adecuadamente soportado en los cuatro bordes, por patines y atiesadores, no falla en ese instante, ni su resistencia disminuye de manera brusca, pues las deflexiones fuera del plano que ocupaba en un principio, se ven restringidas por las tensiones que se desarrollan en una dirección aproximadamente normal a las compresiones. La placa pandeada puede seguir soportando una cierta fuerza a lo largo de la diagonal comprimida, de manera que conserva parte de su resistencia original al cortante, correspondiente al trabajo de viga; los incrementos adicionales de  $V$  son resistidos por la zona en tensión del alma, en forma semejante al trabajo de las diagonales de las armaduras; los atiesadores desempeñan la función de los montantes.

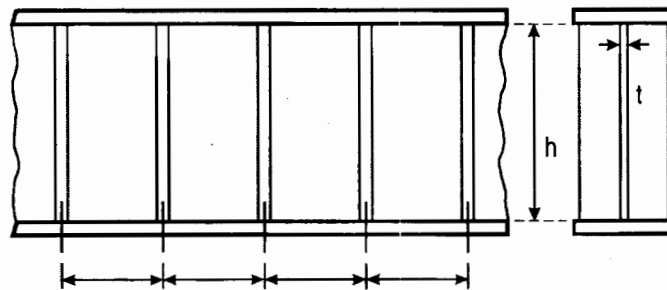


Figura 3.26. Trabe armada con el alma rigidizada por medio de atiesadores transversales.



No es fácil determinar la magnitud exacta de la contribución del trabajo de viga a la resistencia máxima del alma, pero una suposición que ha demostrado ser adecuada, es que conserva hasta el colapso el valor que tenía cuando se inicia el pandeo (ref. 3.24). Es decir, el término  $V_v$  de la ec. 3.27 es la fuerza cortante que ocasiona la iniciación del pandeo del alma.

La resistencia de la placa se agota cuando la superposición de las fuerzas de tensión, ocasionadas por cortante simple y tensión diagonal, produce el flujo plástico no restringido del campo de tensión diagonal. (El empleo de la ec. 3.27 presupone que las tensiones principales debidas al cortante simple tienen la misma dirección que las del campo de tensión diagonal, lo que no es rigurosamente cierto; sin embargo, la suposición de que las dos tensiones son colineales es razonablemente conservadora y simplifica la obtención de resultados).

La parte de la resistencia total debida a la acción de viga es la fuerza cortante que ocasiona la iniciación del pandeo de la placa de alma:

$$V_v = V_{cr} = \tau_{cr}ht \quad (3.28)$$

$\tau_{cr}$  es el esfuerzo cortante para el que comienza el pandeo,  $V_p = \tau_y ht$  es la fuerza cortante que produce la plastificación completa del alma y  $ht = V_p / \tau_y$ . Llevando este valor a la ec. 3.28 se obtiene:

$$V_v = V_p \tau_{cr} / \tau_y \quad (3.29)$$

Abajo del límite de proporcionalidad, el esfuerzo crítico de pandeo elástico se calcula con la ec. 3.6:

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2)} \left( \frac{t}{h} \right)^2 k \quad (3.6)$$

Como no se cuenta con ningún tratamiento teórico para reducir por inelasticidad el esfuerzo crítico de placas relativamente robustas, se recurre a resultados experimentales. De acuerdo con ellos, se proponen los valores siguientes para el límite de proporcionalidad y el esfuerzo crítico de pandeo en los intervalos inelástico y de endurecimiento por deformación (ref. 3.24):

$$\tau_{pr} = 0.80 \tau_y \quad (3.30)$$

$$\tau_{cr} = \sqrt{\tau_{pr} \tau_{cre}} \quad (3.31)$$

$\tau_{pr}$  es el límite de proporcionalidad y  $\tau_{cr}$  el esfuerzo crítico de pandeo elástico (ec. 3.6).

$\tau_{cr}$  se calcula como sigue:

Para  $\tau_{cr} \leq 0.80\tau_y$  (pandeo elástico):

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2)} \left( \frac{t}{h} \right)^2 k \quad (3.6)$$

Para  $\tau_{cr} \geq 0.8\tau_y$  (pandeo inelástico):

$$\tau_{cr} = \sqrt{\frac{0.8\tau_y \pi^2 E}{12(1-\mu^2)}} \left(\frac{t}{h}\right)^2 k \quad (3.32)$$

Para que pueda formarse el campo de tensión diagonal, el alma debe estar provista de atiesadores transversales de resistencia y rigidez suficientes, espaciados de manera adecuada; su contribución a la resistencia última se evalúa partiendo de la geometría y condiciones de equilibrio (Fig. 3.27).

La tensión diagonal se desarrolla principalmente en una faja del alma, cuyo ancho e inclinación dependen de la geometría del tablero y de las rigideces relativas de los patines y atiesadores que equilibran las fuerzas de tensión.

La fuerza cortante  $V_i$  con la que el campo de tensión diagonal contribuye a la resistencia total se obtiene del equilibrio de la porción de viga mostrada en la Fig. 3.27b, suponiendo que la inclinación de las fuerzas de tensión es la más eficiente, es decir, la que proporciona la componente vertical máxima (refs. 3.2, 3.24).

$$V_i = \sigma_t h t \frac{1}{2\sqrt{1+(a/h)^2}} \quad (3.33)$$

Llevando este resultado y el de la ec. 3.29 a la 3.27, sustituyendo  $h/t$  por  $V_p/\tau_y = \sqrt{3} V_p/\sigma_y$  y sacando a  $V_p$  como factor común, se obtiene:

$$V_u = V_p \left[ \frac{\tau_{cr}}{\tau_y} + \frac{\sqrt{3}\sigma_t}{2\sigma_y} \frac{1}{\sqrt{1+(a/h)^2}} \right] \quad (3.34)$$

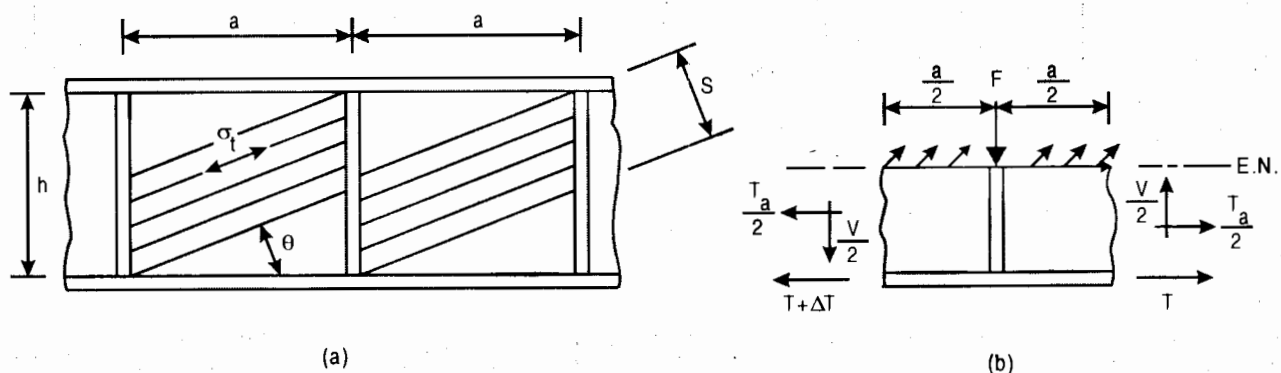


Figura 3.27. Campo de tensión diagonal.

Como los esfuerzos  $\tau_{cr}$  y  $\sigma_t$  actúan simultáneamente en la faja de alma en tensión y  $\tau_{cr}$  es fijo,  $\sigma_t$  está limitado al valor que combinado con  $\tau_{cr}$ , produce el flujo plástico no restringido en esa faja. La ecuación de interacción siguiente, basada en una aproximación lineal de la Condición de Flujo de Von Mises, describe el fenómeno de manera adecuada (refs. 3.2, 3.24):

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_y} + \frac{\tau_{cr}}{\tau_y} = 1$$

Sustituyendo  $\sigma_t/\sigma_y$  por  $1 - \tau_{cr}/\tau_y$ , la ec. 3.34 toma la forma:

$$V_u = V_p \left[ \frac{\tau_{cr}}{\tau_y} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1 - \tau_{cr}/\tau_y}{\sqrt{1 + (a/h)^2}} \right] \quad (3.35)$$

## 3.10. APLICACIONES DE LA TEORÍA DEL PANDEO DE PLACAS AL DISEÑO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES

Los elementos planos que componen un miembro estructural en compresión, flexión o flexocompresión, pueden fallar bajo solicitaciones menores que las que resistiría el miembro si no hubiese pandeo local prematuro; en ese caso, el estado límite de diseño es el de falla de las placas.

De acuerdo con la práctica usual en perfiles laminados o hechos con placas soldadas, las relaciones ancho/grueso se escogen para que el pandeo local no sea crítico y la resistencia de diseño sea la del miembro completo.

En cambio, la resistencia posterior al pandeo suele ser importante en placas delgadas, por lo que para obtener diseños económicos puede ser necesario permitir pandeo local antes de que falle el miembro completo.

### 3.10.1. Placas comprimidas

Forman parte de columnas en compresión axial de los patines de vigas y de barras en flexocompresión.

#### 3.10.1.1. Diseño basado en la iniciación del pandeo local

Las placas de los perfiles laminados y de los soldados de proporciones semejantes, se dimensionan para que el pandeo local no se presente antes que el de conjunto. Pueden seguirse dos caminos:

- a) Escoger la relación ancho/grueso de cada placa para que su carga crítica de pandeo local no sea menor que la resistencia que debe tener cuando falla el miembro completo; las relaciones ancho/grueso pueden aumentar al crecer la esbeltez del miembro.
- b) Dimensionar las placas para que alcancen el esfuerzo de fluencia o ingresen en el intervalo de endurecimiento por deformación, sin pandearse localmente. Sus relaciones ancho/grueso son independientes de la esbeltez el miembro.

##### 3.10.1.1.1. Relaciones ancho/grueso

La condición de que el esfuerzo crítico de pandeo local de las placas que componen las columnas no sea menor que el de conjunto se expresa con la ecuación:

$$\frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \leq \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \quad (3.36)$$

Que es válida cuando el pandeo de la columna se inicia en el intervalo elástico y con una semejante, en la que los dos términos se corrigen por inelasticidad cuando se presenta fuera de ese intervalo (ref. 3.2).

Haciendo  $\mu = 0.3$ , efectuando simplificaciones y despejando  $b/t$ , se obtiene:

$$\frac{b}{t} = 0.303 \frac{KL}{r} \sqrt{k} \quad (3.37)$$

Esta ecuación proporciona la esbeltez de cada uno de los elementos planos que forman la columna para la que el pandeo local se inicia, en teoría, al mismo tiempo que el de conjunto; es aplicable a cualquier tipo de acero en el intervalo elástico o fuera de él.

$KL/r$  es la relación de esbeltez efectiva de diseño de la columna y  $k$  el factor de pandeo de cada placa; conservadoramente puede tomarse igual a 0.425 para placas apoyadas en un borde y a 4.00 para las que están apoyadas en los dos; si se desea mayor precisión, puede considerarse la interacción de los elementos planos que componen el perfil.

Al deducir la ec. 3.37 se supone que no hay interacción de las dos formas de pandeo, local y de conjunto, lo que no es rigurosamente correcto. La interacción no ocasiona efectos significativos en secciones en cajón y en perfiles I, H y C de dimensiones usuales, pero puede ser un factor importante en secciones poco estables torsionalmente, como tes y ángulos y en columnas de lámina delgada, con resistencia posterior al pandeo considerable.

### 3.10.1.1.2. Especificaciones de diseño

Como se indica en el art. 3.10.1.1, se emplean dos criterios para evitar el pandeo local de placas comprimidas.

La mayoría de las normas de diseño modernas, incluyendo las de los tres países de Norteamérica (refs. 3.6, 3.7, 3.26 y 3.27), emplean el segundo (ref. 3.25).

La ecuación de partida para determinar las relaciones  $b/t$  admisibles es la 3.2; si se supone que es válida hasta que el esfuerzo crítico llega al límite de fluencia, se tiene:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k = \sigma_y, \text{ de donde } \frac{b}{t} \leq \sqrt{\frac{\pi^2 E k}{12(1-\mu^2) \sigma_y}} \quad (3.38)$$

Haciendo  $E = 2039000 \text{ kg/cm}^2$  y  $\mu = 0.3$ , la expresión anterior se reduce a:

$$\frac{b}{t} \leq 1358 \sqrt{\frac{k}{\sigma_y}} \quad (3.39)$$

Como la resistencia máxima de una columna comprimida axialmente se considera igual a  $A\sigma_y$ , basta que las placas puedan llegar al esfuerzo de fluencia sin pandearse; no se requiere capacidad de rotación.

En la Tabla 3.5 se han anotado las relaciones  $b/t$  obtenidas aplicando la ec. 3.39 a placas comprimidas con condiciones de apoyo idealizadas y los límites especificados en diversas normas para elementos planos reales, más o menos equivalentes a los idealizados.

Los valores de la tabla se han obtenido partiendo de la condición de que no haya pandeo local bajo esfuerzos menores que el de fluencia; son válidos para todas las placas de columnas con carga axial y para elementos planos comprimidos de barras en flexión o flexocompresión (patines comprimidos de vigas, por ejemplo) cuando el estado límite de diseño sea el que corresponde a la aparición del esfuerzo de fluencia en la sección crítica.

Al suponer que la ec. 3.2 puede aplicarse hasta el límite de fluencia se ignora la transición debida a esfuerzos residuales e imperfecciones inevitables, que hay entre la curva de pandeo elástico y el punto en que  $\sigma_{cr} = \sigma_y$ ; ese efecto se toma en cuenta, aproximadamente, especificando relaciones  $b/t$  menores que las teóricas. Por otro lado, la restricción que proporciona el resto del perfil al giro del borde o bordes de la placa, se considera modificando de manera más o menos arbitraria, los valores de los coeficientes.

### 3.10.1.2. Diseño basado en la resistencia posterior al pandeo

Aunque las normas del AISC (refs. 3.7 y 3.26) y las del Reglamento del D. F. (ref. 3.6) se refieren, principalmente, al diseño de estructuras hechas con perfiles laminados, de paredes relativamente gruesas, o con secciones soldadas, formadas por placas de grueso semejante al de los perfiles laminados, contienen también recomendaciones para determinar la resistencia posterior al pandeo de los elementos planos. Sin embargo, las especificaciones del Instituto Americano del Hierro y el Acero (AISI) son mucho más completas en ese aspecto, por lo que se recomiendan para el diseño de elementos estructurales de paredes delgadas (ref. 3.30).

Todas las normas mencionadas tienen el mismo origen, pero están presentadas de diferentes maneras y los coeficientes que aparecen en las fórmulas no son exactamente iguales.

Como el comportamiento de las placas apoyadas en los dos bordes longitudinales (atiesadas) difiere sustancialmente del de las que están libres en uno de ellos (no atiesadas), el AISC y el Reglamento del D.F. proporcionan métodos diferentes para calcular la resistencia en uno y otro caso. El AISI utilizó ese enfoque durante muchos años, pero a partir de 1986 aplica criterios iguales para evaluar la resistencia posterior al pandeo de los dos tipos de placas.

Tabla 3.5. Relaciones  $b/t$  necesarias para evitar el pandeo local de placas en miembros comprimidos.

VALORES TEÓRICOS			E S P E C I F I C A C I O N E S				
Tipo de apoyo en los bordes longitudinales	k (mínimo)	b/t máximo (Ec. 3.39)	TIPO DE ELEMENTO COMPRIMIDO	NTC-RDF 93 (ref. 3.6)	LRFD-AISC 93 (ref. 3.7)	ASD-AISC 89 (ref. 3.26)	CAN 94 (ref. 3.27)
o —	0.425	$\frac{885}{\sqrt{\sigma_y}}$	Alas de ángulos sencillos y de ángulos dobles con separadores; elementos comprimidos soportados en un solo borde longitudinal.	$\frac{640}{\sqrt{\sigma_y}}$	$\frac{637}{\sqrt{\sigma_y}}$	$\frac{637}{\sqrt{\sigma_y}}$	$\frac{639}{\sqrt{\sigma_y}}$
			Atiesadores de traves armadas, soportados en un solo borde longitudinal.	$\frac{800}{\sqrt{\sigma_y}}$		$\frac{797}{\sqrt{\sigma_y}}$	$\frac{639}{\sqrt{\sigma_y}}$
			Patines de secciones I, H o T, y de canales en flexión.	$\frac{830}{\sqrt{\sigma_y}}$	$\frac{1182}{\sqrt{\sigma_y - 703}^{(1)}}$	$\frac{797}{\sqrt{\sigma_y}}^{(2)}$	
			Patines de secciones I, H o T, y de canales, en compresión pura; placas que sobresalen de miembros comprimidos.	$\frac{830}{\sqrt{\sigma_y}}$	$\frac{797}{\sqrt{\sigma_y}}$		$\frac{639}{\sqrt{\sigma_y}}$
o — o	4.00	$\frac{2716}{\sqrt{\sigma_y}}$	Patines de secciones en cajón, laminadas o soldadas, en flexión; cubreplacas entre líneas de remaches, tornillos o soldaduras; atiesadores soportados a lo largo de los dos bordes paralelos a la fuerza.	$\frac{2100}{\sqrt{\sigma_y}}$	$\frac{1996}{\sqrt{\sigma_y}}$	$\frac{1996}{\sqrt{\sigma_y}}$	$\frac{2140}{\sqrt{\sigma_y}}$
			Almas de secciones I o H y placas de secciones en cajón, en compresión pura.	$\frac{2100}{\sqrt{\sigma_y}}$	$\frac{2121}{\sqrt{\sigma_y}}$	$\frac{2121}{\sqrt{\sigma_y}}$	$\frac{2140}{\sqrt{\sigma_y}}$
• —	1.277	$\frac{1535}{\sqrt{\sigma_y}}$	Almas de secciones T.	$\frac{1100}{\sqrt{\sigma_y}}$	$\frac{1065}{\sqrt{\sigma_y}}$	$\frac{1065}{\sqrt{\sigma_y}}$	$\frac{1086}{\sqrt{\sigma_y}}$

$\sigma_y$  debe tomarse en  $\text{kg/cm}^2$ . o — Borde articulado. • — Borde empotrado.

<sup>(1)</sup>Corresponde a perfiles laminados; para secciones soldadas,  $1358/\sqrt{(\sigma_y - 1160)/k_c}$ ;  $k_c = 4/\sqrt{h/t_a}$ , y  $0.35 \leq k_c \leq 0.763$ .

<sup>(2)</sup>Corresponde a perfiles laminados; para secciones soldadas,  $797/\sqrt{\sigma_y/k_c}$ ;  $k_c = 4.05/(h/t)^{0.46}$  si  $h/t > 70$ ; si  $h/t \leq 70$ ,  $k_c = 1.0$ .

Las recomendaciones son válidas para elementos planos comprimidos uniformemente, sin que importe la sollicitación que ocasiona la compresión, por lo que su empleo no se limita a placas de columnas cargadas axialmente, sino se extiende a otros casos, como los patines comprimidos de vigas.

### 3.10.1.2.1. Elementos atiesados

La determinación de la resistencia posterior al pandeo de placas comprimidas apoyadas en los dos bordes longitudinales se basa en las ecs. 3.24 y 3.25, que se reproducen aquí:

$$\frac{b_e}{t} = 1.9 \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{máx}}}} \left( 1 - \frac{0.415}{b/t} \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{máx}}}} \right) \quad (3.24)$$

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{\text{lim}} = 1.29 \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{máx}}}} \quad (3.25)$$

Sustituyendo el módulo de elasticidad  $E$  por su valor, se llega a los resultados siguientes:

Las placas son completamente efectivas ( $b_e = b$ ) hasta una esbeltez

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{\text{lim}} = \frac{1842}{\sqrt{\sigma_{\text{máx}}}} \quad (3.40)$$

Para relaciones ancho/grueso mayores que  $(b/t)_{\text{lim}}$ , el ancho efectivo es:

$$b_e = \frac{2713t}{\sqrt{\sigma_{\text{máx}}}} \left[ 1 - \frac{593}{(b/t)\sqrt{\sigma_{\text{máx}}}} \right] \quad (3.41)$$

La ec. 3.24 puede escribirse en función de la relación  $\sigma_{cr}/\sigma_{\text{máx}}$ ; para ello, se despeja  $E$  de la ec. 3.2 con  $k = 4.0$ , para los dos bordes apoyados libremente, se sustituye su valor en 3.24 y se simplifica; se llega a:

$$\frac{b_e}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{\text{máx}}}} \left( 1 - 0.22 \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{\text{máx}}}} \right) \quad (3.42)$$

El ancho efectivo  $b_e$ , puede determinarse con la expresión:

$$b_e = \rho b \quad (3.43)$$

en la que  $\rho$  es un factor de reducción que vale (ec. 3.42):

$$\rho = \left( 1 - 0.22 / \sqrt{\sigma_{\text{máx}} / \sigma_{cr}} \right) / \sqrt{\sigma_{\text{máx}} / \sigma_{cr}} = (1 - 0.22 / \lambda) / \lambda \quad (3.44)$$

$\lambda$  es un factor de esbeltez.

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma_{cr}}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{máx}} [12(1 - \mu^2)(b/t)^2]}{k\pi^2 E}} = \left( \frac{1.052}{\sqrt{k}} \right) \left( \frac{b}{t} \right) \sqrt{\frac{\sigma_{\text{máx}}}{E}} \quad (3.45)$$

$k$ ,  $b/t$ ,  $\sigma_{\text{máx}}$  y  $E$  se han definido ya;  $\mu$  se ha tomado igual a 0.3.  $\sigma_{\text{máx}}$  debe estar en  $\text{kg/cm}^2$ .

Las ecs. 3.43 a 3.45 son las que se recomiendan en la ref. 3.30.

### 3.10.1.2.2. Elementos no atiesados

En el Reglamento del D. F. (ref. 3.6) y en las normas del AISC (refs. 3.7 y 3.26) se considera que la resistencia de los elementos planos con esta condición de apoyo es la que corresponde a la iniciación de la inestabilidad; la resistencia posterior al pandeo se toma en cuenta modificando un tanto arbitrariamente, los factores de placa  $k$  y se deja como un margen de seguridad contra el colapso de placas de relación  $b/t$  muy elevada.



El AISI utilizaba también el criterio anterior; sin embargo, desde 1986 (ref. 3.28) emplea el concepto de ancho efectivo en el diseño de elementos planos no atiesados, con lo que unifica el tratamiento de todas las placas comprimidas esbeltas.

### 3.10.1.2.3. Especificaciones de diseño

#### Elementos atiesados

En sus especificaciones para diseño por factores de carga y resistencia (ref. 3.7), el AISC hace las recomendaciones siguientes:

En el cálculo de las propiedades de diseño de elementos que contienen placas atiesadas de relación ancho/groeso elevada en compresión uniforme, debe utilizarse un ancho efectivo  $b_e$ , dado por:

a) Para patines de secciones en cajón, cuadradas o rectangulares, de grueso uniforme:

$$\text{Si } \frac{b}{t} \geq \frac{1996}{\sqrt{\sigma}}, \quad b_e = \frac{2734t}{\sqrt{\sigma}} \left[ 1 - \frac{544}{(b/t)\sqrt{\sigma}} \right] \quad (3.46)$$

En caso contrario,  $b_e = b$ .

b) Para cualquier otro elemento plano comprimido uniformemente:

$$\text{Si } \frac{b}{t} \geq \frac{2121}{\sqrt{\sigma}}, \quad b_e = \frac{2734t}{\sqrt{\sigma}} \left[ 1 - \frac{480}{(b/t)\sqrt{\sigma}} \right] \quad (3.47)$$

En caso contrario,  $b_e = b$ .

$b$  es el ancho real de un elemento atiesado comprimido, definido en la Fig. 3.34;  $b_e$  el ancho efectivo, reducido por pandeo  $t$  el grueso de la placa y  $\sigma$  el esfuerzo de compresión en el elemento plano, producido por solicitaciones de diseño (factorizadas), en  $\text{kg/cm}^2$ .  $b$ ,  $b_e$  y  $t$  están en cm.

Las ecs. 3.46 y 3.47 son la 3.41, con pequeños ajustes en los coeficientes incluidos en los paréntesis rectangulares que tienen en cuenta, aproximadamente, las restricciones angulares en los bordes de las placas.

Las recomendaciones del AISC para diseño por esfuerzos permisibles (ref. 3.26) son iguales a las que se acaban de ver; difieren los coeficientes de las ecuaciones porque el esfuerzo  $\sigma$  corresponde a acciones nominales (dividiendo los coeficientes de las fórmulas de la ref. 3.26 entre  $\sqrt{1.67}$  se obtienen las ecs. 3.46 y 3.47).

En la ref. 3.6 se recomiendan también las ecs. 3.46 y 3.47, con los coeficientes ligeramente redondeados.

#### Elementos no atiesados

##### Reglamento del D.F. (ref. 3.6) y normas AISC (refs. 3.7 y 3.26)

Para determinar la resistencia de diseño se utiliza un factor de reducción  $Q_s$ , igual al cociente del esfuerzo crítico entre el de fluencia:

$$Q_s = F_c / F_y \quad (3.48)$$

En la Fig. 3.28 se muestra cómo varía el esfuerzo crítico de pandeo de placas no atiesadas comprimidas, en función de su relación ancho/groeso.

El tramo  $AB$  corresponde a placas que resisten el esfuerzo de fluencia  $F_y$ <sup>3</sup> sin pandearse (si la relación  $b/t$  es muy pequeña pueden, incluso, superarlo); son de alguno de los tipos 1 a 3; la esbeltez  $(b/t)_1$  es el límite superior de las placas tipo 3. (En el art. 3.10.2.1 se definen los tipos de placas).

La curva  $CD$  proporciona el esfuerzo crítico de pandeo elástico (ec. 3.2) con el factor de placa  $k$  adecuado y el pandeo inelástico se ha representado, de manera aproximada, con la recta  $BC$ . Se ha supuesto, conservadoramente, que el esfuerzo en el límite de proporcionalidad es el 65% del de fluencia (ref. 3.9).

El factor  $k$  de la ec. 3.2 vale 0.425 para placas con un borde libre y el otro simplemente apoyado y 1.277 cuando el segundo borde está empotrado (Tabla 3.1); para tener en cuenta la restricción parcial proporcionada por el alma, se recomienda considerar un valor intermedio.

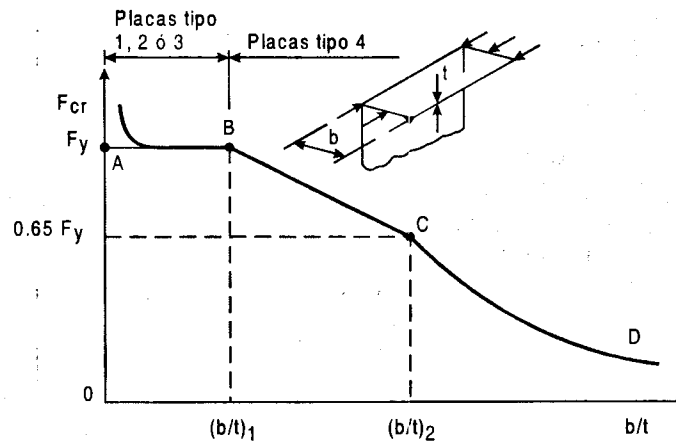


Figura 3.28. Variación del esfuerzo crítico de pandeo de placas no atiesadas comprimidas en función de la relación ancho/grueso.

Haciendo  $k = 0.760$ , la ec. 3.2 se convierte en:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k = \frac{0.760\pi^2 E}{12(1-0.3^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 = \frac{1400580}{(b/t)^2} \quad (3.49)$$

Esta ecuación proporciona los esfuerzos críticos de pandeo elástico en el tramo  $CD$ .

La relación  $(b/t)_2$  que separa el pandeo elástico del inelástico se obtiene igualando a  $0.65F_y$  el esfuerzo crítico dado por la ec. 3.49:

$$\sigma_{cr} = \frac{1400580}{(b/t)_2^2} = 0.65F_y \quad \therefore \left(\frac{b}{t}\right)_2 = \frac{1468}{\sqrt{F_y}}$$

Las recomendaciones de la ref. 3.6 provienen de los resultados anteriores:

- Si  $b/t \leq 830/\sqrt{F_y}$ , el pandeo local no es crítico para esfuerzos menores que  $F_y$  (Tabla 3.5).

<sup>3</sup> El esfuerzo de fluencia del acero se designa  $\sigma_y$  o  $F_y$ .

- Si  $b/t \geq 1470/\sqrt{F_y}$ , el pandeo local se inicia en el intervalo elástico,  $\sigma_{cr}$  se calcula con la ec. 3.49 y:

$$Q_s = \frac{\sigma_{cr}}{F_y} = \frac{1400580}{F_y (b/t)^2}$$

- Cuando  $830/\sqrt{F_y} < b/t < 1470/\sqrt{F_y}$  el pandeo es inelástico; la ecuación de la recta BC es

$$\sigma_{cr} = [1.415 - 0.00052 (b/t) \sqrt{F_y}] F_y, \text{ y } Q_s \text{ está dado por:}$$

$$Q_s = 1.415 - 0.00052 (b/t) \sqrt{F_y}$$

Las expresiones para  $Q_s$ , que se acaban de deducir se aplican a ángulos que sobresalen de columnas u otros miembros comprimidos, y a patines comprimidos de vigas y trabes armadas.

Las ecuaciones para ángulos aislados que se incluyen en la ref. 3.6 se obtienen de una manera semejante, pero tomando  $k = 0.59$  en la ec. 3.2; este valor es mayor que el teórico, 0.425 y más pequeño que el 0.76 que se emplea para patines de secciones I y H, porque las dos alas de un ángulo de lados iguales, comprimido axialmente, se pandean al mismo tiempo, sin que ninguna de ellas proporcione restricciones a la otra. El incremento en  $k$ , de 0.425 a 0.59, se justifica principalmente por la diferencia entre el ancho  $b$ , definido en la Fig. 3.34 y el ancho real.

Los coeficientes  $Q_s$  de ángulos comprimidos aislados se calculan con las ecs. 2.66 a 2.68 del art. 2.9, Capítulo 2; sustituyendo  $E$  por su valor numérico, se obtienen las expresiones de la ref. 3.6.

En las refs. 3.28 a 3.30 se indica que la relación ancho/grueso de los elementos planos no atiesados en compresión no debe exceder de 60; se hace notar, además, que cuando esa relación es mayor de alrededor de 30 es probable que, bajo cargas cercanas a las de servicio, aparezcan deformaciones visibles, sin que se afecte la resistencia del elemento. Esto debe considerarse como una llamada de atención, pero no tiene el objeto de impedir el uso de elementos planos de esas características.

### Especificaciones AISI (refs. 3.28 a 3.30)

Desde 1986, el concepto de ancho efectivo se aplica a todas las placas comprimidas, atiesadas o no y a las almas de vigas y otros elementos planos atiesados sometidos a esfuerzos no uniformes; se unifican así, los criterios de diseño.

En la ref. 3.23 se proporcionan las bases para la extensión del concepto mencionado a placas bajo esfuerzos no uniformes y a elementos planos comprimidos no atiesados y se demuestra que la ec. 3.24 es también válida para placas no atiesadas, si se utiliza el factor de pandeo  $k$  apropiado.

En las refs. 3.28 a 3.30 se ha adoptado un formato adimensional, por lo que ha cambiado la forma de las ecuaciones; sin embargo, los resultados siguen siendo los mismos.

En el nuevo formato, el ancho efectivo se da en función del coeficiente de pandeo de placas  $k$ , que depende de las condiciones de borde de los elementos planos y de las solicitaciones a que están sometidos; de esta manera, se emplea la misma ecuación para todos los elementos susceptibles de pandearse localmente.

A continuación se reproduce una parte de las refs. 3.28 a 3.30; los números de las ecuaciones no son las de esas referencias, ni tampoco la nomenclatura coincide exactamente con la de ellas.

Anchos efectivos de elementos atiesados comprimidos uniformemente

a) Determinación de la resistencia.

Los anchos efectivos  $b_e$ , de elementos atiesados comprimidos uniformemente, se determinan con las fórmulas:

$$b_e = b \text{ cuando } \lambda \leq 0.673 \quad (3.50)$$

$$b_e = \rho b \text{ cuando } \lambda > 0.673 \quad (3.51)$$

donde:

$b$  = ancho total del elemento plano

$$\rho = (1 - 0.22/\lambda)/\lambda \quad (3.52)$$

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{k}} \left( \frac{b}{t} \right) \sqrt{\frac{f}{E}} \text{ es un factor de esbeltez} \quad (3.53)$$

Estas ecuaciones son la 3.43 a 3.45, que provienen de la 3.24 (inciso 3.10.1.2.1).

Para placas que forman parte de miembros comprimidos  $f$  se toma igual a  $F_n$ , que es el esfuerzo crítico de pandeo nominal del miembro completo (art. 2.8.3, Capítulo 2).

$k$  = coeficiente de pandeo de placas = 4.0 para elementos atiesados soportados en los dos bordes longitudinales.

Anchos efectivos de elementos no atiesados comprimidos uniformemente

a) Determinación de la resistencia.

Los anchos efectivos  $b_e$ , de elementos no atiesados comprimidos uniformemente, se determinan con las ecuaciones 3.50 a 3.53, tomando  $k = 0.43$  (el valor teórico es 0.425) en la ec. 3.53.

En las refs. 3.28 a 3.30 se indica también cómo evaluar los anchos que deben utilizarse para calcular deflexiones de vigas, producidas por las cargas de servicio.

Igualando  $\lambda$  (ec. 3.53) a 0.673 y despejando  $b/t$ , se obtiene la relación ancho/grueso máxima para la que todo el ancho es todavía efectivo ( $b_e = b$ ):

$$\frac{b}{t} = 0.640\sqrt{k} \sqrt{\frac{E}{f}}$$

Si  $k = 4.0$ ,  $(b/t)_{lim} = 1.28 \sqrt{E/f}$ , que es la ec. 3.25.

**EJEMPLO 3.8.** Determine el ancho efectivo de la placa del ejemplo 3.7 utilizando las normas AISI 1996 (ref. 3.30).

Se emplean las ecs. 3.50 a 3.53, con  $k = 4.0$ , y  $E = 2039000 \text{ kg/cm}^2$ .

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{k}} \left( \frac{b}{t} \right) \sqrt{\frac{f}{E}} = \frac{1.052}{\sqrt{4.0}} \times 300 \sqrt{\frac{2530}{2039000}} = 5.559 > 0.673$$

$$\rho = \frac{1 - 0.22/\lambda}{\lambda} = \frac{1 - (0.22/5.559)}{5.559} = 0.173$$

$$b_e = \rho b = 0.173 \times 60 = 10.38 \text{ cm.}$$

Este valor es prácticamente igual al obtenido en el ejemplo 3.7.

**EJEMPLO 3.9.** Igual que los ejemplos 3.7 y 3.8, pero para la placa no atiesada de la Fig. E3.9-1.

$$b/t = 10/0.3 = 33.3 < 60.$$

Normas Técnicas Complementarias del Reglamento del D.F. (ref. 3.6). El elemento plano en estudio forma parte de una canal.

$$\frac{b}{t} = 33.3 > \frac{1470}{\sqrt{2530}} = 29.2 \therefore Q_s = \frac{1400000}{F_y (b/t)^2} = \frac{1400000}{2530 \times 33.3^2} = 0.499$$

El numerador de la expresión de  $Q_s$  está redondeado.

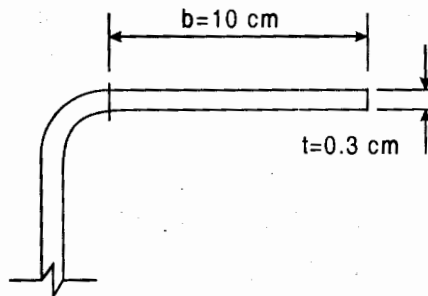


Figura E3.9-1. Figura del ejemplo 3.9.

Si la barra de la que forma parte la placa puede admitir el esfuerzo de fluencia, sin falla prematura, la resistencia de la placa es:

$$P_u = A_f_y Q_s = (10 \times 0.3) 2530 \times 0.499 = 3787 \text{ kg}$$

AISI 1996 (ref. 3.30)

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{0.43}} \times 33.3 \sqrt{\frac{2530}{2039000}} = 1.882 > 0.673$$

$$\rho = \frac{1 - (0.22/1.899)}{1.882} = 0.469$$

$$\text{Ancho efectivo } b_e = 0.469 \times 10 = 4.69 \text{ cm, } P_u = A_e F_y = 4.69 \times 0.3 \times 2530 = 3559 \text{ kg.}$$

Los dos métodos proporcionan resultados muy semejantes ( $3559/3787 = 0.94$ ).

### 3.10.2. Vigas

Las curvas momento-deflexión de la Fig. 3.29 describen los aspectos más importantes del comportamiento de vigas con cargas crecientes perpendiculares a su eje, alojadas en el plano de simetría de sus secciones transversales.

La respuesta inicial, bajo cargas pequeñas, es elástica lineal, como lo muestra el primer tramo, recto, de las curvas. Si las relaciones ancho/grueso de los elementos planos que componen la viga, y el contraventeo lateral de que está provista, son adecuados para posponer la falla por pandeo local y lateral hasta que haya deformaciones plásticas importantes, el comportamiento elástico lineal termina cuando la suma de los esfuerzos normales producidos por las cargas y los residuales existentes en la viga llega en algún punto, al esfuerzo de fluencia  $\sigma_y$ . (Punto A, Fig. 3.29).

Cuando la carga crece, fluye plásticamente una porción cada vez mayor del material, la capacidad de la viga para soportar incrementos adicionales de carga disminuye, y desaparece cuando el momento flexionante iguala al plástico resistente  $M_p$ , en la sección crítica. (Esto sucede cuando la viga es isostática; de no serlo, su resistencia máxima no se alcanza cuando se forma la primera articulación plástica, sino cuando se convierte en un mecanismo). A partir de entonces (punto D) la curva es aproximadamente horizontal; la deformación crece, sin cambio apreciable en la carga, hasta ser varias veces mayor que la que corresponde a la iniciación del flujo plástico. Por último, después de una deformación considerable, el acero se endurece por deformación y el momento resistente sobrepasa a  $M_p$ .

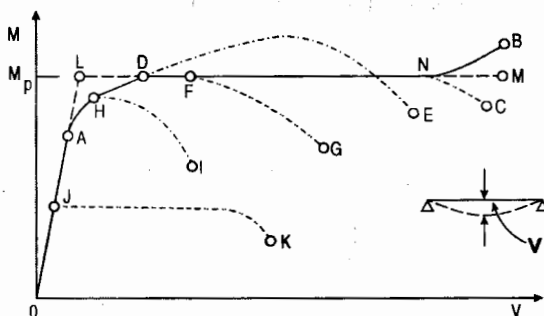


Figura 3.29. Curvas momento-deflexión de vigas.

El comportamiento que se acaba de describir (curva llena OADB) es el más deseable desde los puntos de vista de resistencia y capacidad de rotación de las vigas; corresponde a un caso ideal, que rara vez se presenta en las estructuras.

La situación más común en vigas reales de proporciones adecuadas y con contraventeo lateral suficiente es la representada por la curva OADNC; el momento resistente no se incrementa por endurecimiento por deformación, pero se alcanza el momento plástico del perfil, que se conserva durante deformaciones importantes.

OADE corresponde a una variación rápida del momento flexionante a lo largo del eje (en la vecindad de una carga concentrada o en los extremos de vigas de marcos rígidos, por ejemplo). El endurecimiento por deformación en la zona de momento máximo hace que éste suba por encima de  $M_p$ ; después la curva desciende, al iniciarse fenómenos de pandeo local y lateral.

Las curvas OAFG, OAHJ y OJK describen comportamientos que terminan con fallas por pandeo lateral o local o por una combinación de ambos, en el intervalo inelástico o en el elástico.

La curva *OADB* representa el mejor comportamiento posible; la *OADC* es también satisfactoria si el tramo *DN*, de deformación creciente bajo momento  $M_p$  constante, tiene amplitud suficiente para que la ductilidad de la barra sea adecuada para el trabajo correcto de la estructura. Estas curvas carga-deflexión suelen representarse, de manera idealizada, por dos líneas rectas, una inclinada *OL*, correspondiente al intervalo elástico y otra horizontal *LM*, de amplitud indeterminada, que describe el comportamiento plástico, caracterizado por deformaciones crecientes bajo momento constante.

En los perfiles de acero de sección I o H flexionados alrededor del eje de mayor momento de inercia pueden presentarse dos fenómenos de inestabilidad, pandeo lateral y pandeo local, que aparecen casi siempre, eventualmente, solos o combinados, aunque se tomen precauciones para evitarlos. (El pandeo lateral puede impedirse proporcionando soporte lateral continuo a los patines comprimidos de las vigas). Sin embargo, si se conservan las relaciones ancho/grueso de patines y almas por debajo de ciertos límites y se coloca un contraventeo lateral adecuado, se logra que las dos formas de pandeo se retrasen hasta obtener un comportamiento satisfactorio. Las relaciones ancho/grueso y las distancias entre puntos soportados lateralmente que pueden aceptarse en un problema dado dependen del comportamiento que se espera que tenga la estructura; las restricciones son máximas en zonas de formación de articulaciones plásticas en construcciones en áreas sísmicas, pues deben ser capaces de admitir rotaciones inelásticas importantes sin pérdida de resistencia por pandeo.

### 3.10.2.1. Clasificación de las secciones

Si el pandeo lateral no es crítico,<sup>4</sup> la resistencia de las barras en flexión se agota cuando se pandea localmente alguno de sus elementos planos. El pandeo local del patín comprimido es de primera importancia en vigas, pero también puede pandearse el alma (o las almas, en secciones en cajón), sobre todo en traveses armadas esbeltas o en vigas de lámina delgada y los patines y almas de columnas comprimidas axialmente o flexocomprimidas.

La resistencia de vigas con soporte lateral suficiente para que el pandeo lateral no sea crítico depende de las relaciones ancho/grueso de las placas que las forman; si son demasiado esbeltas, el pandeo local puede impedir que se alcancen los momentos  $M_p$  o  $M_y$ . ( $M_p$  es el momento plástico resistente nominal de un miembro en flexión, con la sección transversal completamente plastificada y  $M_y$  es el que corresponde a la iniciación del flujo plástico, en los puntos de la sección más alejados del eje de flexión).

La Fig. 3.30 muestra las curvas momento-deflexión de vigas compuestas por placas de diferentes relaciones ancho/grueso.

La curva característica de las secciones tipo 1 representa el comportamiento más favorable; el momento resistente llega a  $M_p$  y lo supera ligeramente, mientras crecen las deflexiones. Eventualmente, después de deflexiones inelásticas importantes, la resistencia disminuye cuando se inicia el pandeo local del patín comprimido o del alma.

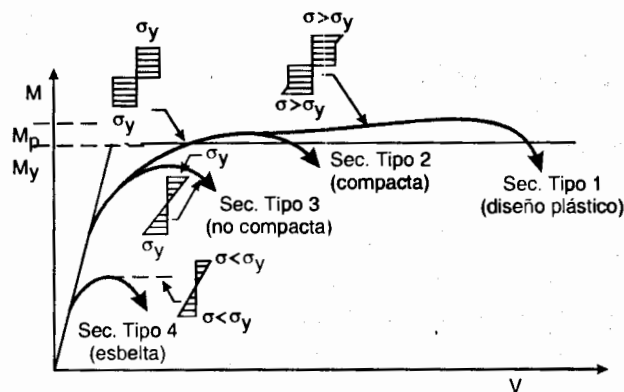


Figura 3.30. Relaciones momento-deflexión de vigas. (El pandeo lateral no es crítico)

<sup>4</sup> El pandeo lateral de vigas se trata en el Capítulo 5.

También las secciones tipo 2 pueden desarrollar el momento plástico  $M_p$ , pero su capacidad de deformación inelástica bajo momento constante es mucho menor que las de tipo 1; la disminución de resistencia, ocasionada por pandeo local, se inicia poco después de que el momento alcanza o supera ligeramente ese valor. Los requisitos relativos a las relaciones ancho/grueso de los elementos planos son menos estrictos que en las secciones tipo 1, puesto que se exigen deformaciones inelásticas menores.

Las placas que componen las secciones tipo 3, más esbeltas, se pandean localmente cuando el momento es menor que  $M_p$ ; sin embargo, permiten que se alcance el momento  $M_y$ . Las secciones tipo 3 no tienen capacidad de deformación.

Por último, son secciones tipo 4 las formadas por placas tan esbeltas que se pandean localmente antes de que el momento llegue a  $M_y$ ; su resistencia a la flexión se expresa en función de las relaciones ancho/grueso de sus elementos planos.

Los estados límite de resistencia correspondientes a los cuatro tipos de secciones son:

**Secciones tipo 1 (o secciones para diseño plástico).**<sup>5</sup> Desarrollo del momento plástico en vigas y del momento plástico reducido por compresión en barras flexocomprimidas, con capacidad de rotación suficiente para ser utilizadas en estructuras diseñadas plásticamente.

**Secciones tipo 2 (o secciones compactas).** El estado límite de resistencia es el mismo que el de las tipo 1, pero su capacidad de rotación es limitada.

**Secciones tipo 3 (o secciones no compactas).** Desarrollo del momento correspondiente al inicio del flujo plástico en vigas o de ese momento, reducido por compresión, en barras flexocomprimidas.

**Secciones tipo 4 (secciones esbeltas).** Pandeo local de alguno o algunos, de las elementos planos que las componen.

En miembros en compresión axial no existe la distinción basada en capacidad de rotación, pues por su forma de trabajo esa propiedad no es significativa.

### 3.10.2.2. Relaciones ancho/grueso

#### 3.10.2.2.1. Patines

En el art. 3.7.1 se han deducido las relaciones  $b/2t$  máximas (ecs. 3.21 y 3.22) para las que las vigas I y H tienen capacidades de rotación de 9 ó 10 y de alrededor de 3, suponiendo que el alma no falla tampoco, por pandeo local, antes de que se presenten esas rotaciones. Desde el punto de vista de la relación ancho/grueso de sus patines, las secciones que cumplen la condición 3.22 son tipo 1 y las que satisfacen la 3.21 son tipo 2.

Los límites superiores de las secciones tipo 3 se obtienen utilizando la teoría del pandeo elástico de placas y ajustando las relaciones ancho/grueso de los patines para que no se pandeen localmente antes de alcanzar el esfuerzo de fluencia  $F_y$ .

El esfuerzo crítico de pandeo elástico de una placa en compresión pura es (ec. 3.2):

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2 k$$

<sup>5</sup> Las secciones tipo 2 tienen capacidad de rotación suficiente para estructuras diseñadas plásticamente que se construirán en zonas no sísmicas y la capacidad de rotación de las secciones tipo 1 las hace adecuadas para estructuras en las que se requiere una ductilidad elevada, como son los edificios de varios pisos en zonas de alta sismicidad, diseñados para que resistan acciones sísmicas disminuidas por disipación de energía en el intervalo inelástico (arts. 3.7.1 y 3.10.3).



Si se supone que la mitad del patín es una placa apoyada libremente en el alma y que no tiene ningún tipo de soporte en el otro borde longitudinal (lo que es conservador),  $k$  vale 0.425; si además, se considera que la ec. 3.2 es aplicable hasta que el esfuerzo crítico llega al límite de fluencia, puede escribirse:

$$\sigma_{cr} = \frac{0.425\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left( \frac{t}{b/2} \right)^2 = \sigma_y; \quad \frac{b}{2t} = \sqrt{\frac{0.425\pi^2 E}{12(1-0.3^2)\sigma_y}} = \frac{885}{\sqrt{\sigma_y}}$$

De acuerdo con la ref. 3.6, el límite superior de la relación  $b/2t$  para secciones no compactas (tipo 3) es  $830/\sqrt{\sigma_y}$ , 6% menor que el calculado arriba; con la reducción se busca obtener un margen de seguridad contra el pandeo local mayor que contra la falla de conjunto.

### 3.10.2.2.2. Almas

Los límites impuestos a la relación peralte/grueso de las almas tienen el mismo objeto que los prescritos para los patines: lograr que el comportamiento de los elementos planos individuales sea el que corresponde al tipo de sección transversal considerado.

En vigas de proporciones normales el pandeo local del alma no suele ser crítico, pues está sometida a un estado de esfuerzos mucho menos severo que el del patín comprimido y sus condiciones de apoyo son más favorables. Por ejemplo, al determinar el límite superior de la relación ancho/grueso de las almas de secciones I o H no compactas (tipo 3) con la ec. 3.2 se llega a:

$$\sigma_{cr} = \sigma_y = \frac{23.9\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left( \frac{t}{h} \right)^2 \quad \therefore \frac{h}{t} = \sqrt{\frac{23.9\pi^2 E}{12(1-0.3^2)\sigma_y}} = \frac{6637}{\sqrt{\sigma_y}}$$

$h$  y  $t$  son el peralte y el grueso del alma y 23.9 es el factor  $k$  de una placa larga en flexión con los bordes longitudinales apoyados libremente (art. 3.4.1), despreciando el efecto favorable de las restricciones al giro que proporcionan los patines.

En la ref. 3.30 se recomienda que se tome en cuenta parte de las restricciones mencionadas, subiendo el factor de placa de 23.9 a 35.9;  $h/t$  llega a  $8134/\sqrt{\sigma_y}$  el límite recomendado en la ref. 3.6 para secciones tipo 3,  $8000/\sqrt{\sigma_y}$ , es un poco más pequeño.

El límite de la relación ancho/grueso del alma de barras en flexión del tipo 1 proviene de estudios teóricos y experimentales (refs. 3.2, 3.10 y 3.31), y el de las secciones tipo 2 es principalmente de carácter experimental (ref. 3.32).

### Almas de paredes delgadas

Los esfuerzos de compresión que hay en una parte de una placa flexionada pueden hacer que se pandee; si la placa es suficientemente esbelta, su resistencia adicional puede ser significativa.

La evaluación teórica de la resistencia posterior al pandeo de placas en flexión es complicada y no lleva a resultados de interés práctico, por lo que el problema se ha resuelto partiendo de resultados experimentales y utilizando el concepto de ancho efectivo.

En lo que sigue se reproduce la parte de las normas del AISI (refs. 3.28 a 3.30) relativa a la determinación de los anchos efectivos de almas y otros elementos planos atiesados con esfuerzo normal variable.

Determinación de la resistencia. Los anchos efectivos  $b_1$  y  $b_2$ , que se muestran en la Fig. 3.31, se determinan con las fórmulas:

$$b_1 = b_e / (3 - \psi) \quad (3.54)$$

$b_2$  se calcula con la ec. 3.55 o 3.56, dependiendo del valor de  $\psi$ .

$$\text{Para } \psi \leq -0.236, \quad b_2 = b_e / 2 \quad (3.55)$$

$$\text{Para } \psi > -0.236, \quad b_2 = b_e - b_1 \quad (3.56)$$

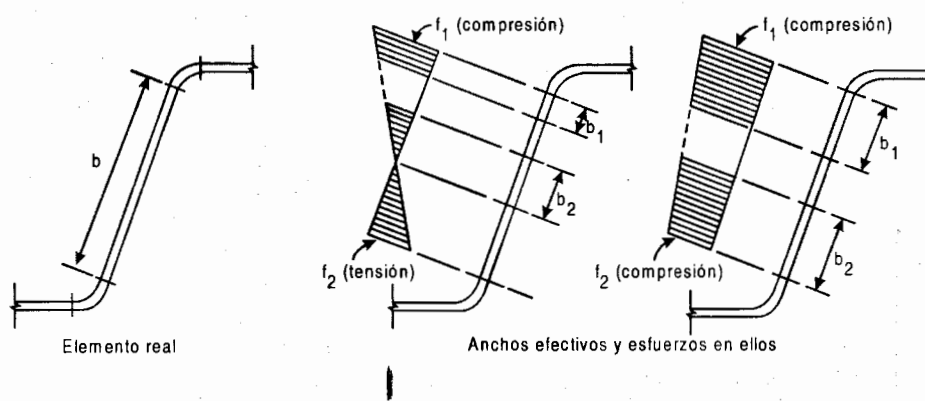


Figura 3.31. Elementos atiesados con esfuerzos variables.

$b_e$  es el ancho efectivo determinado con las ecs. 3.50 a 3.53, en las que se sustituye  $f$  por  $f_1$ , y  $k$  vale:

$$k = 4 + 2(1 - \psi)^3 + 2(1 - \psi) \quad (3.57)$$

$$\psi = f_2 / f_1$$

$f_1, f_2$  = esfuerzos que se muestran en la Fig. 3.31, calculados con la sección efectiva.

$f_1$  es compresión (+) y  $f_2$  puede ser tensión (-) o compresión. Si los dos esfuerzos son compresiones  $f_1 \geq f_2$ .

En la Fig. 3.31 se ve que la suma de  $b_1$  y  $b_2$  no puede ser mayor que la porción comprimida del alma, determinada con la sección efectiva; si resulta mayor, el alma es completamente efectiva.

En las refs. 3.28 a 3.30 se indica también cómo obtener el ancho efectivo para el cálculo de deflexiones.

**EJEMPLO 3.10.** Determine el momento de inercia efectivo para cálculo de resistencia, de la sección de la Fig. E3.10-1a, que corresponde a una viga libremente apoyada con carga gravitacional. Tome  $F_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$  y  $E = 2074000 \text{ kg/cm}^2$ . Utilice las normas de las refs. 3.28 a 3.30.

$$\text{Patín. } b/t = 19.540/0.152 = 128.6$$

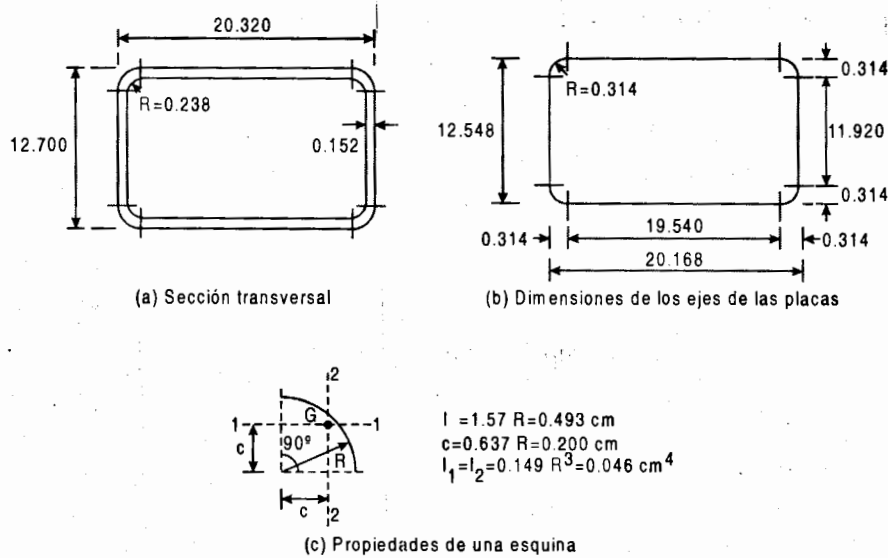


Figura E3.10-1. Sección de la viga del ejemplo 3.10. (Acotaciones en cm)

Como el eje neutro de la sección efectiva pasa por su centro de gravedad, que está debajo del de la sección completa, el esfuerzo de compresión en el patín superior es igual al de fluencia. El ancho efectivo del patín comprimido se determina con las ecs. 3.50 a 3.53, en las que se hace  $f = F_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$  y  $k = 4.0$ .

$$\bar{e} = \frac{1.052 b}{\sqrt{k} t} \sqrt{\frac{f}{E}} = \frac{1.052}{\sqrt{4}} (128.6) \sqrt{\frac{3515}{E}} = 2.785$$

Como  $\lambda = 2.785 > 0.673$ ,  $b_e = \rho b$   
 $\rho = (1 - 0.22/\lambda)/\lambda = (1 - 0.22/2.785)/2.785 = 0.331$

$$b_e = 0.331 \times 19.540 = 6.468 \text{ cm}$$

Almas.

En la tabla siguiente se determina la posición del eje neutro de la sección de la Fig. E3.10-2, suponiendo, por ahora que las almas son completamente efectivas.

Elemento	Long. L (cm)	Distancia al patín superior y (cm)	$Ly$ ( $\text{cm}^2$ )	$Ly^2$ ( $\text{cm}^3$ )
1	$3.234 \times 2 = 6.468$	0.000	0.000	0.000
2	$0.493 \times 2 = 0.986$	0.114	0.112	0.013
3	$11.320 \times 2 = 22.640$	6.227	140.979	877.878
4	$0.493 \times 2 = 0.986$	12.434	12.260	152.440
5	19.540	12.548	245.188	3076.618
	50.620		398.539	4106.949

$$\bar{Y} = \frac{\sum Ly}{\sum L} = \frac{398.539}{50.620} = 7.873 \text{ cm}$$

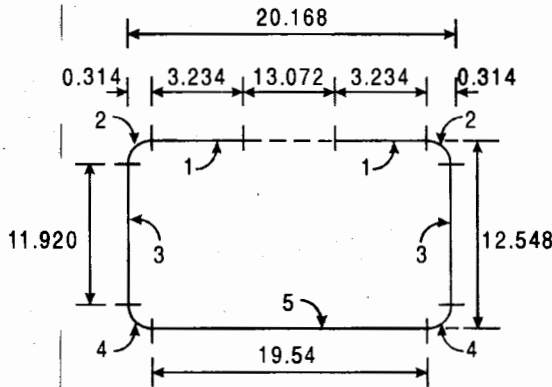


Figura E3.10-2. Sección transversal con el ancho efectivo del patín superior. (Acotaciones en cm)

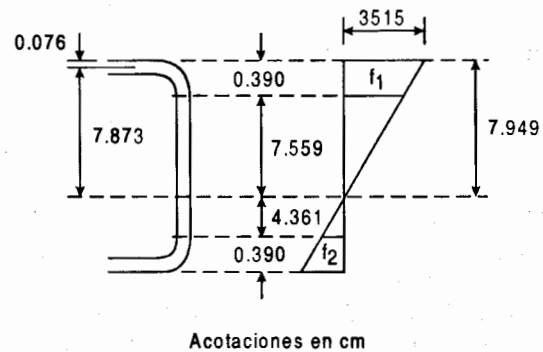


Figura E3.10-3. Esfuerzos en las almas.

Los esfuerzos máximos en los extremos del alma son (Fig. E3.10-3):

$$f_1 = 3515 \times 7.559 / 7.949 = 3343 \text{ kg/cm}^2 \text{ (compresión)}$$

$$f_2 = 3515 \times 4.361 / 7.949 = 1928 \text{ kg/cm}^2 \text{ (tensión)}$$

Se usan ahora las ecs. 3.54 a 3.57.

$$\psi = f_2 / f_1 = -1928 / 3343 = -0.577 < -0.236.$$

$$k = 4 + 2(1 - \psi)^3 + 2(1 - \psi) = 4 + 2(1 + 0.577)^3 + 2(1 + 0.577) = 14.998$$

$$\frac{b}{t} = \frac{11.920}{0.152} = 78.42$$

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{14.998}} \times 78.42 \sqrt{\frac{3343}{E}} = 0.855 > 0.673$$

$$\rho = (1 - 0.22 / 0.855) / 0.855 = 0.869. \quad b_e = 0.869 \times 11.920 = 10.358 \text{ cm}$$

$$b_1 = b_e / (3 - \psi) = 10.358 / (3 + 0.577) = 2.896 \text{ cm}$$

Como  $\psi < -0.236$ ,  $b_2 = b_e / 2 = 10.358 / 2 = 5.179 \text{ cm}$

$$b_1 + b_2 = 2.896 + 5.179 = 8.075 \text{ cm} > 7.559$$

$b_1 + b_2$  es mayor que la porción comprimida del alma, luego ésta es completamente efectiva.

Momento de inercia de la sección efectiva. Es la que se muestra en la Fig. E3.10-2. Se determina primero el momento de inercia de la línea definida por los ejes de las placas y se multiplica después por el grueso  $t$ .

$$\begin{aligned} (I'_x)_{ef} &= \sum (Ly^2) - \sum Ly_c^2 + 2 \frac{11.920^3}{12} = 4106.949 + 2 \frac{11.920^3}{12} - 50.620 \times 7.873^2 \\ &= 1251.59 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$(I_x)_{ef} = (I'_x)_{ef} \cdot t = 1251.59 \times 0.152 = 190.24 \text{ cm}^4$$

### 3.10.3. Barras flexocomprimidas

Las columnas flexocomprimidas se diseñan de manera que los elementos planos que las componen tengan robustez suficiente para que la columna resista el momento plástico reducido por fuerza axial  $M_{pc}$ , cuando se trata de secciones tipo 1 ó 2 y el correspondiente a la iniciación del flujo plástico, teniendo en cuenta la acción simultánea de la fuerza axial, en las de tipo 3.

Los requisitos que han de cumplir los patines comprimidos son los mismos que en las vigas, por lo que se utilizan límites iguales de las relaciones ancho/grueso.

El comportamiento de las placas de alma flexocomprimidas es más complicado; depende, en buena medida, de los valores relativos de la fuerza axial y del momento flexionante.

Si se toman relaciones aproximadas entre las dimensiones de los perfiles y se fija el cociente  $\epsilon_m/\epsilon_y$ , correspondiente a una capacidad de rotación adecuada, pueden utilizarse las curvas de la Fig. 3.20 para obtener reglas de diseño. Haciendo  $A/A_a = 2$  y  $d/d_p = 1.1$ , valores típicos de perfiles H laminados y  $\epsilon_m/\epsilon_y = 4$ , se obtiene la gráfica de línea interrumpida de la Fig. 3.32, que se aproxima con dos tramos de recta, cuyas ecuaciones están en la figura.

La Fig. 3.32 es para acero A-7 ( $F_y = 2320 \text{ kg/cm}^2$ ) y se mantiene sin cambio apreciable para A-36; se ha sugerido (ref. 3.10) que sus resultados se apliquen a otros aceros, multiplicándolos por  $\sqrt{2530/\sigma_y}$ , donde  $\sigma_y$  es el esfuerzo de fluencia del nuevo material, en  $\text{kg/cm}^2$ ; se obtiene así una concordancia razonable con resultados experimentales.

Se llega a:

$$\text{Si } \frac{P}{P_y} \leq 0.27, \frac{d}{t_a} = \left( 70 - 100 \frac{P}{P_y} \right) \sqrt{\frac{2530}{\sigma_y}} = \frac{3521}{\sqrt{\sigma_y}} \left( 1 - 1.43 \frac{P}{P_y} \right)$$

$$\text{Si } \frac{P}{P_y} \geq 0.27, \frac{d}{t_a} = 43 \sqrt{\frac{2530}{\sigma_y}} = \frac{2163}{\sqrt{\sigma_y}}$$

$d$  es el peralte total de la sección,  $t_a$  el grueso del alma y  $P$  la fuerza axial en la columna.

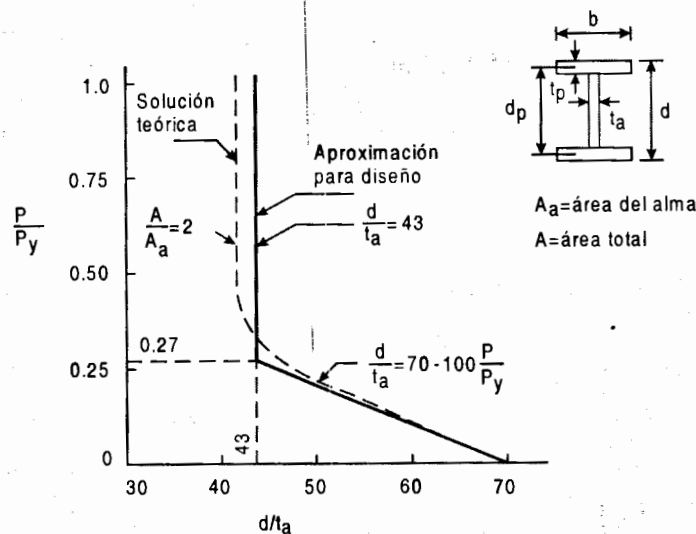


Figura 3.32. Relaciones  $d/t_a$  permisibles en almas de secciones I de acero A-7 totalmente plastificadas

Estas son las ecuaciones que propone el AISC (ref. 3.26), en el capítulo de diseño plástico, para determinar las relaciones peralte/espesor máximas admisibles en el alma de miembros de sección transversal H, sujetos a flexión o flexocompresión plástica.

El Reglamento del D. F. (ref. 3.6) emplea las mismas ecuaciones para definir la esbeltez máxima de almas flexocomprimidas de secciones tipo 1:

$$\text{Si } \frac{P_u}{P_y} \leq 0.28, \quad \frac{d}{t_a} = \frac{3500}{\sqrt{\sigma_y}} \left( 1 - 1.4 \frac{P_u}{P_y} \right) \quad (3.58)$$

$$\text{Si } \frac{P_u}{P_y} \geq 0.28, \quad \frac{d}{t_a} = \frac{2100}{\sqrt{\sigma_y}} \quad (3.59)$$

$P_u$  es la fuerza axial de diseño.

Las pequeñas diferencias en los coeficientes se deben al redondeo en los sistemas inglés y métrico decimal.

Para las secciones tipo 2 y 3 se permiten relaciones ancho/grueso más elevadas; los valores propuestos en la ref. 3.6 (Tabla 3.6) provienen de estudios experimentales y están ajustados de manera que en los extremos coincidan con las relaciones propuestas para almas en compresión o en flexión pura.

En la Fig. 3.33 se han trazado las relaciones ancho/grueso máximas admisibles de las almas de elementos flexocomprimidos, recomendadas en las refs. 3.6, 3.7 y 3.27, en función de la fuerza axial que actúa en ellas, tomada en forma adimensional como  $P_u/P_y$ ; donde  $P_u$  es la fuerza axial de diseño y  $P_y = AF_y$  la que ocasionaría, por sí sola, la plastificación de la sección; las recomendaciones de las normas canadienses (ref. 3.27) se basan en los resultados reportados en la ref. 3.18 y las relaciones ancho/grueso de las secciones para diseño sísmico de la ref. 3.7 son las que propone el AISC para estructuras diseñadas de manera que resistan las acciones producidas por temblores de tierra intensos, por medio de deformaciones inelásticas importantes (ref. 3.34); exceptuando los casos en que la fuerza axial es muy pequeña, coinciden con las de las secciones compactas y siempre son menos restrictivas que en las secciones tipo 1 de la ref. 3.6.

Los resultados de la Fig. 3.33 provienen del estudio de columnas flexocomprimidas de sección H.

En la Tabla 3.6,<sup>6</sup> tomada de la ref. 3.6, se proporcionan los valores máximos de las relaciones ancho/grueso de los elementos planos que forman los perfiles correspondientes a los diferentes tipos de sección.

Al utilizar esa tabla, el grueso de cada elemento plano es su valor nominal, si el elemento es de grueso uniforme y el valor nominal medido a la mitad de la distancia entre el borde y la cara del alma, en patines de espesor variable.

Los anchos se toman como sigue:

#### Elementos planos no atiesados

- En placas, la distancia del borde libre a la primera línea de soldaduras, remaches o tornillos.
- En alas de ángulos, patines de canales y zetas, la dimensión nominal total.
- En almas de tes, el peralte nominal total.

<sup>6</sup> La Tabla 3.6 es la de la ref. 3.6, escrita en forma adimensional (sin sustituir E por su valor numérico); esta es la forma que se adoptará en las próximas ediciones de las refs. 3.6 y 3.7.

- d) En patines de secciones I, H y T, la mitad de la dimensión nominal total.
- e) En perfiles de lámina doblada, la distancia del borde libre a la iniciación de la curva que une el elemento con el resto del perfil.

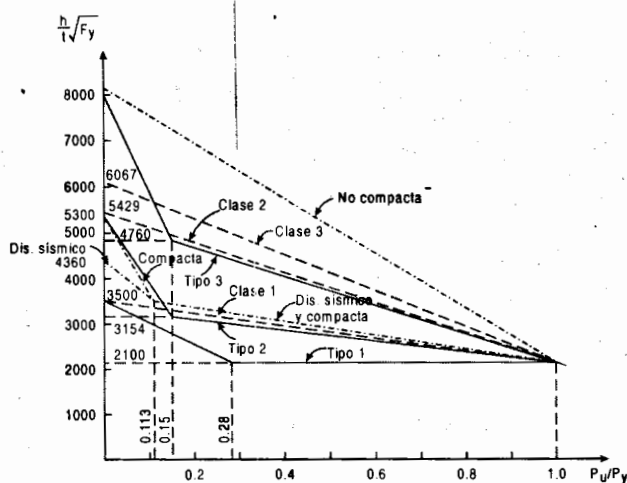


Figura 3.33. Relaciones ancho/grueso máximas admisibles de las almas de elementos flexocomprimidos.

**Normas técnicas complementarias, RDF 93** (ref. 3.6). Gráficas con línea continua (-).

- Tipo 1.** Si  $P_u/P_y \leq 0.28$ ,  $(h/t)\sqrt{F_y} \leq 3500(1 - 1.4P_u/P_y)$   
Si  $P_u/P_y > 0.28$ ,  $(h/t)\sqrt{F_y} \leq 2100$
- Tipo 2.** Si  $P_u/P_y \leq 0.15$ ,  $(h/t)\sqrt{F_y} \leq 5300(1 - 2.7P_u/P_y)$   
Si  $P_u/P_y > 0.15$ ,  $(h/t)\sqrt{F_y} \leq 3339(1 - 0.37P_u/P_y)$
- Tipo 3.** Si  $P_u/P_y \leq 0.15$ ,  $(h/t)\sqrt{F_y} \leq 8000(1 - 2.7P_u/P_y)$   
Si  $P_u/P_y > 0.15$ ,  $(h/t)\sqrt{F_y} \leq 5228(1 - 0.598P_u/P_y)$

**Normas AISC** (ref. 3.7). Gráficas con raya-punto (-·-·-·-).  $\Phi_b = 0.9$

- Dis. sísmico.** Si  $P_u/\Phi_b P_y \leq 0.125$ ,  $(h/t)\sqrt{F_y} \leq 4360(1 - 1.54P_u/\Phi_b P_y)$   
Si  $P_u/\Phi_b P_y > 0.125$ ,  $(h/t)\sqrt{F_y} \leq 1602(2.33 - P_u/\Phi_b P_y) \geq 2121$
- Compactas.** Si  $P_u/\Phi_b P_y \leq 0.125$ ,  $(h/t)\sqrt{F_y} \leq 5366(1 - 2.75P_u/\Phi_b P_y)$   
Si  $P_u/\Phi_b P_y > 0.125$ ,  $(h/t)\sqrt{F_y} \leq 1602(2.33 - P_u/\Phi_b P_y) \geq 2121$
- No compactas.** Para  $0 \leq P_u/\Phi_b P_y \leq 1.00$ ,  $(h/t)\sqrt{F_y} \leq 8134(1 - 0.74 P_u/\Phi_b P_y)$

**Normas canadienses** (ref. 3.27). Gráficas con línea interrumpida (-·-·-·-).

- Clase 1.** Para  $0 \leq P_u/P_y \leq 1.0$ ,  $(h/t)\sqrt{F_y} \leq 3513(1 - 0.39P_u/P_y)$
- Clase 2.** Para  $0 \leq P_u/P_y \leq 1.0$ ,  $(h/t)\sqrt{F_y} \leq 5429(1 - 0.61P_u/P_y)$
- Clase 3.** Para  $0 \leq P_u/P_y \leq 1.0$ ,  $(h/t)\sqrt{F_y} \leq 6067(1 - 0.65P_u/P_y)$

Tabla 3.6. Valores máximos admisibles de las relaciones ancho/groeso (ref. 3.6).

Descripción del elemento	Clasificación de las secciones		
	Tipo 1 (Diseño plástico)	Tipo 2 (Compactas)	Tipo 3 (No compactas)
Alas de ángulos sencillos y de ángulos dobles con separadores, en compresión; elementos comprimidos soportados a lo largo de uno solo de los bordes longitudinales	-----	-----	$0.45\sqrt{E/F_y}$
Atiesadores de travesaños armados, soportados a lo largo de un solo borde longitudinal	-----	-----	$0.56\sqrt{E/F_y}$
Almas de secciones T	-----	$0.38\sqrt{E/F_y}$	$0.77\sqrt{E/F_y}$
Patines de secciones I, H ó T y de canales en flexión	$0.32\sqrt{E/F_y}$	$0.38\sqrt{E/F_y}$	$0.58\sqrt{E/F_y}$
Patines de secciones I, H ó T y de canales en compresión pura; placas que sobresalen de miembros comprimidos (1)	$0.58\sqrt{E/F_y}$	$0.58\sqrt{E/F_y}$	$0.58\sqrt{E/F_y}$
Patines de secciones en cajón, laminadas o soldadas en flexión; cubreplacas entre líneas de remaches, tornillos o soldaduras. Atiesadores soportados a lo largo de los dos bordes paralelos a la fuerza	$1.12\sqrt{E/F_y}$	$1.12\sqrt{E/F_y}$	$1.47\sqrt{E/F_y}$
Almas de secciones I ó H y placas de secciones en cajón en compresión pura (2)	$1.47\sqrt{E/F_y}$	$1.47\sqrt{E/F_y}$	$1.47\sqrt{E/F_y}$
Almas en flexión	$2.45\sqrt{E/F_y}$	$3.71\sqrt{E/F_y}$	$5.60\sqrt{E/F_y}$
Almas flexocomprimidas	Si $P_u/P_y \leq 0.28$ , (2) $2.45\sqrt{E/F_y} \left(1 - 1.4 \frac{P_u}{P_y}\right)$ Si $P_u/P_y > 0.28$ , $1.47\sqrt{E/F_y}$	Si $P_u/P_y \leq 0.15$ , $3.71\sqrt{E/F_y} \left(1 - 2.7 \frac{P_u}{P_y}\right)$ Si $P_u/P_y > 0.15$ , $2.34\sqrt{E/F_y} \left(1 - 0.371 \frac{P_u}{P_y}\right)$	Si $P_u/P_y \leq 0.15$ , $5.60\sqrt{E/F_y} \left(1 - 2.7 \frac{P_u}{P_y}\right)$ Si $P_u/P_y > 0.15$ , $3.66\sqrt{E/F_y} \left(1 - 0.598 \frac{P_u}{P_y}\right)$
Secciones circulares huecas en compresión axial (3)	$0.065 E/F_y$	$0.090 E/F_y$	$0.115 E/F_y$

(1) En miembros sometidos a compresión axial no existe la distinción basada en capacidad de rotación, por lo que los límites de almas y patines de perfiles comprimidos axialmente son los mismos para las secciones tipo 1 a 3.

(2)  $P_u$  es la fuerza axial de diseño.

(3) La relación ancho/groeso de sustituye por  $D/t$ , relación del diámetro exterior al groeso de la sección circular hueca.

### Elementos planos atiesados

- a) En almas de secciones laminadas, la distancia libre entre patines menos los radios de las curvas de unión con los patines.



- b) En patines de secciones en cajón hechas con cuatro placas, la distancia entre líneas adyacentes de soldaduras, remaches o tornillos.
- c) En patines de secciones laminadas en cajón, la distancia libre entre almas menos los radios de las dos curvas de unión. Si no se conocen los radios, el ancho total de la sección menos tres veces el grueso de sus paredes.
- d) En almas de secciones formadas por placas H, I o en cajón, la distancia entre líneas adyacentes de remaches o tornillos, y en secciones soldadas, la distancia libre entre patines.
- e) En almas de secciones de lámina delgada laminadas en caliente o dobladas en frío, la distancia entre las iniciaciones de las curvas de unión con los patines. Si no se conocen los radios de las esquinas, el peralte total de la sección menos tres veces el grueso de sus paredes.

En secciones circulares huecas la relación ancho/grueso se sustituye por el cociente del diámetro exterior entre el grueso de la pared.

Algunas de las definiciones anteriores se ilustran en la Fig. 3.34.

Las relaciones ancho/grueso que se indican en la Tabla 3.6 para elementos planos comprimidos de otros tipos, se han obtenido siguiendo caminos semejantes a los descritos para patines de secciones H e I, teniendo en cuenta sus condiciones de apoyo en los bordes longitudinales; por ejemplo, como las dos alas de un ángulo comprimido se pandean al mismo tiempo, ninguna de ellas restringe los giros de la otra, por lo que la relación ancho/grueso que limita los ángulos de sección tipo 3 es menor que la de los patines de perfiles I y H. En cambio, como los patines de las secciones en cajón están apoyados en los dos bordes longitudinales, su resistencia al pandeo local es mayor que la de los patines de vigas (el factor de placa  $k$  vale ahora 4.0), y las relaciones ancho/grueso que separan los diversos tipos de sección son considerablemente más grandes.

Las almas de columnas de secciones I o H del tipo 3, comprimidas axialmente, se encuentran en condiciones semejantes a las de los patines en compresión de vigas de sección transversal rectangular hueca del mismo tipo, por lo que se especifica la misma relación ancho/grueso: la que corresponde a la aparición del esfuerzo  $F_y$ , sin pandeo prematuro. En las columnas en compresión pura se conserva el mismo límite para los otros dos tipos de sección, dado que no requieren capacidad de rotación.

En la ref. 3.30 se trata el diseño de elementos flexocomprimidos de paredes delgadas (tipo 4).

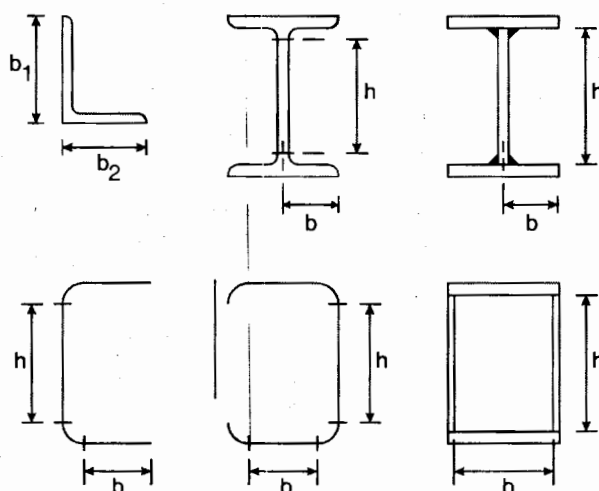


Figura 3.34. Anchos  $b$  ó  $h$ , en varias secciones usuales.

### 3.10.4. Placas en cortante

#### 3.10.4.1. Estados límite de flujo por cortante y de iniciación del pandeo

Las almas robustas de vigas fallan por plastificación completa, ocasionada por la fuerza cortante directa; no se forma campo de tensión diagonal.

La fuerza cortante que produce la plastificación es:

$$V_u = \tau_y ht = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} ht = 0.577 \sigma_y ht$$

El esfuerzo correspondiente,

$$F_s = \frac{V_u}{ht} = 0.577 \sigma_y \quad (3.60)$$

Teniendo en cuenta el efecto benéfico del endurecimiento por deformación y sabiendo que el flujo plástico del alma ocasiona deformaciones excesivas, pero no una falla catastrófica, en las refs. 3.6 y 3.27 se recomienda que se tome:

$$F_s = 0.66 \sigma_y \quad (3.61)$$

Este valor corresponde al esfuerzo cortante permisible de  $0.40F_y$ , que se ha utilizado desde hace más de 60 años; según la teoría de Von Mises y aceptando un coeficiente de seguridad de  $1/0.6 = 1.67$  contra la plastificación del alma, el esfuerzo permisible debería ser  $F_a = 0.6(F_y/\sqrt{3}) = 0.346 F_y$ ;  $0.40F_y$  representa un incremento de  $0.40/0.346 = 1.156$ , casi igual al correspondiente al paso de  $0.577F_y$  a  $0.66F_y$  ( $0.66/0.577 = 1.144$ ).

La relación  $h/t$  hasta la que puede tomarse  $F_s = 0.66 F_y$  se obtiene con la ec. 3.32 ( $0.66F_y$  es igual a  $0.66\sqrt{3} \tau_y = 1.14 \tau_y > 0.8 \tau_y$ ):

$$\tau_{cr} = \sqrt{\frac{0.8\tau_y \pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{h}\right)^2} k = 0.66F_y \quad \therefore \frac{h}{t} = \sqrt{\frac{0.8\tau_y \pi^2 Ek}{12(1-\mu^2)(0.66F_y)^2}}$$

Haciendo  $\tau_y = F_y/\sqrt{3}$  y sustituyendo valores numéricos se llega a:

$$\frac{h}{t} = 1398 \sqrt{\frac{k}{F_y}}$$

Si  $h/t \leq 1398/\sqrt{k/F_y}$  el alma se endurece por deformación sin pandeo prematuro y  $F_s = 0.66 F_y$ .

Para encontrar la relación  $h/t$  a partir de la cual la falla es por pandeo elástico se utilizan las ecs. 3.2 y 3.30.

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{h}\right)^2 k = 0.8\tau_y = 0.8 \frac{F_y}{\sqrt{3}} = 0.462F_y, \quad \therefore \frac{h}{t} = 1997 \sqrt{\frac{k}{F_y}}$$

$$\text{Si } \frac{h}{t} > 1997 \sqrt{\frac{k}{F_y}}, \quad F_s = \tau_{cre} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{h}\right)^2 k = \frac{1842868k}{\left(\frac{h}{t}\right)^2} \quad (3.62)$$

Para  $1398 \sqrt{k/F_y} \leq h/t \leq 1997 \sqrt{k/F_y}$  la falla puede ser por plastificación del alma bajo esfuerzos no mayores que  $0.66F_y$ , o por pandeo inelástico. La expresión que proporciona los esfuerzos críticos en este intervalo es la 3.32, que se transforma en la 3.63 al sustituir valores numéricos y hacer  $\tau_y$  igual a  $F_y/\sqrt{3}$ :

$$F_s = \tau_{cr} = \frac{923\sqrt{F_y k}}{h/t} \quad (3.63)$$

Igualando el segundo miembro de esta ecuación a  $\tau_y$ , y despejando  $h/t$  se obtiene la esbeltez máxima para la que el alma se plastifica por cortante sin pandeo local prematuro:

$$\frac{h}{t} = 1597 \sqrt{\frac{k}{F_y}}$$

Por consiguiente, si  $1398 \sqrt{k/F_y} \leq h/t \leq 1597 \sqrt{k/F_y}$ , el alma falla por plastificación bajo esfuerzos comprendidos entre  $\tau_y = F_y/\sqrt{3} = 0.577F_y$  y  $0.66F_y$ ; si  $1597 \sqrt{k/F_y} \leq h/t \leq 1997 \sqrt{k/F_y}$ , la falla es por pandeo inelástico y los esfuerzos críticos se calculan con la ec. 3.63, que es válida en todo el intervalo  $1398 \sqrt{k/F_y} \leq h/t \leq 1997 \sqrt{k/F_y}$ .

En resumen, si se toma como estado límite el flujo plástico por cortante o la iniciación del pandeo del alma, sin tener en cuenta la posible resistencia adicional proporcionada por el campo de tensión diagonal, se obtienen los resultados siguientes:

$$\text{Si } \frac{h}{t} \leq 1398 \sqrt{\frac{k}{F_y}}, \quad F_s = 0.66F_y \quad (3.61)$$

$$\text{Si } 1398 \sqrt{\frac{k}{F_y}} \leq \frac{h}{t} \leq 1997 \sqrt{\frac{k}{F_y}}, \quad F_s = \frac{923\sqrt{kF_y}}{h/t} \quad (3.63)$$

$$\text{Si } 1997 \sqrt{\frac{k}{F_y}} \leq \frac{h}{t}, \quad F_s = \frac{1842868k}{(h/t)^2} \quad (3.62)$$

En el primer caso la falla es por cortante directo en el intervalo de endurecimiento por deformación, en el segundo por cortante directo bajo esfuerzos comprendidos entre  $0.66F_y$  y  $0.577F_y$ , o por pandeo inelástico y en el tercero por pandeo elástico.

$F_s$  es en todos los casos, el esfuerzo cortante de falla, que se considera constante en toda el área del alma.

$h$  y  $t$  son el peralte y el grueso del alma.

### 3.10.4.2. Contribución del campo de tensión diagonal

Hasta ahora no se ha considerado la resistencia que proporciona el campo de tensión diagonal después de que se inicia el pandeo; esta acción se manifiesta en almas de esbeltez  $h/t \geq 1597\sqrt{k/F_y}$ , provistas de atiesadores adecuados.

Si  $h/t > 1997\sqrt{k/F_y}$  el pandeo comienza en el intervalo elástico;  $V_u$  se obtiene con la ec. 3.35.

Dividiendo el segundo miembro de esa ecuación entre el área del alma, para obtener esfuerzos de falla, sustituyendo  $\tau_y$  por  $F_y/\sqrt{3}$  y  $\tau_{cr}$  por su valor dado por la ec. 3.62 y haciendo algunas manipulaciones algebraicas, se llega a:

$$F_s = \frac{1842868k}{(h/t)^2} \left[ 1 - \frac{0.866}{\sqrt{1+(a/h)^2}} \right] + \frac{0.5F_y}{\sqrt{1+(a/h)^2}} \quad (3.64)$$

La ec. 3.35 es también válida cuando  $h/t$  está comprendida entre  $1597\sqrt{k/F_y}$  y  $1997\sqrt{k/F_y}$ , pero ahora  $\tau_{cr}$  se sustituye por el segundo miembro de la ec. 3.63, puesto que el pandeo se inicia en el intervalo inelástico; se obtiene así:

$$F_s = \frac{922\sqrt{k/F_y}}{h/t} \left[ 1 - \frac{0.866}{\sqrt{1+(a/h)^2}} \right] + \frac{0.5F_y}{\sqrt{1+(a/h)^2}} \quad (3.65)$$

En estas dos últimas ecuaciones  $F_s$  no es realmente un esfuerzo cortante uniforme; está compuesto de dos partes  $V/h$ , que sí puede considerarse uniforme y  $V/h$ , proyección vertical de la fuerza inclinada del campo de tensión diagonal, que aparece sólo en una parte del alma, dividida entre el área total de ésta. Sin embargo, la resistencia del alma se evalúa suponiendo que  $F_s$  es constante en toda ella, con lo que se conserva el procedimiento acostumbrado sin cometer errores significativos.

#### 3.10.4.2.1. Especificaciones de diseño

##### Reglamento del D. F. (ref. 3.6)

La resistencia de diseño al cortante,  $V_R$  de una viga o trabe de eje recto y sección transversal constante I, C o en cajón es:

$$V_R = V_N F_R \quad (3.66)$$

$F_R = 0.9$  es el factor de resistencia y  $V_N$  la resistencia nominal, que se obtiene multiplicando el área del alma, o de las almas si la sección es en cajón, por el esfuerzo de falla, por plastificación o por pandeo, que corresponde a su esbeltez  $h/t$ ; es decir,  $V_N = A_a F_s$ . Se determina como se indica a continuación:

$$a) \quad \text{Si } \frac{h}{t} \leq 1400 \sqrt{\frac{k}{F_y}}, \quad V_N = 0.66 F_y A_a \quad (3.67)$$

$$\left( \text{Si } \frac{h}{t} \leq 0.98 \sqrt{\frac{kE}{F_y}}, V_N = 0.66 F_y A_a \right)$$

El alma falla por cortante en el intervalo de endurecimiento por deformación.

$$\text{b) Si } 1400 \sqrt{\frac{k}{F_y}} < \frac{h}{t} \leq 1600 \sqrt{\frac{k}{F_y}}, V_N = \frac{922 \sqrt{F_y k}}{h/t} A_a \quad (3.68)$$

$$\left( \text{Si } 0.98 \sqrt{\frac{kE}{F_y}} < \frac{h}{t} \leq 1.12 \sqrt{\frac{kE}{F_y}}, V_N = \left[ \frac{0.65 \sqrt{EF_y k}}{h/t} \right] A_a \right)$$

La falla es por plastificación del alma por cortante.

$$\text{c) Si } 1600 \sqrt{\frac{k}{F_y}} < \frac{h}{t} \leq 2000 \sqrt{\frac{k}{F_y}}, \left( 1.12 \sqrt{\frac{kE}{F_y}} < \frac{h}{t} \leq 1.40 \sqrt{\frac{kE}{F_y}} \right), \text{ se consideran dos casos:}$$

c1) Estado límite de iniciación del pandeo del alma:

$$V_N = \frac{922 \sqrt{F_y k}}{h/t} A_a, \quad (3.69)$$

$$\left( V_N = \left[ \frac{0.65 \sqrt{EF_y k}}{h/t} \right] A_a \right)$$

c2) Estado límite de falla por tensión diagonal:

$$V_N = \left[ \frac{922 \sqrt{F_y k}}{h/t} \left( 1 - \frac{0.870}{\sqrt{1 + (a/h)^2}} \right) + \frac{0.50 F_y}{\sqrt{1 + (a/h)^2}} \right] A_a \quad (3.70)$$

$$\left( V_N = \left[ \frac{0.65 \sqrt{EF_y k}}{(h/t)} \left( 1 - \frac{0.870}{\sqrt{1 + (a/h)^2}} \right) + \frac{0.50 F_y}{\sqrt{1 + (a/h)^2}} \right] A_a \right)$$

$$\text{e) Si } 2000 \sqrt{\frac{k}{F_y}} < \frac{h}{t}, \left( 1.40 \sqrt{\frac{Ek}{F_y}} < \frac{h}{t} \right), \text{ se consideran dos casos:}$$

d1) Estado límite de iniciación del pandeo del alma:

$$V_N = \frac{1845000 k}{(h/t)^2} A_a \quad (3.71)$$

$$\left( V_N = \frac{0.905 Ek}{(h/t)^2} A_a \right)$$

d2) Estado límite de falla por tensión diagonal:

$$V_N = \left[ \frac{1845000k}{(h/t)^2} \left( 1 - \frac{0.870}{\sqrt{1+(a/h)^2}} \right) + \frac{0.50F_y}{\sqrt{1+(a/h)^2}} \right] A_a \quad (3.72)$$

$$(V_N = \left[ \frac{0.905Ek}{(h/t)^2} \left( 1 - \frac{0.870}{\sqrt{1+(a/h)^2}} \right) + \frac{0.50F_y}{\sqrt{1+(a/h)^2}} \right] A_a)$$

Para poder tomar como estado límite la falla por tensión diagonal (ecs. 3.70 y 3.72) la sección debe tener una sola alma (secciones H o I, laminadas o formadas por placas) y estar reforzada con atiesadores transversales, diseñados de acuerdo con las refs. 3.6 o 3.7.<sup>7</sup> Además,  $a/h$  no debe exceder de 3.0 ni de  $[260/(h/t)]^2$ .

En las expresiones anteriores  $A_a$  es el área del alma, producto de su grueso  $t$ , por el peralte total de la sección,  $d$ ;  $h$  es el peralte del alma (distancia libre entre patines);  $a$  la separación entre atiesadores transversales y  $k$  un coeficiente sin dimensiones, que se calcula con la ec. 3.73.  $d$ ,  $h$  y  $t$  se toman en cm,  $F_y$  en  $\text{kg/cm}^2$ , y  $V_N$  se obtiene en kg. Cuando la sección tiene dos o más almas,  $A_a$  es la suma de las áreas de todas ellas y no se recurre a la resistencia por tensión diagonal.

$$k = 5.0 + \frac{5.0}{(a/h)^2} \quad (3.73)$$

$k$  se hace igual a 5.0 cuando no se emplean atiesadores y cuando la relación  $a/h$  es mayor que 3.0 o que  $[260/(h/t)]^2$ . En almas sin atiesadores  $h/t$  no debe exceder de 260.

$V_N$  se determina con alguna de las ecs. 3.67 a 3.72, dependiendo de la relación  $h/t$  y de que el estado límite considerado sea la iniciación del pandeo del alma o su falla por tensión diagonal; esas ecuaciones son las ecs. 3.61 a 3.65; se obtienen multiplicando los esfuerzos de falla  $F_s$  por el área del alma.

Si la relación  $a/h$  es mayor que 3.0 o que  $[260/(h/t)]^2$ , no se forma un campo de tensión diagonal eficiente, por lo que no se permite incluir su contribución en la resistencia al cortante.

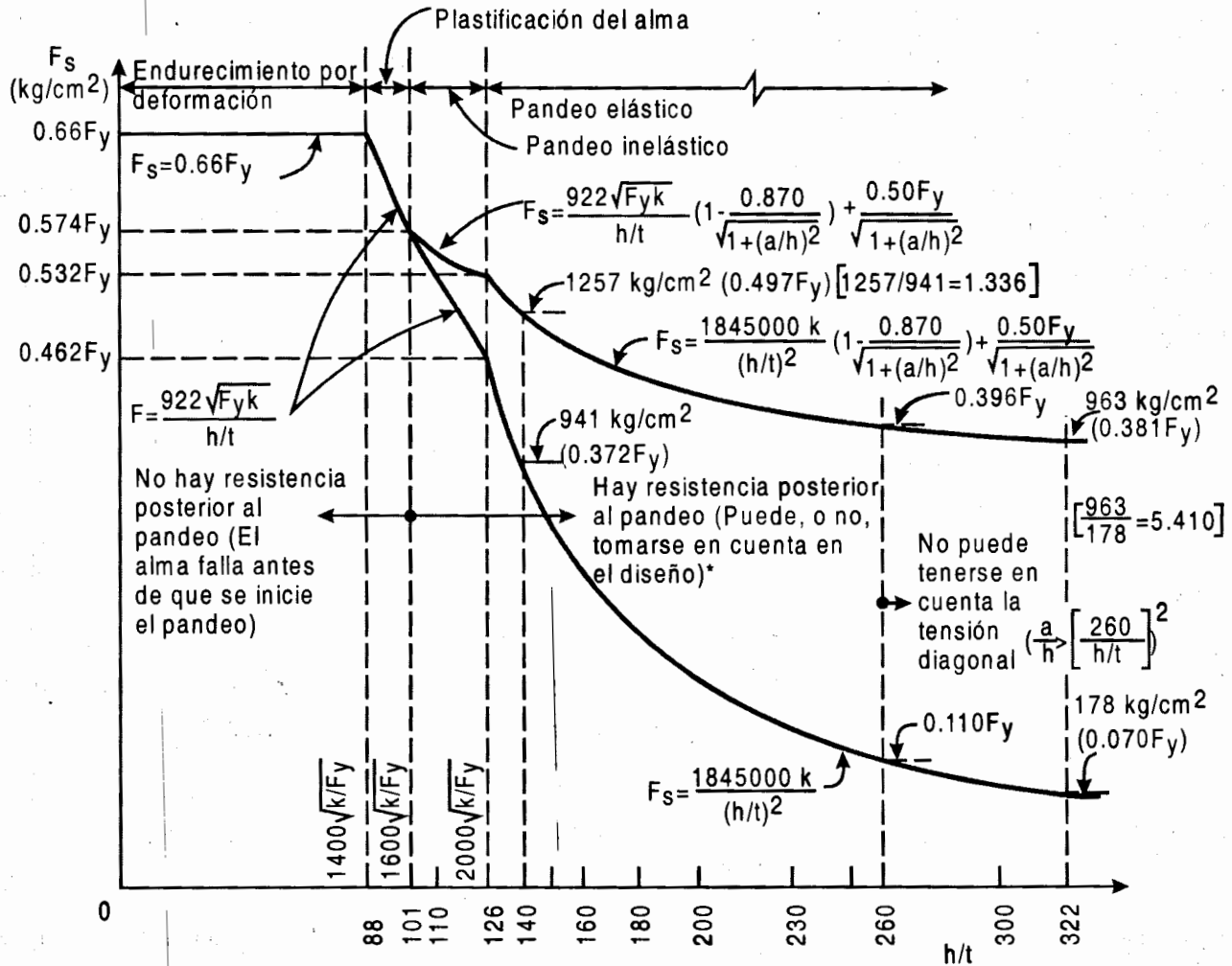
En las expresiones 3.67 a 3.72 se han redondeado los coeficientes numéricos. Debajo de ellas se han escrito, entre paréntesis, las mismas expresiones en forma adimensional.

En la Fig. 3.35 se muestran los resultados que se obtienen al aplicar las ecs. 3.67 a 3.72 al cálculo de  $F_s$ , que es igual a  $V_N/A_a$ . La figura corresponde a una relación de aspecto particular,  $a/h = 1.0$ ; en ella se ve que la importancia de la resistencia posterior al pandeo aumenta con la esbeltez del alma, lo que es general, aunque los valores relativos de las dos contribuciones a la resistencia total dependen, para una esbeltez del alma dada, de la relación de aspecto  $a/h$ .

Las Tablas 3.7 a 3.10 proporcionan los valores del cociente  $V_N/A_a$ , resistencia de diseño al cortante entre área del alma, en función de la esbeltez  $h/t$  y de la relación de aspecto  $a/h$ , cociente de la separación de atiesadores entre el peralte del alma. En las tablas 3.7 y 3.9 no se incluye el efecto del campo de tensión diagonal y en 3.8 y 3.10 sí. Las tablas han sido preparadas para aceros con límite de fluencia  $F_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$  y  $3515 \text{ kg/cm}^2$ .

<sup>7</sup> Este punto se estudia en el Capítulo 6. Trabes armadas.

El ejemplo 3.11 ilustra la aplicación de los resultados anteriores a la determinación de la separación entre atiesadores transversales necesaria para que una trabe armada de dimensiones conocidas resista una fuerza cortante de diseño dada.



\* Dependiendo del estado límite que se considere: de iniciación del pandeo o de resistencia última.

Las curvas corresponden a acero A36 ( $F_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$ ) y  $a/h = 1.0 (k = 5.0 + 5.0 / (a/h)^2 = 10.0)$

Los valores de  $F_s$  y las ecuaciones son generales.

$V_R = V_N F_R = A_a F_s F_R$  La resistencia nominal se obtiene multiplicando el área del alma  $A_a$  por el esfuerzo cortante resistente nominal  $F_s$

Figura 3.35. Gráficas esfuerzo cortante nominal – esbeltez del alma.



**Tabla 3.7.  $V_R/A_n$  (kg/cm<sup>2</sup>) para almas de traves armadas.**  
(No se incluye tensión diagonal)  
 $F_y = 2530$  kg/cm<sup>2</sup>,  $F_R = 0.9$

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA**

**Relación de aspecto  $a/h$  = separación entre atiesadores/peralte del alma.**

$h/t_w$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	Más de 3.0
60	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503
70	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1491	1436	1405	1333
80	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1434	1376	1335	1304	1256	1230	1167
90	1503	1503	1503	1503	1503	1467	1350	1274	1223	1186	1159	1117	1093	1025
100	1503	1503	1503	1494	1395	1320	1215	1147	1101	1068	1038	963	923	830
110	1503	1503	1480	1358	1268	1200	1104	1036	954	898	858	796	762	686
120	1503	1503	1356	1245	1163	1100	977	871	802	755	721	669	641	577
130	1503	1395	1252	1149	1073	983	832	742	683	643	614	570	546	491
140	1491	1296	1162	1067	947	847	718	640	589	554	529	491	471	424
150	1391	1209	1085	946	825	738	625	557	513	483	461	428	410	369
160	1304	1134	986	831	725	649	550	490	451	424	405	376		324
170	1228	1067	874	736	642	575	487	434	400	376	359			287
180	1159	968	779	657	573	513	434	387	356	335	320			256
190	1098	869	699	589	514	460	390	347	320	301				230
200	1038	784	631	532	464	415	352	313	289					208
210	941	711	572	482	421	377	319	284						188
220	858	648	522	440	383	343	291							172
230	785	593	477	402	351	314	266							157
240	721	545	438	369	322	288								144
250	664	502	404	340	297	266								133
260	614	464	373	315	274	246								123
270	569	430	346	292	254									
280	529	400	322	271										
290	494	373	300	253										
300	461	349	281											
310	432	326	263											
320	405	306												

Los valores de esta zona son iguales a los de la columna de la derecha:  $a/h > [260/(h/t)]^2$ , y  $k=5.0$ .

**Tabla 3.8.  $V_R/A_n$  (kg/cm<sup>2</sup>) para almas de traves armadas.**  
(Se incluye tensión diagonal)  
 $F_y = 2530$  kg/cm<sup>2</sup>,  $F_R = 0.9$

**G-612313**

**Relación de aspecto  $a/h$  = separación entre atiesadores/peralte del alma.**

$h/t_w$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	Más de 3.0
60	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503
70	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1491	1436	1405	1333
80	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1503	1434	1376	1335	1306	1273	1251	1167
90	1503	1503	1503	1503	1503	1467	1350	1292	1262	1238	1217	1179	1152	1025
100	1503	1503	1503	1494	1395	1320	1267	1229	1197	1169	1143	1075	1029	830
110	1503	1503	1480	1358	1294	1267	1218	1174	1118	1071	1033	962	913	686
120	1503	1503	1356	1288	1257	1228	1162	1092	1035	989	949	876	824	577
130	1503	1395	1292	1258	1225	1183	1098	1028	972	924	884	809	756	491
140	1491	1305	1267	1231	1181	1131	1047	978	921	873	833	755	701	424
150	1391	1283	1244	1192	1138	1089	1006	937	880	832	791	713	657	369
160	1308	1264	1216	1155	1102	1055	972	904	846	798	757	677		324
170	1291	1247	1184	1125	1073	1026	945	876	819	770	729			287
180	1276	1222	1157	1100	1049	1002	921	853	795	747	705			256
190	1262	1197	1134	1078	1028	982	902	833	776	727				230
200	1249	1175	1114	1060	1010	965	885	817	759					208
210	1227	1157	1097	1044	995	950	870	802						188
220	1209	1141	1083	1030	982	937	858							172
230	1192	1127	1070	1018	970	926	847							157
240	1178	1115	1059	1007	960	916								144
250	1166	1104	1049	998	951	907								133
260	1155	1094	1040	990	943	900								123
270	1145	1086	1032	983	936									
280	1136	1078	1025	976										
290	1128	1071	1019	970										
300	1121	1065	1013											
310	1114	1059	1008											
320	1108	1054												

Los valores de esta zona son iguales a los de la columna de la derecha:  $a/h > [260/(h/t)]^2$ , y  $k=5.0$ .



Tabla 3.9.  $V_R/A_a$  (kg/cm<sup>2</sup>) para almas de traves armadas.  
(No se incluye tensión diagonal)  
 $F_y = 3515$  kg/cm<sup>2</sup>,  $F_R = 0.9$

Relación de aspecto $a/h$ = separación entre atiesadores/peralte del alma.														
$h/t_a$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	Más de 3.0
60	2088	2088	2088	2088	2088	2088	2088	2088	2088	2088	2050	1975	1933	1833
70	2088	2088	2088	2088	2088	2088	2046	1931	1853	1798	1757	1693	1657	1572
80	2088	2088	2088	2088	2056	1945	1790	1690	1622	1573	1537	1481	1441	1297
90	2088	2088	2088	1957	1827	1729	1591	1502	1425	1341	1281	1189	1139	1025
100	2088	2088	1918	1761	1644	1556	1407	1254	1155	1087	1038	963	923	830
110	2088	1944	1744	1601	1495	1372	1163	1036	954	898	858	796	762	686
120	2050	1782	1599	1467	1288	1153	977	871	802	755	721	669	641	577
130	1892	1645	1476	1259	1098	983	832	742	683	643	614	570	546	491
140	1757	1527	1288	1085	947	847	718	640	589	554	529	491	471	424
150	1640	1394	1122	946	825	738	625	557	513	483	461	428	410	369
160	1537	1225	986	831	725	649	550	490	451	424	405	376		324
170	1436	1085	874	736	642	575	487	434	400	376	359			287
180	1281	968	779	657	573	513	434	387	356	335	320			256
190	1150	869	699	589	514	460	390	347	320	301				230
200	1038	784	631	532	464	415	352	313	289					208
210	941	711	572	482	421	377	319	284						188
220	858	648	522	440	383	343	291							172
230	785	593	477	402	351	314	266							157
240	721	545	438	369	322	288								144
250	664	502	404	340	297	266								133
260	614	464	373	315	274	246								123
270	569	430	346	292	254									
280	529	400	322	271										

Los valores de esta zona son iguales a los de la columna de la derecha:  $a/h > [260/(h/t)]^2$ , y  $k=5.0$ .

Tabla 3.10.  $V_R/A_a$  (kg/cm<sup>2</sup>) para almas de traves armadas.  
(Se incluye tensión diagonal)  
 $F_y = 3515$  kg/cm<sup>2</sup>,  $F_R = 0.9$

Relación de aspecto $a/h$ = separación entre atiesadores/peralte del alma.														
$h/t_a$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	Más de 3.0
60	2088	2088	2088	2088	2088	2088	2088	2088	2088	2088	2050	1975	1933	1833
70	2088	2088	2088	2088	2088	2088	2046	1931	1853	1806	1781	1733	1701	1572
80	2088	2088	2088	2088	2056	1945	1806	1755	1712	1677	1647	1590	1545	1297
90	2088	2088	2088	1957	1827	1784	1718	1662	1606	1543	1490	1392	1326	1025
100	2088	2088	1918	1800	1757	1717	1636	1539	1461	1396	1341	1239	1169	830
110	2088	1944	1797	1748	1704	1647	1528	1432	1353	1287	1231	1126	1053	686
120	2050	1809	1755	1706	1631	1562	1445	1350	1270	1204	1148	1040	965	577
130	1892	1774	1720	1639	1564	1497	1381	1286	1206	1139	1083	973	896	491
140	1805	1744	1666	1583	1510	1444	1331	1236	1156	1088	1031	920	841	424
150	1779	1710	1618	1538	1467	1402	1290	1195	1115	1047	989	877	797	369
160	1756	1668	1579	1502	1432	1368	1256	1161	1081	1013	955	842		324
170	1733	1632	1547	1471	1403	1340	1228	1134	1054	985	927			287
180	1699	1602	1520	1446	1378	1316	1205	1111	1030	962	903			256
190	1670	1577	1497	1424	1357	1295	1185	1091	1011	942				230
200	1645	1555	1477	1406	1340	1278	1168	1074	994					208
210	1624	1537	1460	1390	1324	1263	1154	1060						188
220	1605	1521	1446	1376	1311	1250	1141							172
230	1589	1507	1433	1364	1300	1239	1130							157
240	1575	1495	1422	1354	1290	1229								144
250	1562	1484	1412	1344	1281	1221								133
260	1551	1474	1403	1336	1273	1213								123
270	1541	1466	1395	1329	1266									
280	1532	1458	1388	1322										

Los valores de esta zona son iguales a los de la columna de la derecha:  $a/h > [260/(h/t)]^2$ , y  $k=5.0$ .

**EJEMPLO 3.11.** Determine la separación máxima con la que pueden colocarse los atiesadores transversales de la trabe armada de la Fig. E3.11-1 para que resista una fuerza cortante de diseño de 250 ton.

El acero tiene un límite de fluencia  $F_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$ . Utilice las normas de la ref. 3.6.

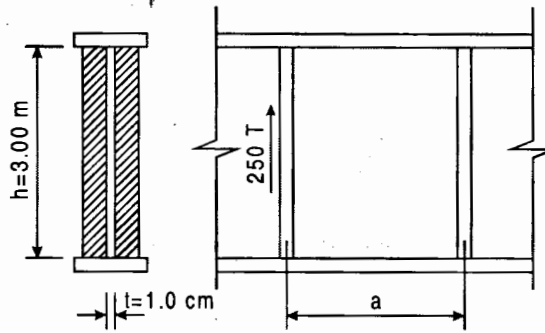


Figura E3.11-1. Trabe armada del ejemplo 3.11.

$$h/t = 300; A_a = 300 \text{ cm}^2.$$

El área del alma es un poco mayor, pues falta incluir sus prolongaciones en los patines.

Si no se colocasen atiesadores transversales no se formaría el campo de tensión diagonal;<sup>8</sup> en ese caso  $k = 5$ , y la resistencia de diseño al cortante,  $V_R$  sería (ecs. 3.66 y 3.71):

$$V_R = V_N F_R = \frac{1845000 \times 5.0}{300^2} \times 300 \times 0.9 \times 10^{-3} = 27.7 \text{ ton}$$

El pandeo se inicia en el intervalo elástico, pues:

$$\frac{h}{t} = 300 > 2000 \sqrt{\frac{k}{F_y}} = 2000 \sqrt{\frac{5.0}{2530}} = 88.9$$

El alma sin atiesadores tiene una resistencia mucho menor que la requerida (27.7 ton  $\ll$  250 ton).

Alma atiesada.

a) Estado límite de iniciación del pandeo del alma.

El coeficiente  $k$  necesario para que el alma atiesada resista 250 ton se determina con las ecs. 3.66 y 3.71.

$$V_R = V_N F_R = \frac{1845000 k}{300^2} \times 300 \times 0.9 \times 10^{-3} = 5.54 k = 250 \text{ ton}$$

<sup>8</sup> Si no se colocan atiesadores transversales se viola la condición indicada en el inciso 3.10.4.2.1 (en almas no atiesadas  $h/t$  no debe exceder de 260; la determinación de la resistencia al cortante del alma sin atiesadores se hace con fines ilustrativos).

$$\therefore k = \frac{250}{5.54} = 45.1$$

De la ec. 3.73,

$$k = 5.0 + \frac{5.0}{(a/h)^2} = 45.1, \quad \frac{5.0}{(a/h)^2} = 40.1, \quad \frac{a}{h} = \sqrt{\frac{5.0}{40.1}} = 0.35$$

$$a = 0.35h = 105 \text{ cm}$$

Para que la viga tenga la resistencia al cortante requerida, tomando como estado límite la iniciación del pandeo del alma, deben colocarse atiesadores transversales con separación no mayor de 105 cm.

En este caso no puede utilizarse la Tabla 3.7 porque no aparecen en ella relaciones  $a/h$  menores de 0.5.

b) Estado límite de falla por tensión diagonal.

La resistencia de diseño se determina con las ecs. 3.66 y 3.72.

$$\begin{aligned} V_R = V_N F_R &= \left[ \frac{1845000 k}{300^2} \left( 1 - \frac{0.870}{\sqrt{1+(a/h)^2}} \right) + \frac{0.5 \times 2530}{\sqrt{1+(a/h)^2}} \right] 300 \times 0.9 \times 10^{-3} \\ &= 5.54k \left( 1 - \frac{0.870}{\sqrt{1+(a/h)^2}} \right) + \frac{341.69}{\sqrt{1+(a/h)^2}} \end{aligned}$$

Esta ecuación suele resolverse por tanteos, variando la relación de aspecto  $a/h$  hasta obtener la resistencia deseada.

$a/h = 0.35$ . Es la relación necesaria cuando no se toma en cuenta el campo de tensión diagonal.

$$k = 5.0 + \frac{5.0}{0.35^2} = 45.8; \quad \sqrt{1+(a/h)^2} = \sqrt{1+0.35^2} = 1.059$$

$$V_R = 5.54 \times 45.8 \left( 1 - \frac{0.870}{1.059} \right) + \frac{341.69}{1.059} = 367.9 \text{ ton} > 250.0 \text{ ton}$$

Al considerar el campo de tensión diagonal, para  $a/h = 0.35$ , la resistencia de diseño aumenta de 250 ton a 367.9 ton ( $367.9/250.0 = 1.47$ ) y el alma queda sobrada.

$a/h = 0.5$ .

$$k = 5.0 + \frac{5.0}{(0.5)^2} = 25.0; \quad \sqrt{1+(a/h)^2} = \sqrt{1+0.5^2} = 1.118$$

<sup>9</sup> De acuerdo con el inciso 3.10.4.2.1, el área del alma,  $A_w$ , puede tomarse igual al producto de su grueso  $t$ , por el peralte total de la sección  $d$ , que incluye los dos patines. Se toma, conservadoramente  $A_w = ht$ , porque no se conoce el grueso de los patines.

$$V_R = 5.54 \times 25.0 \left( 1 - \frac{0.870}{1.118} \right) + \frac{341.69}{1.118} = 336.3 \text{ ton} > 250.0 \text{ ton}$$

En la Tabla 3.8, para  $h/t_a = 300$ ,  $a/h = 0.5$ , se lee  $V_R/A_a = 1121 \text{ kg/cm}^2$   $\therefore V_R = 1121 \times 300 \times 10^{-3} = 336.3 \text{ ton}$ , resultado igual al obtenido arriba.

La resistencia al cortante sigue siendo mayor que la necesaria.

La separación máxima entre atiesadores para que se forme el campo de tensión diagonal es:

$$\left( \frac{a}{h} \right)_{\text{máx}} = \left[ \frac{260}{h/t} \right]^2 = \left( \frac{260}{300} \right)^2 \therefore a_{\text{máx}} = \left( \frac{260}{300} \right)^2 300 = 225 \text{ cm}$$

$$a = 225 \text{ cm}, \quad a/h = 225/300 = 0.75; \quad k = 5.0 + \frac{5.0}{0.75^2} = 13.89;$$

$$\sqrt{1 + (a/h)^2} = \sqrt{1 + 0.75^2} = 1.250$$

$$V_R = 5.54 \times 13.89 \left( 1 - \frac{0.870}{1.250} \right) + \frac{341.69}{1.250} = 296.7 \text{ ton} > 250.0 \text{ ton}$$

De la Tabla 3.8, para  $h/t_a = 300$ ,  $a/h = 0.75$ ,  $V_R/A_a = 987 \text{ Kg/cm}^2$ ,  $V_R = 987 \times 300 \times 10^{-3} = 296.1 \text{ ton}$ . Este resultado es prácticamente igual al obtenido arriba; como  $a/h = 0.75$  para  $h/t_a = 300$  está fuera de la tabla, el valor de  $V_R/A_a$  se obtuvo por extrapolación.

Los atiesadores transversales deben colocarse con separaciones no mayores que 225 cm; el alma está sobrada por cortante ( $V_R = 296.7 \text{ Ton} > 250.0$ ;  $296.7/250.0 = 1.187$ ); sin embargo, no puede aumentarse la separación, pues se violaría la condición de que  $a/h$  no exceda de  $(260/(h/t_a))^2 = (260/300)^2 = 0.75$ .

### Especificaciones AISC para diseño por factores de carga y resistencia (refs. 3.36 y 3.7)

El diseño por cortante se trata en tres secciones diferentes. La sección F2 se refiere a almas no rigidizadas de vigas con uno o dos ejes de simetría y de canales, sujetas a fuerza cortante en el plano del alma, en el Apéndice F2 se tratan los mismos perfiles, pero con almas rigidizadas o no y en el G3 se proporcionan fórmulas para evaluar la resistencia posterior al pandeo, debida a la formación de un campo de tensión diagonal, en almas provistas de atiesadores transversales.

Las ecuaciones de la sección F2 son iguales a las del Apéndice F2; en ellas se ha incluido el valor numérico del factor de placa  $k$ , que es 5.0 para almas no atiesadas. Sólo se reproducen aquí las recomendaciones de los dos apéndices, con la nomenclatura utilizada en este libro.

Sección A-F2. La resistencia de diseño al cortante de almas no rigidizadas o con atiesadores transversales, es  $F_R V_n$ , en kg, donde  $F_R = 0.9$  y  $V_n$ , resistencia nominal al cortante, se determina como sigue:

$$\text{Para: } \frac{h}{t_a} \leq 1568 \sqrt{\frac{k}{F_{ya}}} \qquad V_N = 0.6 F_{ya} A_a \qquad (3.74)$$

$$\left( \frac{h}{t_a} \leq 1.10 \sqrt{\frac{kE}{F_{ya}}} \right)$$

$$\text{Para: } 1568 \sqrt{\frac{k}{F_{ya}}} < \frac{h}{t_a} \leq 1962 \sqrt{\frac{k}{F_{ya}}} :$$

$$\left( 1.10 \sqrt{\frac{kE}{F_{ya}}} < \frac{h}{t_a} \leq 1.37 \sqrt{\frac{kE}{F_{ya}}} \right)$$

$$V_N = 0.6 F_{ya} A_a \left( \frac{1568 \sqrt{k/F_{ya}}}{h/t_a} \right)$$

$$\left( V_N = 0.6 F_{ya} A_a \left( \frac{1.10 \sqrt{kE/F_{ya}}}{h/t_a} \right) \right)$$

$$= \frac{941 \sqrt{F_{ya} k}}{h/t_a} A_a \quad (3.75)$$

$$\left( = \frac{0.66 \sqrt{EF_{ya} k}}{h/t_a} A_a \right)$$

$$\text{Para: } \frac{h}{t_a} > 1962 \sqrt{\frac{k}{F_{ya}}} :$$

$$\left( \frac{h}{t_a} > 1.37 \sqrt{\frac{kE}{F_{ya}}} \right)$$

$$V_N = \frac{1856184k}{(h/t_a)^2} A_a \quad (3.76)$$

$$\left( V_N = \frac{0.91Ek}{(h/t_a)^2} A_a \right)$$

En las expresiones anteriores:

$$k = 5 + 5/(a/h)^2$$

$$= 5 \text{ cuando } a/h > 3 \text{ o } a/h > [260/(h/t)]^2.$$

$A$  = distancia entre atiesadores transversales, en cm.

$H$  = para secciones laminadas, la distancia libre entre los patines menos el radio de la curva de unión con el alma, en cm.

= para secciones hechas con placas soldadas, la distancia libre entre patines, en cm.

= para secciones hechas con placas remachadas o atornilladas, la distancia entre líneas de conectores, en cm.

$t_a$  = grueso del alma.

$F_{ya}$  = esfuerzo de fluencia mínimo especificado del material del alma, en  $\text{kg/cm}^2$ . (Las normas AISC cubren las vigas híbridas, hechas con aceros diferentes en alma y patines).

Sección A-G3. La resistencia de diseño al cortante, incluyendo la contribución del campo de tensión diagonal, es  $F_R V_n$ , en kg, donde  $F_R = 0.9$  y  $V_n$  está dada por:

$$\text{Para: } \frac{h}{t_a} \leq 1568 \sqrt{\frac{k}{F_{ya}}} : \quad V_N = 0.6 A_a F_{ya} \quad (3.77)$$

$$\left( \frac{h}{t_a} \leq 1.10 \sqrt{\frac{kE}{F_{ya}}} \right)$$

$$\text{Para: } \frac{h}{t_a} > 1568 \sqrt{\frac{k}{F_{ya}}} : \quad V_N = 0.6 A_a F_{ya} \left( C_v + \frac{1 - C_v}{1.15 \sqrt{1 + (a/h)^2}} \right) \quad (3.78)$$

$$\left( \frac{h}{t_a} > 1.10 \sqrt{\frac{kE}{F_{ya}}} \right)$$

$C_v$  es el cociente del esfuerzo crítico del alma, de acuerdo con la teoría de pandeo elástico, entre el esfuerzo de fluencia del acero del alma.

En los tableros extremos y cuando  $ah$  es mayor que 3.0 o que  $[260/(h/t_a)]^2$ , no se permite que se forme el campo de tensión diagonal y

$$V_N = 0.6 A_a F_{ya} C_v \quad (3.79)$$

El factor de placa  $k$  se calcula como en la sección A-F2.

El coeficiente  $C_v$  tiene alguno de los valores siguientes:

$$\text{Para } 1568 \sqrt{\frac{k}{F_{ya}}} \leq \frac{h}{t_a} \leq 1962 \sqrt{\frac{k}{F_{ya}}} : \quad C_v = \frac{1568 \sqrt{k/F_{ya}}}{h/t_a} \quad (3.80)$$

$$\left( 1.10 \sqrt{\frac{Ek}{F_{ya}}} < \frac{h}{t_a} \leq 1.37 \sqrt{\frac{Ek}{F_{ya}}} \right) \quad \left( C_v = \frac{1.10 \sqrt{Ek/F_{ya}}}{h/t_a} \right)$$

$$\text{Para } \frac{h}{t_a} > 1962 \sqrt{\frac{k}{F_{ya}}} : \quad C_v = \frac{3093640k}{(h/t_a)^2 F_{ya}} \quad (3.81)$$

$$\left( \frac{h}{t_a} > 1.37 \sqrt{\frac{Ek}{F_{ya}}} \right) \quad \left( C_v = \frac{1.52Ek}{(h/t_a)^2 F_{ya}} \right)$$

Si en la ec. 3.78 se sustituye  $C_v$  por su valor dado por 3.80 y 3.81 se llega, respectivamente, a las ecs. 3.70 y 3.72, con pequeñas diferencias en los coeficientes numéricos.

El coeficiente 0.6 de la ec. 3.74 es menor que el 0.66 de la 3.67 porque en ella no se tiene en cuenta el aumento de resistencia al cortante debido al endurecimiento por deformación.

Debajo de las expresiones 3.74 a 3.81 y de los límites entre los que son aplicables, se han escrito las mismas expresiones, en forma adimensional (entre paréntesis).

Las normas que se acaban de presentar son semejantes a las que propone el AISC para diseño por esfuerzos permisibles (ref. 3.26). Sólo difieren en dos aspectos: se ha simplificado la expresión para calcular el factor de placa  $k$  y el diseño basado en la formación del campo de tensión diagonal se ha colocado en un apéndice, para que en el cuerpo principal de las especificaciones aparezca un solo método.

En el diseño de travesaños armados, con frecuencia resulta más económico utilizar almas relativamente gruesas, sin atiesadores, que emplear almas más delgadas, reforzadas con atiesadores transversales, porque la mano de

obra se incrementa considerablemente en el segundo caso. Cuando la trabe atiesada es más económica, conviene utilizar la resistencia correspondiente al campo de tensión diagonal.

### Perfiles de lámina delgada

En los perfiles de lámina delgada no se considera el incremento de la resistencia por encima de la que corresponde a la plastificación completa del alma, producida por el esfuerzo  $\tau_y = \sigma_y / \sqrt{3} = 0.577\sigma_y$ :

$$V_N = \tau_y ht = \left( \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \right) ht = 0.577\sigma_y ht \quad (3.82)$$

La esbeltez máxima del alma para la que es aún válida esta expresión se obtiene igualando la ec. 3.32 a  $\tau_y = \sigma_y / \sqrt{3}$  y despejando  $h/t$ .

$$\tau_{cr} = \sqrt{\frac{0.8\tau_y \pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left( \frac{t}{h} \right)^2} k = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \quad \therefore \frac{h}{t} = \sqrt{\frac{0.8(\sigma_y / \sqrt{3}) \pi^2 Ek \times 3}{12(1-\mu^2)\sigma_y^2}} = 1.19 \sqrt{\frac{Ek}{\sigma_y}}$$

Teniendo en cuenta este resultado y expresando las ecs. 3.43 y 3.44 en función del módulo de elasticidad  $E$ , se obtiene:

$$\text{Si } \frac{h}{t} \leq 1.119 \sqrt{\frac{Ek}{F_y}} : F_s = 0.577F_y, V_N = F_s ht = 0.577F_y ht \quad (3.83)$$

$$\text{Si } 1.119 \sqrt{\frac{Ek}{F_y}} < \frac{h}{t} \leq 1.399 \sqrt{\frac{Ek}{F_y}} : F_s = \frac{0.646 \sqrt{EkF_y}}{h/t}, V_N = 0.646 t^2 \sqrt{EkF_y} \quad (3.84)$$

$$\text{Si } \frac{h}{t} > 1.399 \sqrt{\frac{Ek}{F_y}} : F_s = \frac{0.904Ek}{(h/t)^2}, V_N = 0.904Ek t^3 / h \quad (3.85)$$

### Especificaciones AISI para diseño por factores de carga y resistencia (ref. 3.30).

La resistencia de diseño de cortante  $\phi_v V_n$ , en cualquier sección transversal, se calcula como sigue:

a) Para  $h/t \leq 0.96 \sqrt{Ek / F_y}$ ,

$$\phi_v = 1.0$$

$$V_n = 0.60F_y ht \quad (3.86)$$

b) Para  $0.96 \sqrt{Ek / F_y} < h/t \leq 1.415 \sqrt{Ek / F_y}$ ,

$$\phi_v = 0.90$$

$$V_n = 0.64 t^2 \sqrt{k F_y E} \quad (3.87)$$

c) Para  $h/t > 1.415 \sqrt{Ek / F_y}$ ,

$$\phi_v = 0.90$$

$$V_n = 0.905 Ekt^3/h \quad (3.88)$$

En las expresiones anteriores:

$\phi_v$  = factor de reducción de la resistencia.

$V_n$  = resistencia nominal al cortante de la viga.

$t$  = grueso del alma.

$h$  = peralte de la porción plana del alma.

$k$  = coeficiente de pandeo por cortante, que vale:

1. Para vigas sin refuerzo,  $k = 5.34$
2. Para vigas reforzadas con atiesadores transversales,
  - Si  $ah \leq 1.0$ ,  $k = 4.00 + 5.34/(ah)^2$
  - Si  $ah > 1.0$ ,  $k = 5.34 + 4.00/(ah)^2$

$a$  = distancia entre atiesadores transversales.

Si el alma está compuesta por dos o más láminas, cada una se considera como un elemento individual.

Las ecs. 3.83 a 3.85 y los límites dentro de los que son aplicables, coinciden prácticamente con las ecs. 3.86 a 3.88 y con las que recomienda el AISC (ecs. 3.74 a 3.76).

### 3.10.5. Flexión y cortante combinados

Aunque las condiciones ordinarias de carga de vigas y traveses armados producen, casi siempre, momento flexionante y fuerza cortante en todas las secciones transversales, es frecuente que una de las acciones sea pequeña comparada con la otra (por ejemplo, en la zona central de una trabe libremente apoyada, con carga uniforme, el momento flexionante es elevado y la fuerza cortante es nula o muy pequeña y en la cercanía de los apoyos se invierte la relación) por lo que el diseño se hace como si momento y fuerza cortante actuaran por separado; sin embargo, hay casos (en los apoyos de vigas continuas, por ejemplo) en que las dos acciones tienen valores elevados y ha de tenerse en cuenta su interacción.

Para estudiar las vigas bajo flexión y cortante combinados se definen tres momentos resistentes (ref. 3.35):  $M_f$ , momento que resisten los patines solos, sin ayuda del alma, cuando el esfuerzo normal en ellos es igual a  $\sigma_y$ ,  $M_y$ , momento para el que se inicia el flujo plástico en el centroide del patín comprimido, incluyendo el efecto del alma y  $M_p$ , momento plástico resistente de la sección. Si para simplificar los resultados se supone que la distancia entre los centroides de los patines es igual al peralte  $h$  del alma y se llama  $A_p$  al área de un patín y  $A_a$  a la del alma, esos tres momentos tienen los valores siguientes, para secciones con dos ejes de simetría (Fig. 3.36):

$$M_f = \sigma_y h A_p \quad (3.89)$$

$$M_y = M_f + S_a \sigma_y = \sigma_y h A_p + \frac{ch^2}{6} \sigma_y = \sigma_y h \left( A_p + \frac{1}{6} A_a \right) \quad (3.90)$$

$$M_p = M_f + Z_a \sigma_y = \sigma_y h A_p + \frac{ch^2}{4} \sigma_y = \sigma_y h \left( A_p + \frac{1}{4} A_a \right) \quad (3.91)$$



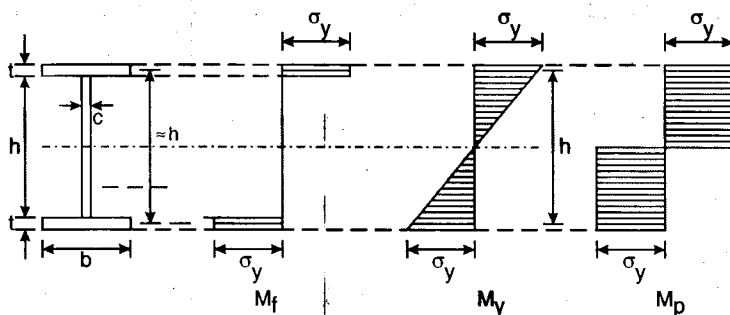


Figura 3.36. Esfuerzos normales correspondientes a varios valores del momento flexionante.

La interacción flexión-fuerza cortante se estudia de una manera semiempírica, trazando un diagrama en un sistema de ejes coordenados de abscisas y ordenadas  $M/M_y$  y  $V/V_u$ ;  $M$  y  $V$  son las acciones nominales en la sección.

El momento máximo que resiste la trabe cuando la fuerza cortante es nula, el patín comprimido tiene las dimensiones y el contraventeo lateral necesarios para alcanzar el esfuerzo de fluencia, el alma tampoco se pandea y se desprecia el endurecimiento por deformación, es  $M_p$ . La fuerza cortante, por pequeña que sea, hace que disminuya la resistencia a la flexión, pues una parte del alma se destina a soportarla; cuando  $V$  aumenta, disminuye el momento resistente, hasta quedar reducido a  $M_f$  cuando la fuerza cortante alcanza su valor máximo  $V_u$ , correspondiente a la plastificación completa del alma.

Mientras el momento flexionante es menor que  $M_f$ , la trabe resiste la fuerza cortante máxima,  $V_u$ ; su resistencia al corte disminuye cuando  $M$  sobrepasa a  $M_f$  y tiende a  $M_p$  y se anula por completo cuando alcanza ese valor. Esto indica que la curva de interacción pasa por los puntos A ( $M_f/M_y, 1.0$ ) y C ( $M_p/M_y, 0$ ) y como las fuerzas cortantes muy pequeñas casi no afectan la resistencia a la flexión, debe además, ser aproximadamente normal al eje de las abscisas en el punto C (Fig. 3.37).

La ecuación de una curva que cumple las condiciones anteriores es (ref. 3.35):

$$\left(\frac{V}{V_u}\right)^2 + \frac{M - M_f}{M_p - M_f} = 1.0 \quad (3.92)$$

Como el momento máximo que resisten las vigas con alma tipo 3 es  $M_y$ , la curva correspondiente a la ec. 3.92 debe quedar limitada por la recta vertical  $M/M_y = 1.0$  (Fig. 3.37), que define el punto B.

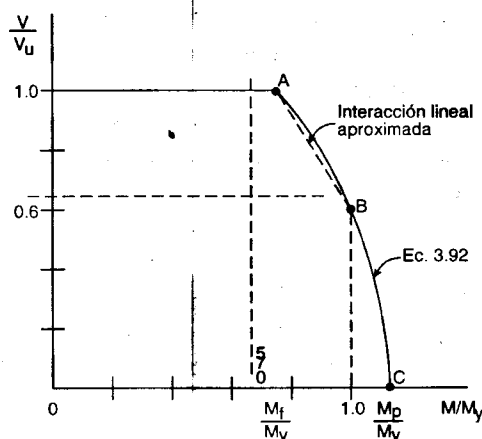


Figura 3.37. Diagramas simplificados de interacción fuerza cortante - momento flexionante.

El tramo de curva  $A-B$  puede sustituirse, con buena aproximación **por una recta**.

La abscisa del punto  $A$  es  $M/M_y = M_f/M_y$ ; utilizando las ecs. 3.89 y 3.90 se obtiene:

$$\frac{M}{M_y} = \frac{A_p}{A_p + A_a/6}$$

En traves armadas de dimensiones usuales el cociente  $A_a/A_p$  está comprendido entre 0.5 y 2.0; se obtienen resultados conservadores utilizando el límite superior, lo que lleva a:

$$\frac{M}{M_y} = 0.75$$

La ordenada del punto  $B$  se obtiene de una manera similar, partiendo de la ec. 3.92 con  $M = M_y$  y empleando las ecs. 3.89 y 3.91:

$$\frac{V}{V_u} = 0.6$$

La ecuación de la recta  $A-B$ , escrita en términos de cargas y resistencias de diseño, es:

$$0.727 \frac{M_D}{M_R} + 0.455 \frac{V_D}{V_R} = 1.0 \quad (3.93)$$

Esta es la ecuación propuesta en la ref. 3.6 para revisar almas de vigas sujetas a flexión y cortante combinados. En esa referencia se indica que cuando se necesitan atiesadores transversales en traves cuya alma se ha diseñado teniendo en cuenta la contribución del campo de tensión diagonal y  $1.33V_R/M_R \geq V_D/M_D \geq 0.6V_R/M_R$ , deben satisfacerse las tres condiciones:

$$V_D \leq V_R; \quad M_D \leq M_R \quad (3.94)$$

$$0.727 \frac{M_D}{M_R} + 0.455 \frac{V_D}{V_R} \leq 1.0 \quad (3.95)$$

$M_R$  y  $V_R$  son las resistencias de diseño en flexión y cortante y  $M_D$  y  $V_D$  el momento flexionante y la fuerza cortante de diseño. Cuando el alma es tipo 4,  $M_R$  se sustituye por  $M'_R$ . (Este punto se estudia en el Capítulo 6).

En la ref. 3.7 se plantean las mismas condiciones de una manera un poco diferente:

Si  $0.6V_R \leq V_D \leq V_R$  y  $0.75M_R \leq M_D \leq M_R$ , las traves armadas cuyas almas se hayan diseñado teniendo en cuenta el campo de tensión diagonal deben satisfacer la condición adicional:

$$\frac{M_D}{M_R} + 0.625 \frac{V_D}{V_R} \leq 1.375$$

Esta ecuación es la 3.95.

## 3.11. REFERENCIAS

- 3.1. Gerard, G., "Introduction to Structural Stability Theory", Mc Graw-Hill Book Co., Nueva York, 1962.
  - 3.2. De Buen, O., "Estructuras de acero, comportamiento y diseño", Limusa, México, D. F., enero de 1980.
  - 3.3. Timoshenko, S.P., y J.M. Gere, "Theory of Elastic Stability", Mc Graw-Hill Book Company, Nueva York, 1961.
  - 3.4. Bleich, F., "Buckling Strength of Metal Structures", Mc Graw-Hill Book Company, Nueva York, 1952.
  - 3.5. Allen, H.G., y P.S. Bulson, "Background to Buckling", Mc Graw-Hill Book Company Maidenhead, Berkshire, Inglaterra, 1980.
  - 3.6. "Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras metálicas", Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, Gaceta Oficial del Departamento del D. F., México, D. F., diciembre de 1987.
  - 3.7. "Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings" (incluye comentario), American Institute of Steel Construction, Chicago, III, diciembre de 1993.
  - 3.8. Rockey, K.C., "Web Buckling and the Design of Web-plates", The Structural Engineer, Vol. XXXVI, N° 2, Londres, febrero de 1958.
  - 3.9. Winter, G., "Commentary on the 1968 edition of the Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members", 8a. impresión, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., 1980.
  - 3.10. "Plastic Design in Steel. A Guide and Commentary", 2a. Ed., Manuals and Reports on Engineering, Practice N° 41, ASCE, Nueva York, 1971.
  - 3.11. Lay, M.G., "Flange Local Buckling in Wide-Flange Shapes", J. Str. Eng., Proc. ASCE, Vol. 91, ST6, diciembre de 1965.
  - 3.12. Galambos, T.V., y M.K. Ravindra, "Properties of Steel for Use in LRFD", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 104, N° ST9, Nueva York, septiembre de 1978.
-

- 3.13. Yura, J.A., T.V. Galambos y M.K. Ravindra, "The Bending Resistance of Steel Beams", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 104, N° ST9, Nueva York, septiembre de 1978.
- 3.14. Galambos, T.V., "Deformation and Energy Absorption Capacity of Steel Structures in the Inelastic Range", Steel Research for Construction, Boletín N° 8, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., marzo de 1968.
- 3.15. Lukey, A.F., y P.F. Adams, "Rotation Capacity of Beams under Moment Gradient", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 95, N° ST6, Nueva York, junio de 1969.
- 3.16. Chopra, A.K., y N.M. Newmark, "Analysis", Cap. 2 de "Design of Earthquake Resistant Structures", E. Rosenbluth, Editor Pentech Press, Londres, 1980.
- 3.17. Dawe, J.L., y G.L. Kulak, "Local Buckling of W Shape Columns and Beams", J. Str. Eng., ASCE, Vol. 110, N° 6, Nueva York, junio de 1984.
- 3.18. Dawe, J.L., y G.L. Kulak, "Local Buckling Behavior of Beam Columns", J. Str. Eng., ASCE, Vol. 112, N° 11, Nueva York, noviembre de 1986.
- 3.19. Winter, G., "Performance of Thin Steel Compression Members", sobretiro N° 33, Engineering Experiment Station, Universidad de Cornell, Ithaca, N.Y., noviembre de 1950.
- 3.20. Winter, G., "Performance of Compression Plates as Parts of Structural Members", sobretiro N° 33, Engineering Experiment Station, Universidad de Cornell, Ithaca, N.Y., noviembre de 1950.
- 3.21. Winter, G., "Strength of Thin Steel Compression Flanges", Trans. ASCE, Vol. 112, Nueva York, 1947.
- 3.22. "Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members", edición de 1980, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., septiembre de 1980.
- 3.23. Pekoz, T.B., "Development of a Unified Approach to the Design of Cold-Formed Steel Members", American Iron and Steel Institute, Report SG-86-4, Washington, D.C., noviembre de 1986.
- 3.24. Basler, K., "Strength of Plate Girders in Shear", Trans. ASCE, Vol. 128, parte II, 1963.
- 3.25. Beedle, L. S., Editor, "Stability of Metal Structures. A World View", 2a. Ed., Structural Stability Research Council, 1991.
- 3.26. "Specification for Structural Steel Buildings. Allowable Stress Design and Plastic Design" (incluye comentario), American Institute of Steel Construction, Chicago, III, junio de 1989.
- 3.27. "Limit States Design of Steel Structures" (incluye comentario), CAN/CSA-S16.1-94, Canadian Standards Association, Rexdale, Ontario, Canadá, 1994.
- 3.28. "Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members", edición de 1986 (con suplemento de diciembre de 1989), American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., enero de 1991.
- 3.29. "Load and Resistance Factor Design Specification for Cold-Formed Steel Structural Members", edición de 1991, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., marzo de 1991.

- 3.30. "Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members", edición 1996, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., junio de 1997.
- 3.31. Cooper, P.B., T.V. Galambos y M.K. Ravindra, "LRFD Criteria por Plate Girders", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 104, N° ST9, septiembre de 1978.
- 3.32. Haaijer, G., y B. Thürlimann, "On Inelastic Buckling in Steel", J. Eng. Mech. Div., ASCE, abril de 1958.
- 3.33. "Handbook of Steel Construction", 7a. Ed., Canadian Institute of Steel Construction, Willowdale, Ontario, Canadá, noviembre de 1997.
- 3.34. "Seismic Provisions for Structural Steel Buildings", Instituto Americano de la Construcción de Acero, Chicago, IL, abril de 1997.
- 3.35. Basler, K., "Strength of Plate Girders Under Combined Bending and Shear", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 87, No. ST7, Nueva York, 1961.
- 3.36. "Metric Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings", (incluye comentario), American Institute of Steel Construction, Chicago, III, diciembre de 1994.

## CONSEJO DIRECTIVO DE FUNDACIÓN ICA

### *Presidente*

Ing. Bernardo Quintana

### *Vicepresidentes*

Dr. Francisco Barnés de Castro

Dr. Daniel Resendiz Núñez

Dr. Julio Rubio Oca

Ing. Luis Zárate Rocha

### *Director Ejecutivo*

M.C. Fernando O. Luna Rojas

## CUERPOS COLEGIADOS DE LOS PROGRAMAS OPERATIVOS

### *Comité de Becas*

Dr. Juan Casillas García León

Dr. Sergio Gallegos Cazarés

Ing. Miguel Ángel Parra Mena

### *Comité de Premios*

Dr. Luis Esteva Maraboto

M.I. José Antonio González Fajardo

Ing. Gregorio Farias Longoria

### *Comité de Publicaciones*

Dr. Oscar González Cuevas

Dr. Horacio Ramírez de Alba

M.I. Gabriel Moreno Pecero

Ing. Santiago Martínez Hernández

Ing. Gilberto García Santamaría González

### *Comité de Investigación*

Dr. José Luis Fernández Zayas

Dr. Bonifacio Peña Pardo

Dr. Ramón Padilla Mora

Dr. Roberto Meli Piralla

Fundación ICA es una Asociación Civil constituida conforme a las leyes mexicanas el 26 de octubre de 1986, como se hace constar en la escritura pública número 21 127, pasada ante la fe del Lic. Eduardo Flores Castro Altamirano, Notario Público número 33 del Distrito Federal, inscrita en el Registro Público de la Propiedad en la Sección Personas Morales Civiles bajo folio 12 847. A fin de adecuar a las disposiciones legales vigentes los estatutos sociales, éstos fueron modificados el 17 de octubre de 1994, como se hace constar en la escritura pública número 52 025 pasada ante la fe del Lic. Jorge A. Domínguez Martínez, notario público número 140 del Distrito Federal.

Fundación ICA es una institución científica y tecnológica inscrita en el registro Nacional de Instituciones Científicas y Tecnológicas del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, con el número 99/213 del 13 de agosto de 1997.

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO**

*Rector*

M. en A. Uriel Galicia Hernández

*Secretario de Docencia*

M. en C. Javier Sánchez Guerrero

*Secretario Administrativo*

M. en A. E. Pedro Enrique Lizola Margolis

*Secretario de Rectoría*

Ing. Roberto Mercado Dorantes

*Contralora*

M. en A. E. Blanca Álamo Neidhart

*Coordinador de Investigación y Estudios Avanzados*

Dr. en Q. Rafael López Castañares

*Coordinador General de Difusión Cultural*

M. en Pl. Gustavo Antonio Segura Lazcano

*Director General de Extensión y Vinculación Universitaria*

Ing. Jesús Hernández Ávila

*Director General de Planeación y Desarrollo Institucional*

M. en E. Gerardo E. del Rivero Maldonado

*Abogado General*

M. en D. Alfonso Chávez López

*Vocero*

C. Carlos Millán Benítez

*Cronista de la UAEM*

Profr. Inocente Peñaloza García

**ONCEAVA MESA DIRECTIVA DE LA  
SOCIEDAD MEXICANA DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL**

*Presidente*

Ing. Francisco García Jarque

*Vicepresidente*

Ing. Raúl López Chavez

*Vicepresidente Técnico*

Dr. Mario Ordaz Schroeder

*Secretario*

M.I. Javier Alonso García

*Tesorero*

Ing. Sergio Escamilla Aguilar

*Vocales*

M.C. Enrique del Valle Calderón

Dr. Mario Rodríguez Rodríguez

Ing. Saturnino Hernández Reyna

Ing. Héctor Soto Rodríguez



Apunte  
79-A  
Cap.3  
2000  
G.- 612313

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



\*612313\*

61- ~~602033~~  
612313  
Cap. 3