



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

# **Regularización de datos de resistividad aparente**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniera Geofísica**

**P R E S E N T A**

Stephanie Itzel Ávila de la Cruz

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Andrés Tejero Andrade



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2016**



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN  
CIENCIAS DE LA TIERRA  
OFICIO/FING/DICT/877/2015

**SRTA. STEPHANIE ITZEL ÁVILA DE LA CRUZ**  
**Presente**

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento que la opción de titulación elegida, denominada **TITULACIÓN MEDIANTE TESIS O TESIS Y EXAMEN PROFESIONAL**, así como el tema y contenido propuestos por el **Dr. Andrés Tejero Andrade** en calidad de **Director de Tesis**, han sido aprobados por el comité de titulación de la carrera **Ingeniería Geofísica** y se muestran a continuación:

**REGULARIZACIÓN DE DATOS DE RESISTIVIDAD APARENTE**

	RESUMEN
	ABSTRACT
I.	INTRODUCCIÓN
II.	TEORÍA DE TOMOGRAFÍA DE RESISTIVIDAD ELÉCTRICA 2D
III.	REGULARIZACIÓN DE OBSERVACIONES DE CAMPO
IV.	INVERSIÓN DE DATOS
V.	RESULTADOS
VI.	CONCLUSIONES
	BIBLIOGRAFÍA
	ANEXOS

Por otro lado, le comunico que le ha sido asignado el siguiente jurado que tendrá como función básica, avalar su trabajo escrito y autorizar la réplica oral requerida para la obtención del título profesional, de acuerdo al Reglamento de Opciones de Titulación vigente.

<b>PRESIDENTE:</b>	<b>ING. FRANCISCO ALEJANDRO ARROYO CARRASCO</b>
<b>VOCAL:</b>	<b>DR. ANDRÉS TEJERO ANDRADE</b>
<b>SECRETARIO:</b>	<b>DR. RENÉ EFRAÍN CHÁVEZ SEGURA</b>
<b>1ER SUPLENTE:</b>	<b>ING. ALEJANDRO GARCÍA SERRANO</b>
<b>2DO SUPLENTE:</b>	<b>M. C. AIDÉ ESMERALDA LÓPEZ GONZÁLEZ</b>

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de Administración Escolar, en el sentido que se imprima en lugar visible de cada ejemplar del trabajo escrito, el título de este.

Asimismo, le recuerdo que para optar por el título profesional, es necesario haber acreditado el 100% de los créditos establecidos en el plan de estudios, haber realizado el Servicio Social de acuerdo con la Legislación Universitaria y haber aprobado el examen de comprensión de lectura de un idioma extranjero, en términos de lo dispuesto por el Consejo Técnico.

Atentamente

**"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"**

CD. Universitaria, D. F. a 2 de septiembre de 2015

El Presidente del Comité de Titulación de Ingeniería Geofísica

**DR. ENRIQUE ALEJANDRO GONZÁLEZ TORRES**

# Tabla de contenidos

Resumen .....	5
Abstract.....	6
Introducción.....	7
Objetivo .....	9
Capítulo 1: Teoría de prospección eléctrica.....	10
1.1 Ecuaciones de Maxwell .....	10
1.2 Resistividad aparente y factor geométrico.....	11
1.3 Tomografía de resistividad eléctrica.....	14
1.4 Dispositivos electródicos.....	15
1.4.1 Dispositivo Wenner .....	15
1.4.2 Dispositivo Schlumberger .....	16
1.4.3 Dispositivo Dipolo-Dipolo .....	16
1.5 Introducción a la teoría de inversión .....	17
1.5.1 Problema directo .....	17
1.5.2 Problema inverso.....	18
1.6 Valor cuadrático medio (RMS) .....	19
Capítulo 2: Tomografía de Resistividad Eléctrica (TRE) y Factor Geométrico. ....	20
2.1 Efecto del factor geométrico en anomalías de TRE.....	20
2.1.1 Análisis realizado por Bing Zhou y Torleif Dahlin .....	21
2.1.2 Propuesta de solución .....	22
Capítulo 3: Regularización de datos de resistividad.....	26
3.1 Metodología I: Multiplicación por un factor de corrección .....	27
3.2 Metodología II: Interpolación de datos .....	29
Capítulo 4: Discusión de resultados .....	31
4.1 Dipolo-Dipolo.....	33
4.1.1 Cuerpo en un semiespacio .....	33
4.1.2 Contacto vertical.....	37
4.2 Wenner .....	41
4.2.1 Cuerpo en un semiespacio .....	41
4.2.2 Contacto vertical.....	45

<b>4.3 Schlumberger</b> .....	49
<b>4.3.1 Cuerpo en un semiespacio</b> .....	49
<b>4.3.2 Contacto vertical</b> .....	53
<b>Capítulo 5: Conclusiones y Recomendaciones</b> .....	57
<b>Bibliografía</b> .....	59

# Resumen

Con el fin de identificar los efectos ocasionados por el posicionamiento irregular de los electrodos en los estudios de Tomografía Eléctrica Resistiva 2D, en el presente trabajo se realizaron modelos sintéticos que representan dos tipos de contactos. Para dichos modelos se simuló lecturas utilizando las configuraciones electrónicas Dipolo-Dipolo, Schlumberger y Wenner.

Para cada modelo y cada configuración, se diseñó un caso ideal en el que todos los electrodos están colocados equidistantemente y un caso en el que hay 50% de error aleatorio en la posición eléctrica. Una vez hecho lo anterior, se proponen, aplican y comparan dos metodologías para la corrección de los errores relacionados con la posición de los electrodos.

La primera metodología consiste en la aplicación de un factor de corrección, que está relacionado con la geometría de cada arreglo. La segunda metodología se basa en la interpolación de los datos obtenidos al colocar los electrodos en posiciones con cierto margen de error, para obtener los valores que se observarían si los electrodos estuvieran colocados todos equidistantemente.

Asimismo, se generaron imágenes de inversión de diferencias. Para obtenerlas el proceso consiste en invertir primero los datos corregidos por cualquiera de los dos métodos y posteriormente hacer una inversión de diferencias con el conjunto de los datos generados bajo las condiciones ideales. Al final de la inversión de diferencias se obtiene una imagen que muestra el porcentaje de diferencias de resistividad para cada punto de la sección.

Para la evaluación de la efectividad de las correcciones realizadas se analizaron el cálculo de porcentaje de error punto a punto, las pseudosecciones de resistividad aparente medida, las secciones de resistividad invertida, el valor de RMS y las imágenes de inversión de diferencias.

Después de realizar lo anterior, se compararon los resultados obtenidos después de las correcciones, con los casos ideales y con ello se comprobó la efectividad de ambas metodologías para la corrección de los errores ocasionados por el posicionamiento irregular de electrodos.

# Abstract

In order to identify the effects caused by the irregular positioning of the electrodes in Resistive Electric Tomography 2D applications, in this work were made synthetic models representing two types of contacts. For these models were simulated readings using the Dipole-Dipole, Wenner and Schlumberger electrode configurations.

For each model and configuration was designed an ideal case in which all electrodes are placed equidistantly and a case in which there are 50% random error in the electrode position. Once done, it is proposing, implementing and compare two methods for correcting errors relating to the position of the electrodes.

The first methodology involves the application of a correction factor, which is related to the geometry of each arrangement. The second methodology is based on the interpolation of data obtained by placing the electrodes in positions with some margin of error for the values that would be observed if the electrodes were placed equidistantly.

Also, differences inversion images were generated. To get them, it is calculated the difference between the inverted data by either of the two methods and the set of data generated under ideal conditions. The image obtained shows the percentage of differences in resistivity for each point of the section.

For evaluation of the effectiveness of the corrections, were analyzed the calculation of error rate point to point, the measured apparent resistivity pseudosections, the inverted resistivity sections, the value of RMS and the percent difference of resistivity images.

Finally the results obtained were compared after corrections with ideal cases and therefore the effectiveness of both methods for correcting errors caused by the electrode irregular positioning was found.

# Introducción

La tomografía eléctrica es una técnica que permite obtener imágenes de la distribución de la resistividad aparente en el subsuelo. Dicha técnica es ampliamente utilizada en diversos campos de investigación. En cualquiera de los casos de aplicación de esta técnica se requiere que la información obtenida sea lo más confiable posible, y para ello es indispensable tanto que la adquisición de datos en campo sea llevada a cabo con precisión, como que el procesamiento de los datos e inversión se realicen con un mínimo margen de error.

La Tomografía Eléctrica se destaca con respecto a los métodos eléctricos convencionales, por tener un proceso de adquisición de datos totalmente automatizado ya que se cuenta con software capaz de procesar eficazmente un gran volumen de información. Sin embargo, se han identificado limitantes al momento de trabajar con el software disponible actualmente.

Dichas limitantes están relacionadas con el hecho de que los programas que se usan para llevar a cabo el procesamiento e inversión de los datos de resistividad están diseñados para trabajar con separaciones regulares entre los electrodos, es decir, consideran que se trabaja bajo condiciones ideales. En la práctica, no siempre es posible lograr que los electrodos sean colocados equidistantemente debido a múltiples factores tales como: cambios abruptos del terreno, a la vegetación, presencia de obras civiles y/o que las posiciones se desplazan intencionalmente para mejorar el contacto del electrodo con el suelo, por mencionar algunos.

La importancia de la separación entre los electrodos radica en el hecho de que dichas separaciones son utilizadas para el cálculo del factor geométrico que afecta cada lectura hecha, y a su vez, el factor geométrico está relacionado con el cálculo de la resistividad aparente que se asigna a un punto en el subsuelo así como a la profundidad de investigación.

Como se mencionó anteriormente, no siempre es posible colocar los electrodos en las posiciones teóricas, sin embargo, siempre nos es posible conocer la ubicación exacta de los electrodos, ya sea con ayuda de un GPS o llevando a cabo mediciones exactas de las distancias por medio de la utilización de cintas métricas u otras herramientas de mayor precisión.

Si conocemos las posiciones reales de los electrodos podemos calcular el factor geométrico verdadero de un arreglo y construir pseudosecciones de resistividad aparente mucho más confiables.

Con respecto a esta problemática en el año 2003 Bing Zhou y Torleif Dahlin publicaron el artículo **Properties and effects of measurement error on 2D resistivity imaging surveying**, en el cual exponen la importancia de conocer las propiedades y efectos de las medidas de error en la generación de imágenes de resistividad 2D. Por medio de un método analítico y de simulaciones numéricas estimaron cuantitativamente los errores en el espaciamiento de los electrodos tanto in-line como off-line, para diversos arreglos electródicos (polo-polo, polo-dipolo, Wenner, Schlumberger, dipolo-dipolo, y Wenner- $\beta$ ). Asimismo, evaluaron los patrones de propagación de los errores de espaciamiento en la Pseudosección. Sin embargo, a pesar de que analizaron y contabilizaron minuciosamente los errores, no proponen ninguna corrección para eliminar sus efectos.

En el presente trabajo se han modelado diferentes escenarios, en los cuales la colocación de los electrodos tiene errores aleatorios de hasta un 50% en la posición, esto con el fin de obtener valores de potencial observado bajo dichos escenarios. Las lecturas obtenidas han sido tratadas con dos diferentes metodologías con el fin de obtener imágenes de resistividad más precisas.

Como primer opción se propone un factor de corrección para aplicarse a los datos de potencial observado, con el fin de que el software de inversión pueda trabajar con los datos como si hubieran sido tomados en condiciones ideales.

La segunda metodología propuesta se basa en la interpolación de los datos observados en las posiciones reales para obtener los valores que se observarían en las posiciones teóricas.

Debido a la diferencia entre las configuraciones de electrodos, los errores de espaciamiento de diferentes arreglos electródicos pueden afectar los potenciales observados o resistividades aparentes de maneras distintas, es por eso que se han analizados diferentes arreglos. Los arreglos electródicos analizados en este trabajo fueron Wenner, Schlumberger y Dipolo-Dipolo.



# Objetivo

Corrección de datos de Tomografía Eléctrica Resistiva 2Dafectados por errores en la colocación de los electrodos. Para lo anterior se proponen, aplican y comparan dos metodologías modelando dos tipos de contacto y simulando lecturas utilizando los arreglos Dipolo-Dipolo, Wenner y Schlumberger.

## **Objetivos específicos:**

Corregir datos con 50% de error en la posición electródica por medio de un factor geométrico de corrección.

Corrección de datos con 50% de error en la posición electródica, mediante un código de interpolación.

# Capítulo 1: Teoría de prospección eléctrica

## 1.1 Ecuaciones de Maxwell

Los fenómenos eléctricos estudiados en tomografía de resistividad de corriente continua pueden ser descritos por las Ecuaciones de Maxwell, dichas ecuaciones consideran al subsuelo como un semiespacio isótropo y lineal.

$$\nabla \times E(r) = -\frac{\partial B}{\partial t} \text{ (Ley de Faraday)} \quad (1)$$

$$\nabla \times H(r) = J(r) + \frac{\partial D(r)}{\partial t} \text{ (Ley de Ampere)} \quad (2)$$

Donde  $E$  es el campo eléctrico [V/m],  $B$  es el campo de inducción magnética [T],  $H$  es el campo magnético [A/m],  $J$  es la densidad de corriente [A/m<sup>2</sup>] y  $D$  es el campo de desplazamiento [C/m<sup>2</sup>].

Por tratarse de un campo estacionario, no hay variaciones con respecto del tiempo, por lo que las derivadas con respecto a éste son iguales a cero. Teniendo en cuenta lo anterior se parte de las siguientes ecuaciones:

$$\nabla \times E(r) = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \times H(r) = J(r) \quad (4)$$

La ley física fundamental usada en estudios de resistividad que relaciona el campo eléctrico  $E$  con la densidad de corriente  $J$ , es la Ley de Ohm.

$$J(r) = \sigma E(r) \quad (5)$$

Dicha ley describe el flujo de la corriente en un medio y nos dice que la densidad de corriente  $J$  en un punto, tiene la misma dirección y sentido que el campo  $E$  en el mismo punto y es proporcional a él. El factor de proporcionalidad entre ambos campos es la conductividad  $\sigma$  inversa de la resistividad  $\rho$ .

Regresando a la ecuación 3, esta expresa que el campo eléctrico  $E$  es conservativo, por lo que proviene de un potencial escalar  $U$  (Telford, 1992) y puede escribirse como

$$E(r) = -\nabla U(r) \quad (6)$$

Si combinamos las ecuaciones anteriores, tenemos que

$$J(r) = -\sigma \nabla U(r) \quad (7)$$

En todos los puntos se cumplirá la ecuación de continuidad

$$\nabla \cdot J(r) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

Que para todos los puntos excepto los electrodos se reduce a

$$\nabla \cdot J(r) = 0 \quad (9)$$

Combinando las ecuaciones 5 y 9 obtenemos que

$$\nabla \cdot J(r) = \nabla \cdot \sigma E(r) = 0 \quad (10)$$

Desarrollando la ecuación anterior tenemos que:

$$\nabla \cdot \sigma E(r) = 0$$

$$\sigma \nabla \cdot E(r) + E(r) \cdot \nabla \sigma = 0$$

$$-\sigma \nabla \cdot \nabla U(r) + E(r) \cdot \nabla \sigma = 0$$

$$-\sigma \nabla \cdot \nabla^2 U(r) + E(r) \cdot \nabla \sigma = 0$$

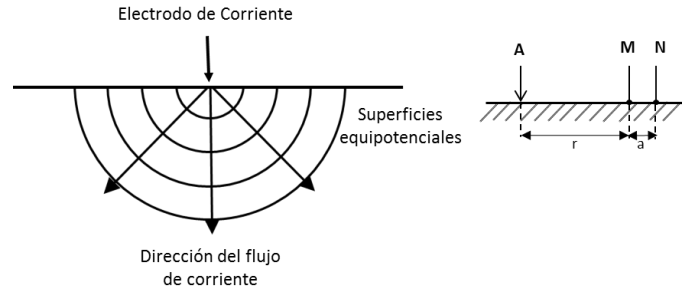
Tomemos en cuenta que para cada zona con conductividad uniforme  $\nabla \sigma = 0$ , por lo tanto

$$\nabla^2 U(r) = 0 \quad (11)$$

La ecuación 11 es válida en todo el semiespacio conductor, excepto en los electrodos y en las superficies en donde hay discontinuidades en la resistividad.

## 1.2 Resistividad aparente y factor geométrico

Consideremos un sistema conformado por un semiespacio con resistividad infinita que representa la atmosfera de la Tierra y subyaciendo a éste otro semiespacio de resistividad  $\rho$  que simboliza el subsuelo. Si colocamos un dispositivo eléctrico AMN en la frontera entre ambos semiespacios, dichos electrodos al tener dimensiones mucho menores en comparación con el área de estudio pueden ser considerados como fuentes puntuales. El electrodo A (electrodo de corriente) está conectado a un generador y el campo eléctrico que produce puede ser estudiado por medio de las lecturas de diferencia de potencial entre los electrodos M y N (electrodos de potencial).



**Figura 1. Fuente puntual en un semiespacio y distribución de potencial (Modificada de Loke, 2010).**

Si trazamos alrededor del electrodo A y dentro del semiespacio interior una superficie esférica, en cualquier punto de ella, por razón de simetría, la densidad de corriente J tendrá el mismo valor y tendrá una dirección radial. La integral de J sobre la superficie semiesférica será igual a I, por lo que si el radio es r se tendrá

$$2\pi r^2 J(r) = I \quad (12)$$

Y por lo tanto

$$J r = \sigma E r = \frac{I}{2\pi r^2} \quad (13)$$

De donde

$$E r = \frac{I}{\sigma 2\pi r^2} = \frac{I\rho}{2\pi r^2} \quad (14)$$

O sea que el campo E de un electrodo puntual es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r.

La diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera M y N puede deducirse de la ecuación (6) y está dada por:

$$U_N^M = \int_N^M E \cdot dl \quad (15)$$

Si  $r_1$  y  $r_2$  son las distancias respectivas de M y N al electrodo A respectivamente, tenemos

$$U \frac{M}{N} = \frac{I\rho}{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (16)$$

Entonces, si  $AM=r$  y  $MN=a$ , de acuerdo a la ecuación (16) tendremos

$$\Delta V = U \frac{M}{N} = \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+a} \right) = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{a}{r(r+a)} \quad (17)$$

Si despejamos  $\rho$ , obtenemos

$$\rho = 2\pi \frac{r(r+a)}{a} \frac{\Delta V}{I} \quad (18)$$

que puede escribirse como

$$\rho = K \frac{\Delta V}{I} \quad (19)$$

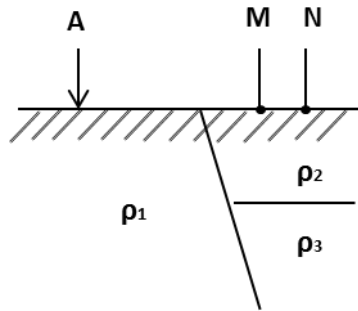
En donde  $\Delta V[V]$  es la diferencia de potencial medida entre M y N,  $I [A]$  es la corriente inyectada al terreno y  $K$  es un coeficiente que depende de la geometría del arreglo de electrodos, en unidades de longitud.

La forma general para el cálculo del factor geométrico de un arreglo electródico se expresa como

$$K = 2\pi \left( \frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right)^{-1} \quad (20)$$

Podemos apreciar entonces que la resistividad obtenida en una medición está influenciada por la geometría de los arreglos electródicos (factor geométrico), por la corriente inyectada y por la diferencia de voltaje entre los electrodos de potencial.

Las ecuaciones anteriores consideran un semiespacio homogéneo e isótropo, sin embargo por lo general en un caso real el medio que se estudia es heterogéneo. A continuación se presenta una figura que ejemplifica el caso de un subsuelo heterogéneo.



**Figura 2. Subsuelo heterogeneo (Orellana, 1972).**

Llevando a cabo mediciones y aplicando posteriormente la ecuación (18) obtendríamos un valor de resistividad que dependerá de  $\rho_1, \rho_2$  y  $\rho_3$ . Esta resistividad conocida como *resistividad aparente* expresa los resultados de las mediciones de tomografía eléctrica de resistividad y es tomada como base para la interpretación.

### **1.3 Tomografía de resistividad eléctrica**

La tomografía eléctrica es una técnica que permite obtener imágenes 2D de la distribución de la resistividad verdadera en el subsuelo. Dicha técnica fue diseñada combinando los métodos de Sondeo Eléctrico Vertical (SEV) y Calicata Eléctrica, y es ampliamente utilizada en diversos campos de investigación. En cualquiera de los casos de aplicación de esta técnica se requiere que la información obtenida sea lo más confiable posible, y para ello es indispensable tanto que la adquisición de datos en campo sea llevada a cabo con precisión, como que el procesamiento de los datos e inversión se realicen con un mínimo margen de error.

La Tomografía Eléctrica se destaca con respecto a los métodos eléctricos convencionales, por tener un proceso de adquisición de datos totalmente automatizado ya que se cuenta con software capaz de procesar eficazmente un gran volumen de información.

En forma general, para llevar a cabo estudios de este tipo se emplean 2 electrodos por los entra y saledel terreno una corriente eléctrica (a estos electrodos se les denomina electrodos de corriente) y 2 electrodos entre los cuales se medirá una diferencia de voltaje (dichos electrodos son llamados electrodos de potencial).

## 1.4 Dispositivos electródicos

Un dispositivo electródico es un conjunto de por lo general cuatro electrodos; A y B por los que entra y sale corriente, M y N entre los cuales se mide una diferencia de voltaje producida como consecuencia del flujo de corriente.

Los electrodos pueden colocarse en distintas disposiciones geométricas sobre el terreno, a dichas disposiciones se les da el nombre de dispositivos o configuraciones electródicas. Para cualquier dispositivo es posible calcular la resistividad aparente  $\rho_a$  mediante una ecuación como la siguiente.

$$\rho_a = K \frac{\Delta V}{I} \quad (21)$$

En donde  $\Delta V$ [V] es la diferencia de potencial medida entre M y N,  $I$  [A] es la corriente inyectada al terreno y  $K$  es un coeficiente que depende de la geometría del dispositivo, en unidades de longitud.

### 1.4.1 Dispositivo Wenner

Este dispositivo consiste en la colocación de los dos electrodos de potencial en medio de los electrodos de corriente, como se muestra en la figura. La separación entre los electrodos tanto de corriente como de potencial es  $a$ .

Es sensible a cambios verticales (estructuras horizontales) debajo del centro del arreglo, pero poco sensible a cambios horizontales (estructuras verticales) (Loke 2010).



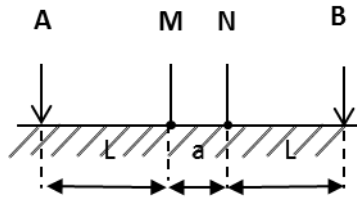
**Figura 3. Dispositivo Wenner. Electrodo de corriente A y B, electrodos de potencial M y N (Modificada de Loke, 2010).**

La profundidad promedio de investigación para el dispositivo Wenner es de aproximadamente  $\frac{1}{2}$  de la distancia  $a$  utilizada y su factor geométrico se expresa como

$$K = 2\pi a \quad (22)$$

### 1.4.2 Dispositivo Schlumberger

Para esta configuración se colocan de igual forma los electrodos de potencial en medio de los electrodos de corriente. En cuanto a la separación electródica; entre M y N se mantiene una separación  $a$  constante y pequeña, mientras que entre A y B se tiene una distancia  $L$ .



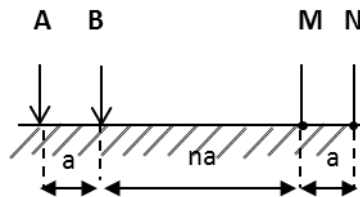
*Figura 4. Dispositivo Schlumberger. Electrodo de corriente A y B, electrodos de potencial M y N (Modificada de Loke, 2010).*

Es sensible a cambios verticales (estructuras horizontales), por lo que es utilizado en la realización de sondeos eléctricos verticales.

$$K = \frac{\pi L^2}{2a} \quad 23$$

### 1.4.3 Dispositivo Dipolo-Dipolo

Este arreglo consiste en ubicar en un extremo los electrodos de corriente A y B separados a una distancia  $a$ , mientras que en el extremo contrario a una distancia de  $n$  veces  $a$  de los primeros, se colocan los electrodos de potencial M y N separados entre sí por una distancia  $a$ .



*Figura 5. Dispositivo Dipolo-Dipolo. Electrodo de corriente A y B, electrodos de potencial M y N (Modificada de Loke, 2010).*

Es sensible a cambios horizontales en la resistividad (estructuras verticales), pero relativamente deficiente en cuanto a cambios verticales. La profundidad media de investigación para este arreglo depende tanto del espaciamento  $a$  como del factor  $n$ , además obviamente de las características propias del terreno (Loke 2010).



El factor geométrico de este dispositivo se expresa como

$$K = \pi n \frac{n+1}{n+2} a \quad (24)$$

## 1.5 Introducción a la teoría de inversión

Los métodos de inversión son un conjunto organizado de técnicas matemáticas que permiten llevar a cabo un modelo del mundo físico a partir de inferencias sobre los parámetros que caracterizan el sistema, logradas a través de observaciones.

### 1.5.1 Problema directo

El problema directo consiste en la predicción de las mediciones de alguna propiedad del sistema con base en un modelo y un conjunto de condiciones específicas. Un modelo directo proporciona una idea de los resultados que se podrían obtener en campo bajo dichas condiciones.

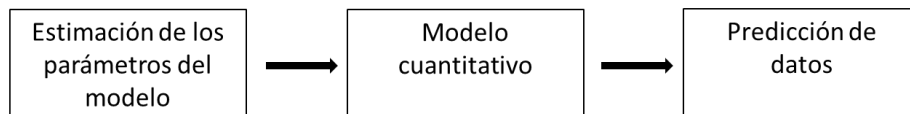
La resolución del problema directo permite obtener los valores de resistividad aparente de un medio, mediante la implementación de métodos numéricos y partiendo de que conocemos los valores de diferencia de potencial. Para poder llevar a cabo lo anterior, se asume que el medio es isótropo y se define para un punto de corriente  $I$  en la superficie a partir de la ecuación:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \sigma \nabla^2 U = I \delta(x - x_A) \delta(y - y_A) \delta(z - z_A) \dots \quad (25)$$

$$\nabla^2 U = -I \rho \delta(x - x_A) \delta(y - y_A) \delta(z - z_A) \dots \quad (26)$$

Los métodos numéricos comúnmente utilizados para la formulación del modelo directo son Diferencias Finitas y Elemento Finito.

**Problema directo:**

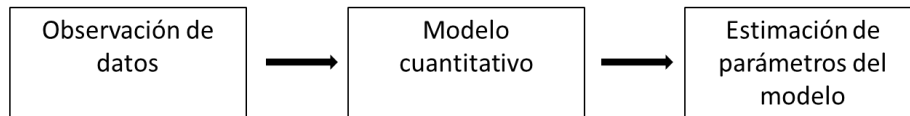


### 1.5.2 Problema inverso

Resolver el problema inverso se refiere a obtener estimaciones de los parámetros de un modelo, partiendo de mediciones y un principio general. Mientras que el problema directo tiene una solución única, el problema inverso puede tener diferentes soluciones.

En el caso de los estudios de tomografía eléctrica, el objetivo de resolver el problema inverso es obtener una imagen de la distribución de los valores de resistividad en el subsuelo, ajustándonos a un modelo con características específicas y considerando un cierto margen de error.

**Problema inverso:**



Para empezar a construir el modelo inverso se inicia construyendo un modelo directo con las resistividades aparentes que se obtienen como producto de las mediciones hechas en campo. Dicho modelo consta de celdas a las cuales se les asigna el valor de un parámetro, esto equivale a la discretización del sistema, por lo que el número de celdas es el mismo que el número de mediciones y el número de parámetros.

El conjunto de parámetros que describe la región discretizada es expresado como un vector compuesto por los logaritmos de las resistividades aparentes

$$m_j = \log \rho_{ap j} \quad (27)$$

Donde  $j=\{1,2,\dots,M\}$  y  $M$  es el número de parámetros que describen el sistema.

Asimismo, se tiene un vector  $d$  formado por el logaritmo de los  $M$  datos obtenidos en campo

$$d = \log \rho_i (i = 1, \dots, M) \quad (28)$$

Posteriormente se calcula el desajuste entre los valores de resistividad aparente obtenidos a través del modelo directo y los datos medidos en campo

$$g = d - f(m) \quad (29)$$

En donde  $f$  es la función que representa al operador del modelo directo.

Para la solución del problema inverso se puede utilizar como función objetivola norma L2, sin embargo, debido a pequeñas variaciones de los parámetros iniciales, las soluciones

suelen ser inestables en estudios de Tomografía Eléctrica de Resistividad. Por lo que es más recomendable la utilización del método de mínimos cuadrados smoothness-constrained propuesto por Loke en 1996, en donde la función objetivo está dada por:

$$(J^T J + \lambda C^T C)p = j^T g \quad (30)$$

En donde  $J$  es la matriz jacobiana de derivadas parciales,  $C$  es la matriz que restringe el suavizamiento de las perturbaciones de los parámetros,  $\lambda$  el factor de amortiguamiento,  $p$  el vector de perturbación y  $g$  el vector de discrepancia.

## 1.6 Valor cuadrático medio (RMS)

El objetivo principal de la inversión es reducir el desajuste entre los datos medidos en campo y los datos calculados a partir de un modelo reconstruido. Generalmente, los errores de medición están en un rango de 1% a 5%, además de los errores numéricos y errores de redondeo.

Uno de los objetivos de la inversión de resistividad es encontrar un modelo de resistividad cuya respuesta se ajuste mejor a los datos medidos, el valor cuadrático medio o RMS por sus siglas en inglés *root mean squared*, es un indicador para medir el desajuste entre los datos medidos en campo y los calculados por un programa de inversión, este se expresa como:

$$\text{RMS} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(d_i^{cal} - d_i^{med})^2}{d_i^{med}}}}{N} \times 100\% \quad (31)$$

Donde  $N$  es el número total de mediciones,  $d_i^{cal}$  son los datos calculados en la inversión y  $d_i^{med}$  son los datos medidos en campo.

El valor del RMS se calcula para cada iteración y es utilizado como criterio para detener el proceso de inversión. Se considera como un valor aceptable para el RMS un 5%.

# Capítulo 2: Tomografía de Resistividad Eléctrica (TRE) y Factor Geométrico.

## 2.1 Efecto del factor geométrico en anomalías de TRE

La Tomografía de Resistividad Eléctrica sobresale con respecto a otros métodos eléctricos convencionales debido a que cuenta con un proceso de adquisición de datos totalmente automatizado, lo cual permite obtener una gran cantidad de lecturas en un menor tiempo, además de que se cuenta con software capaz de procesar eficazmente un gran volumen de información.

Para poder llevar a cabo el cálculo de la resistividad aparente y la profundidad de investigación de un punto y por lo tanto para la generación de imágenes de resistividad 2D, el software utiliza entre otras cosas el factor geométrico de cada lectura. Dicho factor, depende de las posiciones en que son colocados los electrodos y afecta directamente tanto a los valores de resistividad aparente que se obtienen para las pseudosecciones, como la sección de resistividad invertida.

Con respecto a lo anterior, existen algunas limitantes que afectan la calidad de las imágenes que se obtienen. Dichas limitantes se refieren al hecho de que los programas que se usan para llevar a cabo el procesamiento e inversión de los datos de TRE están diseñados para trabajar con separaciones regulares entre los electrodos, es decir, consideran que en campo los electrodos han sido colocados en las posiciones teóricas.

Aunque en campo no es siempre posible colocar los electrodos en las posiciones teóricas debido a múltiples factores como la topografía, vegetación, obras civiles o a que se desplazan intencionalmente para reducir la resistencia de contacto, siempre nos es posible conocer las posiciones reales de los electrodos en el campo y por lo tanto conocer los factores geométricos reales.

Por lo anterior, la colocación de los electrodos en el campo juega un papel fundamental en la calidad de las imágenes de distribución de resistividad obtenidas. Con respecto a lo anterior, se presenta una síntesis de los trabajos realizados por Bing Zhou y Torleif Dahlin, así como dos propuestas para la corrección de los errores relacionados con el posicionamiento de los electrodos.

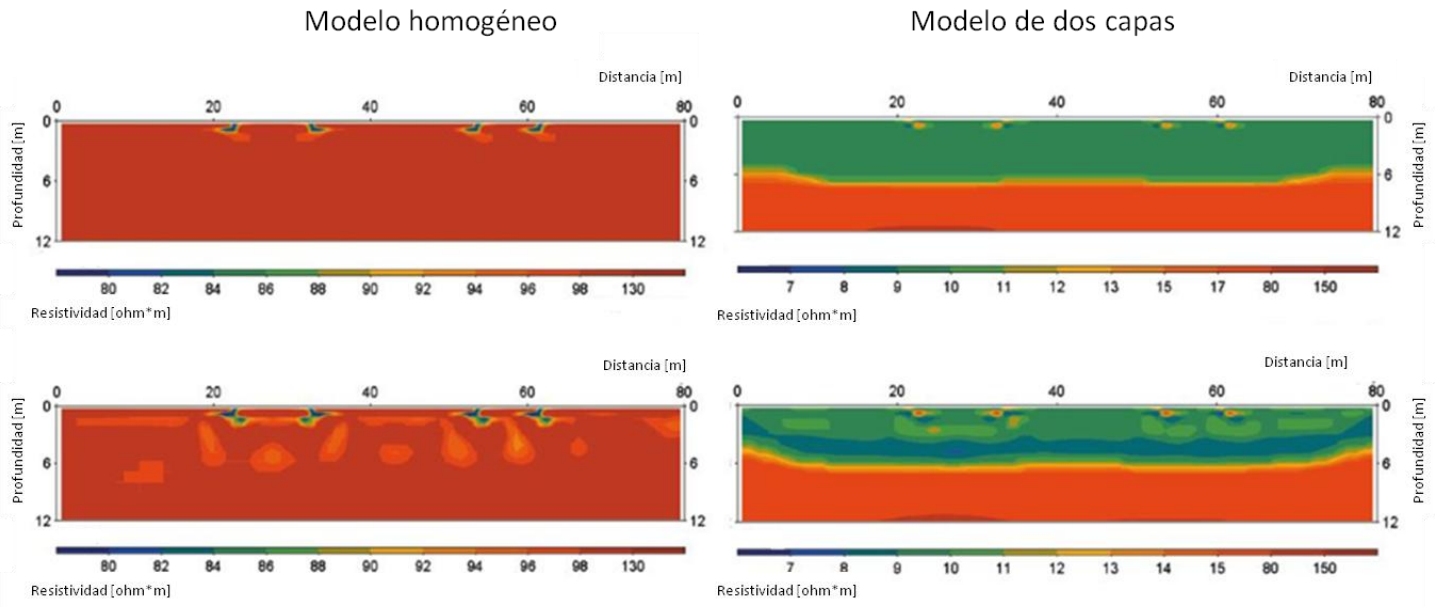
### 2.1.1 Análisis realizado por Bing Zhou y Torleif Dahlin

En su artículo **Properties and effects of measurement errors on 2D resistivity imaging surveying** publicado en 2003, Bing Zhou y Torleif Dahlin investigaron las propiedades y efectos de los errores de espaciado y errores relacionados con el potencial observado en estudios de resistividad 2D. Por medio del análisis de simulaciones numéricas estimaron cuantitativamente los errores en el espaciado de los electrodos para diferentes arreglos (Wenner, Schlumberger, Polo-Polo, Dipolo-Dipolo, Polo-Dipolo). También evaluaron los patrones de propagación de dichos errores así como los modelos de inversión.

Analizaron los errores en el potencial observado obtenidos con el principio de reciprocidad en diferentes lugares y con diferentes arreglos electródicos para mostrar las propiedades de los errores en el potencial, causados por diferentes aspectos en el campo. Usando gráficos logarítmicos y pseudosecciones de error, encontraron que con diferentes arreglos electródicos implementados en diferentes sitios los errores de potencial demuestran una propiedad general que puede considerarse como una función de potencia negativa del potencial leído.

De acuerdo a su análisis, los errores de potencial aumentan cuando el potencial medido disminuye, lo que significaría que los errores dependen de la intensidad de la señal medida, la cual varía en relación al sitio y a la configuración electródica implementada. Con base en lo anterior, podría decirse que en términos generales, los arreglos Wenner, Schlumberger y Polo-Polo se ven menos afectados por estos errores, ya que tienen una señal de potencial relativamente más fuerte en comparación con los arreglos Dipolo-Dipolo y Polo-Dipolo que en consecuencia son más susceptibles a errores en el potencial.

Por otra parte, generaron datos sintéticos de dos modelos; uno homogéneo y uno de dos capas. Para ambos casos aplicaron dos esquemas de inversión diferentes; una inversión robusta y una inversión suavizada restringida por mínimos cuadrados. A continuación se presentan los resultados obtenidos con ambos esquemas de inversión, utilizando un arreglo Dipolo-Dipolo.



**Figura 6.** Datos obtenidos con un arreglo dipolo-dipolo con 10% de error en el espaciamento de cuatro electrodos, para un modelo homogéneo (panel izquierdo) y un modelo de dos capas (panel derecho). Los diagramas superiores fueron obtenidos realizando una inversión robusta y los inferiores aplicando una inversión suavizada restringida por mínimos cuadrados (Modificada de Bing Zhou y Torleif Dahlin, 2003).

A partir de lo anterior concluyen que la inversión suavizada restringida por mínimos cuadrados es más sensible a valores atípicos, lo que puede dar como resultado imágenes con mayor distorsión; mientras que la inversión robusta es menos sensible a valores extremos. Sin embargo, si se cuenta con datos de alta calidad, es decir, con menos de un 5% de error en las mediciones, ambos esquemas de inversión proporcionan imágenes muy similares.

Sin embargo, a pesar de que llevaron a cabo un análisis de los errores en el potencial medido y de los esquemas de inversión, no proponen ninguna metodología que contribuya a su corrección.

## 2.1.2 Propuesta de solución

Para conocer los efectos tanto de los errores causados por espaciamento irregular de los electrodos, como errores en el potencial observado se llevaron a cabo dos modelos sintéticos 2D (cuerpo en un semiespacio y contacto vertical) utilizando el software EarthImager 2D (Manual AGI, 2008). Tanto los dispositivos a utilizar en un estudio como los espaciamentos entre electrodos, merecen una adecuada evaluación previa para avanzar luego en el estudio específico de una zona en particular. La implementación de diferentes arreglos electródicos muestra diferentes detalles en la observación del

subsuelo que pueden ser más o menos relevantes de acuerdo al objetivo del estudio y a las particularidades que se pretenden definir (Weinzettel, Dietrich y Varni, 2009). Es por ello que las dos diferentes estructuras modeladas se analizaron con tres diferentes arreglos electródicos, Dipolo-Dipolo, Schlumberger y Wenner.

Si consideramos que los valores de potencial medidos en campo no son producto de la contribución de un solo punto sino de un volumen, que los valores de resistividad no cambian abruptamente y además que nos es posible conocer el factor geométrico real de cada lectura, entonces pueden llevarse a cabo dos metodologías con el fin de eliminar en la medida de lo posible los efectos del posicionamiento irregular de los electrodos.

La primer metodología propuesta consiste en multiplicar los valores de potencial observado por un factor de corrección que se relaciona con la geometría del arreglo, por medio del cual al llevarse a cabo tanto el cálculo de resistividad aparente así como la inversión de los datos en el programa EarthImager, se elimina por decirlo de algún modo la multiplicación por un factor geométrico teórico calculado a partir de considerar que todos los electrodos están colocados equidistantemente, con lo que se hace que la resistividad aparente teórica sea igual a la resistividad aparente verdadera.

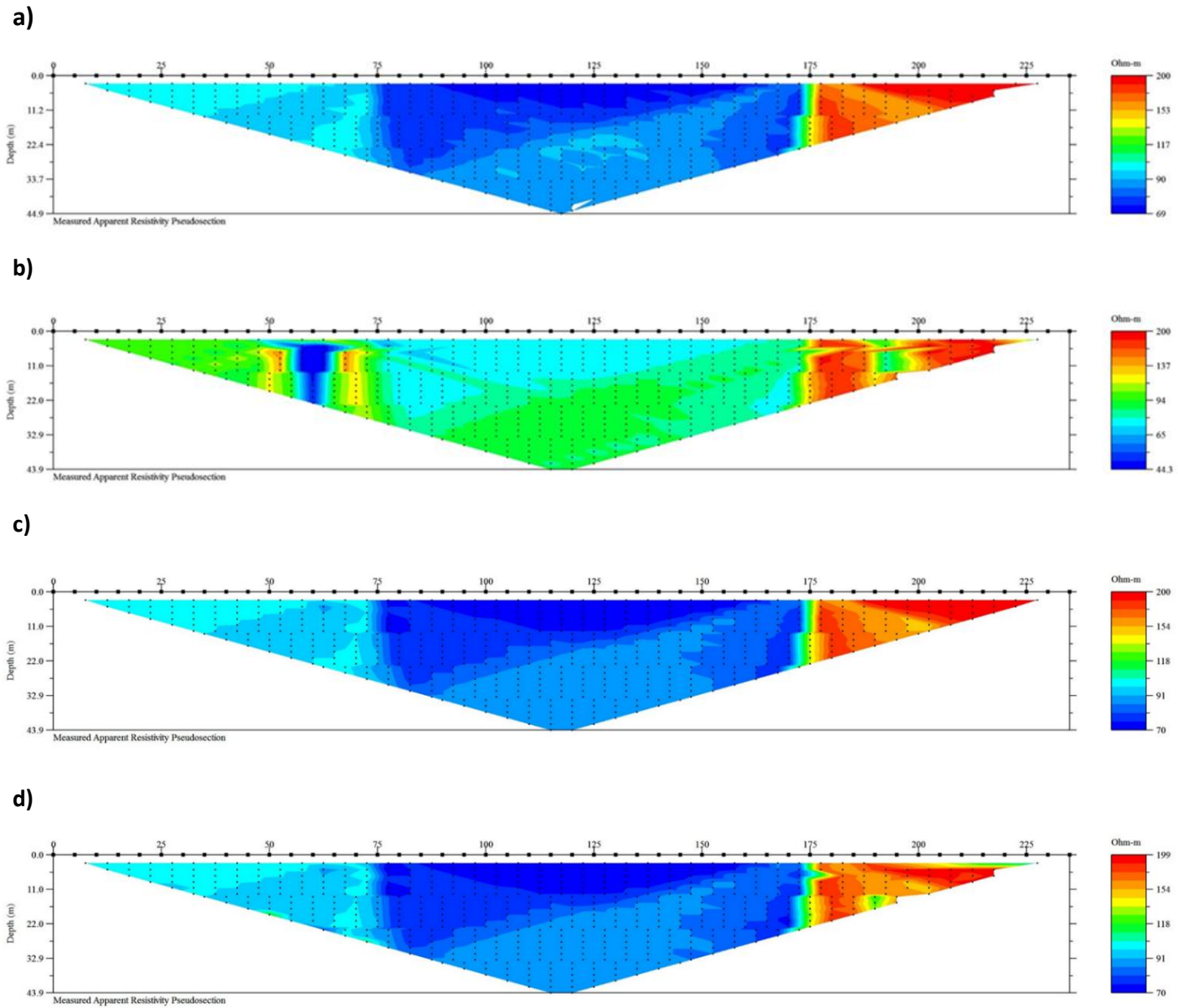
La segunda metodología se basa en la interpolación de los datos de resistividad (calculados a partir del factor geométrico real y de los valores de potencial observado medidos), para obtener los valores que se observarían si todos los electrodos hubieran sido colocados equidistantemente.

Para todos los modelos y todos los arreglos se utilizó un esquema de inversión suavizada restringida por mínimos cuadrados, se decidió utilizar este tipo de inversión debido a que según el análisis de Zhou y Dahlin este esquema es el que se ve más afectado por los errores en el posicionamiento de los electrodos, así que si las metodologías propuestas dan buenos resultados bajo este esquema podemos suponer que también lo harán para una inversión robusta.

Se presentan las imágenes de la aplicación de ambas metodologías a datos obtenidos a partir del modelo sintético del contacto vertical y utilizando un arreglo Schlumberger.

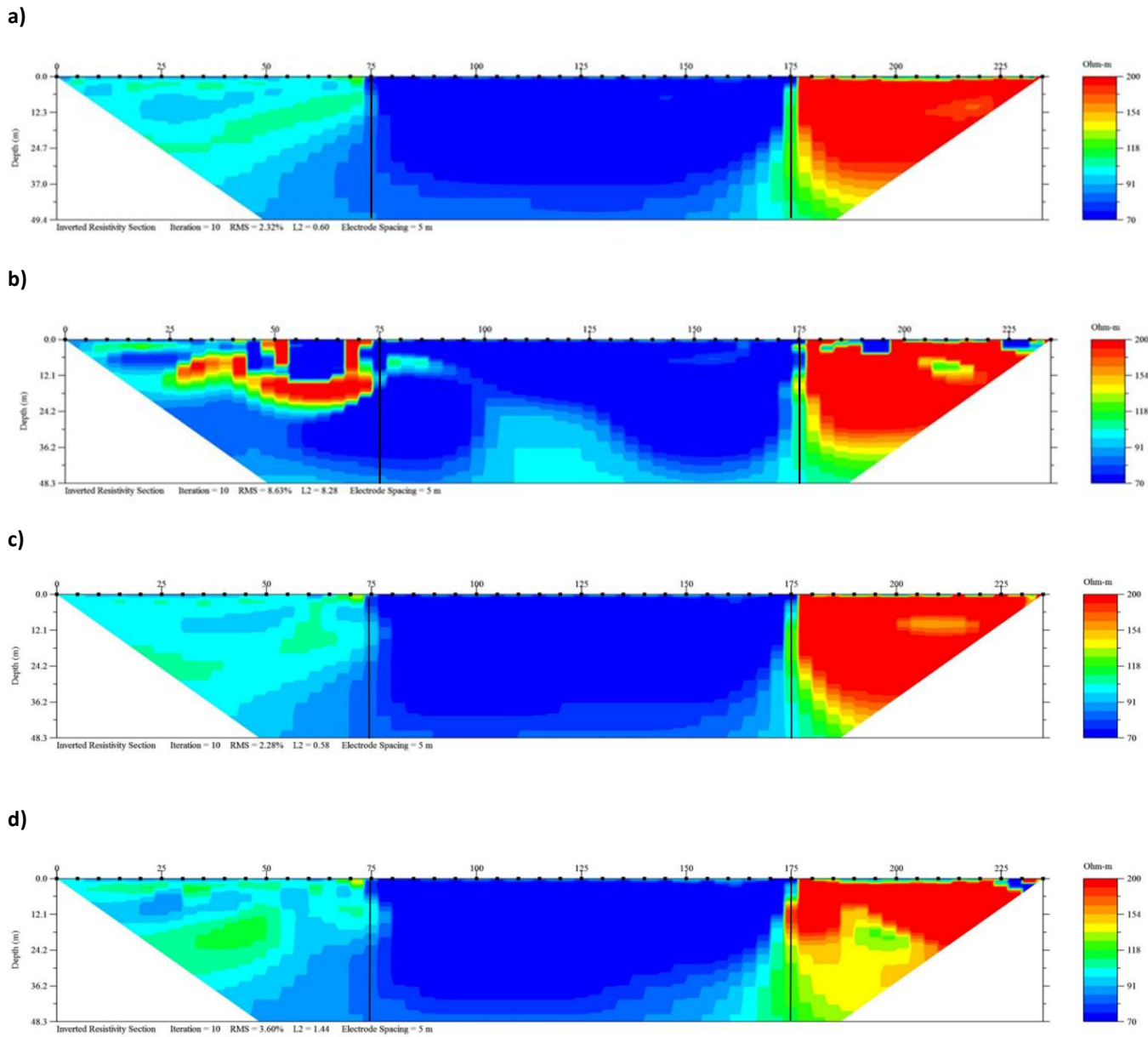
Puede observarse que en las pseudosecciones de resistividad aparente medida se eliminan claramente las distorsiones para los casos de aplicación de ambas metodologías. Asimismo, en las secciones de resistividad invertida para ambos casos hay una mejor definición de los contactos y la distribución de la resistividad es más parecida a la del caso ideal.

Para la corrección por medio del factor se obtuvo un RMS de 2.28% y para la corrección por interpolación un RMS de 3.6%. Ambos valores de RMS son considerados aceptables y nos indican que ambos modelos son buenas aproximaciones de la realidad.



**Figura 7. Arreglo Schlumberger. Pseudosecciones de resistividad aparente medida. Contacto vertical. a) Caso ideal b) 50% de error aleatorio en la posición electródica c) Aplicación de factor geométrico de corrección d) Interpolación de datos.**





**Figura 8. Arreglo Schlumberger. Secciones de resistividad invertida. Contacto vertical. a) Caso ideal b) 50% de error aleatorio en la posición electródica c) Aplicación de factor geométrico de corrección d) Interpolación de datos. La línea continua representa los contactos originales.**

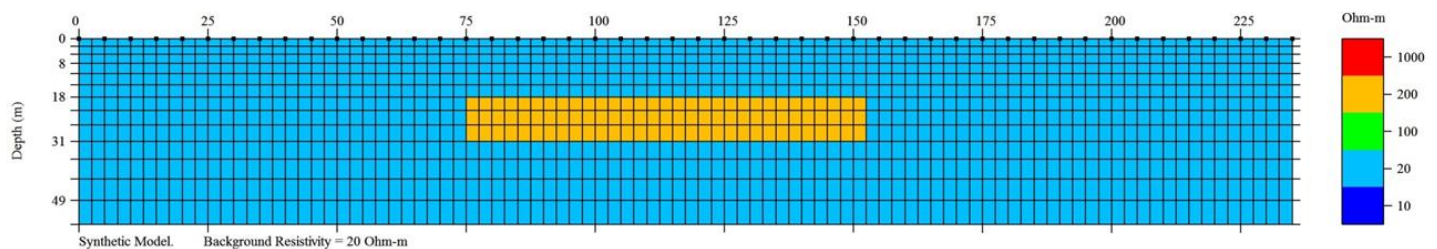
## Capítulo 3: Regularización de datos de resistividad.

Para poder aplicar la propuesta de solución, se generaron dos modelos sintéticos 2D y se simularon lecturas utilizando diferentes arreglos electródicos.

Se consideró como caso ideal que las lecturas se realizaron utilizando 48 electrodos separados entre sí cada 5 [m], 0% de ruido aleatorio y una corriente de 1000 [mA] para todas las lecturas.

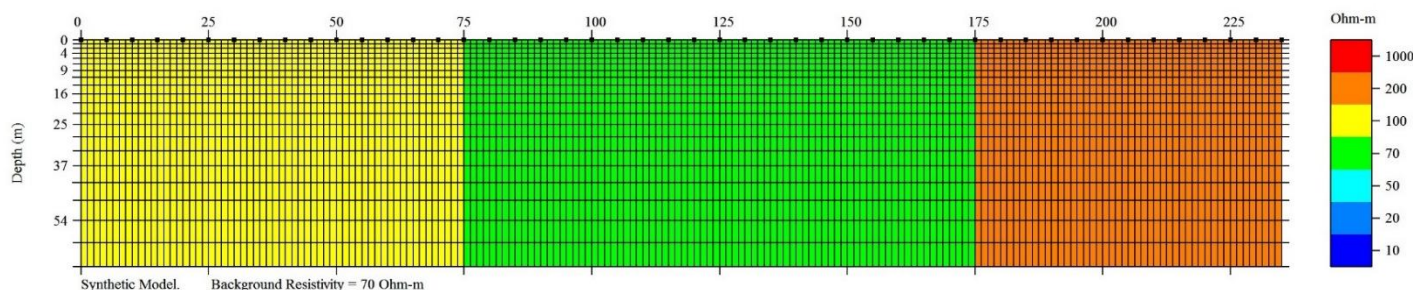
Posteriormente se realizaron modelos sintéticos en los cuales se consideraron errores aleatorios en el espaciamiento de los electrodos, dichos errores iban desde el 10% hasta el 50% de error en la posición electródica. Solo se presentan las imágenes de los resultados obtenidos con 50% de error en la posición de los electrodos debido a que son en las que se observan con mayor claridad los efectos de dichos errores.

El primero modelo sintético realizado es muy sencillo y representa un suelo con un solo contraste de resistividad (Figura 9), se observa una estructura rectangular con resistividad de 200 [ohm\*m], ubicada a 18 metros de profundidad, con dimensiones de 77.5 metros de largo por 13 metros de ancho, mientras que el resto del semiespacio tiene una resistividad de 20 [ohm\*m].



**Figura 9. Modelo sintético, cuerpo en un semiespacio.**

Adicionalmente, se realizó otro modelo sintético, éste representa contrastes de resistividad verticales (Figura 10). El cuerpo del extremo izquierdo tiene una resistividad de 100 [ohm\*m], el cuerpo central, tiene una resistividad de 70 [[ohm\*m] y el cuerpo del extremo derecho una resistividad de 200 [ohm\*m]. Los contactos se encuentran en el metro 75 y el metro 175 del arreglo.



**Figura 10. Modelo sintético, contacto vertical.**

A continuación se presentan las dos metodologías que fueron aplicadas a los datos sintéticos generados para ambos modelos.

### 3.1 Metodología I: Multiplicación por un factor de corrección

En teoría, el error de espaciamiento de los electrodos puede ser evaluado analíticamente por medio del factor geométrico de un arreglo específico, es decir, para estudios de superficie el factor geométrico se puede escribir de la siguiente forma general:

$$k = \frac{2\pi}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \left(\frac{1}{BN}\right)} \quad (30)$$

En donde:

**AM** es la distancia entre los electrodos A y M

**BM** es la distancia entre los electrodos B y M

**AN** es la distancia entre los electrodos A y N

**BN** es la distancia entre los electrodos B y N

Así que si conocemos las posiciones reales de los electrodos podemos calcular el factor geométrico verdadero de un arreglo.

### Corrección del potencial observado

Como se dijo anteriormente el potencial observado, es importante en el cálculo de la resistividad aparente, ya que:

$$\rho_a = \frac{\Delta V}{I} K \quad (31)$$

**En donde:**

$\rho_a$  es la resistividad aparente

$\Delta V$  es la diferencia de voltaje observada

$I$  es la corriente

$K$  es el factor geométrico

Para que los valores de resistividad aparente encontrados sean los verdaderos, tenemos que:

$$\rho_a(\text{verdadera}) = \frac{\Delta V \text{ observado}}{I} K(\text{verdadero}) \quad (32)$$

Sin embargo, tenemos que el cálculo que hace el software nos proporciona lo siguiente:

$$\rho_a \text{ teórica} = \frac{\Delta V \text{ terico}}{I} K \text{ teórico} \quad (33)$$

Como nuestro objetivo es que el cálculo de resistividad que hagamos corresponda con la  $\rho_a(\text{verdadera})$  tenemos que:

$$\frac{\Delta V \text{ teórico}}{I} K(\text{teórico}) = \frac{\Delta V \text{ observado}}{I} K(\text{verdadero}) \quad (34)$$

Si desarrollamos la ecuación anterior llegamos a que

$$\Delta V \text{ teórico} = \Delta V \text{ observado} \frac{K(\text{verdadero})}{K(\text{teórico})} \quad (35)$$

Con lo que los resultados proporcionados por el software serán los siguientes:

$$\rho_a \text{ verdadera} = \rho_a \text{ teórica} = \frac{\Delta V \text{ observado}}{I} \frac{K(\text{verdadero})}{K(\text{teórico})} K \text{ teórico} \quad (36)$$

Con esta sencilla corrección podemos eliminar los efectos de la separación irregular de los electrodos. Sin embargo, es importante mencionar que aun cuando los resultados que se esperan serán notoriamente mejores, no se eliminan por completo los efectos del error en la posición de los electrodos.

### 3.2 Metodología II: Interpolación de datos

Como parte de los datos conocidos en un estudio de tomografía eléctrica tenemos los siguientes:

- La posición lineal de los electrodos.
- El punto medio del arreglo para cada lectura, el cual corresponde a la proyección en superficie del punto de atribución para cada medida.
- El factor geométrico del arreglo.
- El valor de diferencia de potencial observado.
- La corriente inyectada.
- El valor de resistividad (calculado a partir del factor geométrico, el potencial observado y la corriente inyectada).

La interpolación llevada a cabo en este trabajo se realizó usando como base conjuntos de datos de la siguiente forma

$$x_0, y_0, x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, \dots, (x_n, y_n)$$

Tal que  $x_i \neq x_j$   $i \neq j$   $i, j = 0, 1, 2, \dots, n$ , en donde los valores de la variable  $x$  corresponden al punto medio y los valores de la variable  $y$  a la resistividad calculada para cada punto.

Utilizando los datos anteriores se calculó un polinomio de la forma

$$f(x) = a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 \quad (37)$$

En este caso el problema consiste en encontrar los coeficientes  $a_0, a_1, a_2, a_3$  tal que

$$f(x_i) = y_i \quad (38)$$

Desde el punto de vista del algebra lineal esto es equivalente a seleccionar una función en el espacio vectorial de funciones generada por la base  $\{x^0, x^1, x^2, x^3\}$  para obtener un conjunto de polinomios de grado 3, lo que nos lleva a resolver un sistema lineal de ecuaciones de la forma

$$a_0x_0^0 + a_1x_0^1 + a_2x_0^2 + a_3x_0^3 = y_0$$

$$a_0x_1^0 + a_1x_1^1 + a_2x_1^2 + a_3x_1^3 = y_1$$

$$a_0x_2^0 + a_1x_2^1 + a_2x_2^2 + a_3x_2^3 = y_2$$

$$a_0x_3^0 + a_1x_3^1 + a_2x_3^2 + a_3x_3^3 = y_3$$

El cual podemos expresar de forma matricial como  $M a = y$ , en donde

$$M = \begin{matrix} 1 & x_0 & x_0^2 & x_0^3 \\ 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \end{matrix} a = \begin{matrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{matrix} y = \begin{matrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{matrix}$$

Como lo que se quiere interpolar son los valores de resistividad ya que conocemos los puntos medios teóricos (cuando los electrodos están equiespaciados), el sistema a resolver es

$$y = aM^{-1} \quad (39)$$

Para ello se generó un código en Fortran que lleva a cabo la interpolación de los datos. El código realizado trabaja por niveles.

## Capítulo 4: Discusión de resultados

Después de aplicar las correcciones propuestas a los datos con 50% de error aleatorio en la posición eléctrica, con el fin de tener una primer evaluación de las metodologías de corrección propuestas se hizo un cálculo punto a punto del porcentaje de error con respecto a los datos obtenidos en el caso ideal y posteriormente se calculó el promedio. En las siguientes tablas se muestran sólo los cálculos para algunos valores, para los tres diferentes arreglos empleados.

ARREGLO DIPOLO-DIPOLO CONTACTO VERTICAL				
$\Delta V/I$ FACTOR DE CORRECCIÓN	$\Delta V/I$ INTERPOLADO	$\Delta V/I$ IDEAL	ERROR $\Delta V/I$ FACTOR DE CORRECCIÓN	ERROR $\Delta V/I$ INTERPOLADO
-1.0611	-1.0600	-1.0611	0.00%	0.10%
-1.0611	-1.0739	-1.0611	0.00%	1.21%
-1.0611	-1.0511	-1.0611	0.00%	0.94%
-1.0612	-1.0582	-1.0612	0.01%	0.28%
-1.0611	-1.0774	-1.0612	0.01%	1.52%
-1.0612	-1.0762	-1.0613	0.01%	1.41%
-1.0613	-1.0712	-1.0614	0.00%	0.92%
-1.0615	-1.0545	-1.0616	0.00%	0.66%
-1.0619	-1.0572	-1.0619	0.00%	0.44%
-1.0626	-1.0574	-1.0627	0.00%	0.49%
-1.0645	-1.0655	-1.0645	0.01%	0.09%
-1.0668	-1.0643	-1.0708	0.37%	0.60%
-1.0777	-1.0707	-1.1089	2.81%	3.44%
-0.8744	-0.8748	-0.8738	0.08%	0.12%
-0.8748	-0.8804	-0.8738	0.12%	0.76%
-0.7094	-0.7044	-0.7092	0.02%	0.67%
-0.7360	-0.7414	-0.7358	0.02%	0.76%
-0.7403	-0.7334	-0.7402	0.01%	0.91%
-0.7415	-0.7443	-0.7415	0.00%	0.38%
-0.7419	-0.7327	-0.7420	0.02%	1.25%
-0.7420	-0.7454	-0.7422	0.04%	0.43%
-0.7426	-0.7501	-0.7423	0.03%	1.04%
-0.7425	-0.7397	-0.7424	0.02%	0.35%
-0.7424	-0.7491	-0.7424	0.00%	0.90%
-0.7423	-0.7496	-0.7423	0.00%	0.98%
PROMEDIO ERROR FACTOR DE CORRECCIÓN		PROMEDIO ERROR INTERPOLACION		
0.14%		0.94%		

**Tabla 1. Arreglo Dipolo- Dipolo. Contacto Vertical. Calculo de error entre los datos ideales y los corregidos por las dos metodologías propuestas.**

ARREGLO SCHLUMBERGER CONTACTO VERTICAL				
$\Delta V/I$ FACTOR DE CORRECCIÓN	$\Delta V/I$ INTERPOLADO	$\Delta V/I$ IDEAL	ERROR $\Delta V/I$ FACTOR DE CORRECCIÓN	ERROR $\Delta V/I$ INTERPOLADO
3.1829	3.1829	3.2230	1.24%	1.24%
3.1829	3.2256	3.1804	0.08%	1.42%
3.1829	3.2256	3.1480	1.11%	2.46%
3.1828	3.2255	3.1880	0.16%	1.18%
3.1827	3.2254	3.2357	1.64%	0.32%
3.1825	3.2252	3.1729	0.30%	1.65%
3.1822	3.2249	3.1189	2.03%	3.40%
3.1816	3.2243	3.2146	1.03%	0.30%
3.1804	3.2244	3.2033	0.71%	0.66%
3.1705	3.2130	3.1966	0.82%	0.51%
3.1950	3.2429	3.1343	1.93%	3.46%
3.1138	3.1404	3.1257	0.38%	0.47%
3.1458	3.1880	2.9806	5.54%	6.96%
3.0606	2.9585	2.9429	4.00%	0.53%
2.2803	2.3109	2.3390	2.51%	1.20%
2.4060	2.4383	2.3900	0.67%	2.02%
2.2516	2.2818	2.3005	2.13%	0.81%
2.2360	2.2660	2.2152	0.94%	2.29%
2.2318	2.2618	2.2069	1.13%	2.48%
2.2302	2.2602	2.2501	0.88%	0.45%
2.2296	2.2595	2.2271	0.11%	1.45%
2.2292	2.2591	2.2187	0.48%	1.82%
2.2291	2.2590	2.2445	0.68%	0.65%
2.2291	2.2591	2.2478	0.83%	0.50%
2.2293	2.2592	2.2161	0.60%	1.94%
PROMEDIO ERROR FACTOR DE CORRECCIÓN		PROMEDIO ERROR INTERPOLACION		
1.19%		1.68%		

**Tabla 2. Arreglo Schlumberger. Contacto Vertical. Calculo de error entre los datos ideales y los corregidos por las dos metodologías propuestas.**

ARREGLO WENNER CONTACTO VERTICAL				
$\Delta V/I$ FACTOR DE CORRECCIÓN	$\Delta V/I$ INTERPOLADO	$\Delta V/I$ IDEAL	ERROR $\Delta V/I$ FACTOR DE CORRECCIÓN	ERROR $\Delta V/I$ INTERPOLADO
3.2047	3.2234	3.2135	0.44%	1.79%
3.1807	3.2654	3.1668	0.30%	1.65%
3.2221	3.2411	3.2124	0.30%	1.65%
3.1982	3.1455	3.1884	3.39%	2.09%
3.1039	3.2048	3.2127	1.64%	0.32%
3.1624	3.2322	3.2150	0.07%	1.27%
3.1894	3.2144	3.1918	0.68%	0.65%
3.1718	3.1976	3.1935	0.64%	0.69%
3.1553	3.2044	3.1756	0.48%	1.83%
3.1620	3.1866	3.1468	0.35%	0.99%
3.1445	2.9205	3.1555	1.37%	0.04%
2.8819	2.9997	2.9218	0.47%	0.87%
2.9600	2.5637	2.9738	4.44%	10.25%
2.4284	2.3530	2.3253	2.46%	1.16%
2.3219	2.2697	2.3805	1.78%	0.46%
2.2396	2.3170	2.2803	1.21%	0.76%
2.2717	2.2475	2.2995	0.71%	2.06%
2.2178	2.2783	2.2022	1.24%	0.08%
2.2481	2.2643	2.2764	2.15%	0.84%
2.2344	2.2789	2.2835	1.24%	2.60%
2.2488	2.2714	2.2211	2.34%	3.71%
2.2413	2.2563	2.1901	1.24%	0.08%
2.2264	2.2698	2.2544	2.15%	0.84%
2.2397	2.2638	2.2891	0.27%	1.62%
2.2338	2.2752	2.2278	1.25%	2.58%
PROMEDIO ERROR FACTOR DE CORRECCIÓN	PROMEDIO ERROR INTERPOLACION			
1.48%	1.90%			

**Tabla 3. Arreglo Wenner. Contacto Vertical. Cálculo de error entre los datos ideales y los corregidos por las dos metodologías propuestas.**

Podemos notar que para ambos casos, los errores que existen entre los valores corregidos y los ideales son muy pequeños, por lo tanto de inicio las dos metodologías parecen proporcionar resultados de buena calidad.

Posteriormente, los archivos resultantes de la aplicación de las correcciones fueron ingresados al software Earth Imager 2D para generar las pseudosecciones de resistividad aparente y las secciones de resistividad invertida. A continuación se presentan tanto las pseudosecciones de resistividad aparente, como las secciones de resistividad invertida, para los tres diferentes arreglos analizados; generadas a partir de los datos ideales, los datos con 50% de error aleatorio, los datos corregidos por la aplicación del factor y los datos corregidos por interpolación.

Asimismo, con el fin de hacer una evaluación y comparación de la aplicación de las metodologías propuestas, se realizó una inversión de diferencias. El proceso consiste en



invertir primero los datos corregidos por cualquiera de los dos métodos y posteriormente hacer una inversión de diferencias con el conjunto de los datos generados bajo las condiciones ideales. Al final de la inversión de diferencias se obtiene una imagen que muestra el porcentaje de diferencias de resistividad para cada punto de la sección.

## **4.1 Dipolo-Dipolo**

### **4.1.1 Cuerpo en un semiespacio**

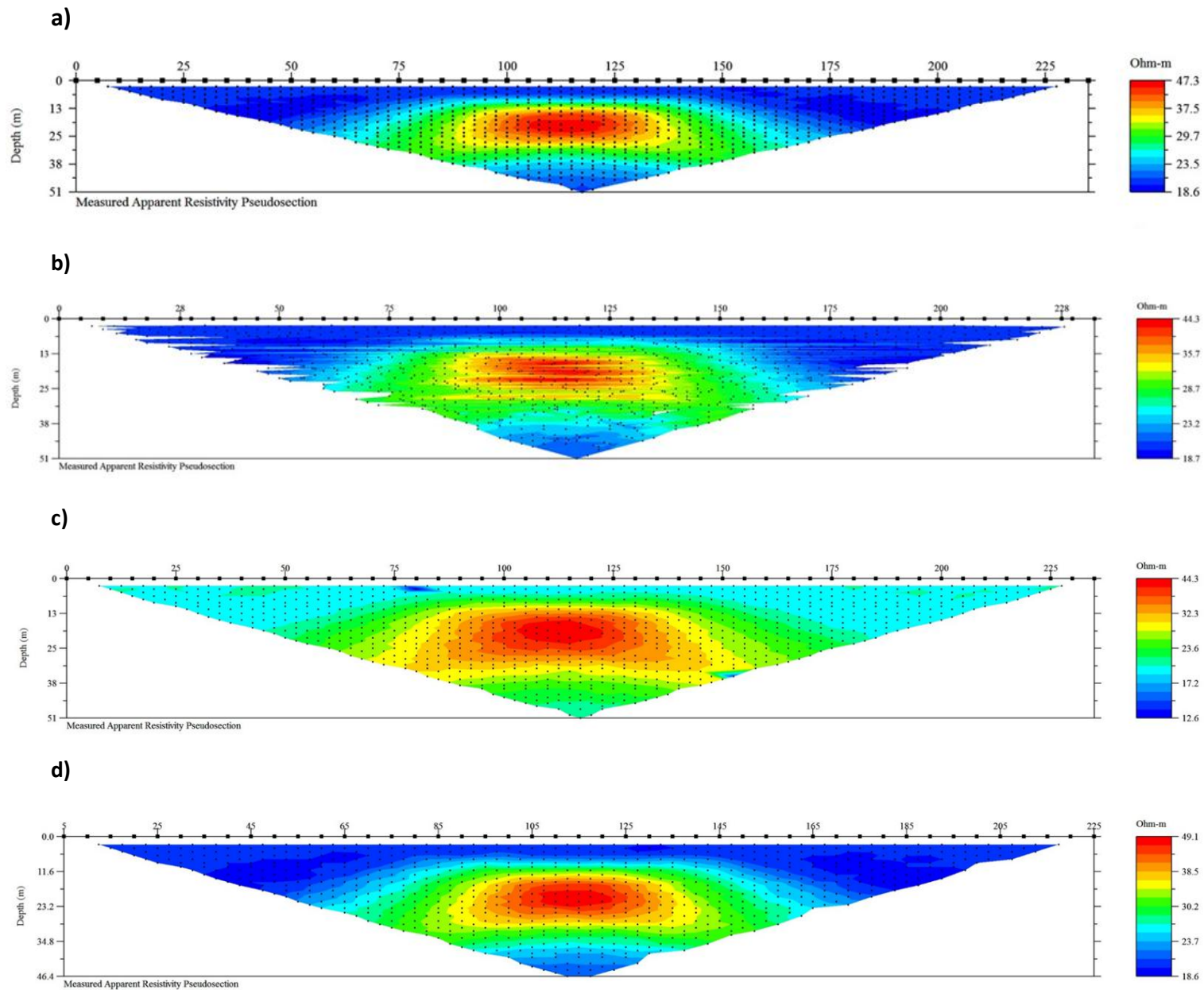
En las pseudosecciones de resistividad aparente medida se aprecia claramente que después de la aplicación de las dos metodologías de corrección, en ambos casos se eliminan las distorsiones. Sin embargo, la distribución de resistividades en la pseudosección correspondiente al método de interpolación es más parecida a la del caso ideal.

En las secciones de resistividad invertida podemos observar que con la aplicación de ambas metodologías se logran eliminar las falsas anomalías que se apreciaban debajo del cuerpo real en la sección invertida con error. En cuanto a las dimensiones del cuerpo, la metodología de aplicación de factor de corrección es la más aproximada al caso ideal, mientras que con la interpolación de datos las dimensiones son sobreestimadas.

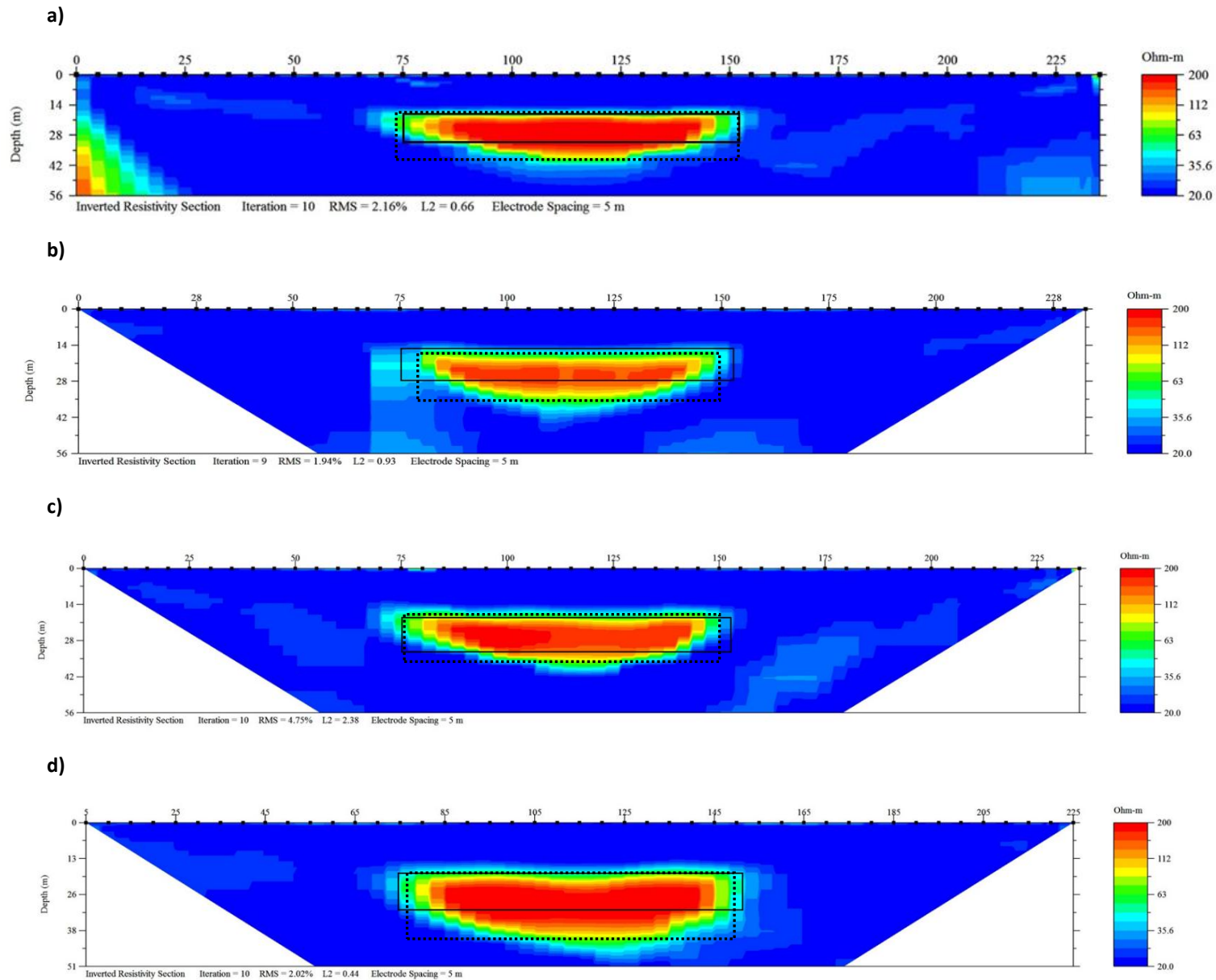
En cuanto a los valores de RMS obtenidos para el caso ideal, caso con error, corrección por factor y corrección por interpolación, estos son 2.16%, 2.36%, 4.75% y 2.02% respectivamente. En el caso de los datos con error esto nos indica que a pesar de que los electrodos no hayan sido colocados en las posiciones teóricas la inversión proporciona resultados aceptables. Aun cuando los datos corregidos por la aplicación del factor presentan el valor de RMS más alto, dicho valor es considerado de buena calidad y los resultados proporcionados por lo tanto son confiables.

Con base en el valor de RMS obtenido para todos los casos mencionados, el que presenta menor desajuste entre los datos medidos en campo y los datos obtenidos es el caso de datos corregidos por interpolación.

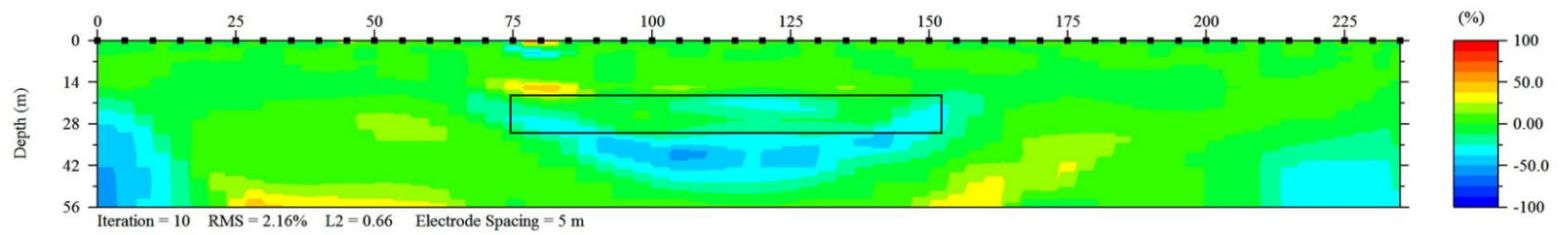
Hablando ahora de las imágenes obtenidas con la inversión de diferencias, en el caso de la corrección de datos por aplicación del factor los puntos en los que hay mayores diferencias con respecto al caso ideal son los que se encuentran por debajo del cuerpo, las diferencias se encuentran en un rango de -25% a 25%. Para los datos corregidos por medio de la interpolación, las diferencias más grandes se encuentran también debajo de la estructura, sin embargo estas son mayores con respecto a la metodología 1 y están en un rango de -25% a 100% de diferencia con respecto a los datos del caso ideal.



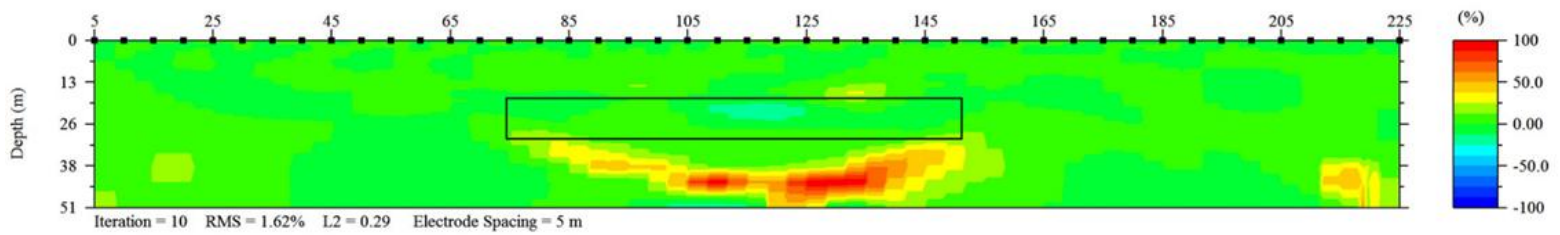
**Figura 11. Arreglo Dipolo-Dipolo. Pseudosecciones de resistividad aparente medida. Cuerpo en un semiespacio. a) Caso ideal b) 50% de error aleatorio en la posición electrónica c) Aplicación de factor geométrico de corrección d) Interpolación de datos.**



**Figura 12. Arreglo Dipolo-Dipolo. Secciones de resistividad invertida. Cuerpo en un semiespacio a) Caso ideal b) 50% de error aleatorio en la posición electródica c) Aplicación de factor geométrico de corrección d) Interpolación de datos. La línea continua representa el cuerpo original, mientras que la línea punteada representa el cuerpo detectado.**



**Figura 13. Arreglo Dipolo-Dipolo. Cuerpo en un semiespacio. Porcentaje de diferencia entre los datos de resistividad del caso ideal y los datos multiplicados por el factor de corrección.**



**Figura 14. Arreglo Dipolo-Dipolo. Cuerpo en un semiespacio. Porcentaje de diferencia entre los datos de resistividad del caso ideal y los datos interpolados.**

### 4.1.2 Contacto vertical

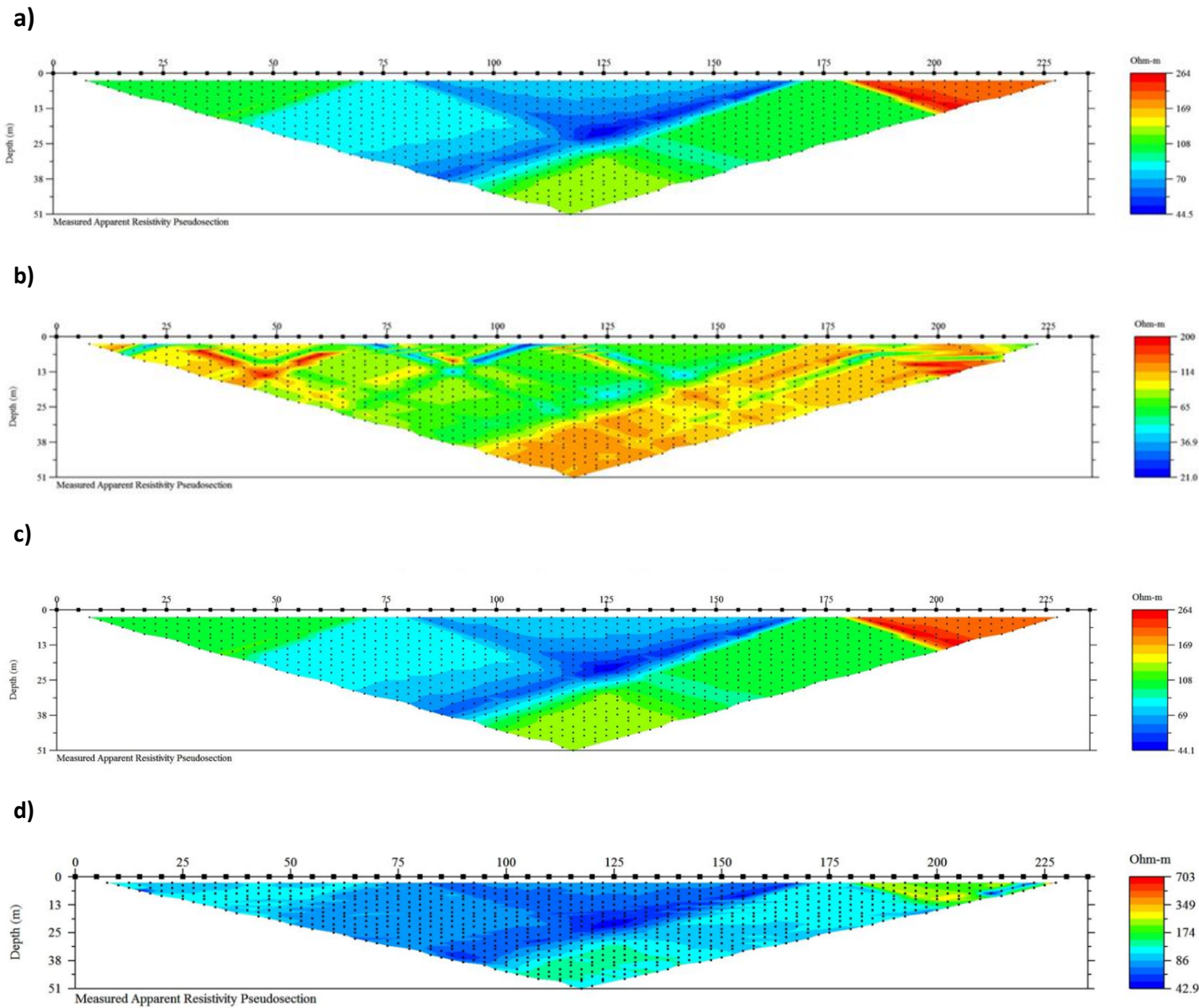
Para las pseudosecciones de resistividad aparente medida puede apreciarse que los datos obtenidos al colocarse los electrodos en posiciones diferentes a las teóricas están muy distorsionados con respecto al caso ideal. Al aplicarse ambas propuestas de corrección dichas distorsiones son eliminadas de las pseudosecciones, sin embargo la metodología del factor de corrección proporciona resultados más parecidos a los del caso sin error.

En las secciones de resistividad invertida, para el caso con hasta 50% de error aleatorio en el posicionamiento de los electrodos podemos apreciar aproximadamente en el centro del arreglo dos anomalías falsas con valores altos de resistividad, una en la zona más superficial y la otra aproximadamente a 10 [m] de profundidad. A pesar de que este arreglo tiene buena resolución horizontal, es decir, que detecta con facilidad contactos verticales, en este caso no se aprecian con claridad los contactos existentes y la distribución de resistividades difiere del caso ideal.

Mientras tanto, para las secciones de resistividad invertida generadas a partir de los datos corregidos por ambas metodologías para ambos casos se eliminan las anomalías falsas, sin embargo en la corregida por el factor se observan con mayor claridad los contactos y la distribución de resistividades es más parecida a la del caso sin errores en el posicionamiento de los electrodos.

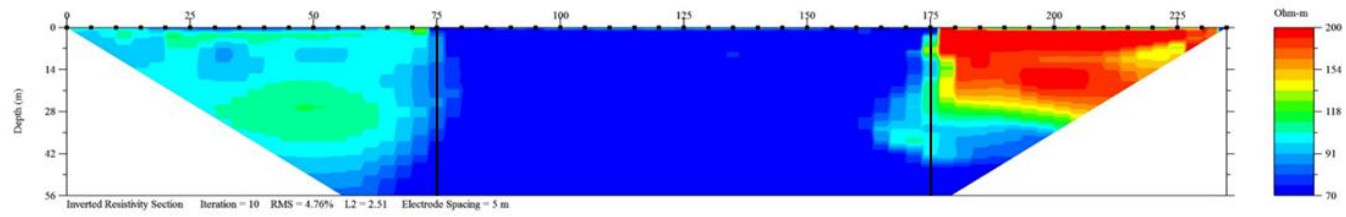
En cuanto a los valores de RMS obtenidos para el caso ideal, caso con error, corrección por factor y corrección por interpolación, estos son 4.76%, 15.79%, 8.36% y 8.44% respectivamente. Con base en dichos valores la única inversión que sería considerada como de buena calidad es la generada a partir de los datos sin error.

Si analizamos ahora las imágenes de inversión de diferencias, en el caso de la metodología de corrección por factor, las diferencias más grandes se encuentran en el cuerpo del extremo derecho (abarcándolo casi por completo) y están en un rango aproximado de -20% a 113% de diferencia, pero también se observan diferencias del orden del 20% en el cuerpo del centro y en el del extremo izquierdo. Para el caso de la corrección por interpolación las diferencias más grandes se encuentran prácticamente en el cuerpo del extremo derecho, en la parte superficial debajo de los electrodos 47 y 46, dichas diferencias se encuentran en un rango de -20% a 100% de error.

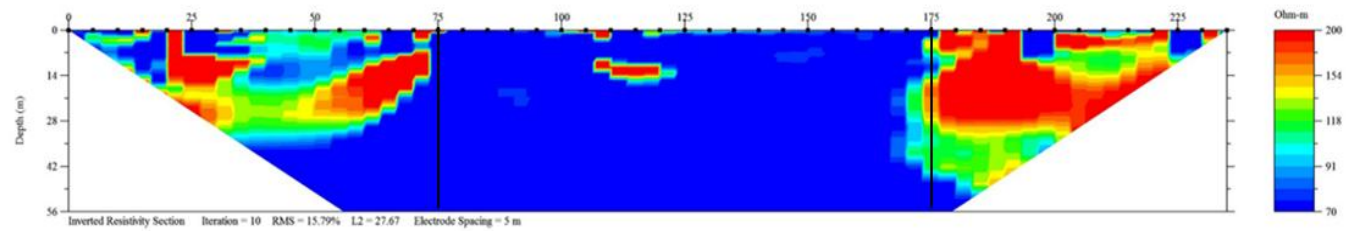


**Figura 15. Arreglo Dipolo-Dipolo. Pseudosecciones de resistividad aparente medida. Contacto vertical. a) Caso ideal b) 50% de error aleatorio en la posición eléctrica c) Aplicación de factor geométrico de corrección d) Interpolación de datos.**

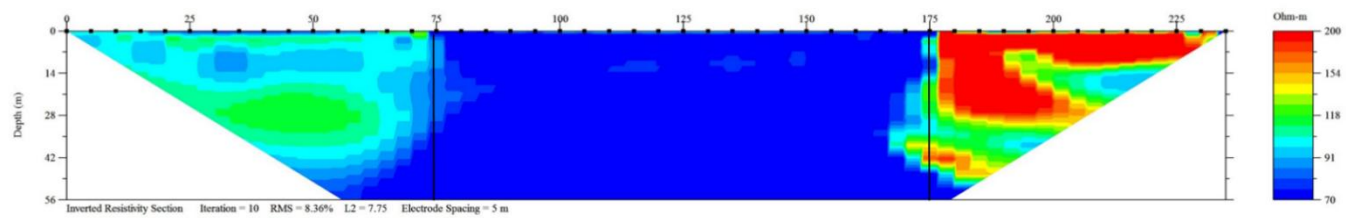
a)



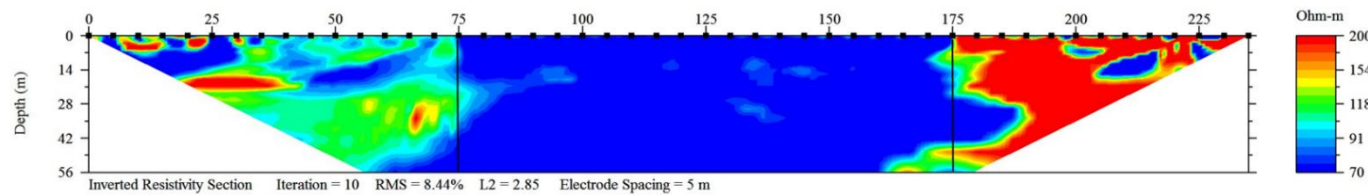
b)



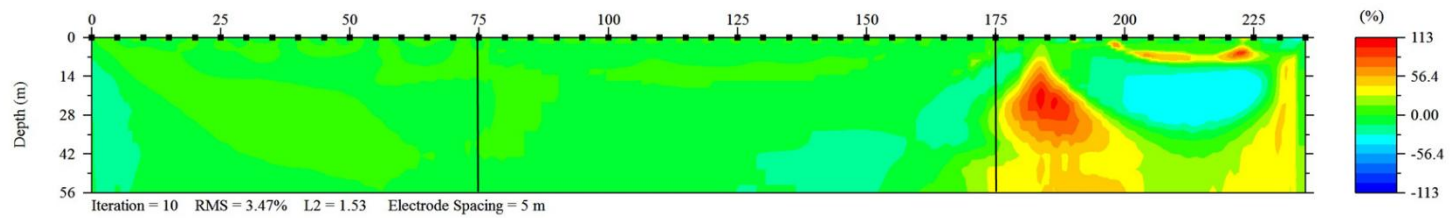
c)



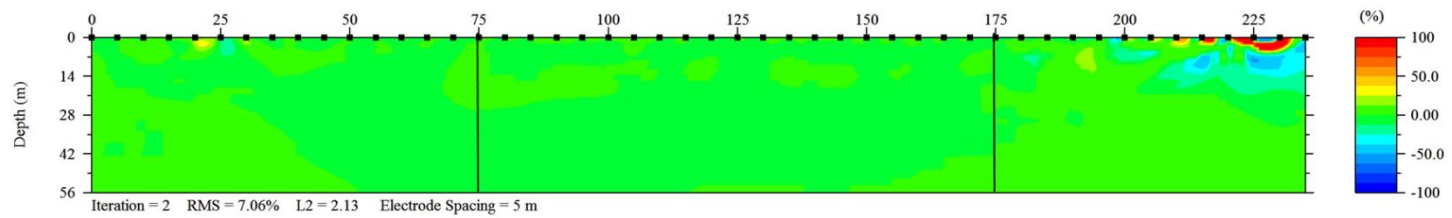
d)



**Figura 16. Arreglo Dipolo-Dipolo. Secciones de resistividad invertida. Contacto vertical. a) Caso ideal b) 50% de error aleatorio en la posición electrodica c) Aplicación de factor geométrico de corrección d) Interpolación de datos. La línea continua representa los contactos originales.**



**Figura 17. Arreglo Dipolo-Dipolo. Contacto vertical. Porcentaje de diferencia entre los datos de resistividad del caso ideal y los datos multiplicados por el factor de corrección. La línea continua representa los contactos originales.**



**Figura 18. Arreglo Dipolo-Dipolo. Contacto vertical. Porcentaje de diferencia entre los datos de resistividad del caso ideal y los datos interpolados. La línea continua representa los contactos originales.**



## 4.2 Wenner

### 4.2.1 Cuerpo en un semiespacio

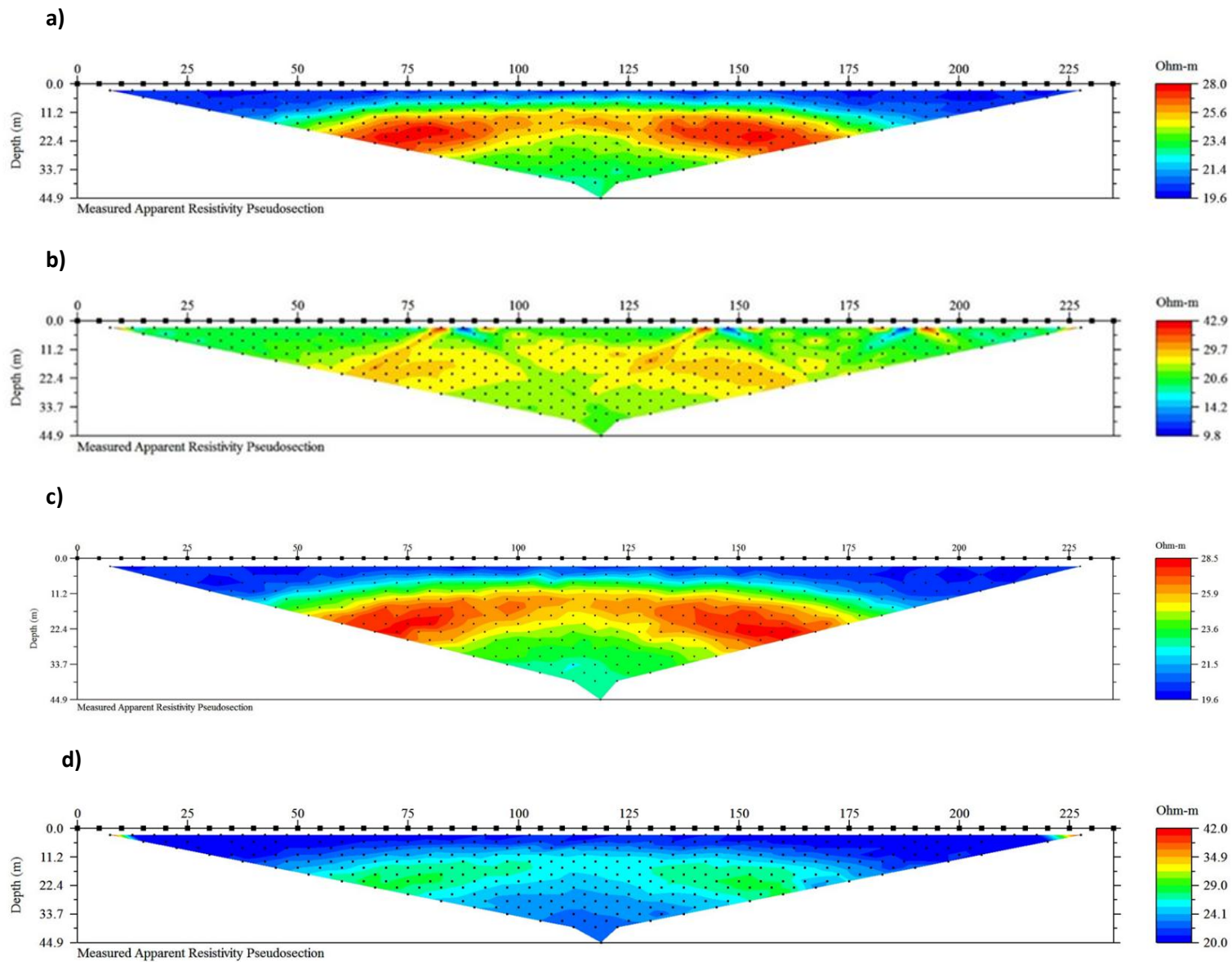
En las pseudosecciones de resistividad aparente medida puede observarse que en el caso con 50% de error aleatorio en la posición de los electrodos, la distribución de resistividades es muy diferente con respecto al caso ideal, se aprecian distorsiones cercanas a la superficie debajo de los puntos correspondientes a los 85[m], 145[m] y 190[m] del arreglo. Las pseudosecciones correspondientes a los datos corregidos por las dos metodologías propuestas muestran distribuciones de resistividad prácticamente iguales a las del caso ideal ya que se eliminan las distorsiones asociadas al posicionamiento de los electrodos.

En la sección de resistividad invertida correspondiente a datos con 50% de error en la posición de los electrodos podemos ver cerca de la superficie falsas anomalías que indican zonas de alta resistividad aproximadamente a los 10[m], 80[m], 145[m], 190[m] y 230[m] de la línea de electrodos. Asimismo, el tamaño del cuerpo es sobreestimado, con base en los resultados podría pensarse que el cuerpo mide aproximadamente 77.5 [m] por 26 [m].

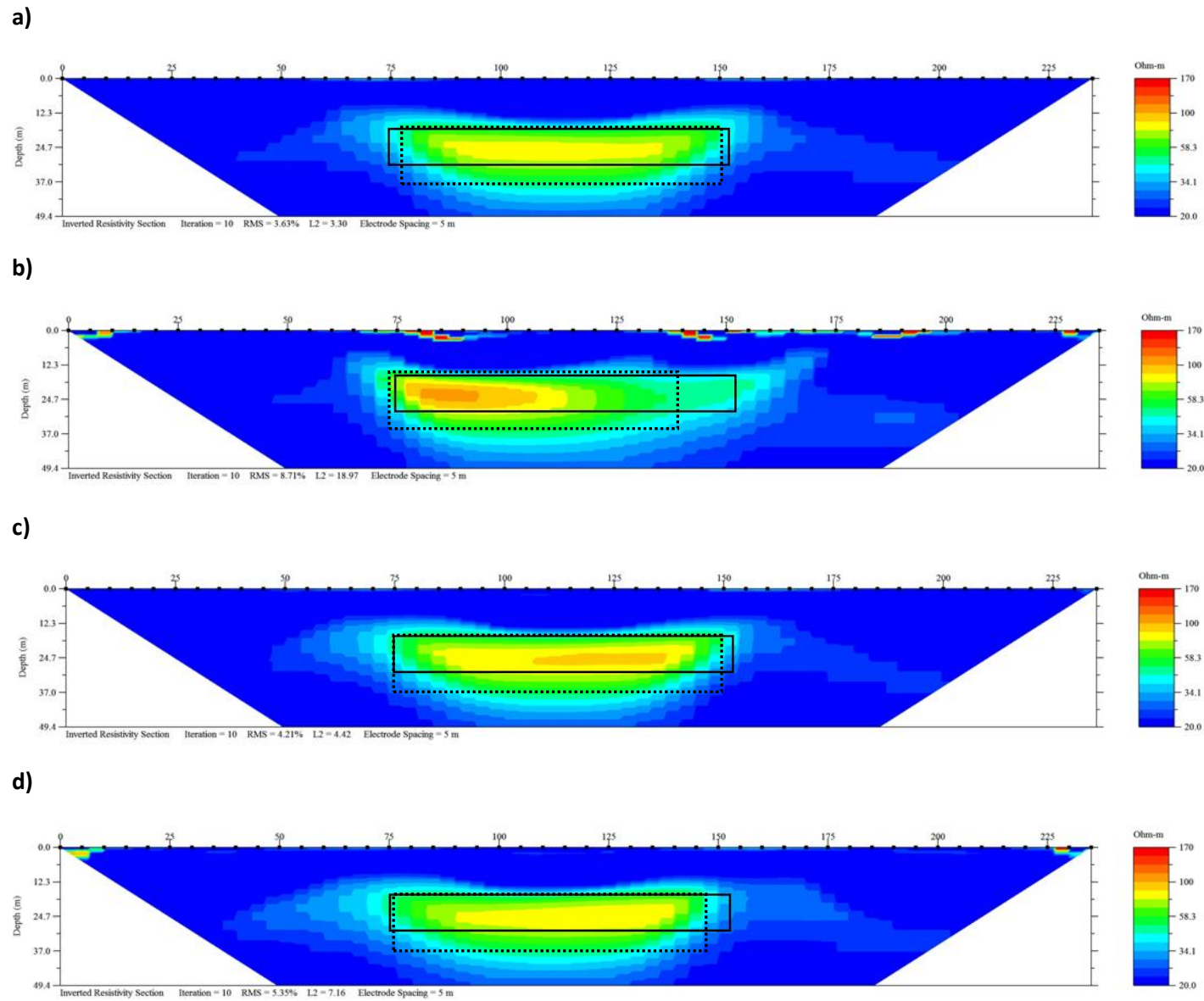
Una vez aplicadas las dos correcciones propuestas obtenemos pseudosecciones en las que las anomalías falsas son eliminadas, sin embargo las dimensiones del cuerpo siguen siendo sobreestimadas.

En cuanto a los valores de RMS obtenidos para el caso ideal, caso con error, corrección por factor y corrección por interpolación, estos son 3.63%, 8.71%, 4.21% y 5.35% respectivamente. Esto nos indica que a excepción de la inversión de los datos con 50% de error en la posición electródica, las demás inversiones son consideradas de buena calidad.

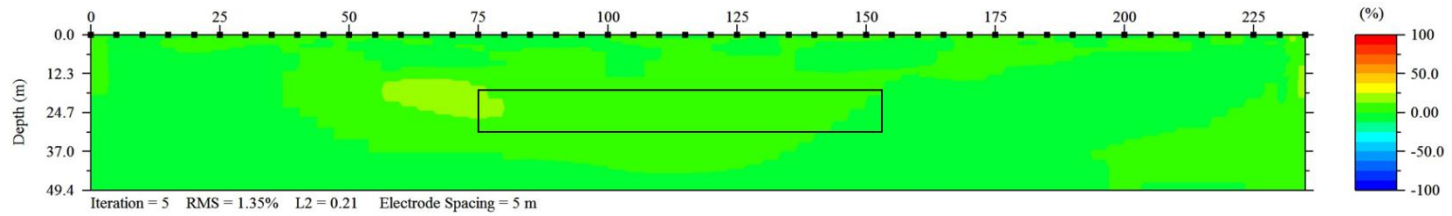
Respecto a las imágenes de inversión de diferencias; para los datos corregidos con el factor las diferencias son prácticamente de 0% en todos los puntos de la sección a excepción de una zona en el extremo izquierdo del cuerpo, en donde hay diferencias de aproximadamente 20% con respecto al caso ideal. Mientras que en la imagen correspondiente a corrección por interpolación se aprecian diferencias del orden del 25% en el extremo izquierdo del cuerpo, así como diferencias de hasta 100% en los extremos del arreglo.



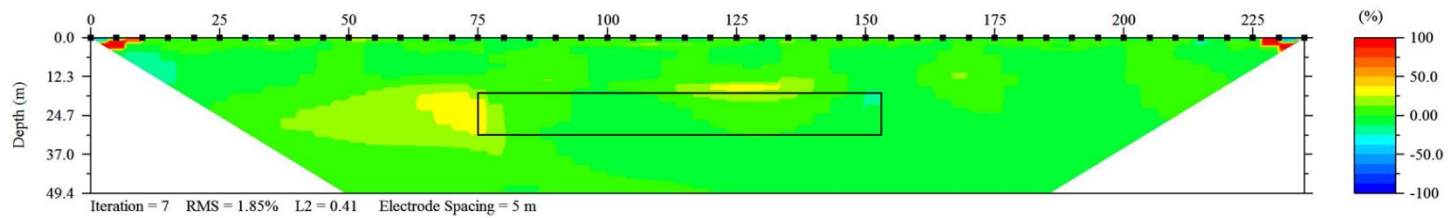
**Figura 19. Arreglo Wenner. Pseudosecciones de resistividad aparente medida. Cuerpo en un semiespacio. a) Caso ideal b) 50% de error aleatorio en la posición electrónica c) Aplicación de factor geométrico de corrección d) Interpolación de datos.**



**Figura 20. Arreglo Wenner. Secciones de resistividad invertida. Cuerpo en un semiespacio. a) Caso ideal b) 50% de error aleatorio en la posición electródica c) Aplicación de factor geométrico de corrección d) Interpolación de datos. La línea continua representa el cuerpo original, mientras que la línea punteada representa el cuerpo detectado.**



**Figura 21. Arreglo Wenner. Contacto horizontal. Porcentaje de diferencia entre los datos de resistividad del caso ideal y los datos multiplicados por el factor de corrección.**



**Figura 22. Arreglo Wenner. Contacto horizontal. Porcentaje de diferencia entre los datos de resistividad del caso ideal y los datos interpolados**

## 4.2.2 Contacto vertical

La pseudosección de resistividad aparente medida generada con los datos con error en la posición electródica, presenta distorsiones (zonas de baja resistividad aparente) con respecto a la del caso ideal; principalmente en la zona central y cerca de la superficie, aproximadamente debajo de los electrodos 16 y 36. Al aplicar a los datos anteriores la corrección por medio del factor, dichas distorsiones se eliminan y la pseudosección resultante es casi igual a la ideal. En el caso de la pseudosección obtenida como producto de la corrección por interpolación, podemos observar que las distorsiones también son eliminadas, sin embargo perdemos algunos datos debido a que eran valores pico que fueron eliminados bajo los criterios establecidos para todas las pseudosecciones.

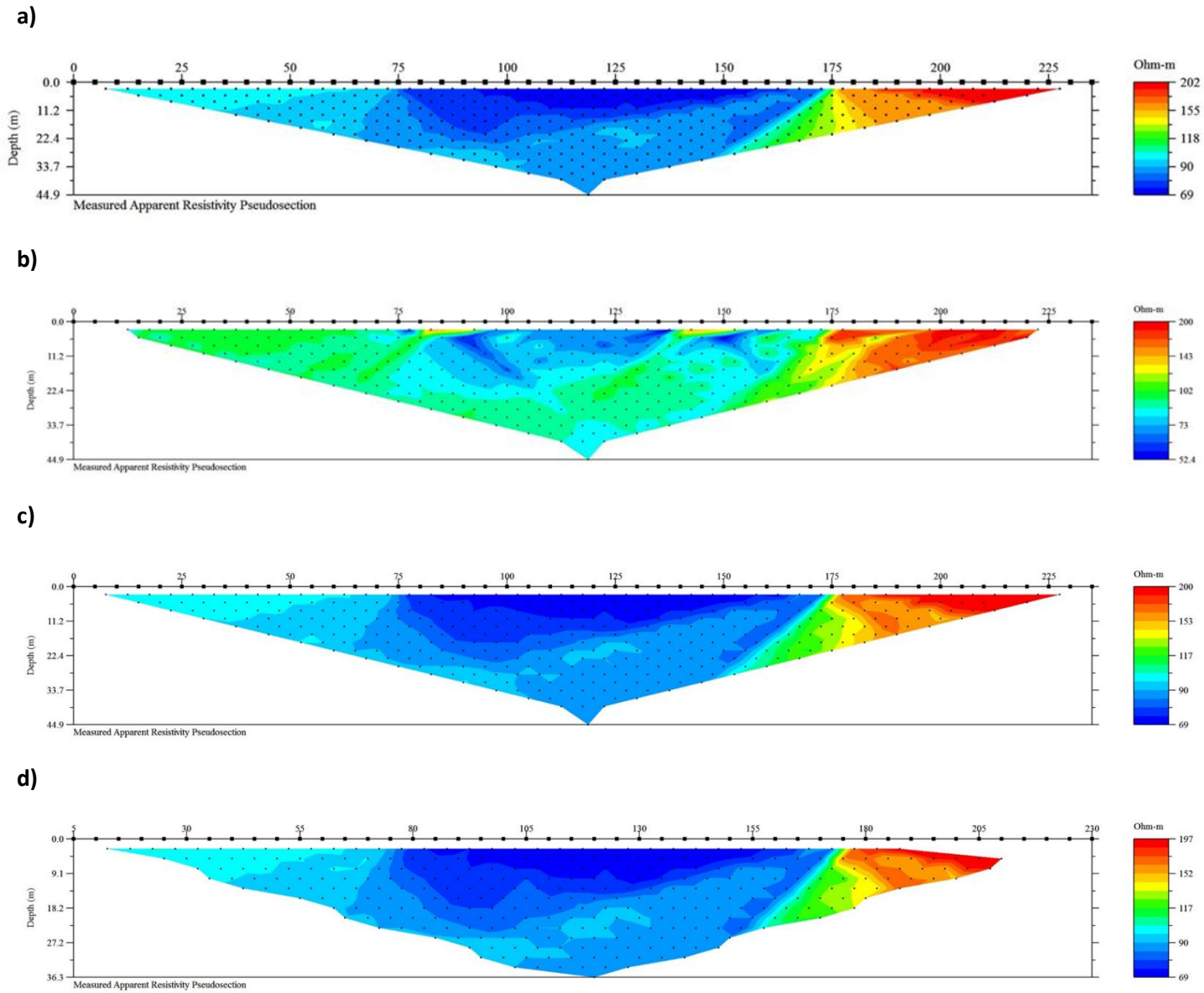
En la sección de resistividad invertida obtenida para el caso ideal, observamos que se definen bien los contactos y que los valores de resistividad obtenidos son prácticamente los mismos del modelo sintético.

La sección obtenida para los datos con 50% de error aleatorio en la posición electródica muestra falsas anomalías que indican zonas de alta resistividad, principalmente cerca de la superficie, debajo de los electrodos 3, 16 y 36.

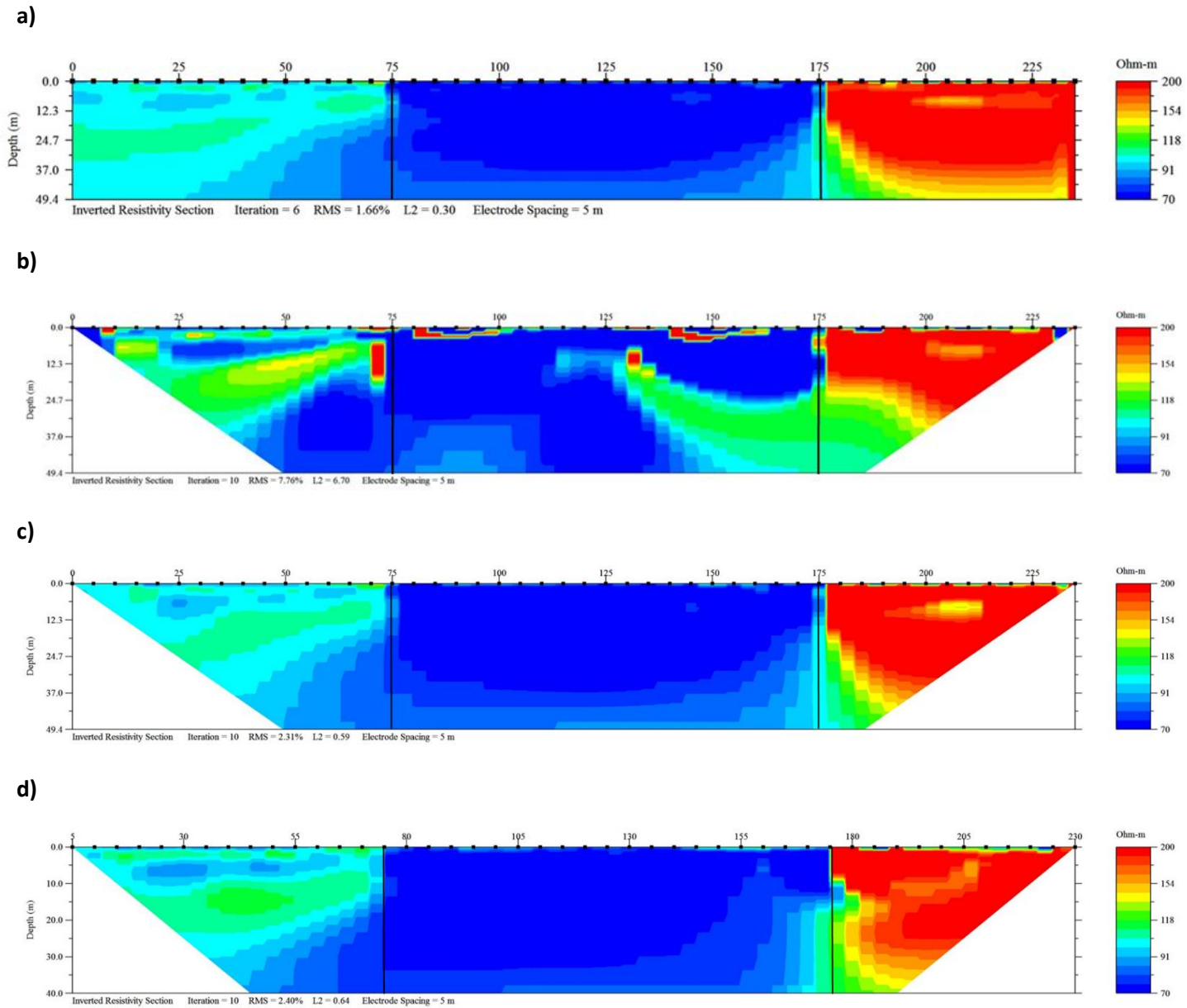
En las secciones generadas con los datos corregidos por las dos metodologías propuestas se eliminan las falsas anomalías y en ambos casos hay una mejor definición de los contactos.

Los valores de RMS obtenidos para el caso ideal, caso con error, corrección por factor y corrección por interpolación, son 1.66%, 7.76%, 2.31% y 2.4% respectivamente. A excepción del RMS obtenido para el caso con error, los otros tres valores indican que las secciones de resistividad invertida son de buena calidad.

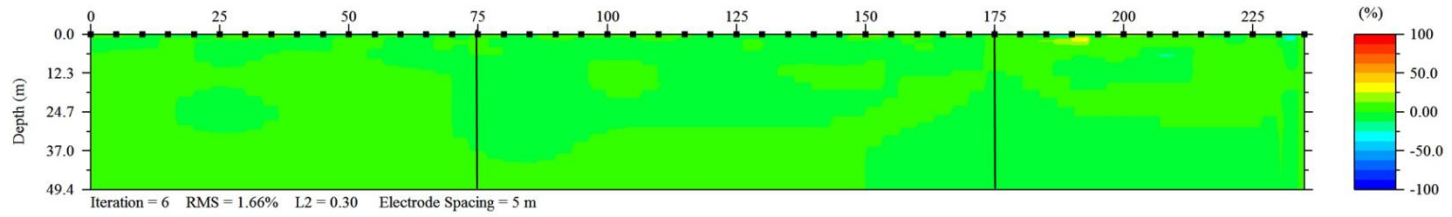
En la imagen de inversión de diferencias para la corrección por factor, se aprecia que en toda la sección las diferencias con respecto al caso ideal son de prácticamente 0%. Para el caso de la imagen de inversión de diferencias de la corrección por interpolación, podemos ver que debajo del electrodo 39 hay una pequeña zona en la que las diferencias con respecto al caso ideal son de hasta un 100%.



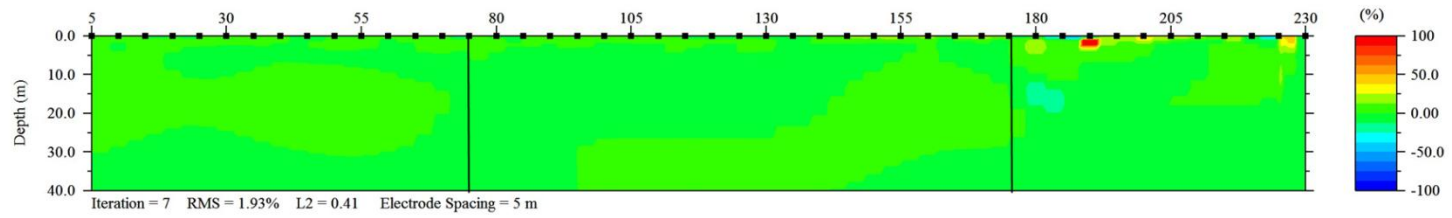
**Figura 23 Arreglo Wenner. Pseudosecciones de resistividad aparente medida. Contacto vertical. a) Caso ideal b) 50% de error aleatorio en la posición electrónica c) Aplicación de factor geométrico de corrección d) Interpolación de datos.**



**Figura 24. Arreglo Wenner. Secciones de resistividad invertida. Contacto vertical. a) Caso ideal b) 50% de error aleatorio en la posición electrodica c) Aplicación de factor geométrico de corrección d) Interpolación de datos. La línea continua representa los contactos originales.**



**Figura 25. Arreglo Wenner. Contacto vertical. Porcentaje de diferencia entre los datos de resistividad del caso ideal y los datos multiplicados por el factor de corrección. La línea continua representa los contactos originales. La línea continua representa los contactos originales.**



**Figura 26. Arreglo Wenner. Contacto vertical. Porcentaje de diferencia entre los datos de resistividad del caso ideal y los datos interpolados. La línea continua representa los contactos originales. La línea continua representa los contactos originales.**



## 4.3 Schlumberger

### 4.3.1 Cuerpo en un semiespacio

En la pseudosección de resistividad aparente medida generada con los datos obtenidos al colocar los electrodos con 50% de error aleatorio en la posición, podemos observar distorsiones significativas prácticamente en toda la zona ubicada debajo de los electrodos 11 a 16, así como debajo del electrodo 40, en ambos casos la imagen indica zonas de alta resistividad. También se aprecia una alteración diagonal que pasa por el centro de la pseudosección. Después de aplicar las correcciones propuestas, se obtienen pseudosecciones en las cuales se eliminan las distorsiones antes mencionadas y para ambos casos la distribución de resistividades es más parecida a la de la pseudosección ideal.

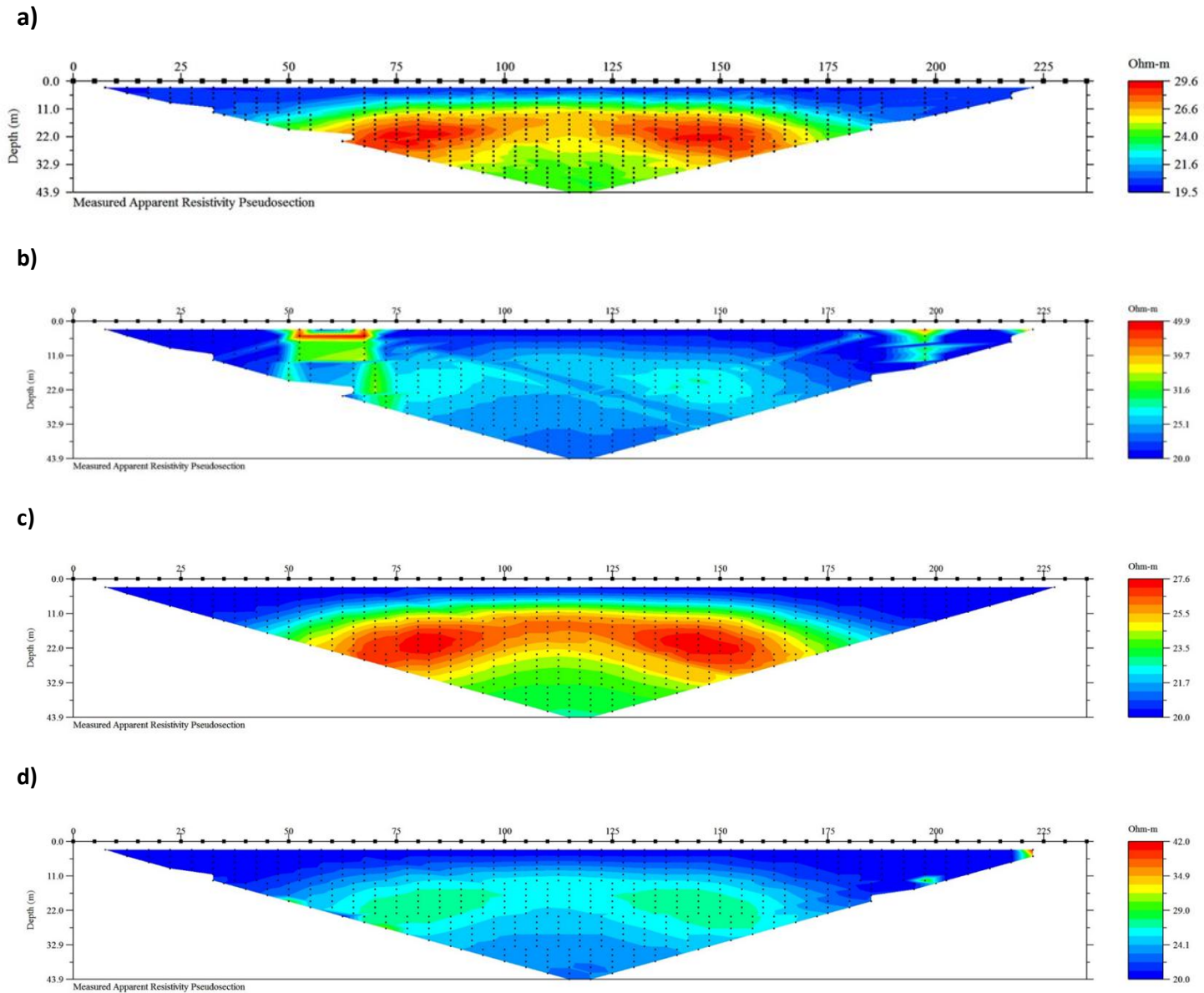
En cuanto a las secciones de resistividad invertida, en el caso ideal observamos que el cuerpo se distingue con bastante claridad, su profundidad es detectada exitosamente y sus dimensiones son sobreestimadas a profundidad.

La sección de resistividad invertida correspondiente a los datos con error nos muestra zonas de alta resistividad que no existen en el modelo sintético. La profundidad del cuerpo es detectada eficientemente, pero sus dimensiones son subestimadas. Si bien los valores de resistividad obtenidos no corresponden a los del modelo sintético, sí son parecidos a los obtenidos en la sección del caso ideal.

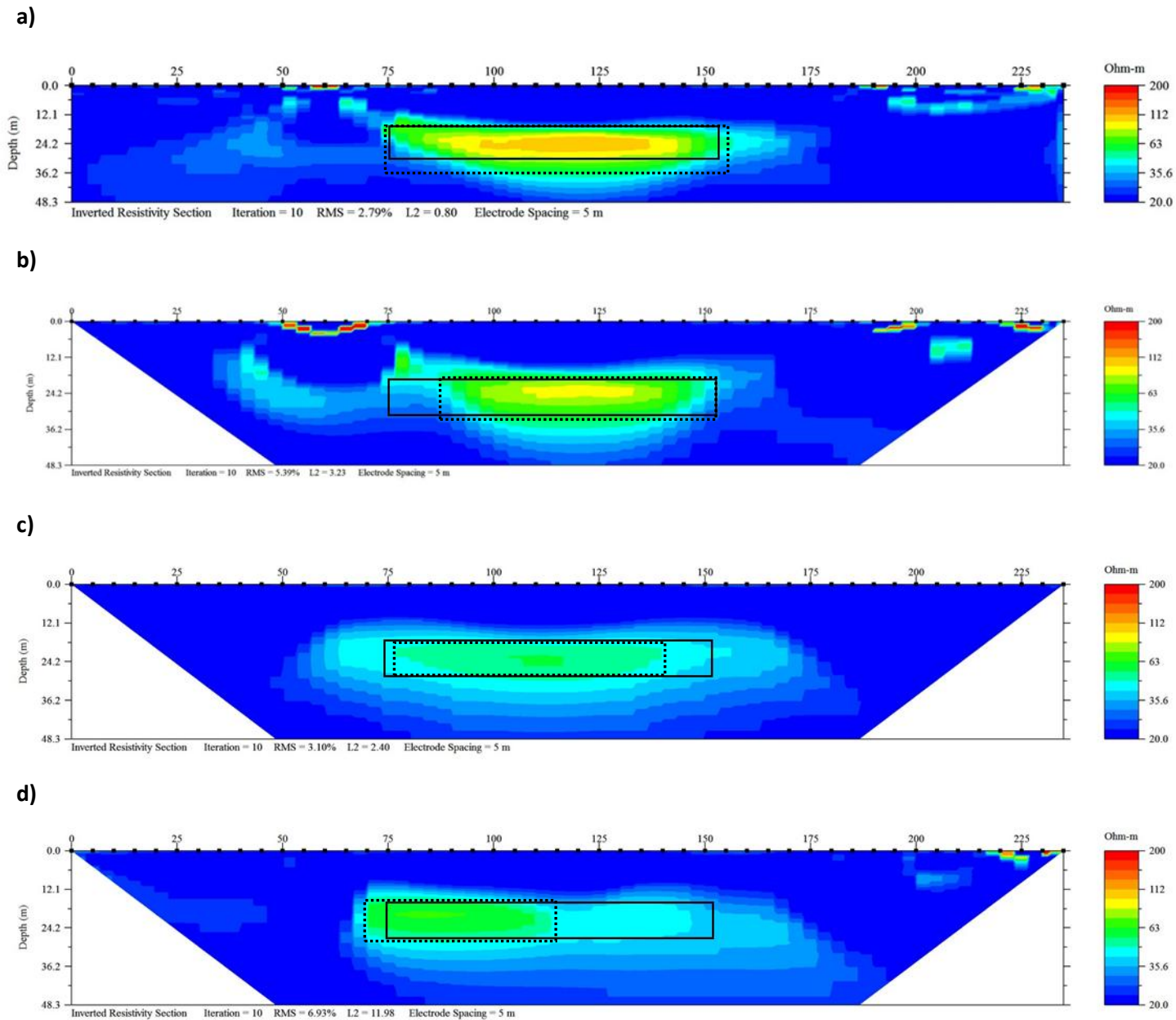
En cuanto a la sección de resistividad invertida para la corrección por factor, se eliminan las falsas anomalías, sin embargo, el cuerpo no se distingue claramente y sus dimensiones son subestimadas. En la sección obtenida con la corrección por interpolación aún pueden observarse algunas falsas anomalías (zonas de alta resistividad) cercanas a la superficie debajo de los electrodos 46, 47 y 48. Asimismo, el cuerpo no se distingue con claridad, de hecho parece que se carga hacia el lado izquierdo y sus dimensiones se ven disminuidas casi en un 50%.

Los valores de RMS obtenidos para el caso ideal, caso con error, corrección por factor y corrección por interpolación, son 2.79%, 5.39%, 3.1% y 6.93% respectivamente. Estos valores nos indican que solo las inversiones del caso ideal y del caso de corrección por factor serían consideradas de buena calidad.

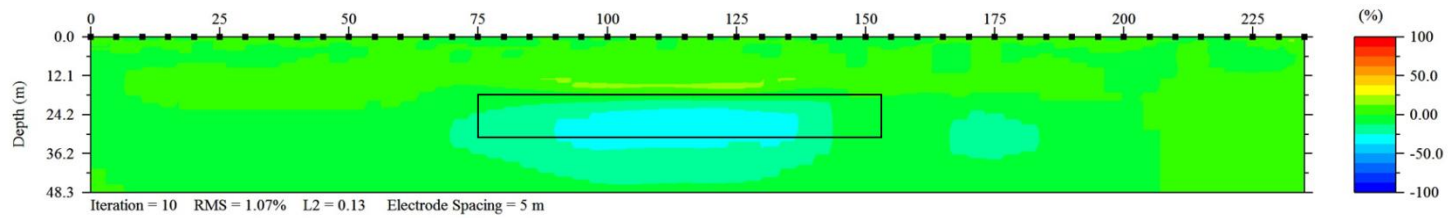
Las imágenes de inversión de diferencias nos muestran en el caso de la corrección por factor diferencias de -10% a -30% en prácticamente toda la zona en la que se encuentra el cuerpo original y debajo del mismo, así como diferencias del orden del 10% en diferentes zonas a lo largo de la sección. En el caso de la imagen de inversión de diferencias para los datos corregidos por interpolación se observan diferencias de -30% en la zona correspondiente a la mitad derecha del cuerpo original, así como diferencias en un rango de -100% a 100% cerca de la superficie debajo de los electrodos 45 a 48.



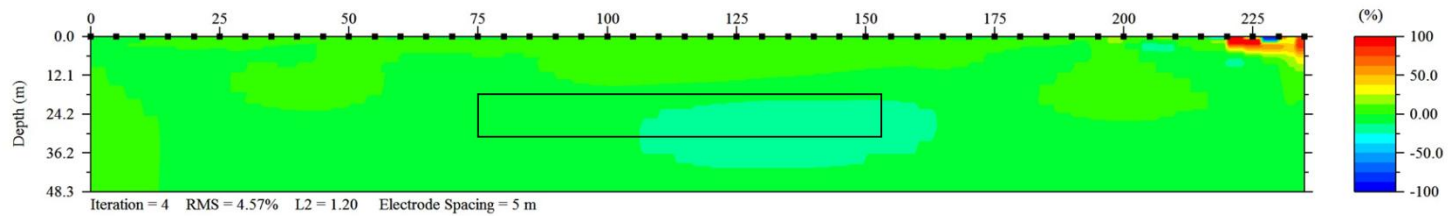
**Figura 27. Arreglo Schlumberger. Pseudosecciones de resistividad aparente medida. Cuerpo en un semiespacio. a) Caso ideal b) 50% de error aleatorio en la posición electródica c) Aplicación de factor geométrico de corrección d) Interpolación de datos.**



**Figura 28 Arreglo Schlumberger. Secciones de resistividad invertida. Cuerpo en un semiespacio. a) Caso ideal b) 50% de error aleatorio en la posición electródica c) Aplicación de factor geométrico de corrección d) Interpolación de datos. La línea continua representa el cuerpo original, mientras que la línea punteada representa el cuerpo detectado.**



**Figura 29. Arreglo Schlumberger. Contacto horizontal. Porcentaje de diferencia entre los datos de resistividad del caso ideal y los datos multiplicados por el factor de corrección.**



**Figura 30. Arreglo Schlumberger. Contacto horizontal. Porcentaje de diferencia entre los datos de resistividad del caso ideal y los datos interpolados.**

### 4.3.2 Contacto vertical

En la sección de resistividad aparente medida obtenida con los datos con 50% de error aleatorio en el posicionamiento de los electrodos podemos ver que la distribución de resistividades se ve afectada con respecto a las del caso ideal. Aproximadamente debajo del electrodo 13 podemos ver una distorsión que indica una zona de baja resistividad.

Después de aplicar las correcciones propuestas, observamos que para ambos casos se elimina la distorsión y la distribución de resistividades es más parecida a la del caso ideal.

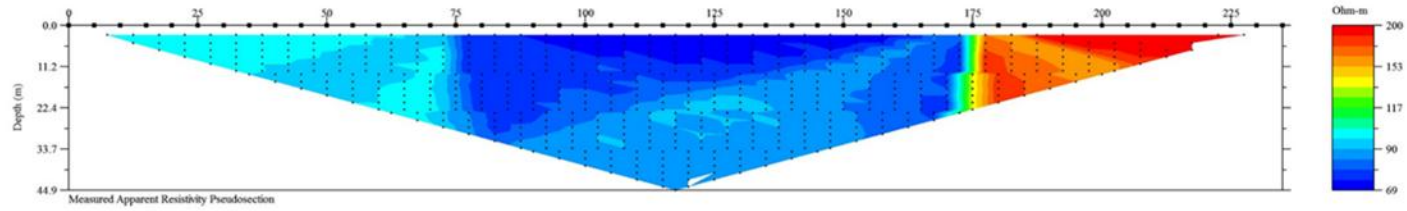
En las secciones de resistividad invertida, en el caso de los datos con error en el posicionamiento eléctrico se pierde por completo la definición del contacto de la izquierda, en su lugar se observa un cuerpo con valores altos de resistividad. En cuanto al contacto del lado derecho éste puede distinguirse, sin embargo en esta zona también pueden verse pequeños cuerpos cercanos a la superficie con valores de resistividad bajos.

La sección correspondiente a la aplicación de la corrección por factor muestra una mejor definición de los contactos y la distribución de resistividades es muy parecida a la del caso ideal. En cuanto a la sección para la corrección por interpolación, se eliminan algunas falsas anomalías, sin embargo, el cuerpo del extremo derecho no está muy bien definido.

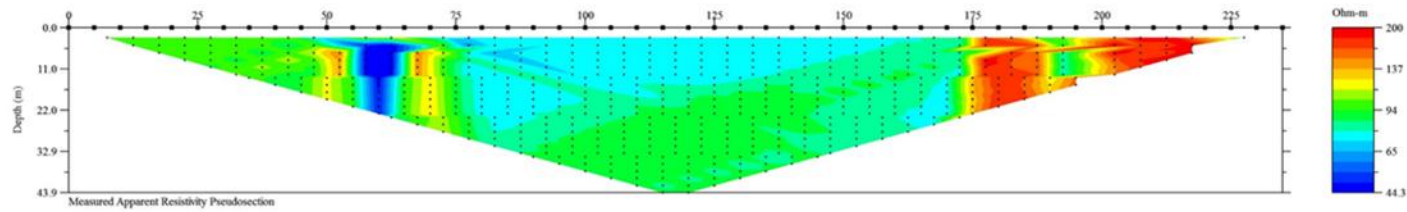
Los valores de RMS obtenidos para el caso ideal, caso con error, corrección por factor y corrección por interpolación, son 2.32%, 8.63%, 2.28% y 3.60% respectivamente. Estos valores nos indican que a excepción de la inversión de los datos con error, las demás inversiones serían consideradas de buena calidad.

En las imágenes de inversión de diferencias, apreciamos para el caso de la corrección por factor que las diferencias se encuentran en un rango de -5% a 5% a lo largo de toda la sección. Para la corrección por interpolación las diferencias más grandes se observan en la zona del cuerpo del extremo derecho y están en un rango de -50% a 100%.

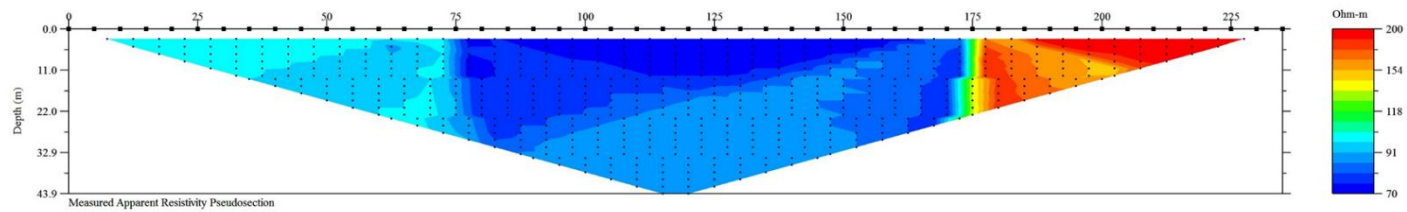
a)



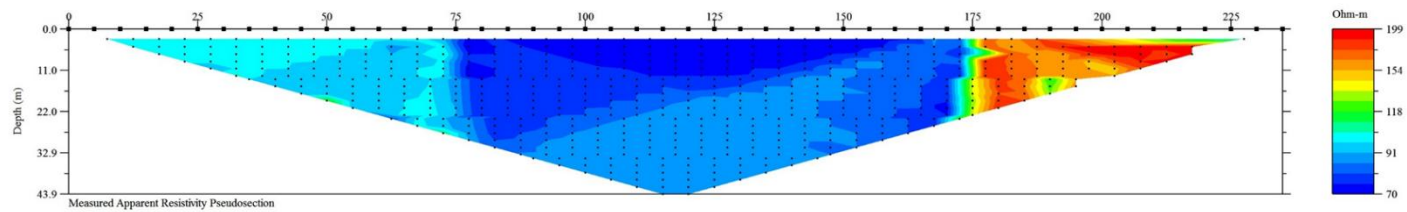
b)



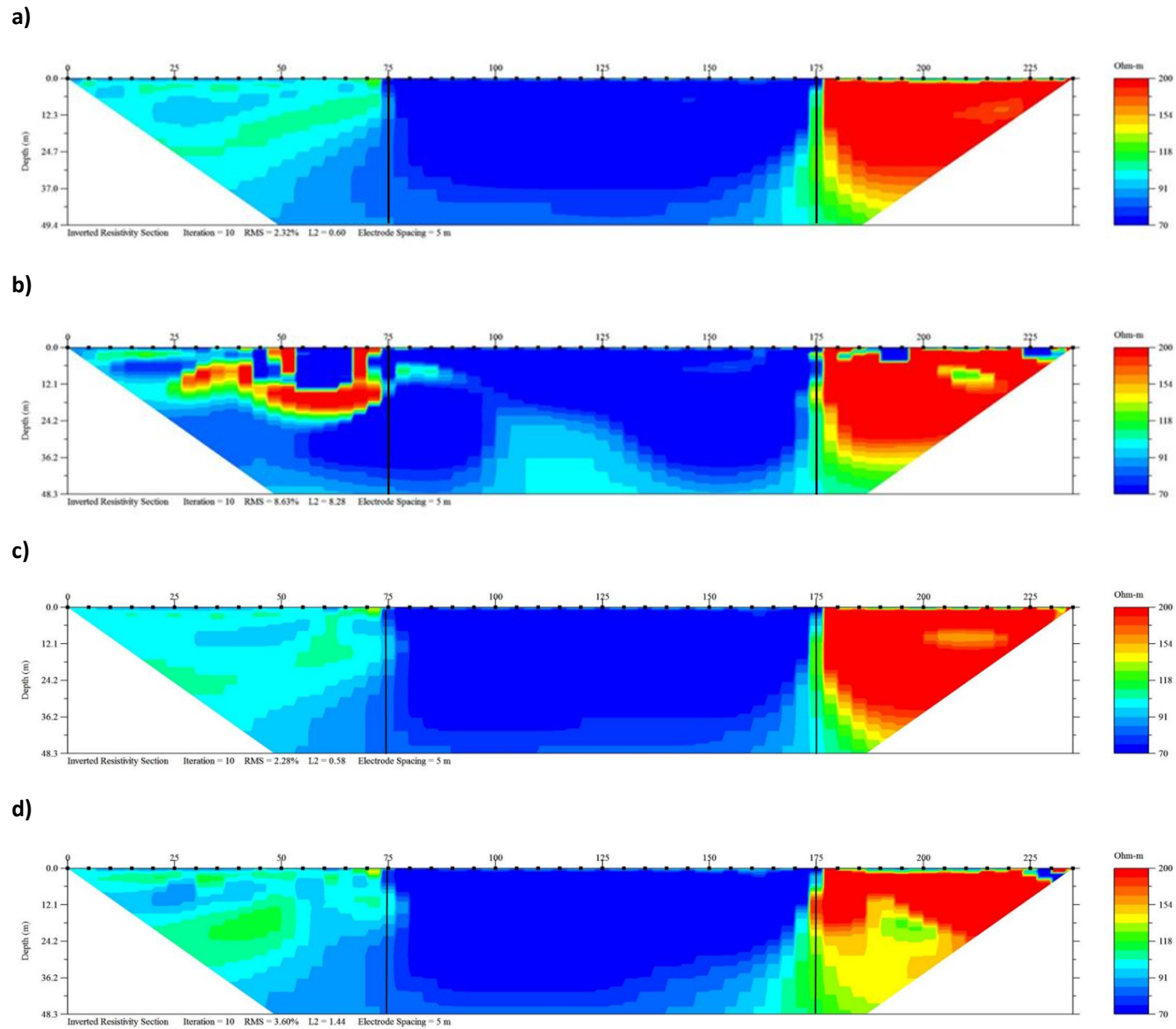
c)



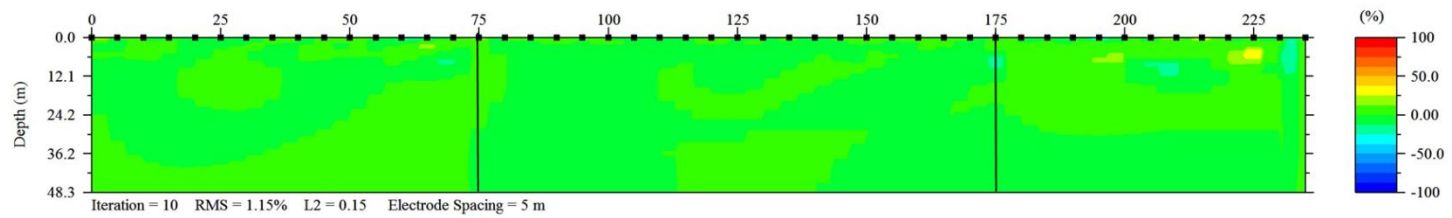
d)



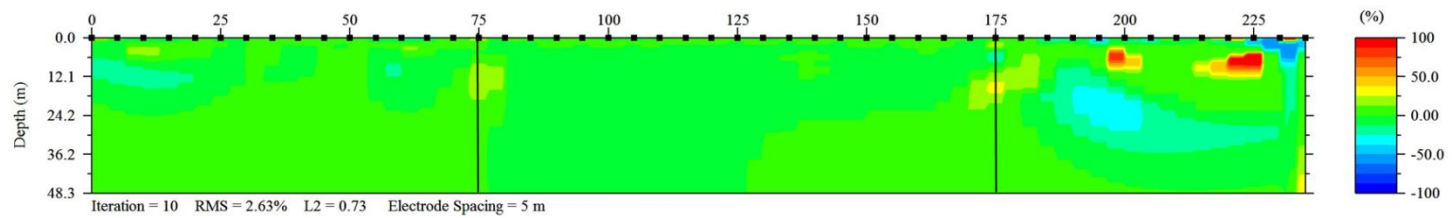
**Figura 31 Arreglo Schlumberger. Pseudosecciones de resistividad aparente medida. Contacto vertical. a) Caso ideal b) 50% de error aleatorio en la posición electródica c) Aplicación de factor geométrico de corrección d) Interpolación de datos.**



**Figura 32. Arreglo Schlumberger. Secciones de resistividad invertida. Contacto vertical. a) Caso ideal b) 50% de error aleatorio en la posición electrodica c) Aplicación de factor geométrico de corrección d) Interpolación de datos. La línea continua representa los contactos originales.**



**Figura 33. Arreglo Schlumberger. Contacto vertical. Porcentaje de diferencia entre los datos de resistividad del caso ideal y los datos multiplicados por el factor de corrección. La línea continua representa los contactos originales.**



**Figura 34. Arreglo Schlumberger. Contacto vertical. Porcentaje de diferencia entre los datos de resistividad del caso ideal y los datos interpolados. La línea continua representa los contactos originales.**



## Capítulo 5: Conclusiones y Recomendaciones

Después de analizar el cálculo de porcentaje de error punto a punto, las pseudosecciones de resistividad aparente medida, las secciones de resistividad invertida, el valor de RMS y las imágenes de inversión de diferencias, podemos concluir, que ambas metodologías son eficaces para la corrección de errores relacionados con el posicionamiento no uniforme de los electrodos.

Para todos los arreglos tanto en el caso de cuerpo en un semiespacio, como el de contacto vertical; después de la aplicación de ambas metodologías, se eliminaron casi por completo todas las distorsiones que se observaban en las pseudosecciones de resistividad aparente medida generadas con los datos con errores en el posicionamiento eléctrico.

Por otra parte, con respecto a los valores de RMS calculados para cada sección invertida, pudimos notar que sólo en algunos casos nos indican que las secciones invertidas generadas con los datos corregidos no son de buena calidad. Dichos casos son: los de datos de contacto vertical con arreglo Dipolo-Dipolo corregidos por factor, datos de contacto vertical con arreglo Dipolo-Dipolo corregidos por interpolación y datos de cuerpo en un semiespacio con arreglo Schlumberger corregidos por interpolación.

Lo esperado sería, que el método de interpolación tuviera ciertas dificultades en la detección del cuerpo en un semiespacio, debido a que los datos que se utilizan para interpolar corresponden al mismo nivel, por lo que no toma en cuenta datos debajo o sobre el punto interpolado. Sin embargo, sólo en el caso mencionado anteriormente (arreglo Schlumberger) la inversión no fue de buena calidad.

Las imágenes de inversión de diferencias nos muestran que para ambos casos, el porcentaje de diferencia entre los casos ideales y los datos corregidos por ambas metodologías son aceptables. Aunque en algunas imágenes se observaron diferencias de hasta 100% en algunos puntos, estos no afectaban significativamente en la detección del cuerpo y los contactos.

Tanto para los casos ideales como para los casos de corrección por ambos métodos, podemos darnos cuenta de que dependiendo de la resolución de cada arreglo es que se puede identificar mejor un tipo de estructura en concreto. En nuestro caso, corroboramos que el arreglo Dipolo- Dipolo es más eficaz en la detección de estructuras verticales, mientras que los arreglos Schlumberger y Wenner resultaron ser efectivos para caracterizar ambos tipos de estructuras, aunque mayormente para las horizontales.

Aunque ambas metodologías proporcionaron buenos resultados, matemáticamente lo correcto sería la implementación del método de interpolación, ya que con el obtenemos

los valores de resistividad en las posiciones teóricas y posteriormente el software comercial utilizado para la inversión puede trabajar correctamente con los datos; mientras que haciendo la corrección por medio de la multiplicación por un factor los datos se ingresan al software suponiendo que los valores se leyeron en las posiciones teóricas cuando en la realidad no fue así y forzamos al programa a utilizar el factor geométrico real en lugar del factor teórico. Esto es efectivo sólo si consideramos que el valor de resistividad en el subsuelo no cambia drásticamente entre el punto real al que debe asignarse y el punto teórico.

Es difícil decir cuál de las dos metodologías es la más efectiva para la corrección de errores relacionados con el posicionamiento de los electrodos, ya que aunque con base en algunos resultados obtenidos la corrección por factor es más cercana al caso ideal, sería necesario encontrar el grado del polinomio que proporcione el mejor resultado para hacer la corrección por interpolación y entonces si compararlo con la corrección por factor. Sin embargo, esto se encuentra fuera de los objetivos y alcances de este trabajo.

### **Recomendaciones**

Para continuar con el análisis de la corrección de errores relacionados con la posición electródica, sería interesante agregar la topografía, para con ello detectar algún otro tipo de alteraciones, asimismo la implementación de las metodologías propuestas en algún caso de Tomografía Resistiva 3D contribuiría al análisis de su efectividad.

Hacer pruebas con otros arreglos o con otras estructuras también sería enriquecedor para el análisis.

Para mejorar la corrección por interpolación, es importante encontrar el grado del polinomio que proporciona mejores resultados.

# Bibliografía

- AGI, 2008. Instruction Manual for EarthImager 2D Resistivity Inversion Software. Austin, Texas.
- Bing Zhou and Torleif Dahlin. Properties and effects of measurement errors on 2D resistivity imaging surveying. *Near Surface Geophysics*, 2003, 105-117.
- Loke M. H., 2012, Tutorial: 2-D and 3-D Electrical Imaging Surveys.
- Menke W., 2012, Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory. Academic Press, Elsevier, Massachusetts, USA.
- Orellana, E., 1982. Prospección Geoeléctrica por Corriente Continua. Paraninfo, Madrid.
- Pablo A. Weinzettel, Sebastián Dietrich y Marcelo Varni, 2009. Utilización de tomografía eléctrica con distintas configuraciones y espaciamentos electródicos para la caracterización de la zona no saturada.
- Tarantola, A., 1987. Inverse Problem Theory and methods for Model Parameter Estimation, SIAM.
- W.H. Press, B. P. Flannery, S.A. Teukolsky and W.T. Vetterling, Numerical Recipes. Cambridge University Press, 1986"