



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
EXPLORACIÓN Y EXPLOTACIÓN DE RECURSOS NATURALES –
PERFORACIÓN

MODELO PARA CUANTIFICAR LAS PÉRDIDAS DE CIRCULACIÓN PARA
FLUIDOS NO NEWTONIANOS EN YACIMIENTOS NATURALMENTE
FRACTURADOS.

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
GUADALUPE XIMENA VILLARREAL SÁNCHEZ

TUTOR:
ERICK EMANUEL LUNA ROJERO

MÉXICO, D. F. MARZO 2017

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Samaniego Verduzco Fernando

Secretario: Dr. Ramírez Jaramillo Edgar

Vocal: Dr. Luna Rojero Erick Emanuel

1^{er.} Suplente: M. en C. Velázquez Cruz David

2^{d o.} Suplente: Dr. López Ramírez Simón

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: Ciudad Universitaria, Ciudad de México

TUTOR DE TESIS:

Dr. Luna Rojero Erick Emanuel

FIRMA

Agradecimientos

A dios: por permitirme llegar hasta aquí, y bendecirme con una familia que me apoyo durante todo el trayecto.

A mi padre Raúl: Sin tu incondicional apoyo no habría podido lograr llegar al final de este largo camino. Siempre te estaré agradecida por todo el cariño y la ayuda que me brindaste, fue la determinación de que te sintieras orgulloso la que me impulsó siempre a terminar las cosas.

A mi madre Clara: Por no permitir que me rinda, a pesar de la adversidad; eres una mujer fuerte y agradezco el siempre contar contigo para ponerme las cosas en perspectiva y hacerme saber que pase lo que pase siempre cuento contigo.

A mi hermano Raúl: Siempre fuiste un ejemplo para mí, te admiro mucho por siempre lograr todo lo que te propongas, desde el principio de todo esto estuviste ahí, brindarme ayuda en cualquier cosa que necesitara, no terminaré de agradecerte por toda tu ayuda.

A mi hermano Saúl: nuevamente otro ejemplo más a seguir en mi vida, no solo eres mi hermano, eres mi amigo, mi confidente, sin ti jamás habría logrado terminar, por lo que jamás deo de extrañar tu compañía en los momentos difíciles.

A mi director el Dr. Luna: Muchas gracias por todo su apoyo y sus consejos, es una excelente persona y gracias por su paciencia y el trato tan ameno que tiene con sus alumnos, fue un honor haber trabajado con alguien tan capaz como usted.

A mi cuñada Lupita: Muchas gracias por tu amistad, estoy muy agradecida con dios que nos permitió tenerte en la familia, eres una gran persona y una gran profesionalista.

A mi amiga Dolores: A pesar de todas las adversidades, estuviste ahí de principio a fin, muchas gracias por tu amistad, sin ti no habría podido lograrlo, más que mi amiga te has convertido en mi hermana.

A mi amiga Dra. Cecilia Juárez: Por motivarme a cumplir todos mis sueños, nunca dejó de apoyarme en todo momento y siempre me animó a nunca darme por vencida.

Al Consejo de Ciencia y Tecnología (CONACYT): Por darme la oportunidad de superarme y madurar al otorgarme una beca durante mis estudios de maestría, con la cual me fue posible financiar mi posgrado.

Índice

1. Resumen	7
2. Introducción	10
3. Definición del Problema	13
3.1 Hipótesis	13
3.2. Objetivo Principal	14
3.3. Objetivos Específicos	14
3.4. Alcances	14
3.5. Antecedentes	15
4. Marco Teórico	16
5. Naturaleza del Problema	19
5.1 Comportamiento de los Yacimientos Naturalmente Fracturados	19
5.2. Clasificación de los Yacimientos Naturalmente Fracturados	20
5.3. Comportamiento de los yacimientos tipo 1	21
5.4. Presión Anormal	25
5.5. Proceso de compactación	28
5.6. Esfuerzo Efectivo	30
5.7. Mecánica de la Pérdida de Circulación	31
6. Comportamiento Reológico	36
6.1. Reología de los Fluidos No Newtonianos	36
6.2. Modelos Reológicos para Fluidos No-Newtonianos	38
6.3 Uso de espumas como fluido de perforación	44
6.3.1. Reología de la espuma	48
7. Modelo estático	51
7.1. Modelo del yacimiento	51
7.2. Pozo	52
7.3. Falla	52
7.4. Porosidad	52
7.5. Esquematización	53
8. Modelo Dinámico	54
8.1. Solución matemática del modelo	55

9. Parámetros que influyen en la pérdida de circulación	66
10. Resultados	69
10.1 Perfil para el diferencial de presión dentro del yacimiento	69
10.2. Perfil para el gasto en el modelo del yacimiento	70
10.3. Perfil de viscosidad en el modelo del yacimiento	71
10.4. Perfil para la inyección de espumas en el modelo del yacimiento	73
11. Conclusiones y Recomendaciones	75
11.1 Conclusiones.....	75
11.2 Recomendaciones	76
12. Simbología	77
13. Bibliografía	79
14. Anexos	84
Anexo A.1. Ecuación para determinar las coordenadas verticales y horizontales.....	84
Anexo A.2. Ecuaciones para describir el comportamiento físico en la red de fracturas.	86
Anexo A.3. Ecuaciones para describir el comportamiento del gasto en la red de fracturas.	88
Anexo A.4. Ecuaciones de Poiseuille.....	90
Anexo A.5. Ecuación de cantidad de movimiento.	91

Índice de Figuras

Figura.3.1. Esquematización del modelo del yacimiento tipo 1.....	13
Figura.5.1. Clasificación de Yacimientos de acuerdo a la influencia matriz-fractura en la porosidad.....	21
Figura.5.2. Modelo de Unidad utilizado en el cálculo de la permeabilidad de la fractura en un yacimiento naturalmente fracturado tipo 1.....	24
Figura.5.3. Esquema de presiones anormales.....	26
Figura.5.4. Causas de la presión anormal.....	27
Figura.5.5. Modelo de simulación de la compactación de las arcillas saturadas con agua.....	29
Figura.5.6. Pérdida de Circulación a través del sistema Fracturado.....	32
Figura 5.7. Zonas potenciales donde pueden ocurrir pérdidas de circulación.....	33
Figura.5.8. Base del Procedimiento Operativo.....	34
Figura.6.1. Clasificación de los diferentes tipos de fluidos.....	36
Figura.6.2. Grafica esfuerzo de corte vs Velocidad de corte.....	37
Figura.6.3. Comportamiento reológico de acuerdo a la velocidad de corte Vs. Esfuerzo cortante.....	38
Figura.6.4. Comportamiento reológico a partir de la constante “n”.....	40
Figura.6.5. Índice de comportamiento del flujo de acuerdo a los tipos de modelos reológicos.....	41
Figura.6.6. Mecanismos que afectan la viscosidad aparente de la espuma.....	46
Figura.7.1. Modelo estático del yacimiento.....	53
Figura 8.1. Diagrama de flujo del funcionamiento del programa.....	54
Figura.8.2. Representación de un sistema de fracturas en coordenadas cartesianas.....	55

Figura. 8.3. Esquematización de las etiquetas para cada fractura.....	60
Figura.8.4. Ejemplo para determinar el comportamiento de la presión en la red de fracturas.....	61
Figura.8.5. Ejemplo para determinar el comportamiento del gasto en la red de fracturas.....	61
Figura.8.6. Ejemplo para determinar el comportamiento de la presión en la frontera del yacimiento.....	62
Figura.8.7. Ejemplo para determinar la media y variación en el tamaño de la fractura y de la falla.....	62
Figura.8.8. Esquematización del acomodo matricial dentro del programa.....	65
Figura.9.1. Influencia de comportamiento de fluido en la pérdida de gasto.....	66
Figura.9.2. Influencia del índice de consistencia en la pérdida de gasto.....	67
Figura.9.3. Influencia de la diferencia de presión en la pérdida de gasto.....	68
Figura.9.4. Relación entre el índice de consistencia y el índice de comportamiento.....	68
Figura.10.1. Modelo dinámico de la presión.....	70
Figura.10.2. Modelo dinámico para el gasto	71
Figura.10.3. Modelo dinámico para la viscosidad.....	72
Figura.10.4. Perfil de viscosidad de la espuma en cada fractura.....	74
Figura A.1. Esquematización detallada del yacimiento.....	84
Figura A.2. Representación de la diferencial de presión, en el sistema de fracturas.....	86
Figura A.3. Representación de la conservación de masa, en el sistema de fracturas.....	88

1. Resumen

Existen grandes cantidades de reservas remanentes de hidrocarburos que se encuentran en yacimientos naturalmente fracturados (YNF). La mayoría de estos volúmenes remanentes se han quedado atrapados dentro del yacimiento, debido a su naturaleza compleja, y en gran medida, a la falta de conocimiento que se tiene sobre ellos. La complejidad de los YNFs hace indispensable la necesidad de modelos que permitan predecir y evaluar su comportamiento.

Este trabajo permite representar de manera cuantitativa y esquemática el comportamiento físico de la presión, el gasto y la viscosidad aparente de un fluido, ya sea fluido de perforación o espuma, a través de las redes de fracturas y vórgulos. La apertura de las fracturas o el tamaño de los vórgulos se determinan aleatoriamente, obedeciendo distribuciones probabilísticas log-normal.

El modelo reológico que se escogió para simular el comportamiento del fluido de perforación es el de ley de potencia, el cual se utiliza en la predicción de viscosidades aparentes por su efectividad para reproducir el comportamiento reológico de los fluidos pseudoplásticos a bajas velocidades de corte. Los modelos generados se resolvieron mediante el acoplamiento nodal de las fracturas y las ecuaciones de conservación de masa y balance de cantidad de movimiento. Los resultados obtenidos se ajustaron para representar un caso real de un yacimiento tipo 1, en este caso el campo La Mara, en Venezuela. Dichos resultados muestran una tendencia casi lineal en la influencia que tiene la diferencia de presión y los índices de comportamiento de flujo n y consistencia k en la pérdida de circulación.

A partir de estos resultados se puede concluir que la viscosidad aparente es el factor que más afecta la pérdida de circulación dentro del yacimiento. Por otro lado, en el modelo de inyección de espumas, la viscosidad aparente de este fluido dependió únicamente de la apertura de la fractura, según el modelo reológico de Hirasaki (1985).

2. Introducción

A nivel mundial, los yacimientos naturalmente fracturados (YNF) carbonatados aportan más del 50% de la producción de hidrocarburos, por lo que es de gran relevancia generar modelos que describan su comportamiento. Este tipo de yacimientos son medios altamente complejos, por lo que es necesario trabajo adicional para predecir el comportamiento de los fenómenos físicos que ocurren dentro de ellos. Uno de los principales retos tecnológicos que México debe enfrentar tiene que ver con el desarrollo y explotación óptimos de los YNFs, los cuales representan aproximadamente el 85% de la reserva y producción de hidrocarburos. Por ejemplo, en Cantarell se estima que el 18% del aceite original se obtiene de la matriz, mientras que el 81.7% se obtiene de la aportación del sistema de fracturas (CNH, 2012).

Si bien casi todos los yacimientos de hidrocarburos están afectados de alguna manera por las fracturas naturales, los efectos de las fracturas a menudo se conocen en forma imprecisa y en gran medida se subestiman. Ignorar la presencia de las fracturas no es una práctica óptima de manejo de yacimientos, no debe subestimarse su influencia en el desempeño técnico y económico del yacimiento. El mayor riesgo que implica la falta de una caracterización temprana de las fracturas naturales, es que pueda limitar severamente las opciones de desarrollo de los campos petroleros.

En este tipo de yacimientos, altamente heterogéneos y anisotrópicos, la presencia de redes intrincadas y complejas de fracturas asociadas a fallamiento y/o plegamiento, cubre escalas que van desde microfracturas hasta canales de alta conductividad, los cuales originan cambios en las propiedades petrofísicas, que a su vez afectan los fenómenos del flujo, tanto en la vecindad como lejos del pozo.

La investigación de las fracturas naturales debería iniciarse durante la etapa de exploración. Los afloramientos en superficie correspondientes a la sección prospectiva o los análogos de yacimientos pueden constituir la base de un

cimiento litológico, estructural y estratigráfico sobre el que los geólogos podrán construir modelos conceptuales.

Al contrario de lo que comúnmente se cree, las fracturas en los yacimientos no siempre funcionan como canales de alta permeabilidad, ya que pueden presentar un obstáculo al funcionar como una barrera que impida el flujo de fluidos si están selladas. Su efecto en la permeabilidad es dependiente del carácter de la morfología de los planos de fracturamiento. Las fracturas naturales pueden ayudar a transformar las rocas con una permeabilidad de matriz baja, en un yacimiento productivo, pero también pueden complicar la recuperación de los hidrocarburos en los yacimientos de alta permeabilidad (López, 2013).

La conexión con microfracturas y redes de fracturas, crearán canales de alta conductividad, que facilitarán el flujo no sólo de aceite y gas sino también de agua. Desafortunadamente, la alta transmisibilidad es la causa principal de la invasión de los pozos por agua de formación, la cual viajará preferentemente por las fracturas y fallas, invadiendo incluso bloques estructuralmente altos (Padilla, 2013).

En cuanto a las pérdidas de fluido de perforación en YNF, tan sólo en Asia Central, alcanzaron 80,000 barriles [$12,712 \text{ m}^3$] en intervalos largos de roca altamente fracturada y porosa (Bratton, 2006).

Durante el proceso de construcción del pozo, donde se presenta una diferencial de presión positiva desde el pozo hasta las formaciones, se producen pérdidas de líquido. Este fenómeno se intensifica cuando la perforación atraviesa una formación fracturada. Las pérdidas generan costos adicionales de fluidos y en situaciones extremas, pueden comprometer la continuidad de la perforación. El establecer un modelo del yacimiento naturalmente fracturado, permite obtener un perfil de las pérdidas del lodo en la red de fracturas esquematizadas, y con ello obtener las condiciones que permitan la reducción de eventos no deseados.

Una manera de mitigar este tipo de eventos no deseados, es seleccionar un tipo de fluido que conforme a las condiciones del yacimiento, se pueda circular en el pozo. Un ejemplo de esto es el uso de espuma, la cual provee grandes beneficios en comparación con los fluidos gasificados, o con los lodos convencionales de perforación.

El uso de espumas ofrece una carga hidrostática baja la cual permite una buena evaluación de la formación, tiene buena capacidad de acarreo de recortes, mayor velocidad de penetración y ayuda a reducir el riesgo (Cipriano, 2011).

Como solución posible al problema de canalización del gas natural, se han usado espumas. Los resultados de los estudios han mostrado que la presencia de la espuma permite una reducción significativa de la permeabilidad al gas con experimentos en núcleo.

El término espuma describe una clase especial de fluido gasificado de perforación, está compuesto por una mezcla especial de fluidos incompresibles inyectados con aire comprimido u otros gases. Usualmente, para crear una espuma el agua dulce es tratada con un surfactante o agente espumante.

La espuma se emplea ocasionalmente como fluido de perforación para las operaciones de terminación y reparación de pozos. Es especialmente aplicable en yacimientos de baja presión para limpiar la arena. Además, es sumamente eficiente en las operaciones de perforación debido a su baja densidad, la cual permite trabajar con desbalance de presión, con una alta capacidad de transporte de recortes.

3. Definición del Problema

La pérdida de circulación hacia la formación es uno de los problemas más críticos que pueden presentarse durante la perforación convencional. Las consecuencias de dicho evento son variables, pero pueden mencionarse la pegadura diferencial de la tubería en la zona de pérdida, la reducción de la presión hidrostática, el descontrol del pozo y retrasos operativos, entre otros. Por lo tanto, es necesaria la generación de modelos que permitan predecir de manera cuantitativa la pérdida de lodo hacia la formación. Considere un yacimiento tipo 1 en el que se realiza una perforación vertical, y donde se quiere estimar la pérdida de fluido hacia las fracturas. Para ello se propone un modelo de yacimiento en dos dimensiones (2D) como se muestra en la **Figura.3.1**, donde en color azul se señala la zona del pozo con comunicación al yacimiento, las líneas verdes representan fracturas simples y las rojas fracturas con vóculos. Por simplicidad el arreglo de fracturas se considera rectangular, la apertura de fractura o vóculos obedece una ley log-normal y en la periferia del modelo se imponen las condiciones de yacimiento. El fluido inyectado es no newtoniano, pudiendo obedecer una ley de potencias o el modelo de espumas de Hirasaki (1985) para fracturas.

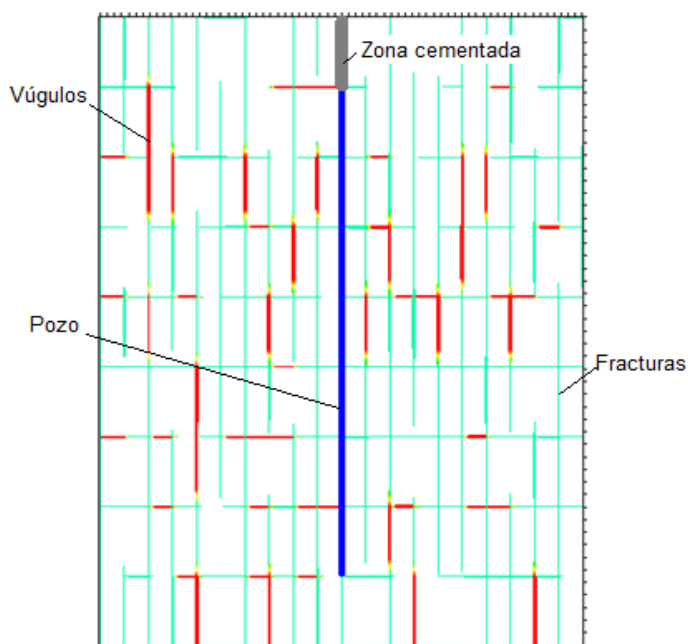


Figura.3.1. Esquematización del modelo 2D del yacimiento tipo 1.

3.1 Hipótesis

Es posible modelar las pérdidas de fluido de perforación en una formación fracturada del tipo 1, mediante la solución de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento para un fluido no newtoniano en un sistema de fracturas conectado.

3.2. Objetivo Principal

Desarrollar un modelo numérico en dos dimensiones, que describa las pérdidas de circulación en un sistema fracturado del tipo 1 en las vecindades del pozo.

3.3. Objetivos Específicos

1. Planteamiento y generación del modelo estático de la red de fracturas y vórgulos.
2. Formulación de un modelo dinámico de flujo en el sistema de fracturas y vórgulos para fluidos no newtonianos.
3. Programación numérica de los modelos antes mencionados.
4. Estimar las pérdidas de lodo hacia la formación.
5. Ajustar los resultados del modelo con un caso real, (el campo La Mara, Venezuela).

3.4. Alcances

- Modelar en dos dimensiones el flujo en una red de fracturas y fallas.
- Desarrollar el modelo matemático de los fluidos de perforación no newtonianos, con base en de la ecuación de ley de potencia y para espumas mediante el modelo de Hirasaki (1985).
- Ajustar el modelo estático de red de fracturas para obtener permeabilidades y porosidades típicas de un yacimiento tipo 1 (donde la permeabilidad y la porosidad dependen únicamente del sistema de fracturas y vórgulos), en este caso se utilizaron datos reales del campo La Mara, en Venezuela.
- Comparar las variables para determinar la que presenta una mayor influencia en la pérdida de circulación.

3.5. Antecedentes

Como se discutió anteriormente, la importancia de la elección correcta del tipo de fluido de perforación, es de importancia vital durante la perforación. Su utilidad para remover los recortes no comenzó, sino hasta 1833, cuando un ingeniero francés de nombre Flauvile, al estar observando la operación de perforación con herramienta de cable descubrió agua. De esa manera observo que el agua que brotaba era muy efectiva para sacar los recortes fuera del pozo. Ese fue el momento en que se estableció el principio de usar un fluido en movimiento para retirar los recortes del pozo.

Los fluidos de perforación aún se denominan lodo, pero en la actualidad, los ingenieros optimizaron su proceso no sólo utilizando agua y la arcilla, sino que diseñan cuidadosamente compuestos y mezclas para satisfacer las necesidades específicas que existen según las distintas condiciones de perforación (García, 2014).

La historia moderna de la perforación comienza en 1921, con la propuesta de Struod quien recomendaba la utilización de aditivos químicos inertes y pesados añadidos a los lodos. A lo largo del tiempo, se ha aprendido que es indispensable modificar las propiedades del lodo para optimizar la perforación y obtener un mejor rendimiento durante la misma, así como el mitigar los daños a la formación (Gil, 2007).

4. Marco Teórico

Desde la segunda mitad del siglo pasado, para modelar el flujo de fluidos en yacimientos naturalmente fracturados, se realizan aproximaciones matemáticas basadas en modelos conceptuales que incorporan la geometría del sistema de fracturas y vóculos. Lo cual permite predecir el comportamiento del flujo, resolviendo las ecuaciones de conservación de masa y la Ley de Darcy mediante un sistema de ecuaciones discretas no lineales.

En el campo de la ingeniería petrolera la conceptualización que ha mostrado una mejor aplicación a escala de campo, ha sido la formulación de doble medio continuo de Warren y Root (1964). Sin embargo, lo anterior no presupone que esta formulación represente correctamente todos los procesos dinámicos para los diferentes tipos de YNF.

Camacho y Cols (2002) presentaron un estudio para modelar porosidades secundarias, principalmente porosidad vugular en yacimientos naturalmente fracturados con interacción entre la matriz, los vóculos y el sistema de fracturas, presentando soluciones para dos diferentes casos: cuando no existe flujo primario a través de los vóculos y para el caso en que el proceso de disolución ha creado un sistema interconectado de vóculos.

Por su parte, Yu-Shu y cols (2006), desarrollaron un modelo de múltiple medio continuo y lo implementaron a un simulador de yacimientos tridimensional y trifásico. El modelo conceptual considera una baja permeabilidad en la matriz, pero alta en el sistema de fracturas. También se integró un sistema de rocas vugulares fracturadas como un medio de triple o múltiple porosidad (Cortes, 2008).

En los modelos anteriores se considera la interacción matriz-fractura, sin embargo, es necesario generar modelos para cada tipo de yacimiento (ver capítulo 5), de

manera que se pueda ampliar el conocimiento del comportamiento de flujo en diferentes condiciones. El modelo de yacimiento en este trabajo (tipo 1) cuenta con pocos estudios previos, esto dada la naturaleza de su comportamiento, en el cual, las fracturas son las responsables de la permeabilidad y porosidad del flujo dentro de yacimiento.

El esfuerzo por generar gran variedad de modelos, ha permitido ampliar la exactitud de la predicción del comportamiento del flujo en formaciones facturadas, lo que es de gran utilidad en la perforación de pozos, identificando las formaciones con mayor probabilidad de presentar pérdidas. Por ejemplo, las formaciones permeables pueden generar una pérdida del fluido de perforación hacia la formación, que puede ser parcial o total, es decir, se puede perder una fracción de fluido pequeña, generalmente manifestada por una disminución gradual del nivel del fluido de perforación en las presas, o se puede perder todo el fluido de perforación que se encuentra en el agujero, al desplazarse en su totalidad hacia la formación. En las formaciones altamente permeables o poco consolidadas, como las arenas o en formaciones carbonatadas naturalmente fracturadas, se puede tener una permeabilidad suficientemente alta, para que el fluido de perforación invada la matriz de la formación, generando así la pérdida de circulación en el pozo.

El poder prevenir la pérdida de circulación en estas zonas, es de un impacto considerable para la continuidad operativa, esto mediante un menor requerimiento de generación de lodo y la disminución del costo de la operación. Por lo que se requiere la correcta evaluación y monitoreo de las propiedades del fluido de control, como son la densidad y las propiedades reológicas, las cuales son fundamentales para prevenir y corregir cualquier anomalía durante el proceso de perforación:

1. Densidad: permite el control de las presiones al impedir el flujo de los fluidos de la formación hacia el pozo, de manera que se logre su estabilidad, a través de las zonas de presión anormales o sometidas a esfuerzos mecánicos.

2. Propiedades reológicas: juegan un papel importante en la solución de problemas durante la perforación, ya que gobiernan el comportamiento del fluido a lo largo del pozo, así como su capacidad de transporte. De manera particular las propiedades tixotrópicas, que ayudan a suspender los recortes y el material densificante durante los períodos estáticos.

5. Naturaleza del Problema

5.1 Comportamiento de los Yacimientos Naturalmente Fracturados

Una fractura puede definirse como una discontinuidad de una superficie plana, en la cual se ha generado una pérdida de la cohesión, generando una ruptura. Durante los procesos de deformación y alteración de la misma, la fractura puede saturarse por los fluidos que contiene la roca. Un yacimiento naturalmente fracturado es un volumen de roca compuesto por un sistema multiporoso que contiene microfracturas, fracturas, microvúgulos, vúgulos, macrovúgulos, poros y varios tipos de redes de fracturas, saturado con diferentes cantidades de aceite, gas y agua. Las fracturas tendrán un efecto significativo en el flujo de fluidos del yacimiento, al incrementar su permeabilidad y su anisotropía, sin embargo, las fracturas no siempre conducen los fluidos del yacimiento, a menudo forman vetas o venas que forman barreras que impiden su desplazamiento.

La investigación de las fracturas naturales debería iniciarse durante la etapa de exploración. Los afloramientos en superficie correspondientes a la sección prospectiva o los análogos de yacimientos pueden constituir la base de un cimiento litológico, estructural y estratigráfico sobre el que los geólogos podrán construir modelos conceptuales. Estos modelos a menudo comienzan con el conocimiento de los esfuerzos regionales. El estado de los esfuerzos es importante en los yacimientos YNF, porque determinan en gran medida si las fracturas están abiertas para conducir los fluidos de yacimiento.

La información sobre las fracturas naturales también es importante en la etapa de construcción de pozos. Las fracturas naturales abiertas pueden producir problemas de pérdida de circulación, de fluidos de perforación, y la pérdida potencial de pozos. Un costo menos obvio, es el asociado con la reducción de la productividad, que se produce cuando los fluidos de perforación y el cemento sellan las fracturas que alguna vez estuvieron abiertas y fueron potencialmente productivas. El empleo de técnicas de perforación en condiciones de bajo balance

y la utilización de fluidos de perforación o de cementación que producen menos daño, son formas posibles de reducir los problemas de pérdida de circulación y su daño asociado. No obstante, en muchos casos, las opciones de los perforadores son más limitadas.

5.2. Clasificación de los Yacimientos Naturalmente Fracturados

Ronald Nelson (2001) propuso una clasificación para los yacimientos naturalmente fracturados de acuerdo con el grado en que el flujo incide a través del yacimiento; a su vez, la interacción de éste con las fracturas y la matriz.

Tipo 1: Las fracturas proveen la capacidad de almacenamiento efectivo, debido a la porosidad, y permeabilidad de un yacimiento. La matriz tiene pequeña porosidad y permeabilidad.

Tipo 2: La matriz de roca provee la capacidad de almacenamiento efectivo y las fracturas proveen la permeabilidad efectiva de un yacimiento. La matriz de la roca tiene baja permeabilidad, pero puede tener un nivel de porosidad baja, moderada o alta.

Tipo 3: Las fracturas proveen la permeabilidad efectiva de un yacimiento ya productor, que tiene buena porosidad y permeabilidad.

Tipo 4: Las fracturas no proveen buen almacenamiento, pero en lugar de ello crean barreras de flujo.

En la **Figura.5.1** se muestra la clasificación de los yacimientos de acuerdo a la influencia en la porosidad del yacimiento, ya sea de la matriz o la fractura. El presente trabajo se centró en los yacimientos tipo 1, en el que la capacidad de almacenamiento es fundamentalmente debida a las fracturas, por lo que la porosidad de la matriz se considera despreciable.

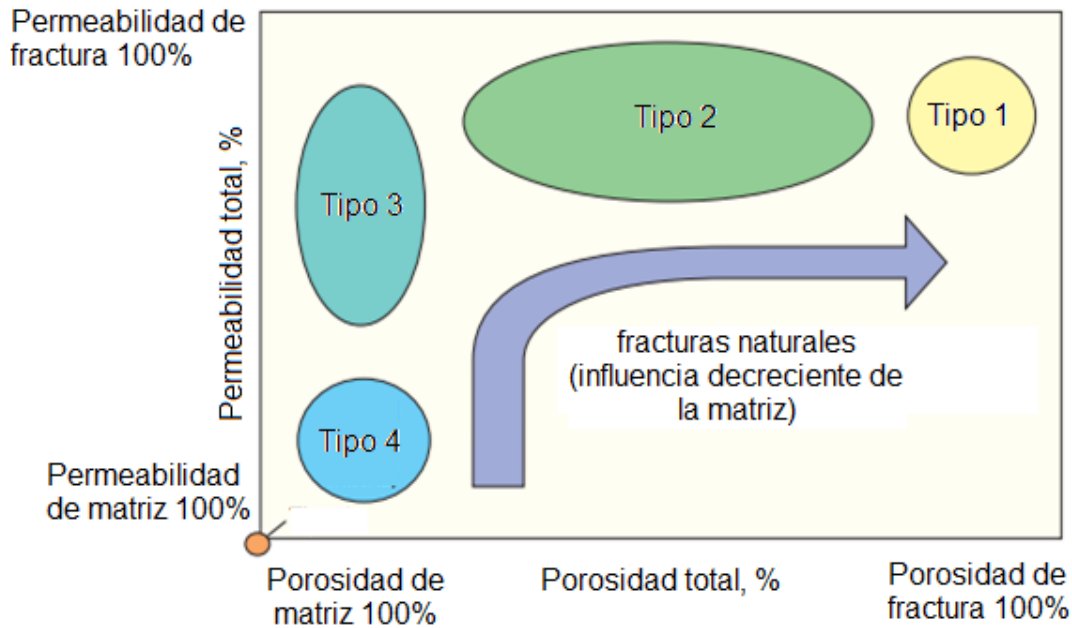


Figura.5.1. Clasificación de Yacimientos de acuerdo a la influencia matriz-fractura en la porosidad.
(Imagen modificada de Bratton, 2006).

5.3. Comportamiento de los yacimientos tipo 1

En esta tesis se trabajó con yacimientos tipo 1, es decir, la permeabilidad y la porosidad dependen completamente del sistema de fracturas. Los yacimientos que entran dentro de esta clasificación en particular, se les puede observar flujo lineal. Si la magnitud del canal que se observa es pequeña, se debe a que la fractura proporciona tanto permeabilidad como porosidad. El modelo Warret y Root (1964), no es ideal para este tipo de yacimientos. Estos yacimientos contienen alta densidad de fracturas, pueden presentar una disminución aguda de la producción (en el caso de disminución de la presión en el yacimiento); puede invadirse por agua en una etapa temprana u ocurre una canalización de gas.

Algunas de las características principales de yacimientos tipo 1 son:

1. Largas áreas de drene por pozo.
2. Información de correlación del pozo de buena calidad.
3. Fácil ubicación e identificación del yacimiento.
4. Alto potencial inicial.

Las desventajas:

1. Rápidas tasas de declinación de producción.
2. Dificultad para determinar el área y la forma del drenaje por la invasión o filtración de agua.
3. Pozos adicionales aceleran producción pero no añaden reservas.
4. Complejidad para estimar las reservas.
5. Canalización de agua o gas.

Tabla 5.1 Ejemplos de YNF tipo 1 (Nelson, 2001).

Yacimiento	Ejemplo de los campos	Localización	Reservas (MMbbl)	Litología
Tipo 1	Amal	Libia	1700	Cuarcita del Cámbrico
	Ellenburger	Texas	107.8	Dolomita del devónico
	Edison	California	42	Equisto del jurásico
	Wolf Springs	Montana	5.4	Pedernal del Pensilvaniano y Dolomitas
	Big Sandy	Kentucky / Oeste de Virginia	3 (TCF)	Lutitas del Devónico.

MMbbl =million barrels of oil

TCF=trillion of cubic feet

Las fracturas por sí solas, presentan una porosidad menor al 1%. El campo Amal, es por mucho, el de mayor extensión de este campo tipo. Tiene reservas sustanciales debido a su gran espesor y extensa área (100,000 acres y 800 pies

de espesor). La porosidad de fractura en este campo aparece en un promedio de alrededor de 1.7 por ciento.

La importancia de las fracturas como portadores de fluidos, puede evaluarse considerando una única fractura extendida durante cierta distancia dentro del cuerpo de la roca, como se observa en la **Figura 5.2** (Djebbar, 2004).

Utilizando la ecuación de Hagen-Poiseuille para un fluido newtoniano en un sistema de fracturas paralelas idénticas:

$$q = \left(\frac{n_f h W_f^3}{12} \right) \frac{\Delta p}{\mu L} , \dots \dots \dots (1)$$

n_f = Número de fracturas por unidad de longitud.

h = Ancho de la fractura.

ϕ = Porosidad.

L = Longitud de la fractura (cm).

Δp = Caída de presión (dinas/cm²).

μ = Viscosidad del fluido (Poise).

La ley de Darcy está dada por:

$$q = kA \frac{\Delta p}{\mu L} , \dots \dots \dots (2)$$

k : Permeabilidad (Darcys).

q : Gasto (cm³/s).

Combinando estas dos ecuaciones y despejando la permeabilidad:

$$k = \left(\frac{n_f h_f W_f^3}{12A} \right) , \dots \dots \dots (3)$$

Lo cual equivale a la ecuación:

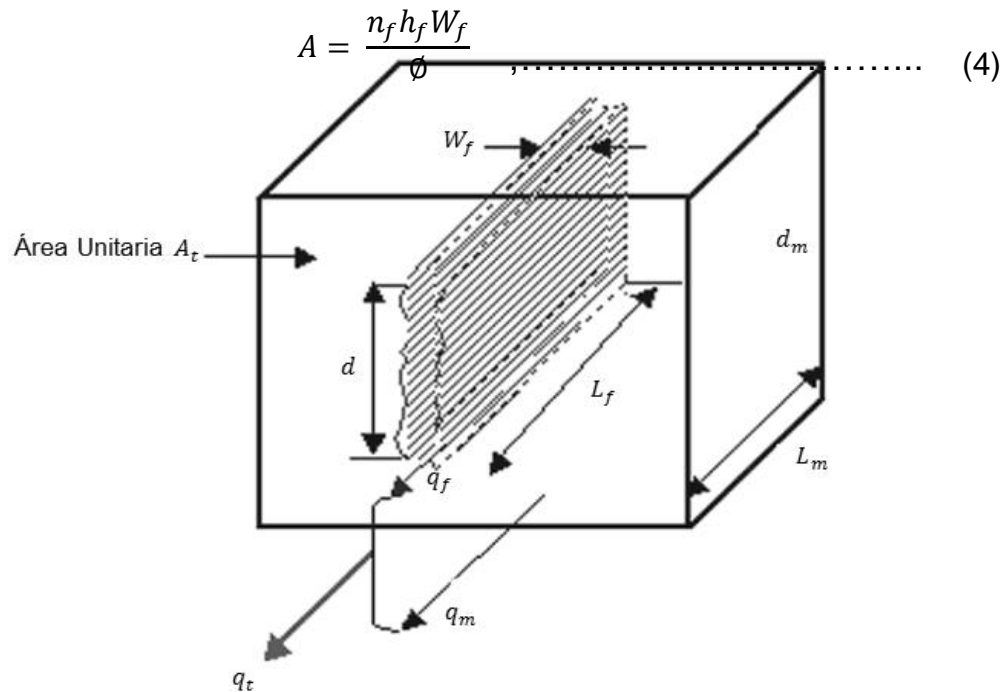


Figura.5.2. Modelo de Unidad utilizado en el cálculo de la permeabilidad de la fractura en un yacimiento naturalmente fracturado tipo 1 (Imagen modificada de Djebbar, 2004).

W_m = ancho o espesor de la matriz, *cm*

W_f = Ancho de la fractura, *cm*.

n_f = Número de fracturas.

L_f = Longitud de la fractura, *cm*.

L_m = Longitud de la matriz, *cm*.

q_f = Gasto dentro de la fractura, *cm*³/*s*

q_m = Gasto dentro de la matriz, *cm*³/*s*

q_t = Gasto total, *cm*³/*s*

5.4. Presión Anormal

La presión de poro normal es igual a la presión hidrostática que ejerce una columna de fluido nativo de la formación. El gradiente de presión depende del tipo de fluido, el agua dulce (densidad de 1 g/cm^3) tiene un gradiente de 0.433 psi/ft , el agua salada (1.074 g/cm^3 de densidad) para una salinidad de $80,000 \text{ ppm}$ de NaCl, a una temperatura de 25°C ; tiene un gradiente de presión de 0.465 psi/ft . Algunas veces el valor de 1.074 g/cm^3 varía debido al gradiente geotérmico y concentración de sales.

La presión de formación anormal, también llamada geopresurizada, o superpresurizada, es cualquier presión superior al valor establecido para la presión normal. En caso de que el valor de la presión sea menor, la presión normal recibe el nombre de anormalmente baja o subnormal (Velázquez et al., 2008).

El problema de la pérdida de circulación se amplifica en aquellas formaciones que además de presentar un gradiente de presión bajo tienen alta permeabilidad y/o alta porosidad; el peor escenario es cuando a las condiciones anteriores se agrega un gradiente de presión de fractura cercano a la presión de formación; es decir, una ventana de operación muy cerrada (Robledo, 2011).

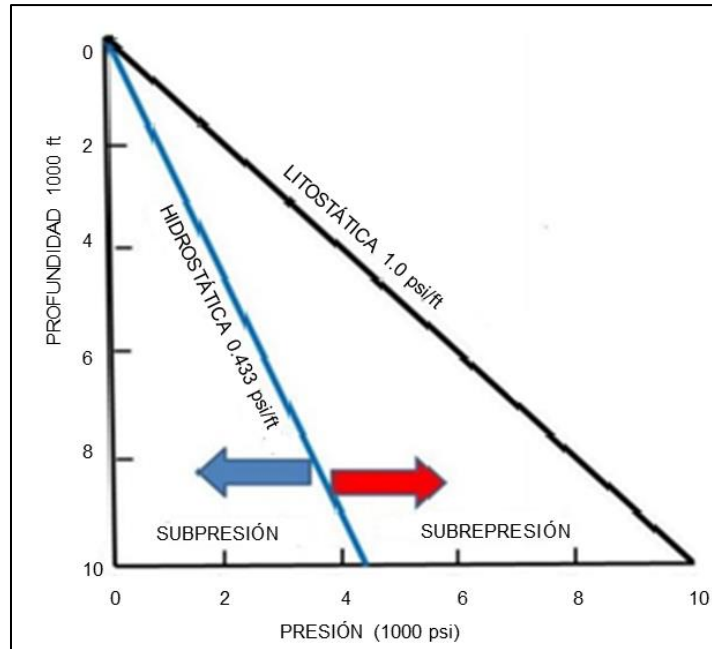


Figura.5.3. Esquema de presiones anormales (García, 2010).

Un entorno geológico hidrostáticamente presurizado es un sistema abierto hidráulicamente, esto significa que es permeable y el fluido se comunica con la formación. El fluido de los poros es libre para escapar durante la compactación, de esta manera la presión del fluido es la presión hidrostática. Un sistema con alta presión de formación, es esencialmente cerrado u obstaculizado, o por lo menos, restringido a la comunicación con el fluido; con el aumento adicional de la carga de sedimentos, el fluido de los poros no puede escapar, o es muy lento, para mantener el equilibrio hidrostático, y el fluido de los poros parcialmente soporta la presión de sobrecarga. La compactación en este caso se retarda y la presión de fluido es más grande que la presión hidrostática.

La característica de este sistema es el grado con que el fluido escapa durante la compactación. En la evolución de la presión de formación, un sello efectivo debe existir cerca del tope de la formación sobrepresionada, que actúe simultáneamente como una barrera de presión. La sobrepresión de una sección se relaciona entre el espesor de las lutitas, la permeabilidad media de la formación, el tiempo transcurrido desde la deposición y el valor de sobrecarga.

Dickson (1951) señaló la primera relación entre la ocurrencia de sobrepresiones y la proporción relativa que hay entre la arena y lutitas en la columna geológica. Señaló que: “Las zonas de presión anormal, ocurren comúnmente en yacimientos porosos aislados dentro de secciones gruesas de lutitas, que se desarrollan por debajo de la secuencia principal de arenas”. La interrelación de todos estos parámetros controla la compactación de los sedimentos, y a su vez, puede producirse una sobrepresión si se limita la compactación. Las arenas altamente permeables, actúan como avenidas de producción para el fluido, y deben ser consideradas como tuberías. La casi ausencia de estas arenas en las secciones gruesas de lutitas reducen la velocidad de remoción del fluido, en comparación con secciones de lutitas más delgadas entre capas de arena (Hottmann, 1965).

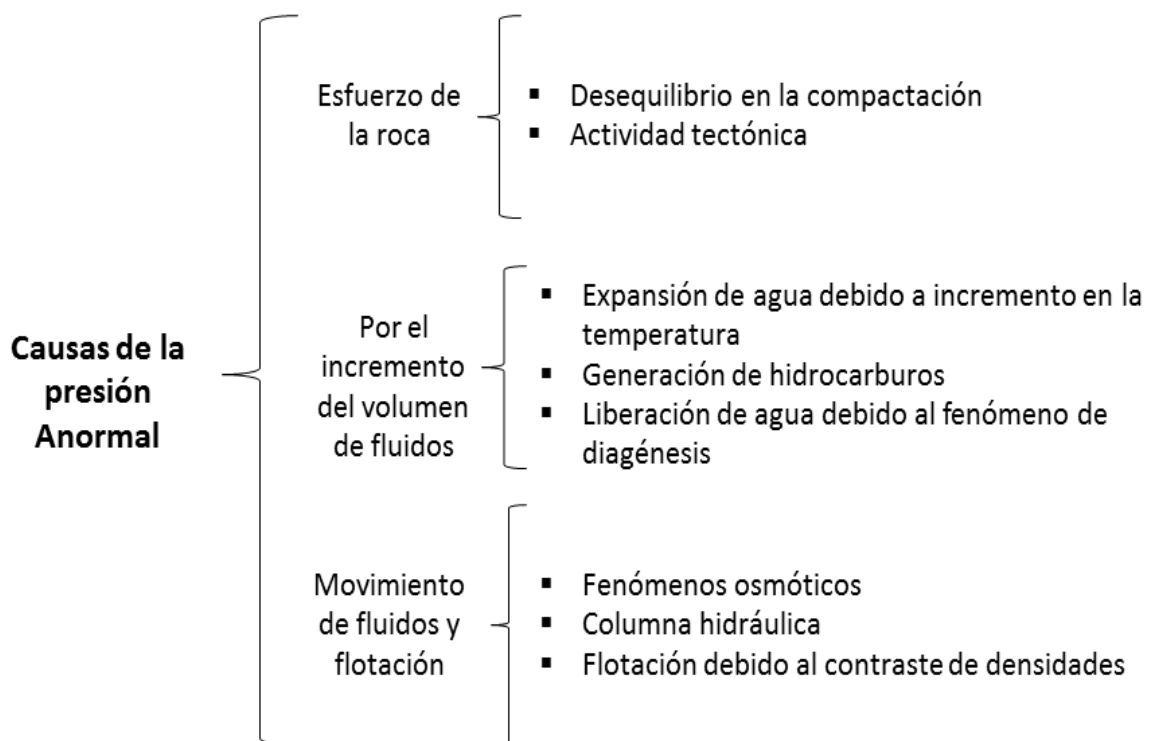


Figura.5.4.Causas de la presión anormal (Velázquez, 2008).

Algunos de los problemas que presenta perforar en yacimientos sobrepresionados son (Thompson, 1993):

- Reventones (Blowouts): Producción incontrolada de fluidos de formación.
- Atascamiento de la tubería: la tubería de perforación se adhiere a los lados del pozo, debido al hinchamiento (alivio de esfuerzos) de las paredes del pozo.
- Cavernas: las altas presiones de poro en formaciones con baja permeabilidad, causan un esfuerzo sobre la roca, lo que genera pequeñas cuevas o vóculos.
- Pérdida de circulación: El aumento en el peso del lodo para controlar la presión de formación, puede provocar fracturamiento en la formación. De manera que el fluido de perforación se fugara por las cavidades que género.

5.5. Proceso de compactación

Para comprender el proceso de compactación ocasionado por el esfuerzo de sobrecarga, en 1948 Terzaghi y Peck plantearon un modelo al que llamaron *consolidación de las capas de arcilla*. En él se observa una lenta compresión de arcillas con el incremento de la carga, una mínima parte de esta lentitud, se debe al ajuste gradual de los granos de roca con el incremento de la presión. Por otra parte, la mayor parte de la lentitud se debe al tiempo necesario para drenar el agua en la arcilla, durante este proceso se reduce la porosidad. La disminución gradual de agua bajo carga constante se le llama *consolidación*. En el proceso de compactación al incrementarse la depositación, la presión de sobrecarga del sistema es mayor, por lo que empuja los sedimentos hacia abajo compactándolos y generando una mayor presión en los fluidos de los poros de las rocas (Hottmann, 1965).

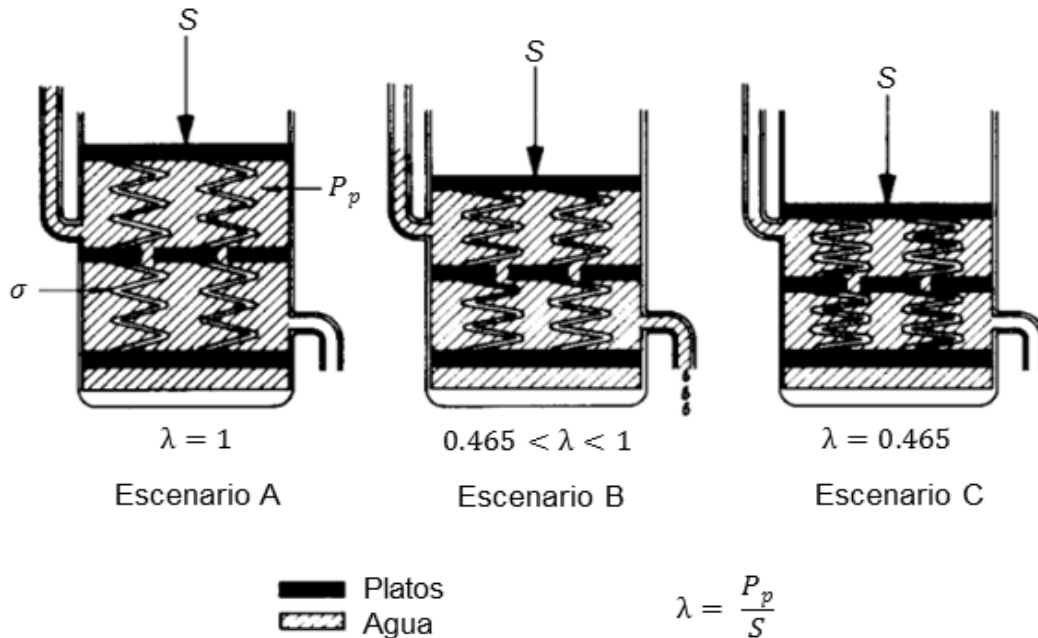


Figura. 5.5. Modelo de simulación de la compactación de las arcillas saturadas con agua (Terzaghi y Peck, 1948).

En el trabajo de Terzaghi y Peck (1984) se simuló la compactación de las arcillas saturadas con agua. El experimento consiste en un cilindro con platos de metal perforados y separados entre sí por resortes y agua. El esfuerzo de sobrecarga (S), se simula mediante la aplicación de fuerza con un pistón, los resortes representan el contacto entre las partículas de arcilla y la comunicación se simula con los platos perforados. El cilindro está equipado con una válvula de drenaje y un indicador de presión. En el escenario A, de la **Figura.5.5** se aplica una presión con el pistón sobre el plato superior, el cual representa el incremento en el esfuerzo de sobrecarga (S) y para este caso la altura de los resortes permanece sin cambio, ya que se mantiene cerrada la válvula de drenaje, la cual no permite que el agua del sistema escape. Por lo tanto, el agua en un principio soporta toda la carga incrementando su presión (lo que equivaldría al incremento de la presión de poro en una formación). De forma práctica y para un mejor análisis de las presiones, se define la variable λ , que es la relación de la presión del fluido o presión de poro (p_p) respecto al esfuerzo de sobrecarga:

$$\lambda = \frac{p_p}{S} , \dots \dots \dots (5)$$

Para la etapa A, el valor de λ es uno, esto significa que el sistema está sobrepresionado, es decir, que el esfuerzo de sobrecarga es igual a la presión de poro, lo que simboliza que el agua se está sobrepresionando al soportar toda la presión ejercida por la sobrecarga. En el escenario B, cuando al agua se le permite escapar del sistema (abriendo la válvula), los platos se desplazan ligeramente hacia abajo, lo cual representa la compactación del sistema, y los resortes soportarán parte del esfuerzo aplicado; por lo tanto, conforme más agua se escape del sistema, los resortes soportarán una mayor parte de este esfuerzo y λ será menor que uno.

En el escenario C, el agua se expulsa totalmente del sistema por lo que el agua residual y el resorte estarán en total equilibrio. La carga aplicada la soporta casi totalmente el esfuerzo generado en los resortes y la presión del agua es causada por la presión hidrostática. El valor de λ es aproximadamente igual a 0.465 psi/pie, este valor se toma debido a que la experiencia muestra, que es muy próximo al valor del gradiente de presión normal para la costa de Luisiana, que es el valor que usaron de referencia los autores Hottman y Jonhson en 1965 (Ramos, 2016).

5.6. Esfuerzo Efectivo

El esfuerzo efectivo ejercido por la arcilla porosa tiene una relación directamente proporcional con el grado de compactación. Una medida útil del grado de compactación de las arcillas es la porosidad, la cual se define como la relación entre el volumen de poro y el volumen total.

El esfuerzo efectivo regula el proceso de compactación de los sedimentos, dando lugar a diferentes tipos y valores de porosidad para una misma litología (Velázquez, 2008).

5.7. Mecánica de la Pérdida de Circulación

Se define como pérdida de circulación en el pozo al flujo del fluido de control, o de lechadas de cemento, desde el pozo hacia el interior de las formaciones que se atraviesan durante las etapas de perforación y cementación. La pérdida de circulación es una situación donde retorna una cantidad menor de fluido de perforación que el bombeado dentro del pozo, es decir, cuando ocurre la pérdida de circulación parte del fluido de perforación se va hacia la formación. Esta situación da lugar a tiempos no productivos enfocados a recuperar la circulación. Este tipo de pérdidas es responsable de alrededor del 10% del tiempo no productivo de la perforación de pozos en el Golfo de México entre 1993 y 2003 (Lavrov, 2016).

Dichas pérdidas pueden ser naturales o inducidas; la primera se presenta principalmente cuando se atraviesan formaciones no consolidadas, altamente permeables, con fracturas naturales, cavernosas o vugulares. La segunda se da principalmente cuando se genera una fractura en la formación que se está atravesando, debido a que se genera al exceder el gradiente de fractura, por ejemplo al circular el lodo con alta presión o por sacar y meter la tubería a alta velocidad.

En un pozo perforado en una formación permeable, si la presión del pozo es menor que la presión de la formación, los fluidos ingresarán hacia el pozo; en las operaciones de perforación, esto se denomina generalmente una "manifestación". Cuando ocurre este fenómeno, tiene aplicarse una mayor presión en el pozo para controlar el flujo, normalmente esto se llama control del pozo. Si este flujo se produce de manera incontrolada, la manifestación se convierte en un reventón (Blowout). En consecuencia, es necesario mantener una presión del pozo por encima de la presión de la formación (Encarnación, 2013).

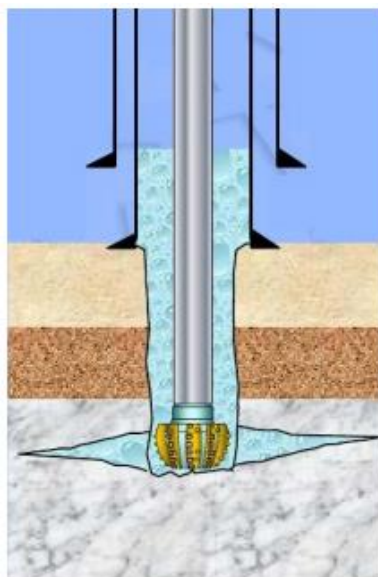


Figura.5.6. Pérdida de Circulación a través del sistema Fracturado (Raafat, 2004).

La pérdida de circulación se presenta como resultado de las situaciones siguientes:

- Formaciones de alta permeabilidad.
- Formaciones no consolidadas.
- Formaciones altamente fracturadas o cavernosas o vugulares.
- Formaciones con fracturas inducidas.

Las zonas de pérdida de circulación con fracturas inducidas se clasifican en verticales y horizontales. Las horizontales se presentan a profundidades que van desde 762 m, hasta 1220 m, a mayor profundidad normalmente se harán verticales. Para poder inducir una fractura horizontal es necesario vencer la presión de sobrecarga y el esfuerzo compresivo de la roca, lo cual requiere densidades de lodo equivalentes a 2.33 gr/cm^3 o mayores. En cambio para producir fracturas verticales no es necesario vencer el esfuerzo de sobrecarga, por lo que las presiones requeridas son menores (Solano, 1989).

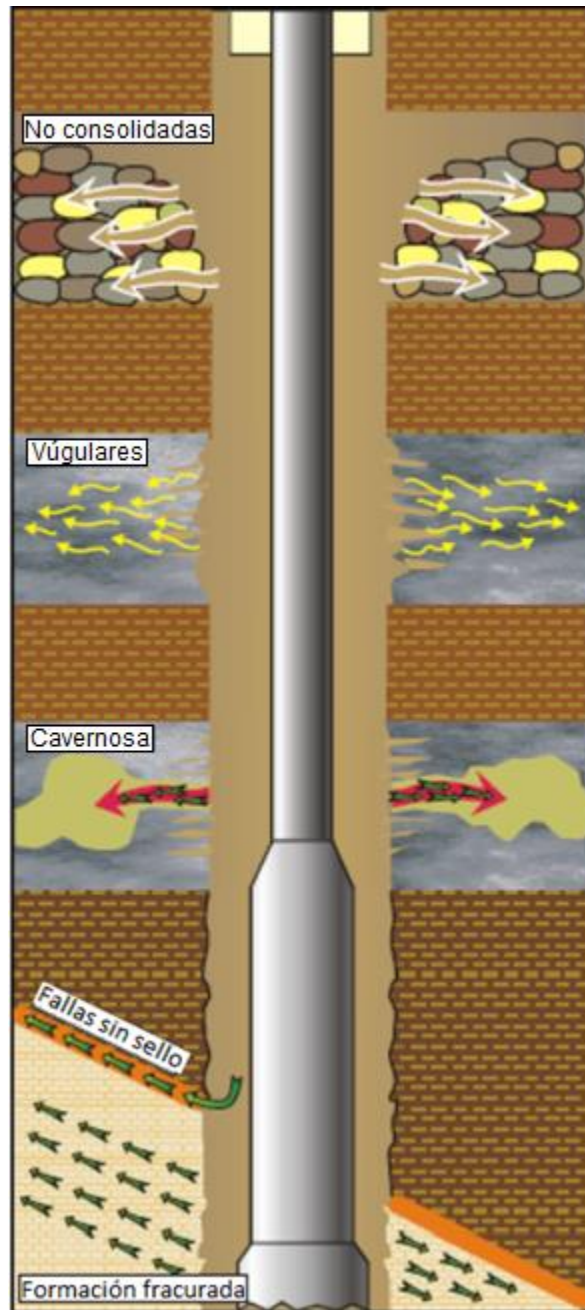


Figura 5.7. Zonas potenciales donde pueden ocurrir pérdidas de circulación (Encarnación, 2013).

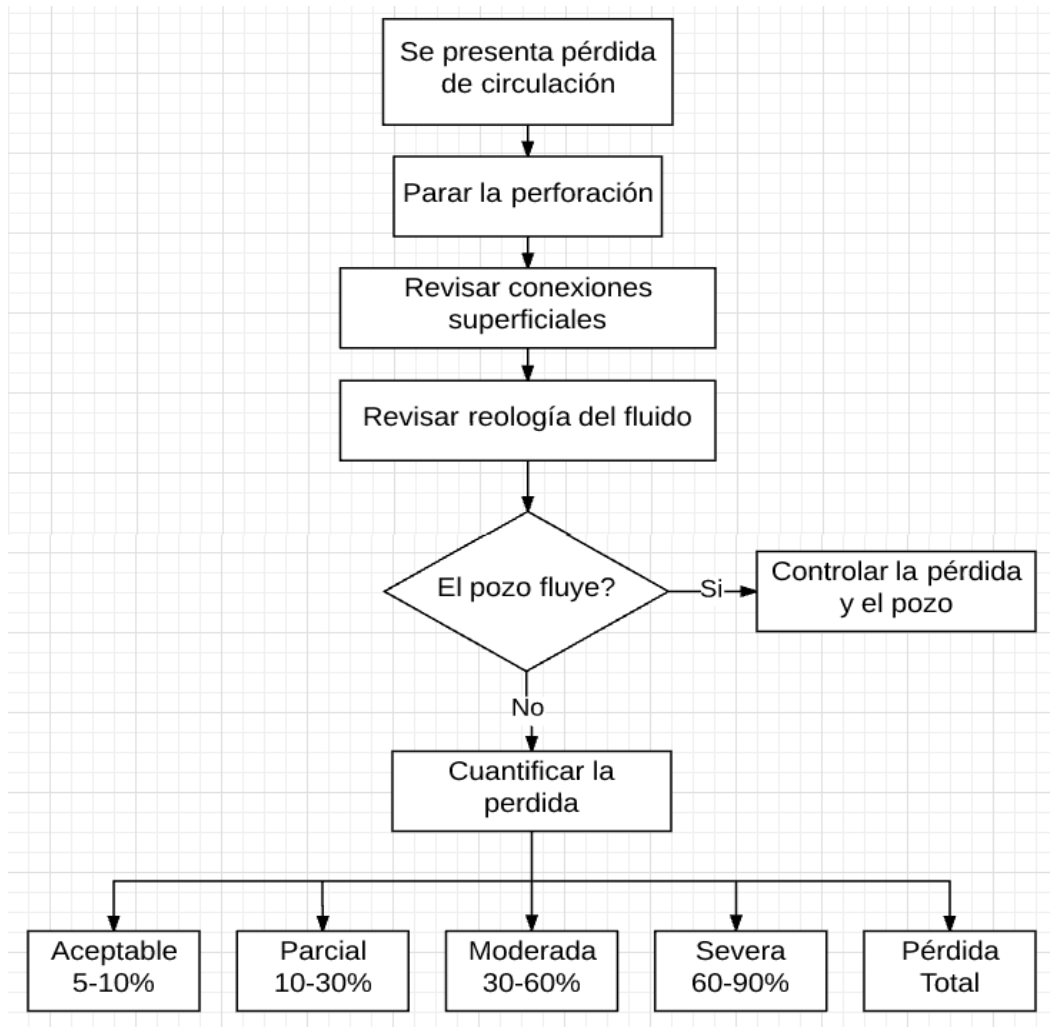


Figura.5.8. Base del Procedimiento Operativo (Imagen modificada de Espinosa et al., 2005)

Una vez que se ha detectado o que se tenga la sospecha de una pérdida de fluido de perforación se tendrá que seguir el procedimiento siguiente:

1. Parar la perforación para evaluar y observar el recorte de formación y así definir las características físicas de la arena (tipos de formación, material cementante, tamaño, color, consistencia, forma, etc.).
2. Analizar los pozos de correlación.
3. Revisar las conexiones superficiales para desechar posibles fugas o mal manejo de equipo.

4. Revisar las condiciones reológicas del fluido, debido a que afectan directamente las caídas de presión, incrementando la densidad equivalente de circulación (DEC).
5. Evaluar la pérdida dependiendo del porcentaje de fluido perdido (Espinosa et al., 2005).

Algunas zonas de pérdida de circulación están asociadas a formaciones de determinada edad geológica, por lo cual, si se cuenta con la columna geológica de los pozos vecinos, es una manera práctica de aproximarse a la profundidad en la que se presentara las pérdidas de circulación.

Actualmente se cuenta con diversos métodos, tanto directos como indirectos para determinar la zona de transición (Solano, 1989):

- Métodos indirectos:
 1. Datos sísmicos.
 2. Registros geofísicos.

- Métodos directos:
 1. Parámetros de perforación.
 2. Densidad de las lutitas.
 3. Pruebas de goteo e integridad.
 4. Densidades del lodo.

6. Comportamiento Reológico

6.1. Reología de los Fluidos No Newtonianos

De acuerdo con su comportamiento bajo la acción de un esfuerzo cortante y la velocidad de corte inducida, los fluidos se clasifican como fluidos newtonianos y fluidos no-newtonianos. La mayoría de los fluidos de perforación son fluidos no newtonianos, es decir, no cumplen con la ley de Newton. Por lo que el esfuerzo de corte no es lineal con la velocidad de corte.

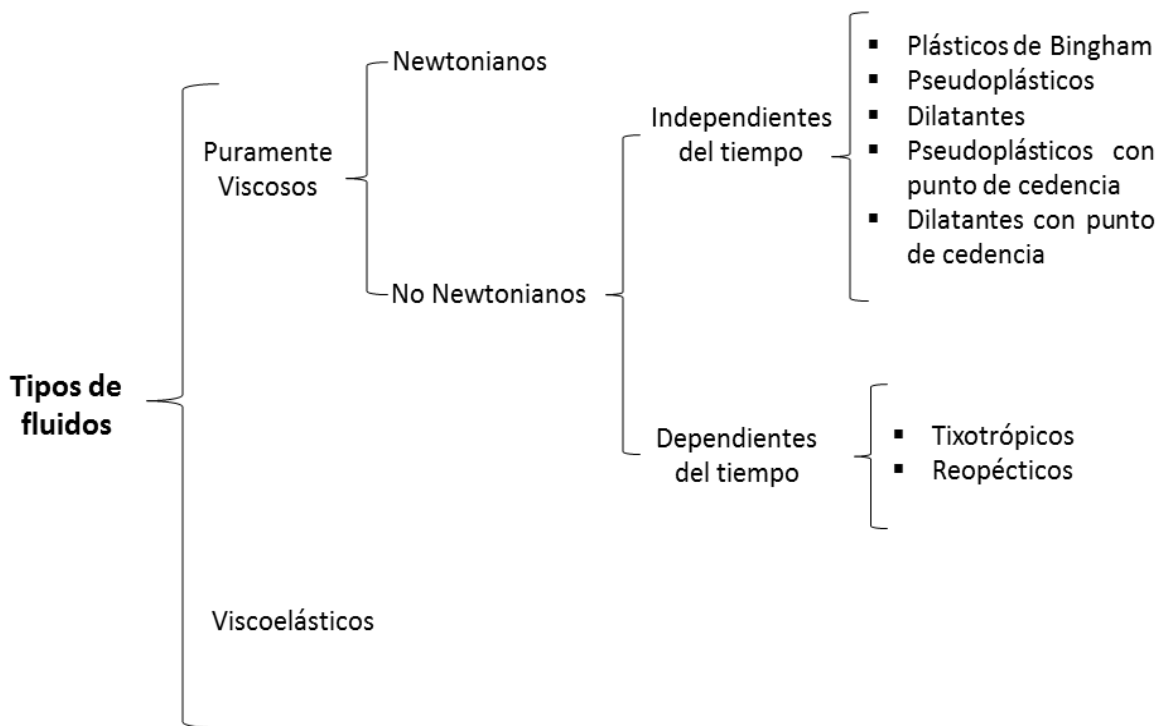


Figura.6.1. Clasificación de los diferentes tipos de fluidos (Gómez, 2008).

6.2. Fluidos Newtonianos: Son aquellos fluidos que siguen la ley de Newton. En estos fluidos, el esfuerzo de corte es directamente proporcional a la velocidad de corte, como se muestra en la **Figura.6.2**.

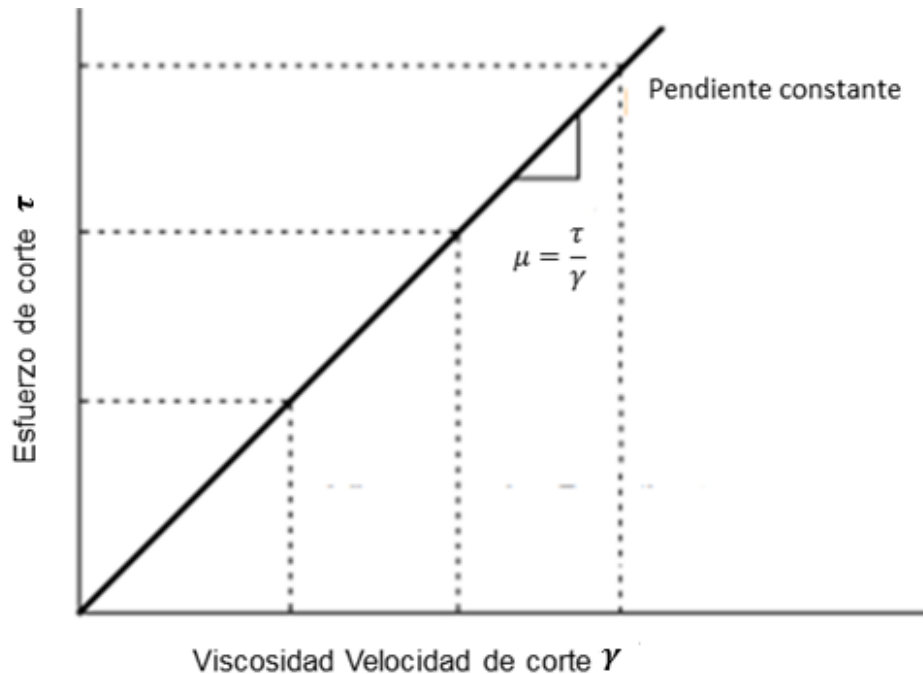


Figura.6.2. Grafica esfuerzo de corte vs Velocidad de corte (Villarreal, 2009).

6.3. Fluidos no newtonianos independientes del tiempo:

Plásticos de Bingham: Este modelo describe cuya relación entre esfuerzo de corte y velocidad de corte es lineal, una vez que el punto de cedencia o límite de fluencia, τ_0 , es excedido, para posteriormente comportarse de forma semejante a un fluido newtoniano.

Fluidos Pseudoplásticos: Son aquellos en los que la viscosidad aparente disminuye a medida que aumenta la velocidad de deformación.

Fluidos Dilatantes: Son aquellos en los que la viscosidad se incrementa proporcionalmente a la velocidad de corte.

Fluidos Pseudoplásticos y Dilatantes con Punto de Cedencia: Son aquellos fluidos que exhiben un esfuerzo inicial finito o punto de cedencia, como en el caso de los fluidos plásticos de Bingham; una vez que el esfuerzo de cedencia se ha excedido, su comportamiento esfuerzo-deformación se asemeja al comportamiento de los fluidos pseudoplásticos o dilatantes (Gómez, 2008).

6.4. Fluidos No newtonianos dependientes del tiempo

Tixotrópicos: Los fluidos tixotrópicos son aquellos fluidos en los cuales el esfuerzo cortante y la viscosidad efectiva decrecen con la duración del corte. Algunos ejemplos de este tipo de fluidos, son la salsa de tomate o el yogurt.

Viscoelásticos: Corresponde al comportamiento intermedio entre un sólido elástico donde el esfuerzo aplicado es proporcional a la deformación resultante y a un líquido. Un ejemplo de este tipo de fluido sería la gelatina o el helado (Guyon, 2001).

6.5. Modelos Reológicos para Fluidos No-Newtonianos.

Los modelos reológicos permiten una descripción matemática del comportamiento que existe entre el esfuerzo de corte y la velocidad de corte. Cada modelo sirve para determinado tipo de fluido.

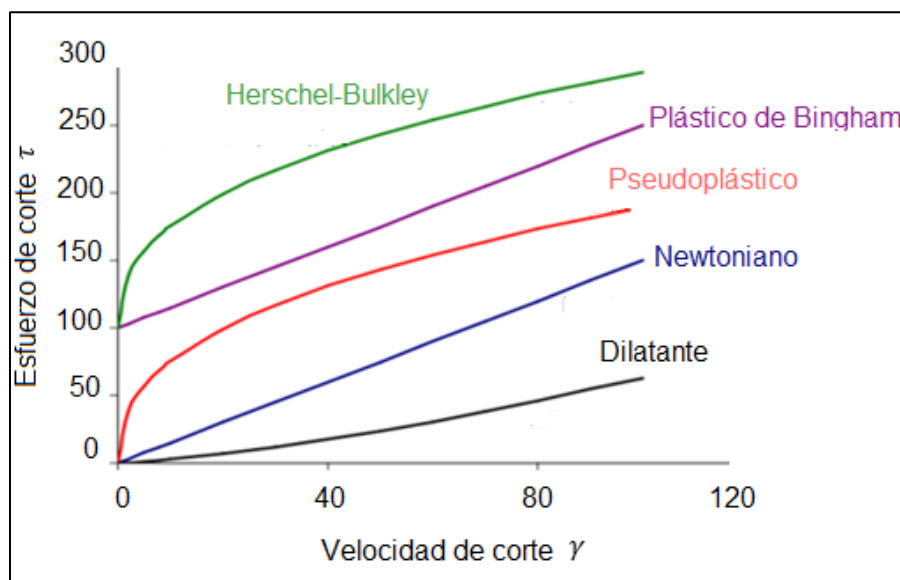


Figura.6.3. Comportamiento reológico de acuerdo a la velocidad de corte Vs. esfuerzo cortante (Imagen modificada de Sánchez, 2016).

El modelo del plástico de Bingham (1922) fue el primer modelo de dos parámetros que ganó amplia aceptación en la industria de la perforación y es fácil de visualizar, sin embargo, no representa con precisión el comportamiento del fluido

de perforación a velocidades de corte muy bajas (en el espacio anular) o velocidades de corte muy alta (en la barrena).

$$\tau = \tau_0 + \eta\gamma \quad , \dots \dots \dots (6)$$

τ = Esfuerzo de corte, N/m^2 ; *Pascales*

τ_0 = Punto de cedencia, N/m^2 ; *Pascales*

η = Viscosidad plástica, *Pascales·s*

$\gamma = \frac{dx}{dy}$ = Rapidez de deformación o Velocidad de corte, s^{-1} .

El modelo de Herschel-Bulkley (1926): Este modelo define un fluido por medio de tres parámetros y puede describirse matemáticamente de la siguiente manera:

$$\tau = \tau_0 + K\gamma^n \quad , \dots \dots \dots (7)$$

n = Índice de comportamiento del fluido

K = Índice de consistencia, $Pa \cdot s^n$

El modelo de Herschel-Bulkley también llamado “Ley de potencia modificada”, resuelve el problema de la subestimación de la viscosidad a bajas velocidades de corte. Se utiliza para describir el flujo de fluidos de perforación pseudoplásticos, en los que requieren romper el punto de cedencia para iniciar el flujo. El modelo de Herschel-Bulkley es en muchos sentidos un híbrido entre los modelos de plástico de Bingham y ley de potencia.

El Modelo de Ostwald de Waele o Ley de Potencia (de Waele, 1923 y Ostwald, 1925) es una mejor representación del comportamiento de un fluido de perforación, considera una relación entre la viscosidad y la velocidad de corte representada por:

$$\tau = K\gamma^n \quad , \dots \dots \dots (8)$$

El modelo de ley de potencia, puede usarse para describir el comportamiento de tres modelos de flujo insertando el valor apropiado para el índice de comportamiento n :

- Fluidos pseudoplásticos: $n < 1$, la viscosidad efectiva disminuye con la velocidad de corte.
- Newtoniano: $n = 1$, la viscosidad es constante para cualquier velocidad de corte.
- Dilatante: $n > 1$, la viscosidad efectiva aumenta con la velocidad de corte.

El modelo de Ley de potencia proporciona más información en condiciones de velocidad de corte baja, pero todavía tiene una debilidad al representar los resultados a velocidades de corte altas. Como ya se mencionó, se utilizó un modelo reológico de ley de potencia para el presente trabajo. Se emplearon diferentes valores de n todos menores a 1, es decir se simuló el comportamiento de un tipo de fluido pseudoplástico. Cuanto más bajo es el valor de n , menos newtoniano es el fluido y mayor es la reducción de viscosidad por esfuerzo de corte. La incorporación de sólidos al sistema hacen al fluido menos newtoniano y el valor del índice de comportamiento resulta menor a 1.0. Los lodos altamente dispersos tienen valores de n que varían entre 0.7 y 0.9, y los polímeros, que son los que realmente experimentan mayor adelgazamiento por corte, tienen valores alrededor de 0.2 (Prieto, 2010).

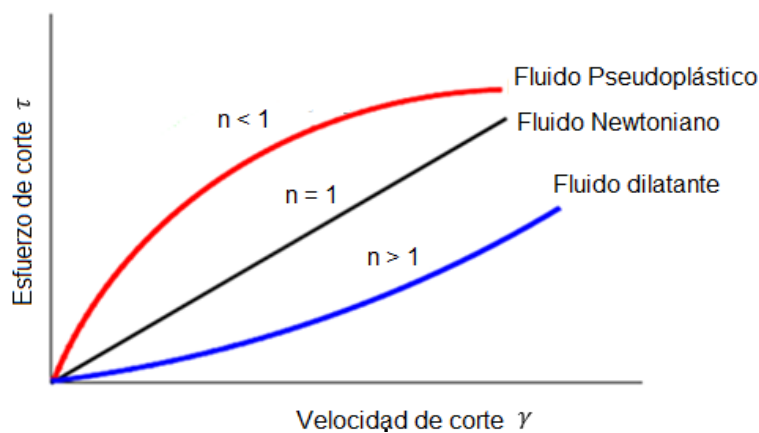


Figura.6.4. Comportamiento reológico a partir de la constante "n" (Imagen modificada de Villarreal, 2009).

El que un fluido de perforación cambie su comportamiento a partir de las velocidades de corte, es una de las propiedades primordiales para el arrastre de recortes de la perforación.

El efecto de n sobre el perfil de flujo y el perfil de velocidad es muy importante para los fluidos no newtonianos que disminuyen su viscosidad con el esfuerzo de corte. A medida que el perfil de viscosidad se aplanan, la velocidad del fluido aumenta sobre un área más grande del espacio anular, lo cual aumenta considerablemente la limpieza del pozo. Esta es una de las razones por las cuales los fluidos de bajo valor de n como Flo-Pro proporcionan una limpieza de pozo tan buena.

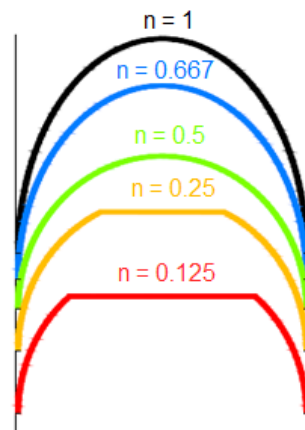


Figura.6.5. Comportamiento del flujo de acuerdo al índice n en el espacio anular (Villarreal, 2009).

La mayoría de los fluidos de perforación tienen un comportamiento entre los descritos por el modelo Newtoniano y el plástico de Bingham, este tipo de comportamiento se denomina "pseudoplástico". La denominación se aplica a aquellos fluidos que no poseen punto de cedencia; sus curvas no son lineales, pero se aproximan a altas velocidades de corte. Por ejemplo, si las lecturas tomadas a altas velocidades de corte fueran extrapoladas parecería que hay punto de cedencia, similar al plástico de Bingham.

El índice de consistencia k es un término semejante a la viscosidad e indicativo de la consistencia del fluido. Es decir, si el valor de k es alto, el fluido es más "viscoso" y viceversa. En tanto que el índice de comportamiento de flujo n , es una

medida de la no-newtonianidad del fluido, para el modelo de ley de potencia tiene un valor menor al de uno en el presente trabajo. Entre más alejado de la unidad sea el valor de n , más no-newtoniano es el comportamiento del fluido. El término γ se refiere al gradiente de velocidad.

El modelo reológico de ley de potencia es más útil para este tipo de casos, por lo que provee resultados más confiables a bajas velocidades de corte (<3 rpm). Un fluido de perforación tiende a tener un comportamiento entre el modelo de ley de potencias y el plástico de Bingham.

En el caso para ley de potencia el cálculo para n , se calcula utilizando las ecuaciones establecidas en la norma API-RP13D.

El cálculo *de n* en la tubería de perforación (*p*):

$$n_p = 3.32 \log \frac{R_{600}}{R_{300}} \dots\dots\dots (9)$$

El cálculo *de n* en el espacio anular (*a*):

$$n_a = 0.657 \log \frac{R_{100}}{R_3} \dots\dots\dots (10)$$

Para el índice de consistencia *k* para diferentes condiciones.

k en la tubería de perforación (*p*):

$$k_p = 5.11 \frac{R_{600}}{1022^{n_p}} \dots\dots\dots (11)$$

k en el espacio anular (*a*):

$$k_a = 5.11 \frac{R_{100}}{170.2^{n_a}} \dots\dots\dots (12)$$

R_{600} = Lectura de 600 RPM del viscosímetro Fan35.

R_{100} = Lectura de 100 RPM del viscosímetro Fan35.

R_{300} = Lectura de 300 RPM del viscosímetro Fan35.

R_3 = Lectura de 3 RPM del viscosímetro Fan35.

R_{100} = Lectura de 100 RPM del viscosímetro Fan35.

La ecuación para el cálculo de la viscosidad efectiva por medio del modelo reológico de ley de potencia se obtiene de acuerdo a la fórmula establecida por la norma API-RP13D:

$$\mu_e = 100k\gamma^{n-1} , \dots \dots \dots (13)$$

La viscosidad efectiva en una tubería se estima por la Eq.14:

$$\mu_{ep} = 100k_p \left(\frac{96V_p}{D} \right)^{(n_p-1)} \left(\frac{3n_p + 1}{4n_p} \right)^{(n_p)} , \dots \dots \dots (14)$$

$$v_p = \left(\frac{0.408q}{D^2} \right) , \dots \dots \dots (15)$$

q = Velocidad de flujo volumétrico (Gal/min).

v_p = Velocidad media del fluido en la tubería (ft/sec).

D = Diámetro interno de la tubería (in).

n_p = Índice de comportamiento del fluido en la tubería de perforación.

k_p = Índice de consistencia en la tubería de perforación (dyna·sⁿ/cm²).

La viscosidad efectiva en el espacio anular en centipoises está dada por la ecuación siguiente:

$$\mu_{ea} = 100k_a \left(\frac{144V_a}{D_2 - D_1} \right)^{(n_a-1)} \left(\frac{2n_a + 1}{3n_a} \right)^{(n_a)} , \dots \dots \dots (16)$$

$$v_a = \left(\frac{0.408 * q}{D_2^2 - D_1^2} \right) , \dots \dots \dots (17)$$

v_a = Velocidad media del fluido en el espacio anular (ft/sec).

k_a = Índice de consistencia en el espacio anular (dyna·secⁿ/cm²).

D_1 = Diámetro interno en el espacio anular (in).

D_2 = Diámetro externo en el espacio anular (in).

n_a = Índice de comportamiento del fluido, en el espacio anular.

6.6. Uso de espumas como fluido de perforación

Hoy en día existe un gran volumen de reservas en yacimientos de baja presión donde la utilización de fluidos de perforación con una densidad más alta que la requerida podría dar lugar a una pérdida parcial o total de fluido en la formación. Estos yacimientos solían operarse en condiciones de perforación bajo balance (UBD), para evitar efectos tales como un aumento en los costos de perforación, fracturar potencialmente a la formación, daño a la formación, y finalmente la pérdida potencial del pozo. Una de las opciones más utilizadas en estas operaciones es el uso de espumas para perforar (Rojas, 2002).

A continuación se presentan las ventajas y desventajas de la técnica de inyección de espuma estable como fluido de perforación:

Ventajas:

- La técnica no requiere de equipo adicional en el fondo del pozo.
- Casi todo el espacio anular se llena con espuma, por lo tanto, se pueden lograr bajas presiones de fondo de pozo.
- Ya que la estructura de las burbujas de la espuma de perforación estable tienen un alto punto cedente, estas estructuras pueden soportar los

recortes de roca en suspensión cuando las operaciones de perforación son interrumpidas para hacer conexiones. La espuma estable tiene de siete a ocho veces la capacidad de acarreo de recortes que el agua.

- Los recortes retirados de la espuma en la superficie son fáciles de analizar, lo que permite recabar información acerca de las propiedades de la roca.

Desventajas:

- La inyección de gas para la espuma estable no puede ser continuada cuando la circulación es interrumpida durante las conexiones y los viajes. Por lo tanto, esto puede dificultar el mantener las condiciones de bajo balance durante estas operaciones.
- Dado que el gas inyectado es atrapado bajo la presión dentro de la sarta de perforación por los diferentes flotadores, debe darse el tiempo suficiente para permitir la purga del aire cuando se realizan las conexiones y viajes.
- El flujo por el interior de la sarta de perforación es multifásico, por lo tanto, se presentan altas caídas de presión por fricción en la tubería. Las altas caídas de presión resultan en altas presiones de las bombas y compresores durante la inyección.
- La fase gaseosa en la espuma estable atenúa los pulsos de los sistemas convencionales MWD (measure while drilling). Por lo tanto, el pulso de telemetría convencional MWD no puede ser utilizado (Méndez et al., 2012).

La textura de la espuma (una medida del volumen de las burbujas), es un factor clave para determinar las propiedades del flujo de espuma siguientes a través de capilares.

1. Si la espuma existe como una masa de espuma o como una cadena de burbujas donde cada par de burbujas están separadas por una lamela individual.
2. El número de lamelas por unidad de longitud del capilar.
3. El radio de curvatura de la interface liquido-gas.

La viscosidad aparente es la suma de estas tres contribuciones.

1. A partir de los tapones de flujo entre las burbujas.
2. La resistencia a la deformación de la interfaz de una burbuja a través de un capilar.
3. El gradiente de tensión de la superficie que resulta cuando la superficie activa del material es barrido desde el frente de una burbuja y se acumula en la parte posterior de la misma.

Hirasaki y Lawson (1985) describieron un modelo matemático para la viscosidad aparente en un tubo capilar liso lo suficientemente grande, como para que las burbujas viajen secuencialmente a lo largo de este. Se encontró que la variable más importante, que afecta a la viscosidad aparente de la espuma en capilares lisos y uniformes, es la textura de la espuma o el tamaño de burbuja, lo que determina el número de interfaces por unidad de longitud como se observa en la **Figura.6.6**. Los cambios dinámicos en estas interfaces influyen fuertemente en la viscosidad aparente (Hirasaki y Lawson, 1985).

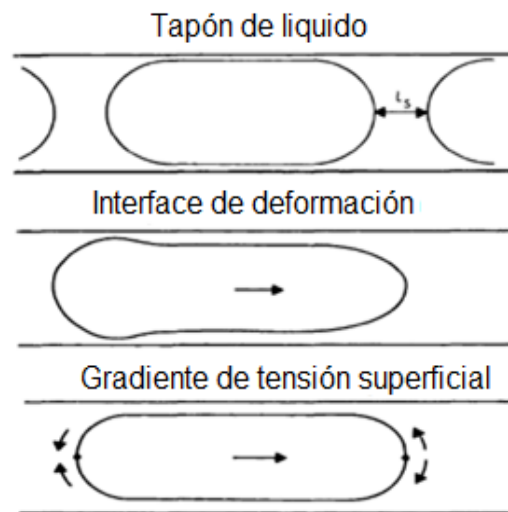


Figura.6.6. Mecanismos que afectan la viscosidad aparente de la espuma (Imagen modificada de Hirasaki y Lawson, 1985)

Las espumas se disgregan como resultado del drenaje líquido de las paredes de la burbuja, hasta alcanzar un espesor de la pared muy fino, siendo suficiente el movimiento, al azar, de las moléculas del disolvente, para originar la disgregación de la película. Algunos de los factores que inducen la dilución de la pared de la burbuja (Pernía et al., 1991):

- 1) Drenaje, debido a la acción de la gravedad.
- 2) Evaporación de la superficie.
- 3) Choque mecánico y térmico.
- 4) Drenaje, debido a la curvatura de la película.

Factores que evitan la dilución de la pared de la burbuja.

- 1) Alta viscosidad de la película.
- 2) Permeabilidad.
- 3) Repulsión electrostática.
- 4) Elasticidad de la superficie.

El porcentaje de volumen de la fase gaseosa en la espuma es conocido como calidad de la espuma, usualmente a condiciones estáticas en el fondo de pozo y se calcula por medio de la ecuación siguiente (Schramm, 1994):

$$Q = \frac{V_g}{V_g + V_l} \quad , \dots \dots \dots (18)$$

V_l = Volumen de líquido.

V_g = Volumen de gas

Q = Calidad de la espuma

6.7. Reología de la espuma

En comparación con los fluidos de perforación convencionales (incompresibles), poco se conocen las propiedades hidráulicas y reológicas de los fluidos de perforación espumados. Los complejos mecanismos de flujo implicados en la circulación de un fluido de perforación compresible hacen muy difícil la combinación óptima de las tasas de inyección de líquido y de gas. El modelado reológico de la espuma es la cuestión clave en el diseño hidráulico, con el fin de predecir con exactitud la presión del fondo del pozo y optimizar las diferentes variables controlables para un rendimiento de transporte de corte efectivo (Ozbayoglu, 2002).

El concepto de reología de la espuma fue discutido por primera vez por Sibree (1934). Encontró que la viscosidad aparente de la espuma era mayor que la de cada uno de sus componentes. También encontró que la espuma muestra un comportamiento newtoniano por debajo del valor de esfuerzo cortante crítico (esfuerzo cortante necesario para iniciar el movimiento de las partículas), y por encima de este valor tiene un comportamiento de flujo de tapón.

El estudio del comportamiento de la espuma contra incendios por Grove et al. (1951) produjo uno de los primeros artículos y más esclarecedores sobre la reología de la espuma. Mediante la medición de los efectos de la presión, esfuerzo cortante y calidad de la espuma sobre la viscosidad aparente, indicaron que a altas velocidades de corte, la viscosidad aparente es independiente de éstas. También encontraron que a presiones constantes la viscosidad depende en gran medida de la calidad de la espuma (Rehm et al., 2012).

El estudio de Raza y Marsden (1967) sobre espumas con calidades que oscilaban entre 0.7 y 0.96 indicó que la espuma muestra un comportamiento pseudoplástico por debajo de la velocidad crítica (velocidad por debajo de la cual toda turbulencia es amortiguada por acción de la viscosidad del fluido), y un comportamiento de flujo tapón por encima de eso.

El desarrollo teórico de Einstein (1906) fue el primer tratamiento matemático de los problemas reológicos en la espuma; describe el comportamiento de la viscosidad de la espuma para un intervalo de calidad de 0 a 0.54.

$$\mu_f = \mu_L (1 + 2.5\Gamma) \quad , \dots \dots \dots (19)$$

μ_f = Viscosidad efectiva de la Espuma (lb·sec/ft²).

μ_L = Viscosidad efectiva del Líquido (lb·sec/ft²).

Γ = Calidad de la Espuma.

Hatschek (1910) desarrolló un modelo de reología de la espuma basado en la ley de Stokes para calidades de espuma entre 0 y 0.74 como (Rehm et al., 2012):

$$\mu_f = \mu_L (1 + 4.5\Gamma) \quad , \dots \dots \dots (20)$$

También describió la viscosidad de la espuma para calidades entre 0.74 y 0.99 como:

$$\mu_f = \mu_L \left(\frac{1}{1 - \Gamma^{\frac{1}{3}}} \right) \quad , \dots \dots \dots (21)$$

Mitchel (1969) desarrolló su modelo basado en un flujo tipo Poiseuille generalizado para un fluido no-newtoniano. El propuso dos ecuaciones derivadas empíricamente para la viscosidad de la espuma. Las ecuaciones de la viscosidad de la espuma para calidades desde 0 a 0.54.

$$\mu_f = \mu_L (1 + 3.6\Gamma) \quad , \dots \dots \dots (22)$$

Hasta intervalos de calidad que van de 0.54 a 0.98:

$$\mu_f = \mu_L \left(\frac{1}{1 - \Gamma^{0.49}} \right) \quad , \dots \dots \dots (23)$$

Beyer (1972) fue el primero en presentar un modelo basado en pruebas tanto de laboratorio como a escala piloto. Formuló un modelo reológico a partir de datos

experimentales. Sus observaciones sugieren que la espuma se comporta como un fluido plástico de Bingham

Por otra parte, Sanghani e Ikoku (1983) determinaron experimentalmente la reología de la espuma con un viscosímetro anular concéntrico, el cual simulaba las condiciones del pozo. Concluyeron que la espuma es un fluido pseudoplástico de ley de potencias con un índice de comportamiento “n” e índice de consistencia “K” en función de la calidad de la espuma, como se observa en la **Tabla.6.2** (Méndez et al., 2012):

Tabla 6.2. Rango de valores para espuma en función del modelo de Ley de Potencia.

Rango de calidad	Calidad promedio	"K"	"n"
96-97.7	97	2.566	0.326
94-96	95	3.323	0.29
91-92	91.5	6.155	0.187
89-91	90	5.647	0.2
84-86	85	4.958	0.214
79-81	80	3.635	0.262
77-88	77.5	3.343	0.273
74-76	75	2.918	0.295
72-73	71.5	2.8716	0.293
69-71	70	2.777	0.295
65-58	67	2.766	0.29
"K" = Índice de consistencia "n" = Índice de comportamiento de flujo			

Sanghani (1982) llevó a cabo un experimento con un viscosímetro anular concéntrico para simular las condiciones reales cerca del pozo. Él encontró que el modelo de ley de potencia fue estadísticamente superior al modelo de Bingham en la correlación de sus datos. También llegó a la conclusión de que la espuma es pseudoplástica a bajas velocidades de corte y fluido plástico de Bingham a altas velocidades de corte (Méndez et al., 2012).

7. Modelo estático

La simulación numérica se ha convertido en la herramienta de administración de yacimientos para todas sus etapas de vida. Para el modelado numérico del pozo se consideró una geometría cartesiana.

El modelo estático en dos dimensiones para este problema está formado por un pozo y una red de fracturas ordenadas en una cuadrícula, en donde es posible agregarle una falla. Adicionalmente se considera que la porosidad en la matriz es despreciable.

En este capítulo, se describe el modelo estático del yacimiento y se definen las variables y la notación que serán utilizadas más adelante en el desarrollo del código numérico.

7.1. Modelo del yacimiento

Considere un yacimiento en dos dimensiones de altura “Hr” y ancho “Wr”. Está formado por una matriz de permeabilidad despreciable y una red de fracturas en un arreglo cuadrado, en donde el número de fracturas totales está dado por la ecuación $2i_{max}(j_{max} - 1)$ ver **Figura 7.1**.

Para la apertura de fractura se utiliza una distribución probabilística log-normal, para ello, es necesario generar una población de valores uniformes, se crean dos series de valores uniformes en el rango de 0 a 1, denominados U_1 y U_2 , respectivamente. Esta población necesita ser transformada en una distribución normal estándar; esto se logrará utilizando el algoritmo de Box-Müller (Clerc, 2015):

$$X = (\sqrt{-2 \ln U_1} \cos 2\pi U_2) , \dots \dots \dots (24)$$

Dado que para esta fórmula se necesita una media de cero y una desviación estándar de 1, se realiza una modificación al algoritmo que permita generar una media y una desviación estándar con valores diferentes a los condicionados.

$$h_i = \sigma X + \mu \quad , \dots \dots \dots \quad (25)$$

Donde σ y μ son la desviación estándar y la media respectivamente, cuyos valores son predeterminados y h_i es la apertura de la fractura i -ésima.

7.2. Pozo

El pozo tiene un diámetro “ R_w ” y una zona disparada J_{1well} , está colocado verticalmente en el eje “ y ”, y se conoce la presión en su punto disparado más alto. Para el código numérico a desarrollar más adelante y con fines de clasificación, el pozo se etiqueta con el número 0.

7.3. Falla

La falla también se modela con una distribución log-normal, pero con una apertura mayor a la del sistema de fracturas, esta atraviesa de manera diagonal el yacimiento pasando por el pozo. La etiqueta con la que se le representará es con el número 1. Su media es determinada por el usuario con la etiqueta “ $MedFalla$ ” y su variación al igual que la media es un valor dado, con el nombre de “ $VarFalla$ ”.

7.4. Porosidad

Desde un enfoque tradicional, la porosidad efectiva se define como la relación entre el volumen de los espacios vacíos, llamado el volumen de poros y el volumen total del sistema. En este caso en particular la porosidad secundaria (el sistema de fracturas) se convierte en la porosidad primaria.

$$\Phi_{total} = \frac{\sum_{i=1}^{2iMax*jMax-1} L h_i}{(2Wr * Hr) - Volumen_{pozo}} * 100 \quad , \dots \dots \dots \quad (26)$$

$$0 \leq \Phi_{total} \leq 100$$

Su magnitud, así como la distribución de poros y sólidos por tamaño, caracterizan la estructura del medio. La porosidad es un parámetro adimensional, generalmente reportado en porcentaje, y los límites de sus valores para cualquier medio poroso van de 0 a 1 (Martínez et al. 2002).

7.5. Esquematización

La **Figura 7.1**, se representa el modelo estático del programa utilizando el software de visualización VisIt.2.7.3, mediante el lenguaje de programación Fortran. El ancho del yacimiento se dividió en dos partes, $iMax$ y $-iMax$, siendo el pozo el que se encuentra en el centro del yacimiento. El largo del pozo lo determina Hr , y el largo del pozo lo determina $j1well$ y $j2well$.

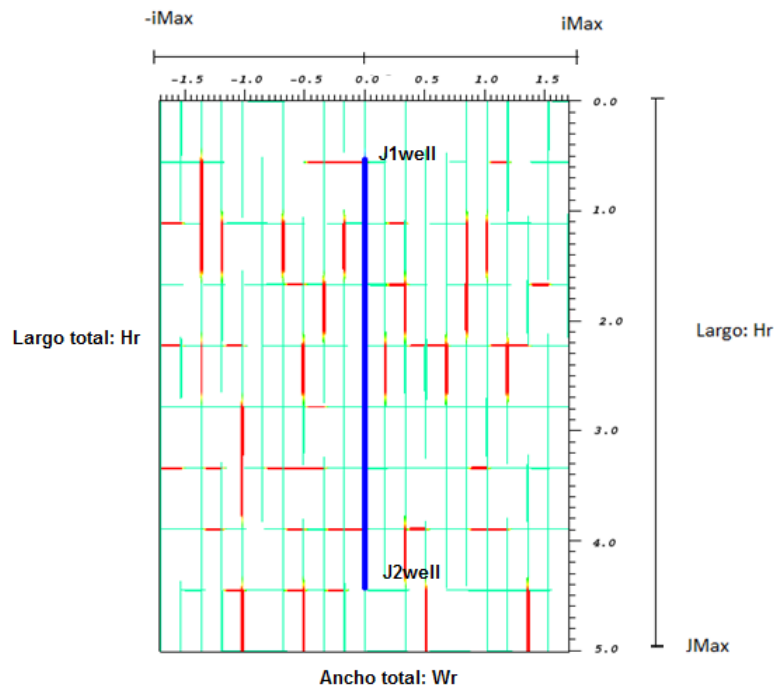


Figura.7.1. Modelo estático del yacimiento.

Se observa la adición de vórgulos para mejorar tanto la permeabilidad como la porosidad del yacimiento. Estos se encuentran marcados con el color rojo. El número de vórgulos también es determinado por el usuario.

8. Modelo Dinámico

Una vez que se hizo la correcta caracterización de las fracturas naturales, se debe incorporar la información con el modelo dinámico del yacimiento para realizar las respectivas simulaciones numéricas al modelo, con el fin de predecir el desempeño del campo bajo diferentes escenarios de inyección. En la **Figura 8.1** se observa la metodología del programa para la obtención de resultados.

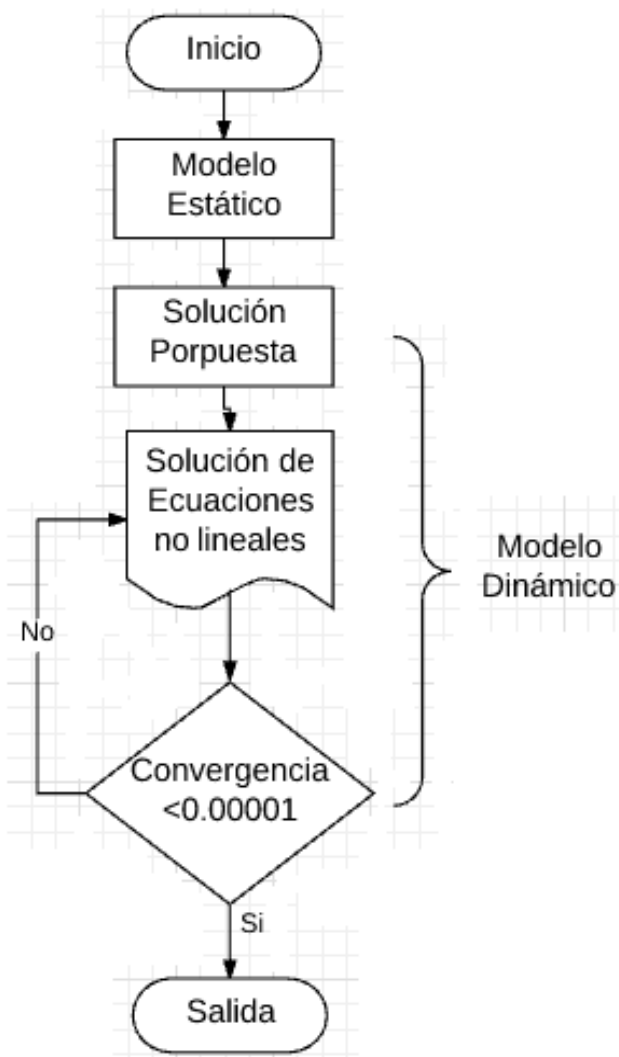


Figura 8.1. Diagrama de flujo del funcionamiento del programa

8.1. Solución matemática del modelo

En este trabajo se considera una geometría cartesiana entre dos placas paralelas para el modelado de las fracturas, por las cuales fluye un fluido con reología de ley de potencias o una espuma tipo Hirasaky. En la **Figura 8.2**, se esquematizaron las dimensiones dadas a cada fractura.

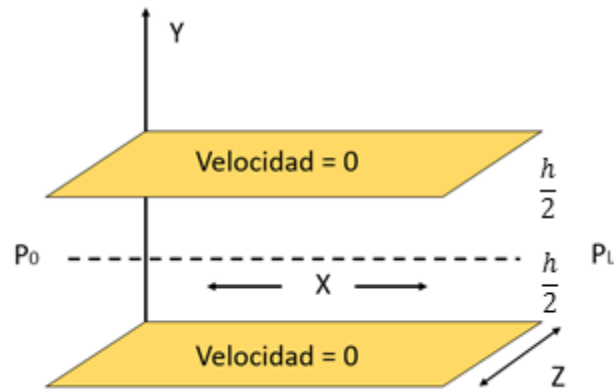


Figura.8.2. Representación de un sistema de fracturas en coordenadas cartesianas.

Para resolver el sistema se proponen las siguientes consideraciones:

- Coordenadas cartesianas (x,y,z).
- Fluido no Newtoniano: ley de potencias y espuma tipo Hirasaky.
- Densidad constante.
- Flujo estacionario ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$).
- Placas paralelas fijas.
- Velocidad en las paredes igual a cero.
- Condiciones de frontera de simetría $\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$.
- Condiciones de frontera de adherencia $u\left(y = \frac{h}{2}\right) = 0$.

- Caída de presión lineal entre cada fractura.
- En la intersección de fracturas se considera que la suma de gastos es cero y hay equilibrio mecánico.

Si las placas son muy grandes en comparación con “h”, el flujo solo tiene dirección x, por lo que $V_y = V_z = 0$, el flujo es bidimensional (Bird Steward – Fenómenos de Transporte Apéndice B.4).

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \rho v_x + \frac{\partial}{\partial y} \rho v_y + \frac{\partial}{\partial z} \rho v_z = 0 \quad , \dots \dots \dots (27)$$

Se puede argumentar que la velocidad v_x no debe ser una función de “z”, es decir, debe ser una función de “y” solamente.

La ecuación de balance de cantidad de movimiento correspondiente para un fluido no newtoniano en placas paralelas (Ver **Anexo A.5.**)

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yx} \quad , \dots \dots \dots (28)$$

Utilizando la ley de potencia, en la cual τ_{xy} y “ γ ” son independientes del tiempo

$$\tau_{yx} = K \gamma^n \quad , \dots \dots \dots (29)$$

También escrita de la siguiente forma:

$$\tau_{yx} = K \left(\frac{-\partial v_x}{\partial y} \right)^n \quad , \dots \dots \dots (30)$$

Se sustituye τ_{yx} en la ecuación de placas paralelas:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial y} \left(K \left(\frac{-\partial v_x}{\partial y} \right)^n \right) \quad , \dots \dots \dots (31)$$

Con las condiciones de frontera por simetría

$$\left. \frac{\partial v_x}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$$

Por adherencia

$$vx \left(y = \frac{h}{2} \right) = 0$$

Se considera que la presión sólo es función de x Integrando:

$$\int \frac{\partial p}{\partial x} dy = \int \left(\frac{-\partial}{\partial y} \left(K \left(\frac{-\partial vx}{\partial y} \right)^n \right) \right) dy$$

Utilizando la primera condición de frontera por simetría $\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$

$$\left(\frac{-1}{K} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/n} y^{1/n} = \frac{-\partial vx}{\partial y} , \dots \dots \dots (32)$$

Integrando nuevamente

$$\left(\frac{-1}{K} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/n} \int y^{1/n} dy = - \int \frac{\partial vx}{\partial y} dy$$

$$\left(\frac{-1}{K} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/n} \frac{ny}{n+1} + C_2 = -u , \dots \dots \dots (33)$$

Utilizando la segunda condición de frontera $vx \left(y = \frac{h}{2} \right) = 0$

$$\left(\frac{-1}{K} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/n} \frac{ny}{n+1} - \left(\frac{-1}{K} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/n} \frac{n}{n+1} \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} = -u , \dots \dots \dots (34)$$

También puede expresarse de la siguiente manera:

$$- \left(\frac{-1}{K} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/n} \frac{n}{n+1} \left(y^{\frac{1}{n}+1} - \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} \right) = u , \dots \dots \dots (35)$$

Calculando el gasto

$$Q = \int_{-d/2}^{d/2} \int_0^Z vx \, dydz$$

$$Q = 2Z \int_0^{d/2} vx \, dy$$

$$q = \frac{Q}{Z} = 2 \int_0^{d/2} vx \, dy \quad , \dots \dots \dots (36)$$

Sustituyendo el valor de “u”

$$q = \frac{Q}{Z} = 2 - \left(\frac{-1}{K} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/n} \frac{n}{n+1} \int_0^{d/2} \left(y^{\frac{1}{n}+1} - \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} \right) dy \quad , \dots \dots \dots (37)$$

Dándole el valor de la constante

$$B = 2 - \left(\frac{-1}{K} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/n} \frac{n}{n+1}$$

$$q = \frac{Q}{Z} = B \int_0^{d/2} \left(y^{\frac{1}{n}+1} - \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} \right) dy$$

$$q = \frac{Q}{Z} = B \int_0^{d/2} \left(\frac{nY^{\frac{1+2n}{n}}}{1+2n} - Y \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} \right) dy$$

Integrando y evaluando la ecuación de $\frac{h}{2}$ a 0

$$q = \frac{Q}{Z} = B \left(\left[\frac{n \frac{h^{\frac{1+2n}{n}}}{2}}{1+2n} - \frac{n0^{\frac{1+2n}{n}}}{1+2n} \right] \left[\left(\frac{h}{2} \right) \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} - (0) \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} \right] \right)$$

$$q = \frac{Q}{Z} = B \left(\left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{2n+1}{n}} \left(\frac{-1-n}{1+2n} \right) \right)$$

Sustituyendo B el valor de la constante

$$q = \frac{Q}{Z} = 2 - \left(\frac{-1}{K} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/n} \frac{n}{n+1} \left(\left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{2n+1}{n}} \left(\frac{-1-n}{1+2n} \right) \right)$$

$$q = \frac{Q}{Z} = -2 \left(\frac{-1-n}{1+2n} \right) \left[\left(\frac{1}{K} \frac{p_i - p_o}{L} \right)^{1/n} \frac{n}{n+1} \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{2n+1}{n}} \right]$$

Se obtiene la ecuación para dos placas paralelas por ley de potencia

$$q = \frac{Q}{Z} = \left(\frac{2}{1+2n} \right) \left[\left(\frac{1}{K} \frac{p_i - p_o}{L} \right)^{1/n} n \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{2n+1}{n}} \right]$$

Simplificando la ecuación

$$q = \frac{Q}{Z} = \left(\frac{2n}{1+2n} \right) \left[\left(\frac{1}{K} \frac{p_i - p_o}{L} \right)^{1/n} \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{2n+1}{n}} \right]$$

Linealizando la ecuación

$$q = \frac{Q}{Z} = \left(\frac{2n}{1+2n} \right) \left[\left(\frac{1}{KL} \right)^{1/n} \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{2n+1}{n}} (p_i - p_o)^{1/n} \right]$$

Por último, se obtiene la ecuación de cantidad de movimiento:

$$q = \frac{Q}{Z} = \left(\frac{2n}{1+2n} \right) \left[\left(\frac{1}{KL} \right)^{1/n} \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{2n+1}{n}} (p_i - p_o)^{\frac{1}{n}-1} (p_i - p_o)^1 \right] , \dots \dots (38)$$

q = Gasto (m^3/s).

n = Índice de comportamiento del fluido.

L = Longitud de la fractura (m).

h = Diámetro de la fractura (m).

K = Índice de consistencia ($Pa \cdot s^n$)

p_i = Presión de entrada (Pa).

p_o = Presión de salida (Pa).

En el caso del modelo dinámico, para predecir el comportamiento físico dentro del sistema de fracturas, se estableció una etiqueta para cada una de ellas de acuerdo a su posición (i para las horizontales, j para las verticales). Por cada nodo se cuentan con 9 incógnitas 4 para la ecuación de gasto, 3 para las ecuaciones de presión y 2 para las ecuaciones Poiseuille.

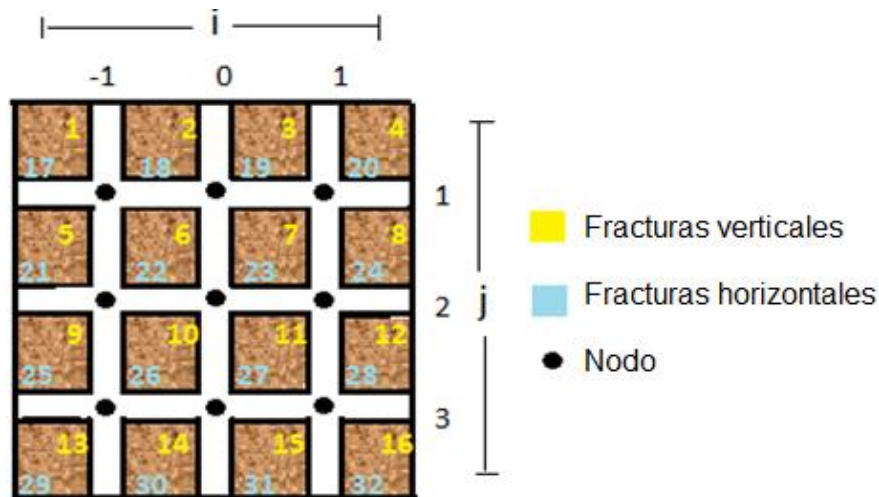


Figura 8.3. Esquematización de las etiquetas para cada fractura.

Para describir el comportamiento de la presión dentro del sistema se supone que hay equilibrio mecánico en cada nodo, por ello en cada nodo se considera que la presión de salida en una fractura dada es igual a la presión de entrada o salida de sus vecinas (ver **Anexo A.2.**). Para representar esto, se puede observar en la **Figura.8.4** un ejemplo de cómo se tomó en cuenta la caída de presión para la red de fracturas. En este caso en particular la presión de entrada (p_i) en la fractura vertical localizada en el punto $i=3$ y $j=2$, es igual a la presión de salida en la fractura vertical, $i = 3, j = 4$ por lo que obtenemos el balance en esa sección:

$$p_{i(3,2)} = p_{o(3,4)}$$

Lo mismo ocurre con la presión de salida fractura horizontal localizada en el punto $i=2, j=3$, tiene un valor equivalente al de la fractura horizontal $i = 4$ y $j = 3$ con

$$p_{o(2,3)} = p_{i(4,3)},$$

De ambas ecuaciones obtenemos la ecuación de equilibrio mecánico, que se ejemplifica de la siguiente manera:

$$p_{i(3,2)} = p_{o(3,4)} = p_{o(2,3)} = p_{i(4,3)} \quad , \dots \dots \dots \quad (39)$$

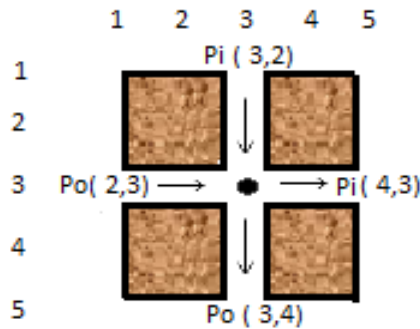


Figura 8.4. Ejemplo para determinar el comportamiento de la presión en la red de fracturas.

Todo el borde del yacimiento se considera a presión del yacimiento, y este valor es establecido en el apartado "Input.dat" del programa. La suma de los gastos en cada fractura, es igual a cero, por lo que se obtiene la ecuación de conservación de masa. En este caso como se puede apreciar en la **Figura.8.5** se ejemplifica de la siguiente manera:

$$Q_{(3,2)} + Q_{(2,4)} + Q_{(4,3)} + Q_{(3,4)} = 0 \quad , \dots \dots \dots \quad (40)$$

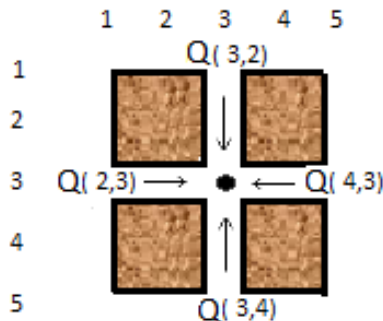


Figura 8.5. Ejemplo para determinar el comportamiento del gasto en la red de fracturas.

En el caso de la presión del yacimiento, esta solo se tomó en consideración en las fracturas pegadas al borde del yacimiento, a estas se les dio un valor predeterminado en el input.dat (ver **Anexo A.5.**)

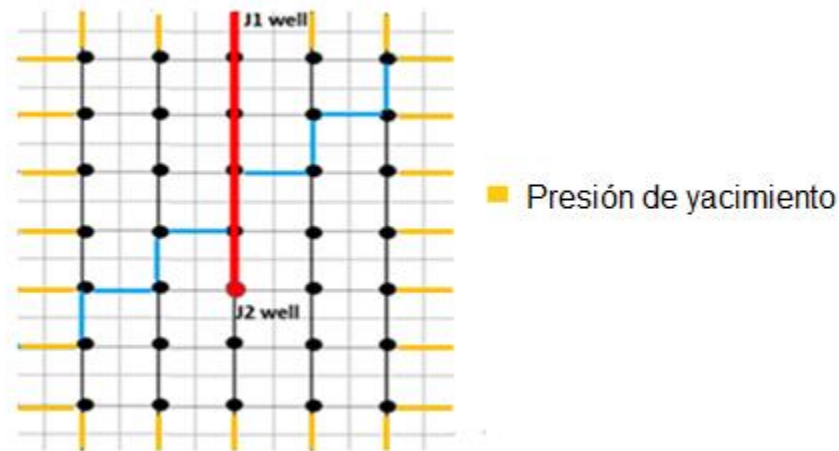


Figura 8.6. Ejemplo para determinar el comportamiento de la presión en la frontera del yacimiento.

Para la distribución en la apertura de fractura, se utilizó una distribución probabilística normal, en la cual la media y la variación de la fractura son determinadas por el usuario, lo mismo ocurre para la apertura de la falla.

```

Fortran - Nue5/InputWellFrac.dat - Eclipse
File Edit Refactor Navigate Search Project Run Window Help
Project Explorer
Nue5
  ApertureWellFrac.f90
  Binaries
  BoundaryConditions.f90
  Debug
  GridWellFrac.f90
  Includes
  InputWellFrac.f90
  MainWellFrac.f90
  MatrixABWellFrac.f90
  OutWellFracture.f90
  PetroOut.f90
  PorosityWellFrac.f90
  solveAxeqB.f90
  sparce.f90
  StaticModelWellFrac.f90
  StaticOut.f90
  VarWellFrac.f90
  InputWellFrac.dat
  modelo_estatico.plt
PorosityWell...
InputWellFra...
GridWellFra
1 100.d0      read(6,*) Hr
2 100.d0      read(6,*) Wr
3 100.d0      read(6,*) Hw
4 .1         read(6,*) Rw
5 15         read(6,*) iMax ! Nodes
6 15         read(6,*) jMax ! Nodes
7 1         read(6,*) kMax
8 1.d0       read(6,*) tMax
9 4          read(6,*) j1well ! Well
10 26        read(6,*) j2well ! Well
11 10        read(6,*) bf
12 1.d0      read(6,*) mf
13 3         read(6,*) DivFra ! Fr
14 0.0009d0  read(6,*) VarFrac
15 .000087d0 read(6,*) MedFrac
16 0.00094d0 read(6,*) VarFalla
17 .009867d0 read(6,*) MedFalla
18 1.d0      read(9,*) n
19 0.05d0    read(9,*) m
20 000.d0    read(9,*) Py
21 1378951.d0 read(9,*) Piny
  
```

Figura 8.7. Ejemplo para determinar la media y variación en el tamaño de la fractura y de la falla.

La ecuación de balance de cantidad de movimiento para un fluido Newtoniano (Ley cúbica) se puede escribir como:

$$q = \frac{h^3}{12\mu L} (p_i - p_o)^1$$

Si se compara con la ecuación para un fluido de Ley de potencias

$$q = \left(\frac{2n}{1+2n} \right) \left[\left(\frac{1}{mL} \right)^{1/n} \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{2n+1}{n}} (p_i - p_o)^{\frac{1}{n}-1} (p_i - p_o)^1 \right] , \dots \dots \dots (41)$$

Se obtiene un término para la viscosidad aparente del fluido

$$q = \frac{h^3}{12L} (p_i - p_o)^1 \underbrace{\frac{2n}{1+2n} \left(\frac{1}{mL} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{d}{2} \right)^{\frac{2n+1}{n}} (p_i - p_o)^{\frac{1}{n}-1} \frac{12L}{h^3}}_{\mu_{ap}^{-1}} , \dots \dots \dots (42)$$

Al considerar que la matriz no interviene en la permeabilidad del sistema, la permeabilidad efectiva es únicamente función de las fracturas, por lo que la ley de Darcy solo puede ser tomada como una aproximación en donde las fracturas hacen las veces de poros. Para calcular la permeabilidad absoluta del sistema se plantean las siguientes consideraciones, la velocidad de Darcy es igual al cociente del gasto entre el área total:

$$\frac{q}{A} = - \frac{k\Delta p}{\mu L} , \dots \dots \dots (43)$$

Para el yacimiento en dos dimensiones $A = 2Hr$

$$\frac{q}{2Hr} = \frac{-k\Delta p}{\mu L} , \dots \dots \dots (44)$$

Despejando la permeabilidad y al considerar que en el programa la longitud del yacimiento “L” se le dio la etiqueta “Wr” en el modelo, y la diferencia de presión es la presión de inyección (p_{iny}) menos la presión del yacimiento (p_y).

De manera que se obtiene la siguiente ecuación para la permeabilidad en un modelo en 2D:

$$k = \frac{-q\mu L}{2Hr\Delta p} = \frac{-Q\mu Wr}{2Hr(p_{iny} - p_y)} \quad , \dots \dots \dots (45)$$

La solución del sistema de “n” ecuaciones no lineales con “n” incógnitas, las cuales tienen todos sus elementos nulos por fuera de la diagonal principal y la subdiagonal y superdiagonal adyacentes. Sea $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, donde A es una matriz cuadrada de orden n de elementos reales y no singular (por lo cual el sistema admite una solución y ésta es única).

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots \dots \dots a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots \dots \dots a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \quad \quad \quad \ddots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots \dots \dots a_{nn}x_n = b_n \end{array} \right\}$$

Donde son conocidas la matriz de coeficientes.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

y el vector en términos independientes.

$$b = \begin{bmatrix} Q_{i,j} \\ \vdots \\ P_{O_{i,j}} \\ \vdots \\ P_{i,j} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

La notación matricial del sistema de ecuaciones no lineales se escribe:

$$Ax = b$$

En primer lugar se considera el sistema de ecuaciones no lineales $Ax=b$ donde A es la matriz de coeficientes, b es el lado derecho y “ x ” es la solución. La cual corresponde a hallar “ x ” dados “ A ” y “ b ”.

Las columnas de “ b ” son los lados derechos individuales y los lados de “ x ” son las soluciones correspondientes.

La solución se da por medio de medios iterativos, los cuales generan una gran sucesión de aproximaciones $\{x^m\}$ que converge a la solución del sistema:

$$x = A^{-1}b \quad , \dots \dots \dots (46)$$

The screenshot shows a window titled 'solveAxeqB.f90' with a matrix displayed in a text editor. The matrix has 10 rows and 10 columns. The diagonal elements are '1', and the off-diagonal elements are 'N'. The rightmost column contains zeros. The window title bar includes other files like 'WellFract...', 'StaticModelW...', 'ApertureWell...', 'MatrixABWell...', and 'outma'.

```

1 N.....1..... 0.00000000
2 .N.....1..... 0.00000000
3 ..N.....1..... 0.00000000
4 ...N.....1..... 0.00000000
5 ....N.....1..... 0.00000000
6 .....N.....1..... 0.00000000
7 .....N.....1..... 0.00000000
8 .....N.....1..... 0.00000000
9 .....N.....1..... 0.00000000
10 .....N.....1..... 0.00000000

```

Figura 8.8. Esquematización del acomodo matricial dentro del programa

Para aumentar la eficiencia y reducir el tiempo de cálculo, se utilizó la subrutina “MGMRES_ST”, el solucionador iterativo para un sistema lineal no simétrico por método generalizado de mínimo residual (GMRES).

9. Parámetros que influyen en la pérdida de circulación

Con la finalidad de comprender el grado de impacto que tienen determinadas variables en la pérdida de circulación, se realizó una simulación modificando: el índice de comportamiento del flujo n , la caída de presión y la viscosidad del fluido. De manera, que permita determinar de manera cuantitativa que tanto afecta la variación de éstos, en la pérdida de lodo dentro del yacimiento.

En la **Figura 9.1** se aprecia en primer caso, la influencia que tiene el índice de comportamiento de fluido con la pérdida de lodo, esto considerando un índice de consistencia k y un diferencial de presión constante. El valor de n mientras más pequeña sea, reducirá su viscosidad por acción del esfuerzo de corte. La pérdida de fluido se reduce de manera exponencial, siendo los valores más lejanos a 1, los que presentan menores pérdidas.

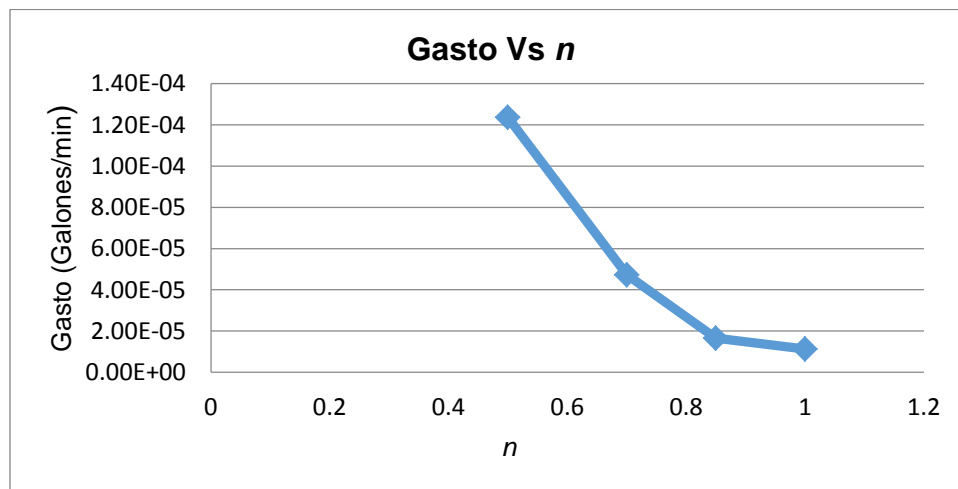


Figura.9.1. influencia del índice de comportamiento del fluido en la pérdida de gasto.

Los Valores bajos del índice de comportamiento de flujo serán debido a que:

- Las velocidades de penetración aumentaran a causa de las bajas viscosidades en la broca y las pérdidas de presión serán menores en la sarta.
- La capacidad de arrastre y de limpieza del fluido será mejor, en especial en secciones lavadas del hueco y en las áreas de velocidades anulares bajas.

- La estabilidad del hueco se mejora al poder circular en flujo laminar a mayores velocidades anulares.

Para el segundo caso, en la **Figura.9.2** se observa un cambio drástico que tiene la presión diferencial con la pérdida de gasto, mientras la caída de presión es mayor habrá un aumento en la pérdida del lodo. En cambio no se observa una variación tan drástica como la gráfica anterior.

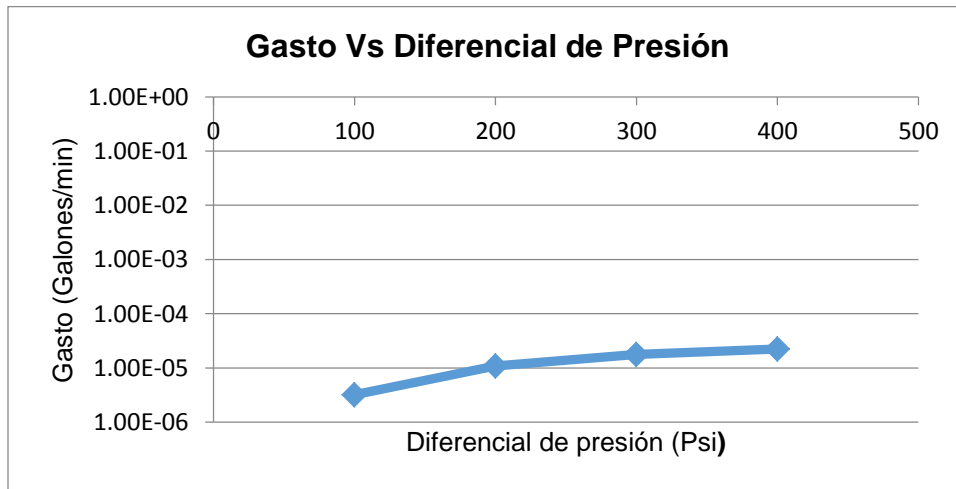


Figura.9.2. influencia de la diferencia de presión en la pérdida de gasto.

En la **Figura.9.3** se presenta la pérdida del gasto con diferentes valores para el índice de consistencia o índice de bombeabilidad del fluido. Se observa que mientras mayor sea el valor de este parámetro, la viscosidad del fluido de perforación aumenta, dando lugar a una reducción en la pérdida del lodo. La suspensión de recortes puede ser mejorada aumentando el valor de k . Esta variable es la que más afecta las pérdidas de fluido de perforación. Esto puede observarse en la **Figura 9.4**, donde se demuestra la relación entre el índice de consistencia y el índice de comportamiento del fluido. La razón de que se observe un mejor rendimiento (menos pérdida de lodo), para un valor de $n = 1$, se debe a la consideración de que el fluido está sometido bajo acción del esfuerzo de corte.

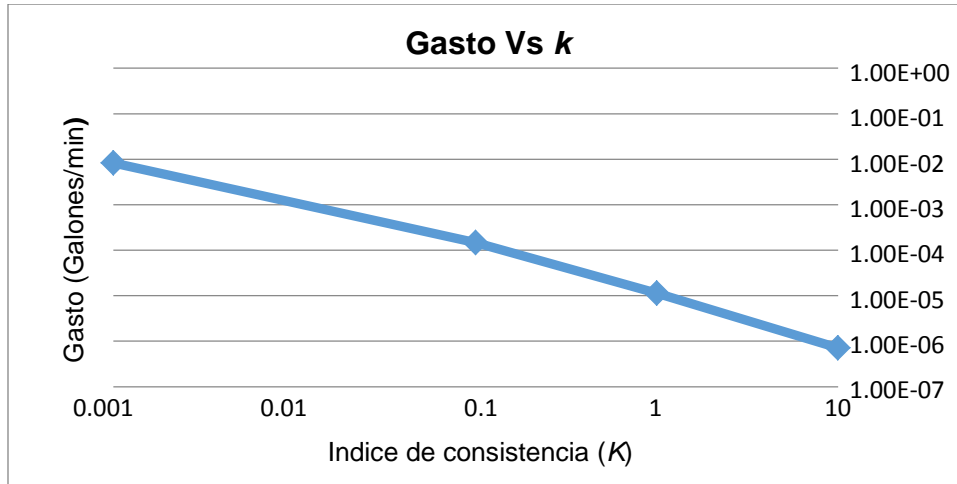


Figura.9.3. influencia del índice de consistencia en la pérdida de gasto.

Cuando el valor de n se aleje de 1, se observa una mayor pérdida de gasto, debido a la reducción de su viscosidad bajo la acción del esfuerzo de corte. En el caso de $n = 1$ su viscosidad seguirá igual, independientemente del esfuerzo de corte. El punto azul en la Figura 9.4 representa al agua a una temperatura de 20°C, una viscosidad de 0.001 Pa·s y un índice de comportamiento de flujo igual a 1, el cual solo se muestra como una referencia para comparar los tipos de fluidos.

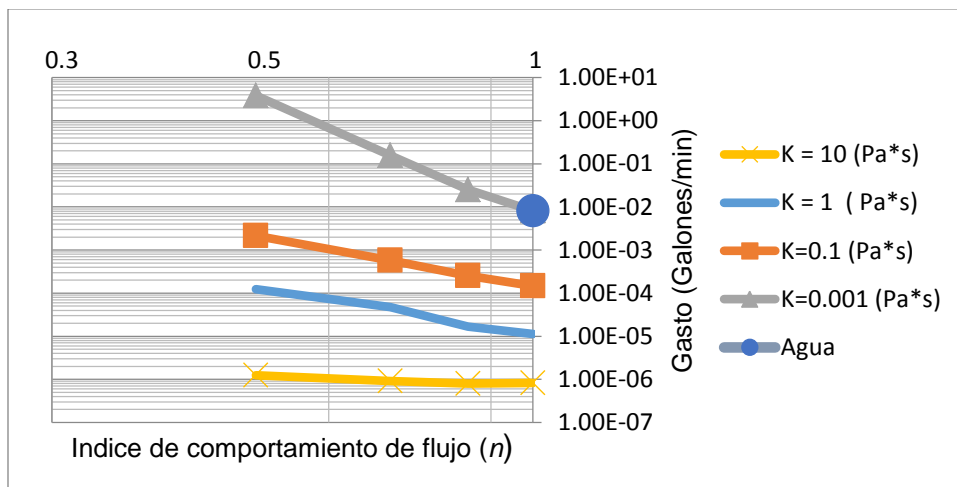


Figura.9.4. Relación entre el índice de consistencia y el índice de comportamiento.

10. Resultados

10.1 Perfil para el diferencial de presión dentro del yacimiento

En la **Figura.10.1** uno de los principales problemas para ajustar los datos reales al modelo ya establecido, es que para obtener los valores deseados se necesitan 100 fracturas por cada bloque de 2x5 m. Se utilizó un diferencial de presión de inyección de 200 psi.

En este caso en particular a la presión del yacimiento se le dio un valor igual a cero en el modelo de simulación. Esto no tiene consecuencias directas en el resultado, lo único que tiene impacto en la simulación es la diferencia de presión que hay entre el pozo y el yacimiento.

El valor máximo que se presenta se observa en los puntos j1well y j2well, es decir, los valores de inicio y salida del pozo, y los valores mínimos se observan en las lejanías del punto de inyección.

La apertura de fractura, no representa una variación significativa en el diferencial de presión, dado que la variación en la apertura de las fracturas es muy poca. En los vórgulos tampoco se observan cambios drásticos para la presión, aunque se puede concluir que la velocidad de flujo en estos puntos es menor, dado que cuenta con una apertura mucho mayor. Sin embargo, lo que más favorece para observar el perfil de cambio de presión dentro del yacimiento, es la cercanía que se tiene con respecto al punto de inyección.

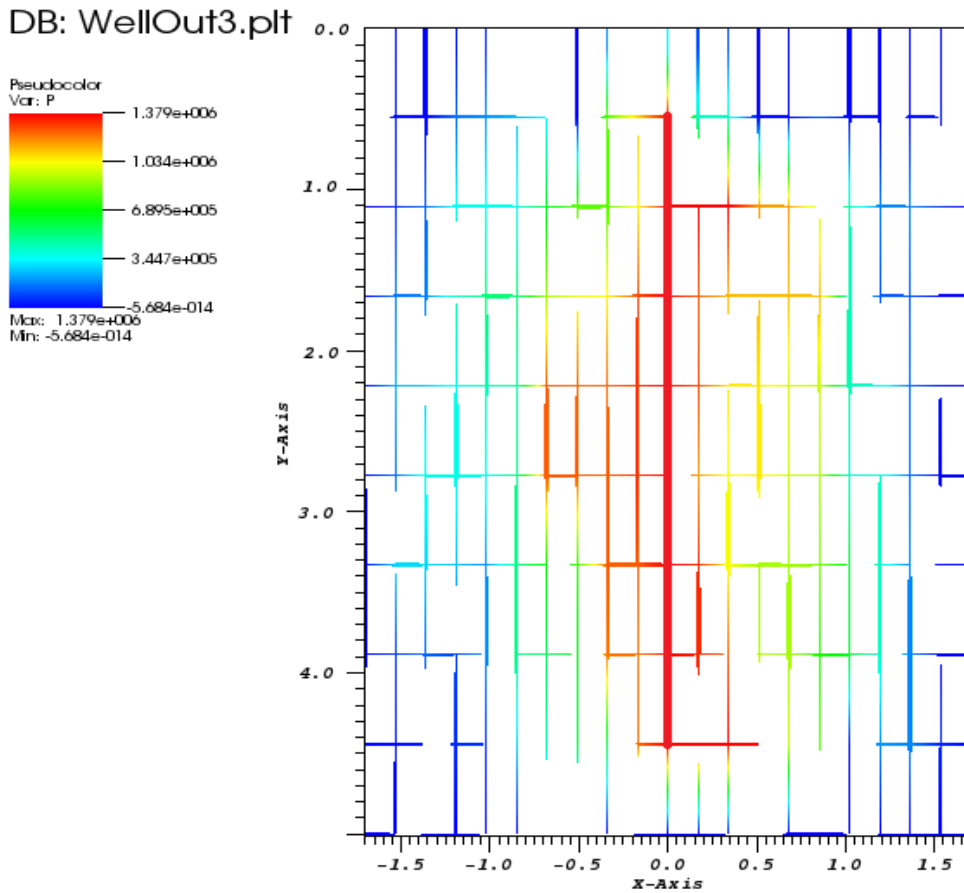


Figura.10.1. Modelo dinámico de la presión (pascal)

10.2. Perfil para el gasto en el modelo del yacimiento

En el caso del gasto no se obtuvo una diferencia significativa en la red de fracturas, si se compara con la del pozo (con diámetro de 10 cm). Sin embargo, al colocar a escala los valores del gráfico se aprecian mejor la distribución del lodo de perforación en el punto de inyección, esta variable prácticamente no se ve afectada por la apertura de fractura.

Esto puede observarse en el pozo el cual conserva un diámetro constante para este caso y se puede observar el perfil de pérdida de manera más drástica.

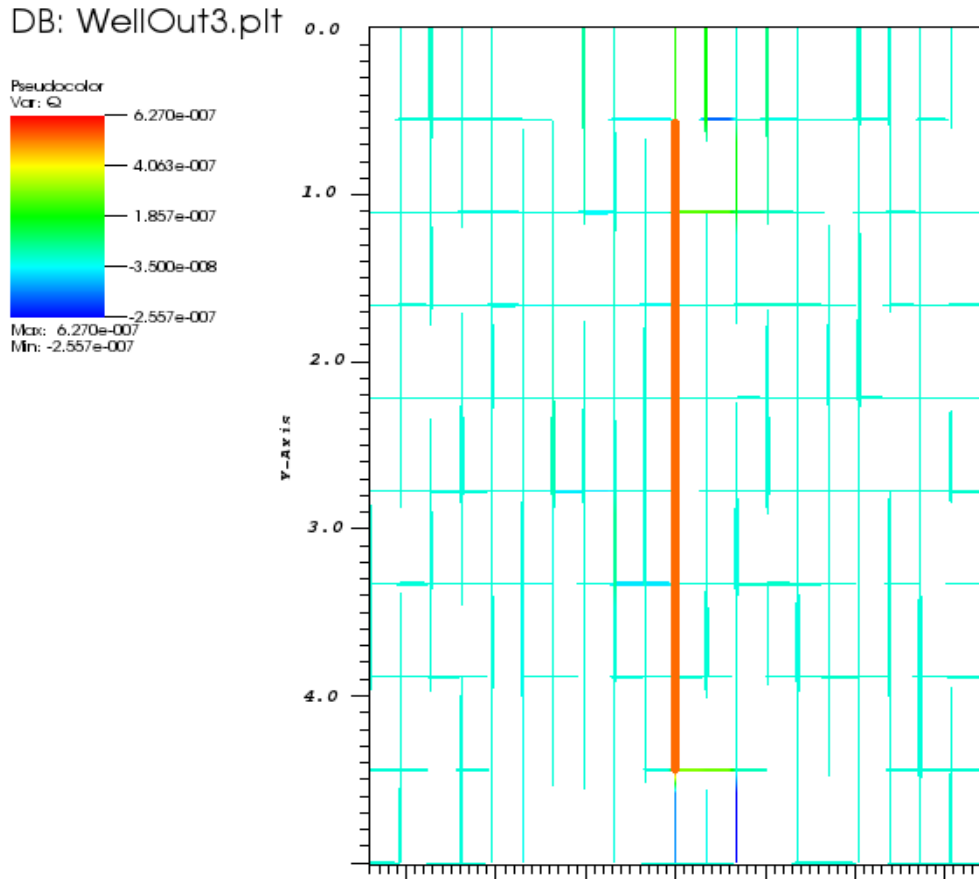


Figura.10.2. Modelo dinámico para el gasto (m^3/s)

10.3. Perfil de viscosidad en el modelo del yacimiento

Para la viscosidad se presenta un cambio drástico en los vórtices del yacimiento. Al tener una mayor apertura tendrán una menor velocidad de corte, lo que reduce la viscosidad en estos puntos. La presión aumenta la velocidad de corte en los diámetros menores, aunque el efecto de esta va disminuyendo a medida que se aleja del pozo, como ya se discutió en la Figura 10.1, por lo que, su influencia en la velocidad de corte será mínima en las lejanías del pozo.

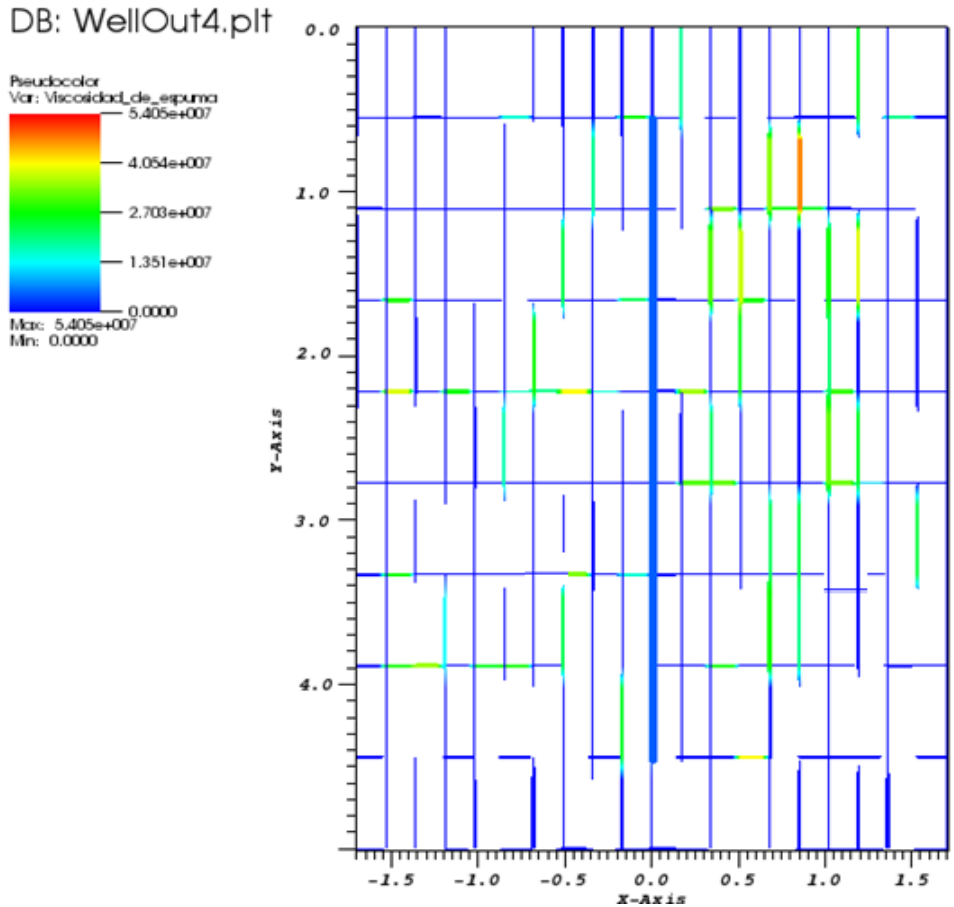


Figura.10.3. Modelo dinámico para la viscosidad

La viscosidad en el pozo es ligeramente superior al de las fracturas cercanas del pozo, aunque estos valores no representan un cambio significativo, esto se explica debido a que el diámetro del pozo es mucho mayor que en el sistema de fracturas, lo que ocasiona una velocidad de corte menor en este punto, por lo tanto la viscosidad será ligeramente mayor. Como se observa en la **Figura.10.3** en las fracturas más alejadas del pozo, la viscosidad es ligeramente mayor debido a que la diferencia de presión presenta un aumento en la velocidad de corte. Por lo que en las zonas más alejadas del pozo donde la influencia de la presión ya no es tan apreciable, la viscosidad será mayor de manera imperceptible.

10.4. Perfil para la inyección de espumas en el modelo del yacimiento

El cálculo para obtener la viscosidad aparente se obtuvo de la ecuación de Hirasaki (1985), su modelo se deriva de flujo de Poiseuille como se observa en la siguiente ecuación.

$$\mu_{app}^{shape} = \frac{n_L \Delta p R^2}{8U} , \dots \dots \dots (47)$$

Dónde:

M_{app} = La viscosidad aparente (Pa · s)

n_L = Número de lamellas por unidad de longitud (cm⁻¹),

Δp = La caída de presión (dyna/cm²)

R = El radio capilar (cm)

U = La velocidad de burbuja (cm/sec).

Como se puede apreciar en la **Figura.10.4** la viscosidad depende fuertemente del diámetro de la fractura, en el caso de que la apertura sea más grande, la viscosidad a su vez será mayor y mientras más pequeño sea el diámetro de la fractura, menor será su viscosidad.

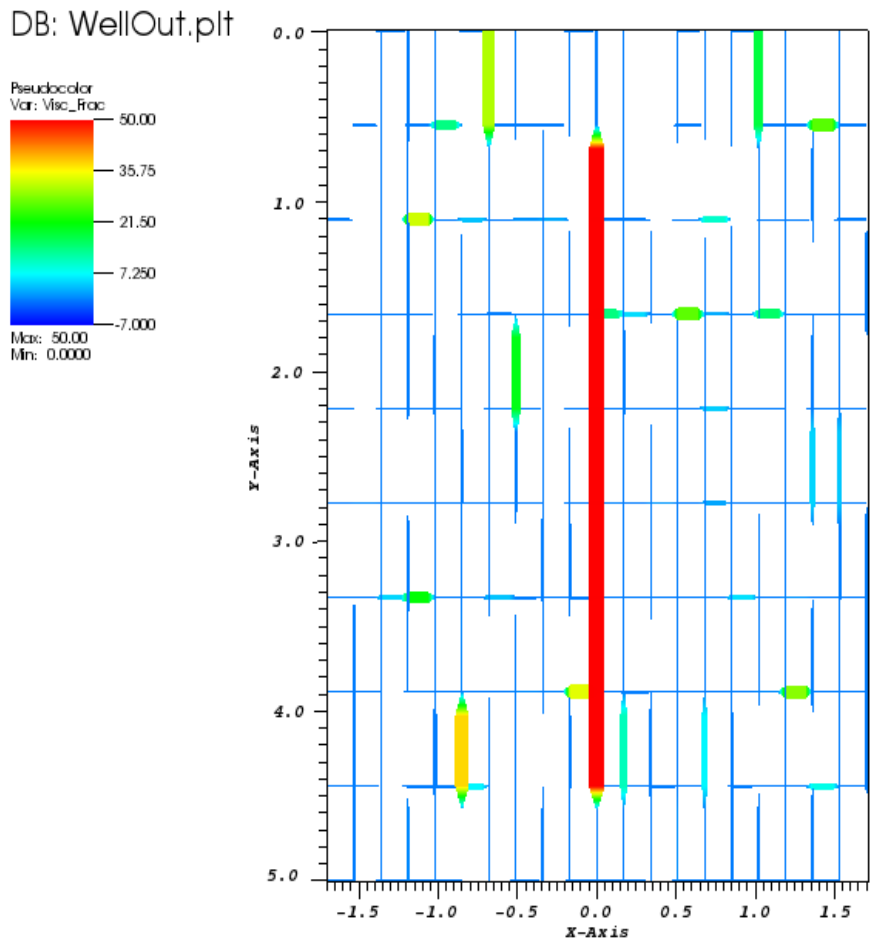


Figura.10.4. Perfil de viscosidad de la espuma en cada fractura.

En la imagen anterior la escala fue reducida para poder apreciar la variación de la viscosidad, el color rojo representa a los diámetros mayores mientras que el color azul marino representa a los diámetros más pequeños.

11. Conclusiones y Recomendaciones

11.1 Conclusiones

Fue posible modelar las pérdidas de fluido de perforación en una formación fracturada del tipo 1 con vórgulos, mediante la solución de la ecuación de continuidad y cantidad de movimiento en una red de fracturas interconectadas.

El índice de consistencia es el parámetro que más afecta las pérdidas de lodo, mientras mayor sea su valor la viscosidad del fluido de perforación aumentará permitiendo así una menor pérdida de fluido, y mejorando su capacidad de acarreo de recortes. Los altos valores de k y bajos valores de n , son deseables en fluidos de perforación ya que se requiere una alta viscosidad para mantener los cortes en suspensión generados durante la perforación, lo que mejora las velocidades de flujo de la bomba. A su vez, valores bajos de n generan reducción de su viscosidad con el esfuerzo de corte, a medida que el perfil de viscosidad se aplana, la velocidad del fluido aumenta.

La porosidad recae principalmente en los vórgulos del yacimiento, representando más del 70% de la porosidad total del yacimiento.

Para el caso de la viscosidad del fluido de perforación, esta es proporcional al diámetro de la fractura, al reducirse la apertura del mismo genera mayor esfuerzo de corte, por lo tanto, reduce su viscosidad. Sin embargo, las fracturas en las proximidades del pozo también se verán afectadas por el efecto de la presión, dado que en las cercanías del pozo la velocidad de empuje aumenta por el efecto de la presión, lo que se traduce en el aumento del esfuerzo de corte. Por lo tanto, las fracturas o vórgulos que cuenten con un diámetro mayor y se encuentren en las lejanías del pozo, serán las que cuenten con una mayor viscosidad.

La viscosidad durante la inyección de espumas es directamente proporcional al diámetro de la fractura, mientras mayor sea el diámetro se reduce drásticamente la velocidad de corte, por lo que su viscosidad será mayor.

Al contar con poca información, se optó por modelo simple, el cual se ajustó a datos obtenidos de la literatura para un yacimiento tipo 1.

11.2 Recomendaciones

El programa presenta inestabilidades al simular tamaños de malla demasiado grandes, a partir de un yacimiento con 900 fracturas.

Comparar los resultados del modelo programado, con software comercial de manera que los resultados no presenten una variación significativa.

Se recomienda un nuevo estudio en el cual se pueda apreciar la influencia de la temperatura dentro del yacimiento, ya que en el presente trabajo no quedo establecido dentro de los alcances.

Los resultados varían en cada corrida, dado que la apertura de fractura se da con una distribución probabilista normal, por lo que obtendrá valores diferentes en cada simulación.

12. Simbología

n_f	Número de fracturas por unidad de longitud.
h	La altura o espesor de la fractura (<i>cm</i>).
L	Longitud de la fractura (<i>cm</i>).
Δp	Caída de presión (<i>dinas/cm²</i>).
μ	Viscosidad del fluido (Poise).
\emptyset	Porosidad (<i>Darcy</i>).
λ	Relación de la presión del fluido o de poro respecto al esfuerzo de sobrecarga.
p_p	Presión de Poro (<i>Psi</i>).
S	Esfuerzo de Sobrecarga (<i>Psi</i>).
τ	Esfuerzo de corte (<i>N/m²; Pascales</i>).
τ_0	Esfuerzo de corte (<i>N/m²; Pascales</i>).
η	Viscosidad Plástica (<i>Pa·s</i>).
$\gamma = \frac{dx}{dy}$	Rapidez de deformación o Velocidad de corte (<i>s⁻¹</i>).
k	Índice de consistencia (<i>Pa·s</i>).
n	Índice de comportamiento del fluido.
n_p	Índice de comportamiento del fluido, en la tubería de perforación.
n_a	Índice de comportamiento del fluido, en el espacio anular.
k_p	Índice de consistencia en la tubería de perforación (<i>Pa·s</i>).
k_a	Índice de consistencia en el espacio anular (<i>Pa·s</i>).
R_{600}	Lectura de 600 RPM del viscosímetro Fan35.
R_{300}	Lectura de 300 RPM del viscosímetro Fan35.
R_{100}	Lectura de 100 RPM del viscosímetro Fan35.
R_3	Lectura de 3 RPM del viscosímetro Fan35.
μ_{ep}	Viscosidad efectiva en tubería (<i>Cp</i>).
μ_{ea}	Viscosidad efectiva en el espacio anular (<i>Cp</i>).

V_a	Velocidad media del fluido en el espacio anular (<i>ft/sec</i>).
D_1	Diámetro externo en el espacio anular (<i>in</i>).
D_2	Diámetro externo en el espacio anular (<i>in</i>).
Q	Calidad del gas.
V_l	Volumen de líquido (m^3).
V_g	Volumen de gas (m^3).
μ_f	Viscosidad efectiva de la Espuma (<i>lb·sec/ft²</i>).
μ_L	Viscosidad efectiva del Líquido (<i>lb·sec/ft²</i>).
Γ	Calidad de la Espuma.
U_1	Números aleatorios.
U_2	Números aleatorios.
μ	Viscosidad (<i>Cp</i>).
σ	Desviación estándar.
ϕ_{total}	Porosidad total.
μ_{app}	Viscosidad aparente o efectiva (<i>Pa·s</i>).
p_i	Presión de Entrada (<i>Pascal</i>).
p_o	Presión de Salida (<i>Pascal</i>).
p_{iny}	Presión de inyección (<i>Pascal</i>).
p_y	Presión de yacimiento (<i>Pascal</i>).
A	Área (m^2).
v	Velocidad del fluido (m^3/s)

13. Bibliografía

1. Abbas, R. et al. 2004. A Safety Net for Controlling Lost Circulation. *Oilfield Review Journal*. (Presentada el 21 de noviembre 2003).
2. Adams, N. y Carrier T. 1985. *Drilling Engineering: A Complete Well Planning Handbook*. Tulsa, Okla: Pennwell Corp.
3. API-RP-13D, Recommended Practice on the Rheology and Hydraulics of Oil-well Drilling Fluids, fourth edition. 2003, Washington,DC: API
4. API-49-145, Abnormal Pressures and Lost Circulation.1949, New York, New York: API
5. Balza Rodríguez, F. V. 2009. Evaluación de un Diseño de Fluido de Perforación con las Condiciones de las Formaciones Perforadas en el Campo San Diego de Cabrutica. Tesis de Licenciatura. Universidad de Oriente, Puebla.
6. Barenblatt, G. I., Zeltov, Y. P. and Kochina, I. 1960. Basic Concepts in the Theory of Seepage of Homogeneous Liquids in Fissured Rocks. *J. Appl. Math. Mech.* **24** (5): 1286–1303. [http://dx.doi.org/10.1016/0021-8928\(60\)90107-6](http://dx.doi.org/10.1016/0021-8928(60)90107-6).
7. Bratton T. et al. 2006. La naturaleza de los yacimientos naturalmente fracturados. *Oilfield Review Journal*. (Presentado en 2006).
8. Carmona, R., Graterol, J. et al. 1998. Revitalization of Mara Field. Presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Texas, 5-8 October. SPE-38665-MS. <https://doi.org/10.2118/38665-MS>.
9. Chakrabarty, C., Tortike, W. S., et al.1993. Complexities in the Analysis of Pressure-Transient Response for Non-Newtonian Power-Law Fluid Flow in Fractal Reservoirs. Paper presented at the SPE eastern regional meeting, Pittsburgh, Pennsylvania, 2-4 November. SPE-26910-MS. <https://doi.org/10.2118/26910-MS>

10. Cipriano M. 2011. Inyección de Espumas en Proyectos de Recuperación Mejorada; Control de Movilidad del Gas. Tesis de Licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México, México, DF.
11. Comisión Nacional de Hidrocarburos. 2012. La Tecnología de Exploración y Producción en México y en el Mundo: Situación Actual y Retos. México D.F.
12. Cortes Rubio Erika Fabiola. 2008. Simulación de Yacimientos Naturalmente Fracturados con Triple Porosidad. Tesis para obtener el grado de Maestro en Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F.
13. Coutiño Granados, J. C. 2015. Modelo de Evaluación Económica para Métodos de Recuperación Mejorada Aplicado con Xcelsius. Tesis de Licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F.
14. Djebbar, T., Donaldson E. 2011. *Petrophysics: Theory and Practice of Measuring Reservoir Rock and Fluid Transport Properties*. Tercera edición. OXFORD: Gulf Professional Publishing.
15. Encarnación Orosio, E. 2013. Fortalecimiento de pozos durante la perforación "stress cage". Tesis de Licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F.
16. García Hernández, Y. 2014. Aplicación de los Fluidos de Control en Perforación de Pozos Petroleros. Tesis de Licenciatura. Universidad Veracruzana, Xalapa, Veracruz.
17. García Solórzano, R. 2010. Presiones normales, anormales y subnormales- conceptos básicos II. *Petróleo sin riesgos*. Noviembre 2010. http://www.nejasayoil.com/2010_11_01_archive.html (acceso 8 de enero de 2017).
18. Gil Méndez, C. G. 2007. Estudio de la optimización de productos químicos durante la perforación en la macolla 1 y 2 en el área de Orocuál-Somero del estado Monagas. Tesis de licenciatura. Universidad de Oriente, Puebla.
19. Gómez, Boado, M. 2008. Obtención de piezas de SiC por inmersión de preformas de Si en lechos carbonosos. Tesis de Doctorado. Universidad de Santiago de Compostela, Santiago de Compostela, España España.

20. Gutiérrez García D. y Trejo Ramírez P. A. 2013. Teoría de Flujo Fraccional Aplicada a Fluidos No-Newtonianos. Tesis de Licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F.
21. Guyon E. et al. 2001. *Physical Hydrodynamics*. Segunda Edición. Cheltenham, United Kingdom: Oxford University Press.
22. Hirasaki, G. and J., Lawson, J .B. 1985. Mechanisms of Foam Flow in Porous Media: Apparent Viscosity in Smooth Capillaries. *Society of Petroleum Engineers Journal*.
23. Hottman, C. E. and Johnson, R. K. 1965. Estimation of Formation Pressure from Log-Derived Shale Properties. *Journal of Petroleum Technology* **17**(6):718-719. SPE-1110-PA. <https://doi.org/10.2118/1110-PA>.
24. Huy X. N., Bae W., San T. N., Guyon E. et al. . Fractured Basement Reservoirs and Oil Displacement Mechanism in White Tiger Field, Offshore Vietnam. Sejong University, Seoul, Korea. AAPG:90115
25. Ikoku, C. U. and Ramey, H. J., Jr. 1979. Transient Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Porous Media. *Society of Petroleum Engineers Journal* **19** (3): 164-174. SPE-7139-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/7139-PA>.
26. Lavrov, A. 2016. *Lost Circulation: Mechanisms and Solutions*. Primera Edición: Oxford: Gulf Professional Publishing.
27. López Rodríguez, T. B. 2013. Importancia del sistema de Fracturas en la Producción de aceite en México. Tesis de Licenciatura. Instituto Politécnico Nacional, México, D.F.
28. Maurice Clerc. 2015. *Guided Randomness in Optimization*, Primera edición. London, UK: ISTE.
29. Méndez Torres, C. I., Paredes Velasco, R. y Serapio Morales, J. A. (2012). Caracterización reológica y tixotrópica de un fluido espumado, usado para la perforación de yacimientos naturalmente fracturados y/o depresionados. Tesis de Licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México, México D.F.
30. Nelson R.A. 2001. *Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs*. Segunda edición. Houston, Texas: Gulf Professional Publishing.

31. Ozbayoglu, M. E., et al. (2002). A Comparative Study of Hydraulic Models for Foam Drilling. *Journal of Petroleum Technology* 41(06): PETSOC-02-06-05. <https://doi.org/10.2118/02-06-05>.
32. Padilla Sixto, R., Toledo Piña R. *in press*. Evaluación de yacimientos naturalmente fracturados y retos por resolver. *Revista de Ingeniería Petrolera*. (Presentado en Marzo del 2012).
33. Ramos Gómez, D. 2016. Metodología para la definición de la presión osmótica como complemento a la presión de poro. Tesis de maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, México, D.F.
34. Rehm, B., Haghshenas, A. et al. 2012. *Underbalanced Drilling: Limits and Extremes*. Primera edición, Houston, Texas: Gulf Publishing Company.
35. Robledo López R. A. 2011. Optimización de la cementación de tuberías de revestimiento en zonas de bajo gradiente de presión mediante el empleo de cemento ultraligero y la técnica de cementación descolgada. Tesis de Licenciatura, Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F.
36. Rojas, Y., et al. (2002). Field Application of Near-Balanced Drilling Using Aqueous Foams in Western Venezuela. Presented at the SPE/IADC Drilling Conference and Exhibition, Dallas, Texas, 26-28 February. SPE-74449-MS. <https://doi.org/10.2118/74449-MS>
37. Sánchez Burgos A. E. (2014). Flujo de espumas en un sistema fracturado para control de canalización en un yacimiento naturalmente fracturado. Tesis de Licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F.
38. Schramm, L. L. (ed.) 1994. *Foams: Fundamentals and Applications in the Petroleum Industry*, ACS Advances in Chemistry Series No. 242. Washington, DC: American Chemical Society.
39. Solano Ortega, A. J. 1989. Formaciones Naturalmente Fracturadas y Cavernas. *Tecnología de Perforación-Perdidas de Circulación*. Chapter 1, 20

40. Thompson, D. M., Woods, A. M. 1993. *Development Geology Reference Manual: AAPG Methods in Exploration Series, No. 10, Primera edición*. Tulsa, Oklahoma: AAPG.
41. Turta, A. T. and Singhal, A. V. 1998. Field Foam Applications in Enhanced Oil Recovery Projects: Screening and Design Aspects. Presented at the SPE International Conference and Exhibition in China, Beijing, China, 2–6 November. SPE-48895-MS. <http://dx.doi.org/10.2118/48895-MS>.
42. Van Poolen, H. K. and Jargon, J. R. 1969. Steady-State and Unsteady-State Flow of Non-Newtonian Fluids Through Porous Media. SPE J. **9** (1): 80 – 88. SPE-1567-PA. <https://doi.org/10.2118/1567-PA>.
43. Velázquez Cruz, D., López Solís, V. M. y Díaz Viera, M. A. 2008. Predicción de Presiones Anormales para la planeación de la Perforación de Pozos Marinos en México. Presentado en el VI Seminario internacional “Exploration and Production of Oil and Gas”, Lima, Perú, 13-17 Octubre. EXPL-2-DV-53.
44. Villarreal Sánchez, R. 2009. Desarrollo y Análisis Técnico de un Nuevo Fluido de Perforación Base Agua de Mar. Tesis de maestría, Universidad Nacional Autónoma de México. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, México, D.F.
45. Yi, X. 2004. Model for Displacement of Herschel-Bulkley Non-Newtonian Fluid by Newtonian Fluid in Porous Media and Its Application in Fracturing Fluid Cleanup. Presented at the SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control, Lafayette, Louisiana, 18-20, February. SPE-86491-MS. <http://dx.doi.org/10.2118/86491-ms>.

14. Anexos

Anexo A.1. Ecuación para determinar las coordenadas verticales y horizontales

Las siguientes ecuaciones son para describir el fenómeno físico dentro del modelo del yacimiento, mediante el acoplamiento nodal de las fracturas. Como se observa en la **Figura.A.1.1** de abajo, las etiquetas que se le dio a las fracturas en el plano cartesiano.

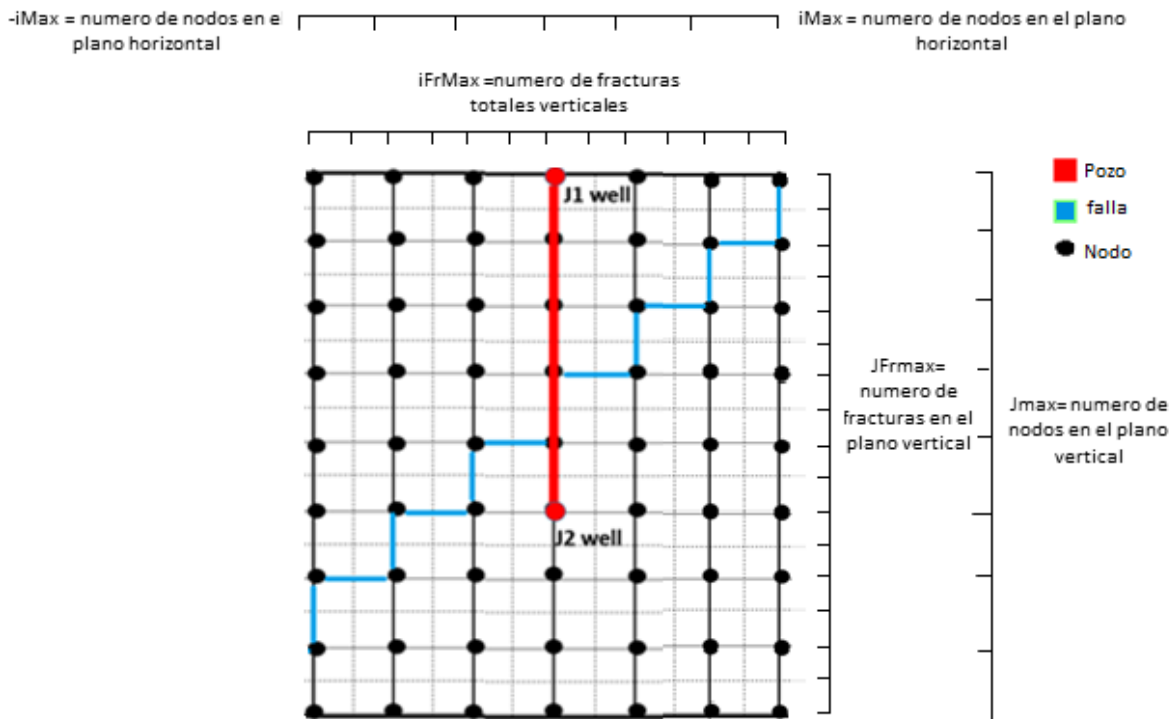


Figura A.1.1 Esquematación detallada del yacimiento.

El primer paso es identificar la ecuación correspondiente para fracturas verticales y horizontales. Cada nodo cuenta con dos ecuaciones verticales y dos horizontales, por lo que puedo ajustar esas ecuaciones para cada una de mis variables. La siguiente ecuación muestra la fórmula para fracturas verticales:

$$\left(\frac{j-2}{2}\right)\left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2}-1\right)+\left(\frac{i+\frac{iFr_{MAX}-1}{2}}{2}\right), \dots \quad (48)$$

En el caso de las fracturas horizontales su nueva fórmula anexa la ecuación anterior de manera que el conteo comienza por todas las fracturas verticales.

$$\begin{aligned} (i, j) = & \left[\frac{(JFr_{MAX}-1)-2}{2} \right] \\ & \left[\left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2} - 1 \right) \right] + \left[\frac{\left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2} - 2 \right) + \frac{iFr_{MAX}-1}{2}}{2} \right] \\ & + \left[\frac{I + \frac{iFr_{MAX}-1}{2} + 1}{2} + \left(\frac{j-3}{2} \right) \frac{iFr_{MAX}-1}{2} \right], \dots \quad (49) \end{aligned}$$

El número de fracturas totales dentro de mi yacimiento a cualquier tamaño viene dado por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} (i, j) = & \left[\frac{(JFr_{MAX}-1)-2}{2} \right] \left[\left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2} - 1 \right) \right] \\ & + \left[\frac{\left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2} - 2 \right) + \frac{iFr_{MAX}-1}{2}}{2} \right] \\ & + \left[\frac{\left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2} - 1 \right) + \left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2} + 1 \right)}{2} \right], \dots \quad (50) \\ & + \left[\frac{(JFr_{MAX}-2)-3}{2} \right] i_{FRMAX} \end{aligned}$$

Anexo A.2. Ecuaciones para describir el comportamiento físico en la red de fracturas.

La ecuación de balance de materia se representa en la siguiente **Figura.A.2.1**, la cual se observa el comportamiento de la presión en cada fractura en el plano cartesiano, tomando al nodo como punto de referencia.

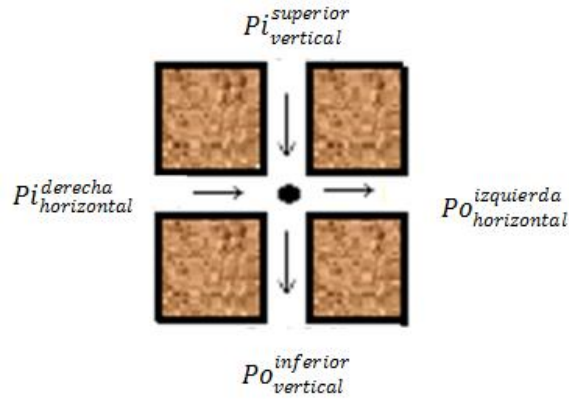


Figura A.2. Representación de la diferencial de presión en el sistema de fracturas.

La primera igualdad se representa como:

$$\begin{aligned}
 & p_o^{vertical} \left[\left(\frac{j-2}{2} \right) \left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2} - 1 \right) + \left(\frac{i + \frac{iFr_{MAX}-1}{2}}{2} \right) \right] \\
 & = p_o^{horizontal} \left[\left[\frac{(jFr_{MAX}-1)-2}{2} \right] \left[\left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2} - 1 \right) \right] \right. \\
 & \quad + \left. \left[\frac{\left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2} - 2 \right) + \frac{iFr_{MAX}-1}{2}}{2} \right] \right. \\
 & \quad \left. + \left[\frac{i + \frac{iFr_{MAX}-1}{2}}{2} + \left(\frac{j-2}{2} \right) \frac{iFr_{MAX}-1}{2} \right] \right] \dots \dots \dots (51)
 \end{aligned}$$

La segunda ecuación se representa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
& p_o^{vertical} \left[\left(\frac{j-2}{2} \right) \left(\frac{iFr_{MAX} - 1}{2} - 1 \right) + \left(\frac{i + \frac{iFr_{MAX} - 1}{2}}{2} \right) \right] \\
& = p_i^{horizontal} \left[\left[\frac{(jFr_{MAX} - 1) - 2}{2} \right] \left[\left(\frac{iFr_{MAX} - 1}{2} - 1 \right) \right] \right. \\
& \quad + \left. \left[\frac{\left(\frac{iFr_{MAX} - 1}{2} - 2 \right) + \frac{iFr_{MAX} - 1}{2}}{2} \right] \right. \dots\dots\dots (52) \\
& \quad \left. + \left[\frac{i + 2 + \frac{iFr_{MAX} - 1}{2}}{2} + \left(\frac{j-2}{2} \right) \frac{iFr_{MAX} - 1}{2} \right] \right]
\end{aligned}$$

Y por último la tercera ecuación queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
& p_o^{vertical} \left[\left(\frac{j-2}{2} \right) \left(\frac{iFr_{MAX} - 1}{2} - 1 \right) + \left(\frac{i + \frac{iFr_{MAX} - 1}{2}}{2} \right) \right] \\
& = p_i^{vertical} \left[\left[\left(\frac{j}{2} \right) \left(\frac{iFr_{MAX} - 1}{2} - 1 \right) \right. \right. \dots\dots\dots (53) \\
& \quad \left. \left. + \left(\frac{i + \frac{iFr_{MAX} - 1}{2}}{2} \right) \right] \right]
\end{aligned}$$

Anexo A.3. Ecuaciones para describir el comportamiento del gasto en la red de fracturas.

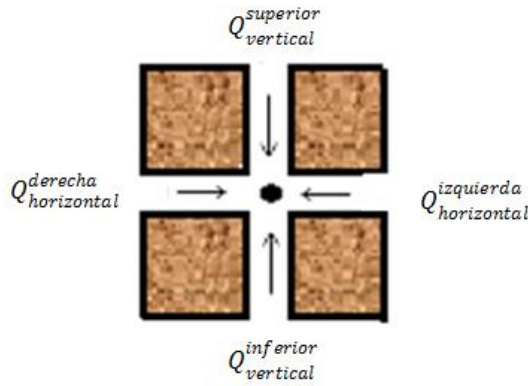


Figura A.3. Representación de la conservación de masa en el sistema de fracturas.

En el caso del gasto, de acuerdo al balance de masa la suma de los 4 gastos como se puede observar en la **Figura A.3** , la suma por cada nodo debe ser igual a cero:

$$\begin{aligned}
 & Q_{vertical}^{superior} \left[\left(\frac{j-2}{2} \right) \left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2} - 1 \right) + \left(\frac{i + \frac{iFr_{MAX}-1}{2}}{2} \right) \right] \\
 & + Q_{horizontal}^{derecha} \left[\left[\frac{(jFr_{MAX}-1)-2}{2} \right] \left[\left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2} - 1 \right) \right] \right. \\
 & + \left. \left[\frac{\left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2} - 2 \right) + \frac{iFr_{MAX}-1}{2}}{2} \right] \right] \dots\dots\dots (54) \\
 & + \left[\frac{i + \frac{iFr_{MAX}-1}{2} + 2}{2} + \left(\frac{j-2}{2} \right) \frac{iFr_{MAX}-1}{2} \right] +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Q_{vertical}^{inferior} \left[\left(\frac{j}{2} \right) \left(\frac{iFr_{MAX} - 1}{2} - 1 \right) + \left(\frac{i + \frac{iFr_{MAX} - 1}{2}}{2} \right) \right] \\
& + Q_{horizontal}^{izquierda} \left[\left[\frac{(jFr_{MAX} - 1) - 2}{2} \right] \left[\left(\frac{iFr_{MAX} - 1}{2} - 1 \right) \right] \right. \\
& + \left. \left[\frac{\left(\frac{iFr_{MAX} - 1}{2} - 2 \right) + \frac{iFr_{MAX} - 1}{2}}{2} \right] \right. \\
& + \left. \left[\frac{i + \frac{iFr_{MAX} - 1}{2}}{2} + \left(\frac{j - 2}{2} \right) \frac{iFr_{MAX} - 1}{2} \right] \right]
\end{aligned}$$

Anexo A.4. Ecuaciones de Poiseuille

Para las fracturas verticales, donde P_o y P_i son la presión de salida y la presión de entrada respectivamente.

$$q(i,j) = \frac{Q}{Z} = \left(\frac{2n}{1+2n}\right) \left[\left(\frac{1}{m} \frac{p_{0,i,j} - p_{l,i,j}}{L_{i,j}}\right)^{1/n} \left(\frac{h_{i,j}}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}} \right] , \dots \quad (55)$$

Condiciones de frontera: $i = -\frac{iFr_{MAX}-1}{2} + 2, \frac{iFr_{MAX}-1}{2} - 2, 2$ $J = 2jFr_{MAX} - 1, 2$

Para gasto:

$$Q(i,j) = \left(\frac{j-2}{2}\right) \left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2} - 1\right) + \left(\frac{i + \frac{iFr_{MAX}-1}{2}}{2}\right) = 1 , \dots \quad (56)$$

Para p_o

$$p_o = \left(\frac{j-2}{2}\right) \left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2} - 1\right) + \left(\frac{i + \frac{iFr_{MAX}-1}{2}}{2}\right) \\ = -\left(\frac{2n}{1+2n}\right) \left[\left(\frac{1}{m} \frac{1}{L_{i,j}}\right)^{\frac{1}{n}} (p_{0,i,j} - p_{l,i,j})^{\frac{1}{n}-1} \left(\frac{h_{i,j}}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}} \right] , \dots \quad (57)$$

Para p_i

$$P_i(i,j) = \left(\frac{j-2}{2}\right) \left(\frac{iFr_{MAX}-1}{2} - 1\right) + \left(\frac{i + \frac{iFr_{MAX}-1}{2}}{2}\right) \\ = \left(\frac{2n}{1+2n}\right) \left[\left(\frac{1}{m} \frac{1}{L_{i,j}}\right)^{1/n} (p_{0,i,j} - p_{l,i,j})^{\frac{1}{n}-1} \left(\frac{h_{i,j}}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}} \right] , \dots \quad (58)$$

Anexo A.5. Ecuación de cantidad de movimiento.

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} - \left[\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xx} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yx} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zx} \right] \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} - \left[\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yy} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zy} \right] \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} - \left[\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xz} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yz} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zz} \right] \quad (3)$$

Solo existe una ecuación correspondiente en V_x para un fluido no newtoniano en placas paralelas

$$- \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yx} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yx} \quad , \dots \dots \dots (59)$$

La ecuación de Ley de potencia se expresa de la siguiente forma:

$$\tau_{yx} = m \left(- \frac{dx}{dy} \right)^n \quad , \dots \dots \dots (60)$$

Sustituyendo la Eq. 62 en la ecuación 61 obtenemos:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial y} \left(m \left(- \frac{du}{dy} \right)^n \right) \quad , \dots \dots \dots (61)$$

Con las condiciones de frontera por simetría

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$$

Por adherencia

$$u \left(y = \frac{h}{2} \right) = 0$$

Se considera que la presión sólo es función de x Integrando:

$$\int \frac{\partial p}{\partial x} dy = \int \left(-\frac{\partial}{\partial y} \left(m \left(-\frac{\partial u}{\partial y} \right)^n \right) \right) dy$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} \int dy = -m \left(-\frac{\partial u}{\partial y} \right)^n + C_1$$

$$\frac{\partial p y}{\partial x} = -m \left(-\frac{\partial u}{\partial y} \right)^n + C_1$$

Utilizando $\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$

$$\frac{\partial p (0)}{\partial x} = -m \left(-\frac{\partial u}{\partial (0)} \right)^n + C_1$$

$$C_1 = 0$$

Sustituyendo nuevamente:

$$\frac{\partial p y}{\partial x} = -m \left(-\frac{\partial u}{\partial y} \right)^n + 0$$

De igual manera, puede expresarse de la siguiente forma:

$$\left(-\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/n} y^{1/n} = -\frac{\partial u}{\partial y}$$

Al integrar la ecuación anterior obtenemos:

$$\left(-\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/n} \int y^{1/n} dy = -\int \frac{\partial u}{\partial y} dy$$

$$\frac{1}{n} + 1 = \frac{1}{n} + \frac{n}{n} = \frac{n+1}{n}$$

$$\left(-\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^{1/n} \frac{n y^{\frac{1}{n}+1}}{n+1} + C_2 = -u$$

Utilizando $u\left(y = \frac{h}{2}\right) = 0$

$$\left(-\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^{1/n} \frac{n}{n+1} \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1} + C_2 = 0$$

$$-\left(-\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{n+1} \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1} = C_2$$

Sustituyendo en la ecuación 64

$$\left(-\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^{1/n} \frac{n y^{\frac{1}{n}+1}}{n+1} - \left(-\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{n+1} \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1} = -u$$

$$-\left(-\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^{1/n} \frac{n y^{\frac{1}{n}+1}}{n+1} + \left(-\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{n+1} \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1} = u$$

$$-\left(-\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^{1/n} \frac{n}{n+1} \left(y^{\frac{1}{n}+1} - \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1}\right) = u$$

Para el cálculo del gasto se utiliza la siguiente ecuación:

$$Q = \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^Z u \, dydz$$

$$Q = 2Z \int_0^{h/2} u \, dy$$

$$q = \frac{Q}{Z} = 2 \int_0^{h/2} u \, dy$$

Sustituyendo el valor de u

$$q = \frac{Q}{Z} = 2 \int_0^{h/2} - \left(-\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/n} \frac{n}{n+1} \left(y^{\frac{1}{n}+1} - \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} \right) dy$$

$$q = \frac{Q}{Z} = 2 - \left(-\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/n} \frac{n}{n+1} \int_0^{h/2} \left(y^{\frac{1}{n}+1} - \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} \right) dy$$

Dándole el valor de la constante

$$B = 2 - \left(-\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/n} \frac{n}{n+1}$$

$$q = \frac{Q}{Z} = B \int_0^{h/2} \left(y^{\frac{1}{n}+1} - \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} \right) dy$$

$$q = \frac{Q}{Z} = B \int_0^{h/2} \left(\frac{Y^{\frac{1}{n}+1+1}}{\frac{1}{n}+1+1} - Y \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} \right)$$

$$q = \frac{Q}{Z} = B \int_0^{h/2} \left(\frac{Y^{\frac{1}{n}+1+1}}{\frac{1}{n}+1+1} - Y \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} \right)$$

$$\frac{1}{n} + 1 + 1 = \frac{1}{n} + \frac{n}{n} + \frac{n}{n} = \frac{1+2n}{n}$$

$$q = \frac{Q}{Z} = B \int_0^{h/2} \left(\frac{nY^{\frac{1+2n}{n}}}{1+2n} - Y \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} \right)$$

Evaluando la ecuación de $\frac{h}{2}$ a 0

$$q = \frac{Q}{Z} = B \left(\left[\frac{n \frac{h^{\frac{1+2n}{n}}}{2}}{1+2n} - \frac{n0^{\frac{1+2n}{n}}}{1+2n} \right] \left[\left(\frac{h}{2} \right) \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} - (0) \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} \right] \right)$$

$$q = \frac{Q}{Z} = B \left(\left[\frac{n \frac{h^{\frac{1+2n}{n}}}{2}}{1+2n} - \frac{n0^{\frac{1+2n}{n}}}{1+2n} \right] \left[\left(\frac{h}{2}\right) \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n+1}} - (0) \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n+1}} \right] \right)$$

$$q = \frac{Q}{Z} = B \left(\frac{n \frac{h^{\frac{1+2n}{n}}}{2}}{1+2n} - \left(\frac{h}{2}\right) \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n+1}} \right)$$

$$q = \frac{Q}{Z} = B \left(\frac{n \frac{h^{\frac{1+2n}{n}}}{2}}{1+2n} - \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{n}{n}} \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n+1}} \right)$$

$$q = \frac{Q}{Z} = B \left(\frac{n \frac{h^{\frac{1+2n}{n}}}{2}}{1+2n} - (h)^{\frac{2n+1}{n}} \right)$$

$$q = \frac{Q}{Z} = B \left(\left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}} \left(\frac{n}{1+2n} - 1\right) \right)$$

$$q = \frac{Q}{Z} = B \left(\left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}} \left(\frac{n-1-2n}{1+2n}\right) \right)$$

$$q = \frac{Q}{Z} = B \left(\left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}} \left(\frac{-1-n}{1+2n}\right) \right)$$

Sustituyendo B el valor de la constante

$$q = \frac{Q}{Z} = 2 - \left(-\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^{1/n} \frac{n}{n+1} \left(\left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}} \left(\frac{-1-n}{1+2n}\right) \right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_o - p_i}{L}$$

$$\left(-\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial x}\right) = \left(-\frac{1}{m} \frac{p_o - p_i}{L}\right) = \frac{1}{m} \frac{p_i - p_o}{L}$$

$$q = \frac{Q}{Z} = 2 - \left(\frac{1}{m} \frac{p_i - p_o}{L}\right)^{1/n} \frac{n}{n+1} \left(\left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}} \left(\frac{-1-n}{1+2n}\right)\right)$$

$$q = \frac{Q}{Z} = -2 \left(\frac{-1-n}{1+2n}\right) \left[\left(\frac{1}{m} \frac{p_i - p_o}{L}\right)^{1/n} \frac{n}{n+1} \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}}\right]$$

Cambiando el signo de (1- n)

$$q = \frac{Q}{Z} = 2 \left(\frac{1+n}{1+2n}\right) \left[\left(\frac{1}{m} \frac{p_i - p_o}{L}\right)^{1/n} \frac{n}{n+1} \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}}\right]$$

Eliminando (n+1)

$$q = \frac{Q}{Z} = \left(\frac{2}{1+2n}\right) \left[\left(\frac{1}{m} \frac{p_i - p_o}{L}\right)^{1/n} n \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}}\right]$$

Se obtiene la ecuación para dos placas paralelas por ley de potencia

$$q = \frac{Q}{Z} = \left(\frac{2}{1+2n}\right) \left[\left(\frac{1}{m} \frac{p_i - p_o}{L}\right)^{1/n} n \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}}\right]$$

$$q = \frac{Q}{Z} = \left(\frac{2n}{1+2n}\right) \left[\left(\frac{1}{m} \frac{p_i - p_o}{L}\right)^{1/n} \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}}\right]$$

$$q = \frac{Q}{Z} = \left(\frac{2n}{1+2n} \right) \left[\left(\frac{1}{m} \frac{p_i - p_o}{L} \right)^{1/n} \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{2n+1}{n}} \right] , \dots \dots \dots (62)$$

Linealizando la ecuación

$$q = \frac{Q}{Z} = \left(\frac{2n}{1+2n} \right) \left[\left(\frac{1}{mL} \right)^{1/n} \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{2n+1}{n}} (p_i - p_o)^{1/n} \right]$$

$$q = \frac{Q}{Z} = \left(\frac{2n}{1+2n} \right) \left[\left(\frac{1}{mL} \right)^{1/n} \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{2n+1}{n}} (p_i - p_o)^{\frac{1}{n}-1} (p_i - p_o)^1 \right]$$



X_i

$$q = X_i (p - p_o)$$

$$q - X_i p_i + X_i p_o = 0$$

$$q = 1$$

$$p_i = -X_i$$

$$p_o = X_i$$

$$B = 0$$