



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL  
DE UNA TORRE DE CONTROL DE SECCIÓN  
CIRCULAR ANTE LOS EFECTOS DE VÓRTICES  
ALTERNANTES**

**TESIS**

Que para obtener el título de

**Ingeniero Civil**

**P R E S E N T A**

Ricardo Roberto Ramírez Angel

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Adrián Pozos Estrada



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2016



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA  
COMITÉ DE TITULACIÓN  
FING/DICyG/SEAC/UTIT/067/16

Señor  
RICARDO ROBERTO RAMÍREZ ANGEL  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor DR. ADRIÁN POZOS ESTRADA, que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

**"ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE UNA TORRE DE CONTROL DE SECCIÓN CIRCULAR ANTE LOS EFECTOS DE VÓRTICES ALTERNANTES"**

- INTRODUCCIÓN
- I. DESCRIPCIÓN DEL FENÓMENO DEL DESPRENDIMIENTO DE VÓRTICES EN CUERPOS CILÍNDRICOS
  - II. REVISIÓN DE LAS NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS PARA DISEÑO POR VIENTO (NTCDV, 2004)
  - III. MODELO DE LA TORRE DE CONTROL EN EL PROGRAMA ANSYS Y ANÁLISIS
  - IV. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS
  - V. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"  
Cd. Universitaria a 16 de agosto del 2016.  
EL PRESIDENTE

M.I. GERMÁN LÓPEZ RINCÓN

GLR/MTH\*gar.

---

# AGRADECIMIENTOS

A **DIOS** por ser esa fuerza invisible en la que siempre confío

A mi **PADRE** y mi **MADRE** por todo su amor, apoyo y consejos

A mi **HERMANO** por ser esa persona tan especial para mí

A mi **FAMILIA** por su motivación y cariño

A mis **AMIGOS** por compartir grandes alegrías y también tristezas

Al **DR. ADRIÁN** por ser clave para cumplir una meta más

A mis **PROFESORES** por transmitirme su tan valioso conocimiento

A mi **UNIVERSIDAD** y **FACULTAD** por ser mi alma mater

---

*“El éxito no es la clave de la felicidad, la felicidad es  
la clave del éxito, si amas lo que haces entonces serás exitoso.”*

*Albert Schweitzer*

---



## RESUMEN

El efecto de desprendimiento de vórtices alternados puede generar oscilaciones a los edificios de gran altura, lo cual se traduce en incomodidad de los usuarios y en caso extremo puede producir la falla de la estructura por fatiga de los materiales al ser un fenómeno repetitivo. Este efecto se presenta con mayor frecuencia en edificios con una relación de esbeltez alta y de sección circular, debido a que esta configuración ofrece las condiciones propicias para generar los vórtices. En México no existen muchas investigaciones al respecto; sin embargo, al construirse estructuras de las características mencionadas es indispensable conocer las consecuencias de este tipo de fenómeno, por lo tanto, se hace una explicación con base en diferentes fuentes científicas, se mencionan los criterios de diseño que rigen en la Ciudad de México (Reglamento de Construcción para el Distrito Federal, 2004) y se comparan diferentes límites permisibles incluidos en la normatividad mexicana y algunos casos extranjeros. Lo anterior se aplica a un modelo creado en un programa computacional que realiza los análisis tanto estáticos como dinámicos a una torre de control de sección circular, con la finalidad de evaluar la magnitud del efecto y mencionar algunas recomendaciones para disminuir su intensidad.

## ABSTRACT

The vortex-induced vibrations could produce oscillations in high buildings, meaning that it may generate discomfort for the users and in extreme cases, it can cause the failure of the structure due to fatigue of the material as part of a repetitive process. This effect occurs more often in buildings with a high slenderness ratio and a circular section, as this configuration provides the right conditions to generate vortices. In Mexico there is little research on this subject; however, to build structures as the ones with the characteristics previously mentioned, it is essential to know the consequences of this kind of phenomenon. As a result, an explanation based on various scientific sources is made, the design criteria governing in Mexico City is mentioned (Building Regulations of the Federal District, 2004) and lastly, different allowable limits are compared between Mexican standards and some foreign cases. The research is applied using a model created in a computer program that performs static and dynamic analysis to a control tower with a circular section, in order to assess the magnitude of the effect and mention some recommendations to reduce its intensity.

## TABLA DE FIGURAS

FIG. 1 CALLE DE VÓRTICES DE VON KÁRMÁN (FUENTE: CÁTEDRA PROF. A. H. TECHET) .....	10
FIG. 2 REGÍMENES DEL FLUJO DE UN FLUIDO A TRAVÉS DE UN CILINDRO CIRCULAR LISO (LIENHARD, 1966) (FUENTE: MIT OCW) .....	11
FIG. 3 CALLE DE VÓRTICES VON KÁRMÁN (DOUGLAS, 1995).....	12
FIG. 4 RELACIÓN DEL NÚMERO DE REYNOLDS Y DEL NÚMERO DE STROUHAL EN CILINDROS CIRCULARES (LIENHARD, 1966; ACHENBACH Y HEINECKE, 1981). $S \approx 0.21 (1 - 21/Re)$ PARA $40 < Re < 200$ (ROSHKO, 1995).....	13
FIG. 5 CILINDRO Y SU SISTEMA DE COORDENADAS. (MESEGUER, 2013).....	18
FIG. 6 DISPOSITIVOS AÑADIDOS A CILINDROS PARA LA SUPRESIÓN DE VIBRACIONES INDUCIDAS POR VÓRTICES: (A) CHAPA HELICOIDAL; (B) CARENA PERFORADA; (C) REJILLA AXIAL; (D) CARENADO AERODINÁMICO; (E) DIVISOR; (F) CABLES GRUESOS; (G) VELETA GUÍA PIVOTEADA; (H) SALIENTES PERIMETRALES (BLEVINS, 1990) .....	20
FIG. 7 CURVAS DE PERCEPCIÓN DE ACELERACIÓN (POZOS ESTRADA Y LÓPEZ IBARRA, 2016).....	24
FIG. 8 PARÁMETROS R, A Y N (NTCDV).....	27
FIG. 9 GEOMETRÍA DE LA TORRE DE CONTROL .....	29
FIG. 10 VISTA 3D DE LA TORRE DE CONTROL .....	30
FIG. 11 ELEVACIÓN DE LA TORRE DE CONTROL .....	30
FIG. 12 PLANTA TÍPICA DEL MÁSTIL.....	31
FIG. 13 PLANTA ZONA DE CABINAS .....	31
FIG. 14 RUGOSIDAD DEL TERRENO (NTCDV) .....	32
FIG. 15 FORMAS TOPOGRÁFICAS LOCALES (NTCDV) .....	33
FIG. 16 COEFICIENTES DE ARRASTRE (NTCDV).....	34
FIG. 17 PERFIL DE VELOCIDAD DE DISEÑO (NTCDV) .....	35
FIG. 18 DESPLAZAMIENTOS ANÁLISIS ESTÁTICO, DESPRENDIMIENTOS DE VÓRTICES ALTERNADOS.....	36
FIG. 19 DEFORMADA – PRIMER MODO DE VIBRAR.....	37
FIG. 20 DEFORMADA – SEGUNDO MODO DE VIBRAR.....	37
FIG. 21 DEFORMADA – TERCER MODO DE VIBRAR .....	38
FIG. 22 DEFORMADA - DÉCIMO MODO DE VIBRAR.....	39
FIG. 23 (A) AMORTIGUAMIENTO PROPORCIONAL A LA MASA; (B) AMORTIGUAMIENTO PROPORCIONAL A LA RIGIDEZ (CHOPRA, 2014).....	40
FIG. 24 VARIACIÓN DE LAS FRACCIONES DE AMORTIGUAMIENTO MODAL CON LA FRECUENCIA NATURAL: (A) AMORTIGUAMIENTOS PROPORCIONALES A LA MASA Y A LA RIGIDEZ; (B) AMORTIGUAMIENTO DE RAYLEIGH (CHOPRA, 2014).....	42
FIG. 25 DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DEL NODO 392 (H=88M) .....	44
FIG. 26 DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL NODO 288 (H=60.9M).....	45
FIG. 27 DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL NODO 308 (H=0).....	46
FIG. 28 ACELERACIÓN DEL NODO 392 (H=88M).....	48
FIG. 29 ACELERACIÓN DEL NODO 288 (H=60.9M).....	48
FIG. 30 ACELERACIÓN DEL NODO 308 (H=0) .....	49
FIG. 31 LÍNEA DE TENDENCIA LOGARÍTMICA .....	60

# ÍNDICE

RESUMEN.....	1
ABSTRACT .....	1
Tabla de figuras .....	2
INTRODUCCIÓN .....	5
CAPÍTULO 1. Descripción del fenómeno de desprendimiento de vórtices en cuerpos cilíndricos .....	6
1.1. Características físicas importantes del aire .....	6
1.2. Leyes que rigen el comportamiento de un fluido.....	6
1.3. Ecuación de Bernoulli .....	7
1.4. Número de Reynolds .....	7
1.5. Capa límite .....	8
1.6. Fuerza de arrastre.....	9
1.7. Desprendimiento de vórtices.....	10
1.8. Número de Strouhal .....	12
1.9. Efecto del movimiento del cilindro en la estela.....	13
1.10. Vibración inducida por vórtices .....	14
1.11. Parámetros que influyen el desprendimiento de vórtices .....	16
1.12. Modelos de vibración inducida por vórtices.....	17
1.12.1. Modelo armónico .....	17
1.12.2 Modelo de estela con oscilador.....	18
1.13. Reducción de la vibración inducida por el desprendimiento de vórtices.....	19
CAPÍTULO 2. Revisión de las normas técnicas complementarias para diseño por viento (NTCDV, 2004)21	
2.1 Deducción de la ecuación de $V_{cr}$ del RCDF .....	22
2.2 Efectos negativos en los usuarios por el desprendimiento de vórtices .....	23
2.3 Desplazamientos permisibles .....	24
2.4 Discrepancia entre fórmulas para omisión de efectos dinámicos de vorticidad.....	25
CAPÍTULO 3. Modelo de la torre de control en el programa Ansys y análisis .....	28
3.1 Descripción de la geometría .....	28
3.2 Obtención de las fuerzas por efecto de vórtices periódicos .....	31
3.3 Amortiguamiento de las estructuras.....	39
3.3.1 Amortiguamiento de Rayleigh.....	40
CAPÍTULO 4. Análisis de los resultados .....	44
4.1 Análisis de los desplazamientos obtenidos .....	44
4.2 Análisis de las aceleraciones obtenidas.....	46

CONCLUSIONES .....	50
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	52
ANEXO A – Pseudocódigo Ansys.....	53
ANEXO B – Fuerzas generadas por viento con base a NTCDV (2004) .....	58
ANEXO C – Cálculo de $C_z$ .....	59

## INTRODUCCIÓN

Los efectos del viento sobre estructuras altas pueden llegar a ser de tal magnitud que pongan en riesgo la estabilidad de una estructura; sin embargo, usualmente un edificio alto no llega a la falla por consecuencia de las fuerzas provocadas por el viento, aunque frecuentemente produce el desprendimiento de sus fachadas, roturas de elementos no estructurales y oscilaciones que generan incomodidad a los usuarios. Es este último el efecto negativo de mayor importancia que genera el fenómeno de desprendimiento de vórtices alternantes. Los desplazamientos que pueden producir estos vórtices a edificios de gran flexibilidad pueden incluso rebasar los límites permitidos que se mencionan en algunos reglamentos de diseño.

La finalidad del presente estudio es mostrar las consecuencias que puede generar el desprendimiento de vórtices en una torre de control de sección circular. Debido a ser una edificación esbelta y poseer una sección circular, esta estructura es más susceptible a presentar problemas por las grandes fuerzas que puede generar el viento al impactarla. Las torres de control son edificios que deben permanecer en un funcionamiento bajo cualquier circunstancia debido a que son parte vital en un desastre natural o en una situación de emergencia, además, sus usuarios se deben encontrar bajo las mejores condiciones de trabajo para que lleven a cabo sus tareas con éxito.

Es importante conocer el fenómeno y entender cómo se origina, por lo tanto, se ofrece una explicación de él sustentada en diversas fuentes que tratan de explicar las características particulares que debe tener el viento y la estructura para que el desprendimiento de vórtices se presente, también se indica cuáles podrían ser las consecuencias de no evitarlo y cómo se puede disminuir su intensidad o mejor aún evitar que se presente.

Las Normas Técnicas Complementarias de Diseño por Viento incluyen una pequeña sección que permite obtener la fuerza que se produce debido a los vórtices alternantes, el objetivo es profundizar y explicar por qué se propone ese modelo matemático y cuál es su fundamento. Por otro lado, el lector podrá comparar diferentes criterios de los límites de percepción de aceleración que contienen diferentes normas para evitar la incomodidad de los usuarios.

Con la finalidad de comparar los efectos sobre el edificio y conocer cuál es la condición más desfavorable, la torre de control es analizada tanto por el caso estático, donde la fuerza ejercida por el viento no varía con el tiempo; como para el caso dinámico, donde la fuerza que produce el viento a la estructura varía con el tiempo; éste último se asemeja más a la realidad. Además, se explica cómo se obtuvieron las fuerzas que se emplearon en ambos casos. Por último, se dan recomendaciones para disminuir los efectos o evitar que se presente la condición de desprendimientos de vórtices alternantes.

El Capítulo 1 contiene la explicación teórica del fenómeno de vórtices alternantes; el Capítulo 2 trata sobre los criterios de las Normas Técnicas Complementarias de Diseño por Viento, el Capítulo 3 presenta el modelo de la torre de control empleado, el Capítulo 4 comprende los resultados obtenidos de los análisis realizados y las Conclusiones son una valoración de los resultados logrados y, además, se presentan algunas recomendaciones para disminuir los efectos negativos del desprendimiento de vórtices.

## CAPÍTULO 1. DESCRIPCIÓN DEL FENÓMENO DE DESPRENDIMIENTO DE VÓRTICES EN CUERPOS CILÍNDRICOS

### 1.1. Características físicas importantes del aire

Dentro de las características que describen significativamente el comportamiento de aire sobre las obras civiles se encuentra la densidad y la viscosidad, esta última “mide la resistencia al deslizamiento de unas capas de fluido sobre otras”, y para que ésta pueda presentarse deben existir diferencias en las velocidades de las capas del fluido. El aire es poco denso y poco viscoso (con valores al ambiente de 15° C y 1 atm de temperatura y presión respectivamente), densidad  $\rho_a = 1.225 \text{ kg/m}^3$  y de viscosidad dinámica  $\mu_a = 1.78 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ . La viscosidad a su vez depende en gran medida de la temperatura, como se observa en las siguientes ecuaciones

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{T_0}{T} \quad (1)$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{T_0 + T_S}{T + T_S} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \quad (2)$$

donde  $T$  es la temperatura absoluta y el subíndice cero en las variables indica los valores de referencia a una temperatura de 0° C, considerando la presión de 1 atmósfera ( $T_0 = 273.15 \text{ K}$ ,  $\rho_0 = 1.292 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $T_S = 110.4 \text{ K}$  y  $\mu_0 = 1.716 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ) (Meseguer, 2013).

### 1.2. Leyes que rigen el comportamiento de un fluido

1. Conservación de la masa: Expresa que, fijado un determinado periodo de tiempo y un cierto volumen de control fijo en el espacio, si no hay en su interior elementos que inyecten o que extraigan materia, la masa que entra en dicho volumen de control ha de ser igual a la que sale (Meseguer, 2013).
2. Segundo principio de Newton (balance de la cantidad de movimiento): Indica que la resultante de las fuerzas que actúan sobre una partícula fluida es igual al producto de la masa de la partícula por su aceleración. Las fuerzas que actúan sobre el volumen de control son la presión y las que tienen su origen en la viscosidad del fluido (fuerzas superficiales) (Meseguer, 2013).
3. Primera ley de la termodinámica: Es simplemente una expresión del principio de la conservación de la energía, y sostiene que la energía es una propiedad termodinámica. El principio de conservación de la energía expresa que, durante una interacción, la energía puede cambiar de una forma a otra, pero su cantidad total permanece constante (Çengel y Boles, 2012).
4. Segunda ley de la termodinámica: Afirma que la energía tiene calidad, así como cantidad, y los procesos reales ocurren hacia donde disminuye la calidad de la energía (Çengel y Boles, 2012).

### 1.3. Ecuación de Bernoulli

A partir de las ecuaciones de Navier-Stokes que indican que, a bajas velocidades como los cuerpos afectados por el viento terrestre, se puede llegar a “una relación aproximada entre la presión, la velocidad y la elevación, la cual es válida en regiones de flujo estacionario e incomprensible en donde las fuerzas netas de fricción son despreciables” (Çengel, 2012). Esta relación es la ecuación de Bernoulli, que establece la dependencia a lo largo de una línea de corriente entre la presión estática y la velocidad en un punto del dominio fluido,  $p$  y  $U$ , con las condiciones de presión y velocidad,  $p_\infty$  y  $U_\infty$ , existentes corriente arriba, lejos del cuerpo

$$p + \frac{1}{2}\rho U^2 = p_\infty + \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 = p_R \quad (3)$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido (considerada constante),  $\rho U^2/2$  la presión dinámica ( $\rho U_\infty^2/2$  es la presión dinámica de la corriente incidente) y  $p_R$  la presión de estancamiento (la presión que se alcanza al decelerar la corriente hasta una velocidad nula, presión que es, además, la máxima que se puede alcanzar en el dominio fluido). La ecuación de Bernoulli considera los efectos viscosos despreciables en comparación con los efectos gravitacionales, de inercia y de presión, por lo tanto, esta ecuación no es aplicable en las capas límites y las estelas que se forman corriente debajo de las superficies de los cuerpos (Meseguer, 2013).

### 1.4. Número de Reynolds

Para medir la importancia de la cantidad de movimiento (fuerzas inerciales) frente a los efectos viscosos (fuerzas de fricción) se han de comparar los órdenes de magnitud de ambos en un cierto volumen fluido. El orden de magnitud de los términos asociados a la variación de cantidad de movimiento viene dado por el producto de la masa del volumen fluido por su aceleración, es decir, por la variación en la unidad de tiempo de su velocidad. El orden de magnitud de la aceleración es  $U^2/c$ , y el orden de magnitud de los términos inerciales es  $(\rho c^3) \cdot (U^2/c) = \rho U^2 c^2$ , donde  $c$  es la longitud característica del cuerpo,  $U$  una velocidad característica y  $\rho$  la densidad del fluido.

Respecto a la fuerza de fricción que actúa sobre la unidad de superficie del volumen fluido, tal fuerza es proporcional al producto de la viscosidad del fluido,  $\mu$ , por la variación transversal de la velocidad,  $dU/dz$ , cuyo orden de magnitud queda determinado por el cociente entre la velocidad característica y la longitud característica,  $U/c$ . La resultante de las fuerzas de fricción sobre el elemento fluido se obtiene multiplicando el producto anterior,  $\mu U/c$ , por una superficie de referencia,  $c^2$ , con lo que se obtiene que el orden de magnitud de los términos viscosos es  $(\mu U/c) \cdot c^2 = \mu U c$ .

El cociente entre ambos términos se conoce con el nombre de número de Reynolds, establece la importancia relativa de los términos inerciales frente a los viscosos

$$Re = \rho U c / \mu \quad (4)$$

En ingeniería de viento el valor del número de Reynolds es normalmente muy grande, debido a que la viscosidad dinámica del aire es del orden de  $10^{-5}$  Pa·s, lo que permite introducir importantes simplificaciones al modelar flujos alrededor de un obstáculo, pues se puede despreciar el efecto de los términos viscosos en las ecuaciones del movimiento. Sin embargo, no significa que la viscosidad no sea dominante en otras regiones, tales como las capas límite y estelas.

## 1.5. Capa límite

Los efectos de la viscosidad en la región llamada capa límite son importantes, es una zona relativamente pequeña (con respecto al resto de la superficie del objeto sobre el cual incide un fluido) si el número de Reynolds es grande. Lo anterior se debe a que los flujos laminares son inestables cuando la velocidad aumenta. Si el número de Reynolds es muy pequeño la condición del flujo no es alterada por pequeñas perturbaciones, debido a que la viscosidad es un efecto disipativo, sin embargo, para valores del número de Reynolds superiores al crítico las perturbaciones que afecten al flujo no se disipan sino por el contrario aumentan (los términos inerciales tienen mayor importancia que los efectos viscosos).

Las partículas fluidas que están en la línea de corriente que separa los flujos que pasan a un lado y a otro del cuerpo (llamada línea de corriente divisoria) se deceleran cerca del cuerpo hasta tener velocidad nula; aparece así un punto de estancamiento. En las líneas de corriente próximas a la divisoria las partículas fluidas se frenan antes de llegar a la región dominada por el punto de estancamiento y se aceleran pasada ésta. El comportamiento de una capa límite está gobernado por el número de Reynolds asociado a dicha capa límite, en este caso la longitud característica a emplear es la distancia recorrida desde su nacimiento (desde el punto de estancamiento anterior). El número de Reynolds crece con la distancia recorrida, de modo que antes o después se alcanza el valor para el que las pequeñas perturbaciones no pueden ser amortiguadas y la capa límite laminar se convierte en turbulenta. El paso en la capa límite de régimen laminar a régimen turbulento se denomina transición (*Meseguer, 2013*).

En la superficie terrestre existe también una capa límite muy turbulenta asociada al movimiento del aire atmosférico, cuyo espesor es de centenares de metros por lo que resulta difícilmente perceptible a escala humana. La presión es la causa primaria del movimiento, existiendo una relación entre la presión estática y la dinámica de modo que en ausencia de efectos viscosos la suma de ambas es aproximadamente constante a lo largo de las líneas de corriente. La traducción en términos de velocidad de este resultado es que si una partícula fluida encuentra en su recorrido que la presión va disminuyendo (lo que se llama gradiente favorable de presiones), el fluido se acelera y adquiere mayor velocidad; por el contrario, cuando la presión aumenta las partículas fluidas se frenan (gradiente desfavorable). La presión en la capa límite que se desarrolla sobre un cuerpo es aproximadamente constante en direcciones perpendiculares a la pared del cuerpo.

Si la presión aumenta en el sentido del flujo, las partículas fluidas tienden a frenarse; sin embargo, las láminas fluidas más alejadas de la superficie del cuerpo, que tienen mayor velocidad, luchan contra ese gradiente adverso, a consecuencia las partículas fluidas próximas a la pared terminan por retroceder en vez de avanzar, y en la zona en la que ocurre este retroceso se dice que la capa límite está desprendida. En ingeniería de viento se puede hablar de dos tipos de capas límite. Una es la capa límite que se origina sobre la superficie terrestre en razón de los vientos asociados a los frentes meteorológicos u otros fenómenos de escala muy grande en comparación con las longitudes características de las edificaciones. El otro tipo de capas límite hace referencia a las que se desarrollan sobre las superficies de las

construcciones, que pueden dar lugar a la aparición de fuerzas de succión intensas en determinados puntos de las superficies y mediar procesos de desprendimiento y readherencia convenientemente sintonizados, siendo estas fuerzas de succión las causantes generalmente de los destrozos debidos al viento en las cubiertas y fachadas de las edificaciones (Meseguer, 2013).

## 1.6. Fuerza de arrastre

Cuando un cuerpo es sumergido en un fluido y está en relativo movimiento con respecto al fluido, el arrastre es definido como la componente de la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo la cual está en la dirección del movimiento relativo. La componente perpendicular al arrastre, es decir, la que actúa en dirección normal al relativo movimiento es llamada levantamiento. El arrastre total en un cuerpo con frecuencia es llamado perfil de arrastre, por lo tanto, está compuesto por dos componentes, presión de arrastre y fricción superficial de arrastre, los cuales dependen de la forma del cuerpo y su orientación con respecto al flujo.

Si se toma una pequeña placa rectangular y se coloca de tal forma que su sección más alargada quede paralela al sentido del flujo, la presión de arrastre será insignificante, porque aún si el restablecimiento de la presión es incompleto, la diferencia de presión resultante actuará en un área frontal muy pequeña (aquella que es perpendicular al flujo). Sin embargo, la fricción superficial de arrastre sería importante, debido a la formación de la capa límite a ambos lados de la placa.

Pero si, por el contrario, la placa está orientada perpendicular al flujo (con la cara de mayor área oponiéndose al flujo) el arrastre será casi total debido a la diferencia de presión mientras que la fricción superficial de arrastre sería insignificante.

Es usual relacionar el arrastre medido con el área proyectada del cuerpo,  $A$ , la densidad del flujo,  $\rho$ , y la velocidad de la corriente libre,  $U_0$ , con la expresión

$$D = \frac{1}{2} C_D \rho U_0^2 A \quad (5)$$

donde  $C_D$  es conocido como el coeficiente de arrastre y  $A$  es el área del cuerpo proyectada en un plano perpendicular a la dirección del relativo movimiento. Una expresión similar se puede obtener para el levantamiento

$$L = \frac{1}{2} C_L \rho U_0^2 A \quad (6)$$

La fuerza resultante en el cuerpo es obtenida con la combinación del levantamiento y el arrastre

$$F = \sqrt{(L^2 + D^2)} \quad (7)$$

## 1.7. Desprendimiento de vórtices

Conforme una partícula de fluido fluye hacia el borde frontal de un cilindro, la presión en la partícula del fluido aumenta desde la presión del flujo libre a la presión de estancamiento (también llamada presión total o presión remanente). La alta presión del fluido cerca de la cara frontal impulsa el flujo alrededor del cilindro formando capas límites a ambos lados. Cerca de la sección más ancha del cilindro, las capas límites se separan en cada lado de la superficie del cilindro y forman dos capas de corte que arrastran el flujo y forman la estela (*Blevins, 1990*). Un patrón regular de vórtices, llamado calle de vórtices (vortex Street), son arrastrados por la corriente hacia la estela, donde se disponen aproximadamente equidistantes según dos hileras más o menos paralelas. Los de una hilera tienen un sentido de circulación opuesta a los de la otra, formando la configuración conocida como calles de von Kármán (ver Fig 1).

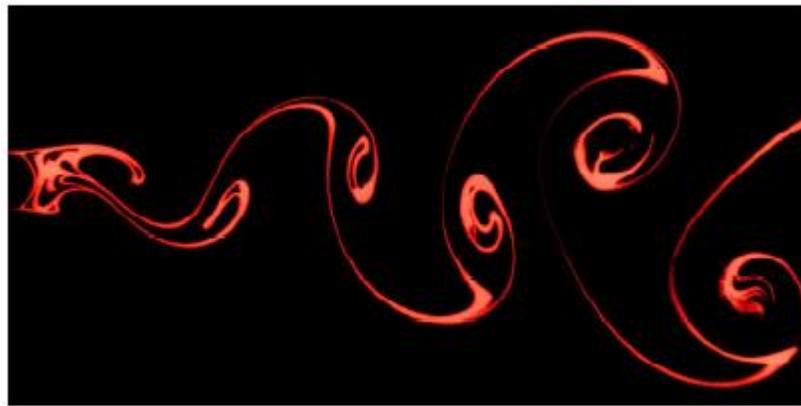


Fig. 1 Calle de vórtices de Von Kármán (Fuente: Cátedra Prof. A. H. Techet)

La llamada calle de vórtices von Kármán se puede comprender si se piensa que el aire es un fluido no viscoso, del mismo modo que ha de haber un punto de estancamiento en la parte de barlovento de los cuerpos, tendría que haberlo también a sotavento. En este modelo el fluido cercano al cuerpo se desplaza desde el punto de remanso anterior hasta el posterior, lo que implica que ha de sufrir un proceso de aceleración al salir del primer punto de estancamiento y de desaceleración antes de llegar al segundo. En consecuencia, la velocidad aumenta y posteriormente disminuye en la excursión de un punto de estancamiento a otro, lo que significa que el campo de presiones a lo largo del cuerpo primero disminuye y luego aumenta, en el supuesto de que la forma del cuerpo no tenga esquinas, pues de haberlas también se tendrían variaciones de presión notables cerca de éstas. Pero incluso en el caso de un cuerpo con formas redondeadas, sin esquinas, si la configuración descrita de dos puntos de estancamiento fuera reproducible en un flujo real, el gradiente adverso posterior forzaría el desprendimiento de las capas límite a ambos lados del cuerpo, de modo que en vez de un punto de remanso posterior en una configuración real se forma una amplia estela de vórtices (*Meseguer, 2013*).

El desprendimiento de vórtices de un cilindro circular liso en un flujo estacionario subsónico es función del número de Reynolds. El mayor rango de regímenes del número de Reynolds y su correlación con el desprendimiento de vórtices en un cilindro circular se muestran en la Fig. 2, dada por Lienhard (1966). A muy bajos valores del número de Reynolds, aproximadamente  $Re = 5$ , el flujo sigue el contorno del

cilindro. En el rango  $5 \leq Re \leq 45$ , el flujo se separa de la parte trasera del cilindro y un par simétrico de vórtices se forma en la cercanía de la estela. En la dirección del flujo la longitud de los vórtices aumenta linealmente con el número de Reynolds, alcanzando la longitud de tres diámetros del cilindro cuando  $Re = 45$ . Si el número de Reynolds incrementa, la estela se hace inestable y uno de los vórtices se separa. Una estela laminar y periódica de vórtices escalonados con sentido opuesto (calle de vórtices) se forma. Entre  $Re = 150$  y  $300$ , los vórtices que se separan del cilindro se hacen turbulentos, aunque la capa límite en el cilindro permanece laminar.

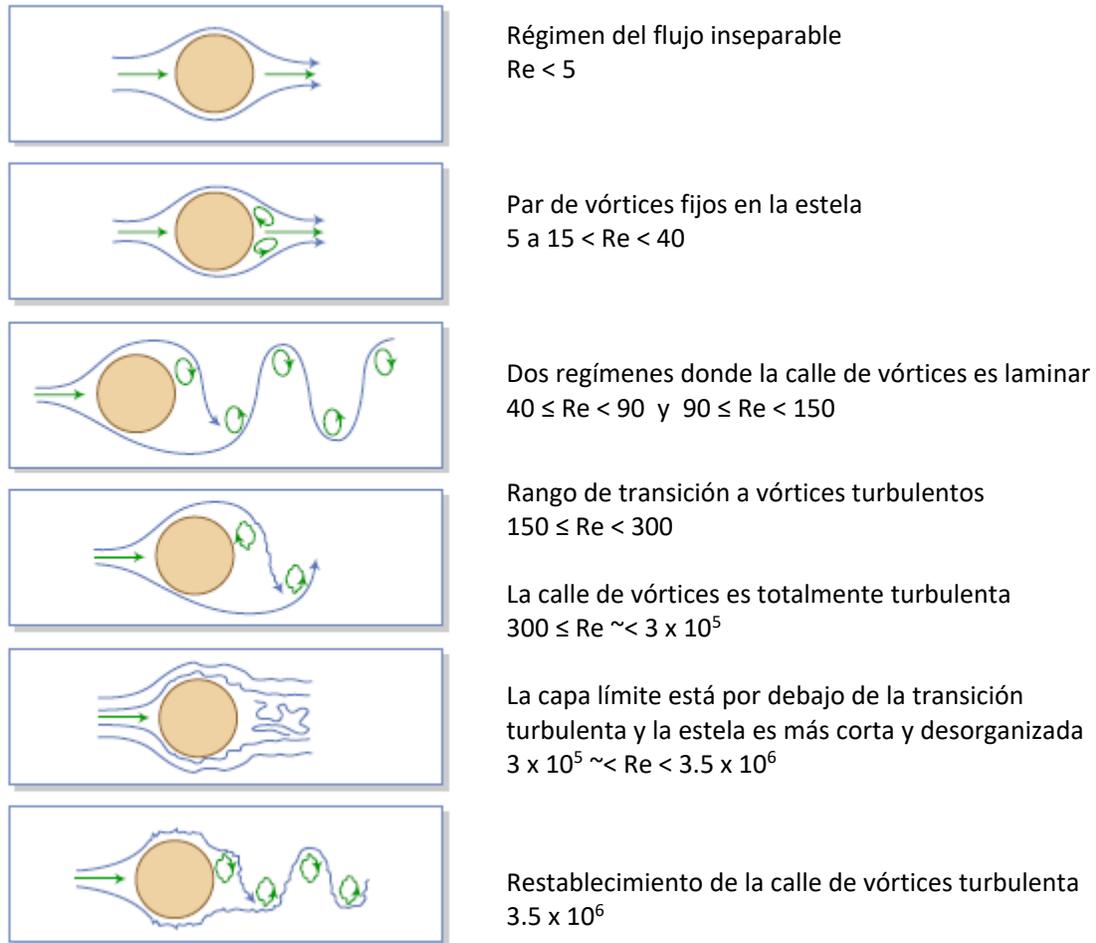


Fig. 2 Regímenes del flujo de un fluido a través de un cilindro circular liso (Lienhard, 1966) (Fuente: MIT OCV)

En el intervalo del número de Reynolds  $300 < Re < 1.5 \times 10^5$  es llamado subcrítico. En este intervalo las capas límites laminares se separan unos 80 grados en popa de la nariz del cilindro y el desprendimiento de vórtices es fuerte y periódico. En el intervalo de transición,  $1.5 \times 10^5 < Re < 3.5 \times 10^6$ , la capa límite del cilindro se hace turbulenta, los puntos de desprendimiento se mueven hacia delante a 140 grados y el coeficiente de arrastre del cilindro cae a 0.3. En el intervalo supercrítico de números de Reynolds,  $Re > 3.5 \times 10^6$ , se restablece un desprendimiento de vórtices regular con una turbulenta capa límite del cilindro.

Von Kármán (1912) encontró que la relación del espaciamiento longitudinal y lateral de una calle de vórtices ideal y escalonada era  $h/l = (1/\pi) \sinh^{-1}(1) = 0.281$ ,  $h$  y  $l$  están indicadas en la Fig. 3. Griffin y Ramberg (1975) encontraron una relación de 0.18 con  $Re = 100$  a 500. La relación del espaciamiento longitudinal,  $l$ , y el diámetro del cilindro,  $D$ , es casi constante para la mayoría de las calles de vórtices. Griffin et al. (1980) encontró valores de  $4.8 < l/D < 5.2$  y que comúnmente los vórtices están separados por cinco veces el diámetro del cilindro uno tras otro. Corriente abajo la vorticidad decrece y el patrón escalonado de los vórtices se expande lateralmente siguiendo las leyes asintóticas de estelas turbulentas (Blevins, 1990).

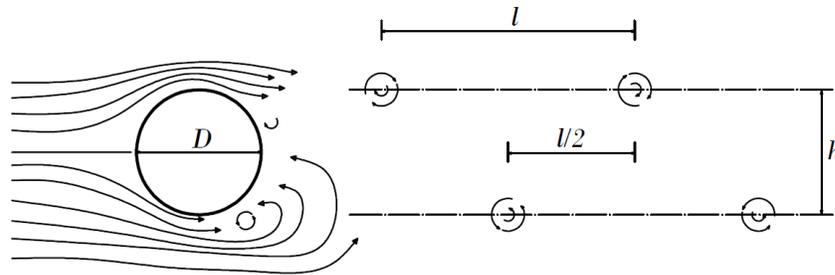


Fig. 3 Calle de vórtices von Kármán (Douglas,1995)

## 1.8. Número de Strouhal

El número de Strouhal,  $S$ , es la constante adimensional proporcional entre la frecuencia predominante del desprendimiento de vórtices y la velocidad del flujo libre dividida por el ancho del cilindro

$$S = \frac{f_s D}{U} \quad (8)$$

donde  $f_s$  es la frecuencia de desprendimiento de vórtices en unidades de Hertz (ciclos por segundo),  $U$  es la velocidad del flujo de la corriente libre aproximándose al cilindro y  $D$  es el diámetro del cilindro.

Para cilindros inclinados al flujo, la frecuencia de desprendimiento varía como  $f_s(\theta) = f_s(\theta = 0) \cos \theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo de inclinación del cilindro en el eje perpendicular al flujo, en ángulos de hasta 30 grados. Experimentos muestran que la oscilación en la fuerza de levantamiento (fuerza perpendicular al flujo) ocurre con la frecuencia de desprendimiento, pero las oscilaciones en la fuerza de arrastre (fuerza paralela al flujo) ocurre cuando la frecuencia es el doble de la frecuencia de desprendimiento.

El número de Strouhal de un cilindro circular estacionario en un flujo subsónico es una función del número de Reynolds y en menor grado de la rugosidad de la superficie y la turbulencia de la corriente libre, ver Fig. 4. El número de Strouhal sigue los regímenes de flujo del número de Reynolds. En el rango de transición,  $2 \times 10^5 < Re < 2 \times 10^6$  (donde las superficies lisas y rugosas se comportan muy desiguales), Achenbach y Heinecke (1981) encontraron que cilindros de superficies muy lisas tienen una estela de alta frecuencia, caótica y desorganizada, y los números de Strouhal son altos, hasta 0.5; mientras que cilindros de superficie rugosa (rugosidad superficial  $\epsilon/D = 3 \times 10^{-3}$  o mayor, donde  $\epsilon$  es una rugosidad superficial característica) tienen una estela organizada y periódica, con números de Strouhal de  $S \cong$

0.25. En el régimen de transición, la vibración inducida por vórtices en cilindros generalmente ocurre con  $S \cong 0.2$  (Blevins, 1990).

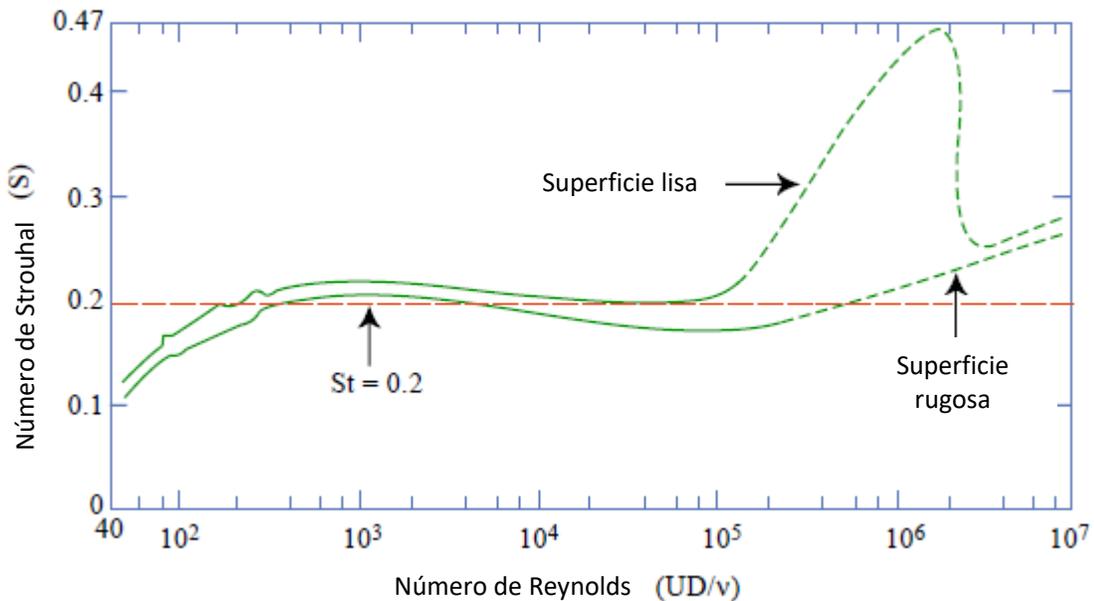


Fig. 4 Relación del número de Reynolds y del número de Strouhal en cilindros circulares (Lienhard, 1966; Achenbach y Heinecke, 1981).  $S=0.21(1-21/Re)$  para  $40 < Re < 200$  (Roshko, 1995).

El desprendimiento de vórtices desde un cilindro estacionario en el rango de números de Reynolds altos no ocurre a una sola frecuencia distintiva, sino que recorre una estrecha banda de frecuencias con un rango de amplitudes, el cual es no es constante a lo largo del lapso.

La tridimensionalidad del desprendimiento de vórtices puede ser caracterizada con una correlación de la longitud de la envergadura; los valores típicos para un cilindro estacionario en un rango de envergadura desde 100 o más diámetros para una calle de vórtices laminar con un  $Re = 60$ , de 20 diámetros con  $Re = 100$  y 5 diámetros para una calle de vórtices completamente turbulenta con  $Re = 10^4$  (Friehe, 1980; King, 1977).

### 1.9. Efecto del movimiento del cilindro en la estela

La vibración transversal del cilindro, es decir, vibración perpendicular a la corriente libre, con una frecuencia igual o cercana a la frecuencia del desprendimiento de vórtices, tiene un largo efecto en el desprendimiento de vórtices. La vibración del cilindro puede:

1. Incrementar la fuerza de los vórtices (Davies, 1976; Griffin y Ramberg, 1975).
2. Incrementar la longitud de envergadura de la estela (Toebes, 1969; Ramberg y Griffin, 1976; Novak y Tanaka, 1977).
3. Causar la frecuencia del desprendimiento de vórtices (Bishop y Hassan, 1964). Este efecto es llamado *lock-in* o sincronización, y también puede ser producido en un menor grado si la

frecuencia de la vibración es igual a un múltiplo o submúltiplo de la frecuencia de desprendimiento.

4. Incrementar el arrastre promedio en el cilindro (*Bishop y Hassan, 1964; Tanida et al., 1973; Sarpkaya, 1978*).
5. Alterar la fase, secuencia y patrones de los vórtices en la estela (*Zdravkovich, 1982; Ongoren y Rockwell, 1988; Williamson y Roshko, 1988*).

La vibración del cilindro, con frecuencias cercanas a la frecuencia de desprendimiento, influye en el patrón y ajuste de fase de los vórtices. Los vórtices tienden a ser arrojados desde el cilindro a la parte del ciclo de vibración cuando el cilindro está cerca de su desplazamiento máximo. Para frecuencias de vibración ligeramente por debajo de la frecuencia natural de desprendimiento, el vórtice es arrojado desde el lado opuesto de donde se experimenta el desplazamiento máximo. Para frecuencias ligeramente por arriba de la frecuencia de desprendimiento, el vórtice es arrojado desde el mismo lado en el que se presenta el máximo desplazamiento.

El arrastre promedio en un cilindro que vibra igual o cerca de la frecuencia de desprendimiento de vórtices es también una función de la amplitud de vibración. El arrastre incrementa con la amplitud de vibración transversal. La fuerza de arrastre por unidad de longitud de un cilindro de diámetro  $D$  es

$$F_D = \frac{1}{2} \rho U^2 D C_D \quad (9)$$

El coeficiente de arrastre  $C_D$  incrementa con  $A_y$  a resonancia ( $\rho$  es la densidad del fluido). Las tres expresiones para el incremento en el coeficiente de arrastre con la vibración son

$$\frac{C_{D|A_y>0}}{C_{D|A_y=0}} = \begin{cases} 1 + 2.1(A_y/D) \\ 1 + 1.043(2Y_{rms}/D)^{0.65} \\ 1 + 1.16\{[(1 + 2A_y/D)f_n/f_s] - 1\}^{0.65} \end{cases} \quad (10)$$

$A_y$  es la amplitud del movimiento transversal del cilindro. Aquí  $Y_{rms}$  es la raíz cuadrada del tiempo promedio de la raíz de la amplitud medida en el antinodo. Para un movimiento sinusoidal,  $Y_{rms} = A_y/2^{1/2}$ . Además,  $f_n$  es la frecuencia natural,  $f_s$  es la frecuencia de desprendimiento de un cilindro estacionario. En resonancia,  $f_n = f_s$  (*Blevins, 1990*).

### 1.10. Vibración inducida por vórtices

La turbulencia de la corriente que está en contacto con una estructura puede provocar que ésta se mueva, además, afecta el valor de la carga de viento estática y puede generar cargas aerodinámicas no estacionarias. Las inestabilidades aeroelásticas más comunes son el desprendimiento de vórtices, galope transversal, galope de estela, flameo, bataneo y divergencia torsional (el presente trabajo sólo describe el primero de estos fenómenos). Aunque estrictamente el desprendimiento de vórtices no es una inestabilidad que ocasione el colapso de una estructura puede provocar efectos negativos sobre la funcionalidad de la misma y por consecuencia afectar la comodidad de los usuarios.

“Las oscilaciones de una estructura inducidas por el desprendimiento de vórtices son debidas a un efecto de resonancia de la estructura asociado a la calle de vórtices que se forma en su estela. Por lo tanto, es importante analizar el fenómeno de las oscilaciones inducidas por vórtices (conocido en inglés con las siglas VIV, de *Vortex Induced Vibration*). La vibración inducida por vórtices puede ser un fenómeno potencialmente dañino (debido a la fatiga que supone la aplicación de fuerzas alternadas), y con seguridad molesto para los usuarios, la formación de una calle de vórtices da lugar; sin embargo, a una oscilación estable, pues la energía de la excitación tiene un valor finito para cada frecuencia particular, que puede ser limitada o eliminada mediante el uso de dispositivos amortiguadores, cabiendo también el recurso de alterar la frecuencia de la excitación para alejarla de la frecuencia propia de la estructura”.

Si la estructura es razonablemente flexible puede responder a estas fuerzas, deformándose en consecuencia, y si la frecuencia de desprendimiento de los vórtices se aproxima lo suficiente a la frecuencia natural de la estructura, la respuesta de ésta ante la excitación debida a los vórtices desprendidos puede hacerse significativamente grande, produciéndose principalmente oscilaciones en la dirección normal a la corriente incidente (*Meseguer, 2013*).

Conforme la velocidad del flujo incrementa o disminuye de modo que la frecuencia del desprendimiento de vórtices ( $f_s$ ) se aproxima a la frecuencia natural ( $f_n$ ) de una estructura elástica, se tiene que

$$f_n \cong f_s = \frac{SU}{D} \quad \text{o} \quad \frac{U}{f_n D} \cong \frac{U}{f_s D} = \frac{1}{S} \cong 5 \quad (11)$$

la frecuencia de desprendimiento repentinamente se “engancha” a la frecuencia de la estructura, en el régimen de transición el desprendimiento generalmente se presenta con  $S \cong 0.2$ . Las vibraciones resultantes ocurren en la frecuencia natural de la estructura o cerca de ella. Las oscilaciones resonantes (o de bloqueo) cerca de la estela aportan energía sustancial a la estructura y pueden resultar vibraciones de grandes amplitudes. Al intervalo donde ocurren estas vibraciones se le conoce como intervalo de sincronización o zona de bloqueo (lock-in en inglés); en esta etapa la oscilación del cilindro no sigue la ley de Strouhal (*Blevins, 1990*).

En el rango de sincronización se alcanza la amplitud máxima de las oscilaciones. El valor de dicha amplitud máxima depende básicamente del número de Scruton,  $S_c$ , un parámetro formado por el producto de la relación de masas,  $\rho_c/\rho$  (densidad del cilindro y del fluido respectivamente), y el coeficiente adimensional de amortiguamiento estructural,  $\zeta$ , es decir,

$$S_c = \frac{\rho_c}{\rho} \zeta \quad (12)$$

Resultados experimentales indican que las fuerzas de resistencia aerodinámica (en dirección del flujo) aumentan considerablemente conforme lo hace la amplitud de las oscilaciones. El carácter limitado de las amplitudes de las oscilaciones hace que el problema de las estructuras que experimentan vibraciones inducidas por vórtices resida más en la fatiga de los materiales que en la ocurrencia de un rápido y violento colapso (*Meseguer, 2013*).

King (1977) encontró que dos distintos regímenes de resonancia subarmónica producen vibración en línea. En el rango  $1.5 < U/(f_n D) < 2.5$ , dos vórtices casi simétricos son arrojados en cada ciclo; este patrón de vórtices es inestable y corriente abajo los vórtices se agrupan y forman el patrón escalonado usual. En el rango  $2.7 < U/(f_n D) < 3.8$ , la resonancia de la frecuencia estructural se presenta con el doble

de la frecuencia de desprendimiento ( $2f_s$ ) y los vórtices son arrojados de manera alternada desde los lados del cilindro. Las vibraciones en línea en estos dos regímenes tienen una amplitud de aproximadamente un décimo de las vibraciones transversales con  $4 < U/(f_n D) < 8$ . Durgin et al. (1980) encontró que las vibraciones transversales eran también inducidas en el rango  $12 < U/(f_n D) < 18$  correspondiente a la resonancia con el tercio subarmónico ( $f_s/3$ ) del desprendimiento de vórtices (Blevins, 1990).

La excitación más importante de acuerdo con vibración de flujo cruzado es la que involucra la resonancia, cerca de  $f_s/f_n = 1$ , como se mencionó anteriormente. Sin embargo, la excitación también puede ocasionar resonancia superarmónica o subarmónica cerca de  $f_s/f_n = 3$  y de  $f_s/f_n = 1/3$ , respectivamente. La resonancia subarmónica genera el desprendimiento de tres vórtices por cada ciclo de vibración del cuerpo. Un factor decisivo para el control de la amplitud de vibración y el rango de *lock-in*, además de la forma del cuerpo, es el amortiguamiento (Naudascher y Rockwell, 1994).

### 1.11. Parámetros que influyen el desprendimiento de vórtices

Respecto a las propiedades estructurales hay que considerar tres aspectos que definen mecánicamente la estructura. El primero de ellos es la rigidez, es decir, la relación entre la carga estática y la deformación de la estructura. El segundo aspecto es el amortiguamiento estructural, que caracteriza la capacidad de la estructura para disipar energía. El tercero es la masa de la estructura (o más concretamente su densidad).

La primer frecuencia natural  $f_n$  de la estructura determina en aproximación la velocidad del viento a la que se pueden presentar vibraciones inducidas por los vórtices de la estela, se puede estimar como  $U = f_n D/S$ . En estructuras donde el valor de la frecuencia natural sea baja el fenómeno vibratorio excitado por la estela puede aparecer a menudo, pues un valor pequeño de  $f_n$  implica una baja velocidad de excitación.

Fijado el número de Reynolds, el valor del número de Strouhal depende fundamentalmente de la forma de la sección recta del cuerpo. Otro aspecto geométrico importante es la esbeltez de la estructura,  $h/D$ , definida como la relación entre la longitud máxima de la estructura medida transversalmente a la dirección del viento,  $h$ , y una dimensión característica de la sección de la estructura,  $D$ . Los efectos tridimensionales de los vórtices son menores si la esbeltez de la estructura es pequeña. Es interesante señalar que la esbeltez es un parámetro indicativo de la rigidez a flexión de la estructura.

Otro aspecto a tener en cuenta es el relativo a las propiedades de la corriente incidente, donde son dos los principales factores a considerar: el número de Reynolds y la intensidad de turbulencia de la corriente incidente. La influencia del número de Reynolds es tanto más acusada cuanto más se asemeja la sección del cuerpo a la de un cilindro, pues esto se traduce en una mayor influencia del valor de Reynolds, lo que implica una dependencia con dicho parámetro de la frecuencia de desprendimiento de los vórtices y de su intensidad, e incluso de que exista o no una estela de vórtices bien definida (Williamson y Govardhan, 2008). Respecto a la turbulencia, en cuerpos redondeados influye en la localización del punto de desprendimiento de la capa límite, así como en la posición de las capas de cortadura que, por enrollamiento, se convierten en los vórtices. En general, el número de Strouhal aumenta cuando lo hace el nivel de turbulencia del flujo incidente (Meseguer, 2013).

## 1.12. Modelos de vibración inducida por vórtices

### 1.12.1. Modelo armónico

Este modelo es lineal y no incorpora efectos de retroalimentación; sin embargo, sirve para desarrollar los parámetros adimensionales apropiados y proporcionar un foro de datos experimentales. Debido a que el desprendimiento de vórtices es más o menos un proceso sinusoidal, es razonable modelar la fuerza transversal de desprendimiento que actúa sobre un cilindro circular como armónica en el tiempo

$$F_L = \frac{1}{2} \rho U^2 D C_L \sin(\omega_s t) \quad (13)$$

donde

- $\rho$  : densidad del fluido (en unidad de masa)
- $U$  : velocidad de la corriente libre
- $D$  : diámetro del cilindro
- $C_L$ : coeficiente de levantamiento (adimensional)
- $\omega_s$ : igual a  $2\pi f_s$ , frecuencia de desprendimiento de vórtices (circular) en rad/s y  $f_s = SU/D$
- $t$  : tiempo en s
- $F_L$ : fuerza de levantamiento (perpendicular al flujo principal) por unidad de longitud del cilindro

Por otro lado, la ecuación que describe el movimiento de un cilindro como el mostrado en el modelo de la Fig. 5 es la siguiente (Meseguer, 2013)

$$m\ddot{y} + 2m\zeta\omega_y\dot{y} + ky = \frac{1}{2}\rho U^2 D C_L \sin(\omega_s t) \quad (14)$$

donde

- $y$  : desplazamiento del cilindro en el plano vertical de su posición de equilibrio
- $m$  : masa por unidad de longitud del cilindro, incluyendo masas añadidas
- $\zeta$  : factor de amortiguamiento estructural
- $k$  : constante del resorte, fuerza/ unidad de desplazamiento
- $\omega_y = (k/m)^{1/2} = 2\pi f_y$ , frecuencia circular natural del cilindro

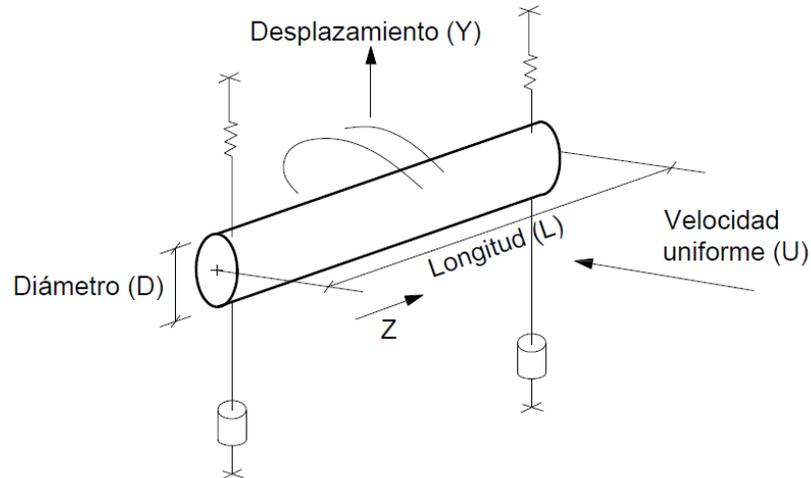


Fig. 5 Cilindro y su sistema de coordenadas. (Meseguer, 2013)

### 1.12.2 Modelo de estela con oscilador

La idea de modelar el desprendimiento de vórtices mediante un oscilador simple, no lineal y auto excitado, fue propuesta por Bishop y Hassan (1964). Los parámetros de este modelo son determinados por la curva de ajuste basada en los resultados obtenidos de cilindros estacionarios y sometidos a fuerzas en el rango del número de Reynolds entre  $10^3$  y  $10^5$ . Las asunciones básicas del modelo son las siguientes:

1. Un fluido no viscoso provee una buena aproximación del fluido que se presenta en campo en la región próxima de la estela.
2. Existe una calle de vórtices bidimensional bien formada con una frecuencia de desprendimiento bien definida.
3. La fuerza ejercida sobre el cilindro por el flujo depende de la velocidad y aceleración del mismo.

La ecuación del movimiento oscilatorio del cilindro mostrado en la Fig. 5 que propone este modelo es la siguiente

$$\ddot{y} + 2\zeta_T \omega_y \dot{y} + \omega_y^2 y = a_3'' \dot{w} \frac{U}{D} + a_4'' w \frac{U}{D}$$

( 15 )

donde

$$\begin{aligned} a_i'' &= \rho D^2 a_i / (m + a_3 \rho D^2), i = 3,4 \\ \omega_y &= (k/m)^{1/2} / (1 + a_3 \rho D^2 / m) \\ \zeta_T &= [\zeta (k/m)^{1/2} / \omega_y + \zeta_f] / (1 + a_3 \rho D^2 / m) \\ \zeta_T &= a_4 \rho D U / (2m \omega_y) \end{aligned}$$

$\omega_y$  es frecuencia circular natural del cilindro en el fluido;  $k$  es la rigidez del resorte por unidad de longitud;  $\zeta_T$  es el coeficiente de amortiguamiento total efectivo, el cual está compuesto por el

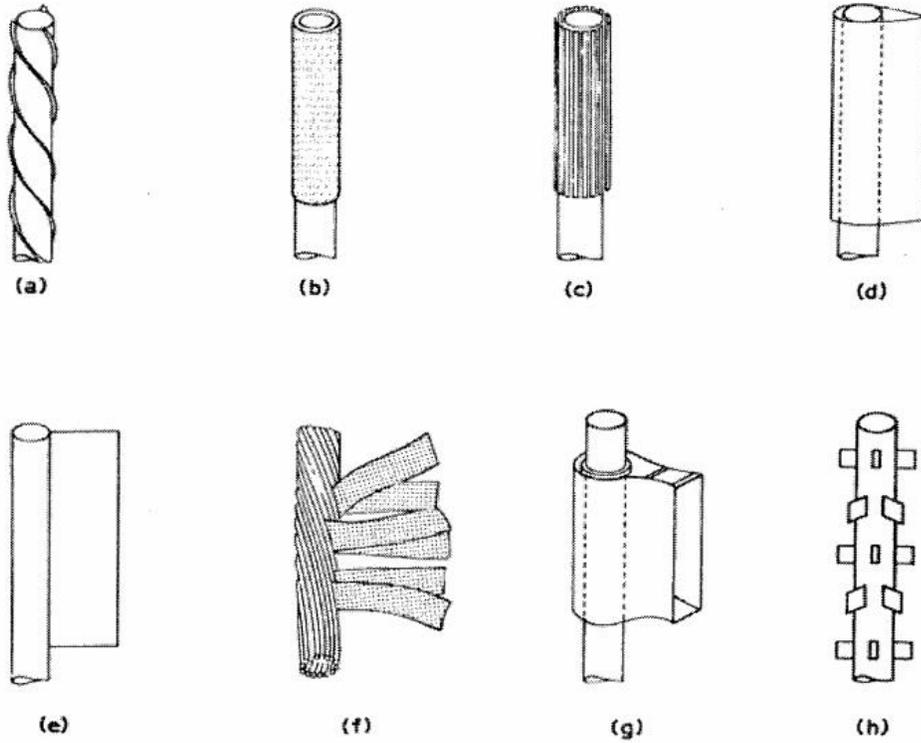
amortiguamiento estructural viscoso ( $\zeta$ ) y por el amortiguamiento del fluido viscoso ( $\zeta_f$ );  $D$ ,  $U$ ,  $m$  y  $\rho$  son el diámetro del cilindro, la velocidad del viento, masa del cilindro y densidad del aire respectivamente.

El primer término (de izquierda a derecha) de la ecuación del modelo es un amortiguamiento negativo que representa la extracción de energía del fluido del libre flujo y la transformación de ésta en oscilaciones transversales. El segundo término es un límite de las amplitudes de las oscilaciones que se pueden presentar. El lado izquierdo de la igualdad es la reacción entre la zona próxima a la estela y la capa límite del cilindro, mientras que el lado derecho representa las oscilaciones transversales a la dirección del fluido y la fuerza que impone el cilindro al flujo (*Meseguer, 2013*).

### 1.13. Reducción de la vibración inducida por el desprendimiento de vórtices

La amplitud de la vibración que se produce por el desprendimiento de vórtices puede disminuir modificando la estructura o el flujo como se menciona a continuación (*Blevins, 1990*):

1. INCREMENTANDO EL AMORTIGUAMIENTO REDUCIDO. El amortiguamiento se puede incrementar de dos formas, aumentando el amortiguamiento estructural o proporcionándole mayor masa a la estructura. Se pueden emplear elementos estructurales que posean juntas fabricadas con materiales visco-elásticos, caucho o madera para permitir el golpeteo entre los elementos, otra opción es el uso de amortiguadores externos.
2. EVITAR LA RESONANCIA. Si la velocidad reducida se mantiene por debajo de 1 ( $U/f_n D < 1$ ), donde  $f_n$  es la frecuencia natural de la estructura en el modo de interés, las resonancias en línea y transversales se evitan, esto se logra comúnmente rigidizando la estructura (práctico para estructuras pequeñas).
3. AERODINAMIZAR LA SECCIÓN TRANSVERSAL. Este método es más efectivo cuando la dirección del flujo no varía con respecto a la estructura y esta última tiene un perfil que impide el aleteo.
4. AÑADIR UN DISPOSITIVO DE SUPRESIÓN DE VÓRTICES. A continuación, se muestran seis dispositivos cuya eficiencia ha sido demostrada, los cuales suprimen la vibración inducida por el desprendimiento de vórtices, ver Fig. 6. Estos dispositivos actúan interrumpiendo o previniendo la formación de una calle de vórtices bidimensional y organizada.



**Fig. 6** Dispositivos añadidos a cilindros para la supresión de vibraciones inducidas por vórtices: (a) chapa helicoidal; (b) carena perforada; (c) rejilla axial; (d) carenado aerodinámico; (e) divisor; (f) cables gruesos; (g) veleta guía pivoteada; (h) salientes perimetrales (Blevins, 1990)

## CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LAS NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS PARA DISEÑO POR VIENTO (NTCDV, 2004)

Las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Viento del 2004 (NTCDV, 2004) del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF) contiene un capítulo donde se establecen los criterios que deben cumplir las estructuras debido al efecto de vórtices periódicos sobre estructuras prismáticas. En dicho capítulo se menciona que para el diseño de estructuras Tipo 3 deben ser considerados los efectos dinámicos generales y locales de las fuerzas perpendiculares a la dirección del viento causadas por vórtices alternantes.

Clasificación de estructuras de acuerdo con su respuesta ante la acción del viento (NTCDV, 2004):

“Tipo 1: Comprende las estructuras poco sensibles a las ráfagas y a los efectos dinámicos de viento. Incluye las construcciones cerradas techadas con sistemas de cubierta rígidos; es decir, que sean capaces de resistir las cargas debidas a viento sin que varíe esencialmente su geometría. Se excluyen las construcciones en que la relación entre altura y dimensión menor en planta es mayor que 5 o cuyo período natural de vibración excede de 1 segundo. Se excluyen también las cubiertas flexibles, como las de tipo colgante, a menos que por la adopción de una geometría adecuada, la aplicación de presfuerzo u otra medida, se logre limitar la respuesta estructural dinámica.

Tipo 2: Comprende las estructuras cuya esbeltez o dimensiones reducidas de su acción transversal las hace especialmente sensibles a ráfagas de corta duración, y cuyos periodos naturales largos favorecen la ocurrencia de oscilaciones importantes. Se cuentan en este tipo, los edificios con esbeltez, definida como la relación entre la altura y la mínima dimensión en planta, mayor que 5, o con periodo fundamental mayor que 1 segundo.

Se incluyen también las torres atirantadas o en voladizo para líneas de transmisión, antenas, tanques elevados, parapetos, anuncios, y en general las estructuras que presentan dimensión muy corta paralela a la dirección del viento. Se excluyen las estructuras que explícitamente se mencionan como pertenecientes a los Tipos 3 y 4.

Tipo 3: Comprende estructuras como las definidas en el Tipo 2 en que, además, la forma de la sección transversal propicia la generación periódica de vórtices o remolinos de ejes paralelos a la mayor dimensión de la estructura. Son de este tipo las estructuras o componentes aproximadamente cilíndricos, tales como tuberías, chimeneas y edificios con planta circular.

Tipo 4: Comprende las estructuras que por su forma o por lo largo de sus períodos de vibración presentan problemas aerodinámicos especiales. Entre ellas se hallan las cubiertas colgantes, que no pueden incluirse en el Tipo 1.”

En las NTCDV se presenta una ecuación para determinar la fuerza de levantamiento de una estructura (ocasionada por el desprendimiento de vórtices) en función de algunos factores de los cuales ya se ha hablado en el presente texto, se muestra la expresión a continuación

$$F_L = \frac{C_T}{2\beta} 0.047 V_{cr}^2 d \left[ \frac{N}{m} \right] \quad \text{ó}$$

$$F_L = \frac{C_T}{2\beta} 0.0048 V_{cr}^2 d \left[ \frac{kg}{m} \right]$$

( 16 )

donde

$F_L$  : fuerza por unidad de longitud

$\beta$  : coeficiente de amortiguamiento de la estructura, como porcentaje del amortiguamiento crítico

$C_T$  : factor de empuje transversal

$V_{cr}$  : velocidad crítica del viento, m/s

$d$  : dimensión de la estructura paralela a la dirección del viento, m

Además, se muestra cómo se debe calcular la velocidad crítica, velocidad a la cual se generan los vórtices; sin embargo, sólo se presenta el caso de una sección circular

$$V_{cr} = 5 n_0 d$$

( 17 )

donde  $n_0$  es la frecuencia natural de vibración de la estructura en el modo fundamental, en Hertz. Se menciona que el factor de empuje transversal  $C_T$  podrá tomarse como 0.28 para estructuras de sección circular; sin embargo, este valor puede ser diferente si se cuenta con la información que justifique dicha elección.

## 2.1 Deducción de la ecuación de $V_{cr}$ del RCDF

La ecuación (17) se emplea para determinar la velocidad crítica, a la cual se presenta el efecto de desprendimiento de vórtices. Si se despeja la constante se obtiene lo siguiente

$$5 = \frac{V_{cr}}{n_0 d}$$

( 18 )

sabiendo que el número de Strohual está en función de la frecuencia de desprendimiento,  $n_0$ , el diámetro del cilindro,  $d$ , y la velocidad del flujo,  $V_{cr}$ , la ecuación anterior se puede expresar como

$$5 = \frac{1}{S}$$

( 19 )

De acuerdo con Blevins (1990), en el régimen de transición la vibración inducida por vórtices en cilindros generalmente ocurre con  $S \cong 0.2$ , valor aproximado que se ha obtenido al realizar numerosas pruebas experimentales. Sustituyendo en valor en la ecuación (19) se demuestra la igualdad

$$5 = \frac{1}{0.2}$$

( 20 )

$$5 = 5 \quad Q.E.D.$$

( 21 )

## 2.2 Efectos negativos en los usuarios por el desprendimiento de vórtices

En estructuras de gran altura que no son lo suficientemente rígidas para impedir los desplazamientos que ocasiona el viento los usuarios puede experimentar una sensación de desagrado, estos efectos son muy comunes en estructuras esbeltas. Esto se vuelve un tema de importancia cuando se trata de estructuras que cumplen una función de gran responsabilidad como es el caso de una torre de control donde las personas encargadas del monitoreo del tráfico aéreo que hace uso del aeropuerto no pueden verse afectados por sensaciones negativas como por ejemplo los mareos, impidiendo que los trabajadores realicen de manera apropiada sus actividades.

Existe cierta incertidumbre en este tema debido a la subjetividad de las personas que experimentan estas sensaciones, debido a que características como la edad, sexo, estado físico, etc., hacen variar los parámetros que se consideran aceptables.

Una forma de establecer el límite de lo que se considera como una incomodidad inaceptable para los usuarios de acuerdo con Simiu y Scanlan (1996) es cuando las frecuencias que se asocian a una causa de desagrado son demasiado elevadas, por lo tanto, en el caso de los edificios de gran altitud y con gran flexibilidad el parámetro más importante será la aceleración del cual se deberán establecer límites que se consideran como aceptables.

En el caso de las oscilaciones que genera el viento en las edificaciones pueden impactar al ser humano de tres maneras diferentes, psicológica, fisiológica o física; éstas varían de individuo a individuo, por ello no existe una normativa internacional única que indique cuáles son las aceleraciones permisibles.

Estas sensaciones de desagrado se originan por la poca capacidad de estabilidad del oído medio al no poder mantener la posición de equilibrio del cuerpo. De acuerdo con Tamura (1998) las personas parecen ser sensibles a las vibraciones horizontales con frecuencias próximas a 2 Hz, además se ven afectas al tener que realizar actividades motrices bajo los efectos de estas vibraciones.

El parámetro que se usa con mayor frecuencia para conocer la percepción de las personas a los efectos de desplazamientos de la estructura producidos por el viento es la aceleración, por lo tanto, en la tabla 1 se muestra una escala de comodidad recurrentemente citada (Kolousek y otros, 1984; Simiu y Scanlan, 1996), que contiene una escala del grado de incomodidad de las personas en función de la aceleración (Meseguer, 2013).

**Tabla 1. Reacción de las personas ante las oscilaciones horizontales. En la escala se expresa el valor del cociente  $a/g$ , donde  $g$  es la aceleración de la gravedad ( $g=9.8 \text{ m/s}^2$ ). Fuente: Meseguer, 2013**

Sensación de incomodidad	Aceleración adimensional (1)	Aceleración x g ( $\text{m/s}^2$ )
<b>Imperceptible</b>	Menor de 0.005	Menor de 0.049
<b>Perceptible</b>	Entre 0.005 y 0.015	Entre 0.049 y 0.147
<b>Molesto</b>	Entre 0.015 y 0.05	Entre 0.147 y 0.49
<b>Muy molesto</b>	Entre 0.05 y 0.15	Entre 0.49 y 1.471
<b>Intolerable</b>	Más de 0.15	Más de 1.471

En el artículo *Metodología para evaluar la aceleración inducida por el viento en edificios altos* (Pozos Estrada y López Ibarra, 2016) se encuentra un recopilación en forma gráfica de los límites permisibles que se mencionan en los códigos NBCC (National Building Code of Canada, 2005), AIJ (Architectural Institute of Japan, 2004) e ISO10137 (2007), se muestran las curvas de percepción de aceleración, Además, se muestran los límites de percepción del MOCDV (Manual de Obras Civiles Diseño por Viento, 2008) y el límite de percepción propuesto por las NTCDV (2004), con la finalidad de poder hacer una comparación entre ellos, ver figura 7, por otro lado se propone una metodología para determinar si se cumplen con las condiciones recomendadas de los límites de percepción de aceleración en edificios altos.

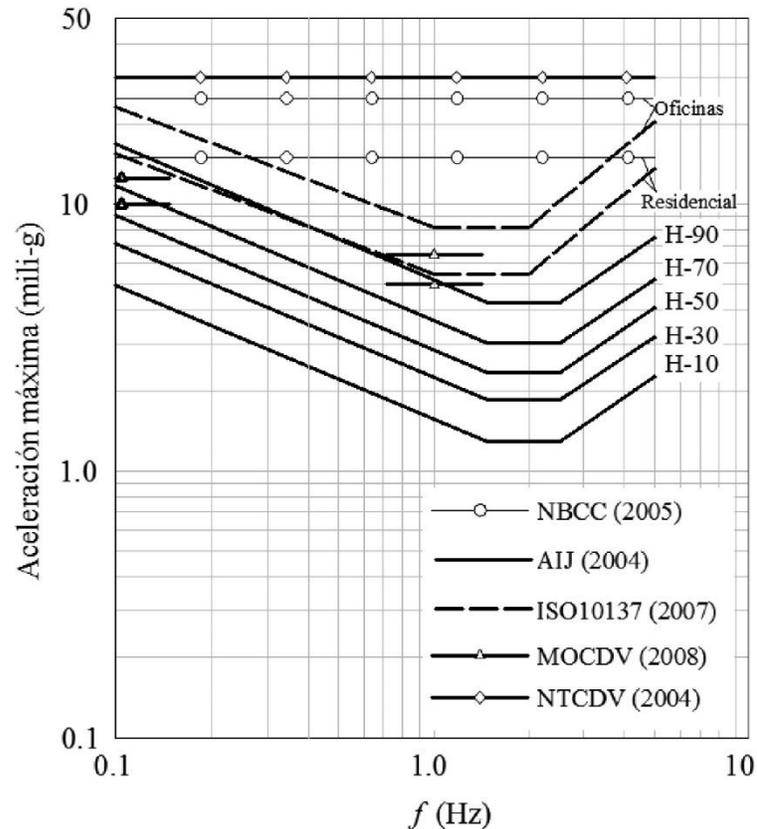


Fig. 7 Curvas de percepción de aceleración (Pozos Estrada y López Ibarra, 2016)

### 2.3 Desplazamientos permisibles

Las NTCDV (2004) establecen los desplazamientos máximos permitidos que pueden presentarse en las estructuras por efecto del viento. Se menciona que los desplazamientos relativos entre niveles consecutivos, o en el caso de torres entre secciones transversales de éstas, generados por fuerzas de diseño por viento no excedan:

- a) “Cuando no existan elementos de relleno que puedan dañarse como consecuencia de las deformaciones angulares: 0.005;

- b) Cuando existan elementos de relleno que puedan dañarse como consecuencia de las deformaciones angulares: 0.002.”

Los valores anteriores son fracciones de la diferencia de desplazamientos entre los niveles de piso o de las secciones transversales.

Debido a que la estructura que se analiza en el presente texto es particular y no hay gran variación entre las alturas de entre piso, el desplazamiento permisible se considerará como la altura total de la estructura entre 500, como se menciona en las Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones (NTCCADEE, 2004) en su apartado 4.1 *Desplazamientos* del capítulo 4. *Estados límite de servicio*.

“En las edificaciones comunes sujetas a acciones permanentes o variables, la revisión del estado límite de desplazamientos se cumplirá si se verifica que no exceden los valores siguientes:

a) Un desplazamiento vertical en el centro de trabes en el que se incluyen efectos a largo plazo, igual al claro entre 240 más 5 mm; además, en miembros en los cuales sus desplazamientos afecten a elementos no estructurales, como muros de mampostería, que no sean capaces de soportar desplazamientos apreciables, se considerará como estado límite a un desplazamiento vertical, medido después de colocar los elementos no estructurales, igual al claro de la trabe entre 480 más 3 mm. Para elementos en voladizo los límites anteriores se duplicarán.

b) Un desplazamiento horizontal relativo entre dos niveles sucesivos de la estructura, igual a la altura del entrepiso dividido entre 500, para edificaciones en las cuales se hayan unido los elementos no estructurales capaces de sufrir daños bajo pequeños desplazamientos; en otros casos, el límite será igual a la altura del entrepiso dividido entre 250. Para diseño sísmico o por viento se observará lo dispuesto en las Normas correspondientes.” (NTCCADEE, 2004)

## 2.4 Discrepancia entre fórmulas para omisión de efectos dinámicos de vorticidad

Las NTCDV (2004) incluyen en el apartado de *Efecto de vórtices periódicos sobre estructuras prismáticas* una sección que permite omitir los estudios de este fenómeno cuando se cumplen los siguientes requisitos:

- a) Cuando por medio de observaciones en prototipos o en modelos representativos, se demuestre que la forma, dimensiones o acabado exterior de la estructura son tales que no pueden formarse vórtices importantes cuando actúan sobre ella vientos con velocidad menor o igual que la de diseño.
- b) Cuando el periodo fundamental de la estructura o miembro estructural en estudio difiera cuando menos en 30 por ciento de cualquier valor posible que puedan tener los vórtices alternantes, para velocidades menores o iguales a las de diseño. Esta condición se logra cuando la velocidad crítica, calculada para estructuras de sección circular con la ecuación  $V_{cr} = 5 n_0 d$ , excede de

$$4\sqrt{p_z * RC_z} \quad (22)$$

para  $z = H$ .

Sin embargo, esta ecuación proporciona valores muy pequeños que no son razonables al ser calculados para  $z=H$ . Además, al comparar la ecuación anterior con la proporcionada en el Manual de Diseño de Obras Civiles de Diseño por Viento (MOCDV, 2008) de la Comisión Federal de Electricidad (CFE), se obtienen datos diferentes. En el Ejemplo de Aplicación 6 (*Cálculo de presiones producidas por el viento sobre un poste monopolo*) en la sección de *Efectos de vórtices periódicos* se establece lo siguiente:

“El efecto de los vórtices periódicos (inciso 4.4.7) puede despreciarse si se cumple que

$$V'_D < 0.8 V_{crit} \quad (23)$$

donde  $V'_D$  es la velocidad media de diseño y  $V_{crit}$ , es la velocidad crítica.”

En el caso del Código Nacional de Edificación de Canadá (National Building Code of Canada, NBCC, 2005) se proporciona la fórmula para obtener la velocidad promedio en la parte más alta de una estructura

$$V_H = \bar{V} \sqrt{C_{eH}} \quad (24)$$

donde

$V_H$  : es la velocidad promedio en la parte más alta de la estructura (m/s)

$\bar{V}$ : es la velocidad de referencia a 10 m de altura (m/s)

$C_{eH}$ : es un factor de corrección por exposición calculado en la parte más alta

Por otro lado  $\bar{V}$  se calcula de la siguiente manera

$$\bar{V} = 39.2 \sqrt{q} \quad (25)$$

donde  $q$  es la presión ejercida por el viento a la altura de referencia de 10 m, este valor debe ser proporcionado en kPa.

La ecuación (24) es muy parecida a la ecuación de  $V_H$  de las NTCDV (2004) de la sección 5. *Empujes dinámicos paralelos al viento* (sus parámetros pueden obtenerse de la Fig. 8) que se expresa a continuación

$$V_H = V_R \sqrt{RC_e} \quad (26)$$

$R$  es un coeficiente de exposición y  $C_e$  un factor correctivo que depende de la altura  $z$ , igual a  $(z/a)^n$ ;  $z$  en m. Los valores de estos parámetros dependen de las condiciones de exposición descritas en la tabla 3.2 y se consignan en la tabla 5.1.

**Tabla 5.1 Parámetros  $R$ ,  $a$  y  $n$  según la condición de exposición**

Exposición	$R$	$a$	$n$
R1	0.04	10	0.18
R2	0.08	10	0.28
R3	0.16	20	0.50
R4	0.34	33	0.72

**Fig. 8 Parámetros  $R$ ,  $a$  y  $n$  (NTCDV)**

Se pretende proponer una nueva ecuación para realizar esta comparación de velocidades (velocidad crítica y velocidad de diseño), por lo tanto, sustituyendo la ecuación (25) en la ecuación (26) se tiene

$$V_H = 39.2\sqrt{q}\sqrt{C_{eH}} \quad (27)$$

$$V_H = 1.23\sqrt{q}\sqrt{C_{eH}} \quad \text{con } q \text{ en Pa} \quad (28)$$

Haciendo una analogía entre las NTCDV (2004) y el NBCC (2005) se puede reescribir la ecuación anterior como

$$V_H = 1.23\sqrt{p_z}\sqrt{C_z} \quad (29)$$

$$V_H = 1.23\sqrt{p_z C_z} \quad (30)$$

Donde  $C_z = C_{eH}$  valuado en  $z = H$ . Por último, haciendo una analogía con el MOCDV (2008) se podría considerar que los efectos por vórtices alternados se pueden omitir si se cumple que

$$V_D = 1.23\sqrt{p_z C_z} < 0.8 V_{crit} \quad (31)$$

Al observar la ecuación (31) se deduce que el coeficiente de exposición,  $R$ , reduciría significativamente el valor de la velocidad promedio si se coloca en el radicando como en la ecuación (26), por lo tanto, la sugerencia es omitirlo debido a que si éste se empleara la velocidad de diseño sería inclusive menor a la velocidad de referencia a 10 m, cuestión que resulta equívoca y físicamente imposible.

## CAPÍTULO 3. MODELO DE LA TORRE DE CONTROL EN EL PROGRAMA ANSYS Y ANÁLISIS

El modelo de la torre de control fue generado por medio de un código en lenguaje Mechanical APDL de Ansys, las fuerzas empleadas en el análisis fueron obtenidas de las ecuaciones de las NTCDV (2004) y a partir de un modelo de Etabs se obtuvo el periodo empleado para estos cálculos, los cuales se muestran a continuación.

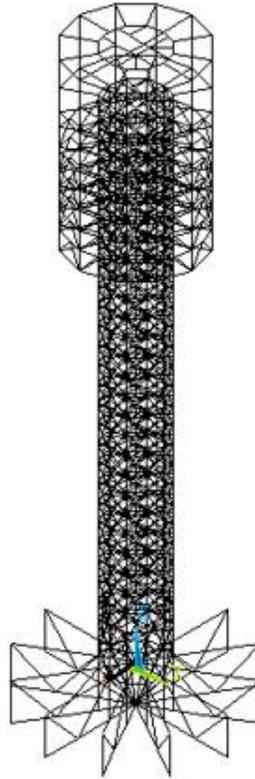
### 3.1 Descripción de la geometría

La estructura de soporte de la torre de control es en su totalidad metálica con un sistema de losacero en todos los niveles de cabinas y algunos niveles del *core* (parte interna delimitada por las columnas principales). La torre está constituida por 12 columnas que conforman el mástil y van a todo lo alto de la estructura hasta el penúltimo nivel donde se ven interrumpidas para no obstruir la vista a los controladores aéreos. El *core* está conformado por dos grandes trabes y otras seis vigas que aportan rigidez al mástil y permiten la colocación de la losacero en algunos niveles, el diámetro de esta zona es de 9 m.

A partir de las columnas del mástil se extienden trabes en voladizo que soportan las columnas perimetrales y el sistema de piso de las cabinas de control (parte superior de la torre con mayor diámetro, 18.5 m). Tanto el mástil como estos últimos niveles están arriostrados verticalmente con contraventeos que van de extremo a extremo de columna en cada entrepiso en el mástil y de extremo de columna a la mitad del claro en el caso de los niveles de cabina, a excepción del último nivel donde se omiten debido a que se requiere la mayor visibilidad posible para monitorear el tráfico aéreo, estos contraventeos aportan rigidez lateral a toda la estructura para soportar cargas accidentales, ver Fig. 9.

Las columnas que componen el mástil de la torre se apoyan sobre una estructura de soporte, la cual permite transmitir las cargas a los amortiguadores sísmicos y estos a su vez las distribuyen a la cimentación que finalmente transfiere todas las fuerzas al suelo, sin embargo, en el modelo generado en Ansys no se modelaron los amortiguadores para simplificarlo, en su lugar se colocaron apoyos de empotramiento y se corroboró que todos los elementos estructurales fueran capaces de soportar los esfuerzos generados por peso propio, cargas gravitacionales, sismo y sus combinaciones (condición de estado límite de falla), además se verificó que se cumplieran los límites de deflexiones permisibles (condición estado límite de servicio) para las cargas anteriormente mencionadas con la ayuda del *software* Etabs 2015.

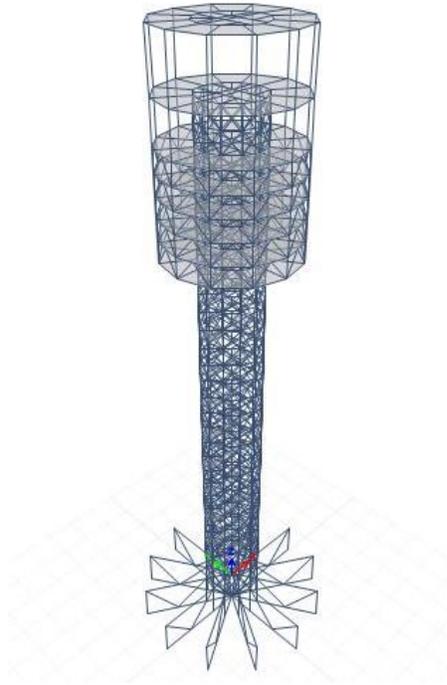
ELEMENTS



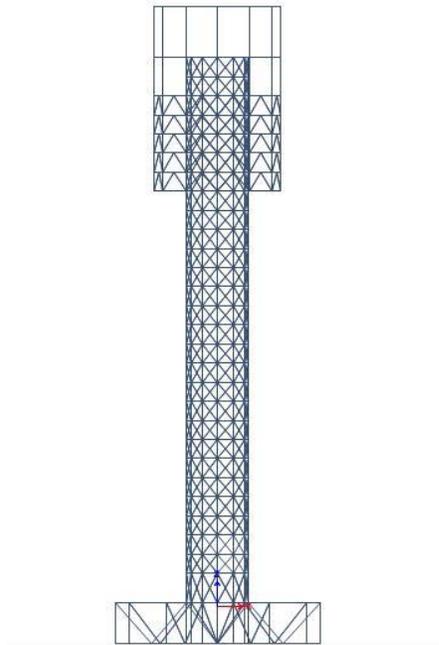
Torre de control - desprendimiento de vórtices alternados

Fig. 9 Geometría de la Torre de Control

Los elementos estructurales del modelo de la torre de control fueron definidos como elementos barra y no se simuló sistemas de piso (losacero) al considerar que no se contaba con este en todos los niveles de la torre y no se podía considerar que se trataba de diafragma que aportara rigidez al sistema. Las propiedades de cada sección se extrajeron del modelo creado en Etabs, éstas se pueden consultar en el Anexo A. En las siguientes figuras se puede apreciar la configuración del modelo de Etabs de la torre de control en elevación, la planta típica del mástil (*core*) y la planta de la zona de cabinas, ver Fig. 10, 11, 12 y 13 para observar la geometría de la torre de control.



**Fig. 10 Vista 3D de la torre de control**



**Fig. 11 Elevación de la torre de control**

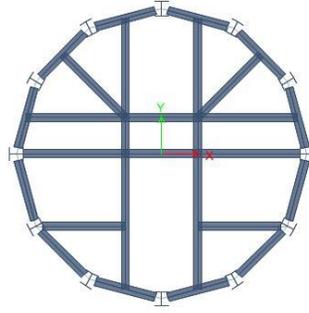


Fig. 12 Planta típica del mástil

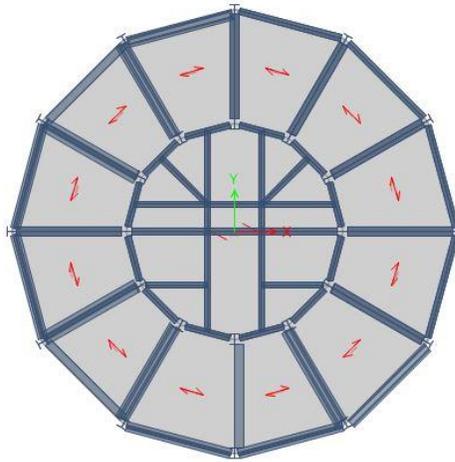


Fig. 13 Planta zona de cabinas

### 3.2 Obtención de las fuerzas por efecto de vórtices periódicos

La velocidad de diseño se obtiene de la ecuación de las NTCDV (2004), la cual permite determinar los efectos estáticos del viento en una estructura

$$V_D = F_{TR} F_\alpha V_R$$

( 32 )

donde

$F_{TR}$ : factor correctivo que toma en cuenta las condiciones locales relativas a la topografía y a la rugosidad del terreno en los alrededores del sitio de desplante;

$F_\alpha$ : factor que toma en cuenta la variación de la velocidad con la altura; y

$V_R$ : velocidad regional según la zona que le corresponde al sitio en donde se construirá la estructura.

El factor de variación con altura,  $F_\alpha$ , establece la variación de la velocidad del viento con la altura  $z$ . Se obtiene con las siguientes expresiones

$$F_\alpha = 1.0; \quad \text{si } z \leq 10 \text{ m} \quad (a)$$

$$F_\alpha = (z/10)^\alpha; \quad \text{si } 10 \text{ m} < z < \delta \quad (b)$$

$$F_\alpha = (\delta/10)^\alpha; \quad \text{si } z \geq \delta \quad (c)$$

( 33 )

donde

$\delta$ : altura gradiente, medida a partir del nivel del terreno de desplante, por encima de la cual la variación de la velocidad del viento no es importante y se puede suponer constante;  $\delta$  y  $z$  están dadas en metros; y

$\alpha$ : exponente que determina la forma de la variación de la velocidad del viento con la altura.

Los coeficientes  $\delta$  y  $\alpha$  se definen en la siguiente tabla,

<b>Tabla 2. Rugosidad del terreno, <math>\alpha</math> y <math>\delta</math> (NTCDV)</b>			
<b>Tipos de terreno, Fig. 14 (referencia NTCDV)</b>		$\alpha$	$\delta$ , m
<b>R1</b>	Escasa o nulas obstrucciones al flujo de viento, como en campo abierto.	0.099	245
<b>R2</b>	Terreno plano u ondulado con pocas obstrucciones.	0.128	315
<b>R3</b>	Zona típica urbana y suburbana. El sitio está rodeado predominantemente por construcciones de mediana y baja altura o por áreas arboladas y no se cumplen las condiciones del Tipo R4.	0.156	390
<b>R4</b>	Zona de gran densidad de edificios altos. Por lo menos la mitad de las edificaciones que se encuentran en un radio de 500 m alrededor de la estructura en estudio tiene altura superior a 20 m.	0.170	455

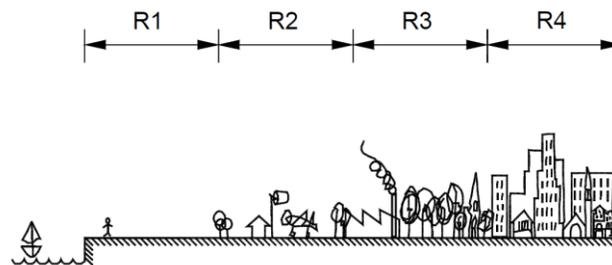


Fig. 14 Rugosidad del terreno (NTCDV)

El factor correctivo por topografía y rugosidad,  $F_{TR}$ , toma en cuenta el efecto topográfico local del sitio en donde se desplante la estructura y a su vez la variación de la rugosidad de los alrededores del sitio, ver tabla 3. En este último caso, si en una dirección de análisis de los efectos del viento existen diferentes

rugosidades con longitud menor de 500 m, se deberá considerar la que produzca los efectos más desfavorables.

<b>Tabla 3. Factor <math>F_{TR}</math> (Factor de topografía y rugosidad del terreno) (NTCDV)</b>				
Tipos de topografía, Fig. 15 (referencia NTCDV)		Rugosidad de terrenos en alrededores		
		Terreno tipo R2	Terreno tipo R3	Terreno tipo R4
<b>T1</b>	Base protegida de promontorios y faldas de serranías del lado de sotavento	0.80	0.70	0.66
<b>T2</b>	Valles cerrados	0.90	0.79	0.74
<b>T3</b>	Terreno prácticamente plano, campo abierto, ausencia de cambios topográficos importantes, con pendientes menores de 5% (normal)	1.00	0.88	0.82
<b>T4</b>	Terrenos inclinados con pendientes entre 5 y 10%	1.10	0.97	0.90
<b>T5</b>	Cimas de promontorios, colinas o montañas, terrenos con pendientes mayores a 10%, cañadas o valles cerrados	1.20	1.06	0.98

En terreno de tipo R1, según se define en la tabla 3.2, el factor de topografía y rugosidad,  $F_{TR}$ , se tomará en todos los casos igual a 1.0.

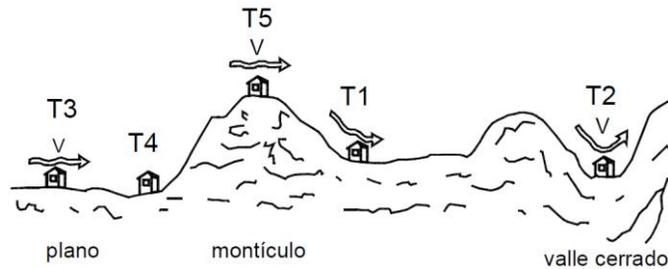


Fig. 15 Formas topográficas locales (NTCDV)

La presión que ejerce el flujo del viento sobre una construcción determinada,  $p_z$ , en Pa, se obtiene tomando en cuenta su forma y está dada de manera general por la siguiente expresión

$$p_z = 0.47C_p V_D^2$$

( 34 )

donde

$C_p$ : coeficiente local de presión, que depende de la forma de la estructura; y  
 $V_D$ : velocidad de diseño a la altura  $z$ , definida con anterioridad.

Los factores de presión  $C_p$ , para el método estático, se determinan según el tipo y forma de la construcción, de acuerdo con lo siguiente:

## Caso IV. Chimeneas, silos y similares

Los coeficientes de presión varían en función de la forma de la sección transversal y la relación de esbeltez de la estructura. Sus valores se especifican en la Fig. 16.

**Tabla 3.9 Coeficientes de arrastre para chimeneas y silos**

Forma de la sección transversal	Relación de esbeltez <sup>1</sup>		
	1	7	25
Cuadrada:			
Viento normal	1.3	1.4	2.0
Ángulo de incidencia 45°	0.9	1.2	1.6
Hexagonal u octagonal	1.0	1.2	1.4
Circular (superficie rugosa)	0.7	0.8	0.9
Circular (superficie lisa)	0.5	0.6	0.7

<sup>1</sup> La relación de esbeltez se define como la relación de la altura a lado menor de la estructura. Se interpolará linealmente para valores intermedios.

**Fig. 16 Coeficientes de arrastre (NTCDV)**

En este tipo de estructuras además de los efectos estáticos, deberán tomarse en cuenta los efectos dinámicos calculados a partir de las disposiciones del Capítulo 5. Sin embargo, para efectos de simplificación se omitirá el incremento de las presiones de diseño por el factor de amplificación dinámica que se calcula en el capítulo mencionado.

Por último, se menciona que el área sobre la que actúa la presión de diseño se tomará igual a la superficie expuesta al viento proyectada en un plano vertical, excepto en techos y en elementos de recubrimiento en que se tomará el área total. La dirección de las presiones del viento será normal a la superficie considerada. Esta definición se aplica tanto para el método estático como el simplificado.

Para la obtención de las fuerzas producidas por el desprendimiento de vórtices se consideraron los parámetros que se muestran en la tabla 4, se consideró que la torre se encuentra en un terreno R1, es decir, en campo abierto, donde la altura gradiente  $\delta$  es igual a 245 m y el exponente  $\alpha$  igual a 0.10.

<b>Tabla 4. Parámetros para obtener <math>V_D</math></b>			
Tipo de estructura	Periodo de retorno	Velocidad regional ( $V_r$ )	Clasificación según su respuesta
Grupo A	200 años	36 m/s	Tipo 3
$F_{TR}$	Caso $C_p$	Relación de esbeltez	$C_p$
1.0	Caso IV. Chimeneas silos	9.22	0.81

La siguiente gráfica (Fig. 17) muestra el perfil de la velocidad de diseño del viento desde el suelo ( $h=0$ ) hasta la parte más alta de la torre ( $h=88$  m).

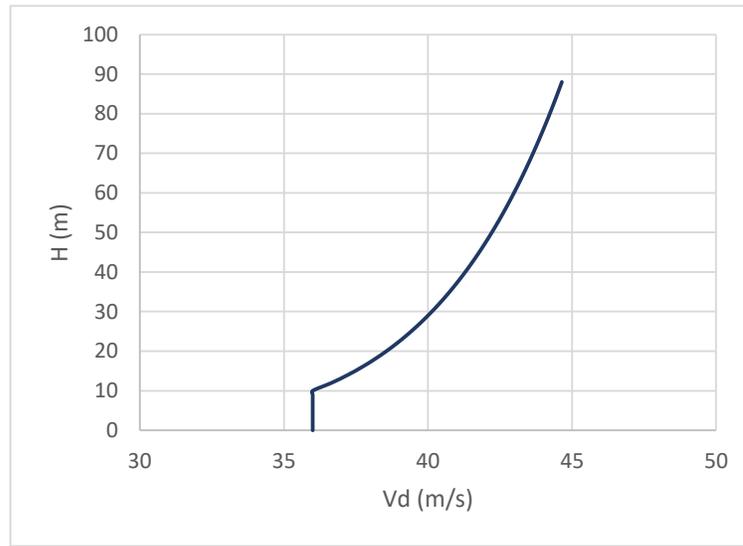


Fig. 17 Perfil de velocidad de diseño (NTCDV)

Para la obtención de la velocidad crítica se emplearon los parámetros que se muestran en la tabla 5, además, se emplean las ecuaciones mencionadas en la sección 2.4 para conocer si es o no despreciable el efecto de vórtices periódicos.

Tabla 5. Parámetros de vórtices periódicos			
Factor $C_T$	Coefficiente de amortiguamiento $\beta$	d (diámetro)	$n_o$
R1	0.01 (acero)	9 m	0.60 Hz

En la parte más alta de la torre se obtiene una velocidad de diseño de 44.65 m/s con la cual se calcula la velocidad crítica siguiendo la ecuación  $V_{cr} = 5 n_o d = 30.15 \text{ m/s}$ .

Se emplea la ecuación (31) propuesta para saber si es necesario considerar los efectos de desprendimiento de vórtices, el cálculo del valor de  $C_z$  se realizó con base en la NBCC (2005) debido a que se presenta un error en las fórmulas de las NTCDV (2004) (ver Anexo C)

$$V_D = 1.23 \sqrt{p_z C_z} < 0.8 V_{crit}$$

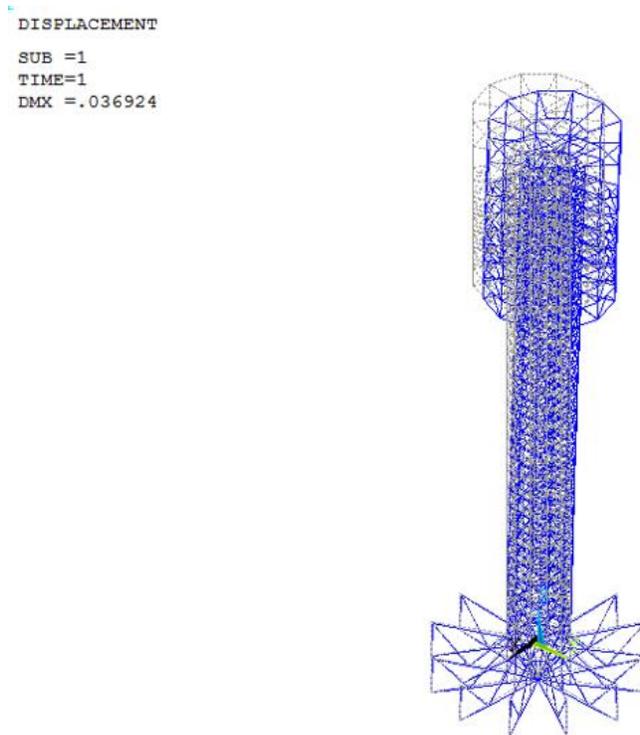
$$V_D(88 \text{ m}) = 1.23 \sqrt{\frac{77.70 \text{ kg}}{\text{m}^2} * 1.83} < 0.8 * 30.15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$47.76 \frac{\text{m}}{\text{s}} < 24.12 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \text{NO SE CUMPLE}$$

Por lo tanto, deben considerarse los efectos del desprendimiento de vórtices alternados. Es necesario ahora calcular la fuerza que generará este fenómeno de acuerdo con las NTCDV (2004). Para ello se emplea la ecuación

$$F_L = \frac{C_T}{2\beta} 0.047 V_{cr}^2 d = 5393 \frac{N}{m}$$

Esta fuerza fue aplicada como una carga puntual en los nodos de la cara norte del modelo de la torre de control en Ansys, por lo tanto, fue necesario multiplicarlas por una altura tributaria, como resultado se obtuvo la deformada que se muestra en la Fig. 18. Este es el resultado del análisis estático siguiendo el procedimiento de las NTCDV (2004).

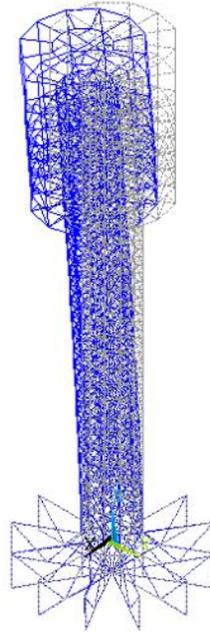


Torre de control - desprendimiento de vórtices alternados

Fig. 18 Desplazamientos análisis estático, desprendimientos de vórtices alternados

En las siguientes figuras se puede observar la configuración deformada de la estructura de la torre de control que se genera en el análisis modal para los modos 1, 2, 3 y 10, las imágenes proporcionan también la frecuencia (en Hz) y la aceleración (en  $m/s^2$ ). Estos valores se emplearán posteriormente para efectuar un análisis dinámico por efecto de vórtices alternantes de la torre de control.

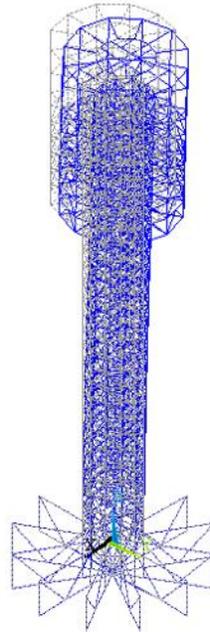
DISPLACEMENT  
STEP=1  
SUB =1  
FREQ=.670371  
DMX =.001506



Torre de control - desprendimiento de vórtices alternados

Fig. 19 Deformada – Primer modo de vibrar

DISPLACEMENT  
STEP=1  
SUB =2  
FREQ=.674016  
DMX =.001507

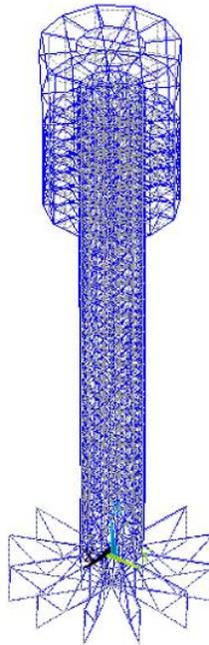


Torre de control - desprendimiento de vórtices alternados

Fig. 20 Deformada – Segundo modo de vibrar

Se puede apreciar que las frecuencias obtenidas en el primer y segundo modo de vibrar (Fig. 19 y 20 respectivamente) son muy cercanas, esto se debe a que se trata de una estructura simétrica, se tienen periodos de 1.49 s y 1.48 s respectivamente, que son superiores a 1 s lo que indica una alta probabilidad de que los efectos del viento sean de importantes sobre esta estructura al ser muy flexible. Los dos primeros modos muestran desplazamientos horizontales, indicando que la estructura se comporta adecuadamente y que el modelo arroja resultados congruentes.

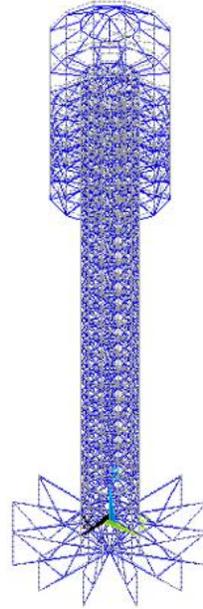
```
DISPLACEMENT  
STEP=1  
SUB =3  
FREQ=1.78676  
DMX =.002299
```



Torre de control - desprendimiento de vórtices alternados

**Fig. 21 Deformada – Tercer modo de vibrar**

```
DISPLACEMENT
STEP=1
SUB =10
FREQ=6.20005
DMX =.006619
```



Torre de control - desprendimiento de vórtices alternados

Fig. 22 Deformada - Décimo modo de vibrar

El tercer modo (ver Fig. 21) con frecuencia está relacionado a la torsión, con ello se corrobora que el modelo no presenta algún problema de conectividad entre sus elementos al dar una frecuencia razonable y mostrar una deformada de toda la torre como un solo cuerpo. El décimo modo (ver Fig. 22) se emplea únicamente para el cálculo de los coeficientes del amortiguamiento de Rayleigh.

### 3.3 Amortiguamiento de las estructuras

Como se menciona en Chopra (2014) el amortiguamiento es el proceso que hace disminuir la amplitud de la vibración libre de una estructura de manera constante, esto debido a que la energía se disipa por medio de diferentes mecanismos que pueden presentarse simultáneamente, pudiendo ser estos mecanismos el efecto térmico del esfuerzo elástico del material y de la fricción interna que se produce al deformarse un cuerpo; otros ejemplos son la fricción que se genera en las conexiones de acero que poseen algunas edificaciones, la apertura y cierre de microfisuras en el concreto y la fricción entre la propia estructura y los elementos que se consideran como no estructurales.

La matriz de amortiguamiento no puede ser generada a partir de las propiedades de los elementos estructurales debido a que no se conocen con exactitud las propiedades de amortiguamiento de los materiales, además, de esta manera se ignoraría la aportación que generan los mecanismos mencionados con anterioridad como la fricción entre la propia estructura. Por lo tanto, esta matriz se forma con las fracciones de amortiguamiento modal de los mecanismos que disipan energía cuando una estructura se encuentra en vibración. Las fracciones de amortiguamiento se infieren de datos disponibles

de eventos sísmicos de estructuras similares a la que se está analizando y que no han sufrido deformación en el intervalo inelástico.

En el caso de la torre de control se realiza un análisis con la ayuda de una matriz de amortiguamiento clásico, la cual es una idealización que considera que los mecanismos que pudieran aportar amortiguamiento a la estructura son similares en cada entrepiso, por ejemplo, un edificio con plantas y materiales semejantes en todos los niveles.

### 3.3.1 Amortiguamiento de Rayleigh

Uno de los procedimientos que se emplean para la construcción de una matriz de amortiguamiento clásico es el de Rayleigh (Chopra, 2014), en el cual se considera que una fracción del amortiguamiento es proporcionado por la masa de la estructura y otra por la rigidez de ésta. Por lo tanto, se pueden establecer dos ecuaciones

$$c = a_0 m \quad \text{y} \quad c = a_1 k \quad (35)$$

donde

$c$ : matriz de amortiguamiento

$a_0$ : constante del amortiguamiento proporcional a la masa en  $s^{-1}$

$a_1$ : constante del amortiguamiento proporcional a la rigidez en  $s$

$m$ : masa

$k$ : rigidez

Físicamente estas dos ecuaciones representan a los modelos de amortiguamiento que se muestran en la Fig. 23. El amortiguamiento proporcional a la rigidez es intuitivo debido a que se piensa que gracias a la deformación que sufren los niveles del edificio es como se disipa la energía; sin embargo, el amortiguamiento proporcional a la masa es más complicado de justificar porque el amortiguamiento del aire que puede emplearse en este modelo es muy pequeño lo que impide tener un análisis adecuado para la mayoría de las estructuras.

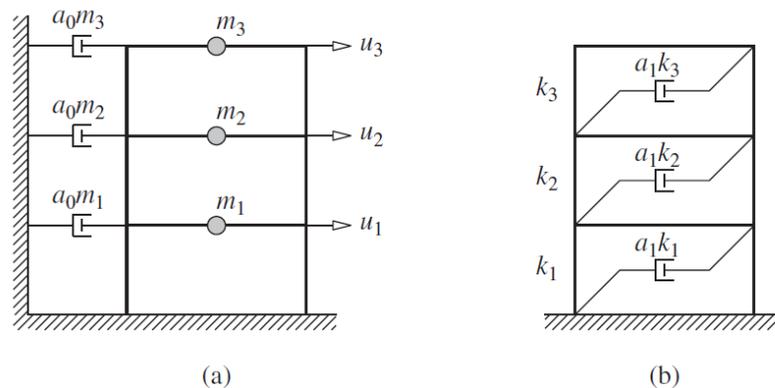


Fig. 23 (a) Amortiguamiento proporcional a la masa; (b) amortiguamiento proporcional a la rigidez (Chopra, 2014).

El amortiguamiento proporcional a la masa generalizado para el  $n$ -ésimo modo es

$$C_n = a_0 M_n \quad (36)$$

y la fracción de amortiguamiento modal es

$$\zeta_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} \quad (37)$$

Se puede observar de la ecuación anterior que la fracción de amortiguamiento es inversamente proporcional a la frecuencia natural de la estructura,  $\omega$ . El coeficiente  $a_0$  puede seleccionarse de tal forma que se obtenga un valor específico de la fracción de amortiguamiento en cualquier modo, por ejemplo, para el  $i$ -ésimo modo. Por lo tanto, se obtiene

$$a_0 = 2\zeta_i \omega_i \quad (38)$$

Siguiendo un procedimiento similar se puede obtener la constante del amortiguamiento proporcional a la rigidez,  $a_1$

$$C_n = a_1 \omega_n^2 M_n \quad \text{y} \quad \zeta_n = \frac{a_1}{2} \omega_n \quad (39)$$

En este caso la fracción de amortiguamiento se incrementa linealmente con la frecuencia natural. El coeficiente  $a_1$  puede seleccionarse de tal forma que se obtenga un valor específico de la fracción de amortiguamiento en cualquier modo, por ejemplo, para el  $j$ -ésimo modo. Por lo tanto, se obtiene

$$a_1 = \frac{2\zeta_j}{\omega_j} \quad (40)$$

Para construir una matriz que sea consistente con datos experimentales se emplea el amortiguamiento de Rayleigh

$$c = a_0 m + a_1 k \quad (41)$$

La fracción de amortiguamiento para el  $n$ -ésimo modo de tal sistema es

$$\zeta_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} + \frac{a_1}{2} \omega_n \quad (42)$$

Los valores de los coeficientes  $a_0$  y  $a_1$  se pueden obtener de las fracciones de amortiguamiento específicas para los modos  $i$ -ésimo y  $j$ -ésimo. La ecuación para determinar estos coeficientes es

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \end{Bmatrix}$$

( 43 )

Cuando este procedimiento se aplique debe asegurarse que los modos  $i$  y  $j$  con las fracciones de amortiguamiento especificadas representen valores razonables para las fracciones de amortiguamiento de todos los modos que contribuyen de forma significativa a la respuesta. En la Fig. 24 se muestra la representación del amortiguamiento de Rayleigh que se obtiene al emplear los amortiguamientos proporcionales a la masa y a la rigidez.

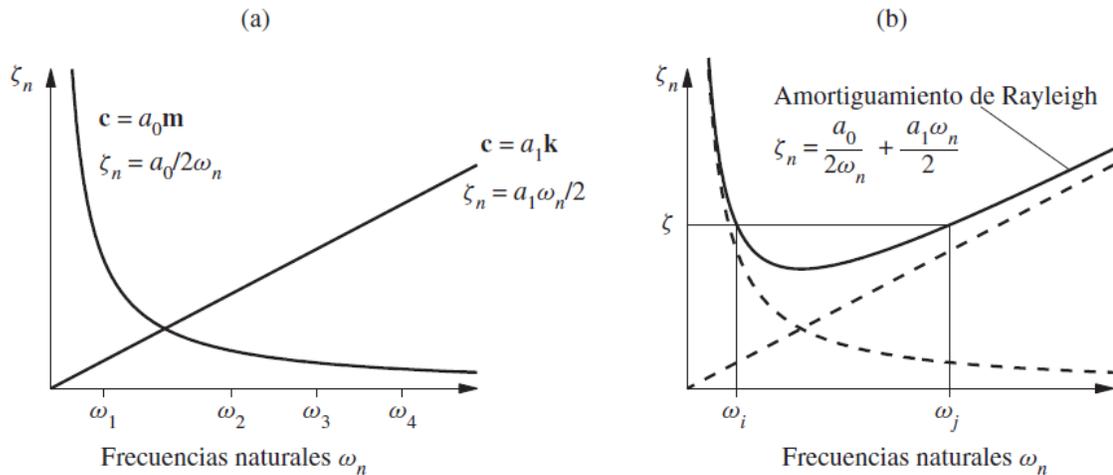


Fig. 24 Variación de las fracciones de amortiguamiento modal con la frecuencia natural: (a) amortiguamientos proporcionales a la masa y a la rigidez; (b) amortiguamiento de Rayleigh (Chopra, 2014).

Del modelo de Ansys de la torre de control se obtuvieron las frecuencias para el primer y décimo modo de vibrar los cuales son:

$$\omega_1 = 4.235 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_{10} = 38.956 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

De la ecuación (43) se obtienen los valores de las constantes  $a_0$  y  $a_1$ , además se considera que la fracción de amortiguamiento en ambos modos es 1% de acuerdo con las NTCDV (2004),  $\zeta = 0.01$ , por tratarse de una estructura metálica. Por lo tanto, se tiene que:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/4.235 & 4.235 \\ 1/38.956 & 38.956 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \end{Bmatrix}$$

Resolviendo la ecuación anterior se obtienen los siguientes valores:

$$a_0 = 0.076395 \quad y \quad a_1 = 0.000463$$

Para el análisis dinámico fue necesario generar señales, es decir, vectores que contienen una historia en el tiempo de fuerzas turbulentas o variación espacio-temporal de las velocidades generadas por el viento turbulento, para lo cual se empleó un método de simulación que se basa en técnicas de auto regresión y media móvil (ARMA, por sus siglas en inglés), para lo cual se empleó un programa de simulación implementado por Orozco (2015). El método ARMA considera la combinación de un vector de ruido blanco Gaussiano con los coeficientes de auto regresión y media móvil con la finalidad de simular una muestra del proceso estocástico estacionario.

El programado empleado permite generar de manera aleatoria fuerzas producidas por el viento sobre una estructura por el efecto de desprendimiento de vórtices, para ello se necesitan introducir parámetros de la dimensión de la base de la estructura y los coeficientes  $a_0$  y  $a_1$  del amortiguamiento de Rayleigh. Se realizaron dos casos de análisis, el primero de ellos se aplica la misma señal en cada uno de los nodos de la cara norte de la torre, este es el caso donde las *fuerzas están completamente correlacionadas*; para el segundo caso se generó una señal para cada uno de los nodos de la cara norte y al ser estas señales calculadas de forma aleatoria las *fuerzas están parcialmente correlacionadas*.

Estas señales fueron introducidas en el modelo de Ansys para poder realizar un análisis dinámico de la torre de control y poder obtener valores de desplazamientos y aceleraciones más acordes con la realidad en comparación con los valores obtenidos por el análisis estático que no considera las variaciones de las fuerzas en el tiempo.

## CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

### 4.1 Análisis de los desplazamientos obtenidos

A partir del análisis estático que se realizó al aplicar la fuerza de levantamiento que se describe en las NTCDV (2004) para el efecto de desprendimiento de vórtices periódicos se obtuvo un desplazamiento máximo horizontal en el nodo 392 (a una altura de 88 m) de 0.025 m en la misma dirección de aplicación de las fuerzas, que al compararlo con el desplazamiento permisible de  $H/500 = 88 \text{ m} / 500 = 0.176 \text{ m}$ , resulta ser menor y no requeriría mayor atención al cumplir con los límites establecidos en las normas; sin embargo, al emplear las señales de fuerzas en el análisis dinámico se obtuvieron los resultados que se muestran en las siguientes gráficas para los nodos 392, 288 y 308, los cuales se encuentran en la parte más alta de la torre, en el cambio de sección y en la base de la torre, respectivamente.

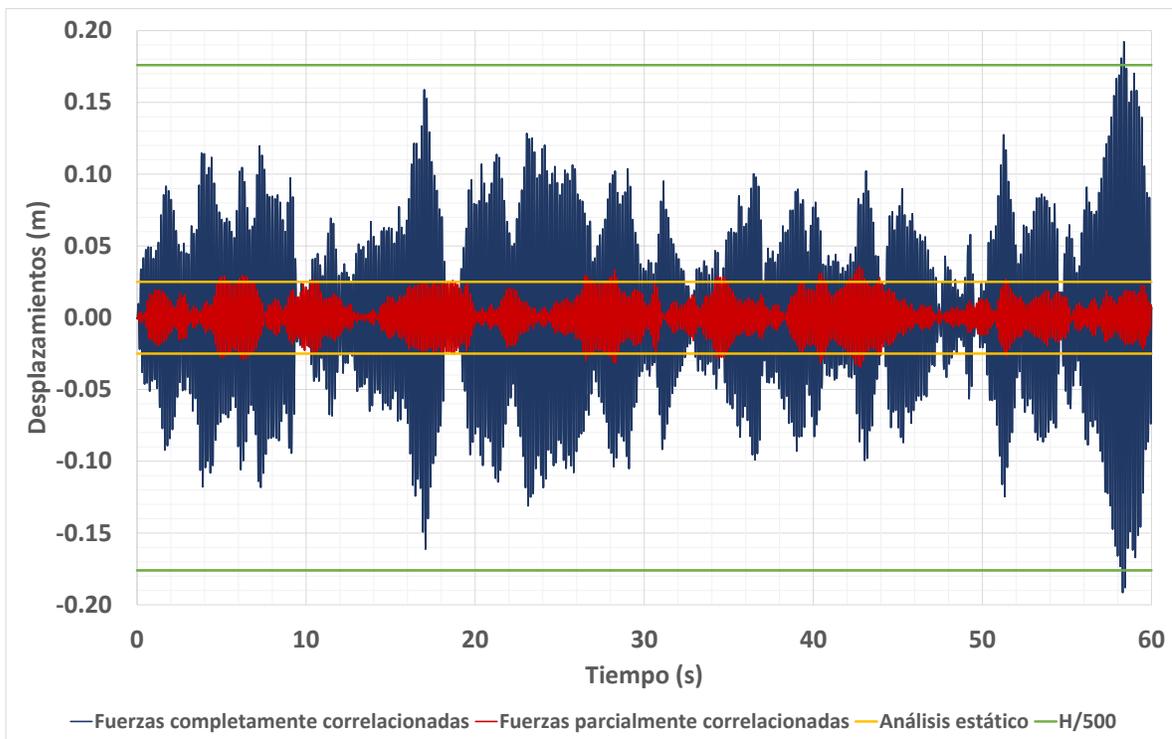


Fig. 25 Desplazamiento horizontal del nodo 392 (h=88m)

Se puede apreciar que en el nodo 392 (Fig. 25), que se encuentra en el tope de la torre, se tienen los desplazamientos más grandes, llegando inclusive a superar el límite permitido por las NTCDV (2004) en el caso de fuerzas completamente correlacionadas del análisis dinámico con un desplazamiento máximo de 0.192 m que es mayor al 0.176 m ( $H/500$ ); sin embargo, para el caso de fuerzas parcialmente correlacionadas se tienen desplazamientos menores, siendo el máximo de 0.036 m, aunque en algunos

puntos estos son mayores que el obtenido en el análisis estático (0.025 m). Esta diferencia radica en que cuando se aplica la misma fuerza en cada uno de los nodos (completamente correlacionadas) el desplazamiento es mayor a tener fuerzas con diferentes magnitudes (parcialmente correlacionadas) y que podrían en un punto tener el mismo sentido, lo cual incrementaría el desplazamiento, o por el contrario tener diferente sentido provocando que el desplazamiento de la torre sea menor.

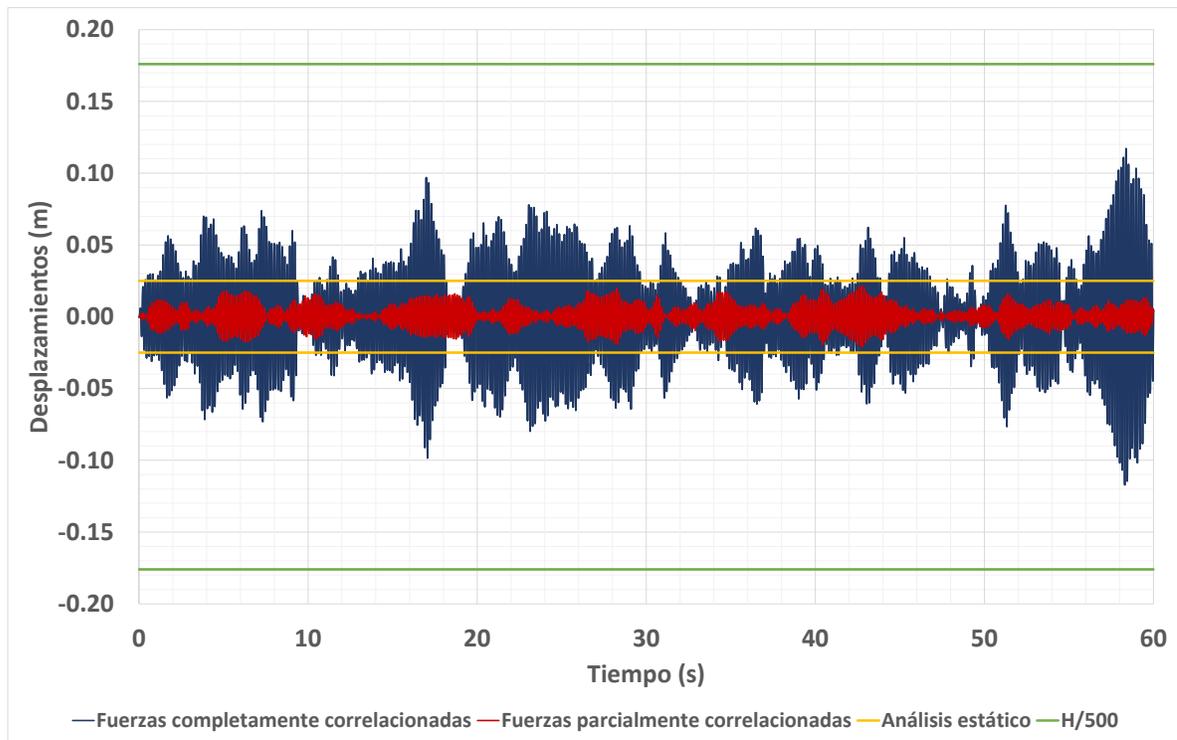


Fig. 26 Desplazamiento horizontal nodo 288 (h=60.9m)

En la gráfica de los desplazamientos del nodo 288 (Fig. 26), punto en el cual se hace cambio de sección por encontrarse las cabinas de control, no se tienen desplazamientos que sobrepasen el límite permisible, sin embargo, se tienen desplazamientos mayores al del análisis estático para el caso de fuerzas completamente correlacionadas del análisis dinámico con un desplazamiento máximo de 0.012 m y para el caso de fuerzas parcialmente correlacionadas de 0.022 m.

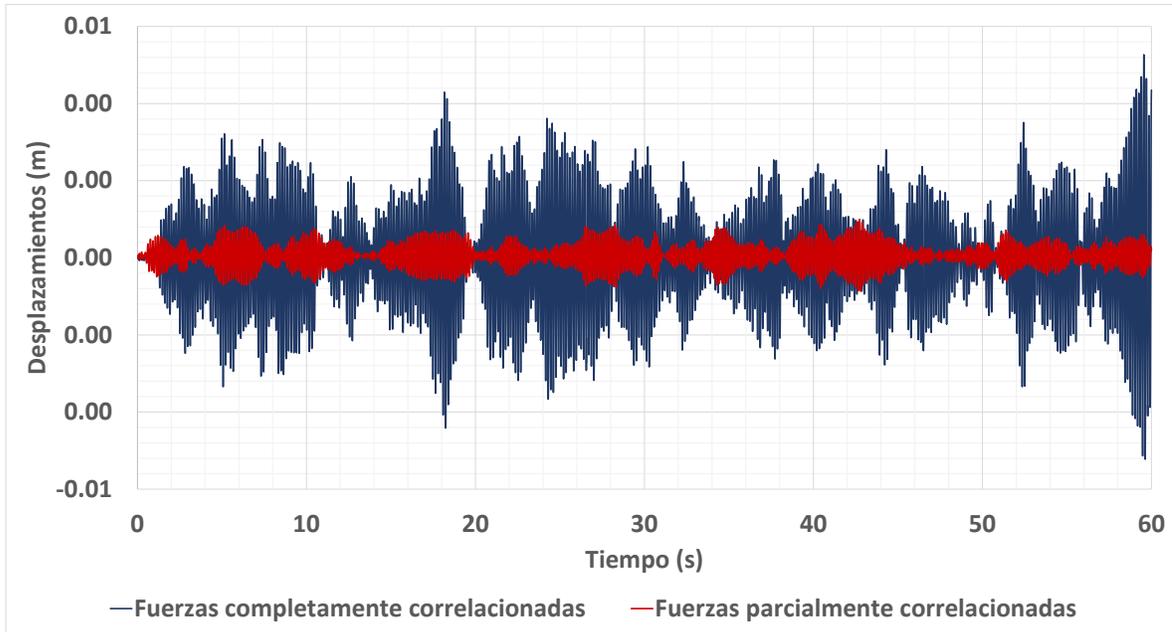


Fig. 27 Desplazamiento horizontal nodo 308 (h=0)

Por último, se tiene la gráfica del nodo 308 (Fig. 27) que se encuentra en la base de la torre donde no se tienen desplazamientos significativos, es por ello que se omite el límite de las NTC y el desplazamiento del análisis estático para poder apreciar los desplazamientos generados por las señales del desprendimiento de vórtices. Los desplazamientos máximos obtenidos son 0.005 y 0.001 m para fuerzas completamente correlacionadas y parcialmente correlacionadas respectivamente.

## 4.2 Análisis de las aceleraciones obtenidas

En el caso de las aceleraciones se tienen límites recomendados de acuerdo con la gráfica de curvas de percepción de aceleración de la sección 2.3. Sin embargo, en el mismo artículo se describe una metodología propuesta para evaluar la aceleración inducida por el viento en edificios altos que considera la incertidumbre en la respuesta, las propiedades dinámicas y las características del viento para México (Pozos Estrada y López Ibarra, 2016).

A continuación, se describe el procedimiento usando la curva de percepción de la ISO10137 (2007) para uso residencial, esto debido a que la curva es consistente con aquellos sugeridos por el MOCDV (2008) y al tratarse de un espacio donde laboran personas que requieren de un ambiente adecuado para estar concentrados la mayor parte de su jornada y poder así dar indicaciones precisas de las operaciones de vuelo a todas las aeronaves que hacen uso del aeropuerto. Para el cálculo del factor de aceleración se tiene la siguiente ecuación

$$F_{Al}(P_{fP}, F_c) = \alpha(F_c) \cdot \ln(P_{fP}) + \beta(F_c)$$

( 44 )

donde  $P_{fp}$  es la probabilidad de percepción de aceleración,  $F_c$  es un factor de clima que depende de la ubicación del edificio, y las funciones  $\alpha$  y  $\beta$  se definen como

$$\alpha(F_c) = -0.135 \cdot \ln(F_c) - 1.69$$

$$\beta(F_c) = -0.655 \cdot \ln(F_c) - 0.5$$

De la curva ISO10137 para uso residencial, la aceleración máxima es de 7.42 mili-g para una frecuencia de 0.674 Hz, que se presenta en el segundo modo. Para verificar si esta aceleración es aceptable en la torre de control, se emplearon los siguientes pasos:

- 1) Calcular el factor de aceleración,  $F_{Al}(P_{fp}, F_c)$ . Si la probabilidad de percepción de aceleración ( $P_{fp}$ ) especificada es igual a 0.8 y el factor de clima para la ciudad de México,  $F_c$ , es igual a 0.09 (*Pozos-Estrada y López-Ibarra, 2016*), el factor de aceleración es igual a 1.38.
- 2) Factorizar la aceleración máxima identificada en el análisis dinámico (59.22 mili-g) en el modelo de Ansys, empleando el factor de aceleración calculado (1.38). La aceleración factorizada es igual a 81.72 milli-g (1.38 x 59.22 milli-g).
- 3) Verificar que la aceleración factorizada (81.72 milli-g) sea menor o igual que la aceleración especificada en la curva de percepción de aceleración empleada (7.42 milli-g). La comparación indica que, en términos de servicio, la aceleración que presenta el edificio no es aceptable. En conclusión, se tienen aceleraciones mayores a las recomendadas por la curva ISO10137 al haber valores mayores a 7.42 mili-g.

Las siguientes gráficas muestran las aceleraciones calculadas en el modelo de Ansys para los nodos 392, 288 y 308, al aplicar las historias en el tiempo de fuerzas turbulentas generadas por el desprendimiento de vórtices. En estas gráficas se omite el intervalo de 0 a 2 s debido a que en este rango el modelo se encuentra en una etapa de transición, es por ello que únicamente se muestra el intervalo donde hay cierta estabilidad del fenómeno. En los nodos 392 y 288 las aceleraciones máximas se presentan cuando las fuerzas son completamente correlacionadas; en el nodo de la base de la torre el 308 las aceleraciones son muy parecidas en los dos casos; sin embargo, hay un pico en el caso de fuerzas parcialmente correlacionadas.

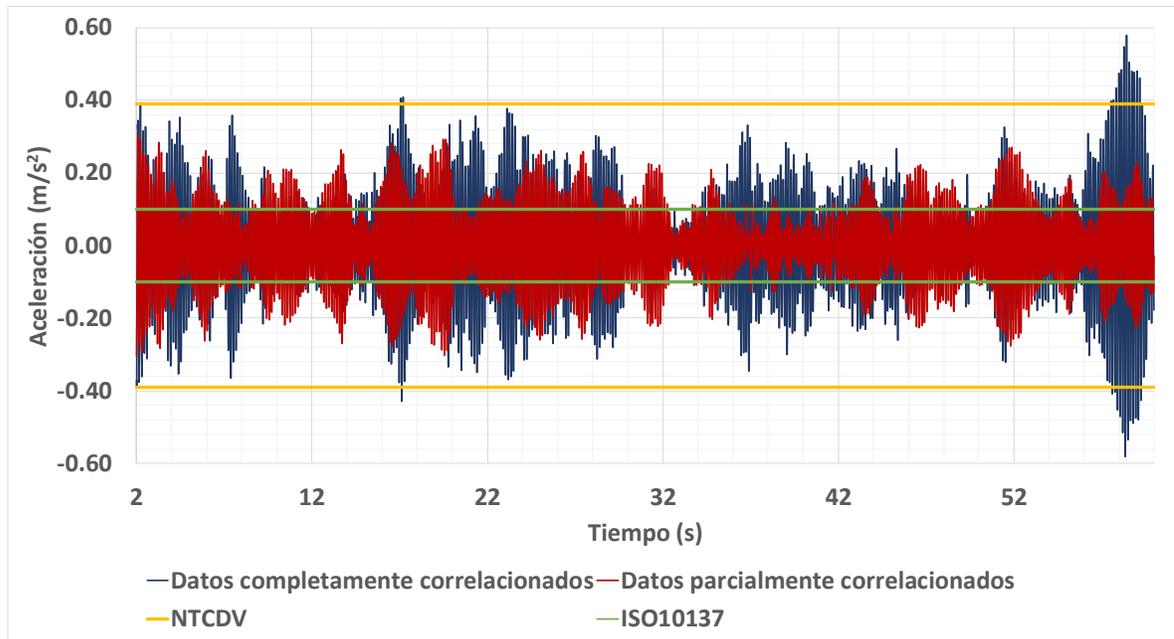


Fig. 28 Aceleración del nodo 392 (h=88m)

En la gráfica de las aceleraciones del nodo 392 (Fig. 28) debido a la aplicación de historias en el tiempo de fuerzas turbulentas se aprecia que para la mayoría de los intervalos las aceleraciones sobrepasan el límite de la curva de percepción ISO10137 y para ciertos puntos se presentan aceleraciones mayores a las recomendadas por las NTCDV ( $0.39 m/s^2$ ) en el caso de datos completamente correlacionados.

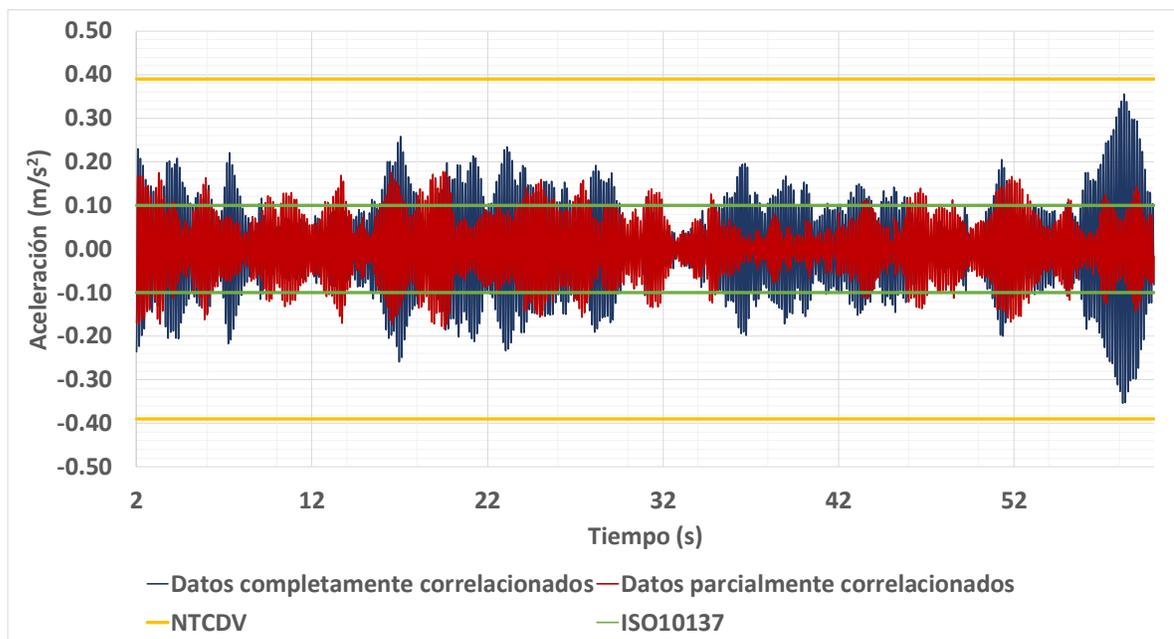


Fig. 29 Aceleración del nodo 288 (h=60.9m)

En la gráfica del nodo 288 (Fig. 29) ambos casos (fuerzas parcialmente y completamente correlacionadas) las aceleraciones obtenidas son menores al límite establecido por las NTCDV (2004); sin embargo, se tienen valores superiores al límite de la curva ISO10137. Al tener valores tan grandes de aceleraciones en la zona de cabinas, comprendida entre los nodos 288 y 392, los controladores aéreos y todo el personal que labore en esos niveles experimentarían un grado de incomodidad alto que les impediría realizar adecuadamente su trabajo.

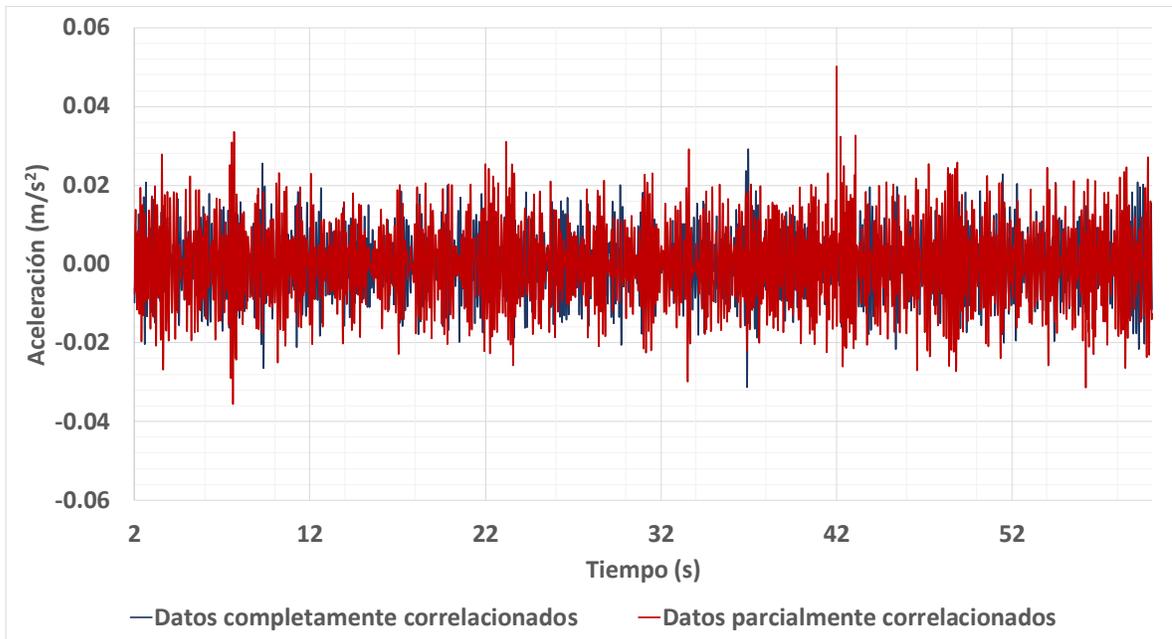


Fig. 30 Aceleración del nodo 308 (h=0)

En el nodo 308 (Fig.30) el efecto del viento es prácticamente nulo al encontrarse en la base de la torre, lo cual se corrobora al tener aceleraciones muy pequeñas. Además, en su gráfica de aceleración se omiten los límites para poder modificar la escala de la señal y así poder apreciar su variación.

En la siguiente tabla se muestran los valores máximos de las aceleraciones en los tres nodos y si se consideran adecuados de acuerdo con los criterios de las NTCDV, ISO10137 y Meseguer (2013).

<b>Tabla 6. Parámetros de percepción de aceleraciones y aceleraciones máximas (unidades en m/s<sup>2</sup>)</b>				
<b>NODO</b>	<b>Aceleración máxima</b>	<b>NTCDV (20040) (límite = 0.39)</b>	<b>ISO10137 (2007) (límite = 0.1)</b>	<b>Tabla Meseguer (2013)</b>
<b>392 (88 m)</b>	0.581	No aceptable	No aceptable	Muy molesto
<b>288 (60.9 m)</b>	0.356	Aceptable	No aceptable	Molesto
<b>308 (Base)</b>	0.03 (se omite el pico)	Aceptable	Aceptable	Imperceptible

## CONCLUSIONES

Los efectos del viento pueden generar problemas severos a las estructuras cuando no se realiza un análisis adecuado, sobre todo en aquellas de gran altitud o que se encuentran en zonas donde las ráfagas pueden alcanzar grandes velocidades como, por ejemplo, en costas o en grandes planicies (donde no existen obstrucciones que impidan fluir libremente al viento). El desprendimiento de vórtices alternantes puede generar grandes desplazamientos a las edificaciones y al mismo tiempo generar fuertes aceleraciones que lleguen a incomodar a los usuarios.

Como se puede observar en las gráficas que se encuentran en el capítulo de *Análisis de los resultados* los mayores desplazamientos y aceleraciones se presentan en la parte más alta de la torre de control, esto se debe a que en ese nivel se experimenta la máxima velocidad del viento que impacta a la torre. El desplazamiento obtenido en el nodo ubicado en la parte más alta de la torre de control en el análisis dinámico del caso de fuerzas completamente correlacionadas es mayor al desplazamiento permisible establecido por las Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones, por lo tanto, esta estructura no cumpliría con los criterios de estado límite de servicio. En las aceleraciones se tiene un comportamiento similar, éstas son mayores en el análisis dinámico para el caso de fuerzas completamente correlacionadas, superando los límites recomendados por diferentes fuentes.

Debido a lo anterior los últimos niveles de la torre, que son precisamente los niveles de cabina, se encuentran muy cerca de los límites permisibles y no serían adecuados para el uso que se les destinaría. Los controladores del tránsito aéreo se encuentran sometidos a grandes presiones al ser su labor una tarea que requiere de mucha concentración por la gran responsabilidad que conlleva el dar instrucciones precisas a los capitanes y operadores de pista, además sobre ellos recae el bienestar de muchas personas; por lo tanto, las fuerzas generadas por el viento no deben causarles incomodidad y afectar su desempeño en su jornada de trabajo. Por otra parte, se tienen las cuestiones de la estabilidad de la edificación, por tratarse de una estructura del tipo A debe diseñarse con los criterios de mayor exigencia que eviten su colapso frente a cargas accidentales de gran magnitud; sin embargo, también es necesario que la estructura pueda ser utilizada a lo largo de toda su vida de diseño, esto implica que debe ser diseñada para que sus elementos no fallen por fatiga de los materiales, que es la principal afectación del fenómeno, por ello la intensidad del desprendimiento de vórtices alternantes debe ser muy baja o, en el caso ideal, nula.

El lector puede constatar que el análisis propuesto por las NTCDV (2004) se basa en un caso estático donde las fuerzas no tienen variaciones al pasar el tiempo; sin embargo, los efectos que éstas producen son muy pequeños en comparación con los que se originan al llevar a cabo un análisis dinámico con señales (historias en el tiempo), por lo tanto, se debe tener un criterio adecuadamente fundamentado al momento de elegir qué tipo de análisis realizar, sobre todo si no se cuenta con datos confiables del valor de las variables que interfieren en los cálculos que se deban realizar. Con relación a lo anterior, cabe mencionar que la ecuación que se propone en el presente trabajo surgió a consecuencia de concluir que la velocidad contra la cual se estaba comparando para poder discernir sobre si era o no posible omitir los efectos por desprendimiento de vórtices era muy pequeña, aunque la experiencia sugería una conclusión contraria debido a que es precisamente en estructuras con sección circular y en zonas como en la que se encuentra esta torre de control donde se presenta con mayor frecuencia el fenómeno.

La recomendación es proponer un elemento que reduzca las aceleraciones y los desplazamientos que generan los vórtices al desprenderse de la torre. Por lo tanto, se pueden considerar dos opciones viables. La primera de ellas surge al concluir que el fenómeno se presenta cuando el viento tiene un flujo similar al laminar, el cual es ordenado y donde la viscosidad es un factor importante que puede cambiar su comportamiento con facilidad, la solución consiste en añadir un dispositivo de supresión de vórtices, en términos más simples proveer a la estructura de una fachada que genere un flujo turbulento y evitar que se presente una calle de vórtices organizada con los patrones mencionados en el primer capítulo. La segunda opción es el uso de amortiguadores externos que produzcan una reacción que se oponga al desplazamiento que producen las fuerzas generadas por el fenómeno para reducirlo o aún mejor anularlo.

El estudio de la ingeniería de viento en nuestro país no ha sido muy exhaustiva, principalmente porque estos estudios son redireccionados a empresas extranjeras dedicadas a este campo de la ingeniería, sin embargo, México cuenta con el capital humano con la capacidad para desarrollar este campo, lo que se requiere es crear conciencia en las empresas dedicadas al diseño y construcción para que centren su atención en esta área y cada vez existan más profesionistas enfocados al estudio de los efectos del viento sobre las estructuras.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Meseguer Ruiz, J., et al. (2013) *Aerodinámica civil: efectos del viento en edificaciones y estructuras* (2ª ed.). España: Garceta Grupo Editorial.
2. Çengel, Y. A., y Cimbala, J. (2012). *Mecánica de fluidos* (2ª ed.) México: McGraw Hill.
3. Douglas, J. F. (1995). *Fluid mechanics* (3ª ed.) USA: J. Wiley.
4. Blevins, R. D. (1990). *Flow-induced vibration*. USA: Van Nostrand Reinhold.
5. Naudascher, E., y Rockwell, D. (2005). *Flow-induced vibrations: An engineering guide*. USA: Dover Publications.
6. Çengel, Y. A., y Boles M. A. (2012). *Termodinámica* (7ª ed.). México: McGraw Hill.
7. Bearman, P. W. (2011). Circular cylinder wakes and vortex-induced vibrations. *Journal of Fluids and Structures*, 27 (2011), 648 – 658. Recuperado el 31 de marzo de 2016, de [www.elsevier.com/locate/jfs](http://www.elsevier.com/locate/jfs)
8. Williamson, C. H. K., y Govardhan, R. Vortex-Induced Vibrations. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 36 (2004), 413 – 455.
9. Comisión Federal de Electricidad (2008). *Manual de diseño de obras civiles, Diseño por viento*. México.
10. Canadian Commission on Building and Fire Codes (2005). *National Building Code of Canada, Part 4: Structural Design*. Canadá.
11. Chopra, A. K. (2014). *Dinámica de Estructuras* (4ª ed.). México: McGraw Hill.
12. Pozos Estrada, A. y López Ibarra, A. (2016). *Metodología para evaluar la aceleración inducida por el viento en edificios altos*. Gaceta del Instituto de Ingeniería UNAM, (121), 7-9. Recuperado el 20 de septiembre de 2016, de <http://www.iingen.unam.mx/es-mx/Publicaciones/GacetaElectronica/Paginas/default.aspx>
13. Orozco Baute, M. A. (2015). *Comparación de la respuesta estructural de edificios altos ante viento turbulento y desprendimiento de vórtices* (Tesis de maestría). Universidad Nacional Autónoma de México, México.

## ANEXO A – PSEUDOCÓDIGO ANSYS

A continuación se describe el pseudocódigo que se utilizó en el programa Ansys para modelar la torre de control, gran parte de los nodos y elementos se omiten por cuestiones de espacio.

```

!Programa de la Torre de Control

/TITLE, Torre de control - desprendimiento de vórtices alternados
/PREP7
!Unidades en el Sistema Internacional

!*****
!_____Definición de elementos_____

ET,1,BEAM4      !Elemento barra

!*****
!Definición de propiedades de los perfiles

!_____Columnas_____

!W14x550 (0°)
R,1,0.104516,0.003903870064,0.001354352880,0.514,0.437,0  !R,AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA

!W14x550 (30°)
R,2,0.104516,0.003266490768,0.001991732176,0.514,0.437,0  !R,AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA

!W14x550 (60°)
R,3,0.104516,0.001991732176,0.003266490768,0.514,0.437,0  !R,AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA

!W14x550 (90°)
R,4,0.104516,0.001354352880,0.003903870064,0.514,0.437,0  !R,AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA

!_____Trabes_____
!W14x68
R,5,0.012903,0.000300519089,0.000050364002,0.356,0.254,0  !R,AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA

!W14x176
R,6,0.033419,0.000891120769,0.000352303073,0.387,0.399,0  !R,AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA

!W14x61
R,7,0.011548,0.000266388112,0.000044536762,0.354,0.254,0  !R,AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA

!_____Contraventeos_____

!HSS10X10X5/8
R,8,0.013548,0.000126534353,0.000126534353,0.254,0.254,0  !R,AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA

!_____Columnas exteriores_____

!W14X176 (0°)
R,9,0.033419,0.000891120769,0.000352303073,0.387,0.399,0  !R,AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA

!W14X176 (30°)
R,10,0.033419,0.000756416345,0.000487007497,0.387,0.399,0  !R,AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA

!W14X176 (60°)
R,11,0.033419,0.000487007497,0.000756416345,0.387,0.399,0  !R,AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA

!W14X176 (90°)
R,12,0.033419,0.000352303073,0.000891120769,0.387,0.399,0  !R,AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA

!_____Armadura de soporte_____

R,13,0.120200,0.016030000000,0.004780308067,1.000,0.500,0  !R,AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA

!*****
!_____Propiedades del material_____

MP,EX,1,2e11      !Módulo de elasticidad

```

```

MP,PRXY,1,0.3          !Coeficiente de Poisson
MP,DENS,1,7850        !Densidad

!*****
! Definición de nodos
N      ,      392      ,      0      ,      -9.25      ,      88
N      ,      390      ,      -4.625      ,      -8.01074      ,      88
N      ,      394      ,      4.625      ,      -8.01074      ,      88
N      ,      388      ,      -8.01074      ,      -4.625      ,      88
N      ,      396      ,      8.01074      ,      -4.625      ,      88
N      ,      281      ,      0      ,      -4.5      ,      88
N      ,      629      ,      -1.125      ,      -4.19856      ,      88
N      ,      632      ,      1.125      ,      -4.19856      ,      88
N      ,      250      ,      -2.25      ,      -3.89711      ,      88
N      ,      312      ,      2.25      ,      -3.89711      ,      88
N      ,      219      ,      -3.89711      ,      -2.25      ,      88

!*****
! Generación de elementos

!W14x550 (0°)
TYPE,1          !Tipo de elemento
REAL,1          !Propiedades
MAT,1          !Material
E      ,      282      ,      280      !E,Nodo1,Nodo2
E      ,      96      ,      94
E      ,      283      ,      282
E      ,      97      ,      96
E      ,      284      ,      283
E      ,      98      ,      97
E      ,      285      ,      284
E      ,      99      ,      98
E      ,      286      ,      285
E      ,      100      ,      99

!W14x550 (30°)
TYPE,1          !Tipo de elemento
REAL,2          !Propiedades
MAT,1          !Material
E      ,      251      ,      249
E      ,      313      ,      311
E      ,      127      ,      125
E      ,      65      ,      63
E      ,      252      ,      251

!W14x550 (60°)
TYPE,1          !Tipo de elemento
REAL,3          !Propiedades
MAT,1          !Material
E      ,      220      ,      218
E      ,      344      ,      342
E      ,      158      ,      156
E      ,      34      ,      32
E      ,      221      ,      220

!W14x550 (90°)
TYPE,1          !Tipo de elemento
REAL,4          !Propiedades
MAT,1          !Material
E      ,      189      ,      187
E      ,      3      ,      1
E      ,      190      ,      189
E      ,      4      ,      3
E      ,      191      ,      190

!W14x68
TYPE,1          !Tipo de elemento
REAL,5          !Propiedades
MAT,1          !Material
E      ,      390      ,      392

```

E	,	392	,	394
E	,	388	,	390
E	,	394	,	396
E	,	629	,	281

!W14x176

TYPE,1				!Tipo de elemento
REAL,6				!Propiedades
MAT,1				!Material

E	,	392	,	281
E	,	390	,	250
E	,	312	,	394
E	,	388	,	219
E	,	343	,	396

!W14x61

TYPE,1				!Tipo de elemento
REAL,7				!Propiedades
MAT,1				!Material

E	,	629	,	623
E	,	632	,	625
E	,	219	,	623
E	,	625	,	343
E	,	623	,	581

!HSS10X10X5/8

TYPE,1				!Tipo de elementos
REAL,8				!Propiedades
MAT,1				!Material

E	,	1259	,	280
E	,	282	,	1259
E	,	282	,	1287
E	,	1287	,	280
E	,	251	,	1259

!W14X176

TYPE,1				!Tipo de elemento
REAL,9				!Propiedades
MAT,1				!Material

E	,	391	,	392
E	,	379	,	380
E	,	466	,	391
E	,	424	,	379
E	,	465	,	466

TYPE,1				!Tipo de elemento
REAL,10				!Propiedades
MAT,1				!Material

E	,	389	,	390
E	,	393	,	394
E	,	381	,	382
E	,	377	,	378
E	,	459	,	389

TYPE,1				!Tipo de elemento
REAL,11				!Propiedades
MAT,1				!Material

E	,	387	,	388
E	,	395	,	396
E	,	383	,	384
E	,	375	,	376
E	,	452	,	387

TYPE,1				!Tipo de elemento
REAL,12				!Propiedades
MAT,1				!Material

E	,	385	,	386
E	,	373	,	374
E	,	445	,	385

```

E      ,      403      ,      373
E      ,      444      ,      445

!Estructura de soporte
TYPE,1      !Tipo de elemento
REAL,13      !Propiedades
MAT,1      !Material

E      ,      562      ,      309
E      ,      561      ,      278
E      ,      340      ,      563
E      ,      572      ,      247
E      ,      371      ,      564
!---
E      ,      613      ,      562
E      ,      611      ,      561
E      ,      615      ,      563
E      ,      613      ,      309
E      ,      609      ,      572
!---
E      ,      600      ,      562
E      ,      599      ,      561
E      ,      603      ,      563
E      ,      597      ,      572
E      ,      605      ,      564

!*****
!_____ Definición de vector_____

!DIM, vector1,,6000
!VLEN,6000,1
!VREAD,vector1,F,txt
!(1f16.2)

!_____ Definición de apoyos_____

D,600,ALL      !D,Nodo,All(restringido en todas las direcciones)
D,599,ALL
D,603,ALL
D,597,ALL
D,605,ALL
D,594,ALL
D,595,ALL
D,604,ALL
D,596,ALL
D,602,ALL
D,598,ALL
D,601,ALL

FINISH

!*****

!_____ Solución_____
/SOLU

ANTYPE,0      !Tipo de análisis, 0 (estático)
ACEL,0,0,9.81      !Aplicación de fuerza por aceleración gravitacional

!_____ Fuerzas aplicadas_____
!Fuerzas ejercidas por desprendimiento de vórtices periódicos (N/m)
F      ,      308      ,      FY      ,      31279
F      ,      307      ,      FY      ,      15100
F      ,      306      ,      FY      ,      15100
F      ,      305      ,      FY      ,      15100
F      ,      304      ,      FY      ,      15100
F      ,      303      ,      FY      ,      15100
F      ,      302      ,      FY      ,      15100
F      ,      301      ,      FY      ,      15100
F      ,      300      ,      FY      ,      15100
F      ,      299      ,      FY      ,      15100
F      ,      298      ,      FY      ,      15100
F      ,      297      ,      FY      ,      15100
F      ,      296      ,      FY      ,      15100
F      ,      295      ,      FY      ,      15100
F      ,      294      ,      FY      ,      15100

```

F	,	293	,	FY	,	15100
F	,	292	,	FY	,	15100
F	,	291	,	FY	,	15100
F	,	290	,	FY	,	15100
F	,	289	,	FY	,	15100
F	,	288	,	FY	,	15100
F	,	461	,	FY	,	15100
F	,	462	,	FY	,	15100
F	,	463	,	FY	,	15100
F	,	464	,	FY	,	15100
F	,	465	,	FY	,	15100
F	,	466	,	FY	,	15100
F	,	391	,	FY	,	27774
F	,	392	,	FY	,	20224

```

ANTYPE,TRANS          !Tipo de análisis, transitorio
TRNOPT,FULL
alpha,0.076395        !Coeficiente a0 Amortiguamiento Rayleigh
betad,0.000463        !Coeficiente a1 Amortiguamiento Rayleigh
autots,on             !Auto time stepping
nsubst,5

*DO,i,1,60,1          !-----> 6000
NSUBST,5
F,161,Fx,vector1(i)
KBC,1
TIME,0.1*i
DELTIM,0.01
SOLVE

*get,dis161x,node,161,u,x
*cfdopen,DesplazaX,txt,,append
*vwrite,dis161x
(1e12.5,3X)
*CFCLAS

*ENDDO

FINISH

!/STATUS,SOLU

!SAVE
!/OUTPUT,ESTA_PROP1,OUT

FINISH                !Comando para finalizar el programa

```

## ANEXO B – FUERZAS GENERADAS POR VIENTO CON BASE A NTCDV (2004)

H (m)	F <sub>a</sub> (10)	V <sub>d</sub> (m/s)	C <sub>e</sub>	V <sub>H</sub> (m/s)	x <sub>0</sub>	F	S	B	u	g	G	p <sub>z</sub> (kg/m <sup>2</sup> )
0.0	1.000	36.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.992	0.000	1.480	1.000	50.513
1.0	1.000	36.000	0.661	5.852	124.828	0.040	0.004	0.992	0.079	1.536	1.000	50.513
2.0	1.000	36.000	0.748	6.229	117.278	0.042	0.005	0.992	0.085	1.545	1.000	50.513
3.0	1.000	36.000	0.805	6.461	113.076	0.043	0.005	0.992	0.089	1.551	1.000	50.513
4.0	1.000	36.000	0.848	6.630	110.186	0.044	0.005	0.992	0.092	1.555	1.000	50.513
5.0	1.000	36.000	0.883	6.765	107.995	0.044	0.006	0.992	0.094	1.558	1.000	50.513
6.0	1.000	36.000	0.912	6.876	106.237	0.045	0.006	0.992	0.096	1.560	1.000	50.513
7.0	1.000	36.000	0.938	6.973	104.774	0.045	0.006	0.992	0.097	1.562	1.000	50.513
8.0	1.000	36.000	0.961	7.057	103.522	0.045	0.006	0.992	0.099	1.564	1.000	50.513
9.0	1.000	36.000	0.981	7.132	102.430	0.046	0.006	0.992	0.100	1.565	1.000	50.513
10.0	1.000	36.000	1.000	7.200	101.464	0.046	0.006	0.992	0.101	1.567	1.000	50.513
12.0	1.018	36.656	1.033	7.319	99.812	0.046	0.007	0.992	0.103	1.569	1.000	52.370
14.0	1.034	37.219	1.062	7.421	98.437	0.047	0.007	0.992	0.105	1.571	1.000	53.993
16.0	1.048	37.715	1.088	7.511	97.261	0.047	0.007	0.992	0.107	1.573	1.000	55.439
18.0	1.060	38.157	1.112	7.591	96.236	0.048	0.007	0.992	0.108	1.574	1.000	56.747
20.0	1.071	38.557	1.133	7.663	95.327	0.048	0.007	0.992	0.109	1.576	1.000	57.944
22.0	1.081	38.923	1.152	7.729	94.513	0.048	0.007	0.992	0.110	1.577	1.000	59.048
24.0	1.091	39.259	1.171	7.790	93.776	0.048	0.007	0.992	0.111	1.578	1.000	60.074
26.0	1.099	39.572	1.188	7.847	93.103	0.049	0.007	0.992	0.112	1.579	1.000	61.033
28.0	1.107	39.863	1.204	7.899	92.484	0.049	0.008	0.992	0.113	1.580	1.000	61.935
30.0	1.115	40.136	1.219	7.948	91.912	0.049	0.008	0.992	0.114	1.581	1.000	62.787
32.0	1.122	40.394	1.233	7.995	91.379	0.049	0.008	0.992	0.115	1.582	1.000	63.595
34.0	1.129	40.637	1.246	8.038	90.882	0.049	0.008	0.992	0.116	1.583	1.000	64.363
36.0	1.135	40.867	1.259	8.080	90.416	0.050	0.008	0.992	0.116	1.583	1.000	65.095
38.0	1.141	41.087	1.272	8.119	89.977	0.050	0.008	0.992	0.117	1.584	1.000	65.796
40.0	1.147	41.296	1.283	8.157	89.562	0.050	0.008	0.992	0.118	1.585	1.000	66.468
42.0	1.153	41.496	1.295	8.193	89.170	0.050	0.008	0.992	0.118	1.585	1.000	67.113
44.0	1.158	41.687	1.306	8.227	88.797	0.050	0.008	0.992	0.119	1.586	1.000	67.734
46.0	1.163	41.871	1.316	8.260	88.443	0.050	0.008	0.992	0.119	1.587	1.000	68.333
48.0	1.168	42.048	1.326	8.292	88.105	0.050	0.008	0.992	0.120	1.587	1.000	68.911
50.0	1.173	42.218	1.336	8.322	87.782	0.051	0.008	0.992	0.121	1.588	1.000	69.470
52.0	1.177	42.383	1.345	8.352	87.472	0.051	0.008	0.992	0.121	1.588	1.000	70.012
54.0	1.182	42.541	1.355	8.380	87.176	0.051	0.008	0.992	0.122	1.589	1.000	70.537
56.0	1.186	42.695	1.364	8.408	86.891	0.051	0.008	0.992	0.122	1.589	1.000	71.047
58.0	1.190	42.843	1.372	8.434	86.617	0.051	0.008	0.992	0.122	1.589	1.000	71.542
60.0	1.194	42.987	1.381	8.460	86.353	0.051	0.009	0.992	0.123	1.590	1.000	72.024
62.0	1.198	43.127	1.389	8.485	86.099	0.051	0.009	0.992	0.123	1.590	1.000	72.493
64.0	1.202	43.263	1.397	8.509	85.853	0.051	0.009	0.992	0.124	1.591	1.000	72.950
66.0	1.205	43.395	1.404	8.533	85.615	0.051	0.009	0.992	0.124	1.591	1.000	73.396
68.0	1.209	43.523	1.412	8.556	85.386	0.052	0.009	0.992	0.125	1.591	1.000	73.831
70.0	1.212	43.648	1.419	8.578	85.163	0.052	0.009	0.992	0.125	1.592	1.000	74.256
72.0	1.216	43.770	1.427	8.600	84.948	0.052	0.009	0.992	0.125	1.592	1.000	74.671
74.0	1.219	43.889	1.434	8.621	84.738	0.052	0.009	0.992	0.126	1.593	1.000	75.078
76.0	1.222	44.005	1.441	8.642	84.535	0.052	0.009	0.992	0.126	1.593	1.000	75.475
78.0	1.226	44.118	1.447	8.662	84.338	0.052	0.009	0.992	0.126	1.593	1.000	75.864
80.0	1.229	44.229	1.454	8.682	84.146	0.052	0.009	0.992	0.127	1.594	1.000	76.245
82.0	1.232	44.337	1.460	8.701	83.959	0.052	0.009	0.992	0.127	1.594	1.000	76.619
84.0	1.235	44.443	1.467	8.720	83.777	0.052	0.009	0.992	0.127	1.594	1.000	76.986
86.0	1.237	44.547	1.473	8.739	83.600	0.052	0.009	0.992	0.128	1.594	1.000	77.345
88.0	1.240	44.648	1.479	8.757	83.427	0.052	0.009	1.992	0.091	1.554	1.000	77.698

## ANEXO C – CÁLCULO DE $C_z$

De las NTCDV en la sección 5. *Empujes dinámicos paralelos al viento* se obtiene la ecuación para calcular  $C_z$

$$C_z = (z/a)^n$$

( 45 )

donde  $z$  debe introducirse en metros y los valores de los parámetros  $a$  y  $n$  se obtienen de la Fig. 8. Estos parámetros fueron propuestos con respaldo a lo descrito en el NBCC (al tener un mayor sustento experimental), sin embargo, el criterio que se tomó para ajustarlos no cumple con los intervalos de análisis que se emplean en nuestro país. En la tabla 7 se infiere el valor del coeficiente de exposición con los parámetros del NBCC (el cual no contempla el caso para el terreno R1) haciendo una analogía con los valores propuestos en las NTCDV.

Exposición (NTCDV)	R inferido = K/C	K	C	a	n
R1	0.04	0.05	1.25	10	No aplica
R2	0.08	0.08	1	10	0.28
R3	0.20	0.1	0.5	12.7	0.5
R4	0.35	0.14	0.4	30	0.72

Posteriormente se hace el cálculo de los valores de  $C_z$  para un valor de  $H = 88$  m (altura total de la torre de control), con la ecuación (45) de las NTCDV, la tabla 8 muestra los valores obtenidos.

Exposición	R	a	n	$C_z$
R1	0.04	10	0.18	1.479
R2	0.08	10	0.28	1.838
R3	0.16	20	0.5	2.098
R4	0.34	33	0.72	2.026

Se efectúa una inferencia para obtener nuevos valores del coeficiente  $C$  empleado en el NBCC, como se muestra en la tabla 9, donde  $C$  inferido =  $K/R$ ,  $K$  proviene del NBCC y  $R$  se toma de las NTCDV.

Exposición	K (NBCC)	R (NTCDV)	C inferido = K/R
R1	0.05	0.04	-
R2	0.08	0.08	1.000
R3	0.1	0.16	0.625
R4	0.14	0.34	0.412

Debido a que el NBCC no contempla el caso de un terreno R1, se crea una gráfica únicamente con los valores de los terrenos R2, R3 y R4, con base a la tabla 9. La gráfica obtenida se muestra en la Fig. 31, se describe una ecuación de regresión logarítmica, la cual proporciona el mejor ajuste al tener un coeficiente de determinación ( $R^2$ ) muy cercano a 1, esto indica que la regresión explica un mayor porcentaje del comportamiento de la variable independiente.

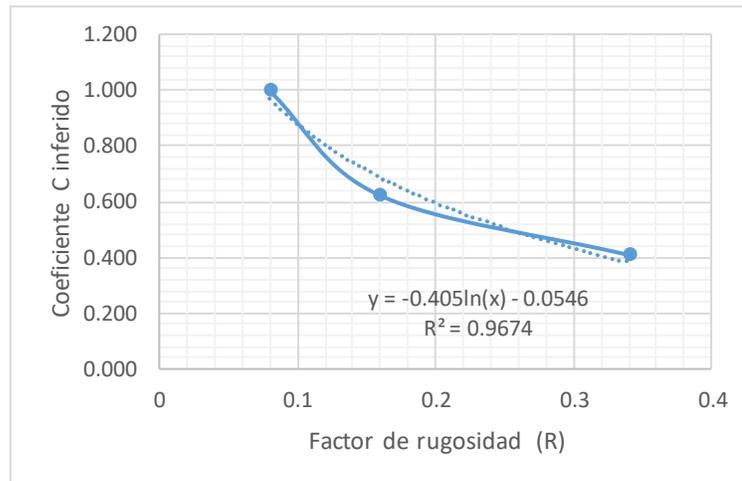


Fig. 31 Línea de tendencia logarítmica

A partir de la ecuación de regresión logarítmica se calcula  $C$  inferido para  $R = 0.04$ .

$$C \text{ inferido} = -0.405 \ln(0.04) - 0.0546$$

$$C \text{ inferido} = 1.25$$

Por último, se obtiene el valor de  $C_z$  como se indica en el NBCC, donde se considerará que  $C = C$  inferido

$$C_z = C * (z/a)^n$$

$$C_z = 1.25 * (88/10)^{0.18}$$

$$C_z = 1.83$$