



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA CIVIL – GEOTECNIA**

**ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE TALUDES 3D CONSIDERANDO EL EFECTO  
DE LA INFILTRACIÓN POR PRECIPITACIONES**

**TESIS**  
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**  
**DANIEL ZULUAGA BETANCUR**

**TUTOR**  
**DRA. NORMA PATRICIA LÓPEZ ACOSTA, INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**CIUDAD DE MÉXICO, SEPTIEMBRE DE 2016**

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO

Secretario: DR. GABRIEL AUVINET GUICHARD

Vocal: DRA. NORMA PATRICIA LÓPEZ ACOSTA

1<sup>er.</sup> Suplente: DRA. ALEXANDRA OSSA LÓPEZ

2<sup>do.</sup> Suplente: DR. EDUARDO BOTERO JARAMILLO

Lugar donde se realizó la tesis: Instituto de Ingeniería, UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

DRA. NORMA PATRICIA LÓPEZ ACOSTA

-----  
**FIRMA**

## **AGRADECIMIENTOS**

*A mi familia, mis amigos, mis compañeros de la maestría y del Instituto de Ingeniería UNAM, y especialmente a Carolina, Yizath, Juliana, Diego y César, por su apoyo, ayuda y motivación.*

*A la Dra. Norma Patricia López Acosta por sus enseñanzas, dedicación, apoyo, asesoría y tiempo, que hicieron posible la elaboración de esta tesis.*

*Al Dr. Gabriel Auvinet, al Dr. Rigoberto Rivera, al Dr. Eduardo Botero y a la Dra. Alexandra Ossa, por la lectura, revisión y aportaciones a esta tesis.*

*Al CONACYT y al Instituto de Ingeniería UNAM por el apoyo económico recibido durante el desarrollo de esta tesis.*

## **RESUMEN**

Los métodos de análisis de estabilidad de un talud se basan en un planteamiento físico-matemático en el que intervienen las fuerzas estabilizadoras y desestabilizadoras sobre el talud. Mediante este tipo de evaluaciones se pueden determinar las condiciones de estabilidad de un talud o una ladera, investigar los mecanismos potenciales de falla, evaluar diferentes panoramas y acciones de mejoramiento. En este trabajo se sintetizan los principales métodos de equilibrio límite (MEL) bidimensionales y tridimensionales que se han desarrollado a la fecha, y también se discute la aplicación del método de elementos finitos (MEF) en la solución de problemas de estabilidad de taludes y laderas.

Se pone especial énfasis en aspectos relacionados con el proceso de infiltración de precipitaciones en un talud, el cual se considera como uno de los principales factores desencadenantes en la inestabilidad de taludes. Con respecto a lo anterior, la relación entre lluvias intensas y los deslizamientos es una realidad conocida, que solamente se ha estudiado mediante modelos de estabilidad de taludes bidimensionales desarrollados tradicionalmente con el método de equilibrio límite.

Existen varias investigaciones en las que se ha realizado una comparación entre los resultados de análisis de estabilidad obtenidos utilizando el método del equilibrio límite (MEL) y el método del elemento finito (MEF) en dos y tres dimensiones. Se resalta que en casi todas estas investigaciones se han considerado taludes 2D o 3D en condiciones secas, y solamente en algunas como la de Gao et al. (2014), se consideran variaciones impuestas en los niveles del agua freática.

Así, la principal contribución de esta investigación es ampliar este panorama, mediante la implementación y el desarrollo de análisis acoplados de flujo transitorio (infiltración de precipitaciones con el MEF) y de estabilidad de taludes en dos y tres dimensiones (utilizando el MEL y el MEF), con el fin de determinar el efecto de la infiltración por precipitaciones en la disminución del factor de seguridad en un talud o una ladera. Se resalta que en la revisión bibliográfica realizada no se encontró ninguna investigación documentada que tratara el tema mencionado en taludes 3D. Los análisis efectuados en esta tesis se llevan a cabo asumiendo el estado transitorio del flujo de agua dentro de los taludes de interés, considerando la teoría de los suelos parcialmente saturados.

Tradicionalmente se ha establecido que en condiciones secas los factores de seguridad de taludes 2D pueden ser inferiores a los obtenidos en taludes equivalentes 3D, siendo más conservadores los primeros. De acuerdo con los resultados obtenidos en el presente trabajo, se puede concluir que en el caso de geometrías tridimensionales muy desfavorables (como los taludes de forma convexa) en condiciones secas, el factor de seguridad tridimensional puede resultar igual o menor que el bidimensional. Adicionalmente, tanto de los análisis de estabilidad de taludes con el MEL como con el MEF, puede concluirse que en tres dimensiones resulta crítica la consideración del aumento de presiones de poro por el proceso de infiltración de precipitaciones, obteniendo en algunos casos factores de seguridad 3D iguales o inferiores al factor de seguridad 2D equivalente.



Lo anterior no puede generalizarse para todo tipo de taludes y de condiciones, pero permite establecer que no necesariamente en todos los casos, los análisis de estabilidad de taludes en dos dimensiones son más conservadores que los análisis tridimensionales.

## CONTENIDO

	Página
<b>ÍNDICE DE FIGURAS.....</b>	<b>V</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS.....</b>	<b>VII</b>
<b>SIMBOLOGÍA .....</b>	<b>VIII</b>
<b>1 INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>11</b>
1.1 PROBLEMÁTICA Y JUSTIFICACIÓN.....	11
1.2 OBJETIVOS .....	12
1.2.1 General .....	12
1.2.2 Específicos.....	12
1.3 ALCANCE.....	13
<b>2 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE TALUDES .....</b>	<b>14</b>
2.1 FACTORES QUE AFECTAN LA ESTABILIDAD DE TALUDES.....	14
2.2 CONDICIONES DE ANÁLISIS DE ESTABILIDAD .....	15
2.2.1 Estabilidad al final de la construcción .....	15
2.2.2 Estabilidad a largo plazo .....	15
2.2.3 Vaciado rápido .....	15
2.2.4 Sismo.....	16
2.2.5 Consolidación parcial en etapas de construcción.....	16
2.3 MÉTODOS DE ANÁLISIS DE ESTABILIDAD .....	16
2.4 MÉTODO DE EQUILIBRIO LÍMITE (MEL) .....	18
2.4.1 Factor de seguridad.....	19
2.4.2 Métodos bidimensionales .....	21
2.4.3 Métodos tridimensionales .....	24
2.4.4 Métodos 2D vs. Métodos 3D .....	30
2.5 MÉTODOS NUMÉRICOS .....	31
2.5.1 Método del elemento finito (MEF) .....	33
2.5.2 Método de diferencias finitas (MDF) .....	37
<b>3 ANÁLISIS DE FLUJO TRANSITORIO DE AGUA Y EL FENÓMENO DE INFILTRACIÓN POR PRECIPITACIONES.....</b>	<b>38</b>
3.1 SUELOS PARCIALMENTE SATURADOS .....	38
3.1.1 Fases de un suelo parcialmente saturado .....	38
3.1.2 Clasificación de los suelos parcialmente saturados .....	40
3.2 FENÓMENO DE SUCCIÓN .....	41
3.2.1 Succión mátrica o capilar .....	42

3.2.2	Succión osmótica.....	43
3.3	PROPIEDADES HIDRÁULICAS .....	44
3.3.1	Función de almacenamiento o curva característica .....	44
3.3.2	Función de conductividad hidráulica .....	48
3.4	PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA MASA.....	49
3.5	ECUACIÓN PARA FLUJO TRANSITORIO .....	50
3.6	PROCESO DE INFILTRACIÓN POR PRECIPITACIONES Y SU EFECTO SOBRE LA ESTABILIDAD DE TALUDES .....	53
<b>4</b>	<b>ANÁLISIS ACOPLADOS DE INFILTRACIÓN POR PRECIPITACIONES Y ESTABILIDAD DE TALUDES .....</b>	<b>59</b>
4.1	METODOLOGÍA IMPLEMENTADA .....	59
4.1.1	Análisis de infiltración por precipitaciones.....	59
4.1.2	Análisis de estabilidad de taludes (MEL) .....	62
4.1.3	Análisis de estabilidad de taludes (MEF) .....	67
4.1.4	Análisis acoplados .....	68
4.2	CASOS DE ANÁLISIS .....	69
4.2.1	Geometrías.....	69
4.2.2	Caracterización.....	70
4.2.3	Infiltración por precipitaciones .....	72
4.3	RESULTADOS.....	74
4.3.1	Análisis en condiciones secas.....	74
4.3.2	Análisis considerando infiltración por precipitaciones constante .....	77
4.3.3	Análisis considerando infiltración de precipitaciones variable .....	85
<b>5</b>	<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>91</b>
5.1	GENERALES .....	91
5.2	ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN CONDICIONES SECAS .....	92
5.3	ANÁLISIS ACOPLADOS DE FLUJO TRANSITORIO-ESTABILIDAD CON EL MEL Y MEF.....	93
5.4	RECOMENDACIONES PARA ANÁLISIS NUMÉRICOS ACOPLADOS.....	94
	<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>97</b>
	<b>BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA .....</b>	<b>104</b>
	<b>ANEXO A - MÉTODOS DE EQUILIBRIO LÍMITE BIDIMENSIONALES .....</b>	<b>105</b>
	<b>ANEXO B - MÉTODOS DE EQUILIBRIO LÍMITE TRIDIMENSIONALES .....</b>	<b>119</b>
	<b>ANEXO C - MODELOS DE AJUSTE DE LA CURVA CARACTERÍSTICA Y MODELOS DE ESTIMACIÓN DE LA FUNCIÓN DE CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA .....</b>	<b>144</b>
	<b>ANEXO D - RESULTADOS DE LOS ANÁLISIS DE ESTABILIDAD .....</b>	<b>151</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

	Página
Figura 01. Equilibrio de fuerzas y de momentos (modificado de Abramson et al., 2002) .....	20
Figura 02. Método de las dovelas superficies de falla circulares (Duncan y Wright, 2005) .....	21
Figura 03. Columna de suelo típica (modificado de Kalathjari y Ali, 2013) .....	26
Figura 04. Mallas utilizando el MEF .....	34
Figura 05. Malla de un talud utilizando FLAC (Akhtar, 2011) .....	37
Figura 06. Componentes fases de un suelo parcialmente saturado (Yoshimi y Osterberg, 1963) ...	39
Figura 07. Estructura de suelos parcialmente saturados (Wroth y Houlsby, 1985) .....	40
Figura 08. Representación esquemática de la succión mátrica (Fredlund y Radardjo, 1993) .....	42
Figura 09. Representación de la succión osmótica en un contenedor (Brady, 1990) .....	44
Figura 10. Curvas características para diferentes suelos (Pérez, 2008) .....	45
Figura 11. Función de almacenamiento (Fredlund y Radardjo, 1993) .....	46
Figura 12. Principio de continuidad (Lu y Likos, 2004) .....	50
Figura 13. Modelo conceptual de perfiles de succión (Yeh et al., 2008) .....	54
Figura 14. Variación del grado de saturación durante el proceso de infiltración (Lumb, 1975) .....	54
Figura 15. Efectos del nivel de agua sobre el factor de seguridad (Janbu, 1989) .....	56
Figura 16. Estado de un talud (Yeh et al., 2008) .....	57
Figura 17. Relación entre lluvias y deslizamientos en Hong Kong (Brand, 1985) .....	58
Figura 18. Condición de frontera de verificación/revisión .....	62
Figura 19. Diagrama de cuerpo libre de una columna (Feng y Fredlund, 2013) .....	63
Figura 20. Análisis acoplado de flujo transitorio y estabilidad de taludes con SVOOffice 2009 .....	68
Figura 21. Geometrías consideradas en los análisis .....	70
Figura 22. Curva característica con el ajuste de Fredlund y Xing .....	71
Figura 23. Función de conductividad hidráulica - Estimación Campbell Modificado .....	71
Figura 24. Función de precipitación variable en el tiempo .....	72
Figura 25. Condiciones de frontera análisis de infiltración por precipitaciones 2D .....	73
Figura 26. Condiciones de frontera análisis de infiltración por precipitaciones 3D .....	73
Figura 27. Resultados análisis de estabilidad con el MEL en condiciones secas .....	74

Figura 28. Resultados análisis de estabilidad con el MEF en condiciones secas .....	76
Figura 29. Proceso de infiltración constante de precipitaciones - Talud 2D .....	78
Figura 30. Proceso de infiltración constante de precipitaciones - Talud 3D Convexo 70° .....	79
Figura 31. Resultados análisis de estabilidad con el MEL e infiltración constante .....	81
Figura 32. Resultados análisis de estabilidad con el MEF e infiltración constante .....	82
Figura 33. Comparación MEL-Spencer y MEF para infiltración constante .....	83
Figura 34. Proceso de infiltración variable de precipitaciones - Talud 3D Extruido .....	86
Figura 35. Resultados análisis de estabilidad con el MEL e infiltración variable en el tiempo .....	87
Figura 36. Resultados análisis de estabilidad con el MEF e infiltración variable en el tiempo .....	89
Figura 37. Comparación MEL-Spencer y MEF para infiltración variable .....	90

## ÍNDICE DE TABLAS

	Página
Tabla 01. Metodologías utilizadas en los análisis de estabilidad de taludes .....	17
Tabla 02. Factor de seguridad mínimo requerido (USACE, 2003).....	20
Tabla 03. Factor de seguridad mínimo requerido (GEO, 2011) .....	21
Tabla 04. Métodos de equilibrio límite para análisis de estabilidad de taludes .....	22
Tabla 05. Principales características MEL .....	27
Tabla 06. Pruebas y equipos para medir la succión (Lu y Likos, 2004).....	47
Tabla 07. Métodos de campo y laboratorio para estimar la permeabilidad de los suelos parcialmente saturados (Zepeda, 2004).....	49
Tabla 08. Caracterización del material del talud .....	71
Tabla 09. Resultados análisis de estabilidad con el MEL en condiciones secas .....	74
Tabla 10. Resultados análisis de estabilidad con el MEF en condiciones secas .....	76
Tabla 11. Resultados análisis de estabilidad con el MEL e infiltración constante .....	81
Tabla 12. Resultados análisis de estabilidad con el MEF e infiltración constante.....	82
Tabla 13. Resultados análisis de estabilidad con el MEL e infiltración variable en el tiempo .....	87
Tabla 14. Resultados análisis de estabilidad con el MEF e infiltración variable en el tiempo .....	88

## **SIMBOLOGÍA**

2D: Dos dimensiones o bidimensional

3D: Tres dimensiones o tridimensional

$\alpha$ : Ángulo de contacto entre el vidrio y el agua

$\alpha_x$ : Inclinação de la columna en la dirección X

$\alpha_y$ : Inclinação de la columna en la dirección Y

$\gamma$ : Peso unitario

$\theta$ : Contenido volumétrico de agua

$\theta_r$ : Contenido volumétrico de agua residual

$\theta_s$ : Contenido volumétrico de agua saturado

$\lambda$ : Porcentaje de la función de fuerzas entre columnas

$\rho$ : Densidad del agua

$\sigma$ : Esfuerzo normal

$\tau$ : Resistencia al esfuerzo cortante requerida para mantener el equilibrio

$\phi$ : Ángulo de fricción interna

$\phi'$ : Ángulo de fricción interna efectivo

$\phi_R$ : Ángulo de fricción interna reducido

$\psi_t$ : Succión total del suelo

$\psi_m$ : Succión matriz matriz o capilar

$\psi_o$ : Succión osmótica

$\Psi_a$ : Valor de entrada de aire

$\Psi_r$ : Valor residual

$A$ : Área real de la base de la columna

$B$ : Ancho promedio de la superficie de falla

$c$ : Cohesión

$c'$ : Cohesión efectiva

$c_R$ : Cohesión reducida

$C$ : Capacidad específica del agua

$D$ : Profundidad promedio de la superficie de falla

$D_x$ : Difusividad hidráulica para un suelo parcialmente saturado (relación de conductividad hidráulica entre la capacidad de agua específica)

$D_x$ : Carga total puntual horizontal y fuerza del refuerzo de la columna en la dirección X

$D_z$ : Carga total puntual vertical y fuerza del refuerzo de la columna

$E_L, E_R$ : Fuerzas normales entre columnas en el plano YZ

$F$ : Factor de reducción

$FS$ : Factor de seguridad

$f(x)$ : Función de fuerzas entre columnas

$g$ : Aceleración de la gravedad

$h$ : Carga hidráulica total

$h_m$ : Carga de la succión mátrica

$H_L, H_R$ : Fuerzas cortantes horizontales entre columnas en el plano YZ

$i$ : Fuerza de filtración

$I$ : Infiltración efectiva acumulada

$k$ : Permeabilidad o conductividad hidráulica

$k^w$ : Función de conductividad hidráulica (propiedad de los materiales).

$k_{wx}$ : Coeficiente de permeabilidad mayor como función de la succión mátrica en direcciones x, y

$k_{wy}$ : Coeficiente de permeabilidad menor en las direcciones x, y

$k^v$ : Función de conductividad de vapor (propiedad de los materiales)

$K$ : Coeficiente de presión de tierras movilizado en la falla

$Kv$ : Aceleración vertical por sismo

$Kh$ : Aceleración horizontal por sismo

$m_2^w$ : Coeficiente del cambio de contenido de agua volumétrico con respecto al cambio de la succión mátrica

MEB: método de elementos de frontera o borde

MED: Método de elementos discretos

MEF: Método del elemento finito

MEL: Método del equilibrio límite

$n$ : Porosidad

$N$ : Fuerza normal en la base de cada columna

$P_L, P_R$ : Fuerzas normales entre columnas en el plano XZ

$q_x$ : Flujo en la dirección x

$q_y$ : Flujo en la dirección y

$q_z$ : Flujo en la dirección z

$Q_L, Q_R$ : Fuerzas cortantes horizontales entre columnas en el plano XZ

$r$ : Radio del tubo capilar

$R$ : Intensidad de precipitación

$s$ : Resistencia al esfuerzo cortante del suelo



$S_m$ : Fuerza cortante movilizada en la base de cada columna

$S_u(3D)$ : Resistencia al esfuerzo cortante movilizada calculada utilizando MEL en 3D

$S_u(2D)$ : Resistencia al esfuerzo cortante movilizada calculada utilizando MEL en 2D

$T$ : Fuerza cortante en la dirección Y en la base de cada columna

$T_s$ : Tensión superficial

$u$ : Presión de poro

$U_a$ : Presión del aire

$U_w$ : Presión del agua

$V_L, V_R$ : Fuerzas cortantes verticales entre columnas en el plano XZ

$X_L, X_R$ : Fuerzas cortantes verticales entre columnas en el plano YZ

$Y_x, Y_y, Y_z$ : Ángulos de dirección de la fuerza normal N en la base de la columna

$W$ : Peso de la columna

$z$ : Carga de elevación

# 1 INTRODUCCIÓN

## 1.1 PROBLEMÁTICA Y JUSTIFICACIÓN

El análisis de estabilidad de taludes es uno de los grandes campos de aplicación de la ingeniería geotécnica. Estos análisis se realizan con el objeto de determinar las condiciones de estabilidad de un talud o una ladera, investigar los mecanismos potenciales de falla, determinar la influencia de diferentes mecanismos de activación (precipitaciones, sismos, entre otros), revisar la efectividad de obras de remediación o estabilización, y diseñar taludes artificiales en función de la seguridad y la economía.

En muchos casos, las fallas de taludes se encuentran relacionadas de una u otra forma con el agua. El agua juega un papel muy importante en la mayoría de procesos de reducción de resistencia de los materiales. La presión de poro dentro de una masa de suelo es uno de los factores que tiene más influencia sobre la estabilidad de un talud o una ladera al reducir la resistencia al esfuerzo cortante de los materiales como resultado de la disminución o pérdida de la presión de poro negativa (succión) y el aumento de la presión positiva. Generalmente, el aumento de presiones de poro está relacionado con la ocurrencia de lluvias, ocasionando infiltración de agua dentro de la masa de suelo, saturando los materiales superficiales, e incluso pudiendo generar un ascenso del nivel de agua freática. La relación entre lluvias fuertes y los deslizamientos es una realidad conocida, estudiada principalmente mediante la utilización de modelos de estabilidad de taludes bidimensionales.

En la práctica ingenieril, usualmente se utilizan análisis bidimensionales basados en el método de equilibrio límite, debido a su efectividad y simplicidad. Los análisis bidimensionales asumen que las propiedades del suelo pueden considerarse homogéneas en la dirección perpendicular al plano de análisis, por lo que prevalecen las condiciones de deformación plana. Si estas hipótesis se aproximan a la realidad, los métodos bidimensionales de análisis de estabilidad de taludes pueden ser utilizados en términos prácticos de manera satisfactoria. Adicionalmente, se resalta que los métodos de análisis de estabilidad en dos dimensiones han sido utilizados exitosamente, ya que en general realizan una estimación conservadora del factor de seguridad (Duncan, 1996), al asumir que la falla del talud se extiende infinitamente en la tercera dimensión, despreciando los efectos de los extremos de la superficie de falla.

Debido a que los análisis bidimensionales ignoran las características de la tercera dimensión de los taludes (o laderas) y de la misma superficie de falla, a partir de 1960 se han desarrollado varios métodos de análisis de estabilidad en tres dimensiones que se basan en el concepto de equilibrio límite. Sin embargo, para aplicar estos métodos, al igual que en los métodos bidimensionales, se requieren adoptar ciertos supuestos para que el problema se vuelva estáticamente determinado. Existen varias maneras de realizar lo anterior: a) reducir el número de variables desconocidas, b) incrementar el número de ecuaciones, o c) implementar ambas medidas, de manera que se tenga el mismo número de variables desconocidas y de ecuaciones. Las limitaciones mencionadas en

conjunto con la facilidad de aplicación de métodos bidimensionales más sencillos han restringido el uso de los métodos de análisis de estabilidad de taludes en tres dimensiones en la práctica.

En la actualidad existen varias investigaciones en las que se ha realizado una comparación entre los resultados de análisis de estabilidad obtenidos utilizando el método del equilibrio límite (MEL) y el método del elemento finito (MEF) en dos y tres dimensiones. Se resalta que en casi todas estas investigaciones se han considerado taludes 2D o 3D en condiciones secas, y solamente en algunas como la de Gao et al. (2014), se consideran variaciones impuestas en los niveles del agua freática. En el presente trabajo se busca complementar este panorama mediante la realización de análisis acoplados de flujo transitorio y de estabilidad de taludes en dos y tres dimensiones utilizando el MEL y el MEF, con el fin de determinar el efecto de la infiltración por precipitaciones en la disminución del factor de seguridad en un talud o una ladera por el aumento en la presión de poro dentro de la masa de suelo. Se resalta que en la revisión bibliográfica realizada no se encontró ninguna investigación documentada que tratara el tema mencionado en taludes 3D.

## **1.2 OBJETIVOS**

### **1.2.1 General**

Implementar metodologías para realizar análisis acoplados de flujo transitorio (MEF) y de estabilidad de taludes en dos y tres dimensiones (MEL y MEF), con el fin de determinar el efecto de la infiltración por precipitaciones en la disminución del factor de seguridad en un talud o una ladera.

### **1.2.2 Específicos**

- ✓ Describir de forma general los conceptos básicos relacionados con la estabilidad de taludes.
- ✓ Exponer los métodos de equilibrio límite bidimensionales y tridimensionales desarrollados a la fecha para la ejecución de análisis de estabilidad de taludes.
- ✓ Discutir la implementación del método numérico del elemento finito en los análisis de estabilidad de taludes en dos y tres dimensiones.
- ✓ Presentar los principales aspectos que tienen que ver con el estudio del flujo transitorio de agua en estructuras parcialmente saturadas, con el fin de aplicarlos para modelar la infiltración de agua de lluvia en una masa de suelo durante cierto período de tiempo.
- ✓ Estudiar el mecanismo general de reducción de resistencia de los materiales térreos como resultado de la variación de la presión de poro, ocasionada generalmente por la infiltración de agua de lluvia durante cierto período.
- ✓ Desarrollar metodologías para realizar análisis acoplados de flujo transitorio utilizando el MEF, y de estabilidad de taludes utilizando el MEL y el MEF.
- ✓ Aplicar las metodologías sugeridas a diferentes casos prácticos en dos y en tres dimensiones, con el fin de comparar los resultados obtenidos, además de estudiar la influencia de la infiltración por precipitaciones en la reducción de las condiciones de estabilidad.

### **1.3 ALCANCE**

En primer lugar se establecen algunos conceptos básicos asociados con la estabilidad de taludes.

Se exponen los métodos de equilibrio límite para analizar la estabilidad de taludes en dos y en tres dimensiones en función del factor de seguridad. Adicionalmente, se describe el método numérico del elemento finito aplicado en la ejecución de análisis de estabilidad de taludes en dos y tres dimensiones.

Se discuten los principales aspectos que tienen que ver con el flujo transitorio de agua a través de medios porosos, con el fin de representar el fenómeno de infiltraciones dentro de una masa de suelo como un problema de flujo transitorio en un suelo parcialmente saturado. Se expone el efecto del agua, específicamente la infiltración por precipitaciones en la masa de suelo, en los procesos de inestabilidad de taludes.

Se presentan los resultados obtenidos de análisis acoplados de infiltración por precipitaciones, (fenómeno representado como un problema de flujo transitorio y solucionado utilizando el método del elemento finito), y análisis de estabilidad de taludes (utilizando los métodos de equilibrio límite y elemento finito) para diferentes casos prácticos en dos y en tres dimensiones.

Finalmente, se dan algunos comentarios concluyentes sobre los resultados obtenidos. Así como, recomendaciones para llevar a cabo este tipo de análisis acoplados.

## **2 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE TALUDES**

La modelación matemática de los taludes es parte importante de la práctica de la ingeniería geotécnica, y se realiza con el objeto de analizar las condiciones de estabilidad de los taludes naturales, y la seguridad y funcionalidad del diseño en los taludes artificiales.

Existe una gran cantidad de metodologías para la modelación matemática, la cual depende del objetivo del análisis y de los resultados que se deseen obtener. Los objetivos principales del análisis matemático de los taludes son los siguientes:

- ✓ Determinar las condiciones de estabilidad del talud.
- ✓ Investigar los mecanismos potenciales de falla.
- ✓ Determinar la sensibilidad o susceptibilidad de los taludes a diferentes mecanismos de activación (efecto de las lluvias, sismos, etc.).
- ✓ Comparar la efectividad de las diferentes opciones de estabilización.
- ✓ Diseño de taludes artificiales, en función de la seguridad, confiabilidad y economía.

### **2.1 FACTORES QUE AFECTAN LA ESTABILIDAD DE TALUDES**

La estabilidad de un talud está determinada por factores condicionantes (pasivos) y los desencadenantes (activos). Los primeros, hacen referencia a los factores que son intrínsecos a los materiales naturales como los que se presentan a continuación:

- ✓ Estratigrafía y litología.
- ✓ Estructuras geológicas y discontinuidades.
- ✓ Condiciones hidráulicas e hidrogeológicas.
- ✓ Propiedades geomecánicas de los suelos y macizos rocosos.
- ✓ Esfuerzos naturales.

Por otro lado, los factores desencadenantes están asociados a factores externos que actúan sobre los suelos o macizos rocosos, modificando sus características y condiciones de equilibrio. Estos factores son:

- ✓ Sobrecargas estáticas.
- ✓ Cargas dinámicas.
- ✓ Cambios en las condiciones hidráulicas e hidrogeológicas.
- ✓ Factores climáticos, como la ocurrencia de precipitaciones.
- ✓ Variaciones en la geometría.
- ✓ Reducción en los parámetros de resistencia.

La mayoría de las fallas de los taludes están relacionadas de una u otra forma, con el agua. El agua juega un papel muy importante en la mayoría de los procesos que reducen la resistencia del suelo.

La relación entre las lluvias fuertes y los deslizamientos, es una realidad conocida. Sin embargo su estudio es complejo, especialmente en lo que tiene que ver con la definición de los volúmenes e intensidades de lluvias que se requieren para generar un deslizamiento de gran magnitud o una gran cantidad de deslizamientos. En el inciso 3.6 de este documento se presenta una descripción del proceso de infiltración por precipitaciones en un talud, y sus efectos sobre la estabilidad del mismo.

## **2.2 CONDICIONES DE ANÁLISIS DE ESTABILIDAD**

Dadas las variaciones que se pueden presentar en los parámetros de resistencia de los taludes en función de los factores condicionantes y desencadenantes, es necesario realizar análisis de estabilidad para diferentes condiciones:

### **2.2.1 Estabilidad al final de la construcción**

Para realizar el análisis de la estabilidad de un talud al finalizar la etapa de construcción, el análisis se puede realizar en función de los parámetros de resistencia drenados o no drenados, dependiendo de la permeabilidad de los materiales. Para taludes conformados por materiales poco permeables, se tiene en cuenta la resistencia al esfuerzo cortante no drenada en función de los esfuerzos totales. Por otro lado, para taludes con materiales permeables, se tiene en cuenta la resistencia al esfuerzo cortante drenada, en función de los esfuerzos efectivos.

En algunas ocasiones, las condiciones más críticas de los taludes que hacen parte de un terraplén, se presentan al final de la construcción, aunque en algunos casos estas se presentan en las etapas intermedias durante el proceso.

### **2.2.2 Estabilidad a largo plazo**

Cuando se finaliza la construcción de taludes o se realizan cortes, la masa de suelo puede expandirse o consolidarse en función del aumento o disminución del contenido de agua. Los análisis a largo plazo se realizan para representar condiciones después de que ciertos cambios han ocurrido. Los esfuerzos cortantes se determinan en función de los esfuerzos efectivos y la presión de poro se estima a partir de las condiciones más desfavorables de flujo de agua establecido.

### **2.2.3 Vaciado rápido**

Esta condición se presenta cuando se disminuye el nivel del agua en un embalse o cuando se genera la fluctuación del nivel del agua en un canal o bordo, de manera que la masa de suelo no tiene suficiente tiempo para que haya drenaje.

Dicha condición elimina el efecto de estabilidad que proporcionan las presiones hidrostáticas, haciendo que se presenten condiciones desfavorables que pueden afectar la estabilidad de los

taludes. Los análisis de estabilidad se realizan con la resistencia al esfuerzo cortante no drenada para materiales que tengan una permeabilidad menor a  $1 \times 10^{-3}$  cm/s.

#### **2.2.4 Sismo**

Los sismos pueden afectar la estabilidad de los taludes de dos formas:

- ✓ Se producen variaciones cíclicas de las fuerzas.
- ✓ Las deformaciones cíclicas que se presentan a partir de las cargas de sismo, pueden producir una reducción en la rigidez de suelo.

Por lo anterior, se deben realizar pruebas de laboratorio que permitan determinar la resistencia al esfuerzo cortante de los materiales en pruebas cíclicas de carga, para analizar su estabilidad durante un sismo.

#### **2.2.5 Consolidación parcial en etapas de construcción**

En algunas ocasiones, se presentan condiciones en las que el suelo de cimentación no tiene la capacidad para soportar un terraplén. Por lo anterior, para mejorar las condiciones de estabilidad del mismo, se realiza un proceso constructivo por etapas para permitir que exista un incremento de los esfuerzos efectivos en la masa de suelo luego de un proceso de consolidación.

### **2.3 MÉTODOS DE ANÁLISIS DE ESTABILIDAD**

Los métodos de análisis de estabilidad se basan en un planteamiento físico-matemático, en el que intervienen las fuerzas estabilizadoras y desestabilizadoras que actúan sobre el talud y que determinan su comportamiento y condiciones de estabilidad. Éstos se agrupan en dos grandes categorías:

*Métodos deterministas:* conocidas o supuestas las condiciones en que se encuentra un talud, estos métodos indican si el talud es estable. Consisten en seleccionar los valores adecuados de los parámetros físicos y resistentes que controlan el comportamiento de los materiales, para que a partir de ellos y de las leyes de comportamiento adecuadas se pueda definir el estado de estabilidad o el factor de seguridad del talud.

*Métodos probabilistas:* consideran la probabilidad de falla bajo condiciones determinadas. Para emplear estos métodos es necesario conocer las funciones de distribución de probabilidad de las variables que se consideran en el análisis. Como resultado de estos análisis se obtienen las funciones de densidad de probabilidad y distribución de probabilidad del factor de seguridad, además de curvas de estabilidad del talud con el factor de seguridad asociado a una determinada probabilidad de ocurrencia.

La elección del método de análisis más adecuado, en cada caso dependerá de:

- ✓ Las características geotécnicas de los materiales.
- ✓ Los datos disponibles del talud y de su entorno.

- ✓ Alcance y objetivos del estudio, grado de detalle y resultados que se espera obtener.

Es importante resaltar que de ahora en adelante únicamente se trataran los *métodos deterministas* de análisis de estabilidad de taludes.

Dentro de las metodologías deterministas disponibles, se encuentran los métodos de equilibrio límite (MEL), los métodos numéricos, los métodos dinámicos para el análisis de caídos de roca y flujos, entre otros.

Utilizando los métodos numéricos se puede llegar a obtener una aproximación detallada de las condiciones de estabilidad de un talud. Sin embargo, los métodos equilibrio límite (MEL) son más sencillos de utilizar y permiten analizar los casos de falla traslacional y de falla rotacional, así como las fallas de inclinación (“Toppling”) y las fallas en cuña.

En el caso de los sistemas de falla complejos, resulta conveniente utilizar metodologías de modelación que tengan en cuenta los factores que producen los movimientos que se generan. Los factores que generan el deslizamiento pueden ser complejos y muy difíciles de modelar; no obstante, con el objeto de analizar esas situaciones complejas, existen algunas herramientas utilizando elementos finitos, diferencias finitas, elementos discretos y modelos dinámicos. Igualmente, se pueden integrar al análisis modelaciones de flujo de agua y las solicitaciones sísmicas. En la Tabla 1 se presenta un resumen de las metodologías utilizadas en los análisis convencionales de estabilidad de taludes, incluyendo algunas ventajas y desventajas de cada uno de ellos.

**Tabla 1. Metodologías utilizadas en los análisis de estabilidad de taludes**

<b>Método</b>	<b>Parámetros utilizados</b>	<b>Ventajas</b>	<b>Limitaciones</b>
Equilibrio límite	Geometría (topografía), estratigrafía, propiedades de los materiales, niveles freáticos (o distribución de presiones de poro), y cargas externas.	Existe una gran cantidad de paquetes de software. Se obtiene un número de factor de seguridad. Analiza superficies curvas, rectas, cuñas, etc. Análisis en 2D y 3D con muchos materiales, refuerzos y condiciones de nivel de agua (presiones de poro).	Genera un factor de seguridad para una superficie de falla predefinida sin tener en cuenta el mecanismo de inestabilidad. El resultado difiere de acuerdo con el método que se utilice. No incluye análisis de las deformaciones.
Esfuerzo-deformación (Elemento finito, diferencias finitas)	Geometría (topografía), propiedades de los materiales (dependiendo del modelo constitutivo), niveles freáticos (o distribución de presiones de poro), y cargas externas.	Permite simular procesos por etapas constructivas. Permite determinar la deformación del talud y el proceso de falla. Existen programas para trabajar en 2D y 3D. Se puede incluir análisis dinámico y análisis de fluencia en el tiempo.	Complejo y no lineal. Comúnmente no se tiene conocimiento de todos los parámetros que se usan en la modelación. Se presentan varios grados de libertad.



**Tabla 1. Metodologías utilizadas en los análisis de estabilidad de taludes**

<b>Método</b>	<b>Parámetros utilizados</b>	<b>Ventajas</b>	<b>Limitaciones</b>
Esfuerzo-deformación (Elementos discretos)	Geometría (topografía), propiedades de los materiales, rigidez y resistencia de las discontinuidades, niveles freáticos (presiones de poro).	Permite analizar la deformación y el movimiento relativo de bloques.	Dificultad en la caracterización de las propiedades mecánicas de las juntas y rellenos.
Cinemáticos estereográficos para taludes en roca	Geometría del talud y características de las discontinuidades. Resistencia de las discontinuidades.	Es relativamente fácil de utilizar. Permite la identificación y análisis de bloques críticos, utilizando teoría de bloques. Pueden combinarse con técnicas estadísticas.	Útiles para el diseño preliminar. Se requiere criterio ingenieril y geológico para determinar cuáles son las discontinuidades críticas. Evaluación de las juntas.
Dinámica de caídos de roca	Geometría del talud, tamaño y forma de los bloques y coeficiente de restitución.	Permite analizar la dinámica de los bloques. Existen programas para trabajar en 2D y 3D.	Poco utilizados.
Dinámica de flujos	Geometría (topografía). Concentración de sedimentos, viscosidad y propiedades de la mezcla suelo-agua.	Se puede predecir el comportamiento, velocidades, distancia de recorrido y sedimentación de los flujos.	Se requiere calibrar los modelos para los materiales de cada región. Los resultados varían de acuerdo con el modelo utilizado.

## **2.4 MÉTODO DE EQUILIBRIO LÍMITE (MEL)**

Los métodos de equilibrio límite analizan el equilibrio de una masa potencialmente inestable, y comparan las fuerzas actuantes con las resistentes que se oponen al movimiento a lo largo de una superficie potencial de falla. Estos métodos se basan en:

- ✓ La determinación de una superficie teórica de falla en el talud.
- ✓ El criterio de falla de Mohr-Coulomb.
- ✓ El concepto de factor de seguridad.
- ✓ No toman en cuenta las deformaciones que la masa de suelo puede experimentar durante el proceso de inestabilidad.
- ✓ Suponen los esfuerzos uniformemente distribuidos. Debe tenerse cuidado cuando existan concentraciones de esfuerzos debidos a la forma de la superficie de falla, a la interacción de suelo-estructura, o a la presencia de grietas en el talud.

Las condiciones estáticas de equilibrio que se deben satisfacer en un análisis de estabilidad mediante métodos de equilibrio límite, son las siguientes:

- ✓ Equilibrio de fuerzas en la dirección vertical.
- ✓ Equilibrio de fuerzas en la dirección horizontal.
- ✓ Equilibrio de momentos para un punto.

Los métodos de equilibrio límite tienen en cuenta al menos una de las condiciones estáticas de equilibrio para calcular el factor de seguridad. Es importante anotar que los problemas de estabilidad son estáticamente indeterminados y por lo tanto para su solución, es preciso considerar una serie de hipótesis según el método a utilizar.

#### **2.4.1 Factor de seguridad**

El factor de seguridad usualmente se expresa desde el enfoque clásico de un análisis de estabilidad global, como el cociente mínimo entre la resistencia media al esfuerzo cortante y el esfuerzo cortante medio que actúa en la superficie potencial de falla:

$$FS = s/\tau \quad (1)$$

$$s = c + \sigma \tan\phi \quad (2)$$

Donde:  $FS$  es el factor de seguridad;  $s$  es la resistencia al esfuerzo cortante del suelo;  $\tau$  es la resistencia al esfuerzo cortante requerida para mantener el equilibrio;  $c$  es la cohesión;  $\phi$  es el ángulo de fricción interna del material; y  $\sigma$  es el esfuerzo normal.

Es importante resaltar que en los métodos de equilibrio límite convencionales se asume que el factor de seguridad es constante a lo largo de todos los puntos que definen la superficie de falla y que además, éste depende de la forma de la superficie de falla y del tipo de equilibrio que se analice. Wright et al. (1973), Tavenas et al. (1980), y otros han notado que el factor de seguridad en realidad varía a lo largo de la superficie de falla. Vale la pena señalar que el valor promedio del factor de seguridad es el mismo en el sentido práctico, incluso cuando considera que el factor de seguridad varía a lo largo de la superficie de falla (Chugh, 1986). El valor promedio del factor de seguridad es por lo tanto insensible a la suposición de que  $FS$  es el mismo para cada dovela.

Cuando se considera un plano como superficie de falla, el factor de seguridad estará definido como el cociente entre la sumatoria de las fuerzas resistentes y la sumatoria de las fuerzas actuantes (ver **Figura 1a**). Por otro lado, cuando la superficie de falla se considera circular, las condiciones de equilibrio se logran por momentos alrededor del centro de giro del círculo considerado (ver **Figura 1b**).

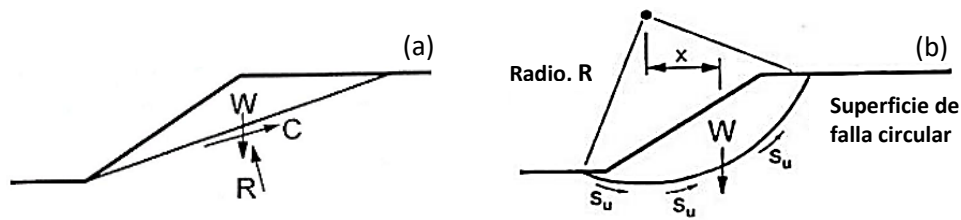


Figura 1. Equilibrio de fuerzas y de momentos (modificado de Abramson et al., 2002)

Cuando se realiza un análisis de estabilidad, se deben considerar diferentes superficies de falla para así encontrar el factor de seguridad mínimo que represente la superficie crítica.

Los factores de seguridad proporcionan una cobertura contra las incertidumbres en los cálculos y en la estimación de los parámetros. Con el objeto de interpretar un factor de seguridad obtenido en un análisis de estabilidad, en la Tabla 2 se presentan los factores de seguridad mínimos requeridos para los taludes de una presa nueva de tierra y enrocamiento según el US Army Corps of Engineers (USACE, 2003). Se resalta que el valor del factor de seguridad calculado utilizando métodos de equilibrio límite es tan confiable como la información que define las condiciones analizadas. Los valores mínimos requeridos deben definirse con criterios basados en la experiencia, considerando las posibles incertidumbres involucradas en la definición de las condiciones de análisis, y las posibles consecuencias de la falla.

Tabla 2. Factor de seguridad mínimo requerido para presas (USACE, 2003)

Condición de análisis	FS mínimo requerido
Final de la construcción	1.3
Largo plazo (Flujo establecido)	1.5
Máximo nivel del embalse (Talud aguas abajo)	1.4
Desembalse rápido (Talud aguas arriba)	1.1 - 1.3

Para taludes diferentes a los de las presas, se recomiendan factores de seguridad del orden de 1.3, cuando la incertidumbre y las consecuencias de la falla son pequeñas. Según el criterio presentado en la Tabla 2, en general, el factor de seguridad mínimo requerido en taludes al final de su construcción y ante cargas en varias etapas es de 1.3. Para condiciones a largo plazo, el valor típico mínimo requerido del factor de seguridad es de 1.5. Los factores de seguridad de 1.1 a 1.3, requeridos para el caso de desembalse rápido en presas, pueden aplicarse en taludes bajo condiciones de carga poco frecuentes, como sismos y precipitaciones.

Por otro lado, la Oficina de Control Geotécnico de Hong Kong (GEO, 2011) establece los factores de seguridad mínimos requeridos para un talud en términos del “riesgo” o “consecuencias” producidas por la ocurrencia de un fenómeno de inestabilidad (ver Tabla 3). Estas consecuencias pueden ser clasificadas de dos formas, *consecuencias por pérdida de vidas* y *consecuencias económicas*. Cada una de estas consecuencias tendrá una categoría de importancia: “Alta”, “Baja” y “Despreciable”.

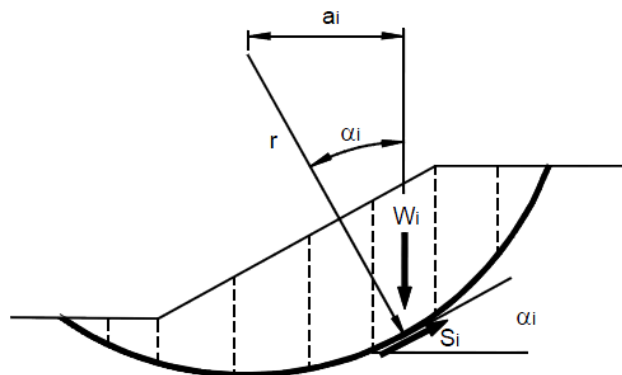
**Tabla 3. Factor de seguridad mínimo requerido (GEO, 2011)**

Consecuencias pérdida de vidas Consecuencias económicas	Alto	Bajo	Despreciable
Alto	1.4	1.4	1.4
Bajo	1.4	1.2	1.2
Despreciable	1.4	1.2	> 1.0

#### 2.4.2 Métodos bidimensionales

La idea de discretizar una superficie potencial de falla en porciones surge a inicios del Siglo XX. En 1916, Petterson utilizó superficies de falla circulares, subdividiendo la masa deslizante en dovelas. Posteriormente, Fellenius (1936) introdujo un método para este tipo de análisis. Luego, a mediados de 1950, Janbu (1954) y Bishop (1955) presentaron avances en métodos para el desarrollo de este tipo de análisis. El uso de computadoras en 1960, hizo posible realizar los procedimientos de forma iterativa y con formulaciones matemáticas más rigurosas como las propuestas por Morgenstern-Price (1965) y Spencer (1967).

En la actualidad, la mayoría de métodos de equilibrio límite en dos dimensiones que se utilizan para la ejecución de análisis de estabilidad se basan en el método de las dovelas. Este método consiste en subdividir la masa potencialmente deslizante en un cierto número de porciones verticales, en función de la geometría del talud, de la superficie de falla y de las propiedades del suelo (ver **Figura 2**). Las superficies consideradas en este método pueden ser circulares, planas, o compuestas, siempre y cuando sean cinemáticamente admisibles



**Figura 2. Método de las dovelas superficies de falla circulares (Duncan y Wright, 2005)**

En la Tabla 4 se presentan las principales características de los métodos de equilibrio límite más utilizados para la realización de análisis de estabilidad en dos dimensiones. En el Anexo A se presenta el desarrollo detallado de cada uno de estos métodos.

Se resalta que los métodos presentados en la Tabla 4, exceptuando los métodos del talud infinito, la espiral logarítmica y el arco circular, se basan en el método de las dovelas, realizando diferentes consideraciones con respecto a la forma de la superficie de falla, las fuerzas entre dovelas, y satisfaciendo equilibrio de fuerzas, momentos o ambos.

**Tabla 4. Métodos de equilibrio límite para análisis de estabilidad de taludes**

<b>Método</b>	<b>Superficies de falla</b>	<b>Equilibrio</b>	<b>Características</b>
Talud infinito	Rectas	Fuerzas	Talud infinitamente largo, bloque delgado con nivel freático, y falla paralela a la superficie. Resulta bastante preciso cuando se usa en taludes de suelos homogéneos friccionantes y taludes donde la estratigrafía restringe la superficie de falla (poca profundidad y paralela a la superficie del talud).
Espiral logarítmica (Frohlich, 1953)	Espiral logarítmica	Fuerzas y momentos	Superficie de falla en espiral logarítmica. El radio de la espiral varía con el ángulo de rotación. Aplicable en taludes homogéneos.
Arco circular (Fellenius, 1922)	Circulares	Momentos	Círculo de falla, el cual es analizado como un solo bloque. Se requiere que el suelo sea cohesivo ( $\phi = 0$ ), como en análisis no drenados (arcillas saturadas).
Ordinario (Fellenius, 1927)	Circulares	Momentos	No tiene en cuenta las fuerzas entre dovelas. Impreciso en análisis de taludes con una pendiente baja. Preciso en análisis con suelos puramente cohesivos. Bastante preciso en análisis en esfuerzos totales y superficies circulares. No presenta problemas de inestabilidad numérica. Poco preciso en análisis en esfuerzos efectivos con altas presiones de poro.
Bishop simplificado (Bishop, 1955)	Circulares	Momentos y fuerzas verticales	Asume que no hay fuerzas de cortantes entre dovelas. Es muy preciso para todo tipo de condiciones en las que se puede asumir que la superficie de falla es circular (presentando prácticamente los mismos resultados que los métodos que satisfacen todas las condiciones de equilibrio: Spencer y Morgenstern-Price). Si para cierta superficie de falla se obtiene un FS menor que con el método Ordinario, se puede concluir que el método de Bishop tiene inestabilidad numérica, resultando en este caso más preciso el método Ordinario.
Jambu simplificado (Jambu 1968)	Cualquier geometría	Fuerzas	Asume que no hay fuerza de cortante entre dovelas. Con frecuencia se tienen problemas numéricos. El FS es muy sensible a la inclinación supuesta de las fuerzas que actúan en las caras laterales de las dovelas.
Sueco modificado (U.S. Army Corps of Engineers, 1970)	Cualquier geometría	Fuerzas	Las fuerzas entre dovelas tienen la misma dirección que la superficie del terreno. Con frecuencia se tienen problemas numéricos.
Lowe-Karafiath (1960)	Cualquier geometría	Fuerzas	Las fuerzas entre dovelas están inclinadas en un ángulo igual al promedio de la superficie del terreno y las bases de las dovelas. Con frecuencia se tienen problemas numéricos.

**Tabla 4. Métodos de equilibrio límite para análisis de estabilidad de taludes**

<b>Método</b>	<b>Superficies de falla</b>	<b>Equilibrio</b>	<b>Características</b>
Spencer (1967)	Cualquier geometría	Momentos y fuerzas	La inclinación de las fuerzas laterales son las mismas para cada dovela, pero son desconocidas. La fuerza normal (N) actúa en el centro de la base de la dovela. Preciso y aplicable a la mayoría de problemas prácticos, cuando no ocurre inestabilidad numérica. Es el método más simple que satisface completamente el equilibrio de fuerzas y momentos.
Morgenstern-Price (1965)	Cualquier geometría	Momentos y fuerzas	Las fuerzas cortantes entre dovelas se relacionan con las fuerzas normales entre dovelas por medio de una función arbitraria. La fuerza normal (N) actúa en el centro de la base de la dovela. Preciso y aplicable a la mayoría de problemas prácticos, cuando no ocurre inestabilidad numérica. Método riguroso y bien establecido que satisface completamente equilibrio de fuerzas y momentos.
Sarma (1973)	Cualquier geometría	Momentos y fuerzas	Utiliza el método de las dovelas en el cálculo de la magnitud de un coeficiente sísmico requerido para producir la falla. Las fuerzas cortantes entre dovelas se relacionan con la resistencia cortante entre dovelas por medio de una función. La resistencia cortante entre dovelas depende de los parámetros de resistencia, de la presiones de poro y de la componente horizontal de la fuerza entre dovelas. La fuerza normal (N) actúa en el centro de la base de la dovela. Los supuestos de las fuerzas entre dovelas son difíciles de implementar en taludes con geometrías irregulares.

Con respecto a los métodos bidimensionales presentados, se resalta que al realizar su implementación puede ocurrir que sus resultados difieran y en ocasiones sean contradictorios, debido a que los métodos utilizan diferentes supuestos para lograr el balance entre el número de ecuaciones y de variables; además estos métodos utilizan diferentes suposiciones con respecto a la localización y orientación de las fuerzas entre dovelas.

Los métodos más utilizados en la práctica son el simplificado de Bishop y los métodos de Morgenstern-Price y Spencer, que se consideran como precisos al satisfacer tanto equilibrio de fuerzas como de momentos (Suárez, 2009).

Aunque una comparación directa entre los diversos métodos no es siempre posible, Fredlund y Krahn (1977) establecieron que los factores de seguridad determinados por el método de Bishop difieren aproximadamente un 5% con respecto a soluciones más precisas (Spencer o Morgenstern-Price). Mientras el método simplificado de Janbu generalmente subestima el factor de seguridad hasta valores del 30% y en algunos casos los sobreestima hasta valores del 5%.

Los métodos que satisfacen el equilibrio en forma más completa, como los de Spencer y Morgenstern-Price, son más complejos y requieren de un mejor nivel de comprensión del sistema

de análisis. En los métodos más complejos y precisos, en ocasiones se pueden presentar problemas numéricos que conducen a valores irreales de  $FS$ , por exceso o defecto.

En general, los resultados obtenidos de análisis de estabilidad utilizando los métodos que satisfacen el equilibrio completo resultan muy similares (Fredlund y Krahn, 1977; Duncan y Wright, 1980). No existe un método de equilibrio completo que sea significativamente más preciso que otro. El método de Spencer es más simple que el de Morgenstern-Price, pero este último resulta más flexible al definir las fuerzas entre dovelas mediante diferentes funciones; no obstante, se debe tener en cuenta que la dirección de las fuerzas entre dovelas en estos métodos, no afecta en forma significativa el resultado del factor de seguridad.

Por las razones anteriormente expuestas, generalmente se prefieren los métodos más sencillos y fáciles de manejar, como el método simplificado de Bishop.

Alva Hurtado (1994) presenta las siguientes conclusiones al comparar los diversos métodos:

- ✓ Cualquier método que satisface el equilibrio de momentos, genera el mismo factor de seguridad en el análisis de estabilidad de taludes con superficies de falla circulares, y con  $\phi = 0$ .
- ✓ El Método Ordinario de Dovelas (Fellenius), se encuentra del lado conservador cuando  $\phi > 0$ . Para los análisis en función de esfuerzos totales y de esfuerzos efectivos con presiones de poro pequeñas, la diferencia con los métodos que satisfacen un equilibrio completo es menor del 10%. Para taludes con pendientes muy bajas y con presiones de poro altas, la diferencia puede ser mayor del 50%.
- ✓ El método simplificado de Bishop es adecuado y estable numéricamente para el análisis de superficies de falla circulares con  $\phi = 0$ ,  $\phi > 0$ , y con presiones de poro bajas o altas.
- ✓ En los métodos que satisfacen solamente el equilibrio de fuerzas, el factor de seguridad es muy sensible a la inclinación asumida para las fuerzas laterales. El método de Lowe y Karafiath es razonable para el análisis de  $\phi > 0$ , pero del lado no conservador para  $\phi = 0$  (10 - 15%).
- ✓ En los métodos que utilizan superficies de falla no circulares, existen problemas numéricos de convergencia cuando los extremos de la superficie de falla presentan una pendiente muy alta (casi verticales).
- ✓ Si no se presentan inestabilidades numéricas, los resultados obtenidos utilizando los métodos que satisfacen el equilibrio completo son muy similares ( $\pm 5\%$ ).

### **2.4.3 Métodos tridimensionales**

La mayoría de los análisis de estabilidad de taludes se realizan utilizando modelos bidimensionales, aunque la forma de la falla del talud en campo sea tridimensional. Los análisis bidimensionales han sido utilizados exitosamente, ya que en general realizan una estimación conservadora del factor de seguridad (Duncan, 1996). En los análisis bidimensionales, el factor de

seguridad es subestimado ya que se asume que la falla del talud es infinitamente ancha, despreciando los efectos de los extremos de la superficie de falla, y asumiendo que las propiedades del suelo pueden considerarse homogéneas en la dirección perpendicular al plano de análisis (deformación plana). Si estas hipótesis se aproximan a la realidad, los métodos bidimensionales de análisis de estabilidad de taludes pueden ser utilizados en términos prácticos de manera satisfactoria. Sin embargo, existe una tendencia actual para implementar análisis tridimensionales dentro de la rutina ingenieril (Mitchell et al., 1993; Stark y Eid, 1998; Koerner y Soong, 1999).

Con respecto a lo anterior, estudios más recientes sobre análisis de confiabilidad de estabilidad de taludes en tres dimensiones (Auvinet y Gonzáles, 2000) han demostrado que los análisis tridimensionales no son necesariamente más conservadores que los análisis bidimensionales. Al tener en cuenta la variación en las propiedades de los suelos en análisis de estabilidad en tres dimensiones se pueden obtener superficies de fallas locales con factores de seguridad menores a los obtenidos de análisis bidimensionales (zonas de debilidad).

Para aplicar los métodos 3D, al igual que los métodos en 2D, se requieren adoptar ciertos supuestos para que el problema se vuelva estáticamente determinado.

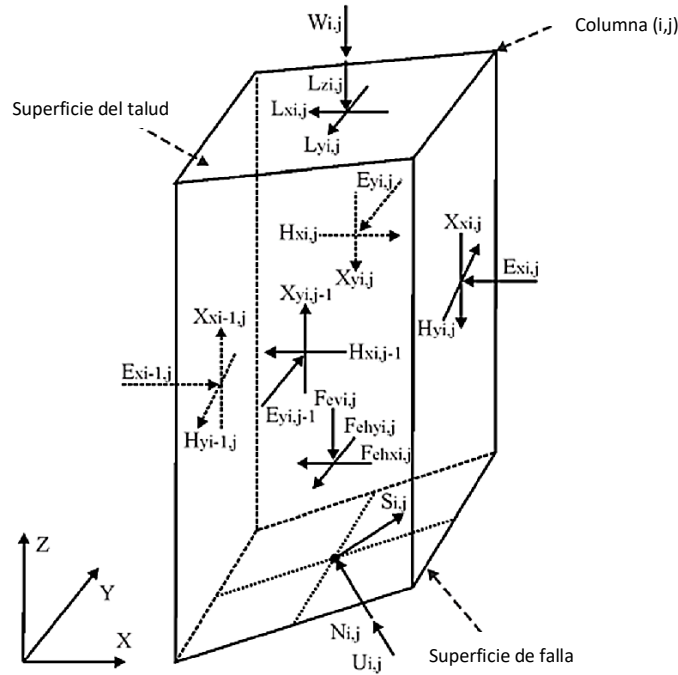
Los análisis tridimensionales pueden requerirse en las siguientes situaciones:

- ✓ Se tiene una geometría compleja en la que resulta difícil seleccionar una sección de análisis en dos dimensiones, o cuando la geometría del talud y de la superficie de falla varían de manera significativa en la dirección lateral.
- ✓ En los casos donde no se pueden ignorar las condiciones de frontera, como en una presa de tierra en un valle angosto.
- ✓ Cuando se tienen materiales anisótropos y las propiedades de los materiales varían significativamente a lo largo de la dirección longitudinal del talud.
- ✓ Cuando el talud se encuentra sometido a una carga concentrada.

A partir de 1960 se han desarrollado varios métodos de análisis de estabilidad en tres dimensiones que se basan en el concepto de equilibrio límite. Muchos de estos métodos son válidos bajo ciertas circunstancias particulares (hipótesis). La mayoría de métodos de equilibrio tridimensionales existentes son una extensión de los métodos bidimensionales de dovelas. Para poder realizar la extensión de los métodos bidimensionales, las dovelas se convierten en columnas agregando la dirección normal al plano de análisis (ver **Figura 3**). En consecuencia, en los análisis se debe satisfacer la condición estática de equilibrio. Los supuestos e hipótesis que se usan en la mayoría de los métodos tridimensionales se derivan de las bases de los métodos bidimensionales, pero deben considerarse algunas nuevas al considerar la tercera dimensión. La forma tridimensional de la superficie de falla, la forma asimétrica del talud, la dirección del movimiento, y las fuerzas entre columnas son algunas de estas nuevas definiciones. Cada uno de los métodos 3D puede considerar, simplificar, o ignorar algunas de estas nuevas hipótesis.



En la **Figura 3** se muestra una columna típica de suelo y sus respectivas fuerzas internas y externas, donde para la columna  $(i,j)$ ,  $W_{i,j}$  es el peso del suelo,  $L_{zi,j}$  es una carga externa vertical,  $L_{xi,j}$  y  $L_{yi,j}$  son respectivamente las fuerzas horizontales externas en las direcciones “x” y “y”,  $F_{evij}$  es la fuerza vertical inducida por sismo,  $F_{ehxi,j}$  y  $F_{ehyi,j}$  son respectivamente las fuerzas horizontales inducidas por sismo en las direcciones “x” y “y”,  $E_{xi-1,j}$  y  $E_{xi,j}$  son las fuerzas normales entre columnas en la dirección “x”,  $E_{yi-1,j}$  y  $E_{yi,j}$  son las fuerzas normales entre columnas en la dirección “y”,  $X_{xi-1,j}$  y  $X_{xi,j}$  son las fuerzas cortantes verticales entre columnas en la dirección “x”,  $X_{yi-1,j}$  y  $X_{yi,j}$  son las fuerzas cortantes verticales entre columnas en la dirección “y”,  $H_{xi-1,j}$  y  $H_{xi,j}$  son las fuerzas cortantes horizontales entre columnas en la dirección “x”,  $H_{yi-1,j}$  y  $H_{yi,j}$  son las fuerzas cortantes horizontales entre columnas en la dirección “y”,  $S_{i,j}$  es la resistencia al cortante en la base de la columna, y  $N_{i,j}$  y  $U_{i,j}$  son respectivamente la fuerza normal total y la presión de poro en la base de la columna. Algunas de estas fuerzas pueden ser ignoradas, simplificadas, o asumidas en los diferentes métodos.



**Figura 3. Columna de suelo típica y sus respectivas fuerzas internas y externas (modificado de Kalathjari y Ali, 2013)**

Las principales consideraciones de los métodos de equilibrio límite en tres dimensiones con los que se cuenta hasta la fecha se presentan en la Tabla 5. En el Anexo B se presenta el desarrollo detallado de algunos de los métodos tridimensionales de equilibrio límite para análisis de estabilidad de taludes más reconocidos y utilizados.

**Tabla 5. Principales características MEL**

<b>Método</b>	<b>Derivación</b>	<b>Dirección de deslizamiento</b>	<b>Aplicación</b>	<b>Superficie de falla</b>
Anagnosti (1969)	Morgenstern-Price	No	Generalizada	Generalizada
Baligh y Azzouz (1975)	Arco circular	No	Taludes simples	Parte central cilíndrica con conos o elipsoides en los bordes
Hovland (1977)	Fellenius	No	Simétricos	Cuña en forma de cono
Azzouz y Baligh (1978)	Arco circular	No	Taludes simples	Parte central cilíndrica con conos o elipsoides en los bordes
Chen y Charneau (1983)	Spencer	No	Simétricos	Parte central cilíndrica con conos o elipsoides en los bordes
Azzouz y Baligh (1983)	Arco circular	No	Taludes simples	Parte central cilíndrica con conos o elipsoides en los bordes
Dennhardt y Foster (1985)	MEL	No	Simétricos	Elipsoide
Leshchinsky et al. (1985)	MEL y análisis variacional	No	Simétricos	Esférica y cilíndrica
Ugai (1985)	MEL y análisis variacional	No	Cortes verticales	Cilíndrica con bordes curvos
Leshchinsky y Baker (1986)	MEL y análisis variacional	No	Simétricos	Cilíndrica con bordes curvos
Baker y Leshchinsky (1987)	MEL y análisis variacional	No	Cónicos	Cilíndrica con bordes curvos/expansión de la espiral logarítmica 2D
Hungr (1987)	Bishop modificado	No	Simétrica	Rotacional con sección central circular
Gens et al. (1988)	Arco circular	No	Taludes simples	Cilíndrica con bordes planos o curvos
Leshchinsky y Mullet (1988)	MEL y análisis variacional	No	Cortes verticales	Expansión de una función log-espiral
Ugai (1988)	Fellenius, Bishop modificado, Jambu y Spencer	No	Simétrica	Basado en el método de las dovelas.
Xing (1988)	Spencer	No	Simétrica	Superficie elíptica simétrica con cortes verticales circulares
Hungr et al. (1989)	Bishop simplificado y Jambu	No	Simétrica	Rotacional simétrica
Leshchinsky y Huang (1992)	Leshchinsky y Huang 2D	No	Simétrica	Simétrica general/extensión espiral logarítmica
Cavounidis y Kalogeropoulos (1992)	Azzouz y Baligh 3D (1978)	No	Simétrica	Cilíndrica con bordes cónicos

**Tabla 5. Principales características MEL**

<b>Método</b>	<b>Derivación</b>	<b>Dirección de deslizamiento</b>	<b>Aplicación</b>	<b>Superficie de falla</b>
Lam y Fredlund (1993)	MEL general 2D	No	Simétrica	Superficie rotacional generalizada
Yamagami y Jiang (1996, 1997)	Jambu simplificado	Sí	Generalizada	Generalizada
Huang y Tsai (2000)	MEL y FS bidireccional	No	Compleja	Semiesférica/ Compuesta, parte esférica
Huang et al. (2002)	Jambu y FS bidireccional	Sí	Generalizada	Generalizada
Chen et al. (2003)	Spencer	No	Generalizada	Generalizada
Jiang y Yamagami (2004)	Spencer basado en análisis variacional	No	Simétrica	Rotacional
Cheng y Yip (2007)	Bishop, Jambu y Morgenstern-Price	Sí	Generalizada	Esférica
Zheng (2009)	MEL	No	Generalizada	Generalizada
Sun et al. (2011)	Morgenstern-Price	No	Generalizada	Generalizada

Muchos de estos métodos consideran el talud y la superficie de falla como formas simétricas para determinar el equilibrio estático (Hovland, 1977; Chen y Chameau, 1983; Dennhardt y Forster, 1985; Leshchinsky et al., 1985; Ugai, 1985; Leshchinsky y Baker, 1986; Hungr, 1987; Ugai, 1988; Xing, 1988; Hungr et al., 1989; Leshchinsky y Huang, 1992; Cavounidis y kalogeropoulos, 1992; Lam y Fredlund, 1993; y Jiang y Yamagami, 2004). Algunos métodos consideran únicamente taludes con una forma simple (Baligh y Azzouz, 1975; Azzouz y Baligh, 1978; Azzouz y Baligh, 1983; y Gens et al., 1988), taludes en forma cónica (Baker y Leshchinsky, 1987), y cortes verticales (Ugai, 1985; y Leshchinsky and Mullet, 1988). Los estudios de Anagnosti (1969), Yamagami y Jiang (1996 and 1997), Huang y Tsai (2000), Huang et al. (2002), Chen et al. (2003), Cheng y Yip (2007), Zheng (2009), y Sun et al. (2012) consideraron taludes de cualquier forma.

Los resultados de los análisis de estabilidad pueden verse afectados al asumir los problemas tridimensionales como un sistema simétrico, ya que se ignora un probable desbalance de fuerzas en la dirección transversal al deslizamiento. Por otra parte, la dirección del movimiento en estos métodos se relacionó estrictamente con la ubicación y dirección del plano de simetría asumido. De hecho la masa deslizante está restringida a desplazarse a lo largo del plano de simetría para mantener el equilibrio de fuerzas y momentos (Kalathjari y Ali, 2013). Esta limitación puede restringir la aplicación de estos métodos tridimensionales en taludes asimétricos. Resulta evidente que los taludes naturales, en la mayoría de los casos, son verdaderamente tridimensionales y asimétricos, por lo tanto, los métodos existentes simétricos en tres dimensiones no consideran este tipo de taludes (Hovland, 1977; Chen y Chameau, 1983; Dennhardt y Forster, 1985; Leshchinsky et al., 1985; Ugai, 1985; Leshchinsky y Baker, 1986; Baker y Leshchinsky, 1987; Hungr,

1987; Leshchinsky y Mullet, 1988; Ugai, 1988; Xing, 1988; Hungr et al., 1989; Leshchinsky y Huang, 1992; Cavounidis y kalogeropoulos, 1992; Lam y Fredlund, 1993; y Jiang y Yamagami, 2004).

Una diferencia importante entre los métodos bidimensionales y tridimensionales de análisis de estabilidad de taludes utilizando el método de equilibrio límite, es que algunos de los métodos 3D consideran la dirección de deslizamiento. Por naturaleza, en los análisis 2D el cuerpo deslizante tiene que moverse a lo largo de una dirección asumida, mientras que en algunos métodos 3D, ésta puede ser determinada. Entre los métodos tridimensionales existentes, solo los métodos de Yamagami y Jiang (1996 y 1997), Huang y Tsai (2000), Huang et al. (2002), y Cheng y Yip (2007) proponen ciertos enfoques para encontrar la dirección de deslizamiento. El método de Yagamami y Jiang (1996 y 1997) se restringió a taludes con pendientes bajas con una inclinación de hasta 45°. A pesar de lo anterior, éste método usa un proceso que consume una gran cantidad de tiempo para encontrar la dirección de deslizamiento, de manera que Cheng y Yip (2007) demostraron que esta limitación hacía que el método no fuera generalmente aplicable en casos prácticos.

Huang y Tsai (2000) incluyeron la dirección de deslizamiento en las ecuaciones del factor de seguridad 3D, pero no ofrecen ningún enfoque para calcular esta dirección; además su método solo considera el equilibrio de fuerzas verticales. En consecuencia, ellos ignoran en sus análisis todas las fuerzas horizontales entre columnas. Chen et al. (2003) reportan resultados poco confiables del método de Huang y Tsai en taludes lateralmente asimétricos. El método de Huang y Tsai no satisface el equilibrio de fuerzas horizontales, además establece que la ecuación de equilibrio de momentos depende de la posición del eje de rotación. Chen et al. (2005) consideraron las limitaciones del método de Huang y Tsai y concluyeron que el método no era confiable para ser aplicado en problemas generales.

El método de Huang et al. (2002) automáticamente busca la dirección de deslizamiento, pero fue establecido con base en una única dirección de deslizamiento en la base de las columnas que causa que éstas se muevan en diferentes direcciones en el plano horizontal. Esta suposición establece que las columnas de suelo se separan unas con respecto a las otras cuando se genera la falla. Chen y Yip (2007) mostraron que al usar esta suposición se tienen problemas de convergencia sobre las cargas transversales y en taludes asimétricos. Estos problemas limitan el uso del método de Huang et al. (2002) en la práctica.

Cheng y Yip (2007) proponen un procedimiento complejo con varias iteraciones para encontrar la dirección de deslizamiento y el factor de seguridad en taludes generales. Estos procedimientos iterativos interconectados deben solucionarse completamente para determinar las variables desconocidas, incluyendo las funciones de las fuerzas entre columnas y los factores movilizados. Por otra parte, Cheng y Yip usan un proceso iterativo sobre un intervalo para encontrar la dirección de deslizamiento, en vez de calcular su ángulo. La naturaleza compleja y el consumo de tiempo de los análisis hacen que este método se encuentre restringido en su aplicación práctica.

Según las observaciones presentadas anteriormente, se puede concluir que a pesar de que los métodos de análisis tridimensionales de equilibrio suplen algunas de las limitaciones de los

métodos bidimensionales, todavía presentan ciertas limitaciones e inconvenientes en sus fundamentos y aplicaciones.

#### **2.4.4 Métodos 2D vs. Métodos 3D**

Como se ha mencionado con anterioridad, los métodos bidimensionales de equilibrio límite se usan ampliamente por su simplicidad y por representar una solución más conservadora (en general), al ignorar los efectos en los bordes de la masa deslizando tridimensional (Stark y Eid, 1998).

Por otro lado, si se desean realizar análisis un poco más realistas se deberá recurrir a los métodos tridimensionales. Los análisis 3D han sido usados no solo para determinar el factor de seguridad de determinado talud, sino también para calcular la resistencia al esfuerzo cortante a lo largo de la superficie de falla, incluyendo los efectos de los bordes y el ancho del talud (Duncan, 1992; Stark y Eid, 1998). Sin embargo, en comparación con los métodos bidimensionales, los métodos tridimensionales pueden resultar más complejos y consumir una mayor cantidad de preparación y análisis.

Skempton (1985) propuso relacionar los resultados obtenidos entre análisis bidimensionales y tridimensionales mediante un factor de corrección:

$$S_u(3D) = S_u(2D) \frac{1}{1 + \frac{KD}{B}} \quad (3)$$

Donde:

$S_u(3D)$ : Resistencia al esfuerzo cortante movilizada calculada utilizando MEL en 3D.

$S_u(2D)$ : Resistencia al esfuerzo cortante movilizada calculada utilizando MEL en 2D.

$K$ : Coeficiente de presión de tierras movilizado en la falla.

$D$ : Profundidad promedio de la superficie de falla.

$B$ : Ancho promedio de la superficie de falla.

Skempton (1985) reporta que el factor de corrección presentado anteriormente puede producir un incremento aproximado del 5%, por lo que simplificando la Ecuación (3) se tiene:

$$S_u(3D) = 1.05 S_u(2D) \quad (4)$$

Con respecto a lo anterior, se ha encontrado que la diferencia entre las resistencias al esfuerzo cortante en 2D y 3D puede ser mucho mayor, hasta del 30% (Stark y Eid, 1998), dependiendo de la configuración del talud analizado, la geometría, las condiciones de frontera, y los tipos de suelos. Esta diferencia sugiere la necesidad de la realización de análisis de estabilidad tridimensionales, y las limitaciones de este factor de corrección.

En las últimas cinco décadas, los análisis de estabilidad de taludes usando configuraciones 2D y 3D, han dejado en evidencia la dificultad y la importancia de estas comparaciones. Las diferencias obtenidas entre los diferentes estudios se pueden atribuir a la cantidad de casos analizados y las consideraciones realizadas en cada caso. Los casos registrados en la mayoría de investigaciones de análisis de estabilidad de taludes en tres dimensiones se limitan a situaciones muy particulares.

En algunos estudios se han obtenido factores de seguridad bidimensionales mayores a los tridimensionales (Baligh y Azzouz, 1975; Giger y Krizek, 1975; Leshchinsky et al., 1985; Gens et al., 1988; Leshchinsky y Huang 1992), mientras que en otros se ha obtenido todo lo contrario (Hovland, 1977; Chen y Chameau, 1983; Seed et al., 1990). Estas diferencias dependen de los métodos usados en cada caso. Al extender los métodos bidimensionales de equilibrio límite a la tercera dimensión, se extienden igualmente sus limitaciones. Por ejemplo, el método de Hovland (1977) se basa en la extensión del método Ordinario de dovelas, y por lo tanto genera resultados erróneos en los análisis en 3D al desprestigiar las fuerzas entre columnas, obteniendo factores de seguridad tridimensionales menores a los bidimensionales. Igualmente, la complejidad de la extensión del método de Spencer realizada por Chen y Chameau (1983) originó que se obtuvieran los resultados engañosos que sugieren factores de seguridad en 2D mayores que los 3D (Ugai, 1988). Con respecto a lo anterior, en general ha sido aceptado que los factores de seguridad obtenidos de análisis de estabilidad de taludes en tres dimensiones son mayores que los factores de seguridad obtenidos de análisis bidimensionales equivalentes (Duncan, 1996). Se resalta que esta afirmación es el resultado de investigaciones de análisis de estabilidad de taludes en condiciones secas.

En algunos estudios se han presentado relaciones constantes entre los factores de seguridad 3D y 2D. Azzouz et al. (1981) sugirieron que la relación entre el factor de seguridad 3D y 2D ( $F_3/F_2$ ) se encontraba entre 1.07 y 1.3 para taludes de suelos cohesivos no drenados utilizando la extensión del método del arco circular. Se resalta que esta conclusión no puede generalizarse debido al número limitado de casos estudiados (cuatro). En el caso de suelos homogéneos friccionantes, en los que se esperan superficies de falla poco profundas y paralelas al talud, en varios estudios se ha obtenido el mismo factor de seguridad en 2D y en 3D (Hutchinson y Sharma, 1985; Leshchinsky y Baker, 1986).

## **2.5 MÉTODOS NUMÉRICOS**

Frecuentemente, los mecanismos de falla de los deslizamientos son muy complejos e incluyen factores muy difíciles de investigar con análisis convencionales de equilibrio límite. Estos análisis se limitan a problemas relativamente simples que incluyen muy poca información del mecanismo de falla. Las fallas de los taludes (en su gran mayoría) son progresivas, es decir que la superficie de falla no se genera al mismo tiempo en su totalidad, como lo suponen los métodos de equilibrio límite.

La mayoría de problemas de estabilidad de taludes incluyen complejidades relacionadas con geometría, anisotropía, comportamiento no lineal, esfuerzos "*in situ*" y la presencia de procesos asociados como son las presiones de poro y las cargas sísmicas.

La principal limitante de los métodos de equilibrio límite es que no consideran las deformaciones, las cuales pueden determinar el proceso de falla, particularmente en los procesos de falla progresiva y los que dependen del factor tiempo. Para resolver estas limitaciones se utilizan técnicas de modelación numérica que permiten obtener soluciones aproximadas a problemas que no se pueden resolver utilizando procedimientos de equilibrio límite. En este aspecto, los modelos numéricos son más precisos.

En las técnicas numéricas, no es necesario imponer condiciones como la ubicación y la forma de la superficie de falla. Los avances en el poder computacional y la disponibilidad de diferentes programas, han hecho que estas técnicas sean atractivas para la investigación de estabilidad de taludes.

Se resalta que los métodos numéricos que se usan para la ejecución de análisis de estabilidad de taludes cumplen con los requerimientos teóricos para obtener la solución completa; es decir, aquella que se obtiene a partir de las ecuaciones equilibrio, compatibilidad, leyes constitutivas, y condiciones de frontera.

Los métodos numéricos empleados en los análisis de estabilidad de taludes pueden clasificarse en tres grupos principales:

- ✓ Métodos continuos: elementos finitos (MEF), diferencias finitas (MDF), elementos de frontera o borde (MEB).
- ✓ Métodos discontinuos: elementos discretos (MED), modelación de movimientos de partículas y fracturas.
- ✓ Métodos híbridos: MEF-MEB, MED-MEB, MEF-MED.

En las formulaciones de métodos continuos, el dominio geométrico es discretizado en un número finito de elementos y la solución se encuentra empleando aproximaciones numéricas mediante la solución de ecuaciones diferenciales.

Si los taludes o laderas contienen series de discontinuidades geotécnicas, que podrían controlar el mecanismo de falla, los métodos discontinuos serían los más apropiados para el análisis de estabilidad. Los métodos discontinuos consideran el dominio geométrico como una agrupación de elementos discretos interrelacionados. El desarrollo de estos métodos representa un importante paso en el entendimiento del comportamiento de macizos rocosos.

Los métodos híbridos han sido utilizados con mayor frecuencia en la mecánica de rocas. Estos métodos tratan de optimizar los recursos y las ventajas de los métodos existentes, para emplearlos en diferentes áreas del dominio geométrico; por ejemplo, los elementos de frontera se pueden emplear en el contorno del dominio y los elementos finitos en el interior del dominio.

El MEF y el MDF son las técnicas numéricas de mayor aplicación en el área de geotecnia. Estos métodos cuentan con suficiente flexibilidad para tratar problemas de deformaciones, falla progresiva, dilatación, efectos tridimensionales, y pueden incluir presiones de poro y cargas dinámicas.

A continuación se presentan algunos de los métodos más utilizados, especialmente en el caso de análisis de estabilidad de taludes conformados por suelos.

### **2.5.1 Método del elemento finito (MEF)**

Los métodos de equilibrio límite no tienen en cuenta el estado de esfuerzos dentro de la masa de suelo y su historia. En este tipo de análisis resulta igual analizar el talud nuevo de una excavación, de una estructura térrea, o una ladera natural. El estado de esfuerzos dentro de estos taludes se encuentra fuertemente influenciado por  $K_0$ , la relación entre los esfuerzos horizontal y vertical efectivos, pero se resalta que los análisis de equilibrio límite ignoran esta condición (Chowdhury, 1981). En la realidad, la distribución de esfuerzos dentro de los taludes mencionados sería diferente, representando una influencia importante en su estabilidad.

El método del elemento finito (MEF) sobrepasa muchas de las deficiencias inherentes a los métodos de equilibrio límite. Este método fue introducido a la ingeniería geotécnica por Clough y Woodward (1967), pero su uso había sido limitado a los análisis de estructuras de tierra complejas, como las grandes presas, tal como fue señalado por Duncan (1996). En casos típicos, el MEF puede incorporar el procedimiento constructivo de estructuras térreas o excavaciones, intentando simular el historial de esfuerzos del suelo que conforma el talud. Sin embargo, la calidad de los análisis utilizando el MEF depende directamente de la habilidad para seleccionar un modelo constitutivo que simule de manera realista el comportamiento no lineal de los materiales que conforman los taludes o laderas.

El método del elemento finito, esencialmente divide el medio continuo, el suelo, en unidades discretas (elementos finitos), tal como se muestra en la **Figura 4**. Estos elementos se encuentran interconectados en sus nodos y bordes. Usualmente el MEF utiliza la formulación del método de los desplazamientos en el caso de las aplicaciones geotécnicas, encontrando los desplazamientos, esfuerzos y deformaciones en los puntos nodales de los elementos.

A pesar de que el MEF represente una técnica poderosa para los análisis geotécnicos, paradójicamente, introduce complejidades que en ciertas ocasiones limitan su uso para resolver problemas prácticos. Wong (1984) menciona la dificultad asociada en la determinación de un factor de seguridad de la falla de un talud. En los análisis convencionales de equilibrio límite, la falla se describe como una condición en la que las fuerzas actuantes (o momentos) exceden las fuerzas resistentes (o momentos), representada usualmente por un factor de seguridad menor a la unidad. En el MEF, el suelo se modela como un conjunto de elementos y la condición de falla será un fenómeno progresivo en el que no todos los elementos fallarán simultáneamente. Por lo anterior, la falla puede abarcar un amplio rango de definiciones, considerando desde el punto donde comienza la falla, hasta el estado final de falla donde efectivamente todos los elementos han fallado.



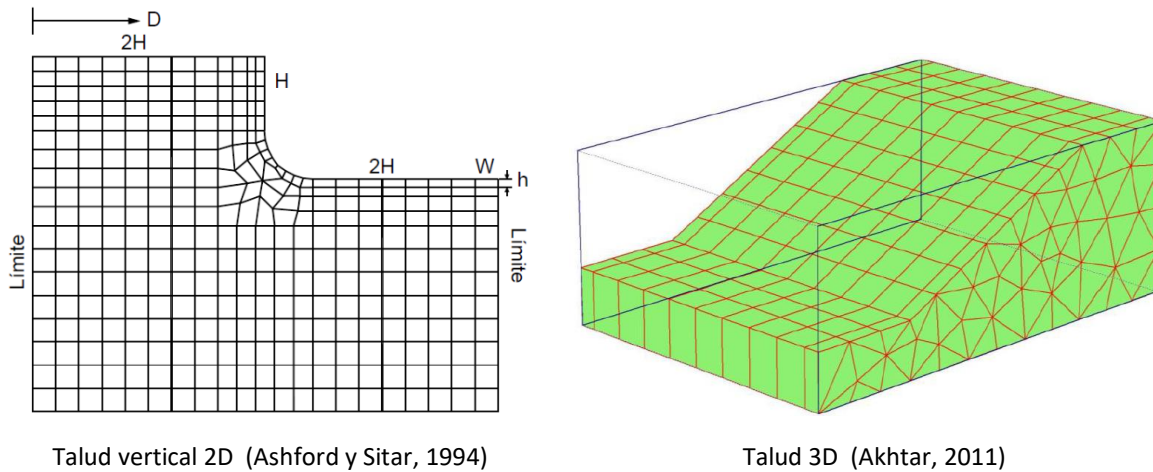


Figura 4. Mallas utilizando el MEF

A continuación se describen brevemente algunos de los criterios de falla que se usan en el análisis de estabilidad de taludes con el MEF:

- ✓ *Desplazamientos de la superficie del talud* (Snitbhan y Chen, 1976). Este criterio tiene en cuenta los desplazamientos horizontales de la superficie del talud, y se establece especificando un límite máximo tolerable para estos desplazamientos horizontales.
- ✓ *Cortante límite* (Duncan y Dunlop, 1969). En este caso, los esfuerzos calculados con el MEF a lo largo de la superficie de falla potencial son usados directamente para estimar el factor de seguridad. Este valor del factor de seguridad corresponde a la relación entre la resistencia disponible a lo largo de la superficie de falla y los esfuerzos calculados usando el MEF. En el método de cortante límite, los resultados obtenidos en un análisis de esfuerzos con el MEF son utilizados para aplicar las ecuaciones de equilibrio en un análisis de equilibrio límite.

Los pasos básicos que se siguen en el presente método son: (1) realizar un análisis de esfuerzos por medio del método del elemento finito usando características de un material elástico-lineal o elasto-plástico, (2) suponer una superficie de falla, (3) dividir la masa sobre la superficie de falla en dovelas, (4) calcular los esfuerzos normales y de corte a lo largo de la superficie de falla, (5) emplear los esfuerzos normales y parámetros de resistencia para calcular la resistencia al corte a lo largo de la superficie de falla, (6) determinar el factor de seguridad global.

- ✓ *Reducción de resistencia* (Zienkiewicz, 1971). Este criterio de falla puede indicar el colapso de los elementos bajo condiciones de carga impuesta. Utilizando este enfoque, los parámetros de resistencia al corte se reducen hasta que ocurra una inestabilidad numérica o el modelo no converja. Según lo anterior, el factor de seguridad es calculado como una relación entre la resistencia disponible y el valor de resistencia más bajo que produce una solución viable. Este enfoque ha sido utilizado por varios autores como Potts et al. (1990), Matsui y Sun (1992),

Dawson et al. (1999), Griffiths y Lane (1999), Jeremic (2000), Lane y Griffiths (2000), Lechman y Griffiths (2000), Sainak (2004), Zheng et al. (2006), Griffiths y Marquez (2007), y Li (2007).

Actualmente este es uno de los criterios de falla más usados, utilizando un análisis de deformación no lineal que se basa en el modelo constitutivo Mohr-Coulomb, en donde los parámetros de resistencia al esfuerzo cortante de los materiales se reducen gradualmente utilizando un factor de reducción  $F$ :

$$\tau = c_R + \sigma \tan \phi_R \quad (5)$$

Donde,  $c_R = c/F$  y  $\phi_R = \tan^{-1}(\tan \phi / F)$  son los parámetros reducidos de resistencia.

Realizando el proceso de reducción de resistencia hasta encontrar la falla del material, el factor de seguridad será igual al factor de reducción ( $FS = F$ ), definido como el factor por el cual debe reducirse la resistencia al esfuerzo cortante de los materiales para llevar el talud al borde de la falla (ver Ecuaciones (1), (2) y (5)):

$$FS = \frac{s}{\tau} = \frac{c + \sigma \tan \phi}{c_R + \sigma \tan \phi_R} = F \quad (6)$$

- ✓ *Incremento de esfuerzos.* Otra técnica para determinar la falla del talud y su respectivo factor de seguridad es incrementando los esfuerzos aplicados al talud. Generalmente se incrementan sistemáticamente las fuerzas másicas de gravedad en todos los elementos, de manera que al igual que en el método de reducción de resistencia, la falla se produce cuando el sistema no converge. Para casos simples en suelos homogéneos, los resultados encontrados utilizando el método del incremento de esfuerzos son coincidentes con los resultados del método de reducción de resistencia (Swan y Seo, 1999). El empleo de uno de estos dos métodos dependerá de los factores que influyen en la estabilidad, por ejemplo un decremento de la resistencia del suelo o un incremento de las fuerzas másicas. Por ello, el método de incremento de esfuerzos se ha empleado generalmente como una variante del método pseudo-estático para determinar el coeficiente sísmico crítico que indica el valor máximo al que se podría incrementar la fuerza horizontal hasta que el talud falle.

Finalmente se resaltan algunas ventajas y desventajas de la utilización del MEF en el análisis de estabilidad de taludes:

Ventajas:

- ✓ Utilizando el método de reducción de resistencia no se necesita definir *a priori* el tipo, la forma y la localización de la superficie de falla. La falla se genera en zonas donde la resistencia al esfuerzo cortante es menor a los esfuerzos cortantes aplicados. Además de esto, se considera que la falla es progresiva. Lo anterior aplica igualmente para el método de incremento de esfuerzos.
- ✓ No se necesitan hacer suposiciones acerca de las fuerzas entre dovelas, tales como la inclinación y la localización de las mismas, lo cual representa una de las mayores fuentes de

incertidumbre en los análisis de equilibrio límite. El MEF mantiene un equilibrio global hasta que se presenta la falla.

- ✓ El método permite monitorear el desarrollo de las zonas de falla, lo cual es particularmente importante en los análisis de taludes muy altos (minas a cielo abierto) y el impacto de la excavación sobre estructuras cercanas.
- ✓ Debido a las capacidades del MEF para cuantificar y predecir esfuerzos y deformaciones, se puede utilizar dicho método para diseñar elementos de soporte (pilotes, inclusiones, geotextiles, anclas, etc.) y modelar las etapas de construcción.
- ✓ El método puede ser aplicado de manera eficiente en análisis tridimensionales.
- ✓ Se puede considerar el comportamiento no lineal de los materiales en la totalidad del dominio analizado, además de introducir la variable tiempo en los análisis.
- ✓ Los detalles estructurales de juntas o fisuras cercanas pueden modelarse utilizando una técnica de homogenización.
- ✓ Existe mucha experiencia sobre el uso de diferentes modelos.

#### Desventajas:

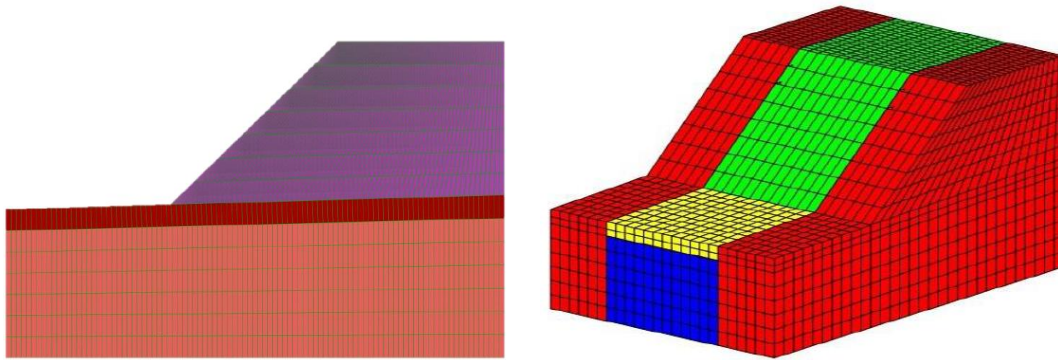
- ✓ Debido a que el sistema de ecuaciones puede ser muy grande, se requieren tiempos prolongados y capacidades altas de memoria, dependiendo de la estructura general de los taludes y la implementación de los algoritmos del código de elementos finitos, sobre todo en análisis tridimensionales.
- ✓ La totalidad del volumen del dominio analizado tiene que discretizarse y analizarse.
- ✓ Algunos modelos requieren de algoritmos sofisticados de acuerdo con el tipo de material constitutivo utilizado.
- ✓ Se pueden obtener diferentes factores de seguridad, dependiendo del criterio de falla seleccionado.
- ✓ Debido a que en el MEF no existe un criterio obvio de falla, la interpretación de los resultados puede resultar problemática, por lo que el usuario debe recurrir a su experiencia e intuición para entender la capacidad del modelo numérico para predecir el posible comportamiento del talud.
- ✓ Algunos de los parámetros de entrada de los modelos constitutivos no se miden normalmente (pruebas de laboratorio y/o de campo), por lo que se requiere el uso de correlaciones y de valores típicos reportados en la literatura.
- ✓ El criterio de falla de reducción de resistencia (más utilizado), usualmente reduce simultáneamente la cohesión y el ángulo de fricción de los materiales. Cuando se presenta la falla del material se vence completamente la cohesión del material, considerando únicamente

la fricción de los materiales, por lo que estrictamente la reducción de los parámetros no debería ser simultánea.

### **2.5.2 Método de diferencias finitas (MDF)**

En el método de diferencias finitas, los materiales son representados por zonas que forman una malla de acuerdo con la geometría (ver Figura 5) y se puede seleccionar una variedad de relaciones esfuerzo/deformación. El método se basa en el esquema de cálculo de “Lagrange”, el cual permite modelar deformaciones de gran escala y el colapso de los materiales.

El esquema general del análisis consiste en el reequilibrio del sistema y el estudio de las condiciones de falla. El método de diferencias finitas puede ser utilizado en análisis de esfuerzo deformación, análisis de estabilidad de taludes, análisis de flujo de agua, consolidación, entre otros. El método de diferencias finitas tiene la ventaja de que no requiere la solución de gran cantidad de ecuaciones y es más fácil introducir modelos especiales de suelo.



**Figura 5. Malla de un talud utilizando FLAC (Akhtar, 2011)**

### **3 ANÁLISIS DE FLUJO TRANSITORIO DE AGUA Y EL FENÓMENO DE INFILTRACIÓN POR PRECIPITACIONES**

El movimiento del agua a través de un medio poroso se puede clasificar teniendo en cuenta varios criterios, sin embargo, resulta importante clasificarlo en función del tiempo. De acuerdo con lo anterior, los problemas de flujo de agua comúnmente se dividen en análisis de flujo establecido y transitorio. Para un análisis de flujo establecido confinado (el agua está obligada a circular a través de un espacio permeable limitado por líneas de flujo y equipotenciales) la carga hidráulica y la permeabilidad de los materiales en cualquier punto de la masa de suelo permanecen constantes en el tiempo. Lo contrario sucede con los problemas de flujo establecido no confinados o en problemas de flujo transitorio, donde las condiciones de frontera son variables. En ambos casos el volumen de agua dentro de los poros del suelo y la permeabilidad de los materiales varían espacialmente, y en el caso de flujo transitorio, también en el tiempo. En otras palabras, el medio poroso estrictamente se encuentra parcialmente saturado.

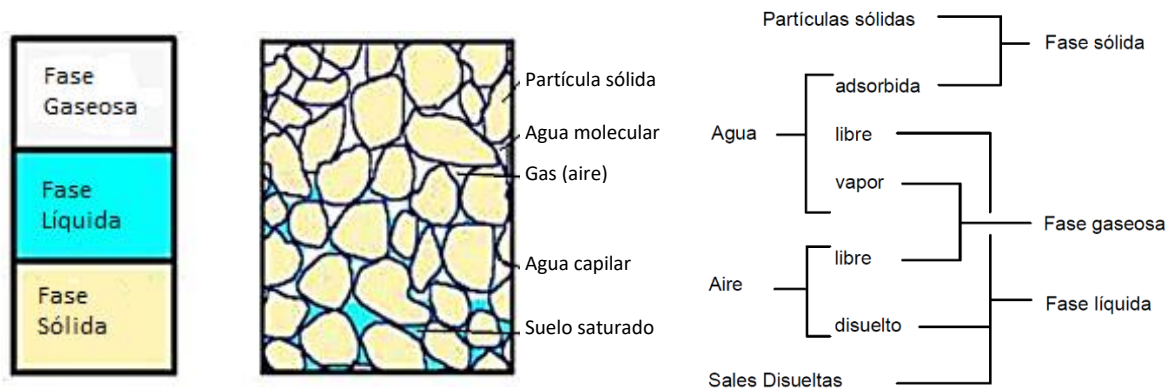
A continuación se presentan algunos conceptos básicos con respecto a los suelos parcialmente saturados y a los análisis de flujo transitorio de agua en medios porosos. Finalmente, con base en los conceptos presentados, se describe el proceso de infiltración por precipitaciones y su influencia sobre la estabilidad de taludes y laderas.

#### **3.1 SUELOS PARCIALMENTE SATURADOS**

Existe una gran diversidad de suelos parcialmente saturados, muchos de ellos con características o comportamientos particulares, como arcillas expansivas muy plásticas, depósitos aluviales, coluviales, eólicos, suelos compactados, residuales, entre otros. En general, el comportamiento de estos suelos se encuentra controlado por la succión (Alonso et al., 1987).

##### **3.1.1 Fases de un suelo parcialmente saturado**

Un suelo parcialmente saturado es un sistema trifásico compuesto por una fase sólida, líquida y gaseosa. Las relaciones existentes entre estas fases y los componentes del suelo se presentan en la Figura 6. En contradicción con lo anterior, Fredlund y Morgenstern (1977) han propuesto una cuarta fase, considerando como una fase independiente a la interface entre el aire libre y el agua libre. Esta interface se encuentra formada por una película de moléculas de pequeño espesor y que tienen propiedades diferentes a las de los materiales que separa (aire y agua). Por otro lado, en las relaciones peso-volumen se considera el suelo como un sistema trifásico, incluyendo el peso de la membrana como parte del agua y no se considera su volumen. El conocimiento de las interacciones existentes entre las tres fases del sistema constituye el punto básico para el entendimiento del comportamiento del suelo parcialmente saturado.



**Figura 6. Componentes de las fases de un suelo parcialmente saturado (Yoshimi y Osterberg, 1963)**

A continuación se presentan de manera resumida algunos aspectos básicos referentes a las fases constituyentes de los suelos parcialmente saturados:

- ✓ **Fase sólida:** está integrada básicamente por partículas sólidas de diferentes tamaños. Las propiedades más importantes de dichas partículas son el tamaño (fracción gruesa y fina), la forma, la textura, y la composición química (cargas eléctricas, capacidad de intercambio catiónico). Estas propiedades, principalmente son responsables del comportamiento característico de un suelo. Las partículas se disponen formando arreglos geométricos conocidos como estructura del suelo. Ésta es determinante en la respuesta del suelo, especialmente en los suelos parcialmente saturados, ya que influyen en el estado de tensiones que se desarrolla en los contactos entre partículas, el aire y el agua, y controla la componente capilar de la succión (Alonso et al., 1987).
- ✓ **Fase líquida:** se compone del agua y de las sales disueltas en ella. De una forma clásica, esta fase se ha dividido en tres tipos.
  - Agua absorbida* en la partícula o que es parte de la capa doble difusa, que no puede ser separada por acciones hidrodinámicas.
  - Agua capilar*, que permanece en el suelo por acción de las fuerzas capilares y puede moverse por acción de éstas.
  - Agua gravitacional*, es aquella que puede perder el suelo en condiciones de drenaje libre por gravedad. Desde el punto de vista hidrodinámico el agua capilar y el agua gravitacional forman una sola unidad que puede denominarse “agua libre”.
- ✓ **Fase gaseosa:** formada básicamente por aire y vapor de agua. La forma en la que se encuentra el aire en el suelo se encuentra relacionada con el contenido de agua o el grado de saturación del mismo. Hilf (1956) considera que las burbujas solo pueden existir si el agua que ocupa los poros del suelo está saturada de aire. Vaughan (1985), considera que el aire presente en el suelo tiene tendencia a agruparse ocupando completamente determinados poros en lugar de permanecer en forma de burbujas aisladas. Cuando el grado de saturación del suelo es bajo, el aire puede ocupar sus canalículos, los cuales pueden estar comunicados

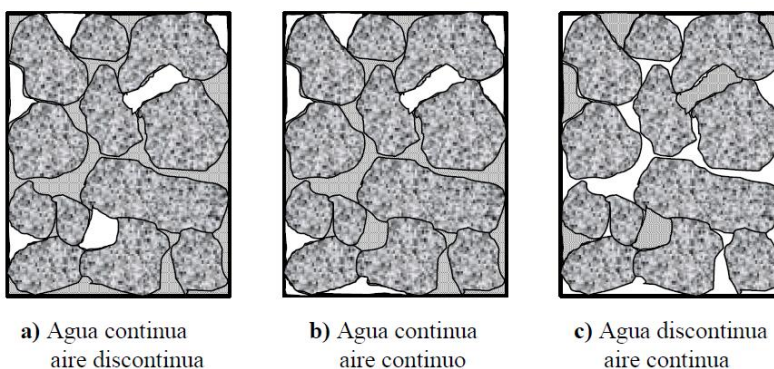
entre sí y con el exterior. Desde el punto de vista geotécnico el aire se considera compresible, en contraposición con el agua que se considera incompresible. Aunque el aire no es un gas perfecto, se le atribuye un comportamiento que sigue la Ley de los Gases Perfectos para el intervalo de presiones y temperaturas usuales en el suelo.

### **3.1.2 Clasificación de los suelos parcialmente saturados**

La estructura de un suelo parcialmente saturado depende del proceso por el cual el suelo ha llegado a este estado (secado natural del suelo, compactación, entre otros). La estructura tiene una influencia considerable en el comportamiento de los suelos parcialmente saturados. Por esta razón, los suelos parcialmente saturados generados por diferentes procesos tienden a presentar diferentes formas de comportamiento mecánico. En suelos formados por un proceso dado, la estructura suele variar considerablemente.

Wroth y Houlsby (1985) propusieron tres tipos diferentes de suelos parcialmente saturados, tomando como base la continuidad del fluido de fases:

- a) Fase de aire discontinua y fase de agua continua (ver Figura 7a). Este tipo de estructura se encuentra en los suelos parcialmente saturados que tienen un alto grado de saturación. En estos suelos, el aire se encuentra en forma de pequeñas burbujas (zona de transición entre una zona saturada y otra con un bajo grado de saturación).
- b) Fases continuas de aire y agua (ver Figura 7b). Suelos parcialmente saturados con un grado intermedio de saturación (zona de transición en un depósito de suelo natural, rellenos compactados de granos finos).
- c) Fase de aire continua y fase de agua discontinua (ver Figura 7c). Suelos parcialmente saturados con bajos grados de saturación (suelos naturales cercanos a la superficie, rellenos compactados como escolleras y pedraplenes).



**Figura 7. Estructura de suelos parcialmente saturados (Wroth y Houlsby, 1985)**

La presión de aire de los poros en suelos parcialmente saturados es siempre mayor que la presión de agua de los poros, debido a la curvatura de la interface aire-agua. En suelos parcialmente saturados que contienen una fase de aire continua (b y c en la Figura 7), la presión del aire en los

poros será igual a cero (igual a la presión atmosférica), debido a que la fase de aire continua se encuentra en contacto con la atmósfera, y la presión de agua en los poros será negativa.

### **3.2 FENÓMENO DE SUCCIÓN**

Por debajo de la superficie freática, las presiones de poros son mayores que la presión atmosférica, y se consideran como presiones de agua positivas. En la superficie freática, la presión del agua de los poros es igual a la presión atmosférica. Por encima de la superficie freática las presiones de poros son menores que la presión atmosférica y se consideran negativas (succión o tensión del agua de poro).

Buckingham (1907) definió la succión del suelo como la cantidad que mide la atracción entre el agua y el suelo en cualquier punto dado. Nimmo y Landa (2004) utilizaron el término succión o potencia de agua del suelo para representar la deficiencia de presión (presión negativa), que ejerce el agua de los poros de algunos suelos (saturados o parcialmente saturados) que tenían la capacidad de absorber agua. Aitchison (1965) definió la succión total o energía libre del agua como la succión equivalente derivada de las mediciones de la presión parcial de vapor de agua en equilibrio con una solución idéntica en composición con el agua del suelo, en relación con la presión parcial de vapor de agua en equilibrio con el agua libre. Blight (1965) indica que el efecto de la succión en un suelo parcialmente saturado es equivalente al de una presión exterior aplicada. Baltodano (2006) la define como la habilidad de un suelo parcialmente saturado para atraer o retener agua. La Sociedad Internacional de la Ciencia del Suelo, define el potencial total del agua en el suelo (succión,  $\psi$ ) como la cantidad de trabajo que debe realizarse por cantidad unitaria de agua pura, a fin de transportar irreversible e isotérmicamente una cantidad infinitesimal de agua pura a una elevación especificada, bajo presión atmosférica en el punto bajo consideración (Zepeda y Pérez, 2004).

La succión total del suelo ( $\psi_t$ ) se considera como la suma algebraica de las componentes mátrica ( $\psi_m$ ) y osmótica ( $\psi_o$ ), que pueden ser escritas de la siguiente manera (Fredlund y Rahardjo, 1993):

$$\psi_t = \psi_m + \psi_o \quad (7)$$

El término succión mátrica tiene por objeto describir la componente de la succión que resulta de las interacciones entre el agua de los poros y los sólidos del suelo, o de la matriz del suelo. La succión derivada de la presencia de solutos disueltos se conoce como succión osmótica.

La succión osmótica es una medida de la diferencia entre la presión parcial de vapor de agua en equilibrio con agua pura. En general, es el resultado del contenido de productos químicos (sales minerales). Gardner (1958) indica que el componente de la succión osmótica es normalmente despreciable. En cambio, Richards (1967) argumenta que los efectos de la succión osmótica pueden ser significativos, pero indica que puede despreciarse ante la ausencia de sales o para concentraciones uniformes (que no cambian). De acuerdo con lo anterior, en los problemas de ingeniería como análisis convencionales de flujo de agua o de estabilidad de taludes que no



impliquen aspectos ambientales, donde los contaminantes y los gradientes químicos pueden estar presentes, la succión del suelo puede ser considerada únicamente como la succión mátrica.

### 3.2.1 Succión mátrica o capilar

La succión mátrica o capilar ( $\psi_m$ ) se define como la presión negativa de agua intersticial y es igual a la diferencia de la presión del aire y la presión del agua. La succión mátrica depende de los efectos capilares del agua (tensión superficial y radio de curvatura del menisco) y de las fuerzas de absorción (los campos de las fuerzas eléctricas y las fuerzas de Van der Waals). La succión mátrica es ejercida en las partículas sólidas que forman la estructura del suelo denominada matriz (Pousada, 1984). Esta succión está relacionada con el estado de esfuerzos derivado de los fenómenos de superficie y gravitatorios.

Para entender este fenómeno de manera ilustrativa, se considera un tubo capilar de diámetro  $2r$  como el que se presenta en la Figura 8. Las presiones del aire y del agua se encuentran representadas como  $U_a$  y  $U_w$ , respectivamente. La tensión superficial  $T_s$  genera un ángulo  $\alpha$  alrededor del tubo, en el contacto entre el vidrio y el agua, y es el responsable de contener el peso de la columna de agua.

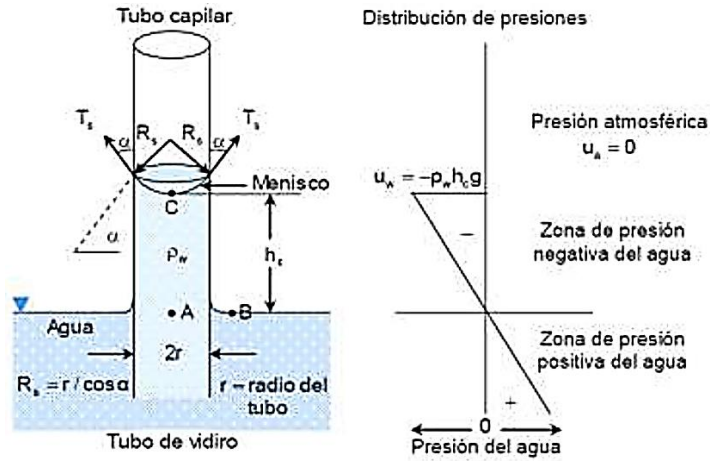


Figura 8. Representación esquemática de la succión mátrica (Fredlund y Radardjo, 1993)

De la figura anterior, realizando equilibrio de fuerzas verticales, se tiene:

$$\sum f_v = -U_a \frac{\pi D^2}{4} + U_w \frac{\pi D^2}{4} + T_s (\cos \alpha) \pi D = 0 \quad (8)$$

Simplificando la expresión anterior:

$$\begin{aligned} -U_a D + U_w D + 4T_s (\cos \alpha) &= 0 \\ (U_a - U_w) D &= 4T_s (\cos \alpha) \end{aligned} \quad (9)$$

Si el ángulo de contacto entre la membrana contráctil del agua y el cristal limpio es cero ( $\alpha = 0$ ), entonces:

$$(U_a - U_w) = \frac{4T_s}{D} \quad (10)$$

El primer término de la ecuación anterior representa la succión mátrica. La presión del aire ( $U_a$ ) es igual a la presión atmosférica ( $U_a = 0$ ). El segundo término da como resultado valores positivos, por lo que se establece que la presión del agua ( $U_w$ ) es negativa. Es por esto que se dice que el término succión y presión de poro negativa tienen el mismo significado, lo que nos lleva a establecer lo siguiente:

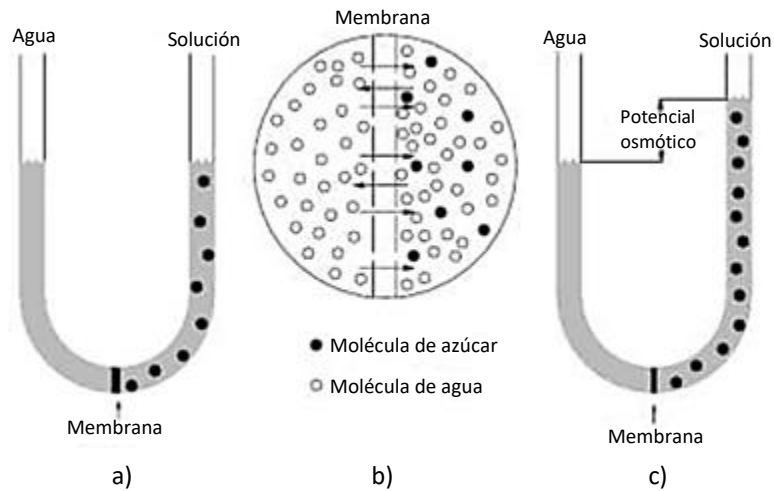
$$\psi_m = U_a - U_w \quad (11)$$

### **3.2.2 Succión osmótica**

La succión osmótica o succión de soluto ( $\psi_o$ ) se define como la presión negativa de agua pura (destilada) a la que habría que someter a una masa de agua con la misma composición que la intersticial, para estar en equilibrio a través de una membrana semipermeable. Se produce por los solutos disueltos (sales disueltas) en el agua de los poros del suelo. Los solutos disueltos provienen externamente de la introducción de solutos (a través de procesos como la lixiviación) y de procesos naturales, cuando los solutos son absorbidos por la superficie de los minerales (los cationes intercambiables son absorbidos por las partículas de arcilla) (Lu y Likos, 2004).

Para ilustrar este fenómeno, se considera un contenedor de agua dividido por una membrana semipermeable, donde de un lado de la misma se tiene una solución (agua con azúcar) y del otro lado un solvente (agua destilada), tal como se muestra en la Figura 9. En el esquema se muestra que el tubo contiene agua en el extremo izquierdo y una solución de agua con azúcar en el extremo derecho, separadas por una membrana permeable que permite el paso del agua pero no el de las moléculas de azúcar (ver Figura 9a). Ya que el efecto del azúcar disminuye la energía libre del agua en el lado de la solución, más agua pasa de izquierda a derecha que de derecha a izquierda (ver Figura 9b). El equilibrio de las fuerzas de ósmosis genera una diferencia en los niveles de agua de los dos extremos del tubo. Esta diferencia se conoce como potencial osmótico (ver Figura 9b).

En una masa de suelo, las partículas de arcilla poseen iones negativos que atraen los cationes de agua, que provocan concentraciones de sales cerca de la partícula (solución), por lo tanto el agua libre (alejada de las partículas) fluye cerca de las mismas generando succión osmótica.



**Figura 9. Representación de la succión osmótica en un contenedor (Brady, 1990)**

### **3.3 PROPIEDADES HIDRÁULICAS**

Las propiedades hidráulicas de los suelos saturados pueden asumirse como constantes, definiendo un único valor de contenido de agua y de permeabilidad para los análisis de flujo de agua. Sin embargo, en los suelos parcialmente saturados estas propiedades varían de acuerdo con la succión. Las propiedades hidráulicas y su variación en los suelos parcialmente saturados se representan mediante funciones, las cuales se conocen como funciones hidráulicas.

La variación del contenido volumétrico de agua (contenido gravimétrico de agua o grado de saturación) con respecto a la succión se conoce como función de almacenamiento, función de retención de agua, curva característica o curva de succión-grado de saturación. La variación del coeficiente de conductividad hidráulica con respecto a la succión se denomina función de conductividad hidráulica, función de permeabilidad o curva de permeabilidad-succión.

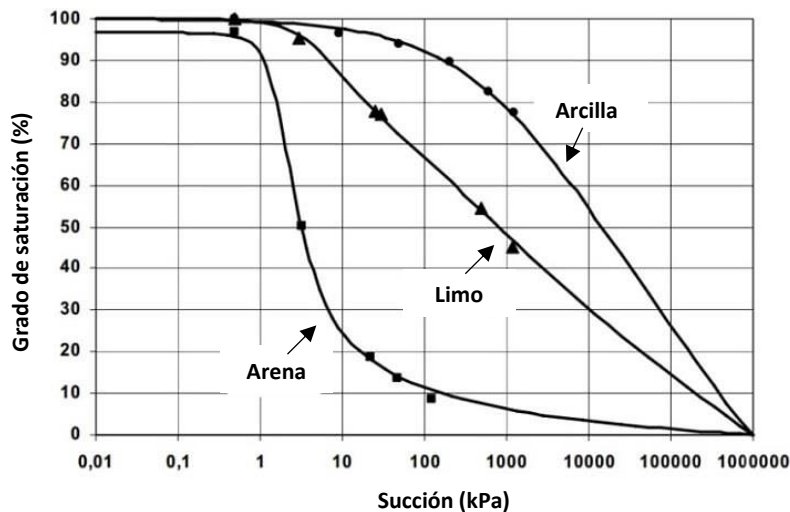
Para determinar las funciones hidráulicas de los suelos parcialmente saturados resulta necesario realizar mediciones en laboratorio o campo. Por lo general estas mediciones no se realizan, y cuándo se realizan, la elaboración de las pruebas resulta complicada, ya que las propiedades hidráulicas son altamente no lineales. Cuando no se cuenta con pruebas dirigidas a la medición directa de las funciones hidráulicas, se pueden utilizar modelos matemáticos que permiten predecir o representar las propiedades hidráulicas de los suelos parcialmente saturados, generalizando los datos experimentales existentes de suelos con un comportamiento hidráulico similar. La selección de un modelo es importante, porque éste debe permitir representar el comportamiento del suelo en los diferentes estados de saturación que pudiera tener.

#### **3.3.1 Función de almacenamiento o curva característica**

La función de almacenamiento, también conocida como curva característica del suelo, relaciona el contenido de agua (grado de saturación, contenido de agua gravimétrico o volumétrico) con la succión (tensión del agua). La naturaleza de la curva característica está directamente asociada con

la composición granulométrica. Por lo tanto, la relación del grado de saturación-succión puede variar para diferentes tipos de suelos, como puede observarse en la Figura 10. El conocimiento adecuado de esta función conduce a un mejor entendimiento entre la cantidad de agua contenida en el suelo y el estado de energía en que se encuentra la fase de agua.

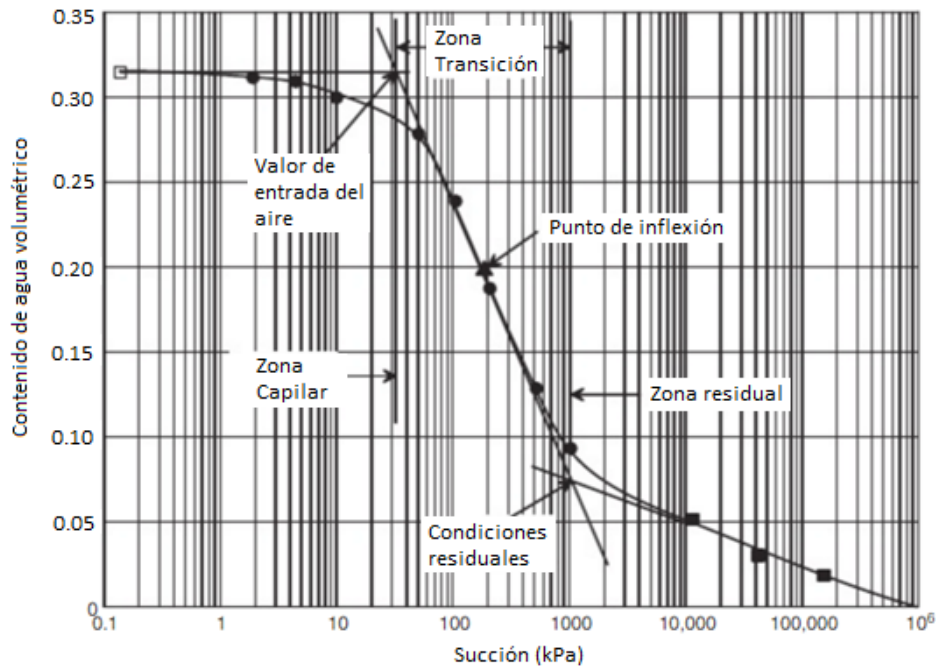
En un suelo parcialmente saturado, la función de almacenamiento juega un papel similar a la curva de consolidación en un suelo saturado. La pendiente de la curva proporciona el cambio de contenido de agua (volumen) en el suelo con respecto a la succión. Además la función de almacenamiento puede usarse indirectamente para estimar la función de conductividad hidráulica y la resistencia al corte de un suelo parcialmente saturado.



**Figura 10. Curvas características para diferentes suelos (Pérez, 2008)**

La curva característica ha demostrado ser un modelo representativo del uso de los conceptos elementales de la capilaridad, proporcionando un panorama amplio de la distribución del agua en los vacíos de la masa de suelo. De acuerdo con esto, la curva característica se ha convertido en la relación fundamental para describir el comportamiento de los suelos parcialmente saturados (Fredlund y Rahardjo, 1993).

La curva característica (ver Figura 11) está compuesta por tres zonas que describen el proceso de desaturación del suelo: zona capilar o de saturación capilar, zona de transición o desaturación, y zona residual. Adicionalmente, proporciona parámetros como el valor de entrada de aire ( $\Psi_a$ ), valor residual ( $\Psi_r$ ), contenido de agua residual ( $\theta_r$ ) y el contenido de agua saturado ( $\theta_s$ ).



**Figura 11. Función de almacenamiento (Fredlund y Radardjo, 1993)**

La zona capilar o de saturación capilar se caracteriza porque todos los poros del suelo están llenos de agua. La acción de las fuerzas capilares origina que la presión de agua de poros esté a tensión (presión negativa). El menisco de agua que está en contacto con las partículas sólidas del suelo es continuo. El límite de esta zona se conoce como el valor de entrada de aire,  $\Psi_a$  (contenido de agua saturado,  $\theta_s$ ), valor que debe exceder la succión mátrica antes del ingreso de aire en los macroporos del suelo.

La zona de transición (desaturación) describe el proceso de desaturación del suelo, en el que los poros empiezan a ser ocupados por aire, lo que origina que el agua comience a desplazarse por el aumento de succión. Esta zona termina con el valor residual de succión,  $\Psi_r$  (contenido de agua residual,  $\theta_r$ ), a partir del cual el agua en los poros se vuelve discontinua y el coeficiente de permeabilidad disminuye considerablemente.

En la zona residual un incremento de succión no produce un cambio importante en el contenido de agua, la cual es tan escasa que no fluye entre los poros y su remoción solo puede ser por evaporación. Esta sección se caracteriza por succiones muy altas, finalizando cuando el contenido de agua es nulo.

#### Métodos de medición de la curva característica

Las técnicas experimentales para medir la succión del suelo y determinar la curva característica o función de almacenamiento varían en función del costo, de la complejidad y del rango de medición (ver Tabla 6). Dichas técnicas se clasifican en métodos de laboratorio y de campo, diferenciadas a su vez por la componente de la succión que se mide, ya sea la total o la mátrica.

Una de las grandes desventajas que tienen los métodos de medición de la curva característica es su rango de medición, permitiendo generar solo un segmento de la curva y limitando su uso en algunas aplicaciones prácticas.

**Tabla 6. Pruebas y equipos para medir la succión (Lu y Likos, 2004)**

Técnica o tipo de sensor		Tipo de medición	Componente de medición	Fenómeno medido	Rango de medición (kPa)	Tiempo de equilibrio a un nivel de succión
Tensiómetros	Convencional	Laboratorio y campo	Mátrica	Tensión del agua	0 - 90	Minutos
	Alta capacidad				0 - 1500	Semanas
Técnicas de traslación de eje	Celda Tempe	Laboratorio	Mátrica	Tensión del agua	0 - 200	Semanas
	Placas de presión con disco poroso				0 - 1500	
	Dispositivo de Fredlund				0 - 1500	
Sensores de conductividad	Eléctrica	Laboratorio y campo	Mátrica	Conductividad eléctrica	0 - 1500	Semanas
	Térmica			Conductividad térmica	0 - 2500	
Método del papel filtro	Contacto	Laboratorio y campo	Mátrica	Contenido de agua	0 - 1000000	1 Semana
	Sin contacto		Total		1000 - 500000	1 a 2 Semanas
Técnicas de medición de humedad	Psicómetro de termopar	Laboratorio y campo	Total	Humedad relativa	100 - 8000	Días
	Higrómetros Chilled-Mirror	Laboratorio			1000 - 450000	Minutos
	Sensores de capacitancia				0 - 1000000	
Técnica de control de humedad	Método isopiéstico (transferencia de vapor usando soluciones salinas)	Laboratorio	Total	Humedad relativa	4000 - 400000	Semanas

### Modelos matemáticos de la curva característica

En la actualidad se cuenta un número importante de ecuaciones para determinar la curva característica del suelo, pero cada una de ellas tiene en cuenta diferentes criterios.

Los modelos matemáticos para determinar la curva característica de un suelo se dividen en dos, modelos de estimación y modelos de ajuste. En el caso de los modelos de estimación, se resaltan los modelos físico-empíricos (physico-empirical models) y las funciones de pedotransferencia (pedo-transfer function, PTF). Los primeros emplean la distribución granulométrica para determinar los datos de la curva característica. Los segundos, como su nombre lo indica, se representan como una función cuyo argumento tiene las propiedades básicas del suelo (granulometría o porosidad), obteniendo una función propia para el material analizado.

Por otro lado, los modelos de ajuste son ecuaciones empíricas que definen la curva característica con base en datos obtenidos de pruebas de laboratorio o de campo (ver Anexo C.1). Los resultados obtenidos de las pruebas para la determinación de la curva característica son datos dispersos dentro de cierto rango de medición, dependiendo de la prueba, por lo que no definen

una curva completa que represente el material en cuestión. Se resalta que las ecuaciones empleadas en los modelos de ajuste fueron determinadas aplicando análisis de regresión por mínimos cuadrados, en los cuales se asumieron diferentes consideraciones para que el ajuste de la curva característica fuera representativo.

### **3.3.2 Función de conductividad hidráulica**

En mecánica de suelos se considera que la conductividad hidráulica es un parámetro que varía de acuerdo con la estructura de los poros, las propiedades del fluido y el contenido de agua existente. La función de conductividad hidráulica es un término empleado para representar la relación que existe entre la conductividad hidráulica y la succión del suelo, pudiendo expresarse igualmente en función del grado de saturación o del contenido de agua volumétrico del suelo.

Para la determinación de la conductividad hidráulica se recomienda hacer uso de la curva característica del suelo (Millington y Quirk, 1961), aunque también es posible obtenerla a partir de pruebas de laboratorio o de modelos de estimación.

#### Métodos de medición

En la actualidad existen varios métodos para determinar la función de conductividad hidráulica en laboratorio o en campo, sin embargo, estas pruebas resultan costosas y requieren de una cantidad importante de tiempo para llevarlas a cabo. La determinación experimental de la función de conductividad hidráulica se basa en la utilización de cámaras o membranas de presión en las que se toman medidas sucesivas para la estimación de la permeabilidad en función de la succión.

Los métodos de medición se clasifican en función del tipo de flujo, que puede ser establecido (la velocidad, el gradiente hidráulico y el contenido de agua son constantes en el tiempo) o transitorio (velocidad, gradiente hidráulico y contenido de agua variables en el tiempo) (ver Tabla 7). En general, se considera que los métodos de medición de flujo establecido resultan más convenientes en comparación con los de flujo transitorio, ya que proporcionan resultados con mayor precisión, al existir un mayor control de las variables.

#### Métodos de estimación

Los modelos de estimación fueron desarrollados para determinar la función de conductividad hidráulica y evitar los altos costos que representa la realización de las pruebas de laboratorio o de campo. Las técnicas de estimación se fundamentan en las propiedades de la masa de suelo, la curva característica y el coeficiente de conductividad hidráulica para distintos intervalos de succión (ver Anexo C.2).

Las técnicas de estimación para determinar la función de conductividad hidráulica se dividen en cuatro categorías:

- ✓ Modelos empíricos: Son aquellos que plantean una relación entre la curva característica del suelo y la función de conductividad hidráulica sin fundamentos matemáticos.

- ✓ Modelos estadísticos: Consisten en el desarrollo de modelos físicos que representan las trayectorias de los diferentes tamaños de poros del suelo a través de los cuales se desarrolla el flujo. Otra forma de realizar este tipo de modelos se basa en las diferentes interpretaciones de la curva característica.
- ✓ Modelos de correlación: Plantean que hay una correlación entre la curva característica y la función de conductividad hidráulica. Estas correlaciones hacen uso de un parámetro que está en función de las propiedades del suelo en estudio.
- ✓ Modelos de regresión: Hacen uso de valores de permeabilidad obtenidos por medio de pruebas de laboratorio o por alguna técnica de estimación.

**Tabla 7. Métodos de campo y laboratorio para estimar la permeabilidad de los suelos parcialmente saturados (Zepeda, 2004)**

Método	Prueba	Tipo de flujo
Campo	Cubierta	Establecido
	Perfil instantáneo	Transitorio
	Infiltrómetro de tensión/Permeámetro	Transitorio
	Penetrómetro de cono	Transitorio
Laboratorio	Tradicional de flujo establecido	Establecido
	Centrífuga	Establecido
	Absorción Bruce-Klute	Transitorio
	Coefficiente de absorción	Transitorio
	Flujo de salida multipasos	Transitorio
	Flujo de salida un paso	Transitorio
	Multipasos directo	Quasiestablecido
	Flujo de salida continuo	Quasiestablecido
	Perfil instantáneo	Transitorio
	Método térmico	Establecido/Transitorio

### 3.4 PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA MASA

El flujo de agua y el contenido de agua en un suelo parcialmente saturado pueden variar tanto espacialmente como temporalmente, como resultado de dos mecanismos básicos: condiciones de frontera variables en el tiempo, y la capacidad de almacenamiento del suelo (relacionada con la curva característica o función de almacenamiento). El efecto de la capacidad de almacenamiento en la redistribución del contenido de agua dentro del suelo se encuentra representado en las ecuaciones o leyes que rigen el flujo de agua transitorio.

La ecuación que gobierna el flujo transitorio de agua en un suelo bajo condiciones isotérmicas puede derivarse mediante la aplicación del principio de conservación de la masa, el cual establece que para un volumen elemental de suelo dado, la tasa de pérdida o ganancia de agua es conservada, y es igual al flujo neto de entrada y de salida. El principio de conservación de la masa



también es conocido como principio de continuidad. En la Figura 12 se muestra un volumen elemental de suelo, donde  $n$  es la porosidad del material,  $\theta$  es el contenido volumétrico de agua,  $\rho$  es la densidad del agua, y  $q_x$ ,  $q_y$ , y  $q_z$  son los flujos en las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$ .

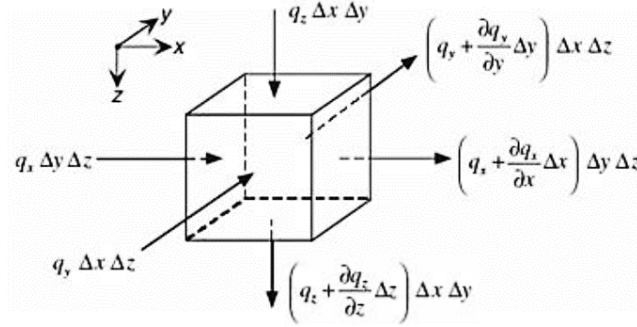


Figura 12. Principio de continuidad (Lu y Likos, 2004)

La tasa de pérdida o ganancia de masa de agua por elemento durante un proceso transitorio está dada por:

$$\frac{\partial(\rho\theta)}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (12)$$

Para que se cumpla el principio de conservación de la masa, el término de almacenamiento presentado anteriormente debe ser igual al flujo neto:

$$-\rho \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z + \frac{\partial q_y}{\partial y} \Delta x \Delta y \Delta z + \frac{\partial q_z}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z \right) = \frac{\partial(\rho\theta)}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (13)$$

$$-\rho \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial(\rho\theta)}{\partial t} \quad (14)$$

La Ecuación (14) corresponde a la expresión que rige el flujo establecido o transitorio de agua en el suelo y es aplicable tanto para suelos saturados como parcialmente saturados.

### 3.5 ECUACIÓN PARA FLUJO TRANSITORIO

Para aplicaciones prácticas, la ley de Darcy puede ser generalizada para problemas de flujo parcialmente saturado considerando la permeabilidad como una función de la succión del suelo o carga de succión (Buckingham, 1907; Richards, 1931), como se muestra a continuación:

$$q_x = -k_x(h_m) \frac{\partial h}{\partial x} \quad q_y = -k_y(h_m) \frac{\partial h}{\partial y} \quad q_z = -k_z(h_m) \frac{\partial h}{\partial z} \quad (15)$$

Donde  $h_m$  es la carga de succión mátrica, y  $k_x(h_m)$  es la función de conductividad hidráulica. En la ausencia de una carga de succión osmótica, la carga total de un suelo parcialmente saturado es la suma de la succión mátrica y la carga de elevación:  $h = h_m + z$ . Sustituyendo la expresión anterior

en la Ecuación (14) y asumiendo que la densidad del agua se mantiene constante, se obtiene lo siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x(h_m) \frac{\partial h_m}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y(h_m) \frac{\partial h_m}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z(h_m) \frac{\partial h_m}{\partial z} + 1 \right) = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (16)$$

En la Ecuación (16) el término adicional en la dirección  $z$  surge por la presencia de la carga de elevación. El término derecho de esta ecuación puede reescribirse en términos de la carga de succión mátrica, de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial h_m} \frac{\partial h_m}{\partial t} \quad (17)$$

Donde  $\partial \theta / \partial h_m$  es la pendiente de la relación entre el contenido de agua volumétrico y la carga de succión, que puede ser obtenida directamente de la función de almacenamiento (curva característica). Esta pendiente comúnmente se denomina como la capacidad específica del agua ( $C$ ). Ya que la función de almacenamiento es no lineal, es necesario describir la capacidad específica del agua como una función de la succión o carga de succión:

$$C(h_m) = \frac{\partial \theta}{\partial h_m} \quad (18)$$

Sustituyendo las Ecuaciones (17) y (18) en la Ecuación (16), se obtiene la ecuación que gobierna el flujo transitorio en un suelo parcialmente saturado:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x(h_m) \frac{\partial h_m}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y(h_m) \frac{\partial h_m}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z(h_m) \frac{\partial h_m}{\partial z} + 1 \right) = C(h_m) \frac{\partial h_m}{\partial t} \quad (19)$$

Esta ecuación es conocida como la ecuación de Richards. La solución de esta ecuación con condiciones de frontera y condiciones iniciales apropiadas proporciona el campo de succión en el espacio y en el tiempo. Para aplicar esta ecuación se requiere la definición de la función de almacenamiento y de la función de conductividad hidráulica, y su solución puede realizarse mediante:

- ✓ Solución analítica de ecuaciones diferenciales parciales (Alberro et al., 2001).
- ✓ Método gráfico aproximado de “redes de flujo transitorias” (Cedergren, 1989).
- ✓ Modelación numérica (método del elemento finito-MEF o el método de diferencias finitas-MDF).

Se resalta que la solución de la Ecuación de Richards o alguna de sus modificaciones bajo diferentes condiciones iniciales de frontera constituyen una solución bastante aproximada para problemas clásicos de física de suelos e hidrología subterránea.

La ecuación de Richards también puede expresarse en términos del contenido volumétrico de agua, siguiendo las siguientes consideraciones:

$$q_x = -k_x(\theta) \frac{\partial h_m}{\partial x} = -k_x(\theta) \frac{\partial h_m}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} = -D_x \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (20)$$

$$q_y = -k_y(\theta) \frac{\partial h_m}{\partial y} = -D_y \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (21)$$

$$q_z = -k_z(\theta) \left( \frac{\partial h_m}{\partial z} + 1 \right) = -D_z \frac{\partial \theta}{\partial z} - k_z(\theta) \quad (22)$$

De la Ecuación (18) puede obtenerse:

$$D_x = \frac{k_x(h_m)}{C(h_m)} \quad (23)$$

Donde  $D_x$  se define como la relación de conductividad hidráulica entre la capacidad de agua específica y se denomina difusividad hidráulica para un suelo parcialmente saturado.

Sustituyendo las Ecuaciones (20) a (22) en la Ecuación (19), se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( D_x(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_y(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_z(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial k_z(\theta)}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (24)$$

La ecuación de Richards con condiciones de frontera adecuadas ha sido utilizada para solucionar el problema de flujo de agua y recarga subterránea (Jury et al., 1991). Debido a que esta ecuación diferencial parcial de tipo parabólica es altamente no lineal, es prácticamente imposible solucionarla analíticamente en un perfil de suelo parcialmente saturado con condiciones iniciales y de frontera complejas. Además, pueden existir otras complicaciones en la geometría de la región de flujo, la heterogeneidad del suelo, y especialmente en las funciones hidráulicas del suelo que no son lineales. De acuerdo con lo anterior, usualmente se soluciona la ecuación de Richards numéricamente.

Los métodos de modelación numérica más comunes son los basados en diferencias finitas, elementos finitos y diferencias finitas integradas. En la actualidad existe una amplia lista de programas comerciales para realizar modelaciones numéricas de problemas de flujo de agua.

Debido a las limitaciones del método de diferencias finitas habitual, se ha producido en los últimos años un cambio de énfasis, sobre todo en la ingeniería civil, hacia el desarrollo de técnicas numéricas basadas en los conceptos de cálculo variacional. Estas técnicas implementadas con el método del elemento finito, se han aplicado con éxito en diferentes casos y problemas de flujo de agua. Utilizando el método del elemento finito para solucionar problemas de flujo transitorio, se divide la región de flujo en pequeños elementos. Dentro de cada elemento finito se asume que la carga hidráulica varía linealmente, y mediante el enfoque variacional se resuelve la ecuación de Richards. Es decir, la solución de esta ecuación en un determinado dominio se sustituye por la obtención de un mínimo de una funcional asociada a dicha ecuación y definida en el mismo dominio. Con estas bases, y después de diversas manipulaciones matemáticas se establecen sistemas de ecuaciones lineales homogéneos (López, 2014).

Estos sistemas se solucionan numéricamente determinando la carga hidráulica en los nodos de la malla de elementos finitos donde no se conocía. Igualmente, proporciona valores nodales de la función de corriente, y otros resultados asociados al flujo de agua como gradientes hidráulicos, velocidades de flujo, presión de poro, grado de saturación, gasto de infiltración, entre otros (López, 2014).

Como datos para obtener la solución mediante el método del elemento finito, se requiere definir: geometría, condiciones de frontera (fronteras equipotenciales, impermeables, de filtración, etc.) y las propiedades hidráulicas de los materiales (permeabilidad, curva característica, función de conductividad hidráulica, etc.).

### **3.6 PROCESO DE INFILTRACIÓN POR PRECIPITACIONES Y SU EFECTO SOBRE LA ESTABILIDAD DE TALUDES**

Las características del flujo de agua, los cambios en la succión mátrica, y la resistencia al esfuerzo cortante son los parámetros principales asociados a los procesos de inestabilidad de taludes parcialmente saturados inducidos por infiltración de precipitaciones. Estos parámetros se encuentran directamente afectados por las condiciones de frontera de flujo (infiltración y evaporación) en la superficie del terreno. El efecto de la infiltración en suelos parcialmente saturados puede ser representado utilizando la teoría de la mecánica de los suelos parcialmente saturados.

La distribución vertical de la succión mátrica en un suelo parcialmente saturado, generalmente depende de varios factores: las propiedades hidráulicas del suelo, indicadas por la curva característica y la función de conductividad hidráulica del suelo (Chen et al., 2003b), factores ambientales (infiltración debida a precipitaciones y al fenómeno de evaporación), y las condiciones de frontera, incluyendo la localización del nivel de aguas freáticas. La combinación de estos factores puede generar diferentes perfiles de succión mátrica, como se muestra en la Figura 13.

El proceso físico de infiltración por precipitaciones y flujo a través de un sistema de suelo saturado/parcialmente saturado ha sido estudiado por varios investigadores. El concepto de “frente húmedo o de saturación” o “banda húmeda” fue introducido por Lumb (1975) en relación con el estudio de fallas de taludes en Hong Kong. En la Figura 14 se presenta la variación del grado de saturación con la profundidad durante un evento lluvioso. Se asume que el suelo se satura cerca de la superficie y que se encuentra prácticamente saturado hasta una profundidad  $h$  bajo el proceso de infiltración. Se asume que el frente húmedo presenta una separación clara entre la condición inicial y la zona húmeda (ver Figura 14).

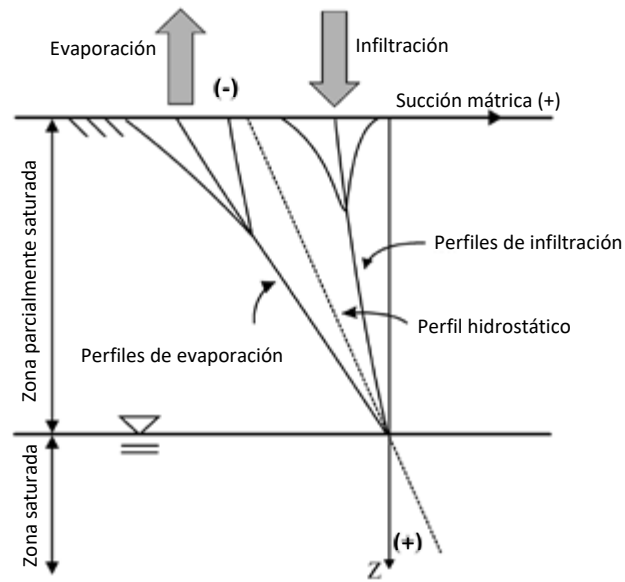


Figura 13. Modelo conceptual de perfiles de succión en suelos parcialmente saturados bajo diferentes condiciones superficiales de frontera (Yeh et al., 2008)

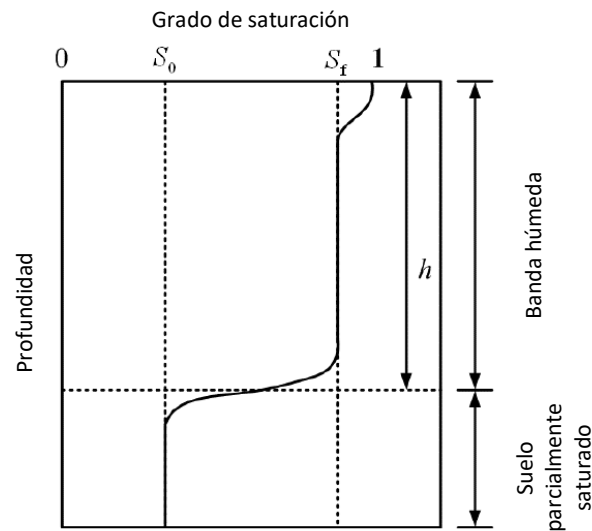


Figura 14. Variación del grado de saturación con la profundidad durante el proceso de infiltración (Lumb, 1975)

La relación entre las lluvias fuertes y los deslizamientos es una realidad conocida, sin embargo su estudio es complejo, especialmente en lo que tiene que ver con la definición de los volúmenes e intensidades de lluvias que se requieren para generar un deslizamiento de gran magnitud o una gran cantidad de deslizamientos.

A lo largo de la historia de un talud o ladera ocurren fluctuaciones en la saturación de los materiales y en los niveles del agua dentro del terreno asociados con las variaciones estacionales y cambios climáticos. De acuerdo con esto, en temporadas de sequía, los suelos por encima del nivel de aguas freáticas se mantienen secos o parcialmente saturados. En los materiales parcialmente saturados se generan presiones de poro negativas (succión), aumentando temporalmente la resistencia al esfuerzo cortante de los materiales.

Ante la ocurrencia de precipitaciones intensas y prolongadas, la infiltración de aguas lluvias en el subsuelo gradualmente satura los materiales, en los que se va perdiendo la succión y se generan aumentos en la presión de poro (presión de poro positiva). De acuerdo con la intensidad y la duración de las lluvias, y la permeabilidad de los materiales se puede generar una saturación de los materiales superficiales y aumentos en el nivel de agua dentro del talud o la ladera. En la Figura 15a se esquematiza el incremento del tirante de agua en una ladera, lo cual podría ocurrir lluvias intensas y prolongadas. El aumento en la presión de poro dentro del suelo va en detrimento de su resistencia, de acuerdo con el principio de los esfuerzos efectivos, ya que cuando la presión de poro aumenta se genera una disminución en los esfuerzos efectivos, y consecuentemente una reducción en la resistencia efectiva del suelo. En la Figura 15b se presenta la trayectoria de esfuerzos efectivos que se podría generar por el aumento en el tirante de agua dentro del talud, incrementando la presión de poro y reduciendo el esfuerzo efectivo hasta tocar la envolvente de resistencia. Esta trayectoria es ilustrativa, ya que podría ser ligeramente inclinada en función del esfuerzo desviador, el cual se afecta a medida que aumenta el grado de saturación de los materiales. Finalmente, en la Figura 15c se puede apreciar la reducción del factor de seguridad de la superficie de falla del talud conforme aumenta el nivel del agua.

Es importante anotar que el tiempo requerido para que se produzcan cambios en la presión de poros dentro de la masa de suelo dependerá de la permeabilidad de los materiales. En los suelos con permeabilidad alta, los cambios pueden ocurrir en pocos minutos, las presiones de poro pueden ascender en forma sustancial durante una lluvia de gran intensidad. En los suelos con permeabilidad baja, los cambios son más lentos, aunque en ocasiones las masas arcillosas pueden tener una permeabilidad secundaria sorpresivamente alta debido a la presencia de grietas, fisuras y lentes de materiales más permeables.

De acuerdo con lo anterior, los eventos lluviosos pueden clasificarse en dos tipos:

- ✓ Las precipitaciones convectivas, son de gran intensidad pero de corta duración, y afectan principalmente a taludes de materiales permeables con una alta capacidad de infiltración.
- ✓ La precipitación estratiforme se refiere a lluvias menos intensas pero de mayor duración que las convectivas, y afectan principalmente a materiales de baja permeabilidad.

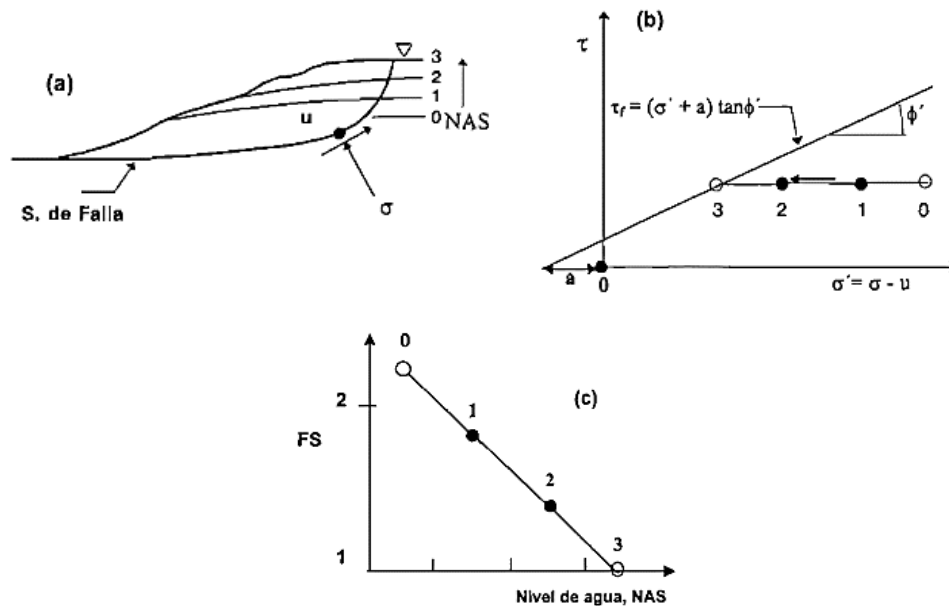


Figura 15. Efectos del nivel de agua sobre el factor de seguridad (Janbu, 1989)

La infiltración por precipitaciones en el terreno genera cambios en el comportamiento de los suelos, incluyendo: el aumento en el contenido de agua volumétrico ( $\theta$ ), el grado de saturación ( $S$ ), la permeabilidad ( $k$ ), el peso unitario ( $\gamma$ ) (Wang y Huang, 2006); la disminución de la cohesión efectiva ( $c'$ ) y el ángulo de fricción interna ( $\phi'$ ), el descenso o incluso la desaparición de la succión mátrica ( $\psi_m$ ) y la generación e incremento de la presión de poro ( $u$ ) (Hu et al., 2001; Xiong et al., 2005), y el desarrollo de nuevas deformaciones y desplazamientos en el talud (Qi y Huang, 2004). De acuerdo con lo anterior, la disminución de  $c'$ ,  $\phi'$  y  $\psi_m$  en la superficie de falla, y el aumento de  $\gamma$  en el talud y de  $u$  en la superficie de falla durante la infiltración por precipitaciones puede causar una disminución de la estabilidad del talud.

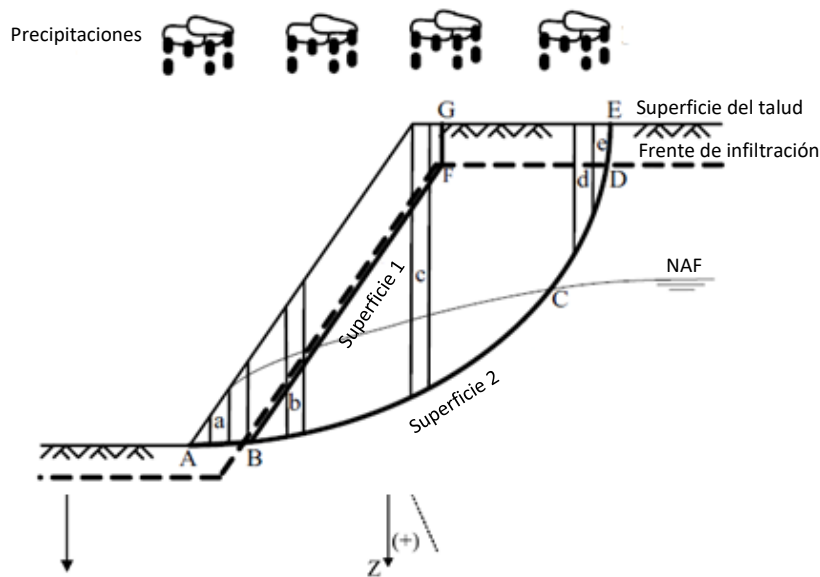
La infiltración por precipitaciones puede influenciar la estabilidad de un talud tanto de manera química, física y mecánica (Zhang et al., 2003). Como se ha mencionado anteriormente, la componente física del proceso de inestabilidad de taludes por infiltración por precipitaciones tiene que ver con la reducción de la resistencia al esfuerzo cortante ( $c'$ ,  $\phi'$ ), el aumento en  $\gamma$ ,  $k$  y  $s$ , y el cambio en otros parámetros de los suelos. La acción mecánica se ve reflejada en la reducción de las fuerzas resistentes y el incremento de las fuerzas actuantes en un talud a lo largo de la superficie de falla, mediante el desarrollo o incremento de presiones de poro ( $u$ ) y fuerzas de filtración ( $i$ ). Todos estos cambios pueden reducir la estabilidad del talud e inducir un deslizamiento.

El efecto de las precipitaciones en la estabilidad de un talud depende de la infiltración efectiva acumulada ( $I$ ) y la capacidad de penetración, que tiene que ver con la permeabilidad del suelo (Wang et al., 1999). Para un talud dado, sin considerar otros factores, entre mayor sean la intensidad de la lluvia ( $R$ ) y la duración del evento, mayores serán  $I$  y la disminución de la estabilidad del talud. Cuando se consideran eventos lluviosos de gran intensidad y corta duración,

si la infiltración efectiva acumulada y la profundidad de infiltración son pequeñas, generalmente se pueden presentar deslizamientos superficiales (Au, 1998; y Lumb, 1975). Si la infiltración es suficiente para causar ascensos del nivel de aguas freáticas (Schmertmann, 2006) se producirán deslizamientos profundos (Huang et al., 2006; Yan, 2007).

Por otro lado, se deben considerar otros factores que pueden afectar la estabilidad de un talud bajo el efecto de la infiltración por precipitaciones, como el nivel de agua sub-superficial inicial, la vegetación, la profundidad de las capas impermeables, la cantidad de lluvia precedente, y la anisotropía de la penetración del agua en el terreno. De acuerdo con lo anterior, se considera que los deslizamientos ocasionados por precipitaciones son procesos complejos.

Lumb (1975) y Au (1998) han anotado que el modo de falla más común en deslizamientos ocasionados por lluvias son los movimientos superficiales. En comparación, muchos reportes de fallas de taludes indican la existencia de deslizamientos profundos durante épocas lluviosas (Yan et al., 2007). En la Figura 16 se presenta una falla superficial (superficie de falla ABFG) y una falla profunda (superficie de falla ABCDE) ocasionadas por la infiltración por precipitaciones.

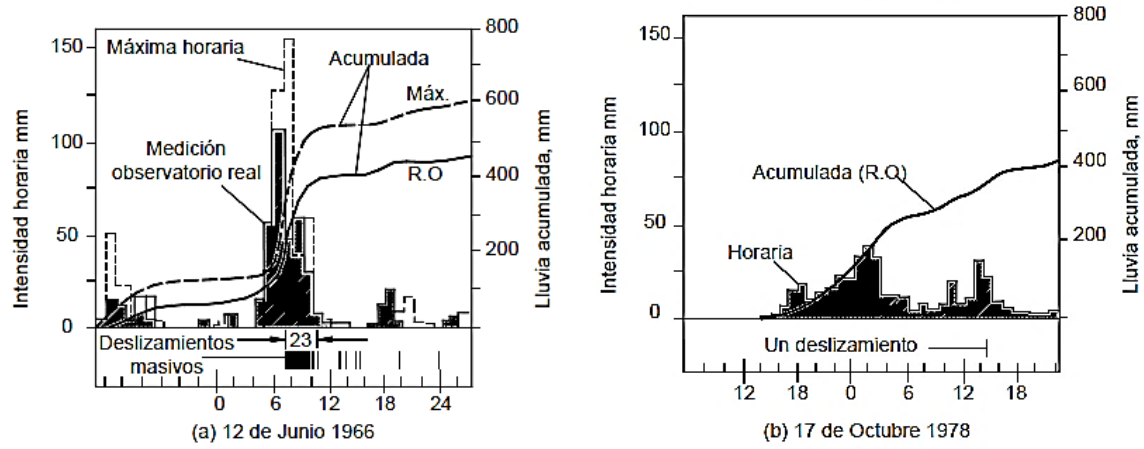


**Figura 16. Estado de un talud (Yeh et al., 2008)**

Uno de los casos más estudiados de la relación entre precipitaciones y deslizamientos es el de Hong Kong, donde se tienen registros de intensidades de lluvia y ocurrencia de deslizamientos en un largo período (Brand, 1985). En la Figura 17 se muestran dos fechas de lluvias intensas. El 12 de junio de 1966 y el 17 de octubre de 1978. Las lluvias acumuladas en 24 horas fueron muy similares en las dos fechas; sin embargo, en 1966 se presentaron gran cantidad de deslizamientos, muertos y pérdidas materiales, mientras que en 1978 solo se presentó un deslizamiento. Debe tenerse en cuenta que en Hong Kong la mayoría de los suelos son residuales provenientes de la meteorización de granitos. La permeabilidad de estos suelos es relativamente alta, por lo que se



requieren precipitaciones instantáneas muy intensas (precipitación estratiforme) como la ocurrida el 12 de junio de 1966 para generar presiones de poro de gran magnitud.



**Figura 17. Relación entre lluvias y deslizamientos en Hong Kong (Brand, 1985)**

## **4 ANÁLISIS ACOPLADOS DE INFILTRACIÓN POR PRECIPITACIONES Y ESTABILIDAD DE TALUDES**

Con el fin de complementar el panorama de la comparación entre los análisis de estabilidad de taludes en dos y en tres dimensiones, y además visualizar el efecto de la infiltración por precipitaciones en la disminución del factor de seguridad en ambos casos, se realizaron análisis bidimensionales y tridimensionales acoplados de flujo transitorio y de estabilidad de taludes utilizando el MEL y el MEF.

### **4.1 METODOLOGÍA IMPLEMENTADA**

Para realizar los análisis acoplados de infiltración por precipitaciones y de estabilidad de taludes utilizando el MEL en dos y tres dimensiones, se utilizaron los módulos de flujo (SVFlux) y de estabilidad de taludes (SVSlope) del programa SVOOffice 2009 (SoilVision Systems LTD.).

En el caso de los análisis acoplados de infiltración por precipitaciones y de estabilidad de taludes utilizando el MEF, se utilizó el programa RS<sup>2</sup> (Rocscience Inc.) en el caso de los análisis bidimensionales. Para los análisis tridimensionales se utilizó el programa RS<sup>3</sup> (Rocscience Inc.), resaltándose que en este programa se tuvieron problemas numéricos y de convergencia con los análisis de infiltración por precipitaciones, de manera que los análisis acoplados de infiltración por precipitaciones y estabilidad de taludes se realizaron manualmente, importando las distribuciones de presiones de poro obtenidas con el módulo de flujo (SVFlux) del programa SVOOffice 2009 en el programa RS<sup>3</sup>, en el que se realizaron los análisis de estabilidad de taludes con el procedimiento de reducción de resistencia (utilizando el MEF).

#### **4.1.1 Análisis de infiltración por precipitaciones**

El módulo de flujo de agua del programa SVOOffice 2009 (SoilVision Systems LTD.), denominado SVFlux, es un programa diseñado para modelar flujo de agua a través de un medio poroso (suelo o roca) saturado y/o parcialmente saturado en una, dos y tres dimensiones. El programa utiliza el método del elemento finito (MEF) para solucionar el problema de flujo de agua en régimen establecido o transitorio solucionando la siguiente ecuación diferencial parcial de conservación de masa y de flujo:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ (k_x^w + k^{vd}) \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (k_y^w + k^{vd}) \frac{\partial h}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ (k_z^w + k^{vd}) \frac{\partial h}{\partial z} - k^{vd} \right] = -\gamma_w m_2^w \frac{\partial h}{\partial t} \quad (25)$$

Donde:

$x$  = primera dirección horizontal.

$y$  = segunda dirección horizontal, perpendicular a la dirección  $x$ .

$z$  = dirección vertical, correspondiente a la elevación.

$h$  = carga hidráulica total.

$k^w$  = función de conductividad hidráulica (propiedad de los materiales).

$k^v$  = función de conductividad de vapor (propiedad de los materiales).

$m_2^w$  = Derivada con respecto a la succión mátrica de la curva característica (propiedad de los materiales).

Las funciones que representan las propiedades de los materiales, varían con respecto a la succión del suelo, por lo tanto, el problema es físicamente no-lineal.

El programa bidimensional RS<sup>2</sup> (Rocscience Inc.) posee un módulo independiente para análisis de flujo de agua mediante el método del elemento finito (MEF), que puede solucionar problemas de flujo transitorio. Mediante este software, se puede obtener la distribución de la carga hidráulica de un modelo, presiones, gradientes y otras variables, mediante la definición de condiciones de frontera establecidas por el usuario. El programa resuelve la siguiente ecuación para flujo transitorio en un suelo anisótropo, cuando la presión del aire se asume que permanece constante con el tiempo, y cuando los coeficientes de permeabilidad mayor y menor no son iguales en los ejes “x” y “y”:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_{wx} \frac{\partial h_w}{\partial x} + k_{wxy} \frac{\partial h_w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{wyx} \frac{\partial h_w}{\partial x} + k_{wy} \frac{\partial h_w}{\partial y} \right) = m_2^w \rho_w g \frac{\partial h_w}{\partial t} \quad (26)$$

Donde:

$h_w$  = carga hidráulica.

$k_{wx}$  = coeficiente de permeabilidad mayor como una función de la succión mátrica en las direcciones “x” y “y”.

$k_{wy}$  = coeficiente de permeabilidad menor en las direcciones “x” y “y”.

$m_2^w$  = coeficiente del cambio de contenido de agua volumétrico con respecto al cambio de la succión mátrica.

$\rho_w$  = densidad del agua.

$g$  = la aceleración de la gravedad.

Las Ecuaciones (25) y (26) presentadas anteriormente son versiones de la ecuación de flujo transitorio o ecuación de Richards presentada en el Inciso 3.5. Tanto el módulo de flujo de agua del SVOOffice 2009 (SVFlux), como el RS<sup>2</sup> utilizan el método del elemento finito para solucionar la ecuación de flujo transitorio, de manera que se divide la región de flujo en pequeños elementos. Dentro de cada elemento finito se asume que la carga hidráulica varía linealmente, y mediante el enfoque variacional se resuelve la ecuación de Richards. Es decir, la solución de esta ecuación en un determinado dominio se sustituye por la obtención de un mínimo de una funcional asociada a dicha ecuación y definida en el mismo dominio. Con estas bases, y después de diversas manipulaciones matemáticas se establecen sistemas de ecuaciones lineales homogéneos (López, 2014).

Estos sistemas se solucionan numéricamente, determinando la carga hidráulica en los nodos de la malla de elementos finitos donde no se conocía. Igualmente, proporciona valores nodales de la función de corriente, y otros resultados asociados al flujo de agua como gradientes hidráulicos,

velocidades de flujo, presión de poro, grado de saturación, gasto de infiltración, entre otros (López, 2014).

Como datos para obtener la solución mediante el método del elemento finito, se requiere definir: geometría, condiciones de frontera (fronteras equipotenciales, impermeables, de filtración, etc.) y las propiedades hidráulicas de los materiales (permeabilidad, curva característica, función de conductividad hidráulica, etc.).

En general, existen tres maneras de especificar las condiciones de frontera para este tipo de análisis:

- ✓ Carga hidráulica nodal: se especifica la carga hidráulica en los nodos (carga hidráulica total, carga de presión hidráulica). Igualmente, en vez de la carga hidráulica se puede definir la presión de poro en los nodos.

Después de seleccionar nodos específicos, se asigna la condición de frontera en forma de carga total o carga de presión de poro. La carga hidráulica total, generalmente se encuentra asociada con un nivel de referencia, que generalmente corresponde a la localización del origen del modelo.

Los modelos de flujo de agua pueden simular condiciones de flujo confinado, en el que no se presenta una superficie freática debido a la filtración de agua a través del modelo. Igualmente pueden simular condiciones de flujo no confinado, en el que se desarrolla una línea superior de corriente, de saturación o desaturación. En cada caso, la asignación de las condiciones de frontera es diferente. Para el flujo no confinado, en el que se debe determinar la línea superior de corriente o de desaturación, la superficie de filtración y la frontera de verificación deben ser consideradas.

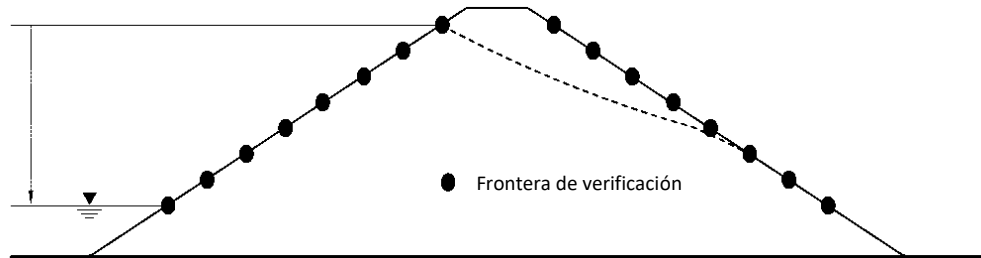
- ✓ Flujo nodal/Superficie de flujo: se especifica la cantidad de flujo en los nodos o en las superficies del modelo.

Las condiciones de frontera Flujo nodal/Superficie de flujo se utilizan para especificar la cantidad de flujo que entra o sale en nodos específicos o en superficies de los elementos. En el caso del flujo nodal, se especifica la cantidad de flujo por unidad de tiempo. En el caso de una superficie de flujo, se especifica la cantidad de flujo por unidad de tiempo dividida por el área del elemento. Dependiendo del signo de la cantidad de flujo especificada se representa una entrada de agua (debida a la infiltración por precipitaciones) o una salida de agua (debida a una excavación o bombeo).

- ✓ Frontera de verificación o revisión basada en la condición de flujo: cuando se desconoce la línea superior de corriente, la línea de saturación o desaturación en análisis transitorios.

En ciertos casos de análisis de flujo de agua a través de medios porosos, las condiciones de frontera cambian a lo largo del proceso de flujo. Por ejemplo, si se asume que el flujo a través de una presa se da hacia aguas abajo de la estructura térrea compuesta de un material homogéneo (problema de flujo no confinado), la intersección entre la línea de saturación y el

talud de aguas abajo de la presa se desconoce. Para solucionar un problema de flujo de agua con una superficie de frontera de verificación/visión, se requiere un proceso iterativo de cálculo para encontrar la línea de saturación y solucionar las ecuaciones no lineales del método del elemento finito (ver Figura 18).



**Figura 18. Condición de frontera de verificación/visión**

En el caso de los análisis transitorios, las fronteras de Carga hidráulica nodal y Flujo nodal/Superficie de flujo se introducen como funciones en las que la variable en cuestión cambia con el tiempo (carga hidráulica total vs tiempo, infiltración vs tiempo, etc.).

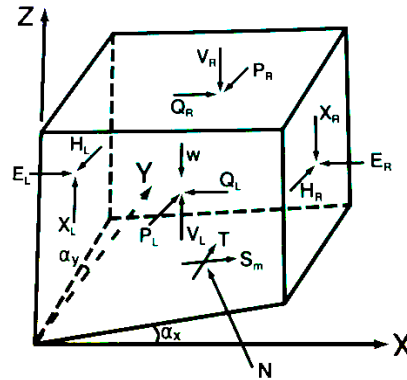
#### **4.1.2 Análisis de estabilidad de taludes (MEL)**

El módulo de estabilidad de taludes del programa SVOOffice 2009 (SoilVision Systems LTD.), denominado SVSlope, resuelve problemas bidimensionales y tridimensionales de análisis de estabilidad de taludes con el método de equilibrio límite (Métodos: Fellenius u Ordinario, Bishop Simplificado, Jambu Simplificado, Spencer, Morgenstern-Price, GLE, Sarma, Cuerpo de Ingenieros 1 y 2, Lowe-Karafiath, y Kulhawy) para superficies de falla circulares y no circulares, combinaciones de carga estáticas y pseudoestáticas, variaciones de los niveles piezométricos, entre otras características.

En el caso de los análisis de estabilidad en dos dimensiones, el programa utiliza el método de equilibrio límite de las dovelas, el cual consiste en subdividir la masa potencialmente inestable en un cierto número de dovelas verticales en función de la geometría del talud y las propiedades del suelo. Finalmente, se obtiene el factor de seguridad para cada una de las superficies de falla consideradas mediante el planteamiento de equilibrio de fuerzas y/o de momentos de la masa deslizante. Dependiendo del método de equilibrio límite elegido serán las consideraciones tomadas en cuenta en el análisis de las fuerzas de cada una de las dovelas (ver Tabla 4) y la forma como se obtiene el factor de seguridad, es decir, mediante el equilibrio de fuerzas, de momentos o ambos.

Los análisis tridimensionales en el programa se realizan como una extensión del método bidimensional de las dovelas mediante un arreglo de columnas. Todos los parámetros, como las propiedades del material, la presión de poro, el esfuerzo normal, entre otros, son evaluados en los puntos centrales de la base de las columnas. En los cálculos realizados únicamente se evalúan los parámetros en las columnas activas, es decir aquellas columnas que se localizan en planta dentro de cada una de las superficies evaluadas. SVSlope 3D utiliza el método de las columnas, realizando

una extensión de los métodos bidimensionales de dovelas que se encuentran incorporados en el programa. Las fuerzas que actúan en una columna tridimensional se presentan en la Figura 19.



**Figura 19. Diagrama de cuerpo libre de una columna (Feng y Fredlund, 2013)**

Donde:

- $N$  = fuerza normal en la base de cada columna.
- $Sm$  = fuerza cortante movilizada en la base de cada columna.
- $T$  = Fuerza cortante en la dirección Y en la base de cada columna.
- $E_L, E_R$  = Fuerzas normales entre columnas en el plano YZ.
- $X_L, X_R$  = Fuerzas cortantes verticales entre columnas en el plano YZ.
- $H_L, H_R$  = Fuerzas cortantes horizontales entre columnas en el plano YZ.
- $P_L, P_R$  = Fuerzas normales entre columnas en el plano XZ.
- $V_L, V_R$  = Fuerzas cortantes verticales entre columnas en el plano XZ.
- $Q_L, Q_R$  = Fuerzas cortantes horizontales entre columnas en el plano XZ.
- $W$  = Peso de la columna
- $\alpha_x$  = Inclinación de la columna en la dirección X.
- $\alpha_y$  = Inclinación de la columna en la dirección Y.
- $Yx, Yy, Yz$  = Ángulos de dirección de la fuerza normal  $N$  en la base de la columna.
- $Dz$  = Carga total puntual vertical y fuerza del refuerzo de la columna.
- $Dx$  = Carga total puntual horizontal y fuerza del refuerzo de la columna en la dirección X.
- $Kv$  = Aceleración vertical por sismo.
- $Kh$  = Aceleración horizontal por sismo.
- $A$  = Área real de la base de la columna.
- $c$  = Cohesión del material.
- $\phi$  = Ángulo de fricción del material.
- $\lambda$  = Porcentaje de la función de fuerzas entre columnas.
- $f(x)$  = Función de fuerzas entre columnas.

A continuación se presenta el método general de equilibrio límite usado en el programa SVSlope. Dependiendo del método de equilibrio límite elegido serán las consideraciones tomadas en cuenta en el análisis de las fuerzas de cada una de las columnas y la forma como se obtiene el factor de seguridad, es decir, mediante el equilibrio de fuerzas, de momentos o ambos.

Hipótesis:

- ✓ De acuerdo con Lam y Fredlund (1993), las fuerzas  $H_L$ ,  $H_R$  y  $T$  pueden ser despreciadas.
- ✓ Las fuerzas cortantes entre columnas  $X_L$  y  $X_R$  en el plano YZ pueden relacionarse con su respectiva fuerza normal  $E_L$  y  $E_R$  mediante la función de fuerzas entre columnas:

$$\frac{X}{E} = \lambda f(x) \quad (27)$$

- ✓ La resultante de las fuerzas cortantes  $V$  y  $Q$  en el plano XZ es paralela a la base de la columna:

$$\frac{V_R - V_L}{Q_R - Q_L} = \frac{\Delta V}{\Delta Q} = \tan \alpha_x \quad (28)$$

- ✓ La fuerza cortante horizontal  $Q$  en el plano XZ es una proporción del peso de todas las columnas en cada fila.

Realizando el equilibrio de fuerzas de la columna en dirección vertical Z, se obtiene:

$$W \cdot (1 + k_v) + (X_L - X_R) + (V_L - V_R) - N \cdot \cos \gamma_z - S_m \cdot \sin \alpha_x \pm D_z = 0 \quad (29)$$

Dónde:

$$\cos \gamma_z = \frac{1}{\sqrt{\tan^2 \alpha_x + \tan^2 \alpha_y + 1}} \quad (30)$$

Realizando el equilibrio de fuerzas de la columna en dirección horizontal X, se obtiene:

$$W \cdot k_h + (E_L - E_R) + (Q_L - Q_R) - N \cdot \cos \gamma_x - S_m \cdot \cos \alpha_x \pm D_x = 0 \quad (31)$$

Según el criterio de resistencia de Mohr-Coulomb:

$$S_m = [c \cdot A + (N - uA) \tan \phi] / FS \quad (32)$$

Donde:

$$A = dx \, dy \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_x \sin^2 \alpha_y}}{\cos \alpha_x \cos \alpha_y}, \text{ } dx \text{ y } dy \text{ son el ancho y la longitud de la columna.}$$

De acuerdo con las hipótesis:

$$X = E \lambda f(x) \quad \frac{\Delta V}{\Delta Q} = \tan \alpha_x \quad (33)$$

Sustituyendo las expresiones (32) y (33) en la Ecuación (29):

$$W \cdot (1 + k_v) + (E_L - E_R)\lambda f(x) + (Q_L - Q_R)\tan\alpha_x - N \cdot \cos\gamma_z - [c \cdot A + (N - uA)\tan\phi] \cdot \sin\alpha_x / FS \pm D_z = 0 \quad (34)$$

Despejando  $N$  de la ecuación anterior se tiene:

$$N = \frac{W \cdot (1 + k_v) \pm D_z + (E_L - E_R)\lambda f(x) + (Q_L - Q_R)\tan\alpha_x + [uA\tan\phi - cA] \cdot \sin\alpha_x / FS}{\cos\gamma_z + \frac{\tan\phi \sin\alpha_x}{FS}} \quad (35)$$

Sustituyendo las expresiones (32) y (33) en la Ecuación (31) y despejando  $N$  se tiene:

$$N = \frac{\pm D_x - W \cdot k_h - (E_L - E_R) - (Q_L - Q_R) + \frac{cA \cos\alpha_x}{FS} - uA \frac{\tan\phi \cos\alpha_x}{FS}}{\cos\gamma_x - \frac{\tan\phi \cos\alpha_x}{FS}} \quad (36)$$

De acuerdo con lo presentado anteriormente, se define lo siguiente:

$$m_\alpha = \cos\gamma_z + \frac{\tan\phi \sin\alpha_x}{FS} \quad m_\beta = \cos\gamma_x - \frac{\tan\phi \cos\alpha_x}{FS} \quad (37)$$

Igualando las Ecuaciones (35) y (36), y sustituyendo las Ecuaciones (37):

$$\begin{aligned} & \frac{\pm D_x - W \cdot k_h - (E_L - E_R) - (Q_L - Q_R) + \frac{cA \cos\alpha_x}{FS} - uA \frac{\tan\phi \cos\alpha_x}{FS}}{m_\beta} \\ &= \frac{W \cdot (1 + k_v) \pm D_z + (E_L - E_R)\lambda f(x) + (Q_L - Q_R)\tan\alpha_x + [uA\tan\phi - cA] \cdot \sin\alpha_x / FS}{m_\alpha} \end{aligned} \quad (38)$$

Simplificando la anterior ecuación, se obtiene:

$$WS_1 + (E_L - E_R)S_2 + (Q_L - Q_R)S_3 + (u \tan\phi - c) \frac{A}{FS} S_4 \pm \frac{D_z}{m_\alpha} \pm \frac{D_x}{m_\beta} = 0 \quad (39)$$

Donde:

$$S_1 = \frac{1 + k_v}{m_\alpha} + \frac{k_h}{m_\beta} \quad S_2 = \frac{1}{m_\beta} + \frac{\lambda f(x)}{m_\alpha} \quad S_3 = \frac{\tan\alpha_x}{m_\alpha} + \frac{1}{m_\beta} \quad S_4 = \frac{\sin\alpha_x}{m_\alpha} + \frac{\cos\alpha_x}{m_\beta} \quad (40)$$

De acuerdo con la hipótesis 4:

$$Q_L - Q_R = a_c W \quad (41)$$

Donde  $a_c$  es constante para cualquier fila de columnas.

Reemplazando la Ecuación (41) en la Ecuación (39):

$$WS_1 + (E_L - E_R)S_2 + a_c W S_3 + (u \tan\phi - c) \frac{A}{FS} S_4 \pm \frac{D_z}{m_\alpha} \pm \frac{D_x}{m_\beta} = 0 \quad (42)$$



De esta expresión se puede obtener:

$$E_L = E_R - W \frac{S_1}{S_2} - a_c W \frac{S_3}{S_2} - (u \tan \phi - c) \frac{A S_4}{FS S_2} \pm \frac{D_z}{m_\alpha S_2} \pm \frac{D_x}{m_\beta S_2} \quad (43)$$

Realizando la sumatoria de las fuerzas horizontales de todas las columnas en una fila con la fuerza externa  $H$ :

$$\sum \left[ W \frac{S_1}{S_2} + a_c W \frac{S_3}{S_2} + (u \tan \phi - c) \frac{A S_4}{FS S_2} \pm \frac{D_z}{m_\alpha S_2} \pm \frac{D_x}{m_\beta S_2} \right] = H \quad (44)$$

Mediante la Ecuación (44) se puede encontrar  $a_c$  para cada fila:

$$a_c = \frac{H - \sum W \frac{S_1}{S_2} + \sum \left[ (c - u \tan \phi) \frac{A S_4}{FS S_2} \pm \frac{D_z}{m_\alpha S_2} \pm \frac{D_x}{m_\beta S_2} \right]}{\sum W \frac{S_3}{S_2}} \quad (45)$$

Luego que se obtiene  $a_c$ , se puede obtener el valor de  $N$  de la Ecuación (35) o de la (36). El factor de seguridad tridimensional puede obtenerse utilizando el mismo esquema de iteraciones que en los análisis bidimensionales.

El factor de seguridad hallado mediante el equilibrio de momentos puede encontrarse sumando los momentos de todas las fuerzas que actúan sobre el arreglo de columnas de la masa deslizante. El equilibrio de momentos se toma con respecto a un eje común de rotación sobre toda la masa deslizante. Para una superficie de falla rotacional, el eje de referencia también es el eje de rotación. El centro de rotación se obtendrá según las sugerencias de Fredlund y Krahn (1977), como en el caso de análisis bidimensionales con superficies de falla compuestas o superficies de falla que no son rotacionales.

Ya que todas las fuerzas entre columnas normales y de corte se cancelarán cuando se realice la sumatoria de momentos sobre la masa deslizante, el momento total de la masa deslizante puede ser expresado como:

$$\sum M_f = \sum Wx - \sum Nf \cos \gamma_z / \cos \alpha_x + \sum Wk_h \cdot e \pm Dd \pm Pa - \sum S / FS_m \cdot R = 0 \quad (46)$$

Donde:

- $x$  = Brazo de momento del peso unitario de la columna.
- $f$  = Brazo de momento de la fuerza normal.
- $R$  = Brazo de momento de la fuerza resistente.
- $e$  = Brazo de momento de una carga horizontal sísmica
- $D$  = Carga externa puntual.
- $d$  = Brazo de momento de la fuerza puntual externa.
- $P$  = Resultante de la fuerza externa del agua.
- $a$  = Brazo de momento de la fuerza externa del agua.

De acuerdo con la Ecuación (46), el factor de seguridad mediante equilibrio de momentos puede expresarse como:

$$FS_m = \frac{\sum [cA + (N - uA)\tan\phi]R}{\sum Wx - \sum Nf \cos\gamma_z / \cos\alpha_x + \sum Wk_h \cdot e \pm Dd \pm Pa} \quad (47)$$

El factor de seguridad determinado mediante el equilibrio de fuerzas puede encontrarse sumando las fuerzas en la dirección X sobre todo el arreglo de columnas de la masa deslizante. Con base en la Ecuación (31) y teniendo en cuenta que las fuerzas cortantes y normales internas entre columnas se pueden cancelar, se obtiene:

$$\sum F_x = \sum \left[ W \cdot k_h + N \cdot \cos\gamma_x - \frac{S}{FS_f} \cdot \cos\alpha_x \pm D_x \right] \pm P = 0 \quad (48)$$

Luego, el factor de seguridad con respecto al equilibrio de fuerzas en tres dimensiones, sería:

$$FS_f = \frac{\sum [cA + (N - uA)\tan\phi] \cos\alpha_x}{\sum N \cos\gamma_x + \sum Wk_h \pm \sum D_x \pm P} \quad (49)$$

Se resalta que las expresiones presentadas anteriormente de  $FS_m$  y  $FS_f$  son no-lineales, ya que la fuerza normal  $N$  en estas ecuaciones también depende del factor de seguridad, como puede verse en la Ecuación (36). De acuerdo con lo anterior, para encontrar el factor de seguridad se debe utilizar un proceso iterativo como el que se usa en los métodos bidimensionales.

#### **4.1.3 Análisis de estabilidad de taludes (MEF)**

RS<sup>2</sup> (Rocscience Inc.) es un programa de elemento finito en 2D para aplicaciones en suelos y en rocas. El programa puede utilizarse en proyectos de ingeniería que incluyen el diseño de excavaciones, análisis de estabilidad de taludes, análisis de flujo de agua, análisis probabilistas, de consolidación, y análisis dinámicos.

Los análisis de estabilidad con el RS<sup>2</sup> utilizan el proceso de reducción de resistencia explicado en el Inciso 2.5.1. El proceso se realiza automáticamente, de manera que el factor de reducción crítico hallado es equivalente al factor de seguridad del talud.

De forma simplificada, el proceso de reducción de resistencia consiste:

- ✓ Los parámetros de resistencia de los materiales del talud se reducen por un cierto factor (SRF), y posteriormente se realiza un análisis de esfuerzo-deformación mediante el MEF.
- ✓ El proceso se repite para diferentes valores del factor de reducción de resistencia (SRF), hasta que el modelo se vuelve inestable (los resultados del análisis no convergen).
- ✓ De esta manera se determina el factor de reducción de resistencia crítico (SRF crítico), o factor de seguridad.

Una de las grandes ventajas del uso de este programa con respecto a los programas que utilizan el MEL, es la posibilidad de representar las etapas constructivas de un talud o el historial de esfuerzos en una ladera.

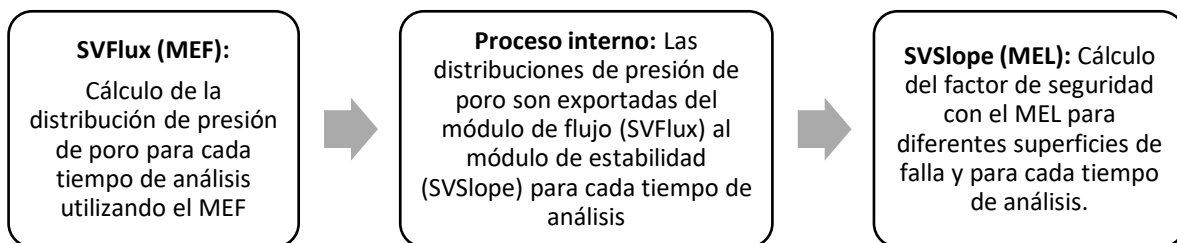
En el caso de los análisis de estabilidad de taludes tridimensionales utilizando el MEF, se utilizó el programa RS<sup>3</sup> (Rocscience Inc.), el cual corresponde a la extensión tridimensional del programa RS<sup>2</sup> descrito anteriormente. El fundamento de ambos programas es el mismo, pero con respecto a los análisis de estabilidad se resalta que el RS<sup>3</sup> no tiene automatizado el proceso de reducción de resistencia descrito anteriormente, por lo que éste debe realizarse manualmente agregando etapas de análisis en los modelos y definiendo el factor de reducción de resistencia para cada una de las etapas, tal como se presentó en el Inciso 2.5.1.

#### **4.1.4 Análisis acoplados**

Como se mencionó con anterioridad, con el fin de determinar la influencia de la infiltración por precipitaciones en la reducción del factor de seguridad en análisis de estabilidad en dos y tres dimensiones, se realizaron análisis acoplados de flujo transitorio (infiltración por precipitaciones) y estabilidad de taludes utilizando el MEL y el MEF.

##### SVFlux-SVSlope

En la Figura 20 se esquematiza la metodología para la realización de los análisis acoplados de flujo transitorio y estabilidad de taludes utilizando los módulos SVFlux y SVSlope del programa SVOOffice 2009 (SoilVision Systems LTD.). Se resalta que para la realización de los análisis de estabilidad utilizando el método del equilibrio límite, se presentan los resultados obtenidos con los métodos bidimensionales de Bishop (1955) y Spencer (1967), y sus respectivas extensiones tridimensionales, que corresponderían respectivamente a los métodos de Hungr et al. (1989) y Chen et al. (2003).



**Figura 20. Análisis acoplado de flujo transitorio y estabilidad de taludes con SVOOffice 2009**

##### RS<sup>2</sup>

Al igual que se presentó en la Figura 20, el proceso de análisis acoplados de flujo-estabilidad del programa RS<sup>2</sup> es igual al del programa SVOOffice, de manera que el programa realiza el análisis de flujo de agua (infiltración por precipitaciones) utilizando el MEF e internamente utiliza la distribución de presión de poro obtenida de los análisis de flujo, y realiza el proceso de reducción de resistencia y los análisis de esfuerzo-deformación, obteniendo el factor de seguridad del talud.

### RS<sup>3</sup>

Como se ha mencionado con anterioridad, el programa RS<sup>3</sup> es una extensión a la tercera dimensión del programa RS<sup>2</sup>, y tiene la capacidad de realizar análisis acoplados de flujo de agua y esfuerzo-deformación mediante el MEF, pero no cuenta con la rutina automatizada del proceso de reducción de resistencia para la elaboración de análisis de estabilidad de taludes.

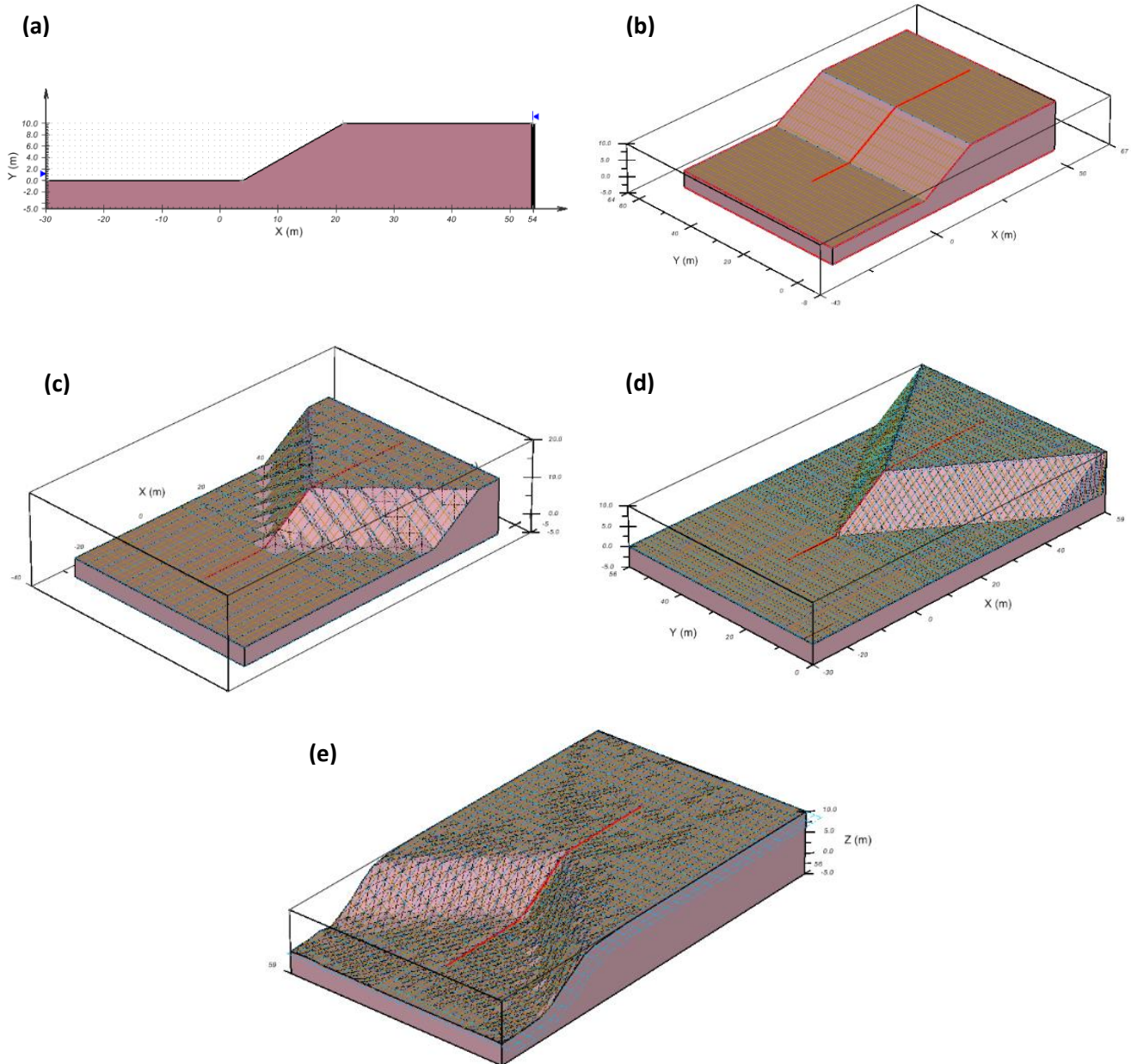
A pesar de que el programa cuenta con un módulo de flujo de agua con la capacidad para modelar la infiltración por precipitaciones, en los análisis realizados se tuvieron problemas numéricos y de convergencia. De acuerdo con lo anterior, los análisis acoplados de infiltración por precipitaciones y estabilidad de taludes se realizaron manualmente, importando las distribuciones de presiones de poro obtenidas con el módulo de flujo (SVFlux) del programa SVOOffice 2009 en el RS<sup>3</sup>, para cada uno de los tiempos de análisis. Posteriormente, el programa realiza una interpolación de esta variable en toda el área del modelo y posteriormente se realizan los análisis reducción de resistencia y de esfuerzo-deformación. Como se mencionó, el proceso de reducción de resistencia no se encuentra automatizado en el RS<sup>3</sup>, por lo que se realiza manualmente agregando etapas de análisis o etapas constructivas en las que se asigna un factor de reducción de resistencia a los materiales para cada uno de los tiempos de análisis, tal como se establece en la teoría del método de reducción de resistencia en los análisis utilizando el MEF.

## **4.2 CASOS DE ANÁLISIS**

Con el fin de estudiar la problemática planteada se realizaron análisis de estabilidad en dos y en tres dimensiones utilizando el MEL y el MEF en condiciones secas. Adicionalmente se realizaron análisis acoplados de infiltración por precipitaciones (MEF) y de estabilidad de taludes en dos y en tres dimensiones utilizando el MEL y el MEF, considerando dos situaciones: infiltración constante de precipitaciones e infiltración de un registro de precipitaciones variable en el tiempo. Se resalta que en todos los casos estudiados utilizando el MEL se limitaron las superficies de falla menores a 3 m de profundidad.

### **4.2.1 Geometrías**

El talud considerado para los análisis realizados corresponde a un corte con una altura de 10 m y con una pendiente de 1.5H:1V. En la Figura 21a se muestra la geometría del talud en 2D. En la Figura 21b se presenta la geometría tridimensional del talud en 2D extruido en la tercera dimensión (talud 3D Recto). En la Figura 21c y d se presenta la esquina convexa de un corte en 3D, variando respectivamente el ángulo de la arista de 90° a 70° (en planta). Finalmente en la Figura 21e se muestra la esquina cóncava de un corte en 3D (ángulo de la arista en planta de 90°). Se resalta que la sección de corte central de cada uno de los modelos tridimensionales corresponde a la sección bidimensional presentada en la Figura 21a, posibilitando la comparación de los resultados obtenidos en cada caso.



**Figura 21. Geometrías consideradas en los análisis**

#### **4.2.2 Caracterización**

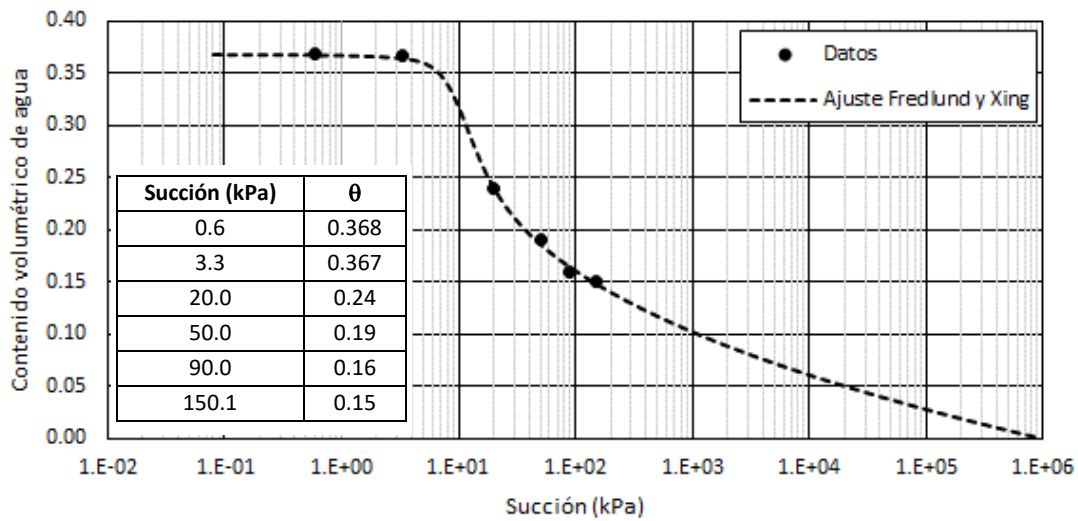
En todos los casos, el talud considerado es homogéneo y se compone de una arena arcillosa conocida como “tepetate”, cuyas propiedades se presentan en la Tabla 8. Se resalta que en los análisis de estabilidad se utilizó el modelo constitutivo Mohr-Coulomb.

En los modelos de flujo transitorio se consideró el material como un suelo parcialmente saturado. Para la definición de la curva característica del material se utilizó el método de ajuste de Fredlund y Xing (ver Inciso C.1.1 del Anexo C) a partir de los datos de succión-contenido volumétrico de agua que se presentan en la Figura 22. La función de conductividad hidráulica se trazó con el

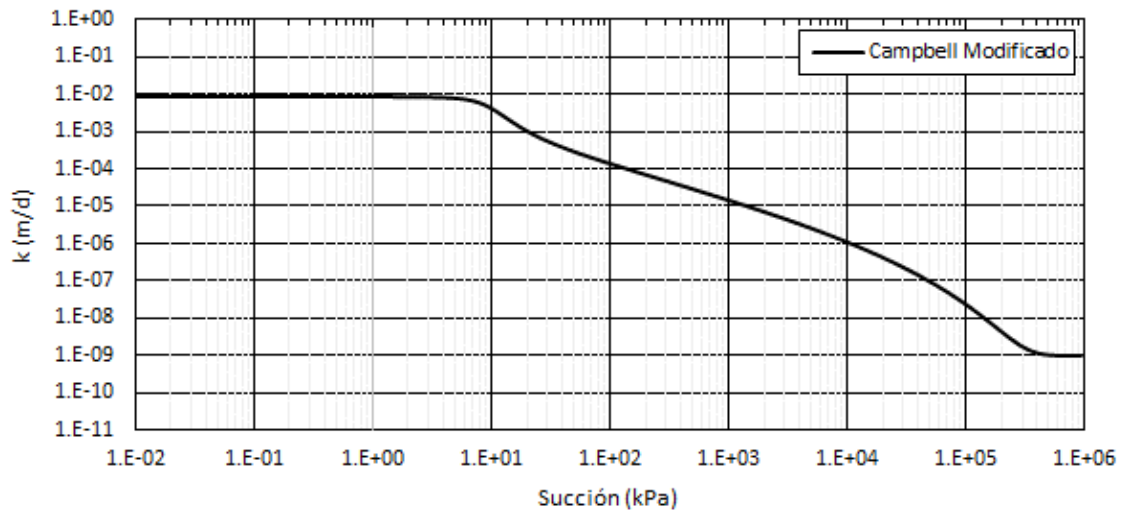
método de estimación de Campbell Modificado (ver Inciso C.2.3 del Anexo C) a partir de la curva característica obtenida con el método de ajuste de Fredlund y Xing, y los datos que se presentan en la Tabla 8 (ver Figura 23).

**Tabla 8. Caracterización del material del talud**

Material	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	E (kPa)	$\nu$	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)	$k_{sat}$ (m/s)	$K_{min}$ (m/s)	$\theta_{sat}$	$p_{Campbell}$ Modificado
Tepetate	20	15000	0.3	10	22	$1 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-9}$	0.368	5



**Figura 22. Curva característica con el ajuste de Fredlund y Xing**



**Figura 23. Función de conductividad hidráulica - Estimación Campbell Modificado**

### 4.2.3 Infiltración por precipitaciones

Para las geometrías presentadas en la Figura 21a, b, d y e se realizaron análisis acoplados en los que se consideró flujo de agua transitorio por infiltración por precipitaciones durante un período de 30 días, y análisis de estabilidad de taludes empleando el MEL y el MEF. Los resultados se presentan para 0, 5, 10, 15, 20, 25 y 30 días.

Para los análisis de flujo transitorio por infiltración por precipitaciones se tuvieron en cuenta dos situaciones:

✓ *Infiltración constante de precipitaciones*

En el caso de los análisis acoplados de infiltración constante de precipitaciones y análisis de estabilidad de taludes, se consideró una infiltración vertical constante igual a  $0.03 \text{ m}^3/\text{d}/\text{m}^2$ , durante un período de 30 días.

✓ *Infiltración de una función de precipitaciones variable en el tiempo*

Considerando que resulta poco probable que se genere una precipitación constante durante un período de 30 días, la situación presentada anteriormente aunque se considera poco real resulta ilustrativa para observar la influencia de la infiltración por precipitaciones sobre el factor de seguridad en un análisis de estabilidad. De acuerdo con lo anterior, se realizaron análisis considerando una función de precipitación. En primer lugar se realizaron los análisis transitorios de flujo de agua, asignándole a la superficie de los modelos una infiltración vertical variable en el tiempo, según la función de precipitaciones mostrada en la Figura 24. Posteriormente, las distribuciones de presiones de poro resultantes en cada uno de los modelos se exportan al módulo de estabilidad de taludes, para la ejecución de los análisis de estabilidad.

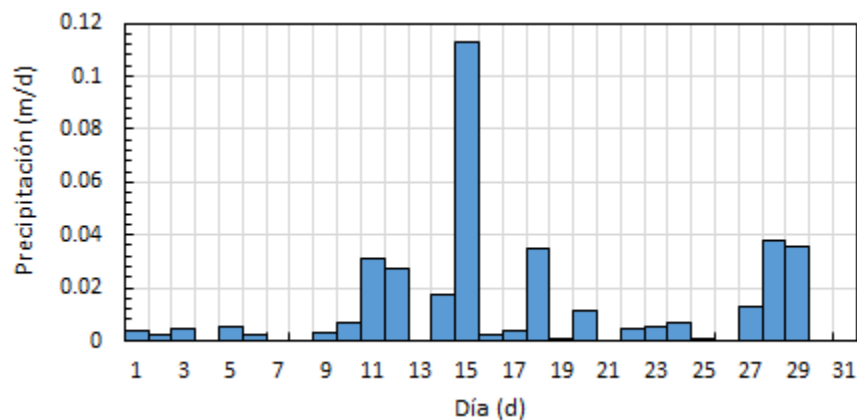
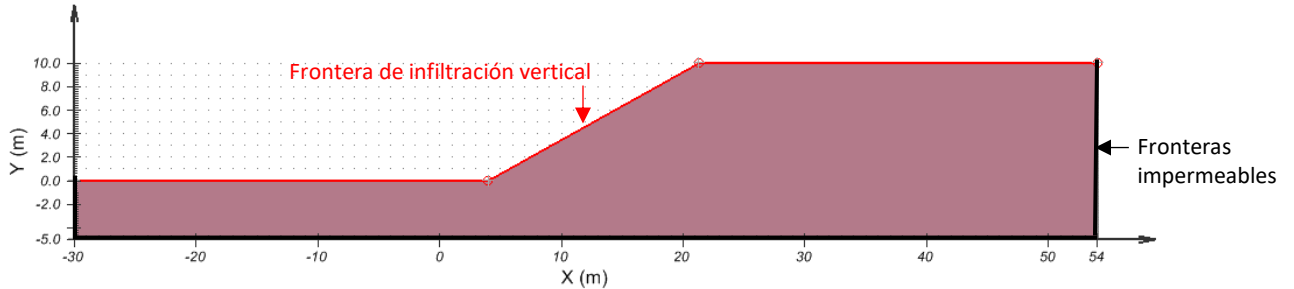


Figura 24. Función de precipitación variable en el tiempo

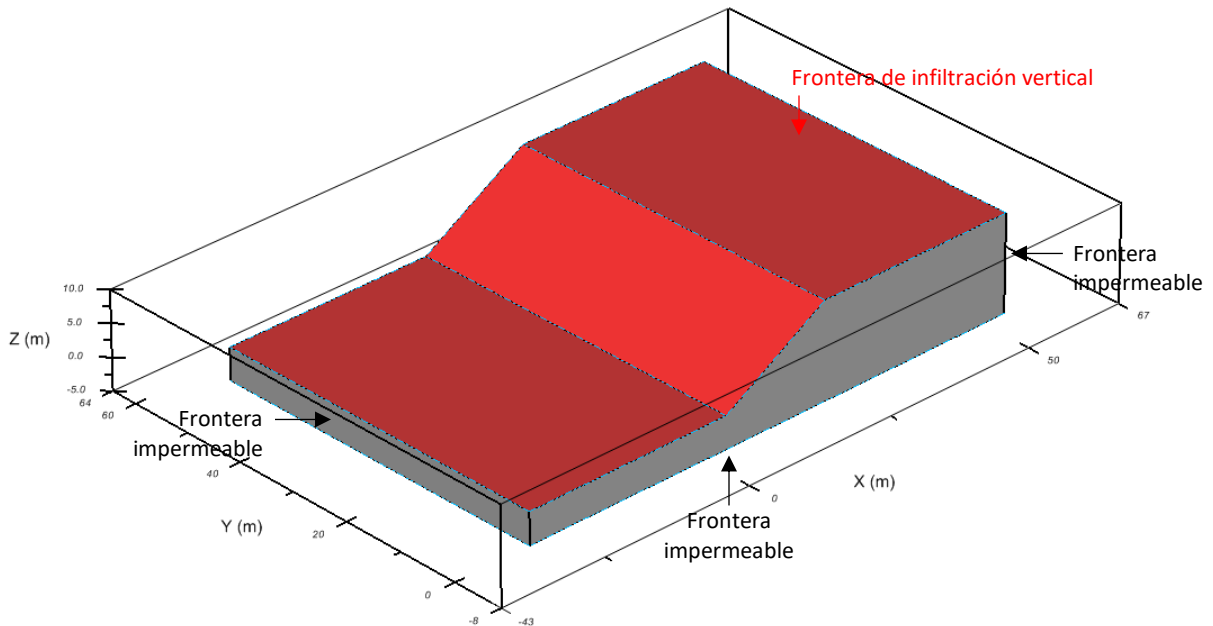
En los modelos desarrollados, las precipitaciones se representan como una condición de frontera de superficie de flujo o de infiltración vertical (constante o variable en el tiempo), la cual se asigna a la superficie de los modelos.

En la Figura 25 se muestra en rojo la frontera de infiltración vertical que representa la lluvia sobre la superficie del talud en 2D, resaltando que el resto de fronteras en el modelo se consideraron como superficies en las que el flujo es nulo (impermeables).



**Figura 25. Condiciones de frontera análisis de infiltración por precipitaciones 2D**

En la Figura 26 se presenta el talud tridimensional recto, mostrando en color rojo la superficie de infiltración vertical que corresponde a la superficie del talud. Las fronteras inferior, frontal y posterior se consideraron como superficies en las que el flujo es nulo. En las caras laterales no se especificó ningún tipo de condición de frontera. Se resalta que estas condiciones de frontera se repiten para todas las geometrías tridimensionales tenidas en cuenta (ver Figura 21d y e).



**Figura 26. Condiciones de frontera análisis de infiltración por precipitaciones 3D**



## 4.3 RESULTADOS

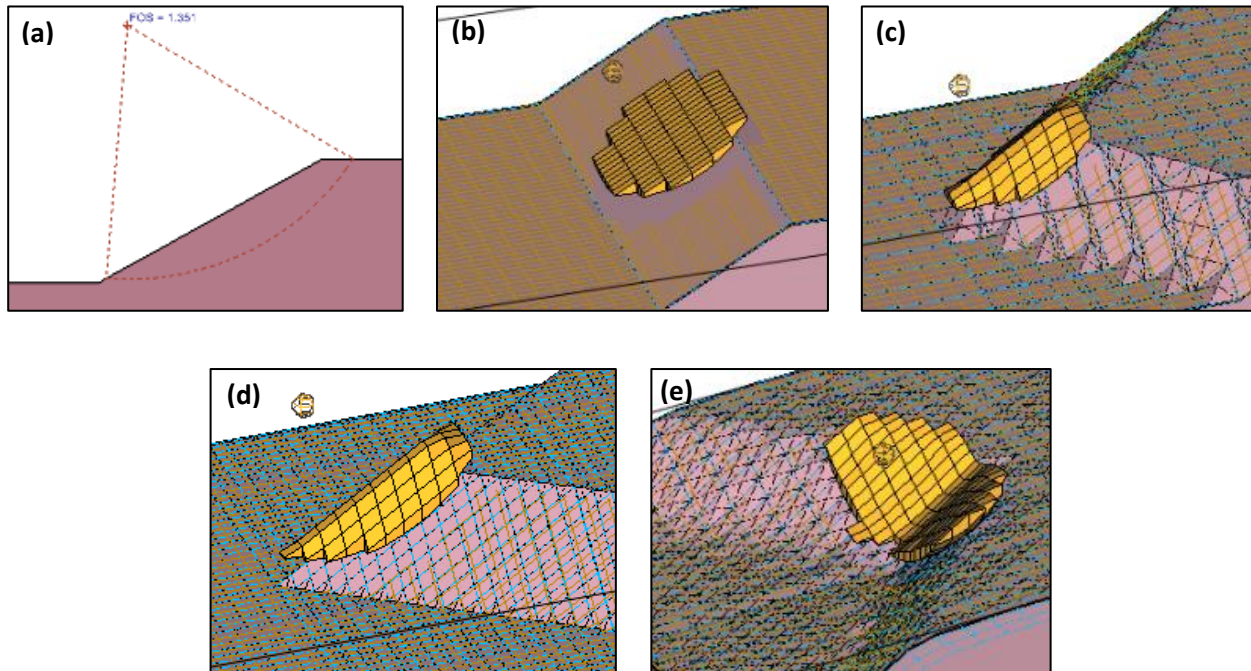
### 4.3.1 Análisis en condiciones secas

#### Análisis de estabilidad con el método de equilibrio límite (MEL)

En la Tabla 9, Figura 27 y en el Anexo D.1.1 se presentan los resultados obtenidos de los análisis de estabilidad utilizando el método de equilibrio límite (MEL) para las geometrías consideradas.

**Tabla 9. Resultados análisis de estabilidad con el MEL en condiciones secas**

Geometría	2D	3D Recto	3D Convexo 90°	3D Convexo 70°	3D Cóncavo 90°
$FS_{\text{Bishop}}$	1.35	1.46	1.35	1.34	1.71
$FS_{\text{Spencer}}$	1.35	1.47	1.35	1.34	1.73



**Figura 27. Resultados análisis de estabilidad con el MEL en condiciones secas**

Es importante anotar que una de las principales limitaciones que tiene el programa utilizado en los análisis tridimensionales, es que se evalúan superficies de falla en una única dirección, de manera que en los análisis realizados se tuvieron en cuenta únicamente superficies cinemáticamente admisibles en la dirección longitudinal de los taludes 3D.

De acuerdo con los resultados presentados se puede concluir lo siguiente:

Los resultados obtenidos utilizando los métodos de Bishop y Spencer son muy similares, siendo iguales o presentando pequeñas variaciones que pueden ser despreciables desde el punto de vista práctico.

Los factores de seguridad de las superficies de falla críticas de los análisis del talud 3D recto (ver Figura 27b) y del talud 3D cóncavo (ver Figura 27e) resultaron mayores que el factor de seguridad de la superficie de falla crítica del modelo bidimensional (ver Figura 27a).

Lo anterior coincide con la mayoría de investigaciones que se han realizado sobre el tema y que concluyen que los análisis bidimensionales en general realizan una estimación conservadora del factor de seguridad, asumiendo que la falla del talud se extiende infinitamente en la tercera dimensión (normal al plano de análisis) y despreciando los efectos de los extremos de la superficie de falla. Esto último resulta muy evidente en el caso más favorable de estabilidad que corresponde al talud 3D cóncavo, donde el factor de seguridad obtenido resulta aproximadamente 27% mayor al bidimensional.

La situación anterior no puede generalizarse. Como puede observarse en la Tabla 9, el factor de seguridad de la superficie de falla crítica del modelo bidimensional resultó igual que el factor de seguridad del talud 3D convexo con una arista de 90°. Cuando se reduce el ángulo de la arista del talud tridimensional anterior a 70°, el factor de seguridad disminuye, llegando a resultar inferior al bidimensional. De acuerdo con esto se puede observar que en el caso de geometrías tridimensionales muy desfavorables (como el caso de la esquina convexa considerada), el factor de seguridad tridimensional puede resultar igual o menor al bidimensional. En este caso la masa deslizante corresponde a la parte superficial de la esquina convexa, de manera que las fuerzas cortantes resistentes en los bordes de la superficie de falla resultan despreciables.

Con respecto a lo anterior, Auvinet y González (2000) concluyeron que al tener en cuenta la variación de las propiedades de los suelos en análisis de estabilidad tridimensionales (análisis de confiabilidad) se pueden obtener superficies de fallas locales con factores de seguridad menores a los obtenidos en análisis bidimensionales (zonas de debilidad).

En el caso de los taludes en forma de arista, se resalta que en el caso de presas, minas a cielo abierto y taludes en general, en la práctica ingenieril se recomienda el uso de taludes curvos, de manera que los cambios en la geometría no se realicen de forma abrupta y se eviten concentraciones de esfuerzos que pueden ser nocivos para la estabilidad del talud.

Se resalta que en ninguno de los casos estudiados en condiciones secas se obtuvieron problemas numéricos ni de convergencia.

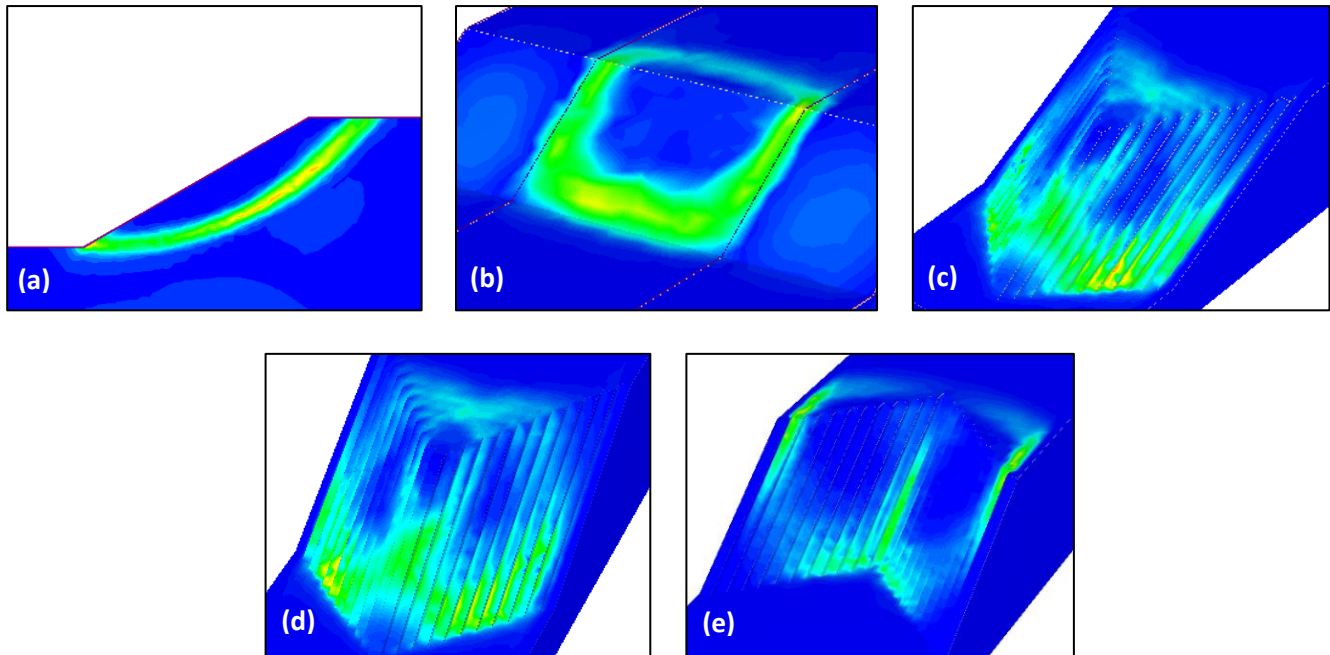
#### Análisis de estabilidad con el método del elemento finito (MEF)

En la Tabla 10, Figura 28 y en el Anexo D.1.2 se presentan los resultados obtenidos de los análisis de estabilidad utilizando el método del elemento finito (MEF) mediante el proceso de reducción de resistencia para las geometrías consideradas. Se resalta que en este tipo de análisis la superficie

de falla se detecta en el campo de las deformaciones cortantes máximas, con un orden de magnitud que generalmente se aproxima a  $1 \times 10^{-2}$  (ver Anexo D.1.2).

**Tabla 10. Resultados análisis de estabilidad con el MEF en condiciones secas**

Geometría	2D	3D Recto	3D Convexo 90°	3D Convexo 70°	3D Cóncavo 90°
<b>FS</b>	1.34	1.50	1.30	1.27	1.65



**Figura 28. Resultados análisis de estabilidad con el MEF en condiciones secas (ver Anexo D.1.2)**

De acuerdo con estos resultados se puede concluir lo siguiente:

Los factores de seguridad críticos obtenidos utilizando el proceso de reducción de resistencia del método del elemento finito (ver Tabla 10 y Figura 28) resultan similares a los obtenidos con el método de equilibrio límite (Tabla 9 y Figura 27), siendo ligeramente menores, a excepción del caso del talud tridimensional recto. Las pequeñas variaciones obtenidas resultan despreciables desde el punto de vista práctico.

Al igual que en los análisis de estabilidad usando el MEL, el factor de seguridad de la superficie de falla crítica del análisis del talud 3D recto (ver Figura 28b) resultó mayor que el factor de seguridad de la superficie de falla crítica del modelo bidimensional (ver Figura 28a), que desprecia los efectos de los extremos de la superficie de falla tridimensional real.

Con respecto a la forma de las superficies de falla, se puede observar que la superficie de falla crítica obtenida con el MEF resulta muy similar a la obtenida con el MEL en los casos del talud 2D (ver Figura 27a y Figura 28a) y el talud 3D recto (ver Figura 27b y Figura 28b). En el caso de los

taludes convexos con aristas de 90° y 70° se observa la formación de dos superficies de falla divergentes (ver Figura 28 c y d), y en el talud 3D cóncavo se detectan dos superficies de falla convergentes, cambiando la cinemática del problema. De acuerdo con lo anterior, los resultados obtenidos en los análisis de los taludes de forma cóncava y convexa no resultan estrictamente comparables con los resultados obtenidos para las otras geometrías.

Como se ha mencionado con anterioridad, una de las grandes desventajas de los métodos de equilibrio límite para la realización de análisis de estabilidad de taludes es que la superficie de falla es asumida y depende del método de búsqueda empleado, razón por la cual no se detectaron las superficies de falla divergentes en los taludes 3D convexos y las superficies de falla convergentes en el talud 3D cóncavo, obtenidas con el MEF y que presentan factores de seguridad inferiores a los obtenidos en los análisis con el MEL.

Se resalta que en los análisis de estabilidad realizados utilizando el MEF y en condiciones secas no se obtuvieron problemas numéricos ni de convergencia.

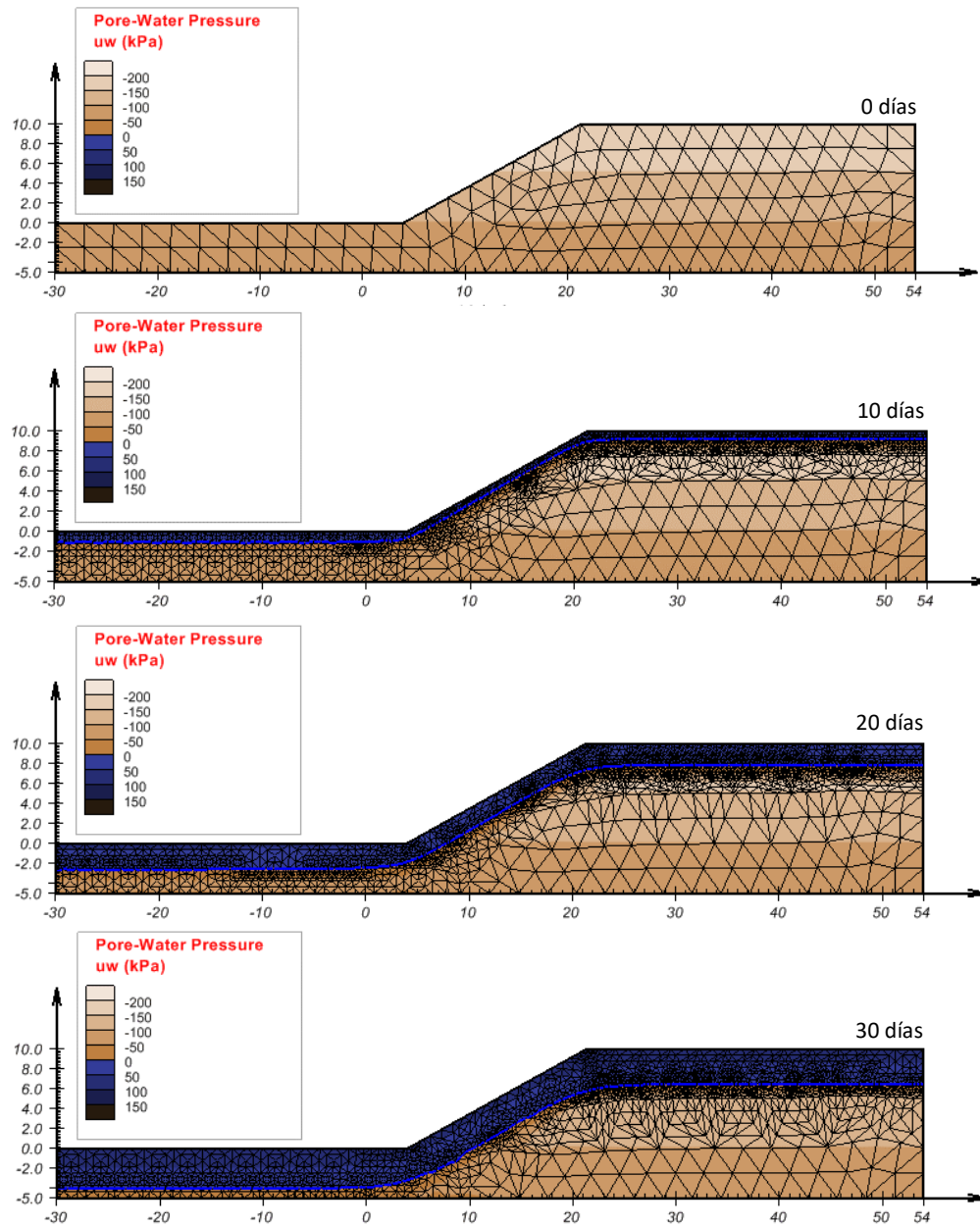
#### **4.3.2 Análisis considerando infiltración por precipitaciones constante**

Para las geometrías presentadas en la Figura 21a, b, d y e se realizaron análisis acoplados en los que se consideró flujo de agua transitorio por infiltración por precipitaciones durante un período de 30 días, y análisis de estabilidad de taludes empleando el método de equilibrio límite (MEL) y el método del elemento finito (MEF) mediante el proceso de reducción de resistencia.

Según la metodología para la realización de análisis acoplados de flujo y estabilidad de taludes presentada en el Numeral 4.1.4, se realizaron en primer lugar los análisis transitorios de flujo de agua, asignándole a la superficie de los modelos una infiltración vertical constante igual a  $0.03 \text{ m}^3/\text{d}/\text{m}^2$ , durante un período de 30 días.

En la Figura 29 y en la Figura 30 se visualiza el proceso infiltración por precipitaciones para el talud 2D y el talud 3D convexo con una arista de 70°. En ambas imágenes puede visualizarse claramente el proceso de saturación de los materiales superficiales por la infiltración por precipitaciones, resultando en una reducción de la succión (presiones de poro negativas), un aumento de las presiones de poro (positivas), y una reducción en los esfuerzos efectivos (ver Numeral 3.6). Igualmente puede observarse claramente la formación y el avance del frente húmedo a medida que continúa el proceso de infiltración constante de precipitaciones. En el Anexo D.2.1 pueden consultarse las distribuciones de presiones de poro para cada una de las geometrías planteadas y para cada uno de los tiempos de análisis.

Posteriormente, las distribuciones de presiones de poro resultantes en cada uno de los modelos se exportan al módulo de estabilidad de taludes para la ejecución de análisis de estabilidad utilizando el método de equilibrio límite (MEL), o al programa de elemento finito para la ejecución de análisis de estabilidad mediante el proceso de reducción de resistencia.



**Figura 29. Proceso de infiltración constante de precipitaciones - Talud 2D**



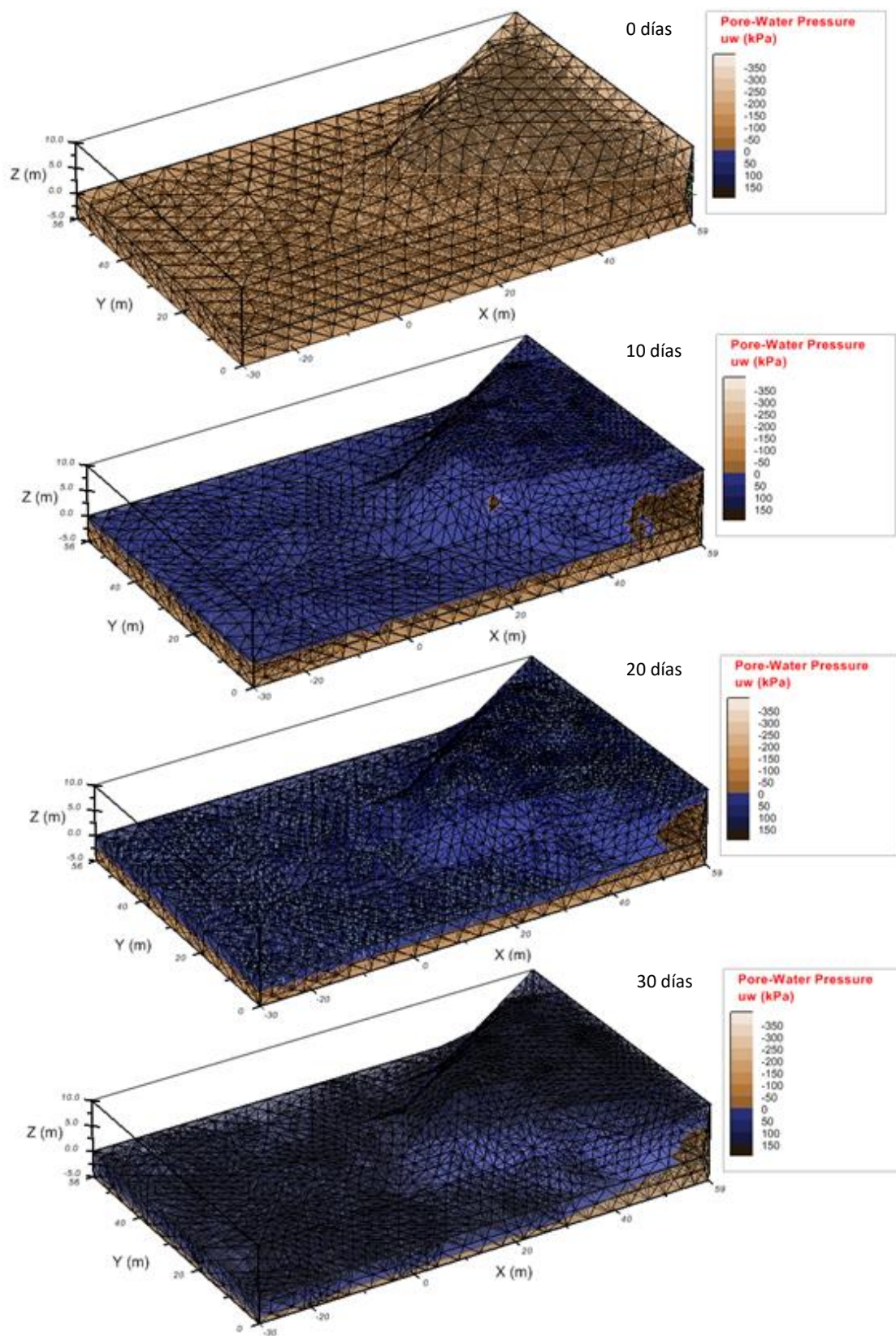


Figura 30. Proceso de infiltración constante de precipitaciones - Talud 3D Convexo 70°

Se resalta que para la realización de los análisis de flujo transitorio de infiltración por precipitaciones en 3D se tuvieron muchos problemas numéricos y de convergencia; en comparación con los análisis bidimensionales, en los que no se tuvieron mayores problemas.

En el caso de los análisis tridimensionales de infiltración por precipitaciones, con el único programa con el que se obtuvieron resultados satisfactorios fue con el SVFlux, el cual se encuentra enfocado y desarrollado en los análisis de flujo de agua en suelos parcialmente saturados. Para la realización de este tipo de análisis, aparte de definir las propiedades parcialmente saturadas de los materiales (curva característica y función de conductividad hidráulica) y la condición de frontera de infiltración vertical de flujo en la superficie de los modelos, se recomienda la utilización de diferentes tipos de fronteras en las otras caras (laterales e inferior): no definir ninguna condición de frontera, frontera impermeable y frontera de verificación. Dependiendo del programa utilizado, la convergencia y la obtención de resultados satisfactorios se puede lograr con diferentes combinaciones de las condiciones de frontera mencionadas, variando de programa en programa.

En el desarrollo de esta investigación, igualmente se utilizaron los programas RS<sup>3</sup> y MIDAS GTS-NX, los cuales son programas de elementos finitos que cuentan con sus respectivos módulos para resolver análisis de flujo transitorio en tres dimensiones, incluyendo los análisis de infiltración por precipitaciones, pero que se encuentran enfocados en los análisis de esfuerzo-deformación. Con estos programas nunca se obtuvieron resultados satisfactorios en los análisis 3D de infiltración por precipitaciones, resaltando que se utilizaron las mismas condiciones que en los análisis realizados con el SVFlux. Adicionalmente se tuvieron en cuenta diferentes combinaciones en la definición de las condiciones de frontera, e incluso diferentes materiales, sin obtener resultados satisfactorios. Cuando los modelos convergían, los resultados obtenidos no reflejaban la situación que se buscaba modelar.

Debido a lo anterior, en los análisis de estabilidad para las geometrías 3D utilizando el MEF, se utilizó el programa RS<sup>3</sup>, que permite importación de las distribuciones de poros obtenidas en los análisis de infiltración por precipitaciones con el programa SVFlux para cada uno de los tiempos de análisis, de manera que los análisis acoplados de flujo-estabilidad de taludes se realizaron manualmente.

#### *Análisis de estabilidad de taludes con el método de equilibrio límite (MEL)*

En la Tabla 11, Figura 31 y en el Anexo D.2.1 se presentan los resultados obtenidos para el factor de seguridad en cada uno de los tiempos de análisis y las geometrías consideradas.

Para cada una de las geometrías consideradas se presenta una disminución del factor de seguridad a medida que transcurre el tiempo y continúa el proceso de infiltración por precipitaciones (ver Figura 31), saturando los materiales superficiales. Se resalta que para  $t = 30$  días, se generó una disminución importante del factor de seguridad de la superficie de falla crítica en comparación con el factor de seguridad inicial, obteniendo un factor de seguridad inferior a la unidad para todas las geometrías, e indicando la ocurrencia de la falla del talud.

Los resultados utilizando los métodos de Bishop y Spencer (ver Figura 31), resultan bastante similares, presentando pequeñas variaciones que pueden ser despreciables desde el punto de vista práctico, pero que reflejan que el factor de seguridad determinado depende del método de equilibrio límite elegido.

Se resalta que los factores de seguridad para el talud 3D extruido y para el talud 3D convexo con una arista de 70°, en general, resultaron inferiores a los factores de seguridad bidimensionales. Lo anterior era de esperarse en el talud convexo, donde en condiciones secas el factor de seguridad resultaba inferior al factor de seguridad en 2D, pero no para el talud tridimensional extruido, donde en condiciones secas el factor de seguridad en 3D resultaba mayor que el factor de seguridad en 2D. En el caso del talud 3D extruido puede observarse que inicialmente el factor de seguridad obtenido es mayor que el bidimensional ( $t = 0$  d), pero a medida que comienza el proceso de infiltración por precipitaciones y por lo tanto el aumento en las presiones de poro superficiales, el factor de seguridad disminuye de manera importante, manteniéndose por debajo del bidimensional en cada uno de los tiempos de cálculo.

Tabla 11. Resultados análisis de estabilidad con el MEL e infiltración constante

Método	Geometría	Tiempo (d)						
		0	5	10	15	20	25	30
FS Bishop	2D	1.35	1.34	1.22	1.10	0.98	0.83	0.71
	3D Recto	1.46	1.05	0.94	0.93	0.88	0.77	0.70
	3D Convexo 70°	1.34	1.01	0.85	0.70	0.70	0.63	0.40
	3D Cóncavo 90°	1.71	1.40	1.25	1.15	0.98	0.96	0.87
FS Spencer	2D	1.35	1.34	1.22	1.09	0.97	0.82	0.66
	3D Recto	1.47	1.03	0.92	0.85	0.72	0.63	0.61
	3D Convexo 70°	1.34	1.01	0.77	0.57	0.48	0.39	0.39
	3D Cóncavo 90°	1.73	1.39	1.23	1.16	1.00	0.75	0.90

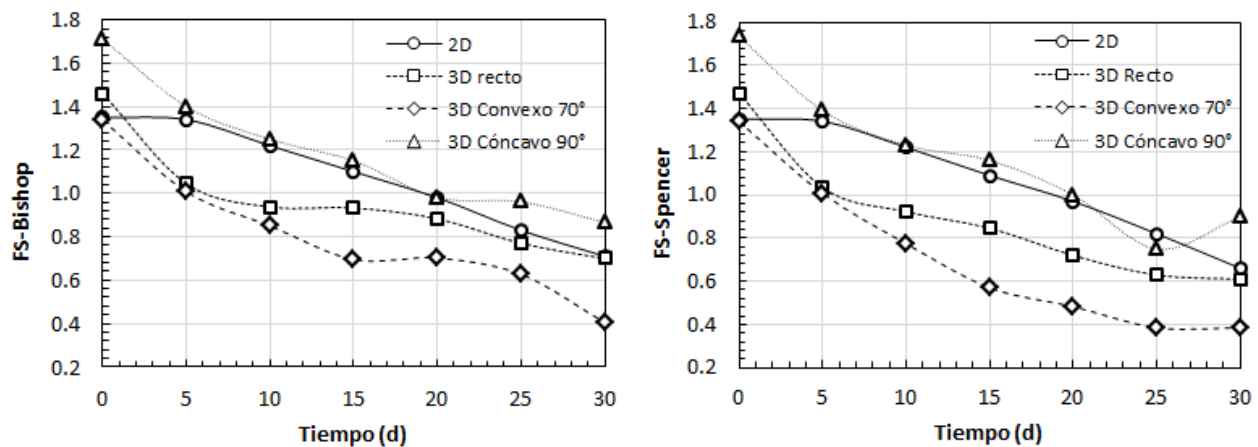


Figura 31. Resultados análisis de estabilidad con el MEL e infiltración constante



En el caso del talud 3D cóncavo, en general, el factor de seguridad obtenido fue mayor que el bidimensional, pero para ciertos tiempos el factor de seguridad obtenido, en términos prácticos, resultó igual al bidimensional.

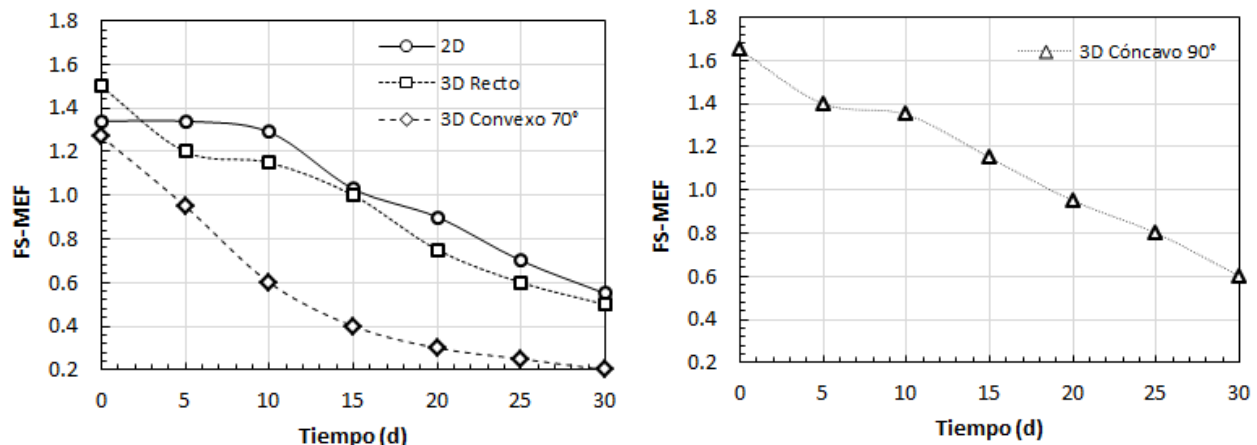
De acuerdo con lo anterior, puede concluirse que en los análisis de estabilidad en tres dimensiones resulta crítica la consideración del aumento de presiones de poro por la infiltración de precipitaciones, ya que en todos los casos considerados, exceptuando en el talud 3D cóncavo, se obtuvo un factor de seguridad inferior al bidimensional.

#### Análisis de estabilidad de taludes con el método del elemento finito (MEF)

En la Tabla 12, Figura 32 y en el Anexo D.2.2 se presentan los resultados obtenidos para el factor de seguridad de cada uno de los tiempos de análisis y las geometrías consideradas utilizando el método del elemento finito. Los resultados del talud 3D cóncavo se presentan de manera separada en la Figura 32, ya que para esta geometría se detectan dos superficies de falla convergentes en los taludes laterales (ver Anexo D.2.2), una cinemática que difiere a la del resto de geometrías en las que la falla se presenta en dirección longitudinal al eje del talud.

**Tabla 12. Resultados análisis de estabilidad con el MEF e infiltración constante**

Geometría	Tiempo (d)						
	0	5	10	15	20	25	30
2D	1.34	1.34	1.29	1.03	0.90	0.70	0.55
3D Recto	1.50	1.20	1.15	1.00	0.75	0.60	0.50
3D Convexo 70°	1.27	0.95	0.60	0.40	0.30	0.25	0.20
3D Cóncavo 90°	1.65	1.40	1.35	1.15	0.95	0.80	0.60

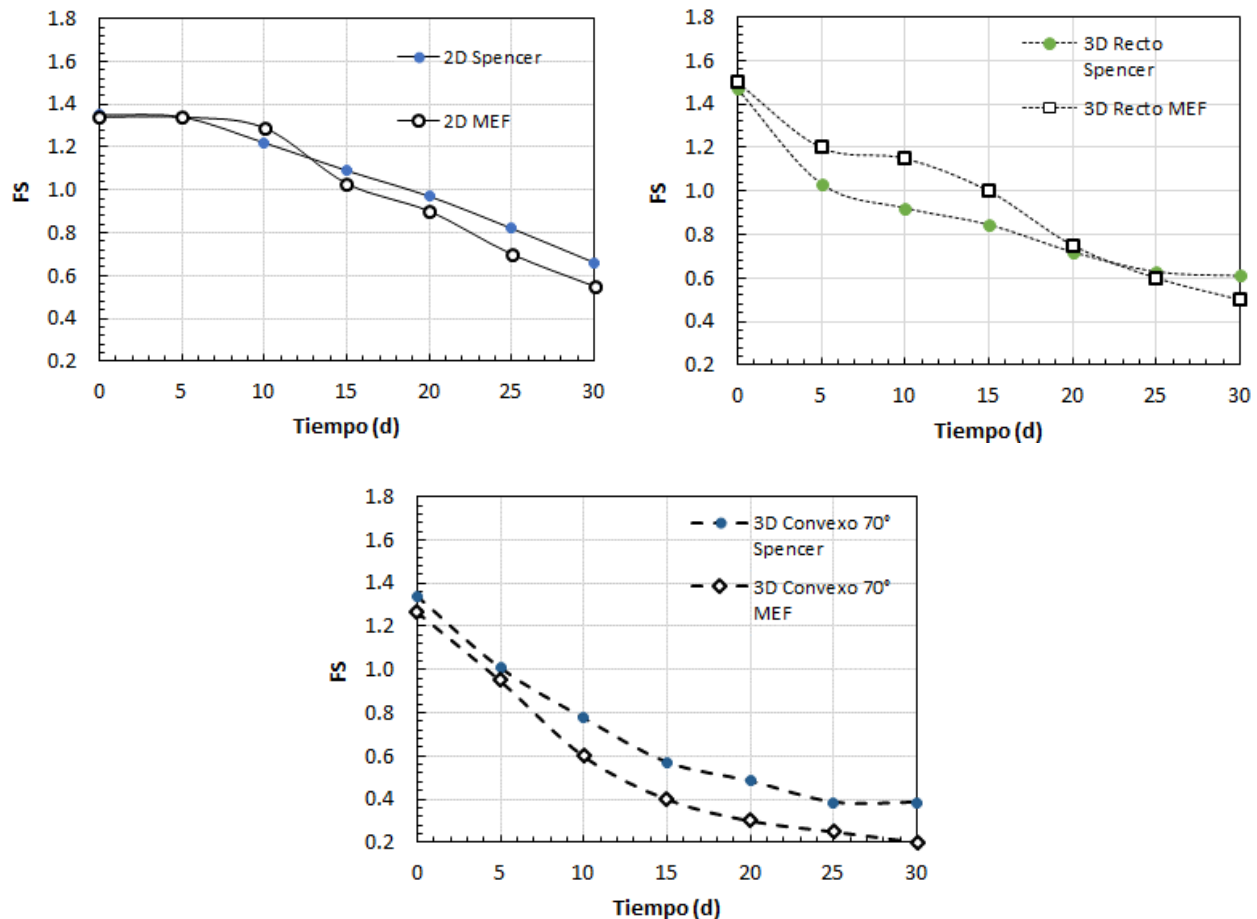


**Figura 32. Resultados análisis de estabilidad con el MEF e infiltración constante**

Al igual que en los análisis de estabilidad utilizando el MEL, para cada una de las geometrías consideradas se presenta una disminución del factor de seguridad a medida que transcurre el tiempo y continúa el proceso de infiltración de precipitaciones.

En los resultados obtenidos puede observarse lo crítica que resulta la infiltración de precipitaciones propuesta para la estabilidad de todas las geometrías analizadas, de manera que al final del tiempo de análisis se obtuvo una disminución importante del factor de seguridad de la superficie de falla crítica en comparación con el factor de seguridad inicial, obteniendo un factor de seguridad inferior a la unidad para todas las geometrías, e indicando la ocurrencia de la falla del talud.

A pesar de que los resultados obtenidos utilizando el MEF son similares a los obtenidos utilizando el MEL (ver Figura 33), se resalta que la disminución del factor de seguridad de los análisis utilizando el MEF resulta más drástica, ya que las pendientes de la disminución del factor de seguridad son mayores que las de los análisis utilizando el MEL. La situación descrita anteriormente se observa claramente en el comportamiento del factor de seguridad para el talud 3D convexo con una arista de 70° (ver Figura 33).



**Figura 33. Comparación MEL-Spencer y MEF para infiltración constante**

En los casos del talud 2D, el talud 3D recto y el talud 3D cóncavo se observa prácticamente el mismo comportamiento en la disminución del factor de seguridad a medida que transcurre el tiempo.

En los análisis utilizando el MEF se confirma el comportamiento observado en los análisis de equilibrio límite: los factores de seguridad para el talud 3D recto y para el talud 3D convexo con una arista de  $70^\circ$ , resultaron inferiores a los factores de seguridad bidimensionales. En el caso del talud 3D recto puede observarse que inicialmente el factor de seguridad obtenido es mayor que el bidimensional ( $t = 0$  d), pero a medida que comienza el proceso de infiltración de precipitaciones y por lo tanto el aumento en las presiones de poro superficiales, el factor de seguridad disminuye de manera importante, manteniéndose por debajo del bidimensional en cada uno de los tiempos de cálculo.

Como se ha mencionado, las esquinas convexas son geometrías tridimensionales muy desfavorables para la estabilidad de taludes. Si a la situación intrínseca de una geometría desfavorable se le adiciona el factor desencadenante de la infiltración de precipitaciones, se obtiene la situación más crítica de estabilidad de las condiciones analizadas, en la que se observa un drástico descenso del factor de seguridad, de manera que la falla del talud 3D convexo con una arista de  $70^\circ$  se presenta a partir del día 5. Se resalta que los factores de seguridad obtenidos para el talud 3D convexo considerando la infiltración de precipitaciones resultaron mucho menores que los obtenidos para el resto de geometrías consideradas, incluyendo el talud bidimensional.

Debido a que en los análisis de estabilidad utilizando el MEF no se necesita definir *a priori* el tipo, la forma y la localización de la superficie de falla, sino que la falla ocurre en zonas donde la resistencia al esfuerzo cortante es menor a los esfuerzos cortantes aplicados, puede observarse claramente el efecto del desarrollo del frente húmedo en la formación de las superficies de falla, de manera que para los primeros tiempos de análisis se presentan superficies de falla superficiales que comprometen principalmente la zona donde se genera el aumento en las presiones de poro, y a medida que aumenta el frente húmedo por la infiltración de precipitaciones, igualmente se van profundizando las superficie de falla (ver Anexo D.2.2).

Tanto de los análisis con el MEL como con el MEF, se concluye que en los análisis de estabilidad en tres dimensiones puede resultar crítica la consideración del aumento de presiones de poro por la infiltración de precipitaciones, ya que en los casos de los taludes 3D recto y 3D convexo, se obtuvo un factor de seguridad inferior al bidimensional equivalente. La situación anterior resulta crítica, porque al considerar la superficie de falla tridimensional, no solo se tiene en cuenta la resistencia al deslizamiento a lo largo de toda la superficie (fuerzas resistentes), sino que también se tienen en cuenta la presiones de poro (fuerzas actuantes o desestabilizantes) resultantes del proceso de infiltración de precipitaciones. Al considerar una infiltración constante de precipitaciones, a medida que pasa el tiempo y por lo tanto el frente de saturación, se genera una disminución en la resistencia de los materiales superficiales (fuerzas resistentes) y un aumento en las presiones de poro (fuerzas actuantes). Adicionalmente, en el caso de los taludes con forma de esquina, el efecto de infiltración de precipitaciones puede resultar bastante crítico por la concentración de flujo que se presenta en la arista de dichos taludes.

Con respecto a lo anterior, Gao et al. (2014) concluyen en su investigación de análisis de estabilidad de taludes tridimensionales bajo condiciones de vaciado o descenso del nivel de agua

que la presión de poro en la zona parcialmente saturada tiene una influencia importante en el mecanismo de falla tridimensional, en comparación con la presión de poro en las fronteras sumergidas. Por lo tanto, el efector 3D debe ser considerado para la evaluación de estabilidad de taludes durante el proceso de desembalse rápido.

#### **4.3.3 Análisis considerando infiltración de precipitaciones variable**

Para las geometrías presentadas en la Figura 21a, b, d y e, se realizaron análisis acoplados en los que se consideró flujo de agua transitorio por infiltración de precipitaciones durante un período de 30 días, y análisis de estabilidad de taludes empleando el método de equilibrio límite (MEL) y el método del elemento finito (MEF) mediante el proceso de reducción de resistencia.

Considerando que resulta poco probable que se genere una precipitación constante durante un período de 30 días, la situación presentada anteriormente, aunque se considera poco real resulta ilustrativa para observar la influencia de la infiltración de precipitaciones sobre el factor de seguridad en un análisis de estabilidad. De acuerdo con lo anterior, se realizaron análisis considerando una función de precipitación.

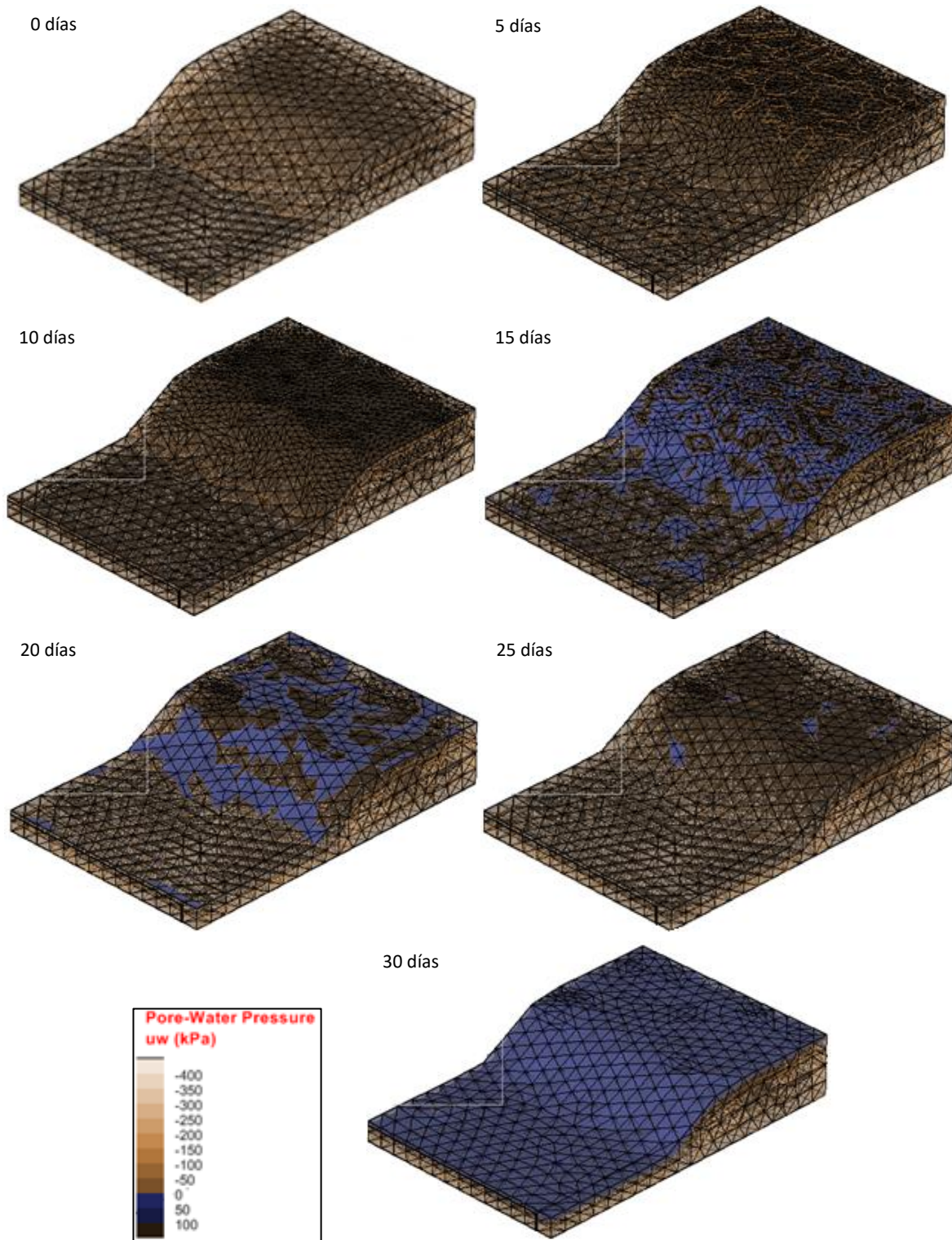
En primer lugar se realizaron los análisis transitorios de flujo de agua, asignándole a la superficie de los modelos una infiltración vertical variable en el tiempo, según la función de precipitaciones mostrada en la Figura 24. Posteriormente, las distribuciones de presiones de poro resultantes en cada uno de los modelos se exportan al módulo de estabilidad de taludes para la ejecución de análisis de estabilidad utilizando el método de equilibrio límite (MEL), o al programa de elemento finito para la ejecución de análisis de estabilidad mediante el proceso de reducción de resistencia.

En la Figura 34 se presenta el proceso de infiltración de la función de precipitaciones (mostrada en la Figura 24) para el talud 3D recto. Puede observarse claramente, que por la permeabilidad relativamente baja del material que conforma el talud y la baja intensidad de las precipitaciones durante los primeros 10 días de análisis, el talud prácticamente permanece en condiciones secas, presentándose un leve descenso superficial de la succión. En el día 15 de análisis, que corresponde al día en el que se presenta la precipitación con mayor intensidad en el período de análisis comprendido, se observa que superficialmente desaparecen las presiones de poro negativas (succión) y se genera un aumento en las presiones de poro positivas, lo cual resulta del proceso de saturación e infiltración de precipitaciones.

Posteriormente, se presenta otra época de bajas precipitaciones, en la que prácticamente desaparece el aumento en las presiones de poro positivas que se había generado en el día 15 de análisis, y el talud vuelve a encontrarse prácticamente en condiciones secas alrededor del día 25. Finalmente, la situación crítica se presenta durante los últimos días de análisis, en los que se presentan tres días seguidos de lluvias considerables (días 27, 28 y 29), generando una infiltración importante de precipitaciones, como puede observarse en el aumento de las presiones de poro positivas superficiales en el talud para el día 30 de análisis.

El comportamiento observado coincide con las investigaciones realizadas sobre la influencia de la infiltración de precipitaciones en las condiciones de estabilidad de un talud o ladera, en las que se ha observado que las lluvias menos intensas pero de mayor duración (precipitación estratiforme) afectan principalmente a materiales poco permeables.

En el Anexo D.2.2 pueden consultarse las distribuciones de presiones de poro para cada una de las geometrías planteadas y para cada uno de los tiempos de análisis.



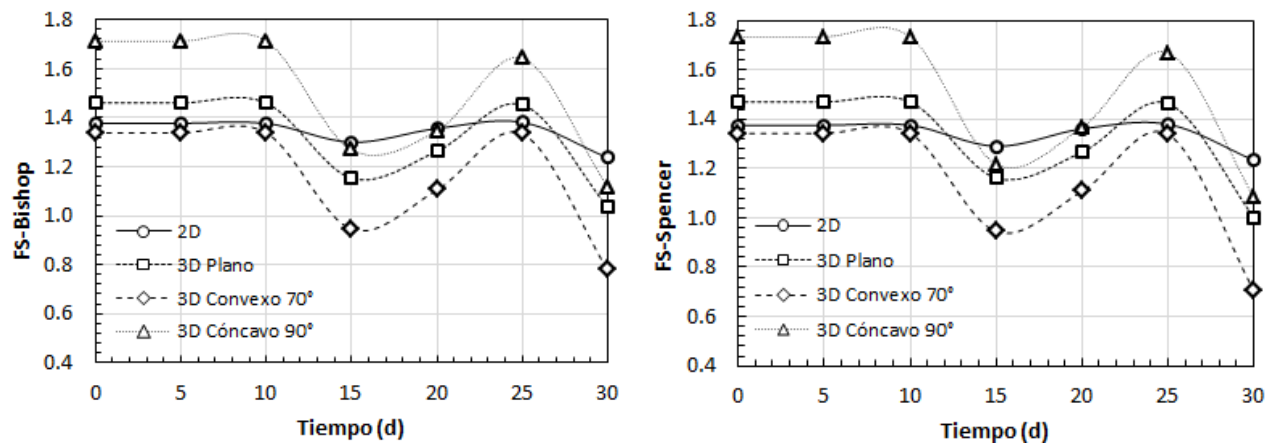
**Figura 34. Proceso de infiltración variable de precipitaciones - Talud 3D recto**

Análisis de estabilidad de taludes con el método de equilibrio límite (MEL)

En la Tabla 13, Figura 35 y en el Anexo D.3.1 se presentan los resultados obtenidos del factor de seguridad para cada uno de los tiempos de análisis y las geometrías consideradas.

**Tabla 13. Resultados análisis de estabilidad con el MEL e infiltración variable en el tiempo**

Método	Geometría	Tiempo (d)						
		0	5	10	15	20	25	30
FS Bishop	2D	1.38	1.38	1.38	1.30	1.36	1.38	1.24
	3D Recto	1.46	1.46	1.46	1.15	1.26	1.45	1.03
	3D Convexo 70°	1.34	1.34	1.34	0.95	1.11	1.33	0.78
	3D Cóncavo 90°	1.71	1.71	1.71	1.27	1.35	1.64	1.12
FS Spencer	2D	1.38	1.38	1.38	1.29	1.36	1.38	1.23
	3D Recto	1.47	1.47	1.47	1.16	1.27	1.46	1.00
	3D Convexo 70°	1.34	1.34	1.34	0.94	1.11	1.34	0.71
	3D Cóncavo 90°	1.73	1.73	1.73	1.22	1.37	1.67	1.08



**Figura 35. Resultados análisis de estabilidad con el MEL e infiltración variable en el tiempo**

Se resalta, que por la permeabilidad relativamente baja del material, durante los primeros 10 días de análisis en los que se presentan pocas precipitaciones y de muy baja intensidad, prevalecen las condiciones de estabilidad en condiciones secas, cuyos resultados se discutieron en el Numeral 4.3.1 y se presentan en la Tabla 9 y en la Figura 27. Luego se presenta un descenso del factor de seguridad alrededor del día 15, que corresponde al día más lluvioso considerado en el período de análisis. Posteriormente, se presenta otra época de bajas precipitaciones, en la que se incrementa nuevamente el factor de seguridad. Finalmente, la situación crítica se presenta durante los últimos días de análisis, en los que se presentan tres días seguidos de lluvias considerables, generando un efecto importante en las condiciones de estabilidad, obteniendo para el día 30 el factor de seguridad más bajo en el período considerado.



Los resultados utilizando los métodos de Bishop y Spencer (ver Figura 35), resultan bastante similares, presentando pequeñas variaciones que pueden ser despreciables desde el punto de vista práctico.

El comportamiento observado de la variación del factor de seguridad para las geometrías estudiadas coincide con las investigaciones realizadas sobre la influencia de la infiltración de precipitaciones en las condiciones de estabilidad de un talud, en las que se ha observado que las lluvias menos intensas pero de mayor duración (precipitación estratiforme) afectan principalmente a materiales poco permeables, tal como se evidenció en el día 30 de análisis, en el que luego de 3 días de lluvias acumuladas se obtuvo el menor factor de seguridad para el período considerado y en todas las geometrías analizadas.

En la Figura 35 puede observarse que el talud 2D es menos sensible al efecto de la infiltración de la función de precipitaciones, en comparación con los taludes tridimensionales en los que se observa claramente el efecto de la infiltración de precipitaciones en el descenso del factor de seguridad en los días 15, 20 y 30.

Finalmente, se resalta que en los dos tiempos de análisis en los que se presentó una infiltración importante de precipitaciones, es decir en los días 15 y 30, los factores de seguridad de las tres geometrías tridimensionales consideradas resultaron menores que el factor de seguridad del modelo bidimensional. De acuerdo con lo anterior, al igual que sucedió en el caso en el que se consideró infiltración constante de precipitaciones, se puede concluir que en los análisis de estabilidad en tres dimensiones resulta crítica la consideración del aumento de presiones de poro por la infiltración de precipitaciones.

#### *Análisis de estabilidad de taludes con el método del elemento finito (MEF)*

En la Tabla 14 y en la Figura 36 y en el Anexo D.3.2 se presentan los resultados obtenidos del factor de seguridad para cada uno de los tiempos de análisis y las geometrías consideradas utilizando el método del elemento finito. Los resultados del talud 3D cóncavo se presentan de manera separada en la Figura 36, ya que para esta geometría se detectan dos superficies de falla convergentes en los taludes laterales (ver Anexo D.3.2), una cinemática que difiere a la del resto de geometrías en las que la falla se presenta en dirección longitudinal al eje del talud.

**Tabla 14. Resultados análisis de estabilidad con el MEF e infiltración variable en el tiempo**

Geometría	Tiempo (d)						
	0	5	10	15	20	25	30
2D	1.34	1.34	1.34	1.30	1.32	1.35	1.29
3D Recto	1.45	1.46	1.45	1.15	1.25	1.43	0.98
3D Convexo 70°	1.27	1.30	1.27	0.72	0.99	1.30	0.60
3D Cóncavo 90°	1.65	1.65	1.65	1.21	1.35	1.69	1.05

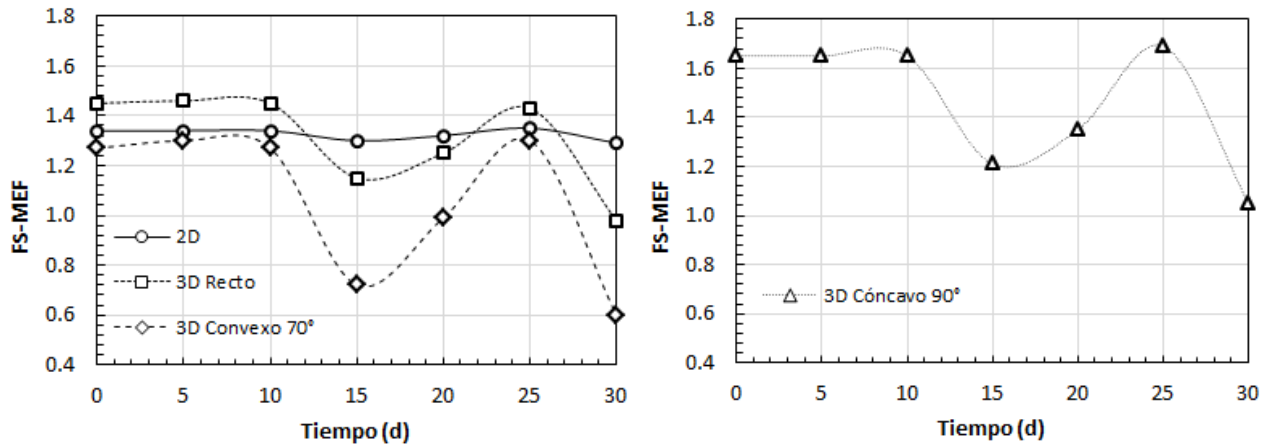


Figura 36. Resultados análisis de estabilidad con el MEF e infiltración variable en el tiempo

A pesar de que los resultados obtenidos utilizando el MEF son similares a los obtenidos utilizando el MEL, se resalta que la disminución del factor de seguridad de los análisis utilizando el MEF resulta más drástica, tal como puede observarse en la Figura 36, en la que el descenso del factor de seguridad en los días 15, 20 y 30 para las geometrías tridimensionales resulta mayor que en los análisis utilizando el MEL. La situación descrita anteriormente se observa claramente en el comportamiento del factor de seguridad para el talud 3D convexo con una arista de 70°. En oposición a lo anterior, se resalta que el talud 2D es prácticamente insensible al efecto de la infiltración de la función de precipitaciones, presentando un leve descenso del factor de seguridad en los días 15, 20 y 30.

Finalmente, se resalta que en los dos tiempos de análisis en los que se presentó una infiltración importante de precipitaciones, es decir en los días 15 y 30, los factores de seguridad para las geometrías tridimensionales consideradas resultaron menores que el factor de seguridad del modelo bidimensional. De acuerdo con lo anterior, al igual que se ha mencionado con anterioridad, se puede concluir que en los análisis de estabilidad en tres dimensiones resulta crítica la consideración del aumento de presiones de poro por la infiltración de precipitaciones.



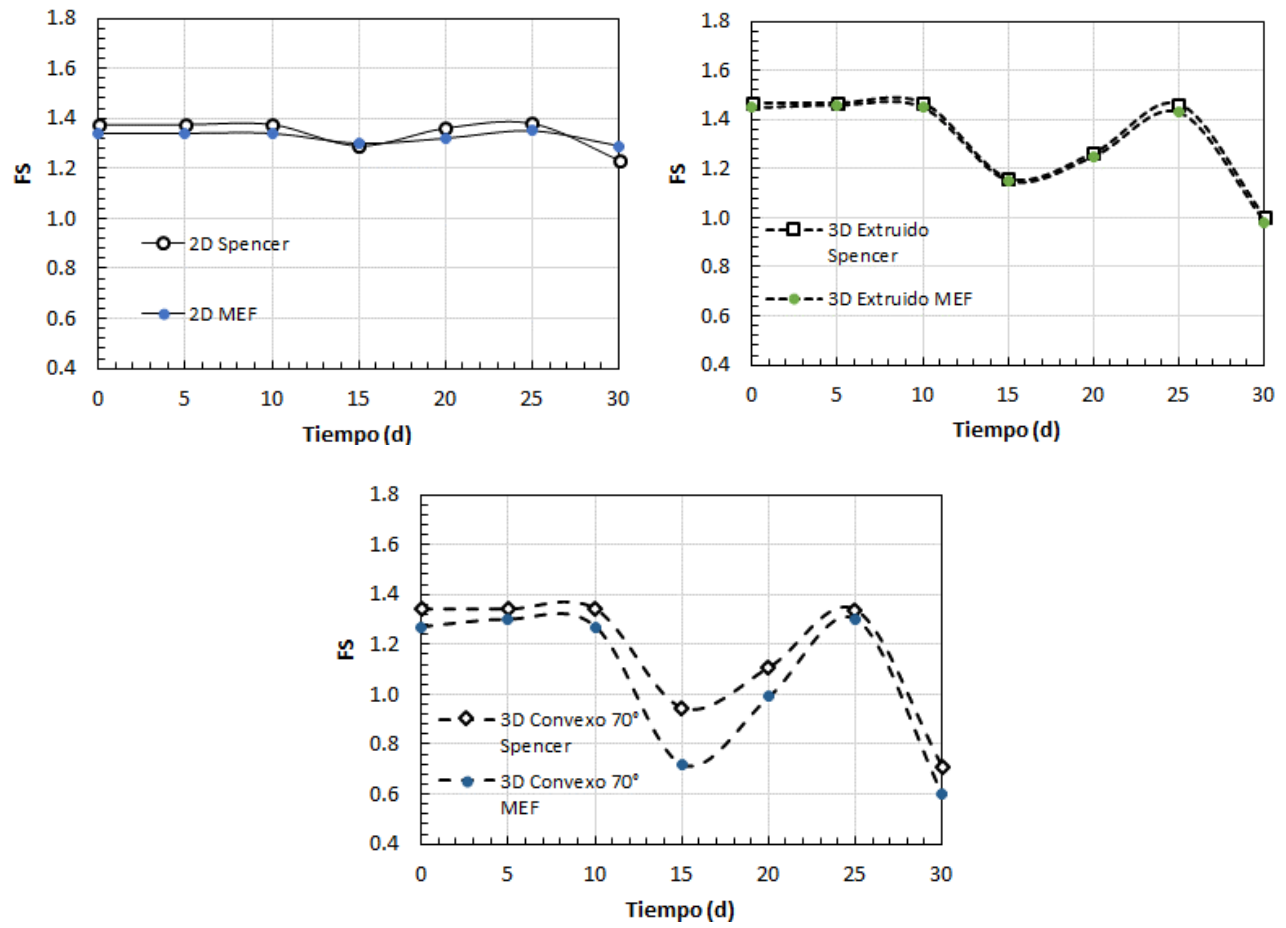


Figura 37. Comparación MEL-Spencer y MEF para infiltración variable

## **5 CONCLUSIONES**

### **5.1 GENERALES**

En esta tesis el enfoque principal se puso en el estudio del efecto de la infiltración por precipitaciones en análisis de estabilidad de taludes en dos y tres dimensiones. De acuerdo con lo anterior, se implementaron metodologías para la realización de análisis acoplados de flujo transitorio (infiltración de precipitaciones) utilizando el método del elemento finito (MEF), y estabilidad de taludes utilizando los métodos de equilibrio límite y del elemento finito (MEL y MEF).

Se resalta que en la revisión bibliográfica realizada no se encontró ninguna investigación documentada que tratara el tema mencionado en taludes 3D. En la actualidad existen varias investigaciones en las que se ha realizado una comparación entre los resultados de análisis de estabilidad obtenidos utilizando el método del equilibrio límite (MEL) y el método del elemento finito (MEF) en dos y tres dimensiones. Se resalta que en casi todas estas investigaciones se han considerado taludes 2D o 3D en condiciones secas, y solamente en algunas como la de Gao et al. (2014), se consideran variaciones impuestas en los niveles del agua freática.

Para poder representar situaciones geológicas, geométricas (2D y 3D) y condiciones de frontera complejas, medios heterogéneos y materiales anisótropos, las aproximaciones numéricas para solucionar la problemática del flujo de agua a través del suelo, representan una buena alternativa de solución, al poder considerar los factores mencionados, además de ser efectivamente aplicados en condiciones de flujo establecido, transitorio, y permitir considerar los materiales como parcialmente saturados. Por las razones expuestas, se eligió el método de elemento finito para solucionar el problema de infiltración de precipitaciones en los taludes analizados, al tener que considerar geometrías tridimensionales, la teoría de los suelos parcialmente saturados, y condiciones de frontera complejas y variables en el tiempo (funciones de precipitación). Se resalta que el método gráfico de las redes de flujo transitorias (Cedergren, 1989) y las soluciones analíticas en problemas de flujo transitorio se han utilizado en análisis simplificados bidimensionales que involucran variaciones de los niveles de agua y problemas de extracción e inyección de agua en pozos, no en problemas de infiltración de precipitaciones.

Tradicionalmente se ha establecido que en condiciones secas los factores de seguridad de taludes 2D son inferiores a los obtenidos en taludes equivalentes 3D, siendo más conservadores los primeros. De acuerdo con los resultados obtenidos en el presente trabajo, se puede concluir que en el caso de geometrías tridimensionales desfavorables (como los taludes de forma convexa) en condiciones secas, el factor de seguridad tridimensional puede resultar igual o menor que el bidimensional. Adicionalmente, tanto de los análisis de estabilidad de taludes con el MEL como con el MEF, puede concluirse que en tres dimensiones resulta crítica la consideración del aumento de presiones de poro por el proceso de infiltración de precipitaciones, obteniendo igualmente factores de seguridad 3D inferiores al factor de seguridad 2D equivalente. Lo anterior no puede generalizarse para todo tipo de taludes y de condiciones, pero permite establecer que no

necesariamente en todos los casos, los análisis de estabilidad de taludes en dos dimensiones son más conservadores que los análisis tridimensionales.

## **5.2 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN CONDICIONES SECAS**

De los análisis de estabilidad realizados en condiciones secas utilizando el método de equilibrio límite (MEL) y el método de elemento finito (MEF) para las geometrías propuestas en dos y tres dimensiones, se puede concluir lo siguiente:

- ✓ Utilizando el MEL, los resultados obtenidos utilizando los métodos de Bishop y Spencer, son muy similares, siendo iguales o presentando pequeñas variaciones que pueden ser despreciables desde el punto de vista práctico.
- ✓ Los factores de seguridad críticos obtenidos utilizando el proceso de reducción de resistencia del MEF resultaron similares a los obtenidos con el MEL, siendo ligeramente menores, a excepción del caso del talud tridimensional recto. Las pequeñas variaciones obtenidas resultan despreciables desde el punto de vista práctico.
- ✓ El factor de seguridad de la superficie de falla críticas del análisis del talud 3D recto resultó mayor que el factor de seguridad de la superficie de falla crítica del modelo bidimensional equivalente. Lo anterior coincide con la mayoría de investigaciones que se han realizado sobre el tema y que concluyen que los análisis bidimensionales en general realizan una estimación conservadora del factor de seguridad.
- ✓ La situación anterior no puede generalizarse, como lo plantean la mayoría de investigaciones realizadas a la fecha, a excepción de Auvinet y Gonzáles (2000) que concluyeron que al tener en cuenta la variación de las propiedades de los suelos en análisis de estabilidad tridimensionales (análisis de confiabilidad) se pueden obtener superficies de fallas locales con factores de seguridad menores a los obtenidos en análisis bidimensionales (zonas de debilidad).
- ✓ Según los resultados obtenidos en el presente trabajo, se puede concluir que en el caso de geometrías tridimensionales muy desfavorables (como el caso de la esquina convexa considerada), el factor de seguridad tridimensional global puede resultar igual o menor al bidimensional. En el caso de los taludes tridimensionales convexos, la masa deslizante corresponde a la parte superficial de la esquina convexa, de manera que las fuerzas cortantes resistentes en los bordes de la superficie de falla resultan despreciables.
- ✓ Con respecto a la forma de las superficies de falla, se puede observar que la superficie de falla crítica obtenida con el MEF resulta muy similar a la obtenida con el MEL en los casos del talud 2D y el talud 3D recto. En el caso de los taludes convexos con aristas de 90° y 70° se observa la formación de dos superficies de falla divergentes, y en el talud 3D cóncavo se detectan dos superficies de falla convergentes, cambiando la cinemática del problema. De acuerdo con lo anterior, los resultados obtenidos en los análisis de los taludes de forma cóncava y convexa con el MEF no resultan estrictamente comparables con los resultados obtenidos para las otras geometrías. Lo anterior es una confirmación de una de las grandes desventajas que tienen los análisis de estabilidad de taludes utilizando el MEL, y es que en esta metodología la superficie de falla es asumida, y depende del método de búsqueda empleado, razón por la cual no se detectaron las superficies de falla divergentes en los taludes 3D convexos y las superficies de falla convergentes en el talud 3D cóncavo, obtenidas con el MEF y que presentan factores de seguridad inferiores a los obtenidos en los análisis con el MEL.

### **5.3 ANÁLISIS ACOPLADOS DE FLUJO TRANSITORIO-ESTABILIDAD CON EL MEL Y MEF**

De la implementación y el desarrollo de análisis acoplados de flujo transitorio por infiltración de precipitaciones y de estabilidad de taludes utilizando el método de equilibrio límite (MEL) y el método de elemento finito (MEF) en dos y en tres dimensiones, se puede concluir lo siguiente:

- ✓ Al considerar una infiltración de precipitaciones constante en el tiempo, se puede visualizar el proceso de saturación de los materiales superficiales con el tiempo y el aumento del frente húmedo. La saturación superficial de los materiales se traduce en un aumento de las presiones de poro y en una reducción en los esfuerzos efectivos. Para cada una de las geometrías consideradas se presenta una disminución del factor de seguridad a medida que transcurre el tiempo y continúa el proceso de infiltración de precipitaciones.
- ✓ En la situación en la que se consideró una función de precipitaciones variable en el tiempo, el comportamiento observado de la variación del factor de seguridad para las geometrías estudiadas coincide con las investigaciones realizadas sobre la influencia de la infiltración de precipitaciones en las condiciones de estabilidad de un talud o ladera, en las que se ha observado que las lluvias menos intensas pero de mayor duración (precipitación estratiforme) afectan principalmente a materiales poco permeables, como en los casos de estudio. En cambio las precipitaciones fuertes, de gran intensidad pero de corta duración, afectan principalmente a materiales permeables con un alta capacidad de infiltración.
- ✓ En los análisis de estabilidad en los que se utilizó el MEL, los resultados utilizando los métodos de Bishop y Spencer, resultan bastante similares, presentando pequeñas variaciones que pueden ser despreciables desde el punto de vista práctico, pero que reflejan que el factor de seguridad determinado depende del método de equilibrio límite elegido.
- ✓ A pesar de que los resultados obtenidos utilizando el MEF son similares a los obtenidos utilizando el MEL, se resalta que la disminución del factor de seguridad de los análisis utilizando el MEF resulta más drástica.
- ✓ Tanto de los análisis con el MEL como con el MEF, puede concluirse que en los análisis de estabilidad en tres dimensiones resulta crítica la consideración del aumento de presiones de poro por la infiltración de precipitaciones, ya que en todos los casos considerados, exceptuando en el talud 3D cóncavo que presenta una falla con una cinemática diferente a la del resto de casos, se obtuvo un factor de seguridad inferior al bidimensional. La situación anterior resulta crítica, porque al considerar la superficie de falla tridimensional, no solo se tiene en cuenta la resistencia al deslizamiento a lo largo de toda la superficie (fuerzas resistentes), sino que también se tienen en cuenta la presiones de poro (fuerzas actuantes o desestabilizantes) resultantes del proceso de infiltración de precipitaciones. Adicionalmente, en el caso de los taludes con forma de esquina, el efecto de infiltración de precipitaciones puede resultar bastante crítico por la concentración de flujo que se presenta en la arista de dichos taludes.

Con respecto a lo anterior, Gao et al. (2014) concluyen en su investigación de análisis de estabilidad de taludes tridimensionales bajo condiciones de vaciado o descenso del nivel de agua que la presión de poro en la zona parcialmente saturada tiene una influencia importante en el mecanismo de falla tridimensional, en comparación con la presión de poro en las en las

fronteras sumergidas. Por lo tanto, el efector 3D debe ser considerado para la evaluación de estabilidad de taludes durante el proceso de desembalse rápido.

- ✓ Como se mencionó en los análisis de estabilidad en condiciones secas, las esquinas convexas son geometrías tridimensionales muy desfavorables para la estabilidad de taludes. Si a la situación intrínseca de la geometría desfavorable se le adiciona el factor desencadenante de la infiltración de precipitaciones, se obtiene la situación más crítica de estabilidad de las condiciones analizadas. Se resalta que los factores de seguridad obtenidos para el talud 3D convexo considerando la infiltración de precipitaciones resultaron mucho menores que los obtenidos para el resto de geometrías consideradas, incluyendo el talud bidimensional.
- ✓ Debido a que en los análisis de estabilidad utilizando el MEF no se necesita definir *a priori* el tipo, la forma y la localización de la superficie de falla, sino que la falla ocurre en zonas donde la resistencia al esfuerzo cortante es menor a los esfuerzos cortantes aplicados, puede observarse claramente el efecto del desarrollo del frente húmedo en la formación de las superficies de falla, de manera que para los primeros tiempos de análisis se presentan superficies de falla superficiales que comprometen principalmente la zona superficial donde se genera el aumento en las presiones de poro, y a medida que aumenta el frente húmedo por la infiltración de precipitaciones, igualmente se van profundizando las superficie de falla.
- ✓ Según los resultados obtenidos, desde el punto de vista práctico ingenieril se recomienda que en excavaciones y en el diseño de taludes artificiales se evite el uso de geometrías desfavorables para la estabilidad, principalmente taludes de forma convexa. En oposición a lo anterior, se establece que los taludes de forma cóncava presentan una estabilidad más favorable en comparación con los taludes convexos y rectos, por lo que se recomienda su uso y consideración, tanto para cortes como para estabilizaciones. Adicionalmente se recomienda el uso de taludes curvos, de manera que los cambios en la geometría no se realicen de forma abrupta y se eviten concentraciones de esfuerzos que pueden ser nocivos para la estabilidad del talud.

#### **5.4 RECOMENDACIONES PARA ANÁLISIS NUMÉRICOS ACOPLADOS**

Finalmente, de los análisis acoplados de infiltración de precipitaciones y estabilidad de taludes se presentan algunas recomendaciones para llevar a cabo este tipo de análisis:

- ✓ Se recomienda el uso de equipos con suficiente capacidad para llevar a cabo los análisis acoplados en el menor tiempo posible. Lo anterior resulta crítico en los análisis tridimensionales de flujo de agua en suelos parcialmente saturados que resuelven problemas no lineales, y en los análisis de estabilidad de taludes utilizando el método del elemento finito mediante la rutina de reducción de resistencia. Estos dos tipos de análisis consumen una gran cantidad de tiempo.
- ✓ En los modelos tridimensionales, una de las etapas que mayor tiempo consume en el modelado es la elaboración de la geometría, especialmente cuando los programas especializados utilizados no permiten la importación de curvas de nivel. Con respecto a esto, como etapa preliminar se recomienda realizar una simplificación de la geometría (en los casos en que sea posible). Lo anterior se verá reflejado en un menor consumo de tiempo en los análisis, además de facilitar la convergencia de los modelos.

- ✓ Cuando se emplean programas especializados de ingeniería, resulta de gran importancia conocer a profundidad las consideraciones que cada uno de los programas emplea para la ejecución de los análisis. En el caso de análisis de flujo de agua en suelos parcialmente saturados, resulta de gran importancia conocer a profundidad las condiciones de frontera disponibles en cada programa, ya que esto permite una mejor asignación de las mismas, y por consiguiente, la obtención de soluciones numéricas más precisas.
- ✓ En los análisis tridimensionales de infiltración por precipitaciones (utilizando el MEF) en suelos parcialmente saturados realizados en el presente trabajo, se tuvieron muchos problemas numéricos de convergencia. Para la realización de este tipo de análisis, aparte de definir las propiedades parcialmente saturadas de los materiales (curva característica y función de conductividad hidráulica) y la condición de frontera de infiltración vertical de flujo en la superficie de los modelos, se recomienda la utilización de diferentes tipos de fronteras en las otras caras de los modelos (laterales e inferior): no definir ninguna condición de frontera, frontera impermeable y frontera de verificación. Dependiendo del programa utilizado, la convergencia y la obtención de resultados satisfactorios se puede lograr con diferentes combinaciones de las condiciones de frontera mencionadas, variando de programa en programa.
- ✓ En los análisis de estabilidad de taludes utilizando el método de equilibrio límite, se recomienda el uso de varios métodos con el fin de verificar los resultados obtenidos. Se recomienda el uso de los métodos de Morgenstern-Price y Spencer, que satisfacen tanto equilibrio de fuerzas como de momentos, y el método de Bishop simplificado, con el cual se ha comprobado que se obtienen resultados muy similares a los obtenidos con los métodos que satisfacen el equilibrio completo.
- ✓ Debido a que los análisis de estabilidad de taludes utilizando el método de equilibrio límite dependen de la superficie de falla supuesta, se recomienda la evaluación tanto de superficies de falla circulares y compuestas. Adicionalmente, dependiendo del programa utilizado, se recomienda la utilización de varios métodos de búsqueda de la superficie de falla. Lo anterior, se realiza con el objetivo de asegurar que la superficie de falla reportada sea la superficie de falla crítica.
- ✓ Cuando los programas especializados cuentan con módulos de flujo de agua, estabilidad de taludes, y análisis esfuerzo-deformación, los análisis acoplados de flujo de agua/estabilidad de taludes se realizan de manera automática, de manera que las distribuciones de presiones de poro obtenidas en los análisis de flujo de agua se importan internamente a los módulos de estabilidad de taludes o de análisis de esfuerzo-deformación para la ejecución de los análisis acoplados. Se resalta que los análisis acoplados de flujo de agua/estabilidad de taludes, igualmente pueden realizarse manualmente cuando el programa utilizado no cuenta con los módulos mencionados anteriormente integrados, o cuando no se obtienen resultados satisfactorios en uno de los módulos, como fue el caso de los análisis tridimensionales de infiltración de precipitaciones en los módulos de flujo de agua de los programas RS3 y Midas GTS-NX, en el presente trabajo. Con respecto a lo anterior, los análisis acoplados infiltración por precipitaciones/estabilidad de taludes utilizando el MEF, se realizaron importando manualmente la distribución de presiones de poro obtenidas en los análisis de flujo de agua con el módulo SVFlux del programa SVOOffice 2009, en el programa de elemento finito RS<sup>3</sup>, para la ejecución de los análisis de estabilidad utilizando el MEF.

- ✓ La mayoría de programas de elemento finito que realizan análisis de esfuerzo-deformación, tienen incluida la rutina de reducción de resistencia para la ejecución de análisis de estabilidad. En caso de que el programa de elemento finito no tenga incluida esta rutina, o se desee tener un control total sobre el proceso de reducción de resistencia, se puede realizar un análisis por etapas, en el que se defina manualmente para cada una de las etapas la reducción de los parámetros de resistencia de los materiales ( $c$  y  $\phi$ ).

## REFERENCIAS

- Abramson, L.W., Lee, T.S., Sharma, S & Boyce; G. M (2002). *Slope Stability and Stabilization Methods*. New York. Jhon Wiley & Sons.
- Aitchison, G. D. (1965). Discussion in Proc. 6th. Int. Conf. Soil. Mech. And Found. Eng. Vol. 3, Montreal: 318-321.
- Akhtar, K. (2011). *Three dimensional slope stability analyses for natural and manmade slopes*. University of Illinois.
- Alberro, J., Hernández, R, & Levitchouk, V. (2001). Estabilidad de un talud sometido a flujo transitorio de agua por vaciado rápido. Series del Instituto de Ingeniería UNAM, 625, Agosto, México.
- Alonso, E.E., Gens, A., Hight, D.W. (1987). Special problem soils, general report. Proc. 9th ECSMFE Vol. 3. Balkema, Dublin, pp. 1087–1146.
- Alva Hurtado, J. E. (1994). *Notas sobre Análisis de estabilidad de taludes*. Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería.
- Anagnosti, P. (1969). Three dimensional stability of fill dams. Proceeding of 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexico, 275-280.
- Ashford, S. A., & Sitar, N. (1994). Seismic response of steep natural slopes. Report UCB/EERC-94/05 University of California at Berkeley, 207 p.
- Au, S. W. C. (1998). Rain-induced slope instability in Hong Kong. *Engineering Geology* 51: 1–36.
- Auvinet, G., & González, J. L. (2000). Three-dimensional reliability analysis of earth slopes. *Computers and Geotechnics*, Elsevier, Volume 26, Issues 3–4, April 2000, pp. 247–261.
- Azzouz, A., & Baligh, M. (1978). *Three-dimensional Stability of Slopes*. Alexandria, VA, USA.
- Azzouz, A. S., Baugh, M. M., & Ladd, C. C. (1981). Three dimensional stability analysis of four embankment failures. Proc., 10th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg., A. A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 3, 343-346.
- Azzouz, A., & Baligh, M. (1983). Loaded Areas on Cohesive Slopes. *Journal of Geotechnical Engineering Division*, 109(5), 724-729.
- Baker, R., & Leshchinsky, D. (1987). Stability Analysis of Conical Heaps. *Soils and Foundations*, 27(4), 99-110.
- Baligh, M., & Azzouz, A. (1975). End Effects on Stability of Cohesive Slopes. *Journal of Geotechnical Engineering Division*, 101(11), 1105-1117.
- Baltonato, R. (2006). Tensile strength, shear strength, and effective stress for unsaturated sand. Thesis of Ph. D. University of Missouri, USA.
- Bishop, A. W. (1955). The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Geotechnique*, London, 5(1), 7-17.
- Blight, G. E. (1965). A Study of effective stress for volume change, in moisture equilibria and moisture changes in soils beneath covered areas. Sidney Butterworths: 259-269.
- Brady, N. C. (1990). *The Nature and Properties of Soils*. Macmillan Publishing Company. Collier Macmillan Publishers. London.



- Brand, E. W. (1985). Landslides in Hong Kong. In: Proceedings of the Eighth Southeast Asian Geotechnical Conference (Kuala Lumpur, March 1985), 1-14.
- Buckingham, E. (1907). Studies of The Movement of Soil Moisture. U.S.D.A. Bur. of Soils, Bulletin No. 38., U.S. Government Printing Office, Washington, DC.
- Cavounidis, S., & Kalogeropoulos, H. (1992). End Effects on the Stability of Cuts in Normally Consolidated Clays. *Rivista Italiana Gi Geotechnica*, 2, 85-93.
- Cedergren, H. R., (1989). Seepage, drainage and flow nets. Third Edition, John Wiley & Sons, New York.
- Chen, R., & Chameau, J. (1983). Three-dimensional Limit Equilibrium Analysis of slopes. *Geotechnique*, 32(1), 31-40.
- Chen, Z., Mi, H., Zhang, F. & X. Wang (2003). A Simplified Method for 3D Slope Stability Analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, 40: 675-683.
- Chen, J. F., Lee, C. H., & Yu, J.L. (2003b). An analytical solution on water budget model in unsaturated zone. *J. Chin. Inst. Eng.*, 26(3), 321-332.
- Cheng, Y., Liu, H., Wei, W., & Au, S. (2005). Location of Critical Three-Dimensional Non-Spherical Failure Surface by NURBS Function and Elliipsoid with Application to Highway Slopes,” *Computers and Geotechnics*, 32, 387-399.
- Cheng, Y., & Yip, C. (2007). Three-Dimensional Asymmetrical Sloe Stability Analysis Extension of Bishop's, Junbu's, and Morgenstern-Price's Techniques. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 133(12), 1544-1555.
- Chowdhury, R. N. (1981). Discussion of stability analysis of embankments and slopes by S. K. Sarma. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 107, No. GT-5, May, pp. 691-693.
- Chugh, A. K. (1986). Variable factor of safety in slope stability analysis. *Géotechnique*, London, 36(1), 57-64.
- Clough, R. W., & Woodward, R. J. (1967). Analysis of embankment stresses and deformations. *Journal of Geotechnical Division, ASCE*, July, pp. 529-549.
- Da, Z. H., Li, T. D., Huang, S. F., & Chen, C. J. (1993). The Application of Analysis for Rainfall Mode in Prediction on Collapse of Soil Slope. *Subgrade Engineering* 5: 31–35.
- Dawson, E. M., Roth, W. H., & Drescher, A. (1999). Slope stability analysis by strength reduction. *Geotechnique*, 49 (6) (1999), pp. 835–840.
- Dennhardt, M., & Forster, W. (1985). Problems of Three Dimensional Slope Stability. *Proceeding of the 11th International Conference in Soil Mechanics and Foundation Engineering, Part 2, San Francisco*, 427-431.
- Duncan, J. M. (1992). State of the art: static stability and deformation analysis. *Geotechnical Special Publication*, No 31, ASCE.
- Duncan, J. M. (1996). State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, Vol. 122, No 7, pp. 577-596.
- Duncan, J. M., & Dunlop, P. (1969). Slopes in stiff fissured clays and shales. *J. Soil Mech. and Found. Div., ASCE*, 94(2), 467-492.

- Duncan, J. M., & Wright S.G. (1980). The accuracy of equilibrium methods of slope stability analysis. *Engineering Geology*. 16(1), 5-17.
- Duncan, J. M., & Wright, S. G. (2005). *Soil Strength and Slope Stability*. New Jersey. John Wiley & Sons.
- Fellenius, W. (1936). Calculation of the Stability of Earth Dams. Second Congress on Large Dams, International Commission on Large Dams of the world power conference. Vol. 4, pp 445-462. Washington D.C.
- Feng, T & Fredlund, M. (2013). SVSLOPE. Slope Stability Modelling Software. Theory Manual. (M. Fredlund & D. Fredlund, Ed.) Saskatoon, Saskatchewan, Canada: SoilVision Systems Ltd.
- Fredlund, M. (2011). SOILVISION. A Knowledge-Based Database System For Saturated/Unsaturated Soil Properties. Theory Manual. (M. Fredlund, Ed.) Saskatoon, Saskatchewan, Canada: SoilVision Systems Ltd.
- Fredlund D. G., & Krahn J. (1977). Comparison of slope stability methods of analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 14, pp. 429-439.
- Fredlund, D. G., & Morgenstern, N. R. (1977). Stress state variables for unsaturated soils. *Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 103.
- Fredlund, D. G., & Rahardjo, H. (1993). *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*. U.S.A.: John Wiley and Sons, Inc.
- Gao, Y., Zhu D., Lei, G.H., & Qin H. (2014). Stability analysis of three-dimensional slopes under water drawdown conditions. *Canadian Geotechnical Journal*, 51: 1355-1364.
- Gardner, W. R. (1958). Some Steady State Solutions of the Unsaturated Moisture Flow Equation with Application to Evaporation from a Water-Table. *Soil Sci.*, Vol. 85, No. 4.
- Gens, A., Hutchinson, J., & Cavounidis, S. (1988). Three-dimensional Analysis of Slides in Cohesive Soils. *Geotechnique*, 38(1), 1-23.
- Geotechnical Engineering Office, GEO (2011). *Geotechnical manual for slopes*. The Government of the Hong Kong Special Administrative Region, Quinta reimpressão.
- Giger, M. W., & Krizek, R. J. (1975). Stability analysis of vertical cut with variable corner angle. *Soils and Found.*, 15(2), 63-71.
- Griffiths, D. V., & Lane, P. A. (1999). Slope stability analysis by finite elements. *Geotechnique*, 49(3), 387-403.
- Griffiths, D. V., & Marquez, R. M. (2007). Three-dimensional slope stability analysis by finite elements. *Geotechnique*, 57(6), 537-546.
- Hilf, J. W. (1956). An investigation of pore-water pressure in compacted cohesive soils. Ph. D. Thesis. Denver. Technical Memorandum 654. U.S. Department of Interior. Bureau of Reclamation.
- Hovland, H. (1977). Three-dimensional Slope Stability Analysis Method. *Journal of Geotechnical Engineering Division*, 103(9), 971-986.
- Hu, M. J., Wang, R., & Zhang, P. C. (2001). Primary Research on the Effect of Rainfall on Landslide-Take the Slope Piled by Old Landslide in Jiangjiagou Valley as Example. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering* 23(4): 454-457.

- Huang, C. C., & Tsai, C. C. (2000). New Method for 3D and Asymmetrical Slope Stability Analysis. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 126(10), 917-927.
- Huang, C. C., Tsai, C. C., & Chen, Y. H. (2002). Generalized Method for Three-Dimensional Slope Stability Analysis. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 128(10), 836-848.
- Huang, W., Yang, S. J., & Zeng, S. (2006). Analysis on the Influence of the Rainfall Infiltration on the Stability of Soil Slope. *Sci-Tech Information Development & Economy* 16(5): 174–175.
- Hungr, O. (1987). An Extension of Bishop's Simplified Method of Slope Stability Analysis to Three Dimensions, *Geotechnique*, 37(1), 113-117.
- Hungr, O., Salgado, F., & Byrne, P. (1989) "Evaluation of a three-dimensional method of slope stability analysis," *Canadian Geotechnical Journal*, 26, 679-686.
- Hutchinson, J. N., & Sarma, S. K. (1985). Discussion of Three-dimensional limit equilibrium analysis of slopes by R. H. Chen and J. L. Chameau. *Geotechnique*, London, 35(2), 215-216.
- Janbu N. (1954). Stability Analysis of Slopes with Dimensionless parameters. *Harvard Soil Mechanics Series No. 46*.
- Janbu, N. (1989). Slope failures due to rainfall and loss of suction. *De Mello Volume*, Editura Edgard Blücher Ltda., Sao Paulo Brasil, pp 205-215.
- Jeremić, B. (2000) Finite Element Methods for 3D Slope Stability Analysis. *Slope Stability 2000*: pp. 224-238.
- Jiang, J. C., & Yamagami, T. (2004). Three-dimensional Slope Stability Analysis using an Extended Spencer Method. *Journal of the Japanese Geotechnical Society of Soils and Foundations*, 44(4), 127-135.
- Jury, W. A., Gardner W. R., & Gardner W. H. (1991). *Soil Physics*, 5th Ed., New York: John Wiley & Sons.
- Kalatehjari, R., & Ali N. (2013). A Review of Three-Dimensional Slope Stability Analyses based on Limit Equilibrium Method. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering (EJGE)*, Vol. 18, Bund. A.
- Koerner, R. M., & Soong, T. Y. (1999). Assessment of ten landfill failures using 2-D and 3-D stability analysis procedures. *Proceedings of the 2nd Austrian Geotechnical Conference*, H. Brand, Ed., Vienna, Austria, February, 41 pp.
- Lam, L., & Fredlund, D. (1993). A General Limit Equilibrium Model for Three-Dimensional Slope Stability Analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, 30, 905-919.
- Lane, P. A., & Griffiths, D. V. (2000). Assessment of stability of slopes under drawdown conditions. *Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering*, 126(5): 443-500.
- Lechman, J. B., & Griffiths, D. V. (2000). Analysis of the progression of failure in earth slopes by finite elements. *Slope Stability 2000, Proc. GeoDenver Symposium*, Geotechnical Special Publication No. 101, ASCE, 250-265.
- Leshchinsky, D., Baker, R., & Silver, M. (1985). Three Dimensional Analysis of Slope Stability. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 9, 199-223.
- Leshchinsky, D., & Baker, R. (1986). Three-dimensional Slope Stability: End Effects. *Soils and Foundations*, 26(4), 98-110.

- Leshchinsky, D., & Huang, C. C. (1992). Generalized Three-Dimensional Slope Stability Analysis. *Journal of Geotechnical Engineering*, 118(11), 1748-1764.
- Leshchinsky, D., & Mullett, T. (1988). Design Charts for Vertical Cuts. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 114(3), 337-344.
- Li, X. (2007). Finite element analysis of slope stability using a nonlinear failure criterion. *Computers and Geotechnics*, 34, 188-195.
- López-Acosta, N. P. (2014). Modelado numérico de problemas de flujo de agua. *Memorias XXVII Reunión Nacional de Suelos e Ingeniería Geotécnica*. Publicación SMIG. Puerto Vallarta, Jal., México.
- Lu, N. & Likos, W. (2004). *Unsaturated Soil Mechanics*. John Wiley & Sons, INC. USA.
- Lumb, P. (1975). Slope failures in Hong Kong. *Q. J. Eng. Geol. Hydroge.*, 8(1), 31-65.
- Matsui, T., & Sun, K. C. (1992). Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique. *Soils and Foundations*, 32(1), 59-70.
- Millington, R. J., & Quirk, J. P. (1961). Permeability of porous media soils. *Trans. Faraday Soc.* 57.
- Mitchell, J. K., Seed R. B., & Chang M. (1993). The Kettleman Hills landfill failure: A retrospective view of the failure investigations and lessons learned. *Proceedings of the 3rd International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering*, St. Louis, Missouri, June 1-4, pp- 1379-1392.
- Morgenstern, N. R., & Price, V. E. (1965). The analysis of the stability of general slip surfaces. *Geotechnique*, London, 15(1), 79-93.
- Nimmo, J., & Landa, E. (2004). The soil physics contributions of Edgar Buckingham. *Soil Science Society of America*, USA.
- Pérez, N. (2008). Determinación de curvas características en suelos no saturados con celdas de presión. *Publicación Técnica No. 313*. Sanfandila, Queretaro, México: Secretaria de Comunicaciones y Transportes, Instituto Mexicano del Transporte.
- Potts, D. M., Dounias, G. T., & Vaughan, P. R. (1990). Finite element analysis of progressive failure of Carsington embankment. *Geotechnique*, 40(1), 79-102.
- Pousada, E. (1984). Deformabilidad de las arcillas expansivas bajo succión controlada. *Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas, CEDEX*, Madrid, España.
- Qi, G. Q., & Huang, R. Q. (2004). Study on Slope Displacements Due to Rainfall. *Rock and Soil Mechanics* 25(3): 379–382.
- Richards, B. G. (1967). A review of methods for the determination of the moisture flow properties of unsaturated soils. *Technical Memorandum 5, Soil Sci.* 51, 377-386.
- Richards, L. A. (1931). Capillary conduction of liquids through porous medium. *Journal of physics*, Vol. 1: 318-333.
- Sainak, A. N. (2004). Application of three-dimensional finite-element method in parametric and geometric studies of slope stability. *Advances in geotechnical engineering (Skempton Conf.)*, Thomas Telford, London, 2, 933-942.

- Schmertmann, J. H. (2006). Estimating slope stability reduction due to rain infiltration mounding. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 132(9): 1219–1228.
- Seed, R. B., Mitchell, J. K., & Seed, H. B. (1990). Kettleman Hills waste landfill slope failure, II: stability analysis. *J. Geotech. Engrg., ASCE*, 116(4), 669-690.
- Skempton, A.W. (1985). Residual strengths of clays landslides, folded strata and the laboratory. *Geotechnique*, 35(1), 3-18.
- Snitbhan, N., & Chen, W. F. (1976). Finite element analysis of large deformations in slopes. *Proc. Con/. Numer. Meth. in Geomech.*, Blacksburg, Va. 744-756.
- Spencer, E. (1967). A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel interslice forces. *Geotechnique*. London, 17(1), 11-26.
- Stark, T. D., & Eid H. T. (1998). Performance of three-dimensional slope stability methods. *Journal of the Geotechnical Engineering Division. ASCE*, Vol. 124, No, GT-11, November pp. 1049-1060.
- Suárez, J. (2009). Deslizamientos. Tomo I Análisis Geotécnico. U.I.S. Escuela de Filosofía.
- Sun, G., Zheng, H., & Jiang, W. (2012). A global Procedure for Evaluating Stability of Three-Dimensional Slopes. *Natural Hazards*, 61(3): 1083-1098.
- Swan, C. C., & Seo, Y-K. (1999). Limit state analysis of earthen slopes using dual continuum/FEM approaches. *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 23(12), 1359-1371.
- Tavenas, F., Trank, B., & Leroueil, S. (1980). Remarks on the validity of stability analysis. *Can. Geotech. J.*, 17(1), 61-73.
- Ugai, K. (1985). Three Dimensional Stability Analysis of Vertical Cohesive Slopes. *Soils and Foundations*, 25(3): 41-48.
- Ugai, K. (1988). Three-dimensional Slope Stability Analysis by Slice Methods. *Proceeding of the International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*. Innsbruck, Austria, 1369-1374.
- U.S. Army Corps of Engineer, USACE (2003). *Engineering Slope Stability. Engineer Manual*. Washington, DC.
- Vaughan, P. R. (1985). Pore pressures due to infiltration into partly saturated slopes. *Proc. 1st International Conference on Geomechanics in Tropical Lateritic and Saprolitic soils. Brazil*, Vol. 2: 61-71.
- Wang, N. G., Chen, S.Y., & Pang, Y. W. (1999). Parametric Study of Effects of Rain Infiltration on Unsaturated Slopes. *Rock and Soil Mechanics* 20(1): 1–14.
- Wang, J. H., & Huang, N. (2006). Reliability Analysis of Stability for Unsaturated Loess Slopes under the Condition of Rainfall Infiltration. *Water Power* 32(10): 38–40.
- Wong, F. S. (1984). Uncertainties in FE modelling of slope stability. *Computers & Structures*, Vol. 19, No. 5/6, pp. 777-791.
- Wright, S. G., Kulhawy, F. G., & Duncan, J. M. (1973). Accuracy of equilibrium slope stability analysis. *J. Soil Mech. And Found. Div., ASCE*, 99(10), 783-791.
- Wroth, D. M., & Houlsby, G. T. (1985). Soil Mechanics: Property characterization and analysis procedure. *Proc. 11th ICSMFE, San Francisco*, Vol. 1: 1-55.

- Xing, Z. (1988). Three-Dimensional Stability Analysis of Concave Slopes in Plan View. *Journal of Geotechnical Engineering*, 114(6), 658-671.
- Xiong, G. C., Ruan, Y. F., & Yang, J. (2005). Analysis on Relation between Rainfall and Slope Stability. *Underground Space* 1(7): 1017-1020.
- Yamagami, T., & Jiang, J. C. (1996). Determination of the sliding direction in threedimensional slope stability analysis. *Proceedings of the 2nd International Conference on Soft Soil Engineering, Part 1*, Nanjing: Hohai University Press, 567-572.
- Yamagami, T., & Jiang, J. C. (1997). A Search for the Critical Slip Surface in Three-dimensional Slope Stability analysis. *Soils and Foundations*, 37(3), 1-16.
- Yan, S. J., Tang, H. M., & Xiang, W. (2007). Effect of Rainfall on the Stability of Landslides. *Hydrogeology & Engineering Geology* 34(2): 33–36 .
- Yeh, H. F., Lee, C. C., & Lee, C. H. (2008). A rainfall-infiltration model for unsaturated soil slope stability. *J. Environ. Eng. Manage.*, 18(4), 261-268.
- Yoshimi, V., & Osterberg, J. O. (1963). Compression of partially saturated cohesive soils. *J. of Soil Mech. And Found. Div. A.S.C.E.*, Vol. 89, SM4: 1-24.
- Zepeda, J. A. (2004). *Mecánica de suelos no saturados*. México: Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos.
- Zepeda, A., & Pérez, A. (2004). *Mecánica de suelos no saturados, Capítulo 3: Succión y estado del agua en el suelo*. Universidad Autónoma de Querétaro, UAQ, Querétaro, México.
- Zhang, L. J., Nie, W. B., & Yang, L. C. (2003). Discussion of Groundwater Effect on Landslide Stability Calculation. *Soil Engineering and Foundation* 17(2): 23–25.
- Zheng, H., Tham, L. G., & Liu, D. (2006). On two definitions of the factor of safety commonly used in the finite element slope stability analysis. *Computers and Geotechnics*, 33, 188-195.
- Zheng, H. (2009). Eigenvalue Problem from the Stability Analysis of Slopes. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 135(5), 647-656.
- Zienkiewicz, O. C. (1971). *The finite element method in engineering science*. McGraw-Hill, 521 p.p.

## **BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA**

- De La Fuente, H. A. (2013). Evaluación de la seguridad de los bordos de protección sometidos al fenómeno del vaciado rápido. Tesis para obtener el grado de maestro en ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Flores, R. (2000). Flujo de agua a través de suelos: Asociación Mexicana de Hidráulica - Instituto de Tecnología del agua.
- Fredlund, M., Feng, T. & Thode, R. (2013). SVSLOPE. Slope Stability Modelling Software. Tutorial Manual. (M. Fredlund, Ed.) Saskatoon, Saskatchewan, Canada: SoilVision Systems Ltd.
- Harr M. (1962). Groundwater and Seepage: McGraw Hill.
- López-Acosta, N. P. (2010). Incertidumbre en el análisis de flujo de agua en suelos (Tesis Doctoral): Universidad Nacional Autónoma de México.
- Marsal R. y Resendiz D. (1983). Presas de Tierra y Enrocamiento: Limusa.
- Mendoza, J. A. (2015). Contribución a los análisis de flujo de agua en suelos parcialmente saturados. Tesis para obtener el título de ingeniero civil, Instituto Politécnico Nacional.
- MIDAS Information Technology Co. GTS-NX: Benchmarks and Verifications, Analysis Reference, User Manual (Consultado 15 de enero de 2016).  
[http://manual.midasuser.com/en\\_common/GTS%20NX/150/GTX.htm](http://manual.midasuser.com/en_common/GTS%20NX/150/GTX.htm)
- Noriega, I. (2005). Deslizamientos de Laderas Ocasionados por Lluvias Intensas. Tesis para obtener el grado de maestro en ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Rocscience inc. Slide 7.0: Program overview, Help, Tutorials and Verification manual (Consultado 10 de noviembre de 2015). <https://www.rocscience.com/help/slide/webhelp7/Slide.htm>
- Rocscience inc. RS<sup>2</sup>: Program overview, Help, Tutorials and Verification manual (Consultado 10 de noviembre de 2015). <https://www.rocscience.com/help/phase2/webhelp9/phase2.htm>
- Rocscience inc. RS<sup>3</sup>: Program overview, Help, Tutorials and Verification manual (Consultado 15 de enero de 2016). <https://www.rocscience.com/help/RS3/webhelp/RS3.htm>
- Rocscience inc. Groundwater seepage theory (Consultado 10 de noviembre de 2015). [https://www.rocscience.com/help/phase2/webhelp9/pdf\\_files/theory/Groundwater\\_Flow\\_Steady\\_State\\_and\\_Transient.pdf](https://www.rocscience.com/help/phase2/webhelp9/pdf_files/theory/Groundwater_Flow_Steady_State_and_Transient.pdf)
- Sánchez, M. A. (2013). Comportamiento Hidrogeomecánico de Bordos Bajo Condiciones de Flujo Transitorio. Tesis para obtener el grado de maestro en ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Thode, R. (2013). SVFLUX. 2D/3D Seepage Modeling Software. Tutorial Manual. (M. Fredlund, Ed.) Saskatoon, Saskatchewan, Canada: SoilVision Systems Ltd.
- Thode, R., Gitirana, G. (2014). SVFLUX. 2D/3D Seepage Modeling Software. Theory Manual. (M. Fredlund, Ed.) Saskatoon, Saskatchewan, Canada: SoilVision Systems Ltd.
- Thode, R., Fredlund, M. (2013). SVOFFICE 2009. 1D/2D/3D Finite Modeling Software. User's Manual. (M. Fredlund, Ed.) Saskatoon, Saskatchewan, Canada: SoilVision Systems Ltd.

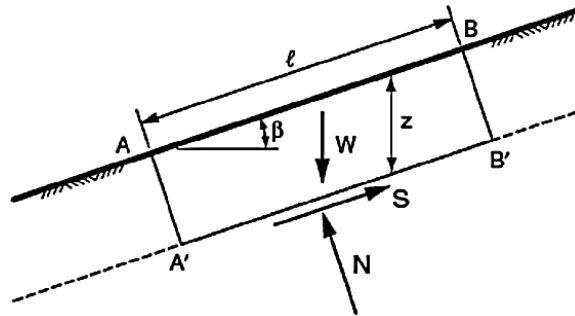
## **ANEXO A - MÉTODOS DE EQUILIBRIO LÍMITE BIDIMENSIONALES**



### A.1 Método del talud infinito

El método se basa en la hipótesis de que la longitud del plano de falla superficial paralelo al talud, puede considerarse infinito con respecto al espesor deslizado.

Las ecuaciones de equilibrio se establecen mediante la consideración de un bloque rectangular como se presenta en la Figura 38. Para dicho bloque se asume que las fuerzas actuantes en los extremos son idénticas en magnitud, sus direcciones opuestas y son colineales. Por lo anterior, estas fuerzas se equilibran mutuamente y no se toman en cuenta en las ecuaciones de estabilidad, quedando el bloque únicamente sometido al su propio peso.



**Figura 38. Talud infinito (Duncan y Wright, 2005)**

El peso propio se descompone en la dirección perpendicular ( $N$ ) y tangencial ( $S$ ) al talud, como se puede observar en las Ecuaciones (50) y (51).

$$S = W \sen\beta \quad (50)$$

$$N = W \cos\beta \quad (51)$$

Donde:  $W$  es el peso del bloque; y  $\beta$  es el ángulo de inclinación del talud con respecto a la horizontal.

Ahora, considerando el espesor del bloque perpendicular como una profundidad vertical al plano de falla, el peso se expresa de la siguiente forma:

$$W = \gamma lz \cos\beta \quad (52)$$

Donde:  $\gamma$  es el peso específico del suelo;  $l$  es la longitud del bloque (medida de forma paralela a la pendiente del talud); y  $z$  es el espesor vertical del bloque.

Reemplazando la Ecuación (52) en las Ecuaciones (50) y (51), se obtiene lo siguiente:

$$S = \gamma lz \cos\beta \sen\beta \quad (53)$$

$$N = \gamma lz \cos\beta \cos\beta \quad (54)$$

Los esfuerzos normal y cortante en el plano de falla son constantes y se determinan dividiendo las Ecuaciones (53) y (54) entre el área del plano.

$$\tau = \gamma l z \cos \beta \sin \beta \quad (55)$$

$$\sigma = \gamma l z \cos^2 \beta \quad (56)$$

Finalmente, reemplazando las Ecuaciones (55) y (56) en la Ecuaciones (50) y (51), el factor de seguridad queda expresado de la siguiente manera:

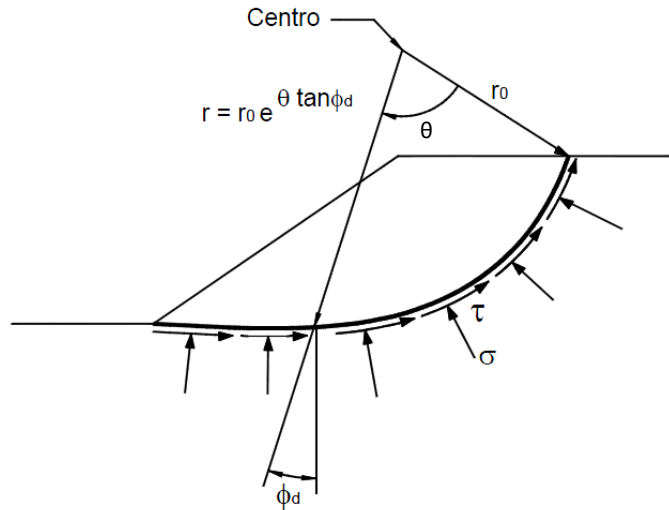
$$FS = \frac{c + \gamma l z \cos^2 \beta \tan \phi}{\gamma l z \cos \beta \sin \beta} \quad (57)$$

El método del talud infinito cumple condiciones para el equilibrio de fuerzas y el equilibrio de momentos. Este último no se considera explícitamente, debido a que las fuerzas son colineales y la fuerza normal actúa en el centro del bloque (Duncan y Wright, 2005).

Este método es muy preciso para el análisis de los suelos estratificados, donde la falla sea paralela a la superficie del terreno.

## A.2 Método de la espiral logarítmica

En este procedimiento se supone que la superficie de falla tiene una forma de espiral logarítmica, como se muestra en la Figura 39.



**Figura 39. Método de la espiral logarítmica (Duncan y Wright, 2005)**

El centro y el radio inicial  $r_0$ , definen la espiral. El radio de la espiral varía con el ángulo de rotación  $\theta$ , alrededor del centro de la espiral, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$r = r_0 e^{\theta \tan \phi_d} \quad (58)$$

Donde  $\phi_d$  es el ángulo de fricción desarrollado, el cual depende del ángulo de fricción del suelo y del factor de seguridad. Los esfuerzos a lo largo de la superficie de falla se pueden definir como esfuerzos normales ( $\sigma$ ) y esfuerzos cortantes ( $\tau$ ). Los esfuerzos cortantes se pueden expresar en términos esfuerzos totales de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\tau = \frac{c}{FS} + \sigma \frac{\tan \phi}{FS} \quad (59)$$

En términos de las resistencias al corte desarrolladas, la expresión anterior queda:

$$\tau = C_d + \sigma \tan \phi_d \quad (60)$$

La espiral logarítmica tiene la propiedad de que el radio extendido desde el centro de la espiral hasta un punto de la superficie de falla, interseca la superficie de falla con un ángulo  $\phi_d$  respecto a la normal (ver Figura 39). Debido a esta propiedad, las fuerzas resultantes producidas por el esfuerzo normal ( $\sigma$ ) y la porción friccionante del esfuerzo cortante ( $\tau$ ), actúan a lo largo de una línea que atraviesa el centro y por lo tanto no se produce un momento neto alrededor del centro de la espiral. Las únicas fuerzas en la superficie de falla que producen un momento alrededor del centro de la espiral, son aquellos debidos a la cohesión desarrollada. Una ecuación de equilibrio podría ser establecida sumando los momentos con respecto al centro de la espiral, involucrando el factor de seguridad desconocido. Esta ecuación puede usarse para calcular el factor de seguridad.

Al asumir que la superficie de falla tiene forma de espiral logarítmica, se logra que el método sea estáticamente determinado. Al asumir esta forma de superficie de falla no se requieren supuestos adicionales. El equilibrio de fuerzas no se considera explícitamente en este método. Sin embargo, existe un número infinito de combinaciones de los esfuerzos normales y cortantes a lo largo de la superficie de falla que satisfacen el equilibrio de fuerzas. Todas estas combinaciones de esfuerzos normales y cortantes tendrán el mismo factor de seguridad que satisface el equilibrio de momentos. De acuerdo con lo anterior, el método de la espiral logarítmica satisface implícitamente el equilibrio estático completo.

La espiral logarítmica y el método del talud infinito son los únicos procedimientos en dos dimensiones de equilibrio límite que satisfacen completamente el equilibrio, asumiendo una forma específica de la geometría del talud y de la forma de la superficie de falla.

Debido a que el procedimiento de la espiral logarítmica satisface el equilibrio estático completo, es relativamente preciso. Adicionalmente, para taludes homogéneos, la espiral logarítmica parece aproximarse razonablemente bien a la forma de la superficie de falla potencial más crítica. El método de la espiral logarítmica es en teoría el mejor método de equilibrio límite para analizar taludes homogéneos.

Las ecuaciones de la espiral logarítmica son relativamente complejas para los cálculos manuales, debido a la forma de la superficie de falla. Sin embargo, con el uso del computador el análisis relativamente es sencillo.

### A.3 Método del arco circular

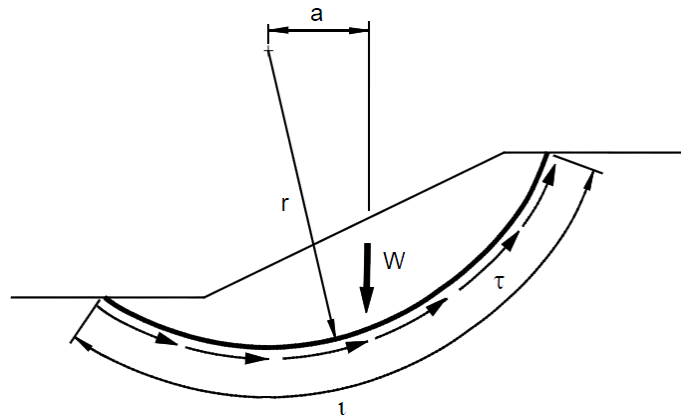
El método del arco circular se le utiliza sólo para los suelos cohesivos ( $\phi = 0$ ). El método fue propuesto por Petterson en 1916, pero sólo fue formalizado por Fellenius en 1922.

En la práctica, el método es un caso de la espiral logarítmica en el cual la espiral se convierte en círculo. No obstante, los análisis son mucho más sencillos para el caso del arco circular y por otra parte, el desarrollo de este método fue anterior al de la espiral logarítmica.

En el método del arco circular se supone un círculo de falla y se analizan los momentos con relación al centro del círculo (ver Figura 41).

$$FS = \frac{clr}{Wa} \quad (61)$$

Donde:  $c$  = cohesión;  $l$  = longitud del arco de círculo;  $r$  = radio del círculo;  $W$  = peso total de la masa en movimiento y  $a$  = brazo de la fuerza  $W$  con respecto al centro del círculo.



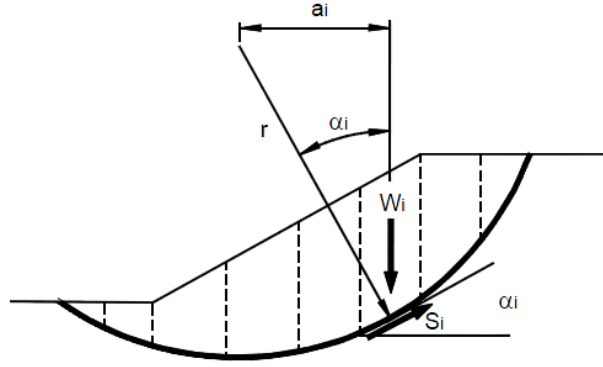
**Figura 40. Fuerzas en un análisis de arco circular ( $\phi = 0$ ) (Duncan y Wright, 2005)**

El método del arco circular satisface tanto el equilibrio de fuerzas como el equilibrio de momentos. Aunque la ecuación fue desarrollada inicialmente para un valor único de cohesión, puede extenderse para cohesiones diferentes a lo largo del arco circular y se puede reemplazar el término  $clr$  por el término  $\sum clr$ .

El procedimiento de análisis es sencillo y la única dificultad es el cálculo del brazo ("a") para el momento de la fuerza  $W$ . Comúnmente, el análisis se realiza en forma manual elaborando gráficos.

### A.4 Método de las dovelas

Este método consiste en subdividir la superficie de falla en un cierto número de dovelas verticales, en función de la geometría del talud y las propiedades del suelo. Las superficies pueden ser circulares o planares. Para el primer caso, se considera un equilibrio de momentos con respecto al centro del círculo compuesto por todas las dovelas, mientras que para el segundo caso, se considera sólo el equilibrio de las dovelas de forma individual.



**Figura 41. Método de las dovelas superficies de falla circulares (Duncan y Wright, 2005)**

Si se considera una falla circular como la que se presentó en la Figura 41, el momento de volteo se expresa como:

$$M_d = \sum W_i a_i \quad (62)$$

Donde:  $M_d$  es el momento de volteo;  $W_i$  corresponde al peso de cada dovela;  $a_i$  es la distancia horizontal entre el centro del círculo y el centro gravedad de la dovela.

Luego, se expresa el brazo del momento,  $a_i$  en función del radio del círculo y del ángulo de inclinación de cada dovela con respecto a la horizontal, como se presenta a continuación:

$$a_i = r \text{ sen} \alpha_i \quad (63)$$

Donde:  $r$  es el radio del círculo que representa la superficie de falla;  $\alpha_i$  es el ángulo de inclinación con respecto a la horizontal de cada dovela. Reemplazando la Ecuación (63) en la (62), se tiene que el momento de volteo ( $M_d$ ), queda expresado como:

$$M_d = r \sum W_i \text{ sen} \alpha_i \quad (64)$$

El momento resistente lo proporciona únicamente el esfuerzo cortante ( $\tau$ ), ya que la línea de acción del esfuerzo normal coincide con el centro del círculo.

$$M_r = r \sum \tau_i \Delta l_i \quad (65)$$

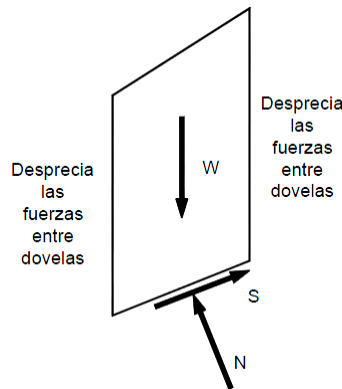
Donde:  $M_r$  es el momento resistente;  $r$  es el radio del círculo;  $\tau_i$  es el esfuerzo cortante para cada dovela;  $\Delta l_i$  es el espesor de cada dovela.

Considerando la Ecuación (1), se obtiene la siguiente expresión para el factor de seguridad:

$$FS = \frac{M_r}{M_d} = \frac{\sum \tau_i \Delta l_i}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (66)$$

#### **A.5 Método ordinario (Fellenius)**

El método Ordinario conocido también como el método Fellenius, utiliza el procedimiento de las dovelas para estimar la estabilidad, sin embargo, no considera las fuerzas internas entre los lados de las mismas (ver Figura 42).



**Figura 42. Dovela Método Ordinario (Duncan y Wright, 2005)**

Este método supone que la superficie de falla es circular, por lo que sólo considera el equilibrio global mediante la suma de momentos con respecto al centro del círculo.

Teniendo en cuenta la Figura 42, la fuerza normal perpendicular a la base de la dovela está dada por:

$$N = W \cos \alpha \quad (67)$$

Donde:  $N$  es la fuerza normal a la base de la dovela;  $W$  es el peso propio;  $\alpha$  es el ángulo de inclinación de la dovela con respecto a la horizontal.

La fuerza normal  $N$  que se expresa en la Ecuación (67) es igual a la fuerza normal que existiría si la fuerza resultante de la suma de todas las fuerzas que actúan entre las dovelas, actuara en la dirección paralela a la base de dovela. Sin embargo, la anterior suposición simplificadora es imposible que ocurra y además, esta no satisface el equilibrio entre dovelas, a menos que las fuerzas entre éstas sean iguales a cero. La anterior suposición es la principal desventaja del método, lo que conlleva a determinaciones inconsistentes de los esfuerzos efectivos en la base de las dovelas.

El factor de seguridad en esfuerzos totales que resulta después de hacer equilibrio de momentos, se presenta en la siguiente ecuación,

$$FS = \frac{\sum c_i \Delta l_i + W_i \cos \alpha_i \tan \phi}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (68)$$

Donde:  $c_i$  es la cohesión;  $\phi$  es el ángulo de fricción interna del material;  $W_i$  es el peso de cada dovela;  $\Delta l_i$  es el espesor de cada dovela;  $\alpha_i$  es el ángulo de inclinación de cada dovela con respecto a la horizontal.

El factor de seguridad en esfuerzos efectivos está dado por:

$$FS = \frac{\sum c'_i \Delta l_i + (W_i \cos \alpha_i - u \Delta l_i \cos^2 \alpha_i) \tan \phi'}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (69)$$

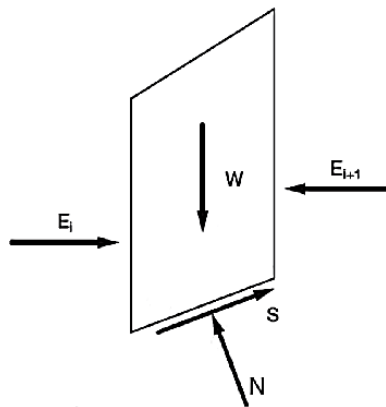
Donde:  $u$  es la presión de poro en la superficie de falla.

El método Ordinario de dovelas permite calcular el factor de seguridad directamente sin necesidad de iteraciones, sin embargo es un método que cuando estima el factor de seguridad en términos de esfuerzos efectivos, tiene poca precisión.

#### **A.6 Método de Bishop simplificado**

Es uno de los métodos más utilizados para estimar la estabilidad de taludes. Este método también emplea el método de dovelas para discretizar la masa de suelo y determinar el factor de seguridad.

Considera superficies de fallas circulares y el análisis de estabilidad se lleva a cabo realizando equilibrio de momentos con respecto al centro del círculo. Por otra parte, considera que las fuerzas que se generan entre las dovelas son únicamente horizontales, despreciando así las tangenciales (ver Figura 43).



**Figura 43. Dovela Bishop simplificado (Duncan y Wright, 2005)**

Las fuerzas verticales se suman para satisfacer el equilibrio en esta dirección y obtener una expresión para el esfuerzo normal en la base de cada dovela. A continuación se presenta la ecuación de equilibrio que representa en la dirección vertical:

$$N \cos\alpha + S \sen\alpha - W = 0 \quad (70)$$

Donde:  $N$  es la fuerza normal a la base de la dovela;  $W$  es el peso propio;  $\alpha$  es el ángulo de inclinación de la dovela con respecto a la horizontal;  $S$  es el esfuerzo cortante en la base de la dovela.

El factor de seguridad en esfuerzos totales está dado por:

$$FS = \frac{\sum \frac{c_i \Delta l_i \cos\alpha_i + W_i \tan\phi}{\cos\alpha_i + (\sen\alpha_i \tan\phi)/FS}}{\sum W_i \sen\alpha_i} \quad (71)$$

Por otro lado, el factor de seguridad expresado en términos de esfuerzos efectivos se presenta a continuación:

$$FS = \frac{\sum \frac{c_i' \Delta l_i \cos\alpha_i + (W_i - u \Delta l_i \cos\alpha_i) \tan\phi'}{\cos\alpha_i + (\sen\alpha_i \tan\phi')/FS}}{\sum W_i \sen\alpha_i} \quad (72)$$

Se pueden observar que en las Ecuaciones (71) y (72), el factor de seguridad  $FS$  se encuentra a ambos lados de la ecuación, lo cual significa que esta expresión no es lineal y que por tanto requiere de un proceso iterativo para resolverla.

Finalmente, la estimación del factor de seguridad mediante método de Bishop simplificado, tiene una mejor aproximación que con el método Ordinario, especialmente en función de los esfuerzos efectivos.

## **A.7 Método de Janbu simplificado**

El método Janbu simplificado asume, al igual que el método de Bishop simplificado, que las fuerzas que se generan entre las dovelas son únicamente horizontales. Sin embargo, el análisis de estabilidad se lleva a cabo haciendo únicamente equilibrio de fuerzas. Por lo anterior, los valores que se obtienen para el factor de seguridad empleando el método de Janbu simplificado, son menores que los que se determinan mediante métodos que satisfacen todas las condiciones de equilibrio.

Este método considera superficies no circulares, sustituyéndola por una espiral logarítmica o por una superficie poligonal.

A continuación se presenta la ecuación para estimar el factor de seguridad mediante el método de Janbu simplificado:

$$FS = \frac{f_0 \sum \left[ c_i' \Delta l_i + (W_i - u \Delta l_i) \tan\phi' \frac{1}{\cos\alpha_i m_\alpha} \right]}{\sum W_i \tan\alpha_i} \quad (73)$$



Donde:  $f_0$  es un factor de corrección que está en función de la geometría de la superficie de falla y de los parámetros de resistencia del suelo.

$$m_\alpha = \cos\alpha_i \left[ 1 + \frac{\tan\alpha_i \tan\phi'}{FS} \right] \quad (74)$$

#### **A.8 Método del Cuerpo de Ingenieros (Sueco Modificado)**

En el método del Cuerpo de Ingenieros (1970) la inclinación de las fuerzas entre dovelas, es seleccionada por el analista y tiene el mismo valor para todas las dovelas.

El Cuerpo de Ingenieros recomienda que la inclinación debe ser igual al promedio de la pendiente del talud. Este método satisface equilibrio de fuerzas pero no satisface el equilibrio de momentos.

#### **A.9 Método de Lowe y Karafiath**

El método de Lowe y Karafiath (1960) es prácticamente idéntico al del Cuerpo de Ingenieros, con la excepción que la dirección de las fuerzas entre dovelas, varía de borde a borde en cada dovela. Su resultado es menos preciso que los que satisfacen el equilibrio completo y al igual que el método del Cuerpo de Ingenieros, es muy sensitivo a la inclinación supuesta de las fuerzas. Si se varía el ángulo de estas fuerzas, se varía substancialmente el factor de seguridad.

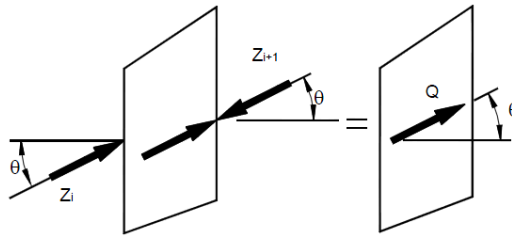
#### **A.10 Método de Spencer**

Es un método que satisface completamente el equilibrio tanto para momentos como para fuerzas.

Este procedimiento se basa en la suposición que las fuerzas entre las dovelas son paralelas entre sí, es decir, que tienen el mismo ángulo de inclinación (ver Figura 44).

La inclinación específica de estas fuerzas, es desconocida, por lo que se calcula como una de las incógnitas en la solución de las ecuaciones de equilibrio.

Este procedimiento se resuelve mediante procesos iterativos en donde se analiza el equilibrio tanto de fuerzas como de momentos, en función del ángulo de inclinación, hasta lograr la convergencia del método y obtener el factor de seguridad correspondiente.



**Figura 44. Fuerzas paralelas lados dovela (Duncan y Wright, 2005)**

Según lo anterior, el equilibrio de fuerzas y de momentos se soluciona para el factor de seguridad desconocido  $F$ , y la inclinación de las fuerzas entre dovelas  $\theta$  (ver Figura 44). Debido a que se asume que las fuerzas entre dovelas son paralelas, solo se requiere encontrar un valor único de la inclinación de las fuerzas entre dovelas.

La ecuación de equilibrio se puede escribir de la siguiente manera:

$$\sum Q_i = 0 \quad (75)$$

Donde  $Q_i$  es la resultante de las fuerzas entre dovelas,  $Z_i$  y  $Z_{i+1}$  las fuerzas a la izquierda y a la derecha de la dovela, respectivamente (ver Figura 44). Esto es:

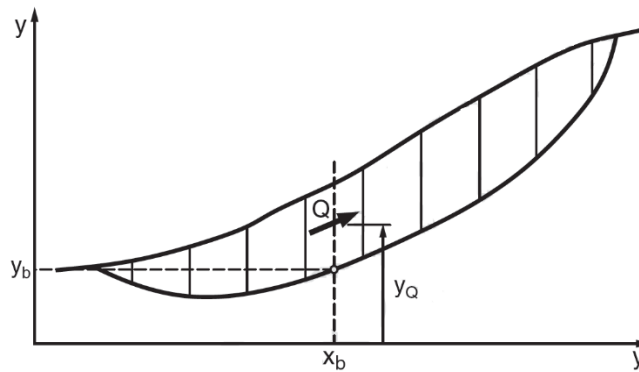
$$Q_i = Z_i - Z_{i+1} \quad (76)$$

Ya que se sume que las fuerzas entre dovelas son paralelas,  $Q_i$ ,  $Z_i$  y  $Z_{i+1}$  tienen la misma dirección, por lo que  $Q_i$  simplemente es una diferencia escalar entre la fuerzas a la izquierda y a la derecha de la dovela.

Para el equilibrio de momentos, se pueden tomar momentos con respecto a cualquier punto arbitrario. Tomando momentos con respecto al origen de un sistema de coordenadas Cartesiano ( $x = 0$ ,  $y = 0$ ), la ecuación de equilibrio de momentos se expresa de la siguiente manera:

$$\sum Q(x_b \text{sen}\theta - y_Q \text{cos}\theta) = 0 \quad (77)$$

Donde  $x_b$  es la coordenada  $x$  (horizontal) del centro de la base de la dovela y  $y_Q$  es la coordenada  $y$  (vertical) del punto en la línea de acción de la fuerza  $Q$ , directamente encima del centro de la base de la dovela (ver Figura 45).



**Figura 45. Coordenadas usadas en el método de Spencer para una superficie de falla no circular (Duncan y Wright, 2005)**

La coordenada  $y_Q$  puede expresarse en términos de la coordenada  $y$  del punto del centro de la base de la dovela  $y_b$ :

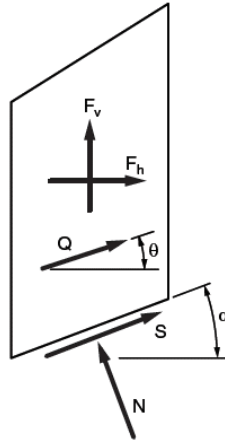
$$y_Q = y_b + \frac{M_0}{Q \cos \theta} \quad (78)$$

Donde  $M_0$  es el momento producido por cualquiera de las fuerzas conocidas alrededor del centro de la base de la dovela. En caso que no se consideren cargas sísmicas, cargas en la superficie del talud, fuerzas internas debidas a elementos de refuerzo, el momento  $M_0$  es nulo y  $y_Q = y_b$ . Se resalta que cada una de las cantidades en la sumatoria mostrada en la Ecuación 30, representan el valor de una sola dovela. El subíndice  $i$  se ha omitido por simplicidad, al igual que se omitirá para  $Q$ ,  $x_b$  y  $y_b$ , que también representan valores para una sola dovela.

La expresión para  $Q$  en las ecuaciones de equilibrio (Ecuaciones (75) y (77)) se obtiene de las ecuaciones del equilibrio de fuerzas para las dovelas individuales (ver Figura 46). Sumando las fuerzas en las direcciones perpendicular y paralela a la basa de la dovela, se obtienen las siguientes ecuaciones de equilibrio:

$$N + F_v \cos \alpha - F_h \sin \alpha - Q \sin(\alpha - \theta) = 0 \quad (79)$$

$$S + F_v \sin \alpha - F_h \cos \alpha - Q \cos(\alpha - \theta) = 0 \quad (80)$$



**Figura 46. Fuerzas conocidas y desconocidas en una dovela, método de Spencer (Duncan y Wright, 2005)**

Las cantidades  $F_h$  y  $F_v$  representan todas las fuerzas horizontales y verticales conocidas en la dovela, incluyendo el peso de la dovela, las cargas sísmicas, las fuerzas debidas a una carga concentrada o distribuida en superficie, fuerzas internas debidas a elementos de refuerzo. Combinando estas dos ecuaciones de equilibrio (Ecuaciones (79) y (80)) con la ecuación de resistencia al corte de Mohr-Coulomb ( $S$ ), y despejando  $Q$  se obtiene:

$$Q = \frac{-F_v \sin \alpha - F_h \cos \alpha - (c' \Delta l / FS) + (F_v \cos \alpha - F_h \sin \alpha + u \Delta l)(\tan \phi' / FS)}{\cos(\alpha - \theta) + [\sin(\alpha - \theta) \tan \phi' / FS]} \quad (81)$$

Las ecuaciones (78) y (81) para  $y_Q$  y  $Q$  pueden sustituirse en las ecuaciones de equilibrio (Ecuaciones (75) y (77)), obteniendo dos ecuaciones con dos incógnitas: el factor de seguridad ( $FS$ )

y la inclinación de las fuerzas entre dovelas ( $\theta$ ). Para encontrar las dos incógnitas se realiza un procedimiento de ensayo y error, por lo que se asumen los valores de  $FS$  y  $\theta$ , hasta satisfacer las dos ecuaciones de equilibrio con un error aceptable. Cuando se calcula el factor de seguridad y la inclinación de las fuerzas entre dovelas, se usan las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos para una sola dovela para calcular los valores de la fuerza normal ( $N$ ) en la base de la dovela, la fuerza resultante entre dovelas ( $Z$ ), y la ubicación de las fuerzas entre dovelas en el límite vertical entre dovelas ( $y_t$ ).

El método de Spencer es muy preciso y aplicable a casi todo tipo de geometría de talud, considera superficies circulares y no circulares, siendo tal vez el uno de los procedimientos de equilibrio más completo y más sencillo para el cálculo del factor de seguridad.

#### **A.10 Método de Morgenstern-Price**

Este método fue desarrollado por Morgenstern and Price en 1965. Considera equilibrio de fuerzas normales y tangenciales, además de equilibrio de momentos para cada dovela. Considera superficies de falla circulares y no circulares. Este método asume que existe una función que relaciona las fuerzas tangenciales y las fuerzas normales entre dovelas.

$$X = \lambda f(x) E \quad (82)$$

Donde  $X$  y  $E$  son las fuerzas verticales y horizontales entre dovelas, y  $\lambda$  es un factor desconocido de escala que hace parte de las variables a encontrar, y  $f(x)$  es una función asumida que tiene valores prescritos en cada borde de la dovela. En el método de Morgenstern-Price se asume implícita o explícitamente la ubicación de la fuerza normal en la base de la dovela. En la formulación original del método, los esfuerzos eran integrados a través de cada dovela, asumiendo que  $f(x)$  variaba linealmente a lo largo de las dovelas. Lo anterior, implícitamente fijaba la distribución de los esfuerzos normales, incluyendo la localización de la fuerza normal en la base de la dovela. Los desarrollos más recientes, implementan formulaciones discretas para determinar la distribución de esfuerzos normales y asumen su ubicación. Típicamente, se sume que la fuerza normal actúa en un punto de la base de la dovela que se encuentra directamente abajo del centro de gravedad.

Las incógnitas en este método son el factor de seguridad ( $FS$ ), el parámetro de escala ( $\lambda$ ), las fuerzas normales en la base de las dovelas ( $N$ ), las fuerzas horizontales entre dovelas ( $E$ ) y la ubicación de las fuerzas entre dovelas. La componente vertical de la fuerza entre dovelas ( $X$ ) se conoce (definida por la Ecuación 35); una vez calculadas las incógnitas usando las ecuaciones de equilibrio, la componente vertical de las fuerzas entre dovelas se calcula con la Ecuación (82).

El método de Morgenstern-Price es muy similar al de Spencer. La única diferencia en términos de incógnitas es que el método de Spencer involucra una única inclinación de las fuerzas entre dovelas, mientras que el método de Morgenstern-Price involucra un parámetro de escala ( $\lambda$ ). Si se asume que la función  $f(x)$  es constante, el método de Morgenstern-Price resulta esencialmente igual al de Spencer.

La posibilidad de suponer una determinada función para estimar las magnitudes de las fuerzas entre dovelas, lo hace un método más riguroso que el de Spencer. Sin embargo, esta suposición de funciones diferentes tiene muy poco efecto sobre el cálculo de factor de seguridad cuando se satisface el equilibrio estático, y hay muy poca diferencia entre los resultados del método de Spencer y el de Morgenstern-Price. El método de Morgenstern y Price, al igual que el de Spencer, es un procedimiento muy preciso y prácticamente aplicable a muchos tipos de geometrías y perfiles de suelo.

## **ANEXO B - MÉTODOS DE EQUILIBRIO LÍMITE TRIDIMENSIONALES**

### **B.1 ANAGNOSTI (1969)**

Anagnosti (1969) desarrolló un método para determinar el factor de seguridad de una masa potencialmente deslizante para diferentes formas de la superficie de falla, que es una extensión del método Morgenstern-Price (1967) bidimensional. En el método se determinan las ecuaciones de equilibrio de una serie de dovelas verticales delgadas, asumiendo condiciones de equilibrio límite en los lados de cada dovela. El supuesto principal de este método es la distribución de las fuerzas cortantes entre dovelas que satisfacen todas las condiciones de equilibrio. Comparándolo con algunos métodos de dovelas en 2D, se tiene que el factor de seguridad aumenta en más de un 50%. Estudios de sensibilidad indican que los factores de seguridad calculados parecen insensibles al supuesto de las fuerzas entre dovelas.

Anagnosti concluyó que los análisis de estabilidad en 3D requieren de cuatro veces el número de supuestos estáticos en comparación con los análisis en 2D para satisfacer las seis ecuaciones de equilibrio. Sin embargo, la principal limitación de la extensión realizada por Anagnosti es la superficie de falla tridimensional, ya que la geometría de una dovela se encuentra restringida a dos lados deslizantes y la superficie de falla en 3D no se especifica, la selección de la superficie crítica, en algunos casos, se vuelve virtualmente imposible.

### **B.2 HOVLAND (1977)**

El método de Hovland es una extensión del método Ordinario (Fellenius) en 2D, pero utilizando columnas en vez de dovelas. En el método de Hovland se ignoran todas las fuerzas que actúan entre las columnas. Las fuerzas normal y cortante que actúan en la base de cada columna se determinan como componentes del peso de la columna. Otro de los supuestos es que el movimiento se genera en una dirección y el equilibrio del sistema es calculado para esta dirección.

Hovland (1977) define el factor de seguridad en tres dimensiones como la relación entre la resistencia total disponible a lo largo de la superficie de falla y el esfuerzo total movilizado a lo largo de la misma. En el caso bidimensional (ver Figura 47), el factor de seguridad sería:

$$FS_{2D} = \frac{\sum (cA_2 + W_2 \cos \alpha_{yz} \tan \phi)}{\sum W_2 \sin \alpha_{yz}} = \frac{\sum \left( \frac{c\Delta y}{\cos \alpha_{yz}} + \gamma z \Delta y \cos \alpha_{yz} \tan \phi \right)}{\sum \gamma z \Delta y \sin \alpha_{yz}} \quad (83)$$

Si la cohesión ( $c$ ), el ángulo de fricción ( $\phi$ ), la densidad ( $\gamma$ ), y  $\Delta y$  son constantes, luego:

$$FS_{2D} = \left( \frac{c}{\gamma} \right) \frac{\sum \sec \alpha_{yz}}{\sum z \sin \alpha_{yz}} + (\tan \phi) \frac{\sum z \cos \alpha_{yz}}{\sum z \sin \alpha_{yz}} \quad (84)$$

o,

$$FS_{2D} = \left( \frac{c}{\gamma h} \right) G_{c2} + \tan \phi G_{\phi 2} \quad (85)$$

Donde  $G_{c2}$  y  $G_{\phi2}$  son funciones geométricas. El término  $G_{c2}$  determina como la resistencia cohesiva es influenciada por la geometría en 2D, el término  $G_{\phi2}$  determina como la resistencia friccionante es influenciada por la geometría en 2D, y  $h$  corresponde a la altura del talud.

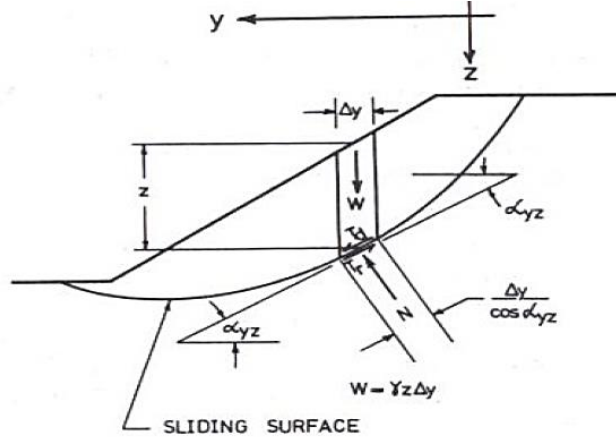


Figura 47. Vista bidimensional análisis de estabilidad de taludes (Hovland, 1977)

En el caso tridimensional mostrado en la Figura 48 y Figura 49, se divide la masa sobre la superficie de falla en un número de columnas verticales, asumiendo que los ejes coordenados "X" y "Y" son perpendiculares y se encuentran en el plano horizontal, el eje "Z" es vertical. El eje "Y" se encuentra en la dirección del movimiento del talud. El área de la columna de suelo en el plano XY se define por  $\Delta X$  y  $\Delta Y$ . Al asumir que  $\Delta X$  y  $\Delta Y$  son constantes para todas las columnas, el factor de seguridad puede ser expresado como:

$$FS_{3D} = \frac{\sum_x \sum_y [cA_3 + W_3 \cos(DIP) \tan \phi]}{\sum_x \sum_y W_3 \sin \alpha_{yz}} \quad (86)$$

Donde,  $\alpha_{xz}$  y  $\alpha_{yz}$  son los ángulos de buzamiento de los planos XY y YZ respectivamente, y:

$$A_3 = \Delta x \Delta y \left[ \frac{(1 - \sin^2 \alpha_{xz} \sin^2 \alpha_{yz})^{1/2}}{\cos \alpha_{xz} \cos \alpha_{yz}} \right] \quad (87)$$

$$\cos(DIP) = (1 + \tan^2 \alpha_{xz} + \tan^2 \alpha_{yz})^{-1/2}$$

$$W_3 = \gamma z \Delta x \Delta y$$

Para  $\alpha_{xz} = 0$ :

$$FS_{3D} = \frac{\sum_x \sum_y \left[ \frac{c \Delta x \Delta y \sin \theta}{\cos \alpha_{xz} \cos \alpha_{yz}} + \gamma z \Delta x \Delta y \cos(DIP) \tan \phi \right]}{\sum_x \sum_y \gamma z \Delta x \Delta y \sin \alpha_{yz}} \quad (88)$$



Donde,

$$\text{sen}\theta = (1 - \text{sen}^2\alpha_{xz} + \text{sen}^2\alpha_{yz})^{1/2} \quad (89)$$

Si  $c$ ,  $\phi$ ,  $\Delta x$  y  $\Delta y$  son constantes:

$$FS_{3D} = \left(\frac{c}{\gamma}\right) \frac{\sum_x \sum_y \sec\alpha_{xz} \sec\alpha_{yz} \text{sen}\theta}{\sum_x \sum_y z \text{sen}\alpha_{yz}} + (\tan\phi) \frac{\sum_x \sum_y z \cos(DIP)}{\sum_x \sum_y z \text{sen}\alpha_{yz}} \quad (90)$$

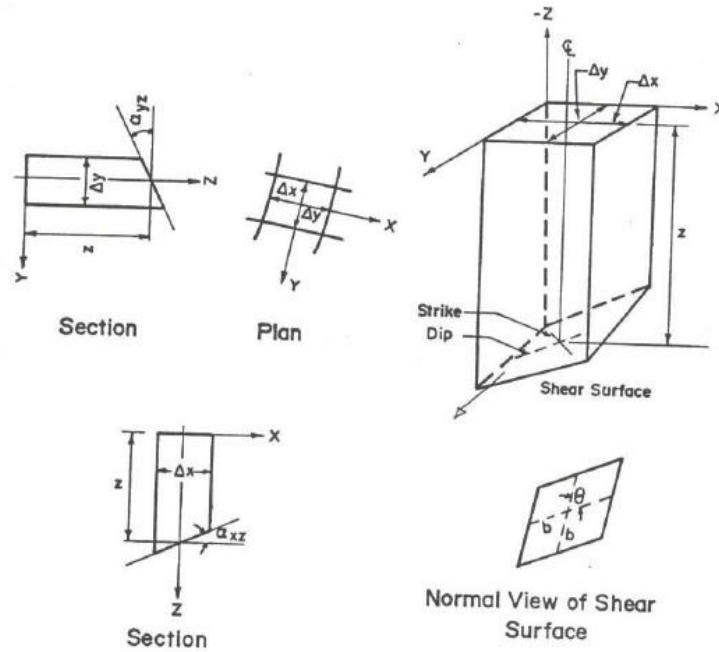


Figura 48. Planta, sección y vistas tridimensionales de una columna de suelo (Hovland, 1977)

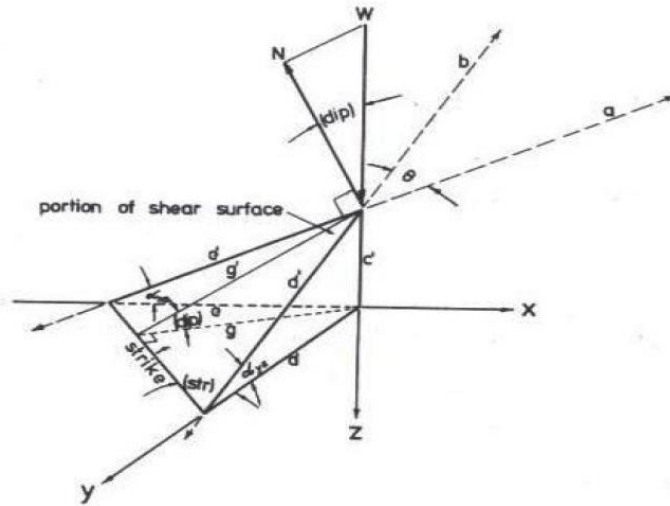


Figura 49. Vista tridimensional de parte de la superficie de corte de una columna de suelo (Hovland, 1977)

Hovland (1977) reportó que cada suelo cohesivo-friccionante puede tener su propia superficie de cortante crítica y geometría. Sus estudios también concluyeron que la relación  $F_3/F_2$  es bastante sensible a los parámetros del suelo  $c$  y  $\phi$ , y a la forma básica de la superficie de falla, pero relativamente insensible al ancho de la superficie de falla. Sin embargo, los factores de seguridad tridimensionales son generalmente mucho mayores que los factores de seguridad bidimensionales, aunque en algunas situaciones en suelos puramente friccionantes, los factores de seguridad 3D pueden ser menores que los factores de seguridad en 2D.

### **B.3 CHEN (1981), CHEN Y CHAMEAU (1983)**

Chen (1981) y Chen y Chameau (1983) desarrollaron un completo estudio sobre los efectos tridimensionales en la estabilidad de taludes para una gran variedad de parámetros de suelos. Ellos propusieron métodos para el análisis de superficies en bloques tridimensionales (ver Figura 50) y superficies rotacionales (ver Figura 51). El método desarrollado por estos dos autores, mostró que el método de Hovland (1977) era una extensión conservadora del método de Spencer (1967).

Para el caso del estudio de la estabilidad de bloques, se desarrolló el programa BLOCK3 que realiza las siguientes operaciones:

1. Cálculo de la fuerza total generada por el bloque activo sobre el bloque central. Esta fuerza es función del factor de seguridad.
2. Cálculo de la fuerza total generada por el bloque pasivo sobre el bloque central. Esta fuerza también es función del factor de seguridad.
3. Cálculo de las fuerzas en las caras y base del bloque central, y cálculo del factor de seguridad contra la falla.

Las hipótesis principales consideradas en el análisis de estabilidad de bloques son (Chen, 1981):

1. El problema es tridimensional y simétrico.
2. La superficie del talud se encuentra definida por tres pendientes y la forma del pie y la cresta (ver Figura 50).
3. Los estratos de suelo son lateralmente continuos.
4. Las superficies de deslizamiento son planas.
5. Los límites entre los bloques activo, central y pasivo son verticales. No se consideran fuerzas cortantes en estas fronteras.
6. La superficie en la base de la zona activa tiene una inclinación de  $(45^\circ + \phi/2)$  con respecto a la horizontal. Por otro lado, la superficie en la base de la zona pasiva tiene una inclinación de  $(45^\circ - \phi/2)$  con respecto a la horizontal.
7. El factor de seguridad es el mismo a lo largo de toda la superficie de falla.
8. El nivel freático se encuentra a una gran profundidad.

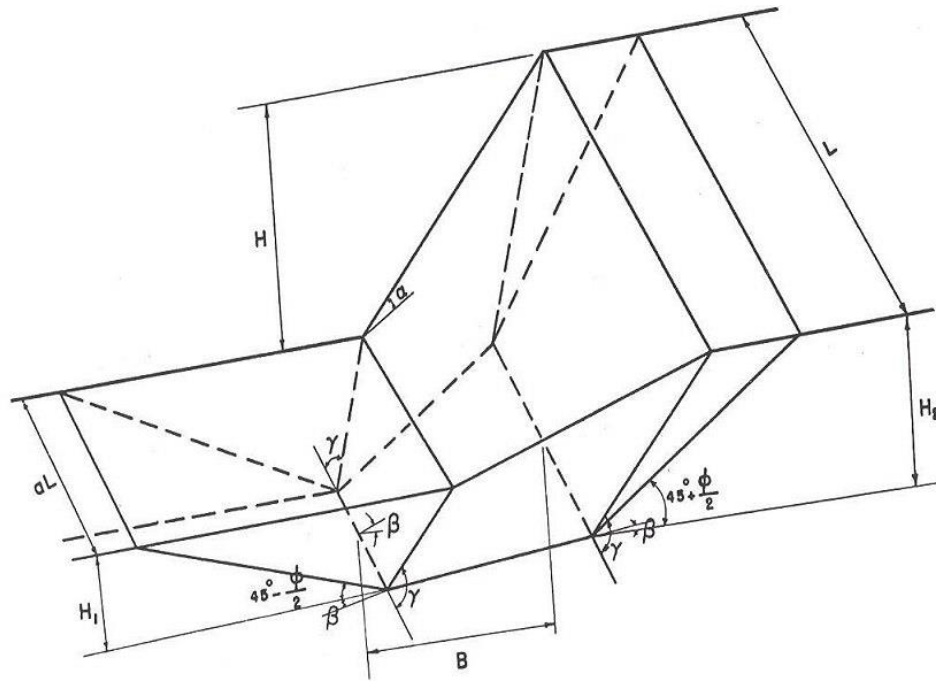


Figura 50. Falla 3D en bloque (Chen, 1981)

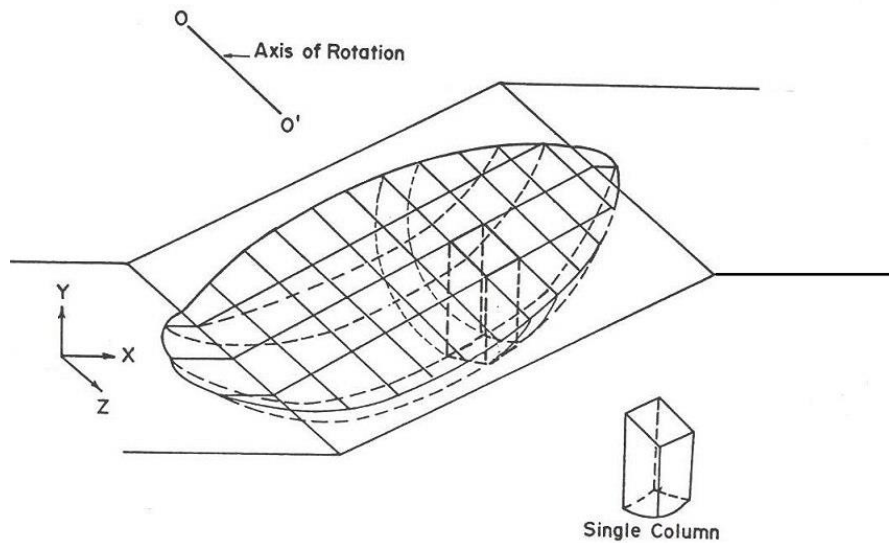


Figura 51. Falla 3D rotacional (Chen, 1981)

Las conclusiones más importantes obtenidas del estudio de Chen sobre movimientos de traslación son:

- ✓ Los factores de seguridad en 3D son usualmente mayores que los factores de seguridad en 2D. Este efecto tridimensional resulta más significativo en suelos cohesivos en comparación con suelos friccionantes.
- ✓ Cuando el tipo de falla es una cuña, se obtiene un valor  $F_3/F_2$  menor a la unidad.

- ✓ Un talud muy pendiente conformado por un suelo muy blando presenta valores de  $F_3/F_2$  menores en comparación con taludes menos inclinados del mismo material.
- ✓ Entre más baja sea la resistencia en el estrato de suelo débil, más profundo será el efecto tridimensional.
- ✓ Al reducir la inclinación de los vértices del bloque central se obtendrá un factor de seguridad mayor, ya que se incrementaran estas áreas.

En los análisis de estabilidad rotacionales se asume que el suelo es homogéneo y que la superficie de falla tridimensional se compone de un cilindro central unido a dos semi-elipsoides en ambos extremos. Para la realización de los análisis requeridos se desarrolló un programa de computadora llamado LEMIX.

Los principales supuestos para los análisis de estabilidad con fallas rotacionales son (Chen, 1981):

1. La masa que se desliza es simétrica, dividida en columnas verticales. En la Figura 52 se presenta un diagrama de cuerpo libre para una de las columnas.
2. La dirección del movimiento se da únicamente a lo largo del plano XY (no se considera movimiento en la dirección del eje Z); por lo tanto en el momento que ocurre la falla, los esfuerzos cortantes a lo largo del plano YZ se consideran nulos.
3. Las fuerzas entre columnas son paralelas a la base de la columna y son función de su posición.
4. Se asume que la distribución de esfuerzos normales entre columnas es lineal con la profundidad.
5. Se asume que la inclinación de las fuerzas entre dovelas es la misma a lo largo de toda la masa deslizante.

Con base en estas hipótesis, el problema de estabilidad de la masa deslizante es estáticamente determinado. Para calcular el factor de seguridad, se satisface tanto equilibrio de fuerzas como de momentos para cada columna, al igual que para toda la masa.

Las conclusiones de los análisis realizados por Chen considerando una falla rotacional son las siguientes:

- ✓ El efecto 3D es más significativo entre menor sea la longitud de la masa deslizante.
- ✓ Para taludes con una baja pendiente, los efectos tridimensionales son más importantes en suelos con altas cohesiones y bajos ángulos de fricción.
- ✓ En suelos con una cohesión baja y un ángulo de fricción alto, el factor de seguridad en 3D puede resultar un poco menor al factor de seguridad en el caso 2D.
- ✓ Las presiones de poros pueden causar que los efectos tridimensionales sean incluso mayores.
- ✓ El ángulo entre dovelas influencia el resultado del factor de seguridad.

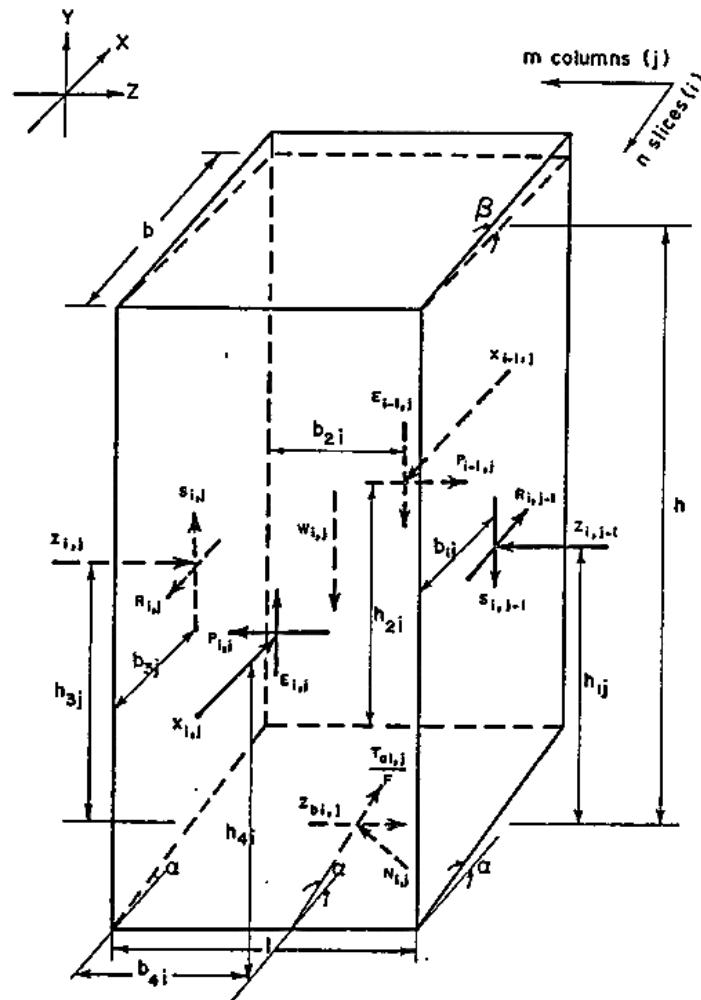


Figura 52. Diagrama de cuerpo libre de una columna (Chen, 1981)

#### B.4 BALIGH Y AZZOUZ (1975), AZZOUZ Y BALIGH (1976, 1978, 1983), Y AZZOUZ ET AL. (1981)

Baligh y Azzouz (1975), Azzouz y Baligh (1976, 1978 y 1983) y Azzouz et al. (1981) extendieron el concepto del método circular del arco para evaluar la estabilidad de taludes en tres dimensiones compuestos de materiales cohesivos. En vez de utilizar la rotación de un cilindro infinitamente largo, ellos consideraron el movimiento de un cuerpo rígido, un cilindro de longitud finita  $l_c$ , unido a un cono de longitud  $l_n$  o a un elipsoide de longitud  $l_e$  (ver Figura 53). Adicionalmente asumieron que las fuerzas resistentes al cortante que se desarrollan sobre la superficie de falla son perpendiculares a los ejes de rotación. Basados en esto, desarrollaron una solución numérica para determinar la estabilidad del cuerpo rígido deslizante.

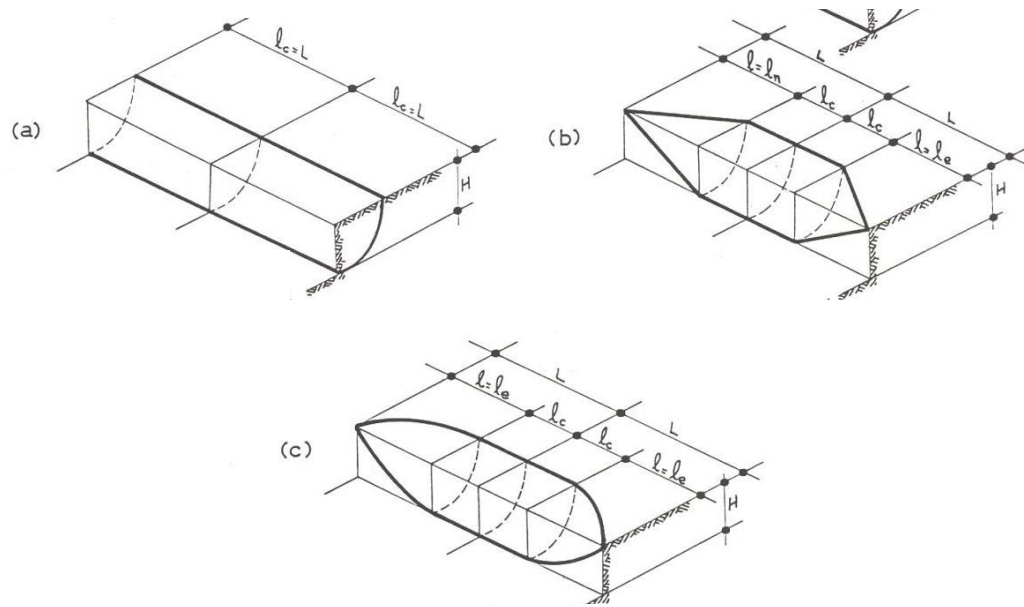


Figura 53. Geometrías asumidas de la superficie de falla en un corte vertical en arcilla: (a) Cilindro, (b) Cilindro y Cono, (c) Cilindro y Elipsoide (Baligh y Azzouz, 1975)

Como únicamente se consideraron suelos cohesivos, Baligh y Azzouz (1975) determinaron el factor de seguridad utilizando equilibrio de momentos sobre el eje de rotación para dos enfoques:

Un corte vertical en una arcilla ( $\phi = 0$ ), donde el eje de revolución se ubica en la cresta del corte y el cilindro pasa a través del pie del talud como se muestra en la Figura 53. Aunque no se determina el factor de seguridad mínimo, estos análisis se utilizan para determinar los efectos tridimensionales en análisis de estabilidad de taludes, además, los resultados obtenidos pueden ser verificados analíticamente. En la Figura 54 se presenta la relación entre el factor de seguridad obtenido en análisis tridimensionales y el factor de seguridad obtenido en análisis bidimensionales.

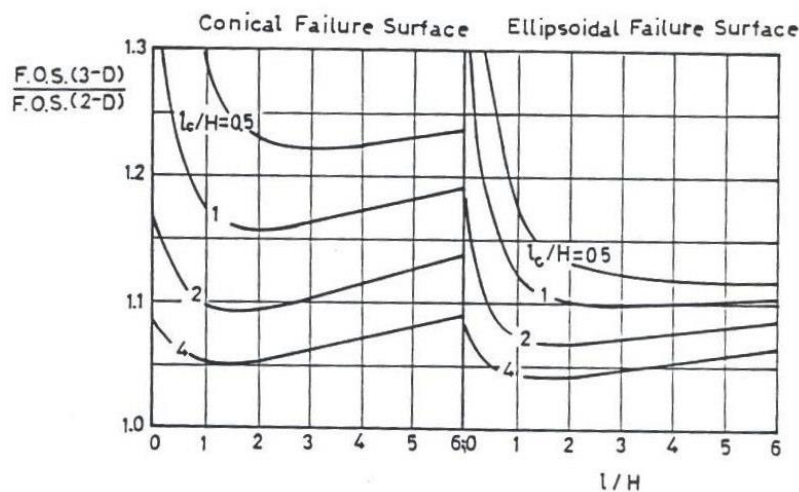


Figura 54. Comparación factores de seguridad 2D y 3D (Baligh y Azzouz, 1975)

De acuerdo con lo presentado en la Figura 54, Baligh y Azzouz (1975) concluyeron lo siguiente:

- ✓ Los factores de seguridad en análisis 3D tienden a ser mayores que en análisis 2D.
- ✓ A medida que  $lc/H$  incrementa, la relación  $F_3/F_2$  disminuye. Los casos en los que  $lc/H$  es mayor a 4, pueden considerarse aproximaciones al estado plano considerado en los análisis 2D.
- ✓ Para un valor fijo de  $lc/H$ , la relación entre factores de seguridad alcanza un valor mínimo para un valor crítico de  $l/H$ , indicando la longitud de falla más probable.
- ✓ Cuando  $l = 0$ , los valores de  $F$  son los mismos para ambas gráficas mostradas en la Figura 54.

Las limitaciones del método de Baligh y Azzouz (1975) son:

1. El método únicamente puede ser utilizado en taludes de suelos cohesivos.
2. Únicamente se satisface equilibrio de momentos, y se asume que las fuerzas cortantes actuando en la superficie de falla son perpendiculares al eje de rotación (revolución).
3. La geometría de falla en el espacio tridimensional es asumida.
4. Se requiere una mayor variación en los parámetros con respecto a los análisis bidimensionales para determinar el factor de seguridad mínimo.

Azzouz y Baligh (1978) intentaron aplicar esta teoría a suelos cohesivo-friccionantes. Se asumió la misma superficie de falla considerada en el caso de suelos cohesivos. También se consideró que las fuerzas resistentes al esfuerzo cortante son perpendiculares al eje de rotación (revolución). Para que el problema sea estáticamente determinado, se requiere definir la distribución de los esfuerzos normales a lo largo de la superficie de falla, la cual se estimó con base en dos supuestos: a) El enfoque del método ordinario de dovelas (OMS) donde todas las fuerzas entre dovelas se desprecian y los esfuerzos normales se obtiene del equilibrio de cada dovela; b) El enfoque del Massachusetts Institute of Technology (MIT). En el caso bidimensional, el método del MIT asume que el esfuerzo vertical efectivo en la superficie de falla es un esfuerzo principal y es igual a la presión de sobrecarga, y el esfuerzo horizontal es el esfuerzo principal menor cuando la pendiente de la tangente a la superficie de falla es negativa; y es un esfuerzo principal mayor cuando esta pendiente es positiva.

Baligh y Azzouz (1978) extendieron el enfoque bidimensional asumiendo un tercer esfuerzo principal que actúa paralelo al eje de rotación. Este esfuerzo principal longitudinal fue definido como  $K$  veces la presión de sobrecarga, donde  $K$  es un parámetro no especificado. Usando este tensor de esfuerzos principales, se puede calcular el esfuerzo normal a la superficie de falla tridimensional. El esfuerzo cortante sobre la superficie de falla fue determinado usando la ecuación de Coulomb en combinación con el esfuerzo normal calculado. Los resultados muestran que el método ordinario (OMS) subestima la resistencia cortante en taludes friccionantes muy inclinados, y que el enfoque del MIT parece ser más razonable.

## B.5 HUNGR (1987) Y HUNGR ET AL. (1989)

Hungr (1987) propuso un método de análisis de equilibrio límite tridimensional que es una extensión directa del método bidimensional *Bishop simplificado* (1954), pero considerando columnas en vez de dovelas. Para la implementación de este método se desarrolló un programa de computadora, llamado CLARA. Las hipótesis más importantes consideradas en este método son las siguientes:

1. Las fuerzas verticales de cortante actuando en las caras longitudinales y laterales de cada una de las columnas se desprecian en las ecuaciones de equilibrio, al igual que en el método bidimensional de Bishop simplificado.
2. La ecuación de equilibrio de fuerzas verticales en cada columna y el equilibrio global de momentos del arreglo de columnas, son suficientes para determinar todas las fuerzas desconocidas.

La fuerza normal total  $N$  actuando en la base de una columna (ver Figura 55) puede encontrarse a partir de la ecuación de equilibrio de fuerzas verticales:

$$N = \frac{W - cA \operatorname{sen}\alpha_y/FS + uA \tan\phi \operatorname{sen}\alpha_y/FS}{m_\alpha} \quad (91)$$

Donde  $W$  es el peso total de la columna,  $u$  es la presión de poros en el centro de la base de la columna,  $c$  es la cohesión,  $\phi$  es el ángulo de fricción,  $FS$  es el factor de seguridad,  $A$  es el área real de la base, y:

$$m_\alpha = \cos\gamma_z \left( 1 + \frac{\operatorname{sen}\alpha_y \tan\phi}{FS \cos\gamma_z} \right) \quad (92)$$

El área real de la base,  $A$ , y el buzamiento local de la superficie deslizante,  $\gamma_z$ , son funciones de las inclinaciones de la superficie deslizante en la dirección de los ejes coordenados,  $\alpha_x$  y  $\alpha_y$ :

$$A = \Delta x \Delta y \frac{(1 - \operatorname{sen}^2\alpha_x \operatorname{sen}^2\alpha_y)}{\cos\alpha_x \cos\alpha_y} \quad (93)$$

$$\cos\gamma_z = \left( \frac{1}{\tan^2\alpha_y + \tan^2\alpha_x + 1} \right)^{1/2}$$

En la ecuación anterior  $\Delta x$  y  $\Delta y$  son el ancho y la longitud de la columna.

De la ecuación de equilibrio de momentos para un arreglo de  $j$  columnas, sustituyendo  $N$ , el factor de seguridad se define de la siguiente manera:



$$FS = \sum_{i=1}^j [(W - uA \cos \gamma_z) \tan \phi + cA \cos \gamma_z] / m_\alpha \times \left( \sum_{i=1}^j W \sin \alpha_y \right)^{-1} \quad (94)$$

Utilizando este método, Hungr (1987) realizó varias comparaciones entre factores de seguridad bidimensionales y tridimensionales, concluyendo que en los casos estudiados el factor de seguridad tridimensional era mayor que el bidimensional.

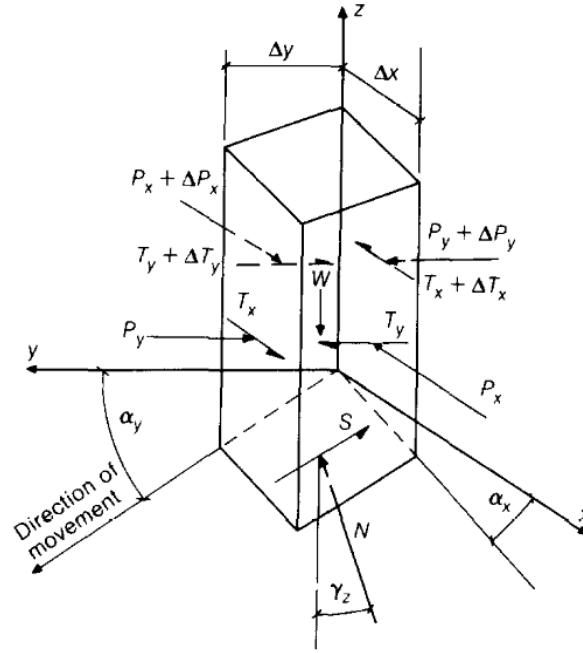


Figura 55. Fuerzas que actúan en una columna (Hungr, 1987)

En 1989 Hungr et al. presentaron nuevamente la extensión tridimensional del método bidimensional de *Bishop simplificado*. Adicionalmente presentó la extensión del método bidimensional de *Jambu simplificado*.

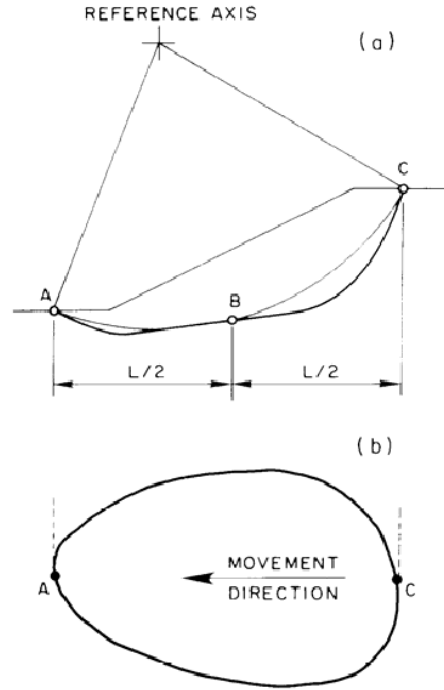
En el caso del desarrollo tridimensional del método de *Bishop simplificado*, el factor de seguridad se halla de manera iterativa de la sumatoria de momentos alrededor de un eje horizontal común, paralelo al eje x:

$$FS = \frac{\sum [cAR + (N - uA)R \tan \phi]}{\sum Wx - \sum Nf \cos \gamma_z / \cos \alpha_y + \sum kWe + Ed} \quad (95)$$

En esta ecuación  $R$ ,  $x$ , y  $f$  son los brazos de los momentos de la fuerza resistente, el peso de la columna y la fuerza normal, respectivamente. Una fuerza horizontal sísmica, correspondiente a una aceleración de  $k$  veces  $g$  se asume que actúa en el punto medio de cada columna, con un brazo  $e$  para calcular el momento.  $E$  es la resultante de todas las componentes horizontales de las

cargas puntuales aplicadas, con su respectivo brazo  $d$ . Se resalta que las componentes verticales de carga se incluyen en los pesos de las columnas.

Para una superficie de falla rotacional, el eje de referencia es también el eje de rotación, por lo tanto  $f$  se vuelve cero para cada columna. En el caso de una superficie no rotacional, el resultado de la ecuación anterior dependerá de la posición del eje de referencia. Fredlund y Krahn (1977) sugirieron en el caso de análisis bidimensionales un eje dado por el centro de un círculo ajustado a la superficie de falla (ver Figura 56).



**Figura 56. Método usado para localizar el eje de referencia para superficies no rotacionales (Hung, 1989)**

También es posible hallar el factor de seguridad del equilibrio de fuerzas horizontales en la dirección en la que se genera el movimiento:

$$FS = \frac{\sum [cA \cos \alpha_y + (N - uA) \tan \phi \cos \alpha_y]}{\sum N \cos \gamma_z \tan \alpha_y + \sum kW + E} \quad (96)$$

La anterior solución es equivalente al método simplificado de *Jambu* (Jambu et al., 1956).

De los métodos tridimensionales simplificados de Bishop y Jambu, y su aplicación en diferentes casos de estudio se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- ✓ El método de Bishop simplificado estima de manera precisa el factor de seguridad tridimensional para superficies de falla rotacionales y simétricas, por lo que puede aplicarse a una amplia variedad de problemas prácticos, de manera similar a su equivalente bidimensional.

- ✓ El método de Bishop simplificado tiende a ser conservador cuando se usa para analizar algunas superficies de falla no rotacionales y asimétricas, ya que se desprecian las fuerzas internas entre las columnas.
- ✓ En general el método de Jambu simplificado resulta más conservador que el método de Bishop simplificado, al igual que se observa en análisis bidimensionales.
- ✓ El método de Bishop parece razonablemente preciso en el tipo de problemas que involucran superficies de falla compuestas (rotacional y traslacional) con planos basales de debilidad.

## **B.6 LAM Y FREDLUND (1993)**

El procedimiento propuesto por Lam y Fredlund es una extensión 3D del método de Morgenstern-Price. El método considera varias condiciones estáticas, un número de ecuaciones disponibles, y un número de incertidumbres en estas ecuaciones. Para una masa deslizante con  $n$  columnas en la dirección paralela al deslizamiento y  $m$  filas en la dirección transversal, el procedimiento de columnas es indeterminado (Lam y Fredlund, 1993). El número de incertidumbres sería  $12 \times n \times m + 2$ , mientras que el número de ecuaciones es  $4 \times n \times m + 2$ , requiriendo  $8 \times n \times m$  supuestos. En la Figura 57 se muestra un diagrama de cuerpo libre de una columna vertical antes y después de aplicar las suposiciones simplificadoras presentadas por Lam y Fredlund (1993):

- ✓ Se asume que el punto de aplicación de la fuerza normal es en el medio de la cara inferior de cada columna, reduciendo el número de incertidumbres a  $9 \times n \times m + 2$ .
- ✓ Todas las fuerzas cortantes entre columnas actuando en las caras de la columna tienen una relación con las correspondientes fuerzas normales, mediante una función de fuerzas entre columnas similar al método de Morgenstern-Price:

$$\frac{X}{E} = \lambda_1 f(1) \quad (97)$$

$$\frac{H}{E} = \lambda_2 f(2) \quad (98)$$

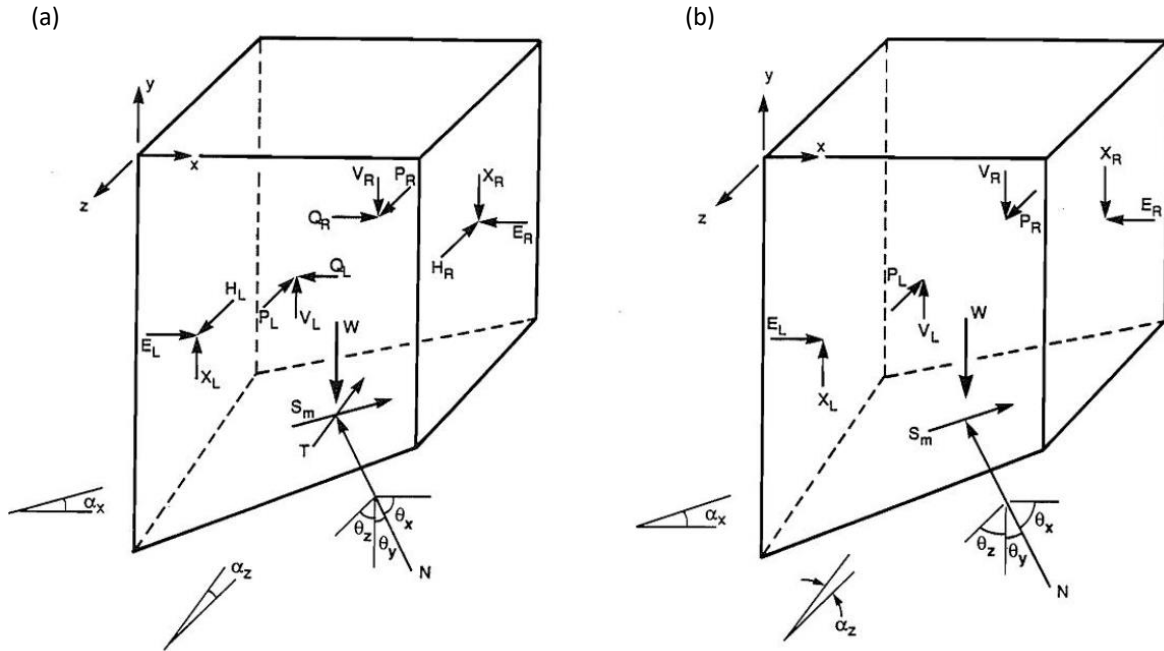
$$\frac{V}{Q} = \lambda_3 f(3) \quad (99)$$

$$\frac{Q}{P} = \lambda_4 f(4) \quad (100)$$

$$\frac{T}{N} = \lambda_5 f(5) \quad (101)$$

Las fuerzas cortantes entre dovelas  $X$ ,  $H$ ,  $V$ ,  $Q$  y  $T$  pueden calcularse al conocer las fuerzas normales. El número de incertidumbres se reduce a  $5 \times n \times m$ , pero se tienen 5 nuevas incertidumbres  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ ,  $\lambda_4$ , y  $\lambda_5$ , resultando en  $4 \times n \times m + 7$  incertidumbres.

- ✓ Utilizando el programa ANSYS de elemento finito, para diferentes problemas de estabilidad de taludes, Lam y Fredlund (1993) reportaron que  $\lambda_2$ ,  $\lambda_4$ , y  $\lambda_5$  tienen un efecto despreciable en el FS 3D, por lo que se pueden asumir iguales a cero, reduciendo el número de incertidumbres a  $4 \times n \times m + 4$ .
- ✓ Para hallar  $\lambda_1$  y  $\lambda_3$  se usa un procedimiento iterativo, asumiendo: (a) el equilibrio estático de la masa completa será obtenido cuándo el FS con respecto al equilibrio de momentos  $FS_m$ , es igual al FS con respecto al equilibrio de fuerzas  $FS_f$ , y (b)  $\lambda_1$  y  $\lambda_3$  deben producir el FS más bajo. Con estos supuestos, el número de incertidumbres se reduce a  $4 \times n \times m + 2$ , y el problema se vuelve determinado. En la Figura 57b se muestran las fuerzas actuando en una columna luego de implementar los supuestos presentados anteriormente.



**Figura 57. Diagrama de cuerpo libre de una columna: (a) antes de usar los supuestos simplificadores, (b) después de usar los supuestos simplificadores para el movimiento en la dirección X (Lam y Fredlund, 1993)**

La fuerza normal se calcula a partir del equilibrio de fuerzas verticales y horizontales, como se muestra a continuación:

$$\sum F_v = 0 \quad (102)$$

$$W - (X_L - X_R) - (V_L - V_R) - N \cos \theta_y - S_m \operatorname{sen} \alpha_x = 0$$

Sustituyendo el criterio de falla Mohr-Coulomb (Ecuación (120)):

$$W - (X_L - X_R) - (V_L - V_R) - N \cos \theta_y - \left[ \frac{c' A + (N - U) \tan \phi'}{FS} \right] \text{sen} \alpha_x = 0$$

$$N = \frac{-W - (X_L - X_R) - (V_L - V_R) - \frac{c' A \text{sen} \alpha_x}{FS} + \frac{u A \tan \phi' \text{sen} \alpha_x}{FS}}{m_\alpha} \quad (103)$$

Donde,

$$\cos \theta_y + \frac{\tan \phi' \text{sen} \alpha_x}{FS} = m_\alpha \quad (104)$$

FS del equilibrio de momentos ( $FS_m$ ):

$$\sum M_0 = 0$$

$$S_m \cos \alpha_x d_y + S_m \text{sen} \alpha_x d_x = W d_x + N \cos \theta_x d_y - N \cos \theta_y d_x \quad (105)$$

$$S_m = \frac{N \cos \theta_x d_y - N \cos \theta_y d_x + W d_x}{\cos \alpha_x d_y + \text{sen} \alpha_x d_x}$$

Sustituyendo el valor de  $S_m$  en la Ecuación (105)

$$FS_m = \frac{Ac' + N \tan \phi' - u A \tan \phi'}{\frac{N \cos \theta_x d_y - N \cos \theta_y d_x + W d_x}{\cos \alpha_x d_y + \text{sen} \alpha_x d_x}} \quad (106)$$

$$FS_m = \frac{\sum (Ac' + N \tan \phi' - u A \tan \phi') (\cos \alpha_x d_y + \text{sen} \alpha_x d_x)}{\sum N \cos \theta_x d_y - N \cos \theta_y d_x + W d_x}$$

FS del equilibrio de fuerzas ( $FS_f$ ):

$$\sum F_H = 0$$

$$S_m \cos \alpha_x = N \cos \theta_x \quad (107)$$

$$S_m = \frac{N \cos \theta_x}{\cos \alpha_x}$$

Sustituyendo  $S_m$  de la Ecuación (107) en el criterio de falla Mohr-Coulomb (Ecuación (120)):

$$FS_f = \frac{Ac' + N \tan \phi' - u A \tan \phi'}{\frac{N \cos \theta_x}{\cos \alpha_x}} \quad (108)$$

$$FS_m = \frac{\sum (Ac' + N \tan \phi' - uA \tan \phi') \cos \alpha_x}{\sum N \cos \theta_x}$$

Este método utiliza hipótesis razonables para que el problema se vuelva estáticamente determinado. Sin embargo,  $\lambda_1$  y  $\lambda_3$  siguen siendo dos incertidumbres que deben ser asumidas. Adicionalmente, este procedimiento requiere solucionar un gran número de ecuaciones no-lineales, por lo tanto, la aplicación práctica de este método se ver limitada por problemas de convergencia (Chen et al., 2006).

### B.7 HUANG Y TSAI (2000)

Huang y Tsai (2000) definieron una serie de FS de acuerdo con el criterio de resistencia de Mohr-Coulomb, como se muestra en la Figura 58. El FS para cada columna,  $FS_{s,i}$ , se define como:

$$FS_{s,i} = \frac{T_{f,i}}{T_i} = \frac{c' A_i + N_i' \tan \phi_i'}{T_i} \quad (109)$$

Donde la resistencia al cortante  $T_i$  tiene dos componentes,  $T_{x,y}$  paralela al plano xy y  $T_{y,z}$  paralela al plano yz. Se definen dos factores de seguridad,  $F_{sx}$  (en dirección x) y  $F_{sz}$  (en dirección z):

$$F_{sx} = \frac{T_{f,i}}{T_{x,y}} \quad (110)$$

$$F_{sz} = \frac{T_{f,i}}{T_{y,z}} \quad (111)$$

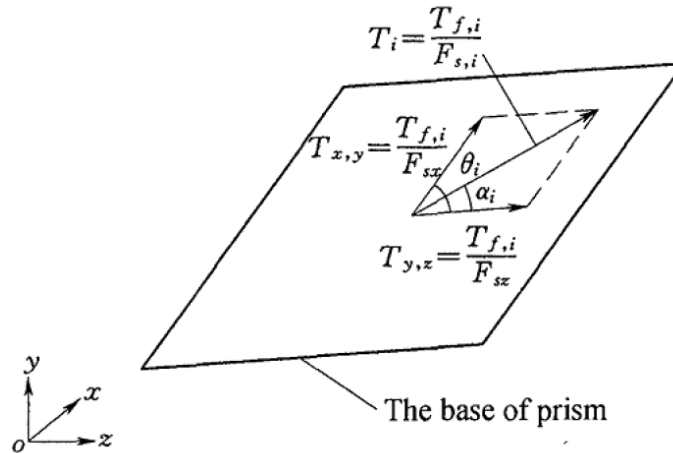


Figura 58. Resistencia al cortante en la base de una columna (Huang y Tsai, 2000)

Del diagrama de fuerzas presentado en la figura anterior:

$$\frac{F_{sx}}{F_{sz}} = \frac{\text{sen}(\theta_i - \alpha_i)}{\text{sen}\alpha_i} \quad (112)$$

$$F_{s,i} = \frac{F_{sz} \text{sen}(\theta_i - \alpha_i)}{\text{sen}\theta_i} \quad (113)$$

$$F_{s,i} = \frac{F_{sx} \text{sen}\alpha_i}{\text{sen}\theta_i} \quad (114)$$

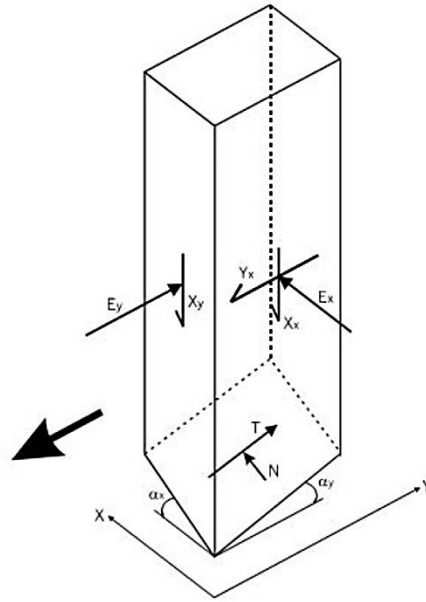
El FS global del talud se define como  $F_s$ :

$$F_s = \frac{\sum T_{f,i}}{\sum T_i} = \frac{\sum c' A_i + N_i' \tan\phi_i'}{\sum T_i} \quad (115)$$

Huang y Tsai (2000), asumen que  $F_{sx}$  y  $F_{sz}$  son iguales, pero  $F_{s,i}$  de cada columna se calcula con  $\theta_i$  y  $\alpha_i$ . Este procedimiento considera únicamente equilibrio de fuerzas en la dirección y, ignorando las fuerzas cortantes de todas las columnas en el mismo eje. Debido a que el procedimiento no satisface el equilibrio global de fuerzas del talud en la dirección x, la ecuación global de momentos de la masa deslizante se relaciona con la posición del eje de momentos. De acuerdo con lo anterior, este método no es considerado como un procedimiento riguroso (Chen et al., 2006).

## B.8 HUNGR (2001)

Hungr (2001) presentó una extensión del método bidimensional de *Morgenstern-Price* (1965). Esta extensión utiliza un enfoque similar al propuesto por Lam y Fredlund (1993) y Hungr (1997), teniendo en cuenta como supuesto que la fuerza resultante entre dovelas ( $X_x$  y  $Y_x$ ) en la superficie lateral de la columna es paralela a la base de la columna. Además se utiliza el mismo esquema de iteración usado en la extensión tridimensional del método de Bishop simplificado (Hungr, 1987; y Hungr et al., 1989). De manera adicional a las fuerzas verticales en la columna presentada en la Figura 55, en el análisis se incluyen tanto las fuerzas normal y cortante en las caras de la columna (ver Figura 59).



**Figura 59. Fuerzas normal y cortante en las caras de la columna (Hungri, 2001)**

La extensión del procedimiento de Morgenstern-Price a la tercera dimensión se basa en las siguientes hipótesis:

1. La relación entre la fuerza cortante vertical (\$X\_y\$) y la fuerza normal (\$E\_y\$) está dada por la función de fuerzas entre dovelas (Morgenstern-Price, 1965), como se muestra a continuación:

$$\lambda f(x) = \frac{X_y}{E_y} = \frac{X'_y}{E'_y} \quad (116)$$

$$X_y - X'_y = (E_y - E'_y) \tan \theta_i$$

Donde, \$f(x)\$ es la función de fuerzas entre dovelas y \$\theta\_i\$ es el ángulo de la fuerza resultante entre dovelas con la horizontal.

2. La resultante de fuerza entre dovelas (\$X\_x\$ y \$Y\_x\$) en la superficie lateral de la columna es paralela a la base de la columna:

$$\frac{X_x}{Y_x} = \frac{X'_x}{Y'_x} = \tan \alpha_y$$

$$\frac{X_x - X'_x}{Y_x - Y'_x} = \frac{\Delta X_x}{\Delta Y_x} \quad (117)$$

$$X_x - X'_x = (Y_x - Y'_x) \tan \alpha_y$$

3. El esfuerzo cortante horizontal entre filas de columnas adyacentes es transmitido en proporción con el peso de todas las columnas en una fila. De acuerdo con lo anterior, se



obtiene una fuerza horizontal que actúa en cada columna y que es transmitida desde la columna lateral adyacente. Esta fuerza es igual al peso de la columna multiplicado por una constante  $a_c$ , similar a la aceleración horizontal:

$$(Y_x - Y'_x) = a_c W \quad (118)$$

Donde  $a_c$  es constante para cualquier fila de columnas.

La fuerza normal se obtiene del equilibrio de fuerzas horizontales y verticales como se muestra a continuación:

$$\sum F_z = 0 \quad (119)$$

$$W + (X_y - X'_y) + (X_x - X'_x) - N \cos \gamma_z - T \sin \alpha_y = 0$$

El criterio de falla en términos de esfuerzos cortantes, FS, y resistencia al esfuerzo cortante expresada en términos de esfuerzos efectivos con la ecuación de resistencia Mohr-Coulomb, queda expresado de la siguiente manera:

$$S_m = \frac{\tau_{max}}{FS} = \frac{c'A + (N - uA) \tan \phi'}{FS}$$

$$A = \Delta x \Delta y \frac{(1 - \sin^2 \alpha_x \sin^2 \alpha_y)}{\cos \alpha_x \cos \alpha_y} \quad (120)$$

$$\cos \gamma_z = \left( \frac{1}{\tan^2 \alpha_y + \tan^2 \alpha_x + 1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$\Delta x$  y  $\Delta y$  son el ancho y largo de las columnas, y  $\alpha_x$  es la inclinación de la superficie deslizante en dirección del eje X (dirección transversal).

Sustituyendo el criterio de falla Mohr-Coulomb ( $T = S_m$  en la Ecuación (120)), la relación de fuerzas entre dovelas (Ecuación (116)), y la función de fuerzas entre dovelas en la superficie lateral de la columna (Ecuación (117)):

$$W + (E_y - E'_y) \tan \theta_i + (Y_x - Y'_x) \tan \alpha_y - N \cos \gamma_z - \left[ \frac{c'A + (N - uA) \tan \phi'}{FS} \right] \sin \alpha_y = 0$$

$$N = \frac{W + (E_y - E'_y) \tan \theta_i + (Y_x - Y'_x) \tan \alpha_y + \frac{u A \tan \phi' \sin \alpha_y}{FS} - \frac{c'A \sin \alpha_y}{FS}}{m_\alpha} \quad (121)$$

De manera similar:

$$\sum F_z = 0 \quad (122)$$

$$aW + (E_y - E'_y) + (Y_x - Y'_x) + N \cos \gamma_z - T \cos \alpha_y = 0$$

Sustituyendo el criterio de falla Mohr-Coulomb (Ecuación (120)) en la Ecuación (122):

$$aW + (E_y - E'_y) + (Y_x - Y'_x) + N \cos \gamma_z - T \cos \alpha_y = 0$$

$$N = \frac{-aW - (E_y - E'_y) - (Y_x - Y'_x) + \frac{c' A \cos \alpha_y}{FS} - \frac{u A \tan \phi' \cos \alpha_y}{FS}}{m_\beta} \quad (123)$$

En las Ecuaciones (121) y (123),  $m_\alpha$  y  $m_\beta$  son:

$$m_\alpha = \cos \gamma_z + \frac{\tan \phi' \operatorname{sen} \alpha_y}{FS} \quad (124)$$

$$m_\beta = \cos \gamma_z - \frac{\tan \phi' \cos \alpha_y}{FS} \quad (125)$$

Igualando las Ecuaciones (121) y (123), se tiene:

$$\begin{aligned} & \frac{-aW - (E_y - E'_y) - (Y_x - Y'_x) + \frac{c' A \cos \alpha_y}{FS} - \frac{u A \tan \phi' \cos \alpha_y}{FS}}{m_\beta} \\ &= \frac{W + (E_y - E'_y) \tan \theta_i + (Y_x - Y'_x) \tan \alpha_y + \frac{u A \tan \phi' \operatorname{sen} \alpha_y}{FS} - \frac{c' A \operatorname{sen} \alpha_y}{FS}}{m_\alpha} \end{aligned} \quad (126)$$

$$W S_1 + (E_y - E'_y) S_2 - (Y_x - Y'_x) S_3 + (u \tan \phi' - c') \frac{A}{FS} S_4 = 0$$

Donde,

$$S_1 = \frac{1}{m_\alpha} + \frac{a}{m_\beta} \quad (127)$$

$$S_2 = \frac{\tan \phi_i}{m_\alpha} + \frac{1}{m_\beta} \quad (128)$$

$$S_3 = \frac{\tan \alpha_y}{m_\alpha} + \frac{1}{m_\beta} \quad (129)$$

$$S_4 = \frac{\operatorname{sen} \alpha_y}{m_\alpha} + \frac{\cos \alpha_y}{m_\beta} \quad (130)$$

Sustituyendo la Ecuación (118) en la Ecuación (126):

$$W S_1 + (E_y - E'_y) S_2 + a_c W S_3 + (u \tan \phi' - c') \frac{A}{FS} S_4 = 0 \quad (131)$$

$$E_y = E'_y - W \frac{S_1}{S_2} - a_c W \frac{S_3}{S_2} - (u \tan \phi' - c') \frac{A}{FS} \frac{S_4}{S_2}$$

Para la  $n$ -ésima columna en cada fila longitudinal:

$$E_n = \sum_1^n \left( W \frac{S_1}{S_2} + a_c W \frac{S_3}{S_2} + (u \tan \phi' - c') \frac{A}{FS} \frac{S_4}{S_2} \right) = 0 \quad (132)$$

Solucionando  $a_c$  para cada fila:

$$\begin{aligned} \sum a_c W \frac{S_3}{S_2} &= - \sum W \frac{S_1}{S_2} - \sum (u \tan \phi' - c') \frac{A}{FS} \frac{S_4}{S_2} = 0 \\ a_c &= \frac{- \sum W \frac{S_1}{S_2} - \sum (u \tan \phi' - c') \frac{A}{FS} \frac{S_4}{S_2}}{\sum W \frac{S_3}{S_2}} = 0 \end{aligned} \quad (133)$$

Para satisfacer el equilibrio de fuerzas horizontales para la dovela como un todo:

$$\sum a_c W - \sum F_n = 0 \quad (134)$$

Donde  $\sum F_n$  es la sumatoria de fuerzas horizontales y  $\sum a_c W$  es aplicada a todas las filas.

La fuerza vertical cortante,  $X_y$  puede ser calculada de la función de fuerzas entre dovelas:

$$X_y = E_y f(x) \lambda \quad (135)$$

El cálculo del factor de seguridad se realiza como se presenta a continuación (Hung, 2001):

- ✓ Asumir un valor de  $\lambda$ ,
- ✓ Calcular un valor de  $a_c$  para cada fila de columnas con la Ecuación (133),
- ✓ Calcular el valor de la fuerza normal  $E_y$  con la Ecuación (131),
- ✓ Calcular el valor de la fuerza cortante  $X_y$  con la Ecuación (135),
- ✓ Solucionar iterativamente como el procedimiento de Bishop simplificado, agregando las resultantes  $X_y$  al los pesos de las columnas, y
- ✓ Cambiar el valor de  $\lambda$  iterativamente para satisfacer la Ecuación (134).

Para una función de fuerzas entre dovelas constante, por ejemplo  $f(x) = 1$ , el método de Morgenstern-Price (1965) es igual al método de Spencer (1967), por lo tanto el mismo esquema de iteraciones puede ser usado para la extensión a la tercera dimensión del método de Spencer (1967).

## B.9 CHEN ET AL. (2003)

Chen et al. (2003) presentaron un procedimiento que utiliza la definición convencional del FS que reduce los parámetros de resistencia cortante disponible para llevar el talud a su estado límite:

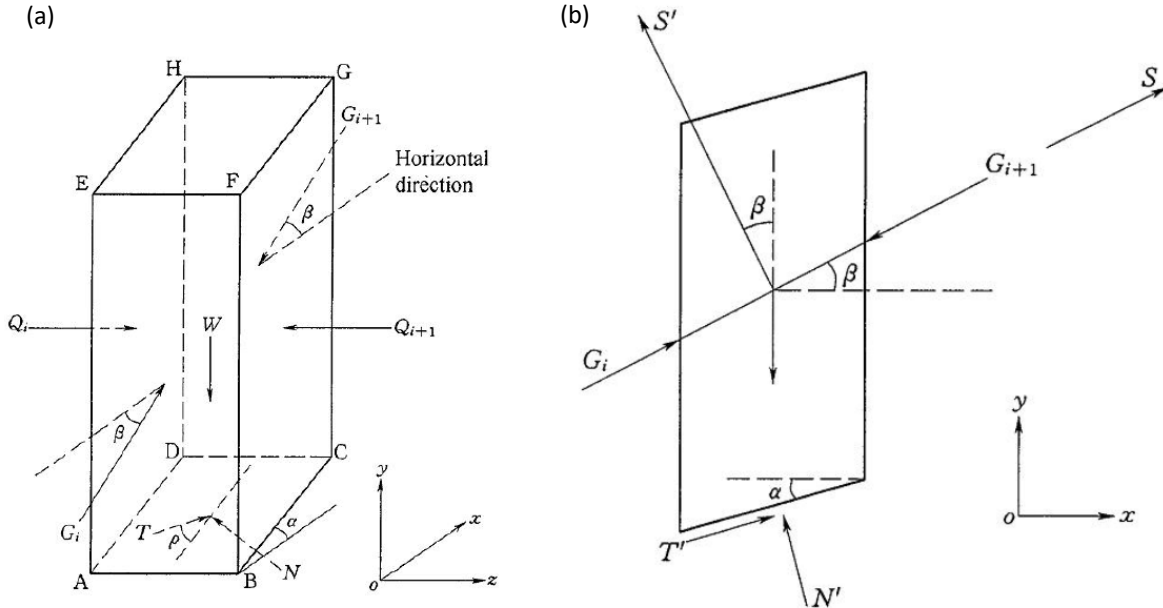
$$c_e' = \frac{c'}{FS} \quad (136)$$

$$\tan\phi_e' = \frac{\tan\phi'}{FS} \quad (137)$$

Donde el subíndice  $e$  representa las variables que se determinan con base en los parámetros de resistencia al corte reducidos,  $c_e'$  y  $\phi_e'$ .

Los autores tienen en cuenta las siguientes suposiciones con respecto al equilibrio de fuerzas y de momentos (Figura 60):

- ✓ Se desprecia la fuerza horizontal,  $H$ , en las interfaces de las filas (ver AVFE y DCGH en la Figura 60). Las fuerzas entre columnas con una inclinación de  $\beta$  con respecto al eje  $x$  (dirección de deslizamiento) y designadas como  $G$ , son paralelas al plano  $xy$ , y  $\beta$  es constante para todas las columnas.
- ✓ Se desprecian las fuerzas cortantes  $P$  y  $V$  en las interfaces de las columnas (ver ADHE y BCGF en la Figura 60a).
- ✓ La fuerza cortante  $T$  aplicada a la base de cualquier columna tiene una inclinación de un ángulo  $\rho$  medido desde el plano  $xy$  hacia el eje  $z$  positivo (transversal a la dirección de deslizamiento).



**Figura 60. Diagrama de cuerpo libre de una columna: (a) suposiciones para las fuerzas de la columna, (b) proyección de todas las fuerzas de la columna en la dirección  $S'$  (Chen et al., 2003)**

La fuerza normal se halla proyectando todas las fuerzas actuando en la columna en la dirección  $S'$ , la cual es perpendicular a la fuerza  $G$  entre columnas, como se muestra en la Figura 60b:

$$N_i = \frac{W_i \cos\beta + (u A_i \tan\phi'_e - c'_e A_i)(-m_x \sin\beta + m_y \cos\beta)}{-n_x \sin\beta + n_y \cos\beta + \tan\phi'_e(-m_x \sin\beta + m_y \cos\beta)} \quad (138)$$

Donde  $m_x$ ,  $m_y$  y  $m_z$  son los cosenos directores de la fuerza cortante  $T$ , y  $n_x$ ,  $n_y$  y  $n_z$  son los cosenos directores de la normal en la base de la columna.

Estableciendo equilibrio de fuerzas en las direcciones “y” y “z” y equilibrio de momentos alrededor del eje “z”:

$$S = \sum [N_i(n_x \cos\beta + n_y \sin\beta)_i + T_i(m_x \cos\beta + m_y \sin\beta)_i - W_i \sin\beta] = 0 \quad (139)$$

$$Z = \sum (N_i \cdot n_z + T_i \cdot m_z) = 0 \quad (140)$$

$$M = \sum [W_i x - N_i \cdot n_x \cdot y + N_i \cdot n_y \cdot x - T_i \cdot m_x \cdot y + T_i \cdot m_y \cdot x] = 0 \quad (141)$$

Las ecuaciones presentadas anteriormente involucran tres incertidumbres,  $F$ ,  $\beta$  y  $\rho$ , las cuales se solucionan con el método de Newton-Raphson. Chen et al. (2003) establecen que su procedimiento satisface equilibrio de fuerzas y de momentos alrededor del eje de rotación. Los autores presentan resultados de diferentes casos obtenidos con su método, en comparación con otros procedimientos tridimensionales (Hung et al., 1989; Lam y Fredlund, 1993; Huang y Tsai, 2000; Chen et al., 2000). Los FS obtenidos con su procedimiento son aproximadamente 2% (1% a 2.3%) mayores que los obtenidos con las extensiones tridimensionales del método de Morgenstern-Price y Spencer presentados por Lam y Fredlund (1993) y Hung (2001).



## **ANEXO C - MODELOS DE AJUSTE DE LA CURVA CARACTERÍSTICA Y MODELOS DE ESTIMACIÓN DE LA FUNCIÓN DE CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA**

La información que se presenta a continuación de los modelos de ajuste de la curva característica y los modelos de estimación de la función de conductividad hidráulica, fue tomada de Mendoza (2015).

## **C.1 MODELOS DE AJUSTE DE LA CURVA CARACTERÍSTICA**

A continuación se presenta un resumen de las ecuaciones empíricas más conocidas y empleadas para el ajuste de la curva característica de un suelo y realizado por Mendoza (2015) y tomado de Fredlund et al. (2012).

### **C.1.1 Fredlund y Xing (1944)**

$$\theta(\psi) = \theta_s \left[ 1 - \frac{\ln\left(1 + \frac{\psi}{\psi_r}\right)}{\ln\left[1 + 10^6 \frac{\psi}{\psi_r}\right]} \right] \left[ \frac{1}{\left\{ \ln \left[ e + \left( \frac{\psi}{a_f} \right)^{n_f} \right] \right\}^{m_f}} \right]$$

donde:

$\theta(\psi)$	Contenido de agua volumétrico para una succión (Función de almacenamiento o curva característica)	$a_f$	Parámetro de ajuste correspondiente al valor de entrada de aire
$\theta_s$	Contenido de agua volumétrico saturado	$n_f$	Parámetro de ajuste que depende de la velocidad de desaturación
$\psi$	Succión del suelo	$m_f$	Parámetro de ajuste que está en función del contenido de agua residual
$\psi_r$	Succión residual		
$e$	Constante irracional (2.71828)		

### **C.1.2 Gardner (1956)**

$$\theta(\psi) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left( \frac{1}{1 + a_g \psi^{n_g}} \right)$$

donde:

$\theta(\psi)$	Contenido de agua volumétrico para una succión (Función de almacenamiento o curva característica)	$a_g$	Parámetro de ajuste correspondiente al valor de entrada de aire
$\theta_s$	Contenido de agua volumétrico saturado	$n_g$	Parámetro de ajuste que depende de la velocidad de desaturación
$\theta_r$	Contenido de agua volumétrico residual	$\psi$	Succión del suelo



### C.1.3 Brooks y Corey (1964)

Para  $\psi \leq \psi_{aev}$

$$\theta(\psi) = \theta_s$$

Para  $\psi > \psi_{aev}$

$$\theta(\psi) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left( \frac{\psi}{\psi_{aev}} \right)^{-\lambda_{bc}}$$

donde:

$\theta(\psi)$	Contenido de agua volumétrico para una succión (Función de almacenamiento o curva característica)	$\psi_{aev}$	Succión correspondiente al valor de entrada de aire
$\theta_s$	Contenido de agua volumétrico saturado	$\lambda_{bc}$	Índice de distribución de los tamaños de poro del suelo
$\theta_r$	Contenido de agua volumétrico residual	$\psi$	Succión del suelo

### C.1.4 Van Genuchten y Mualem (1976)

$$\theta(\psi) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left\{ \frac{1}{\left[ 1 + (a_{vm}\psi)^{n_{vm}} \right]^{1-1/n_{vm}}} \right\}$$

donde:

$\theta(\psi)$	Contenido de agua volumétrico para una succión (Función de almacenamiento o curva característica)	$a_{vm}$	Parámetro de ajuste correspondiente al valor de entrada de aire
$\theta_s$	Contenido de agua volumétrico saturado	$n_{vm}$	Parámetro de ajuste que depende de la velocidad de desaturación
$\theta_r$	Contenido de agua volumétrico residual	$\psi$	Succión del suelo

### C.1.5 Van Genuchten (1980)

$$\theta(\psi) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left\{ \frac{1}{\left[ 1 + (a_{vg}\psi)^{n_{vg}} \right]^{m_{vg}}} \right\} \quad \therefore \quad m_{vg} \left\{ \begin{matrix} 1 - 1/n \\ 1 - 1/2n \end{matrix} \right.$$

donde:

$\theta(\psi)$	Contenido de agua volumétrico para una succión (Función de almacenamiento o curva característica)	$a_{vg}$	Parámetro de ajuste correspondiente al valor de entrada de aire
$\theta_s$	Contenido de agua volumétrico saturado	$n_{vg}$	Parámetro de ajuste que depende de la velocidad de desaturación
$\theta_r$	Contenido de agua volumétrico residual	$m_{vg}$	Parámetro de ajuste
$\psi$	Succión del suelo		

### C.1.6 Gitirana y Fredlund (2004)

$$S = \frac{\tan \theta_g (1+r^2) \ln(\psi/\psi_{aev})}{(1-r^2 \tan^2 \theta_g)} - \frac{1+\tan^2 \theta_g}{1-r^2 \tan^2 \theta_g} \sqrt{r^2 \ln^2 \left( \frac{\psi}{\psi_{aev}} \right) + \frac{a^2 (1-r^2 \tan^2 \theta_g)}{1+\tan^2 \theta_g}}$$

$$\theta_g = -\lambda/2 \quad r = \tan(\lambda/2) \quad \lambda = \arctan \left[ \frac{1}{\ln(10^6/\psi_{aev})} \right]$$

El determinar la primera derivada del grado de saturación con respecto a la succión lleva a la función de almacenamiento para análisis de flujo transitorios.

donde:

$S$	Grado de saturación	$\psi_{aev}$	Succión correspondiente al valor de entrada de aire
$\theta_g$	Ángulo de rotación de la hipérbola	$\psi$	Succión del suelo
$r$	Tangente del ángulo de abertura		
$\lambda$	Pendiente de la línea de desaturación		

### C.1.7 Fredlund (2004) Ecuación unimodal con dos puntos de inflexión

$$S = \frac{S_1 - S_2}{1 + (\psi/\sqrt{\psi_{aev}\psi_{res}})^d} + S_2$$

$$S_i = \frac{\tan \theta_{gi} (1+r_i^2) \ln(\psi/\psi_i^a)}{1-r_i^2 \tan^2 \theta_{gi}} + (-1)^i \frac{1+\tan^2 \theta_{gi}}{1-r_i^2 \tan^2 \theta_{gi}} \sqrt{r_i^2 \ln^2 \left( \frac{\psi}{\psi_i^a} \right) + \frac{a^2 (1-r_i^2 \tan^2 \theta_{gi})}{1+\tan^2 \theta_{gi}}} + S_i^a$$

$$i = 1, 2.$$

$$\theta_{gi} = \frac{-(\lambda_{i-1} + \lambda_i)}{2} \quad \lambda_i = \arctan \left\{ \frac{(S_i^a - S_{i+1}^a)}{\ln[\psi_{i+1}^a/\psi_i^a]} \right\}$$

$$r_i = \tan \left[ \frac{\lambda_{i-1} - \lambda_i}{2} \right] \quad S_1^a = 1, S_2^a = S_r, S_3^a = 0$$

$$\lambda_0 = 0 \quad \psi_1^a = \psi_{aev}, \psi_2^a = \psi_{res}, \psi_3^a = 10^6$$

$$d = 2 \exp \left[ \frac{1}{\ln(\psi_{res}/\psi_{aev})} \right]$$

El determinar la primera derivada del grado de saturación con respecto a la succión lleva a la función de almacenamiento para análisis de flujo transitorios.

donde:

$S$	Grado de saturación	$\psi_{aev}$	Succión correspondiente al valor de entrada de aire
$S_r$	Grado de saturación en condición residual	$\psi$	Succión del suelo
$\theta_{gi}$	Ángulo de rotación de la hipérbola	$\psi_{res}$	Succión residual
$r_i$	Tangente del ángulo de abertura	$d$	Factor de peso para S1 y S2 que proporciona una curva continua
$\lambda_i$	Pendiente de la línea de desaturación		

### C.1.8 Fredlund (2004) Ecuación bimodal

$$S = \frac{S_1 - S_2}{1 + \left( \psi / \sqrt{\psi_{aev} \psi_{res1}} \right)^{d_1}} + \frac{S_2 - S_3}{1 + \left( \psi / \sqrt{\psi_{res1} \psi_{aev2}} \right)^{d_2}} + \frac{S_3 - S_4}{1 + \left( \psi / \sqrt{\psi_{aev2} \psi_{res2}} \right)^{d_3}} + S_4$$

$$S_i = \frac{\tan \theta_{gi} (1 + r_i^2) \ln(\psi / \psi_i^a)}{1 - r_i^2 \tan^2 \theta_{gi}} + (-1)^i \frac{1 + \tan^2 \theta_{gi}}{1 - r_i^2 \tan^2 \theta_{gi}} \sqrt{r_i^2 \ln \left( \frac{\psi}{\psi_i^a} \right) + \frac{a^2 (1 - r_i^2 \tan^2 \theta_{gi})}{1 + \tan^2 \theta_{gi}}} + S_i^a$$

$$i = 1, 2, 3, 4.$$

$$\theta_{gi} = \frac{-(\lambda_{i-1} + \lambda_i)}{2} \quad \lambda_i = \arctan \left\{ \frac{(S_i^a - S_{i+1}^a)}{\ln \left[ \psi_{i+1}^a / \psi_i^a \right]} \right\} \quad d_j = 2 \exp \left[ \frac{1}{\ln(\psi_{j+1}^a / \psi_j^a)} \right]$$

$$r_i = \tan \left[ \frac{\lambda_{i-1} - \lambda_i}{2} \right] \quad S_1^a = 1, S_2^a = S_{r1}, S_3^a = S_{aev}, S_4^a = S_{r2}, S_5^a = 0$$

$$\lambda_0 = 0 \quad j = 1, 2, 3.$$

$$\psi_1^a = \psi_{aev1}, \psi_2^a = \psi_{res1}, \psi_3^a = \psi_{aev2}, \psi_4^a = \psi_{res2}, \psi_5^a = 10^6$$

El determinar la primera derivada del grado de saturación con respecto a la succión lleva a la función de almacenamiento para análisis de flujo transitorios.

donde:

$S$	Grado de saturación	$\psi_{aev}$	Succión correspondiente al valor de entrada de aire
$S_r$	Grado de saturación en condición residual	$\psi$	Succión del suelo
$\theta_{gi}$	Ángulo de rotación de la hipérbola	$\psi_{res}$	Succión residual
$r_i$	Tangente del ángulo de apertura	$d$	Factores de peso
$\lambda_i$	Pendiente de la línea de desaturación		

## C.2 MODELOS DE ESTIMACIÓN DE LA FUNCIÓN DE CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA

### C.2.1 Gardner (1956)

$$k(\psi) = \frac{k_s}{1 + a \left( \frac{\psi}{\rho_w g} \right)^n}$$

donde:

$k(\psi)$	Función de conductividad hidráulica	$\rho_w$	Densidad del agua
$k_s$	Conductividad hidráulica saturada	$g$	Aceleración de la gravedad
$a$	Parámetro relacionado al inverso del valor de entrada de aire	$n$	Parámetro relacionado a la velocidad de desaturación del suelo
$\psi$	Succión del suelo		

### C.2.2 Brooks y Corey (1964)

$$k(\psi) = \begin{cases} k_s & \psi \leq \psi_b \\ k_s \left( \frac{\psi_b}{\psi} \right)^{2+3\lambda} & \psi > \psi_b \end{cases}$$

donde:

$k(\psi)$	Función de conductividad hidráulica	$\psi_b$	Succión correspondiente al valor de entrada de aire
$k_s$	Conductividad hidráulica saturada	$\psi$	Succión total
$\lambda$	Índice de distribución de los tamaños de poro del suelo		

### C.2.3 Campbell modificado (1973)

$$k(\psi) = (k_s - k_{\min}) \left\{ 1 - \frac{\ln \left( 1 + \frac{\psi}{\psi_r} \right)}{n \left( 1 + 10^6 \frac{\psi}{\psi_r} \right)} \left[ \frac{1}{\left\{ \ln \left[ e + \left( \frac{\psi}{a_f} \right)^{n_f} \right] \right\}^{m_f}} \right]^p \right\} + k_{\min}$$

donde:

$k(\psi)$	Función de conductividad hidráulica	$\psi$	Succión del suelo
$k_s$	Conductividad hidráulica saturada	$a_f$	Parámetro de ajuste correspondiente al valor de entrada de aire
$k_{\min}$	Conductividad hidráulica mínima	$n_f$	Parámetro de ajuste que depende de la velocidad de desaturación
$p$	Parámetro de Campbell	$m_f$	Parámetro de ajuste que está en función del contenido de agua residual
$\psi_r$	Succión residual		

### C.2.4 Van Genuchten (1980)

$$k(\psi) = k_s \frac{\left\{ 1 - (a_{vm}\psi)^{n_{vm}m_{vm}} \left[ 1 + (a_{vm}\psi)^{n_{vm}} \right]^{-m_{vm}} \right\}^2}{\left[ 1 + (a_{vm}\psi)^{n_{vm}} \right]^{m_{vm}/2}} \quad \therefore \quad m_{vm} = 1 - 1/n_{vm}$$

donde:

$k(\psi)$	Función de conductividad hidráulica	$m_{vm}$	Parámetro de ajuste
$a_{vm}$	Parámetro de ajuste correspondiente al valor de entrada de aire	$n_{vg}$	Parámetro de ajuste que es función de la distribución de los tamaños de poro del
$\psi$	Succión del suelo		

### C.2.5 Fredlund y Xing (1994)

$$k(\psi) = k_s \frac{\int_{\ln \psi}^b \frac{\theta(e^y) - \theta(\psi)}{e^y} \theta'(e^y) dy}{\int_{\ln(\psi_{aev})}^b \frac{\theta(e^y) - \theta_s}{e^y} \theta'(e^y) dy}$$

donde:

$k_r(\psi)$	Función de conductividad hidráulica	$e^y$	Número natural elevado a una variable ficticia
$b$	Límite de integración superior ( $\ln 10^6$ )	$\theta$	Contenido de agua volumétrico
$\psi$	Succión del suelo	$\theta'$	Derivada de la ecuación de la curva característica del suelo
$y$	Variable ficticia que representa el logaritmo de la succión	$\theta_s$	Contenido de agua volumétrico saturado
$\psi_{aev}$	Succión correspondiente al valor de entrada de aire		

### **C.2.6 Leong y Rahardjo (1997)**

$$k(\psi) = k_s [\Theta_d(\psi)]^q \quad \therefore \Theta(\psi) = \theta / \theta_s$$

donde:

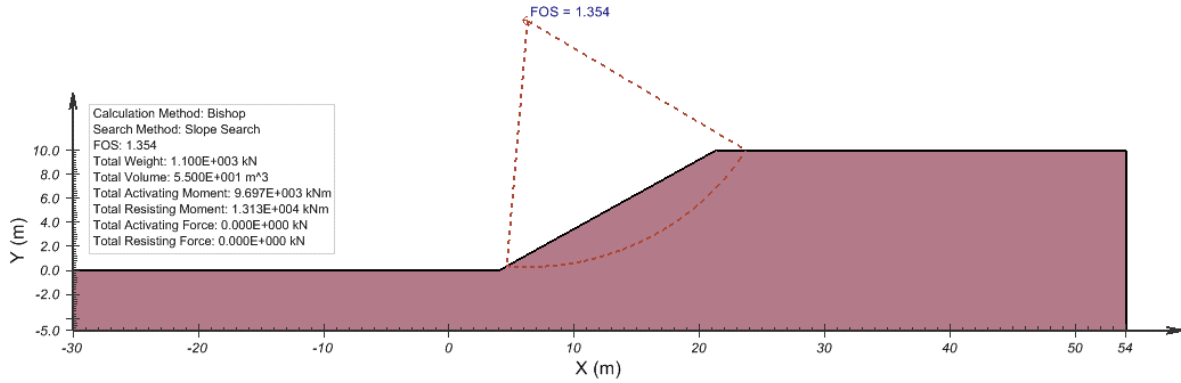
$k_r(\psi)$	Función de conductividad hidráulica	$\Theta(\psi)$	Contenido de agua volumétrico adimensional
$k_s$	Conductividad hidráulica saturada	$\theta$	Contenido de agua volumétrico
$q$	Parámetro de ajuste basado en correlaciones	$\theta_s$	Contenido de agua volumétrico saturado

## **ANEXO D - RESULTADOS DE LOS ANÁLISIS DE ESTABILIDAD**

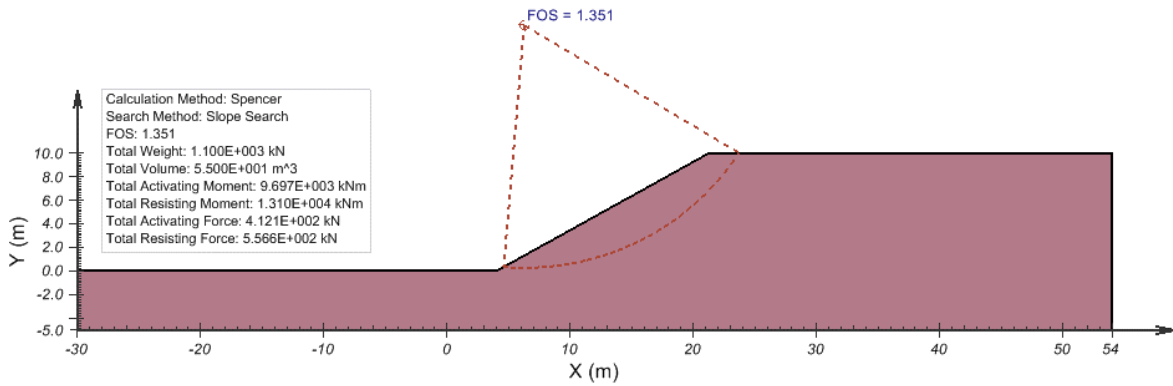
## D.1 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN CONDICIONES SECAS

### D.1.1 MEL

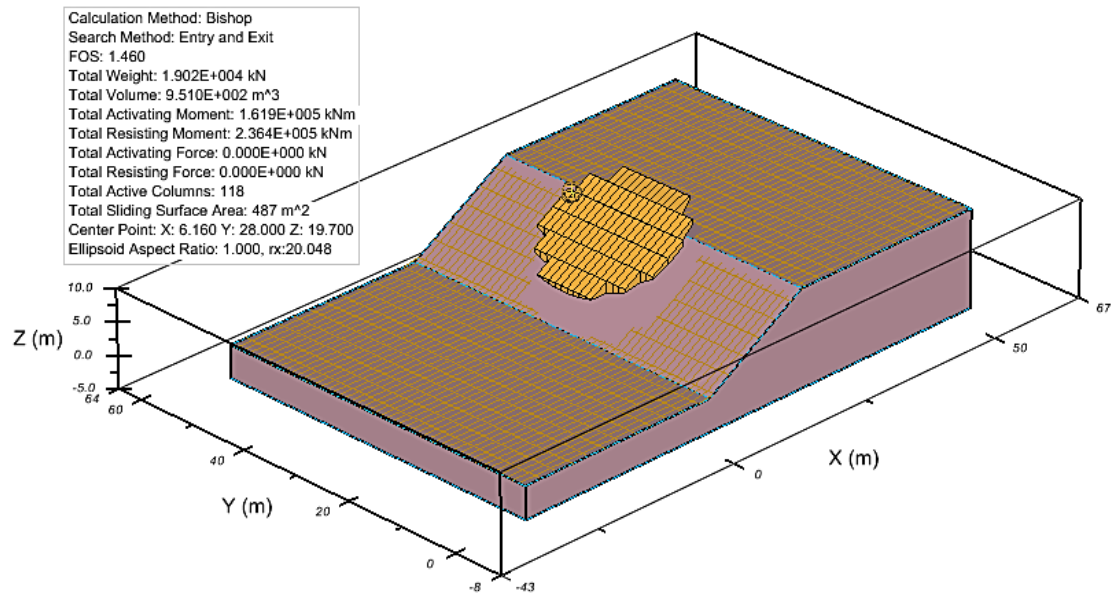
#### Talud 2D - Bishop



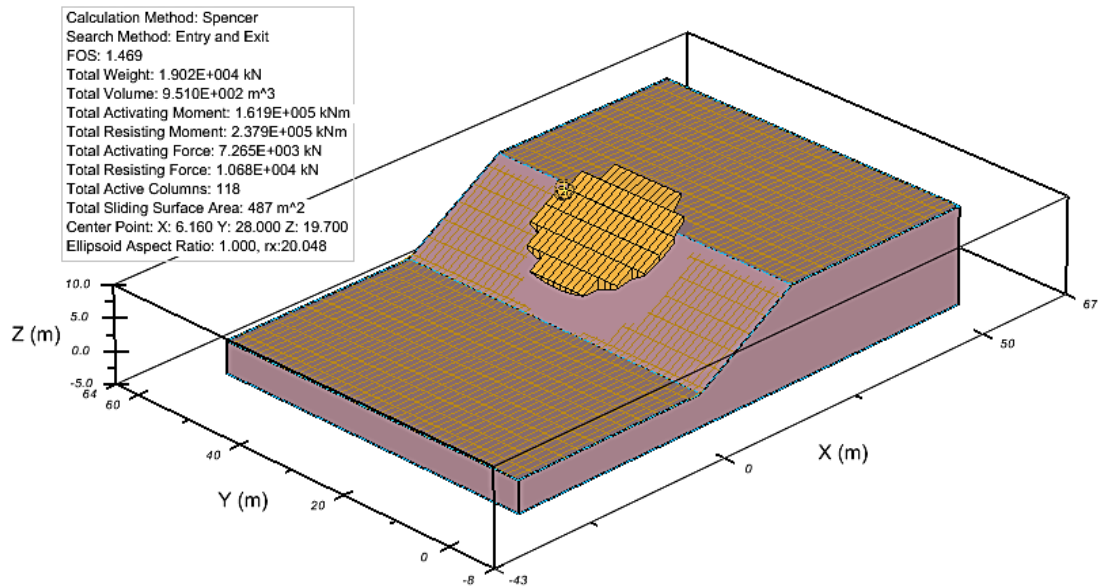
#### Talud 2D - Spencer



### Talud 3D Extruido - Bishop

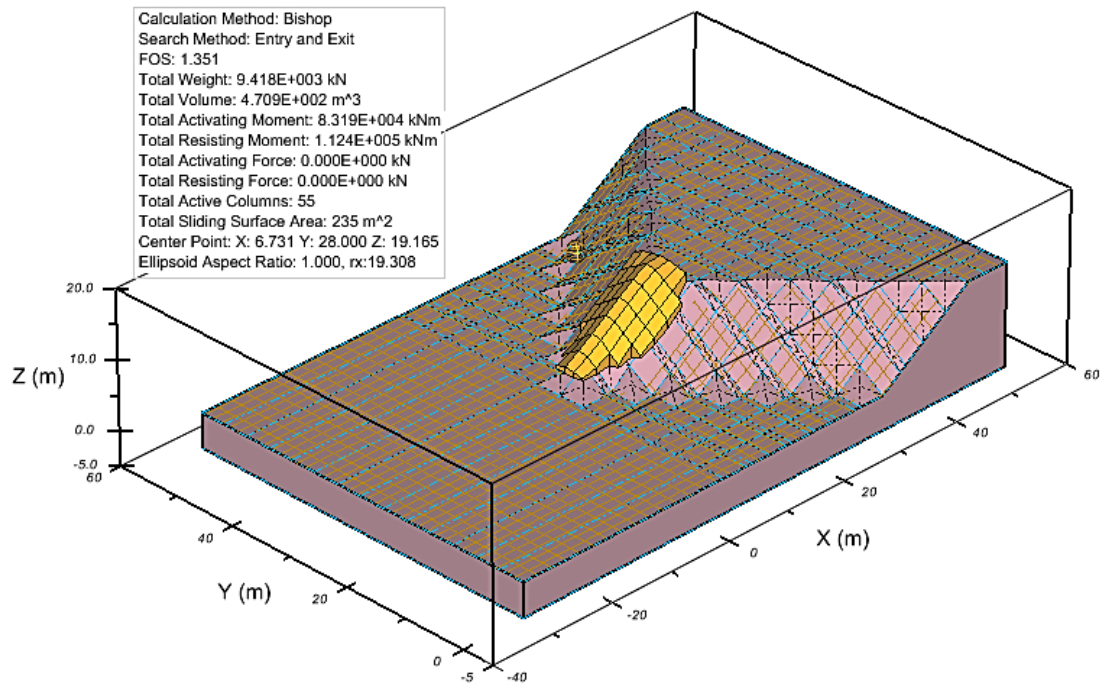


### Talud 3D Extruido - Spencer

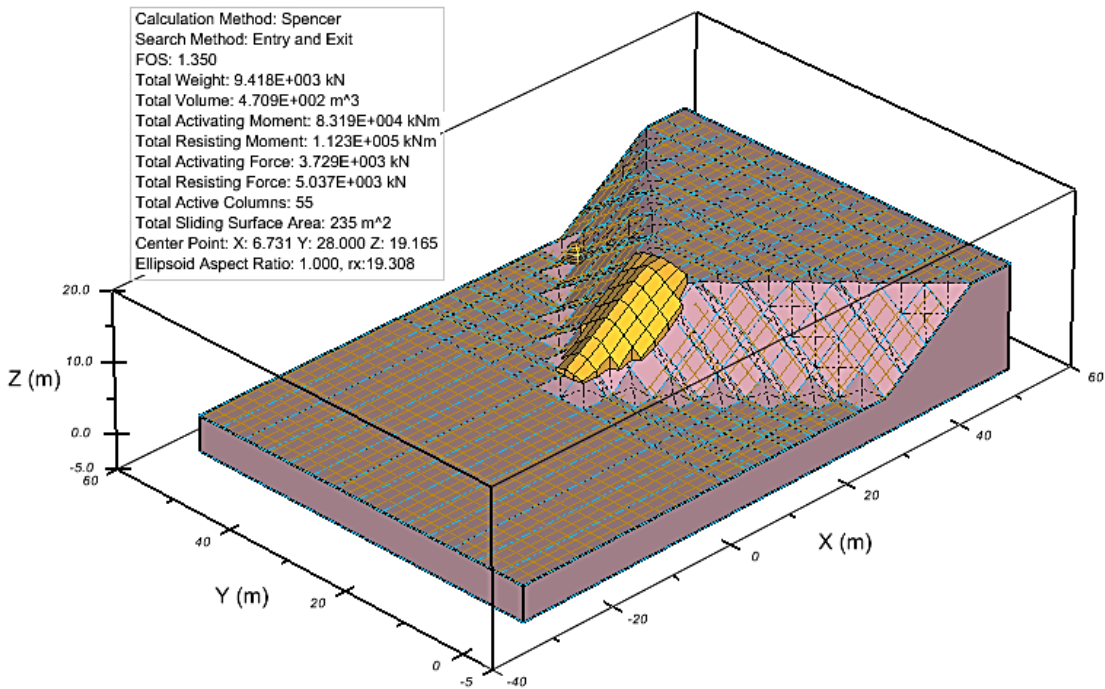




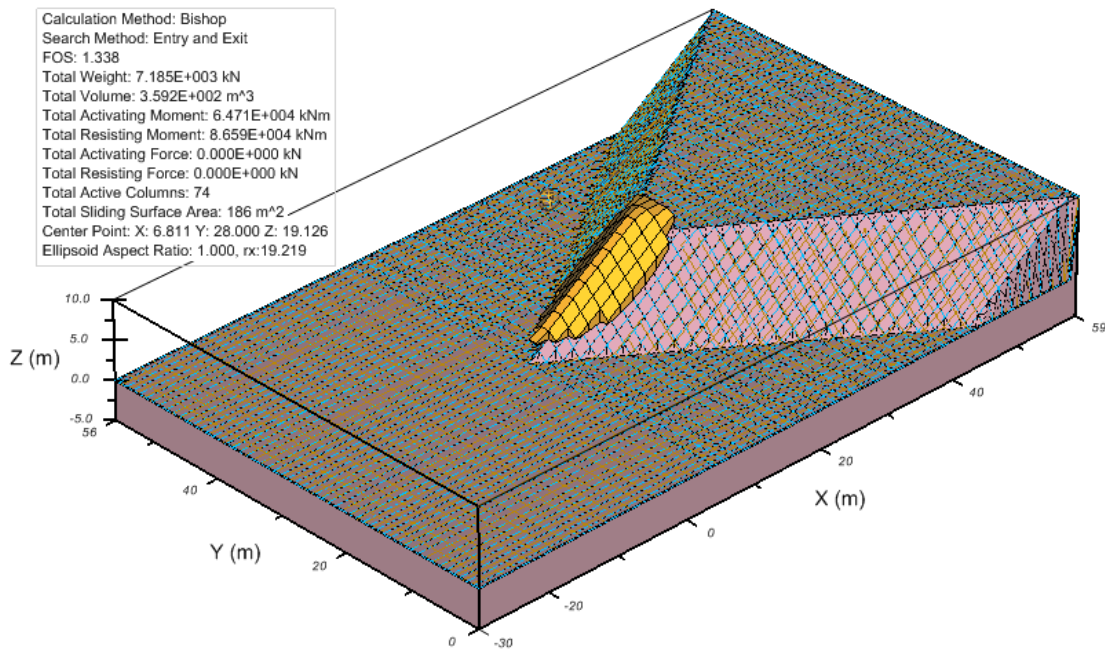
*Talud 3D Convexo 90° - Bishop*



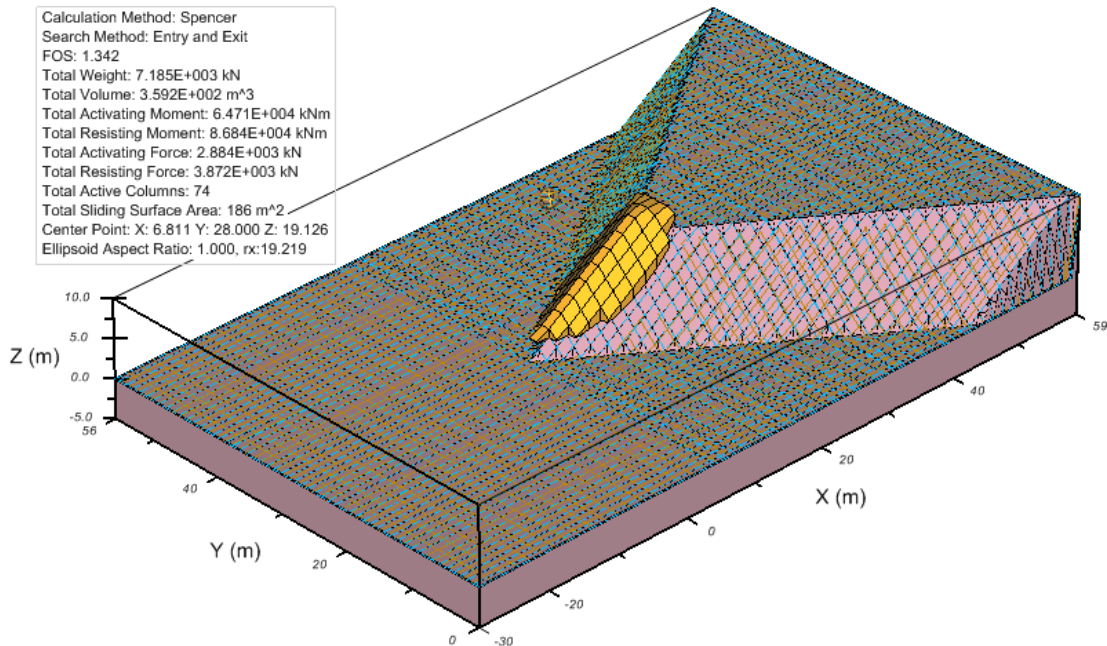
*Talud 3D Convexo 90° - Spencer*



*Talud 3D Convexo 70° - Bishop*

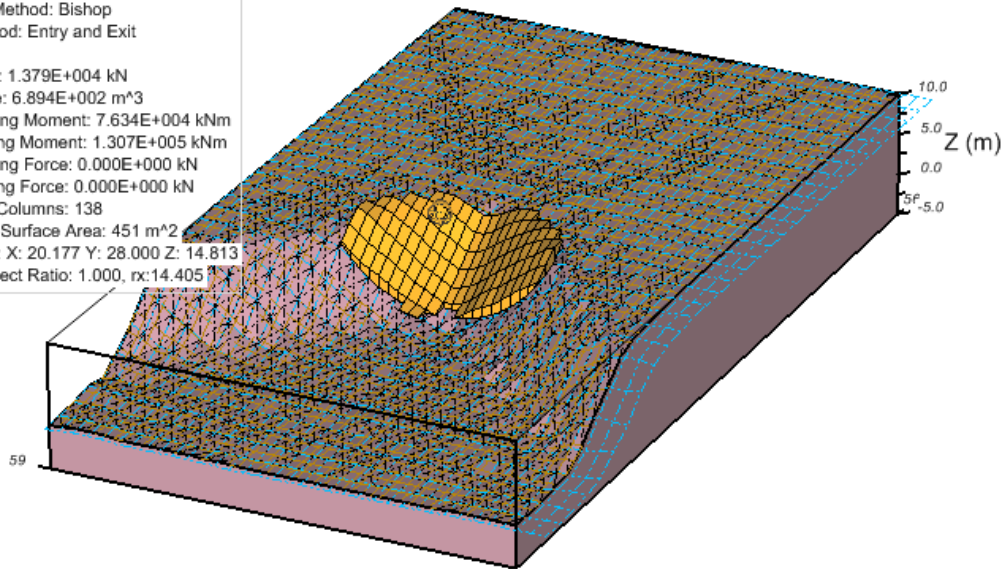


*Talud 3D Convexo 70° - Spencer*



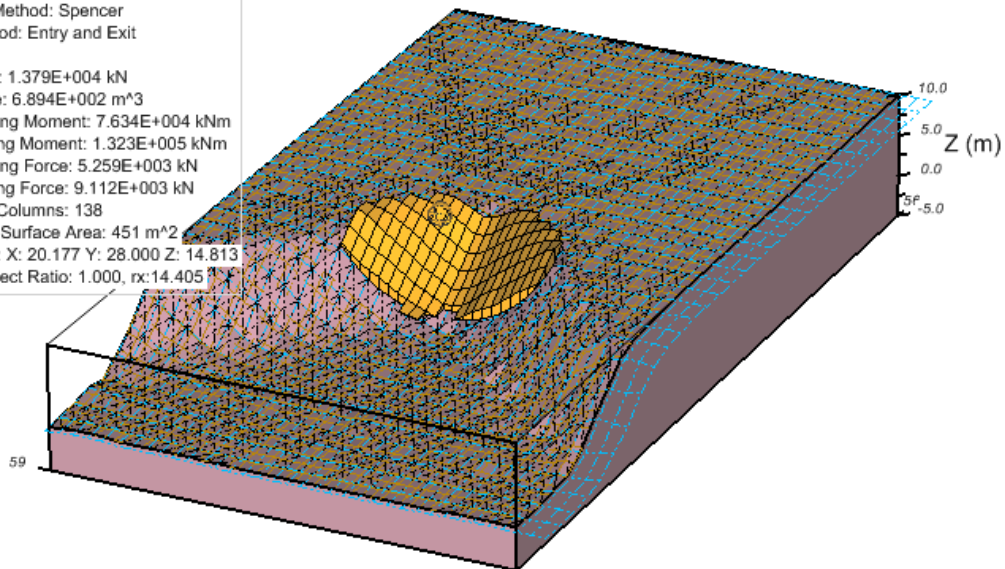
*Talud 3D Cóncavo 90° - Bishop*

Calculation Method: Bishop  
Search Method: Entry and Exit  
FOS: 1.712  
Total Weight: 1.379E+004 kN  
Total Volume: 6.894E+002 m<sup>3</sup>  
Total Activating Moment: 7.634E+004 kNm  
Total Resisting Moment: 1.307E+005 kNm  
Total Activating Force: 0.000E+000 kN  
Total Resisting Force: 0.000E+000 kN  
Total Active Columns: 138  
Total Sliding Surface Area: 451 m<sup>2</sup>  
Center Point: X: 20.177 Y: 28.000 Z: 14.813  
Ellipsoid Aspect Ratio: 1.000, rx:14.405



*Talud 3D Cóncavo 90° - Spencer*

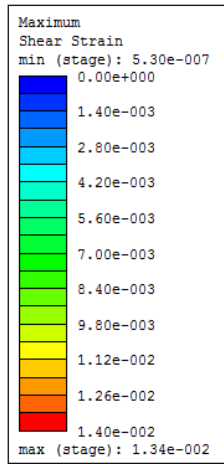
Calculation Method: Spencer  
Search Method: Entry and Exit  
FOS: 1.733  
Total Weight: 1.379E+004 kN  
Total Volume: 6.894E+002 m<sup>3</sup>  
Total Activating Moment: 7.634E+004 kNm  
Total Resisting Moment: 1.323E+005 kNm  
Total Activating Force: 5.259E+003 kN  
Total Resisting Force: 9.112E+003 kN  
Total Active Columns: 138  
Total Sliding Surface Area: 451 m<sup>2</sup>  
Center Point: X: 20.177 Y: 28.000 Z: 14.813  
Ellipsoid Aspect Ratio: 1.000, rx:14.405



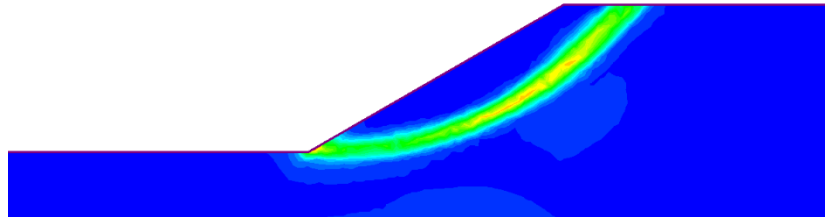


### D.1.2 MEF

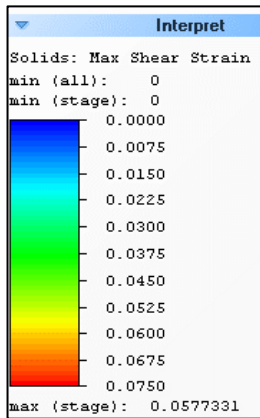
#### Talud 2D



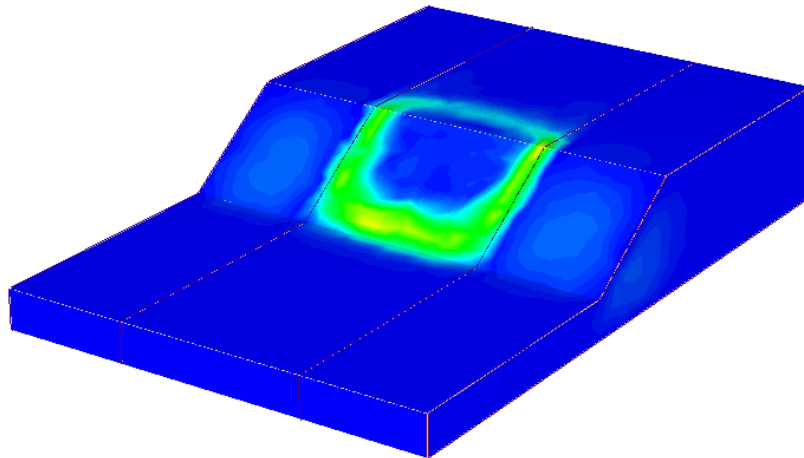
CRITICAL SRF: 1.34



#### Talud 3D Extruido

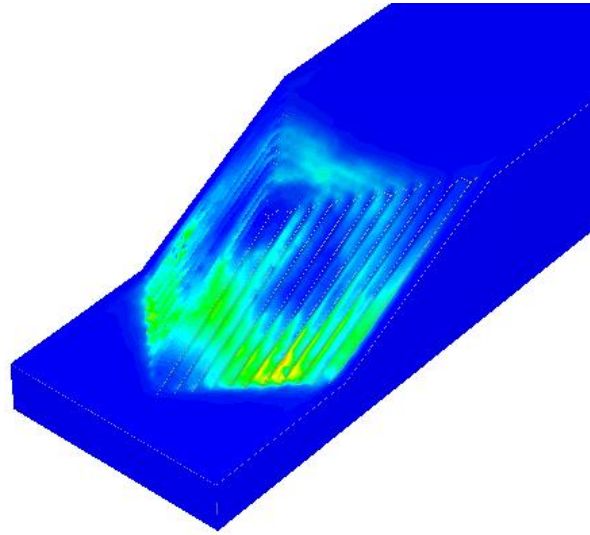
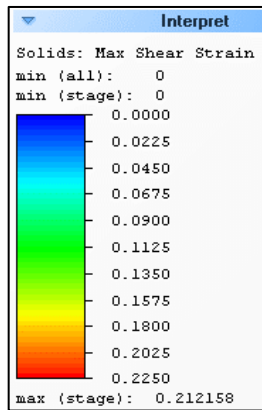


CRITICAL SRF: 1.50



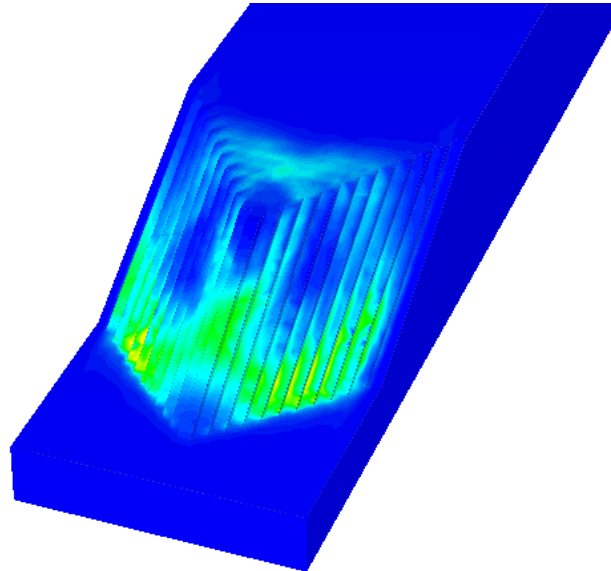
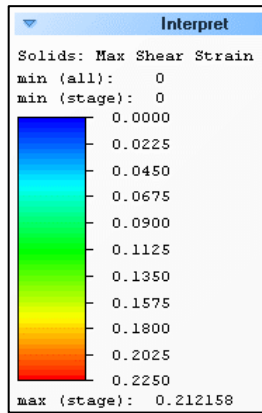
*Talud 3D Convexo 90°*

CRITICAL SRF: 1.30



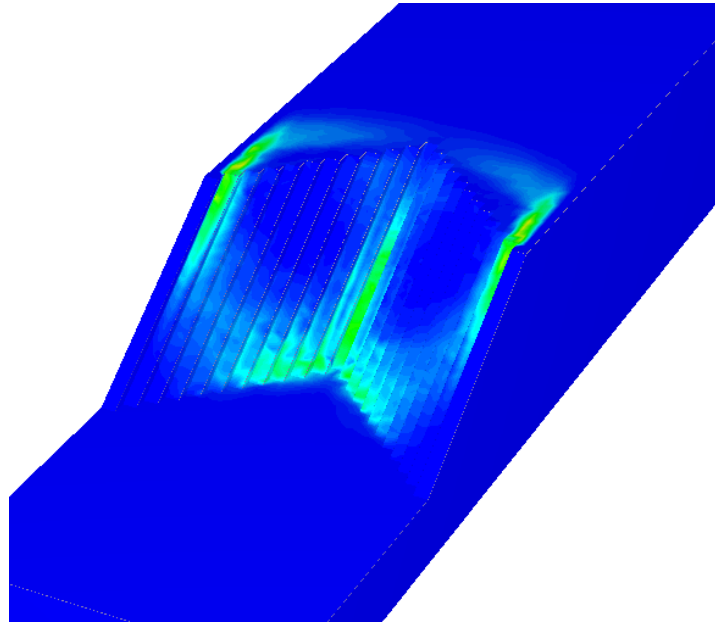
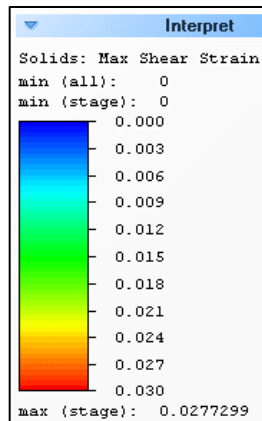
*Talud 3D Convexo 70°*

CRITICAL SRF: 1.27



Talud 3D Cóncavo 90°

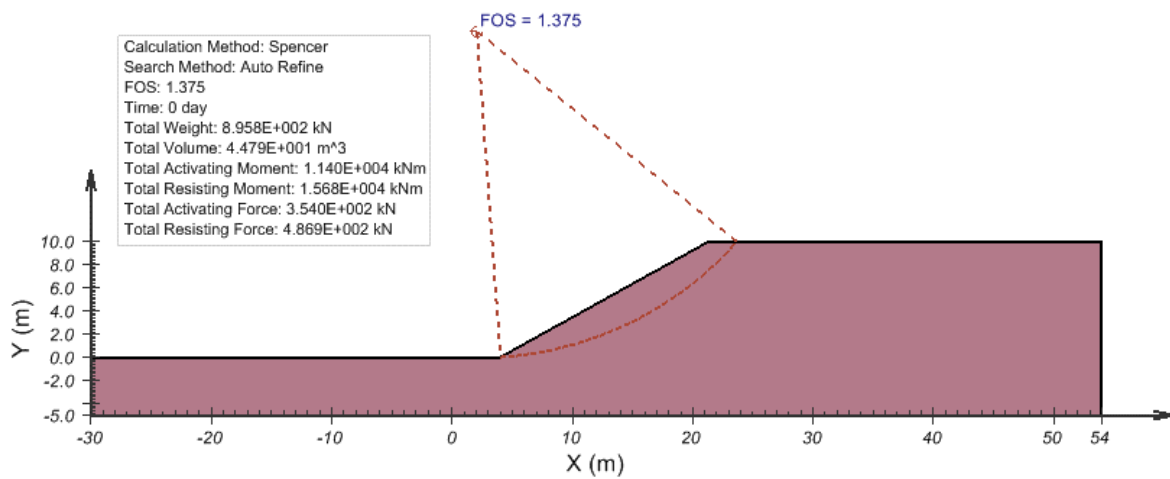
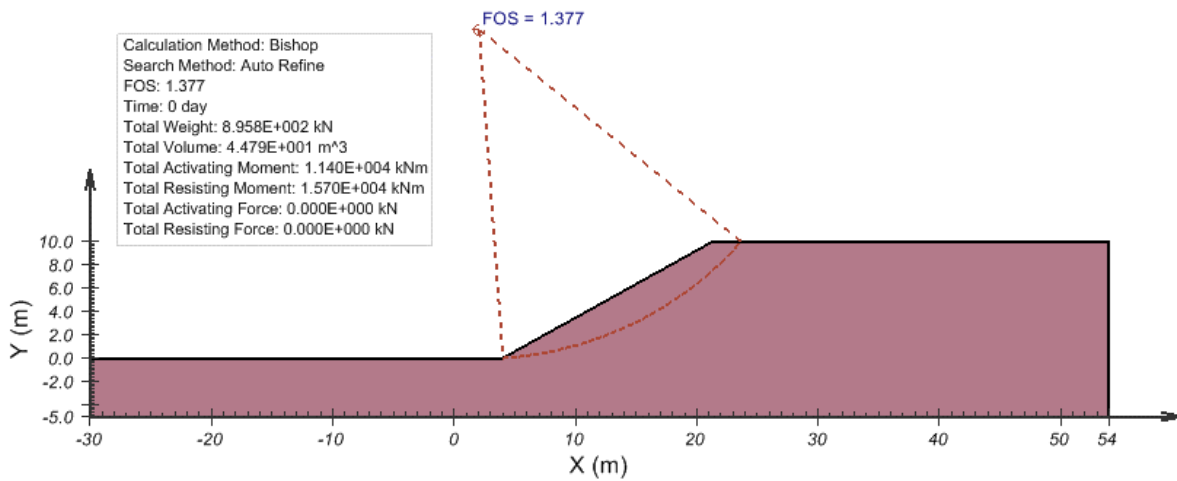
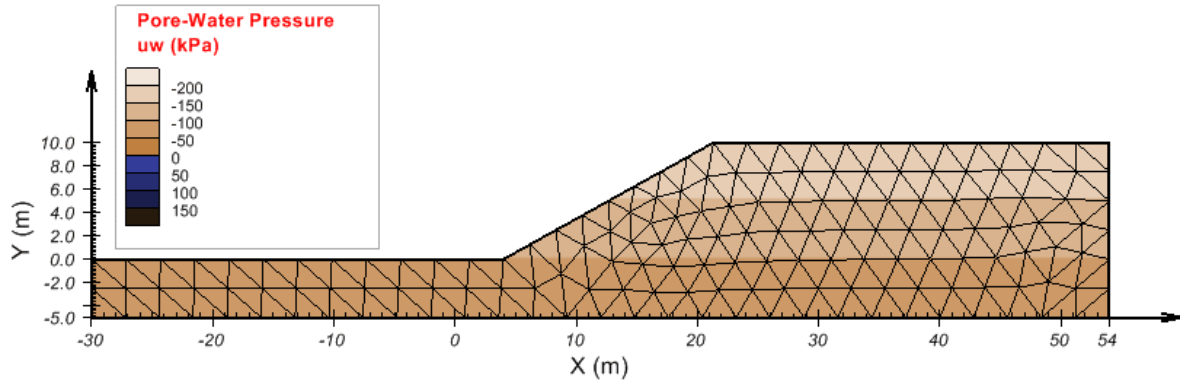
CRITICAL SRF: 1.65



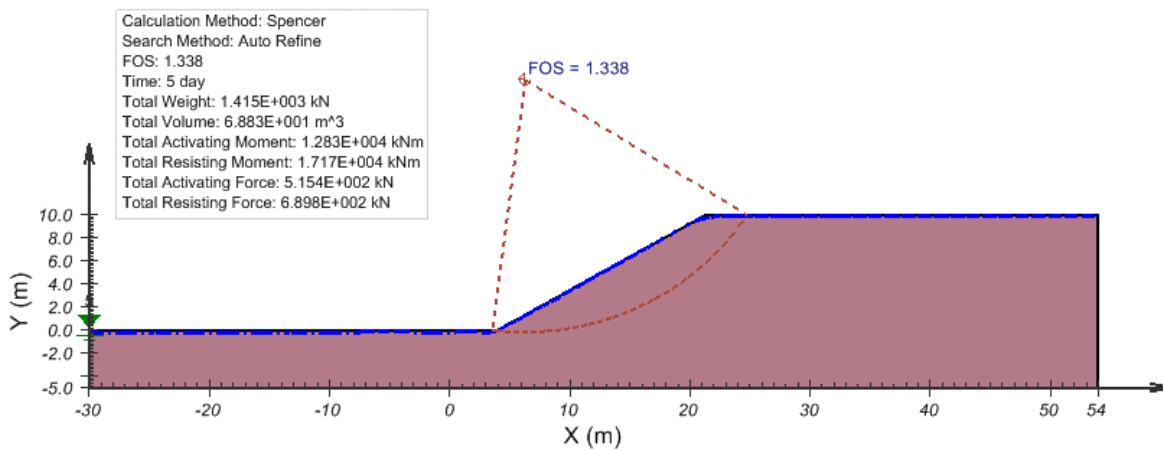
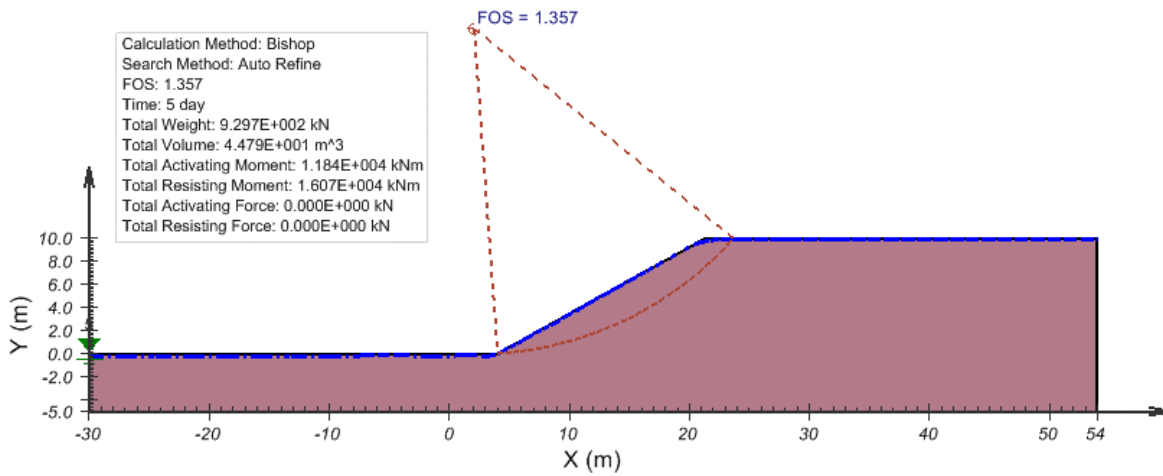
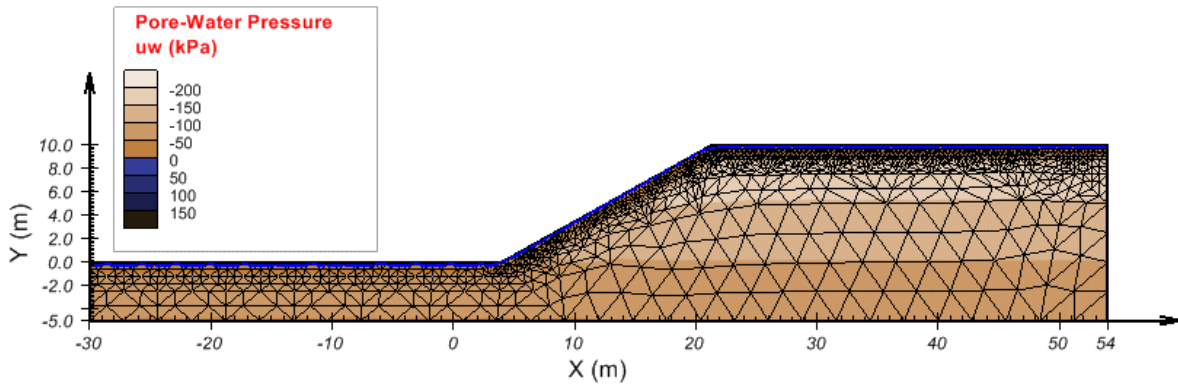
## D.2 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD – INFILTRACIÓN CONSTANTE DE PRECIPITACIONES

### D.2.1 MEL

Talud 2D - 0 Días

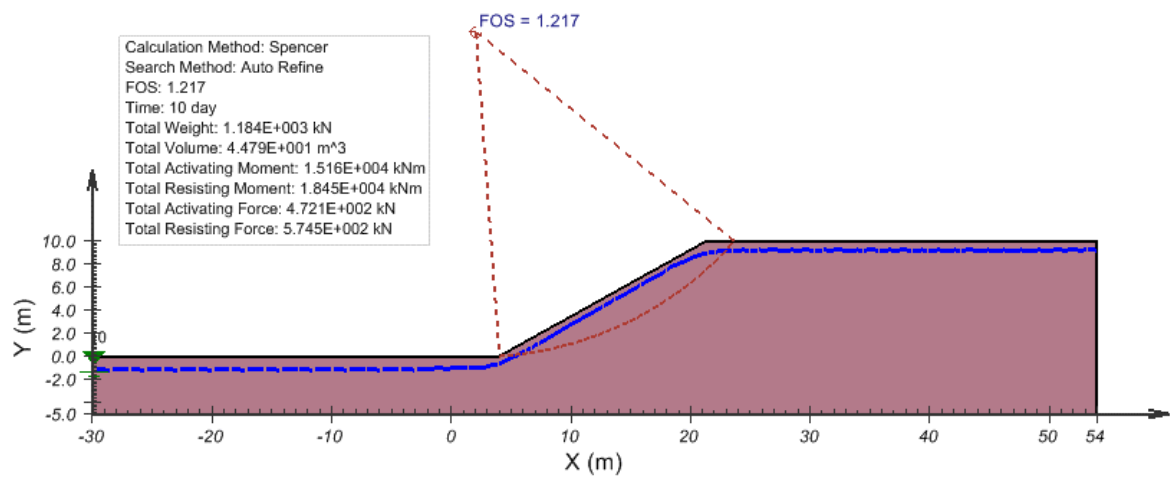
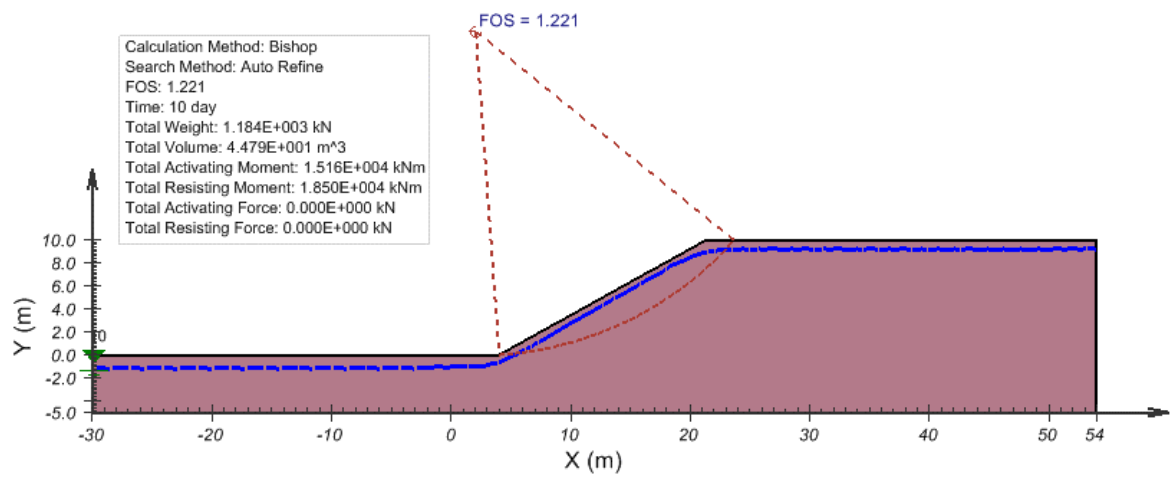
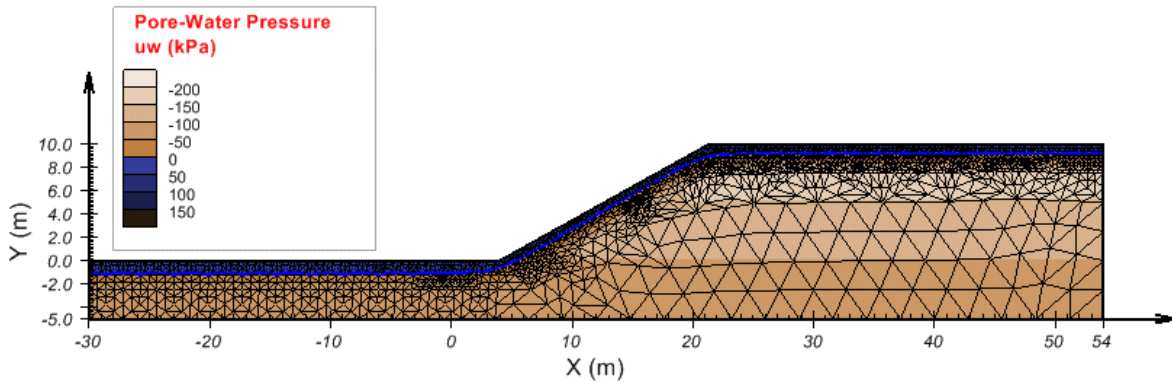


Talud 2D - 5 Días

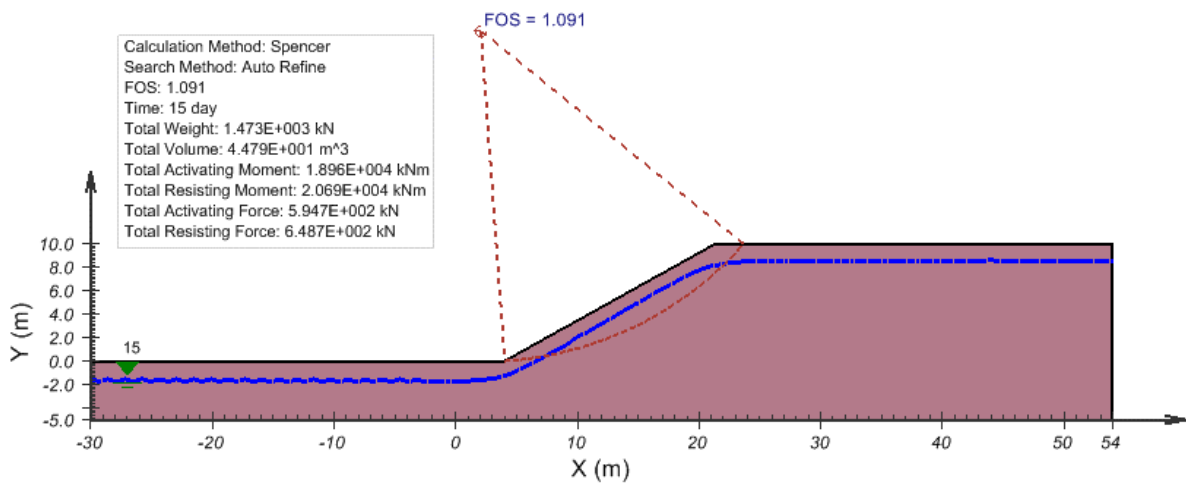
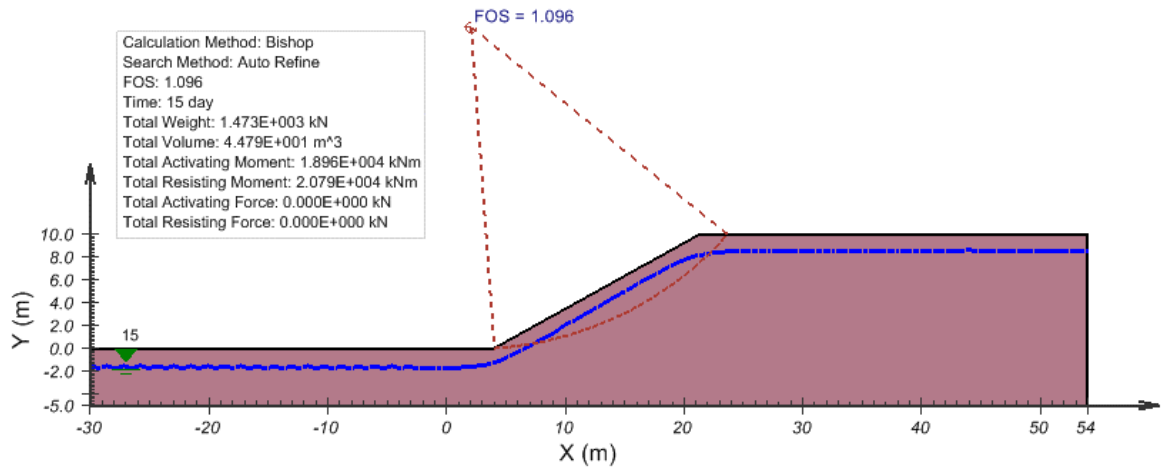
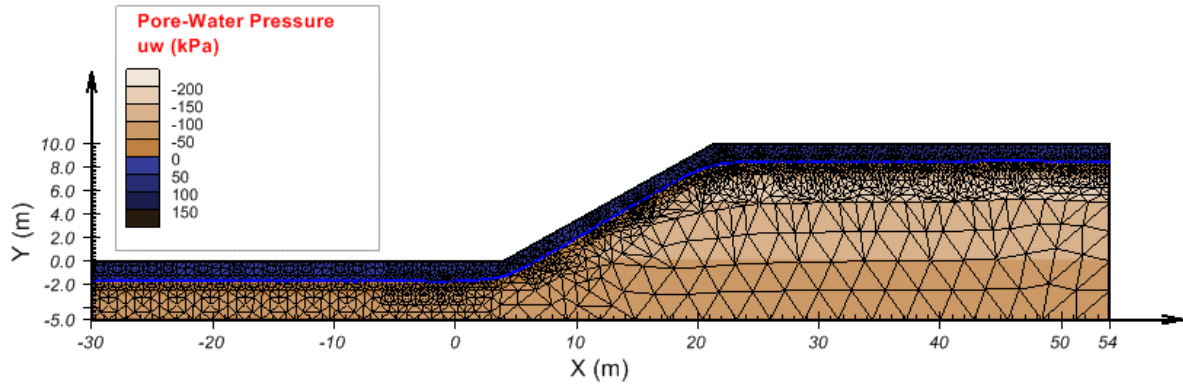




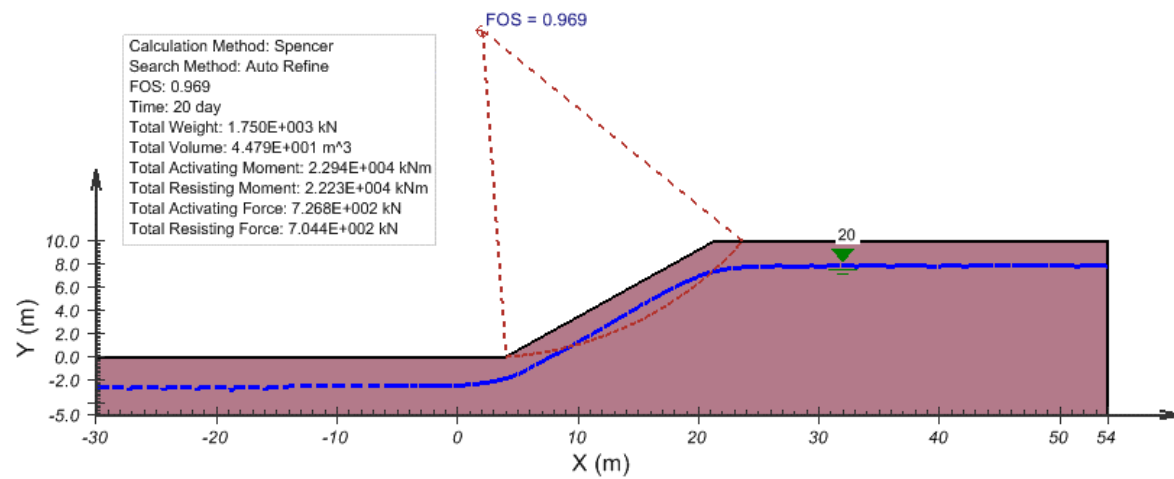
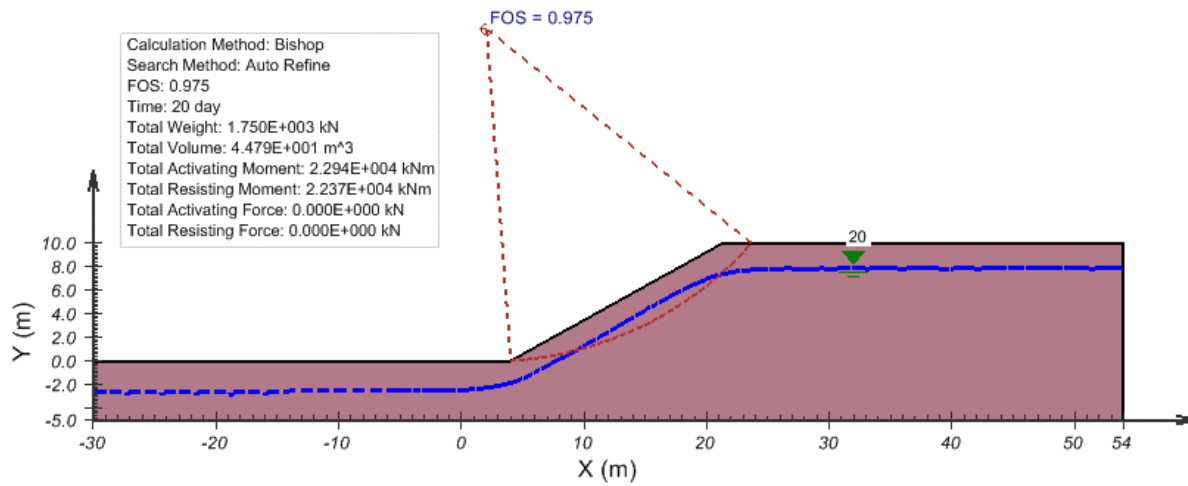
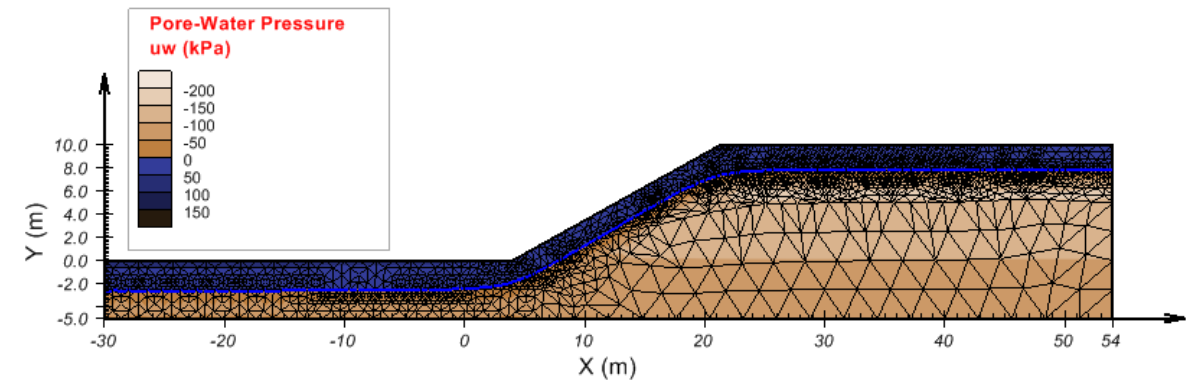
Talud 2D - 10 Días



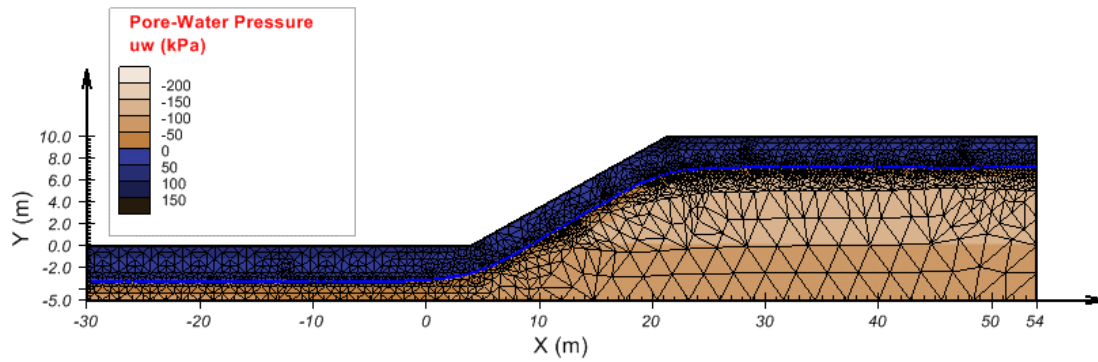
Talud 2D - 15 Días



Talud 2D - 20 Días

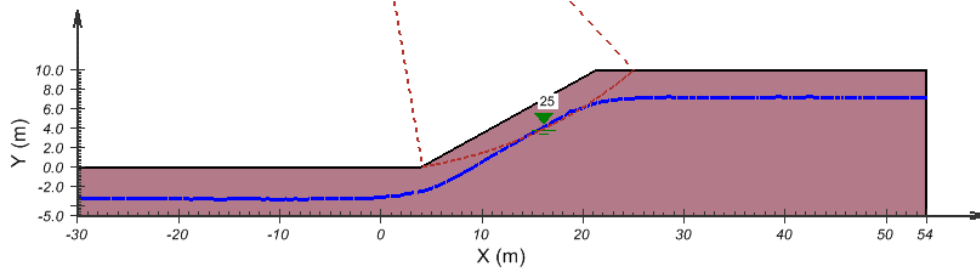


Talud 2D - 25 Días



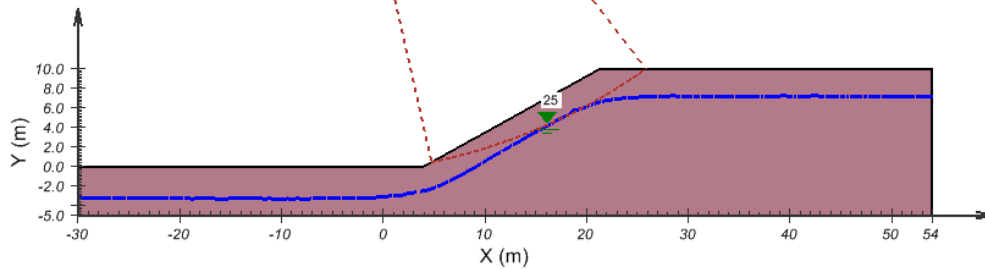
Calculation Method: Bishop  
Search Method: Auto Refine  
FOS: 0.833  
Time: 25 day  
Total Weight: 2.139E+003 kN  
Total Volume: 4.386E+001 m<sup>3</sup>  
Total Activating Moment: 4.161E+004 kNm  
Total Resisting Moment: 3.467E+004 kNm  
Total Activating Force: 0.000E+000 kN  
Total Resisting Force: 0.000E+000 kN

FOS = 0.833

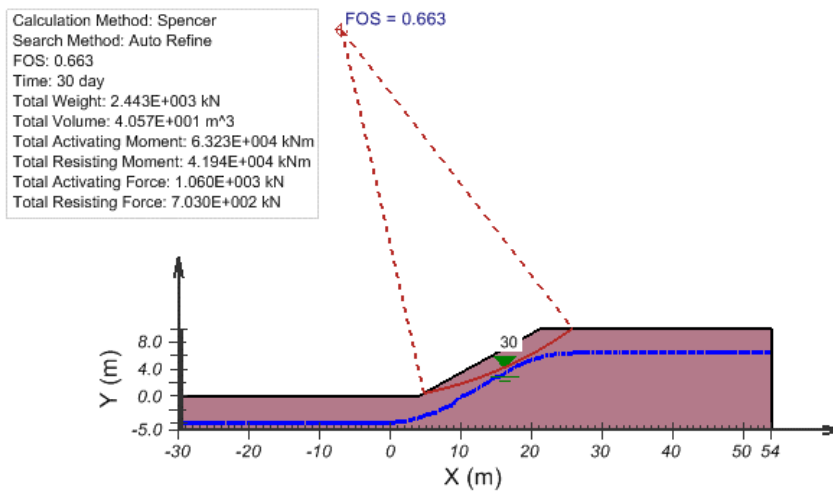
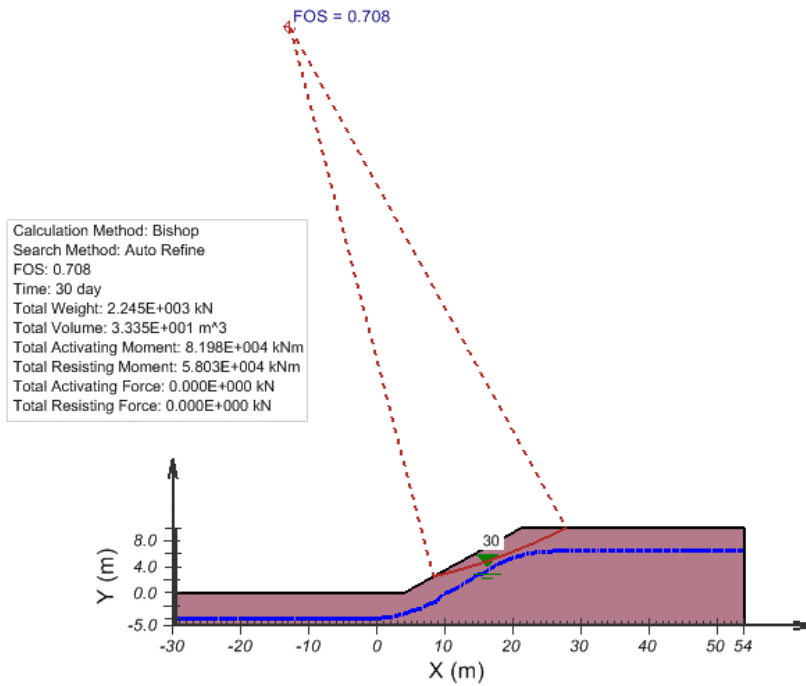
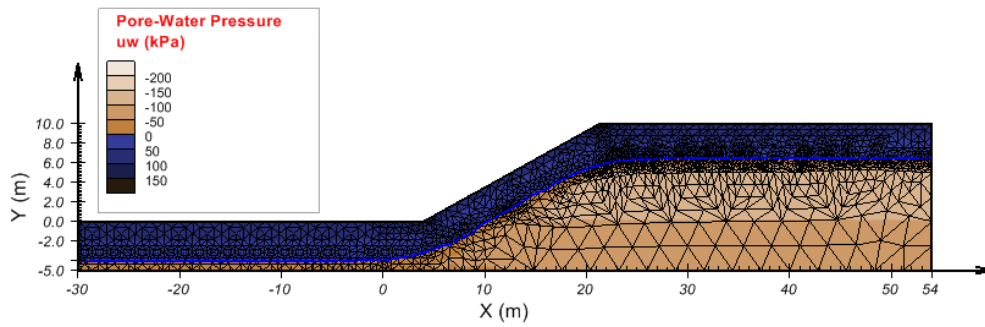


FOS = 0.821

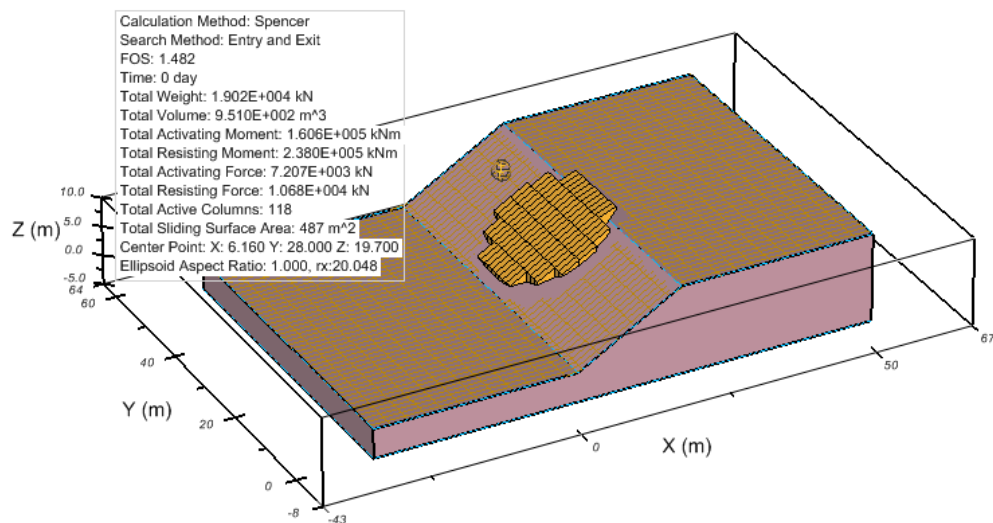
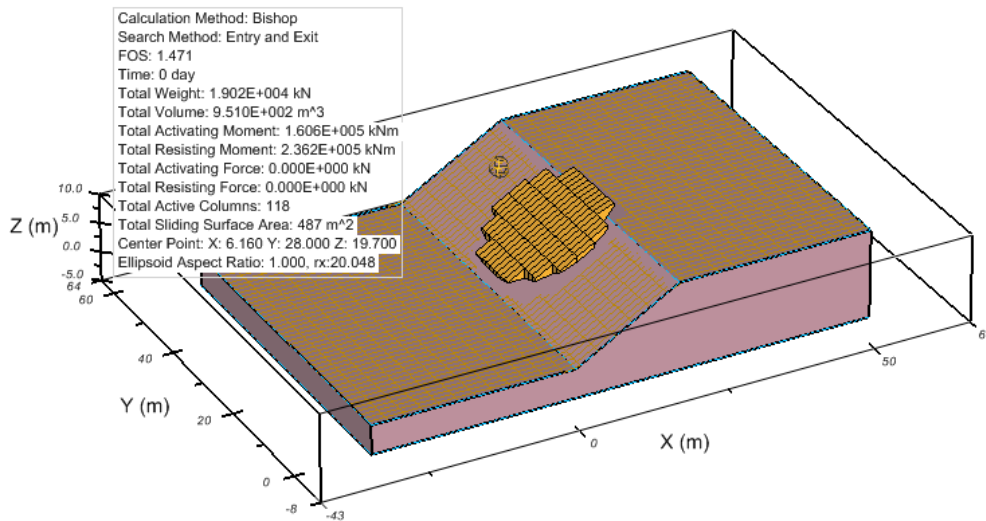
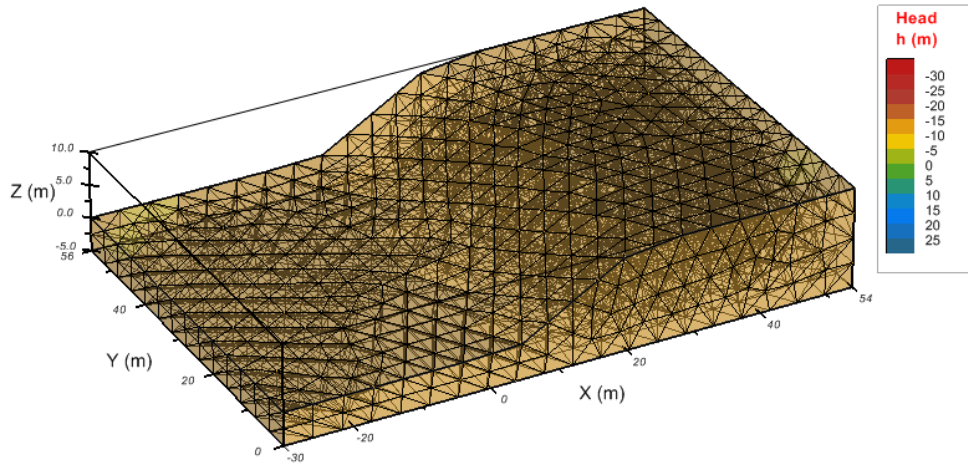
Calculation Method: Spencer  
Search Method: Auto Refine  
FOS: 0.821  
Time: 25 day  
Total Weight: 2.098E+003 kN  
Total Volume: 4.057E+001 m<sup>3</sup>  
Total Activating Moment: 5.291E+004 kNm  
Total Resisting Moment: 4.345E+004 kNm  
Total Activating Force: 8.792E+002 kN  
Total Resisting Force: 7.221E+002 kN



Talud 2D - 30 Días

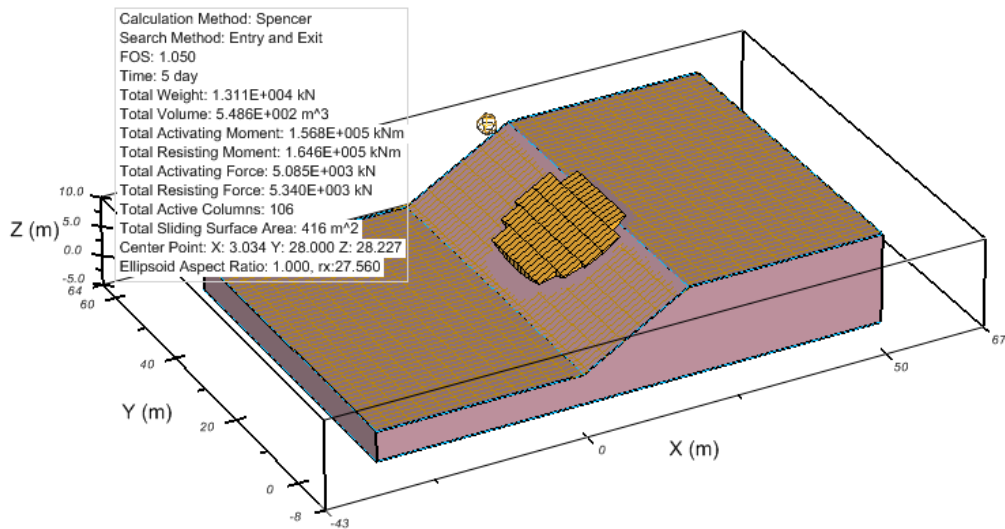
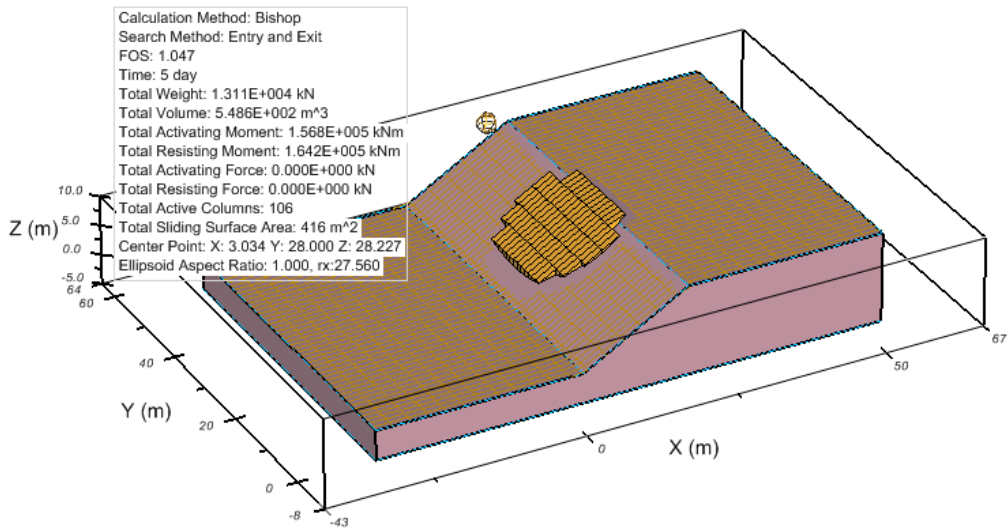
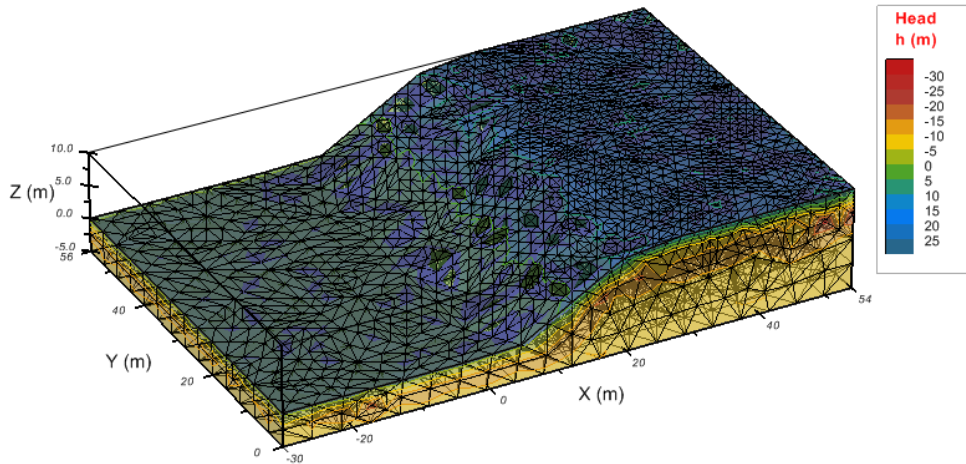


Talud 3D Extruido - 0 Días

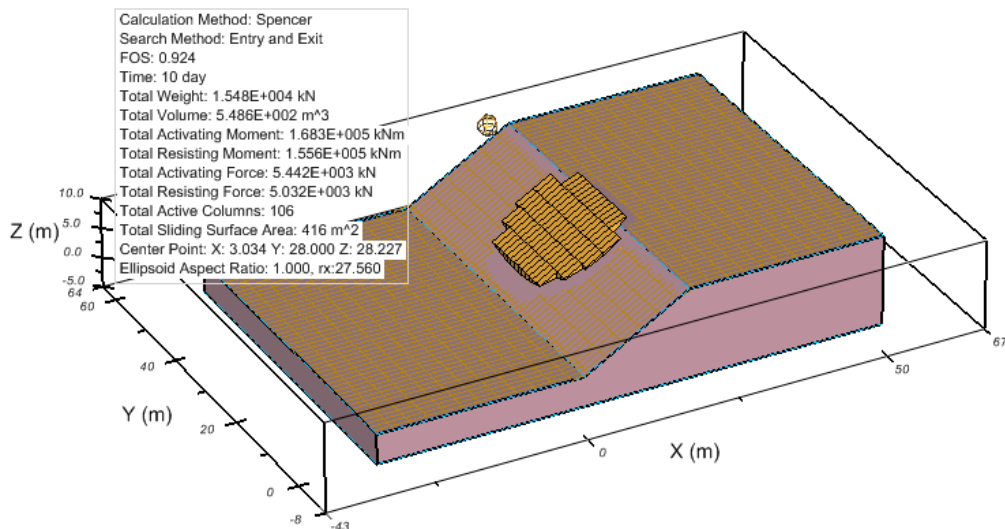
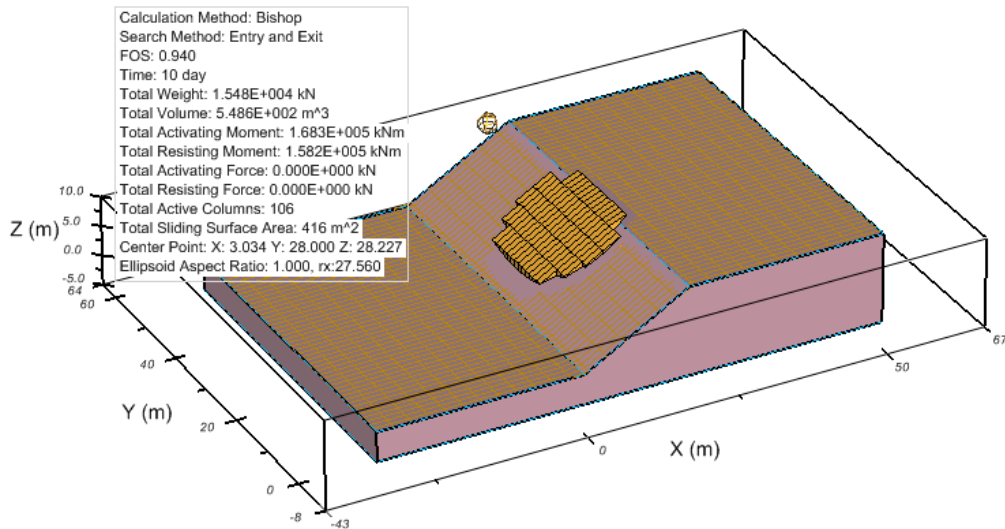
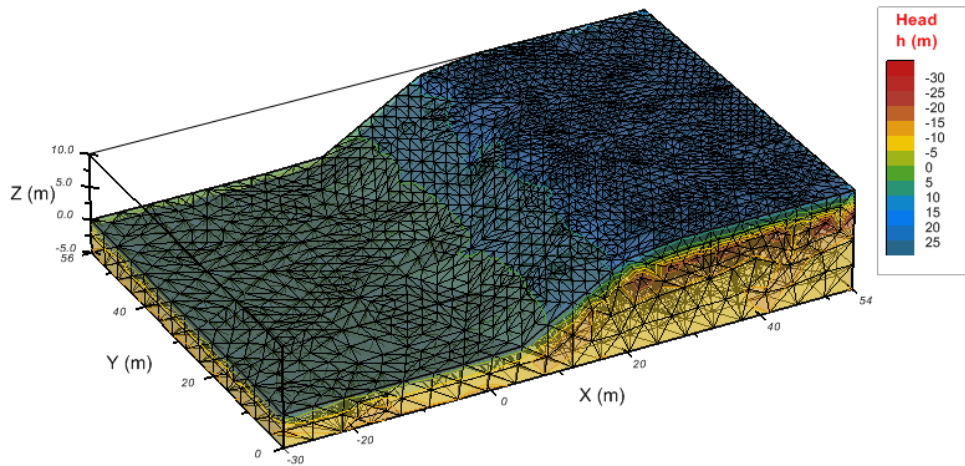




Talud 3D Extruido - 5 Días

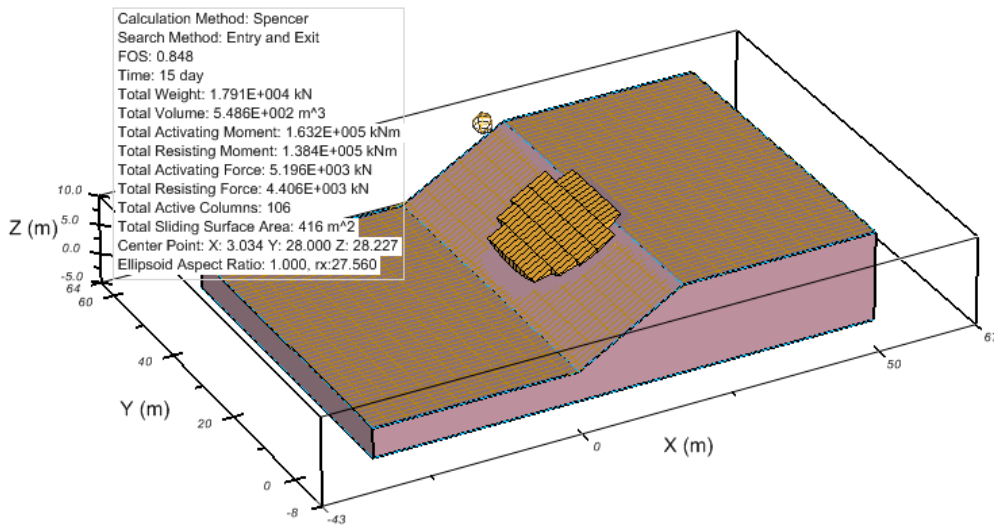
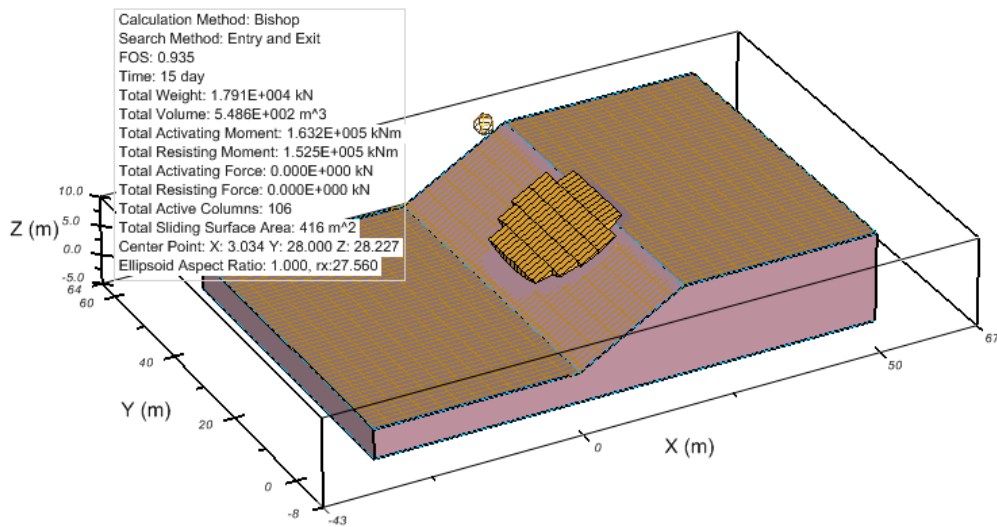
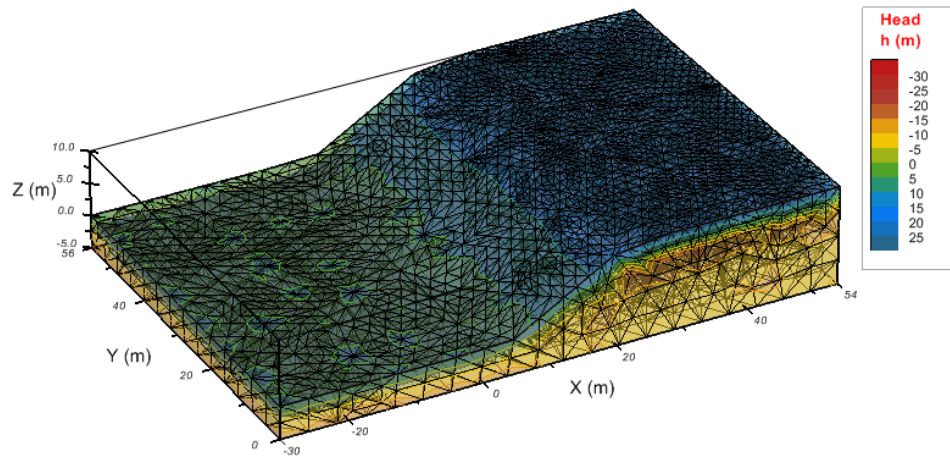


Talud 3D Extruido - 10 Días

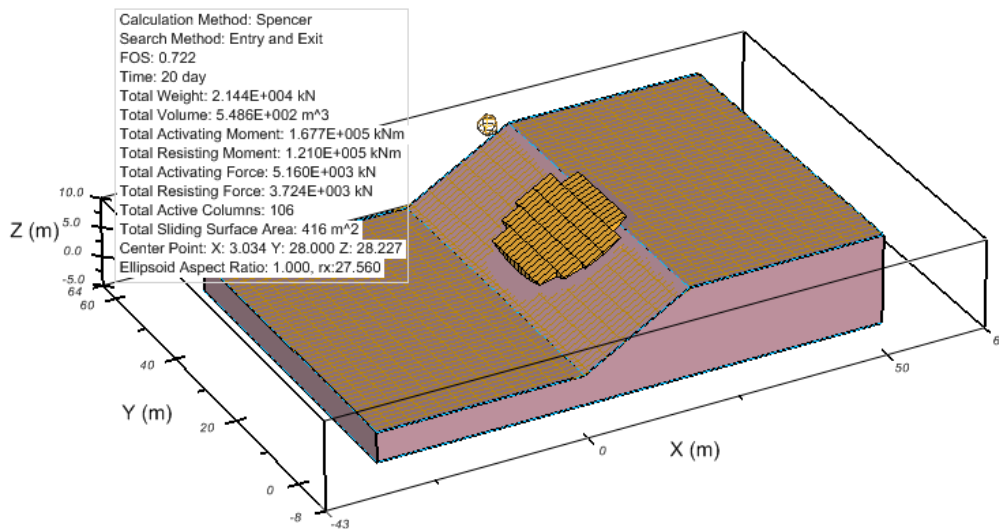
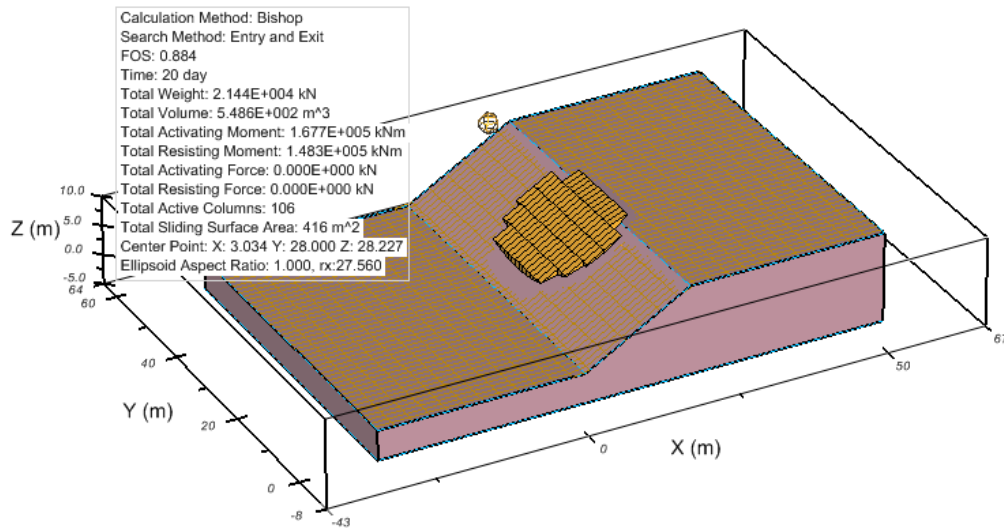
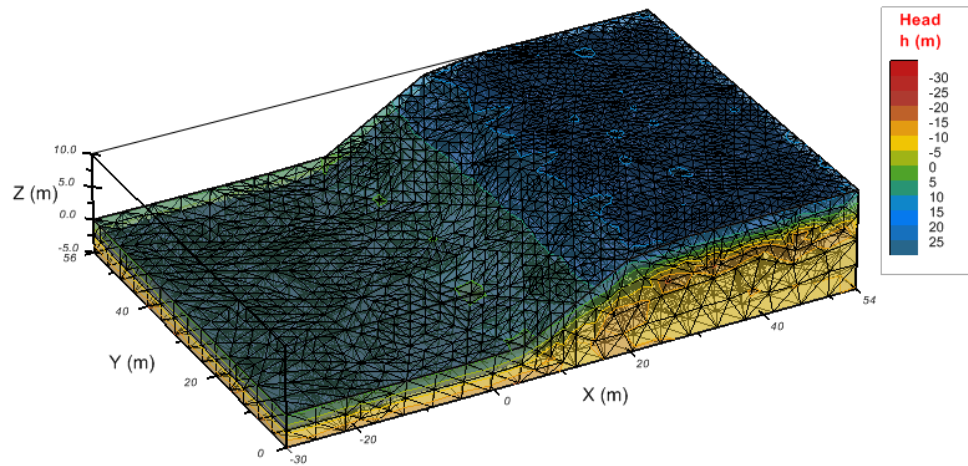




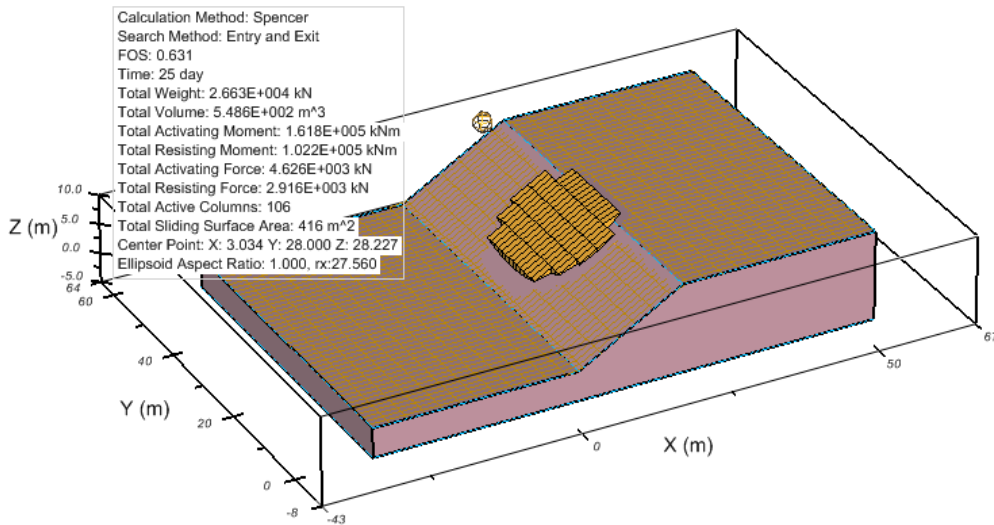
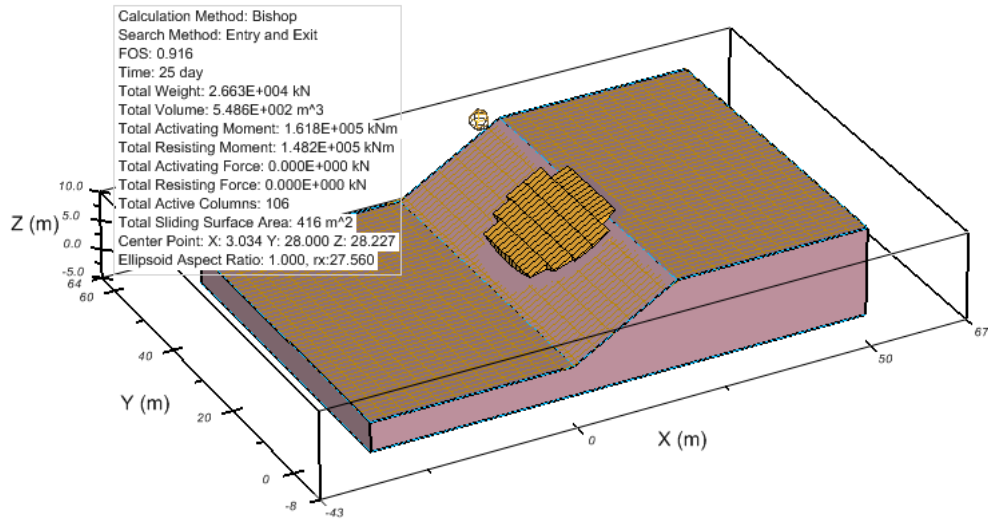
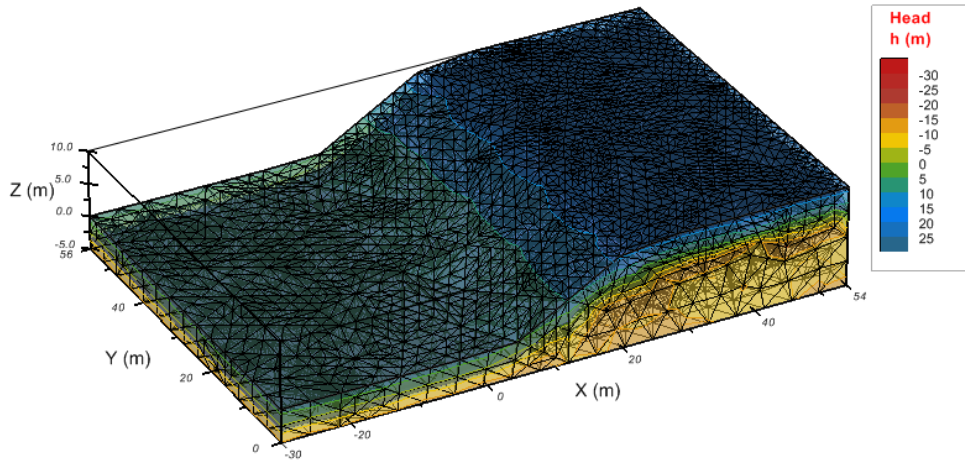
Talud 3D Extruido - 15 Días



Talud 3D Extruido - 20 Días

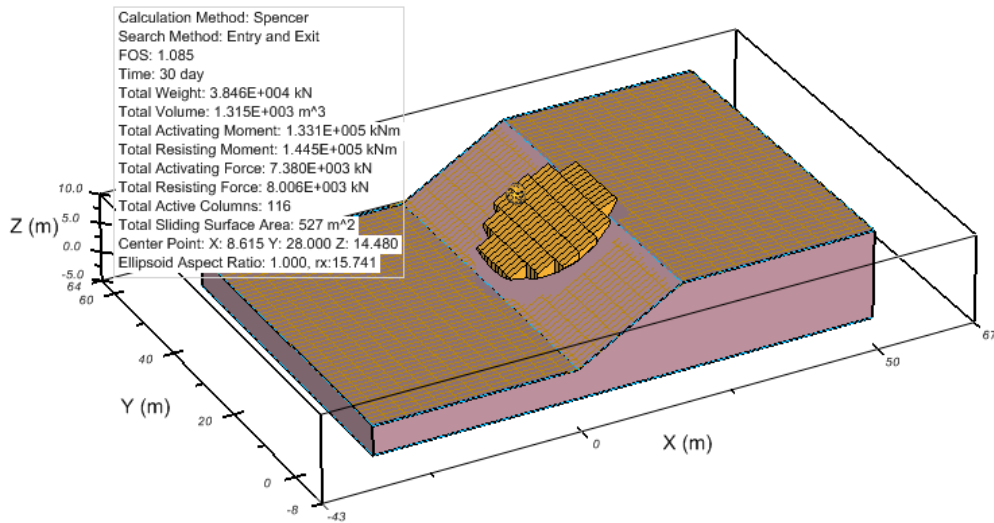
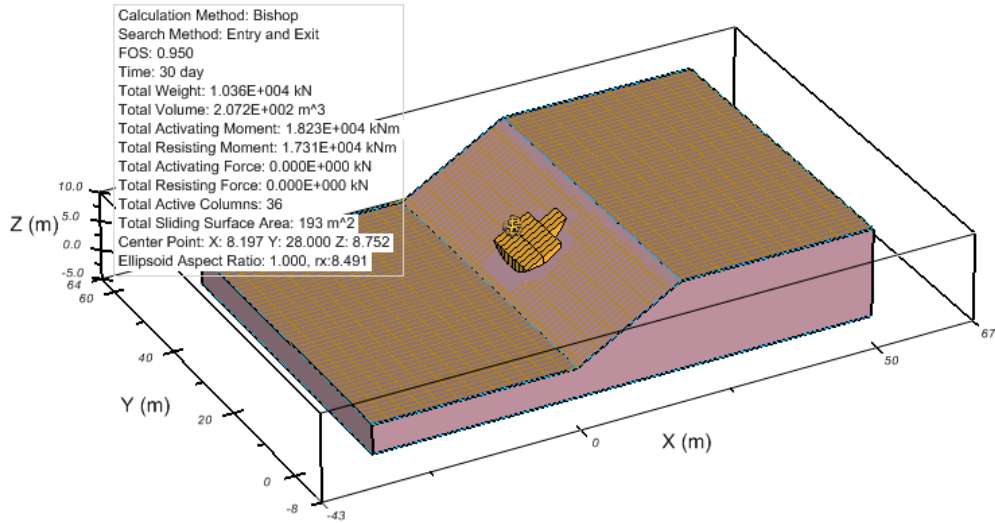
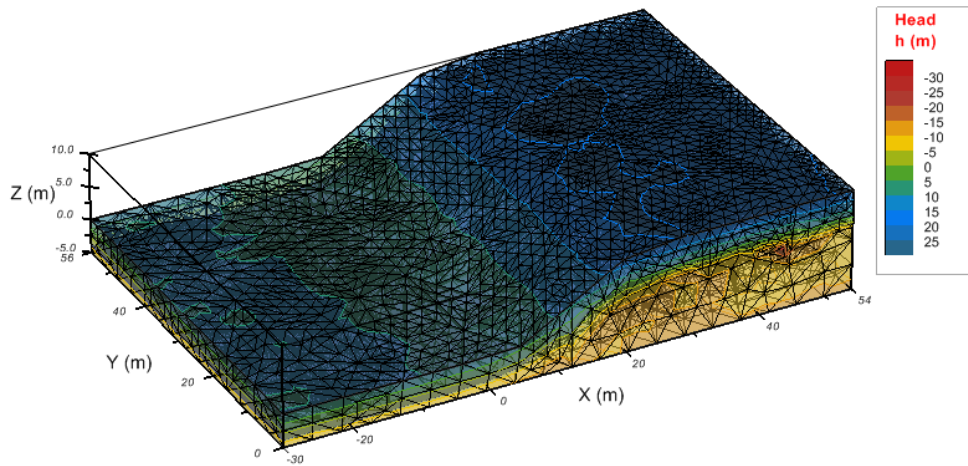


Talud 3D Extruido - 25 Días

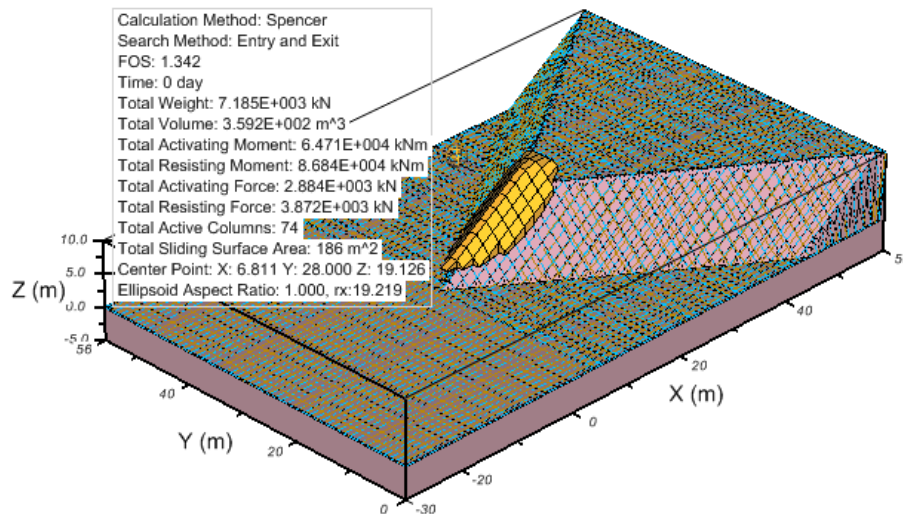
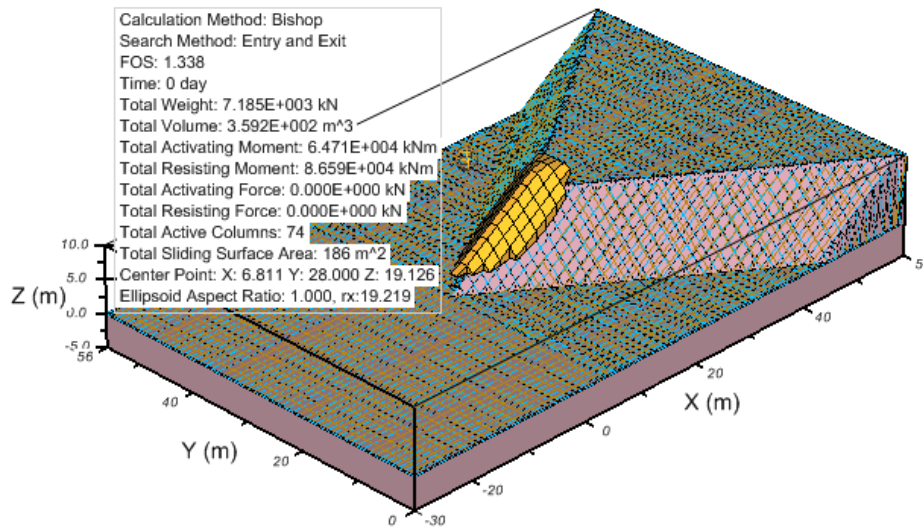
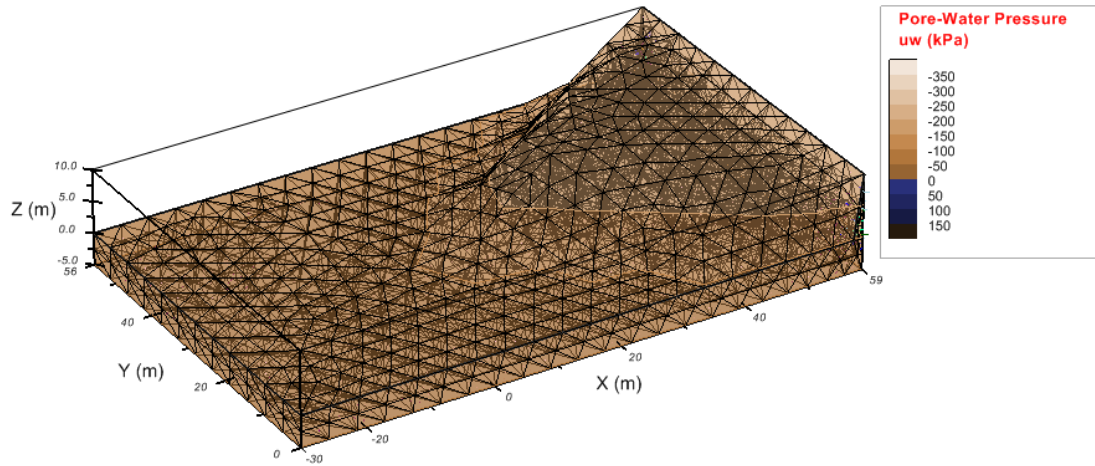




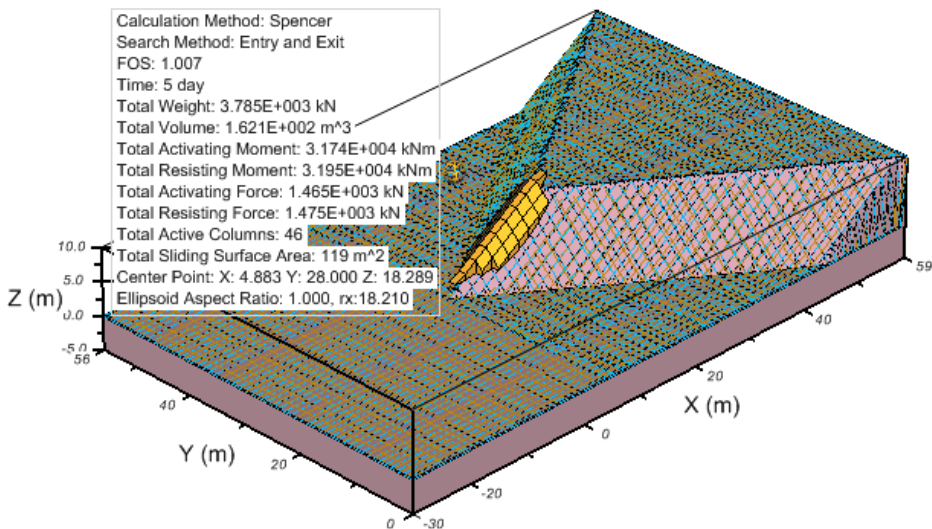
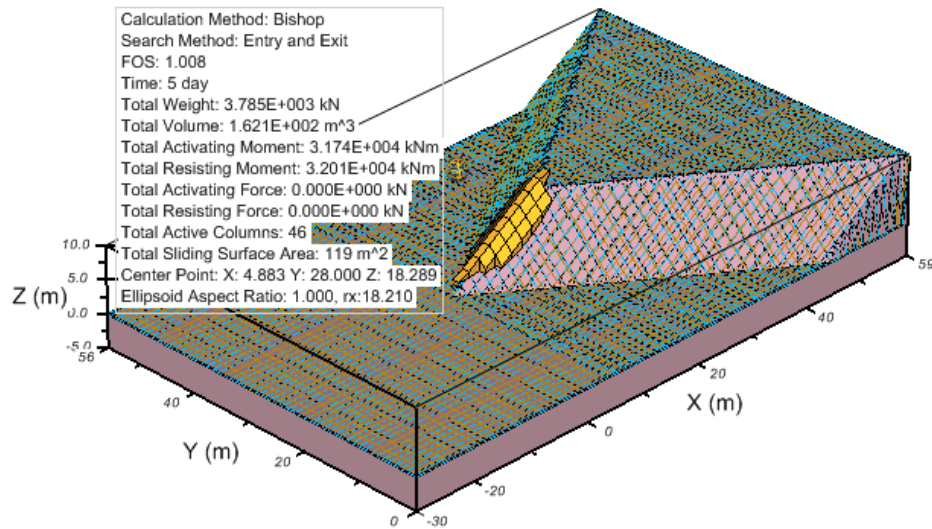
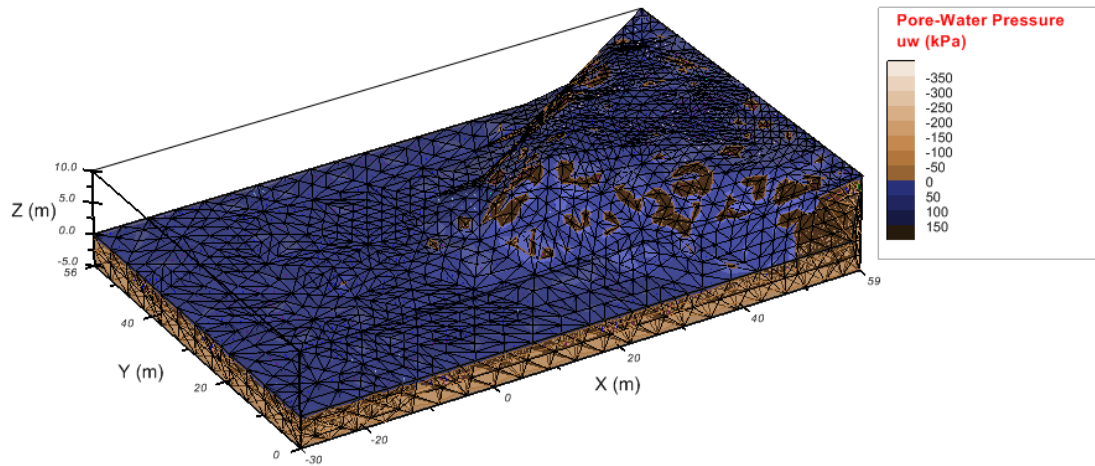
Talud 3D Extruido - 30 Días



Talud 3D Convexo 70° - 0 Días

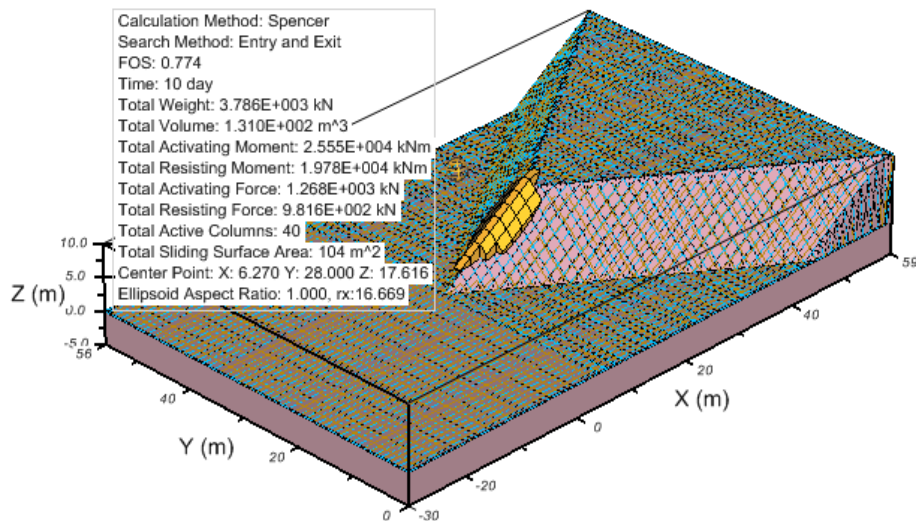
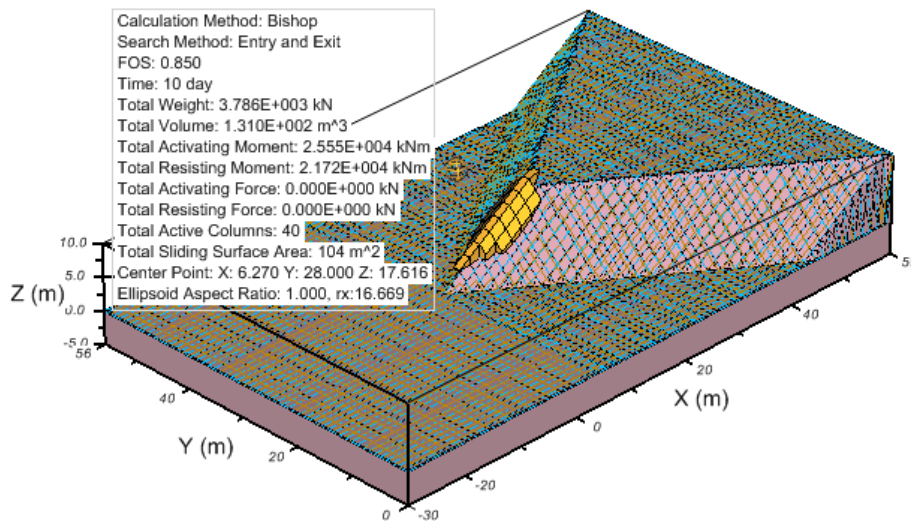
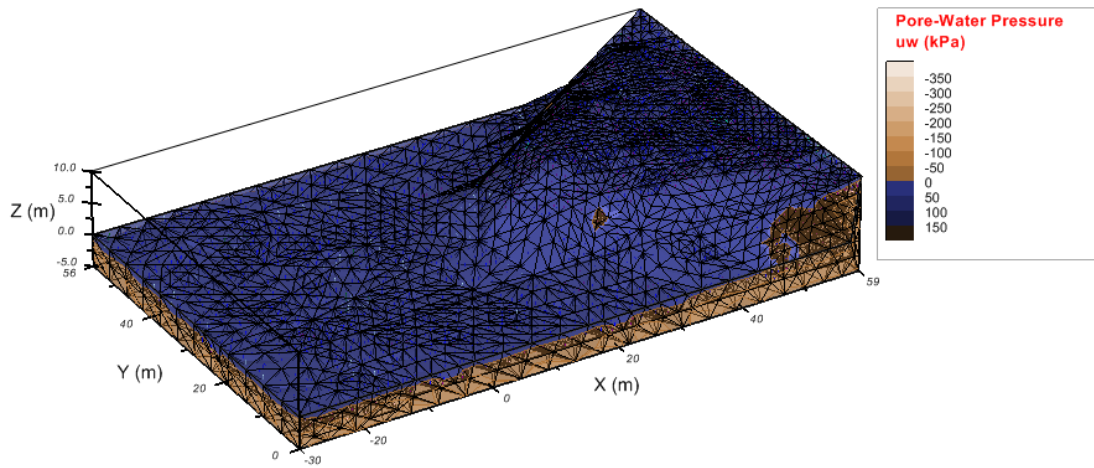


Talud 3D Convexo 70° - 5 Días

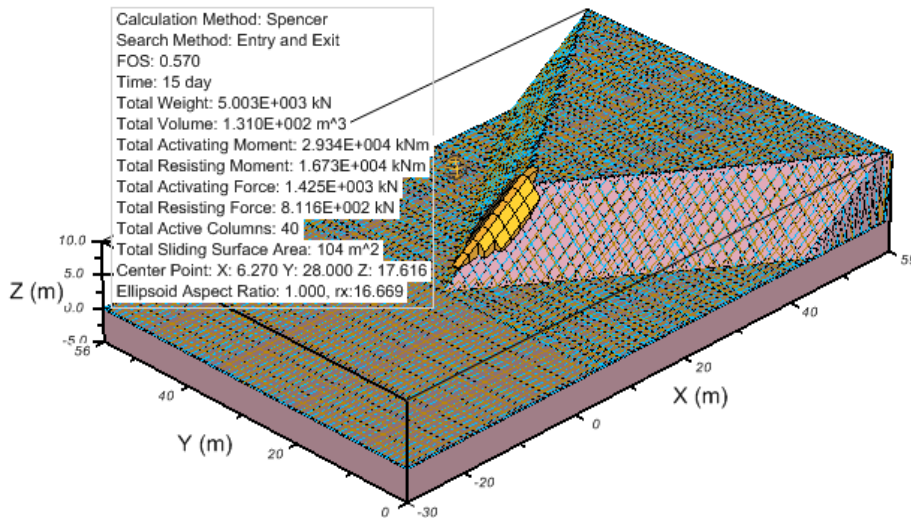
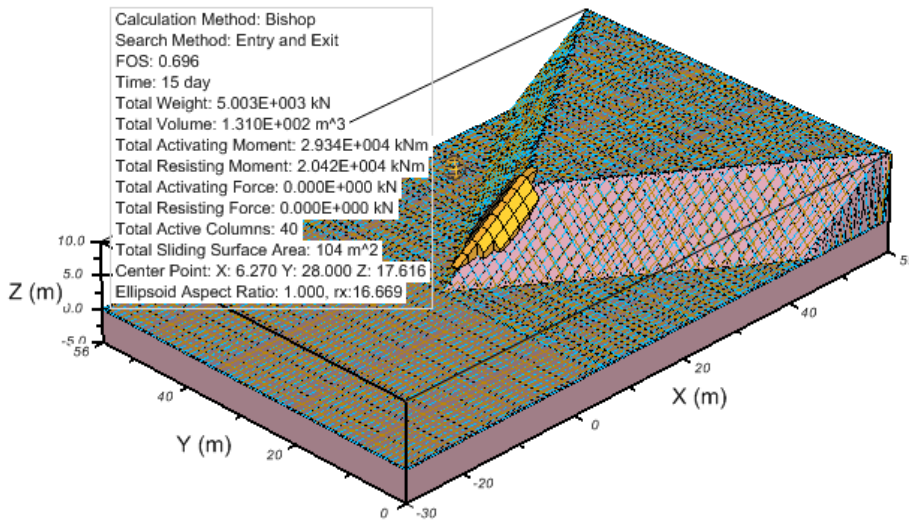
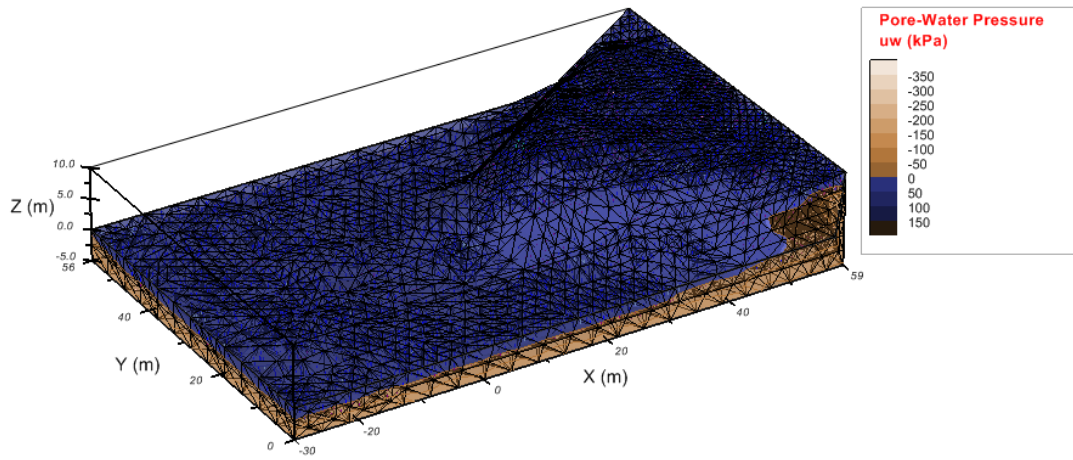




Talud 3D Convexo 70° - 10 Días

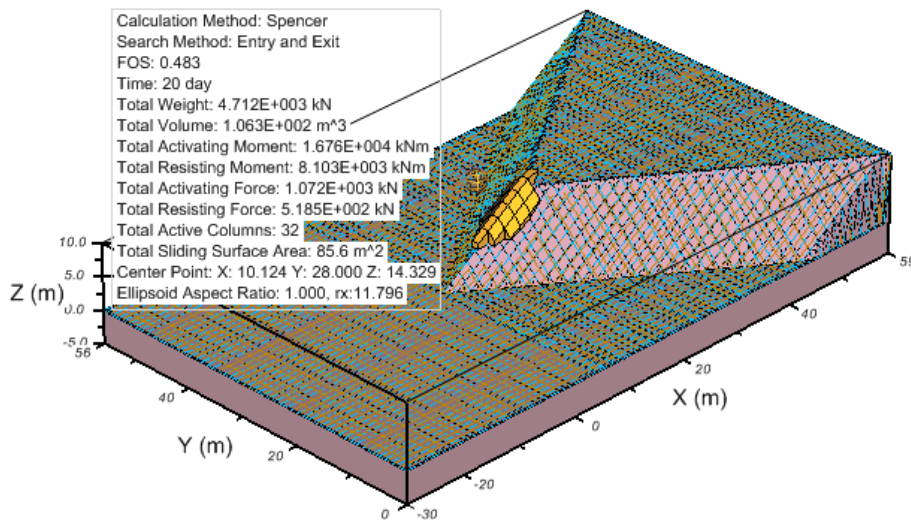
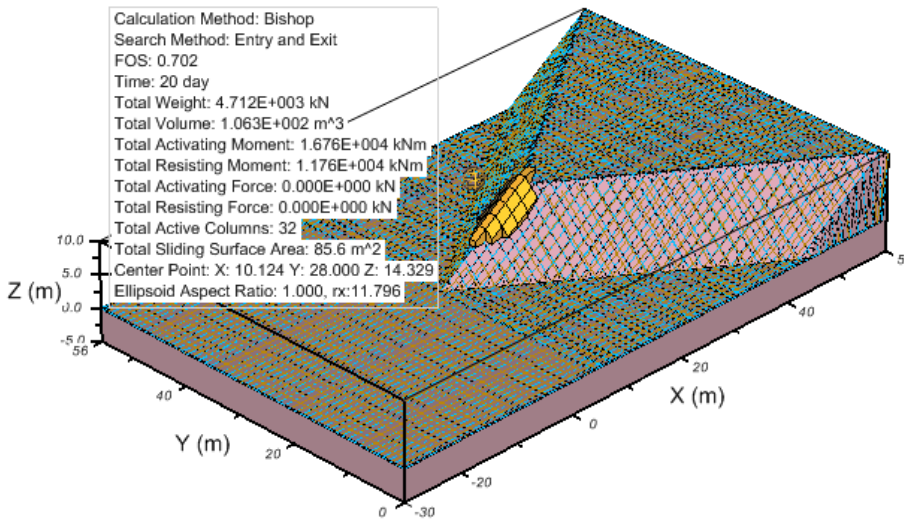
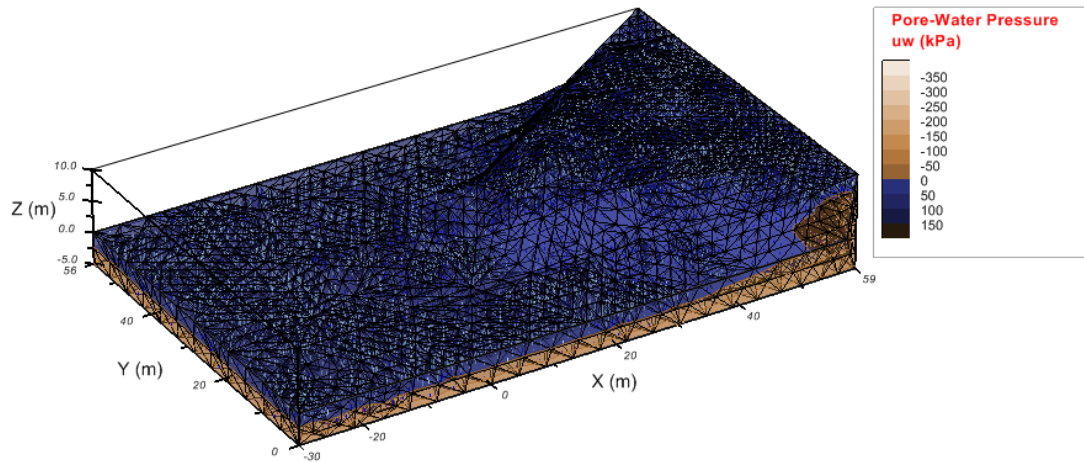


Talud 3D Convexo 70° - 15 Días

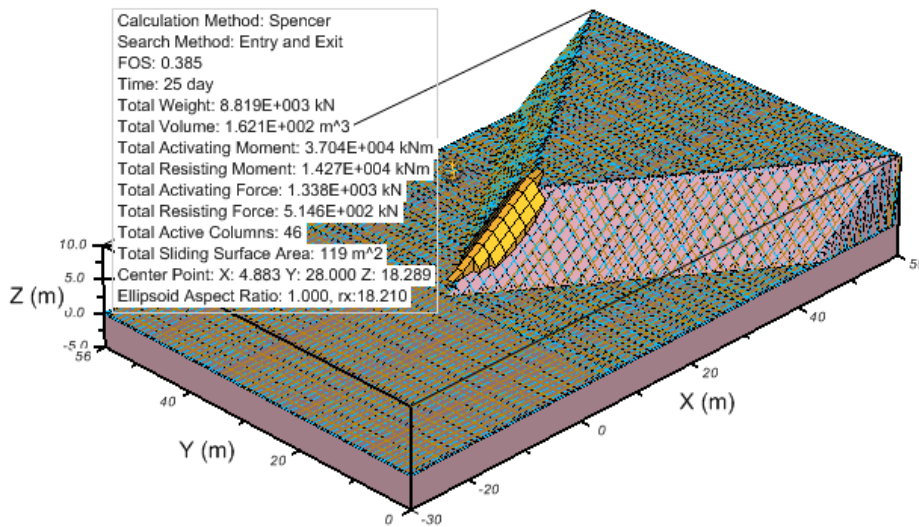
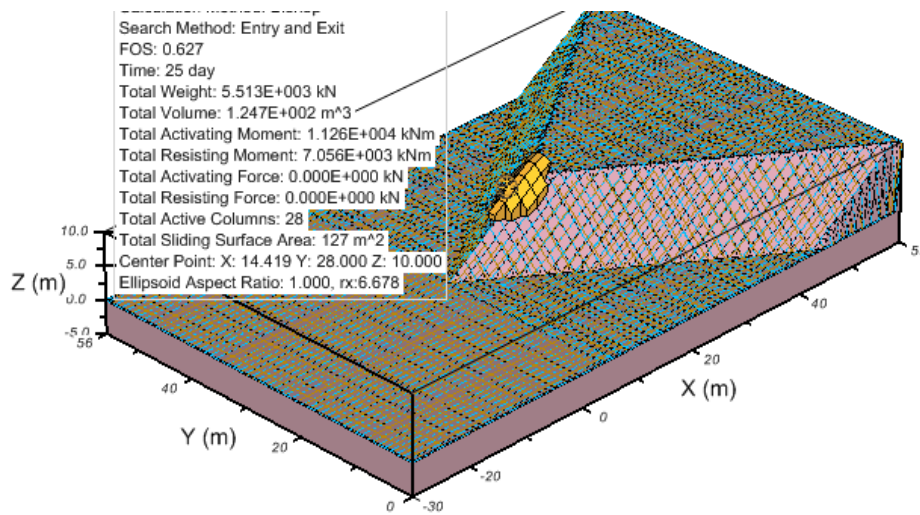
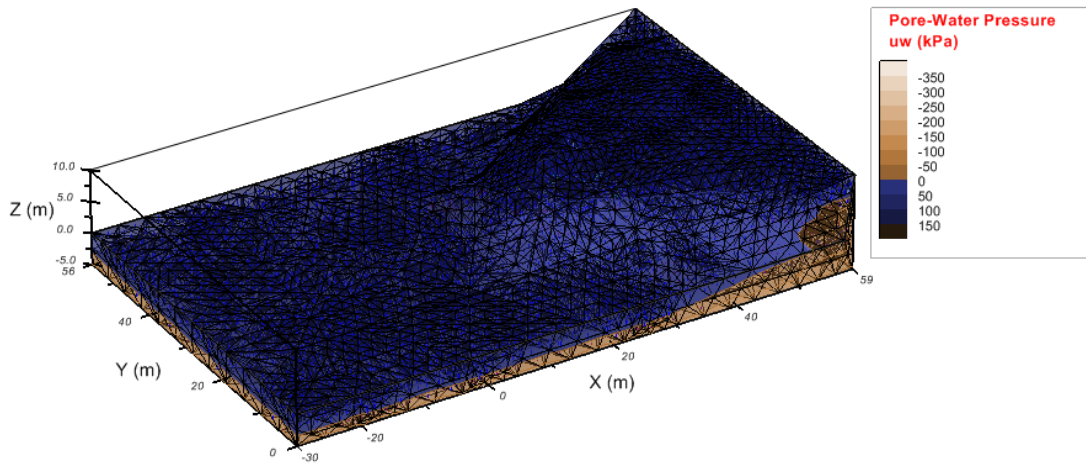




Talud 3D Convexo 70° - 20 Días

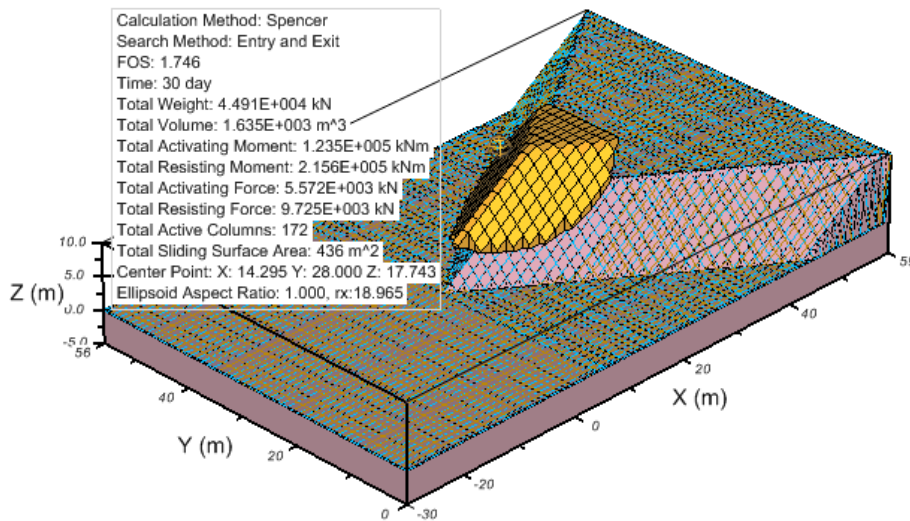
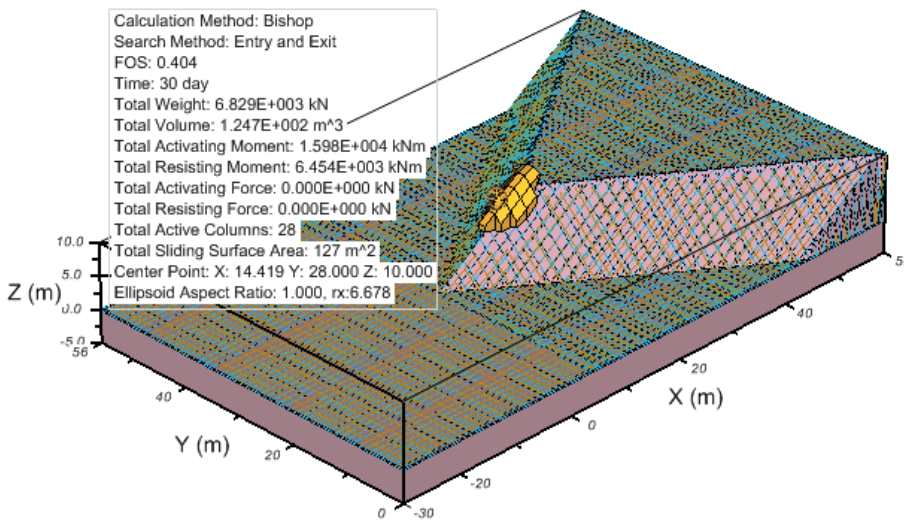
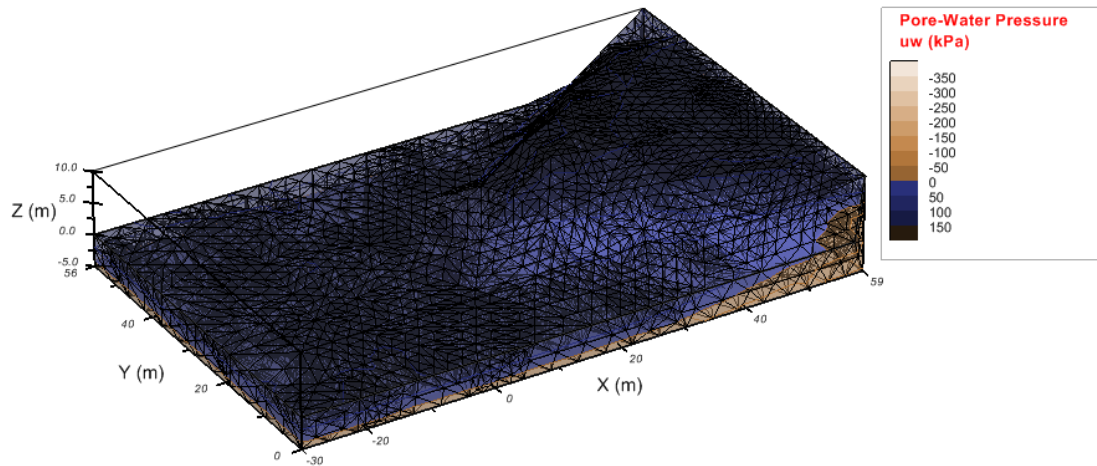


Talud 3D Convexo 70° - 25 Días

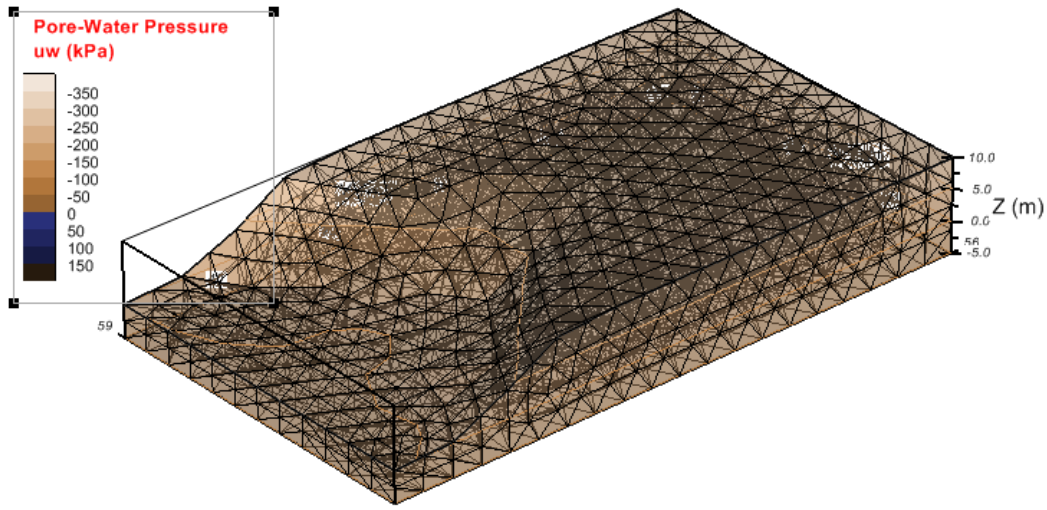




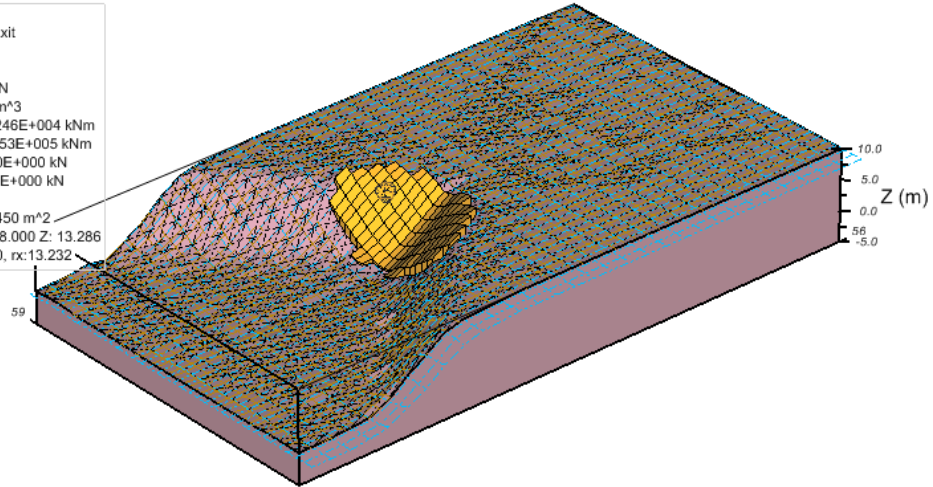
Talud 3D Convexo 70° - 30 Días



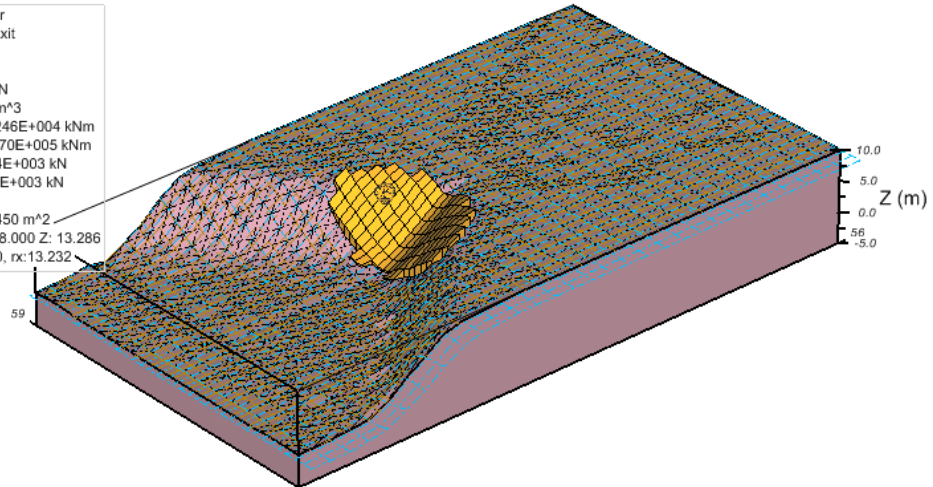
Talud 3D Cóncavo 90° - 0 Días



Calculation Method: Bishop  
Search Method: Entry and Exit  
FOS: 1.729  
Time: 0 day  
Total Weight: 1.482E+004 kN  
Total Volume: 7.412E+002 m<sup>3</sup>  
Total Activating Moment: 7.246E+004 kNm  
Total Resisting Moment: 1.253E+005 kNm  
Total Activating Force: 0.000E+000 kN  
Total Resisting Force: 0.000E+000 kN  
Total Active Columns: 134  
Total Sliding Surface Area: 450 m<sup>2</sup>  
Center Point: X: 19.580 Y: 28.000 Z: 13.286  
Ellipsoid Aspect Ratio: 1.000, rx:13.232

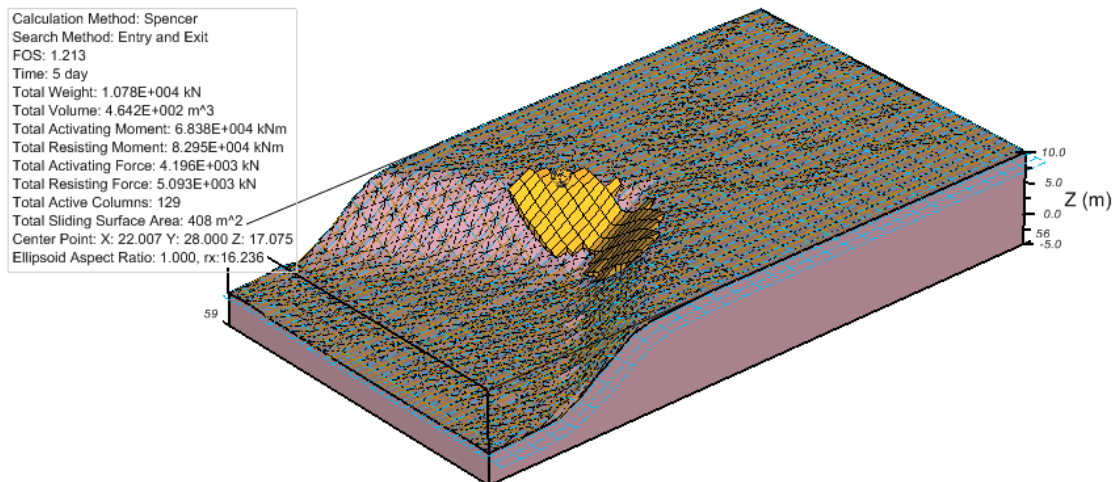
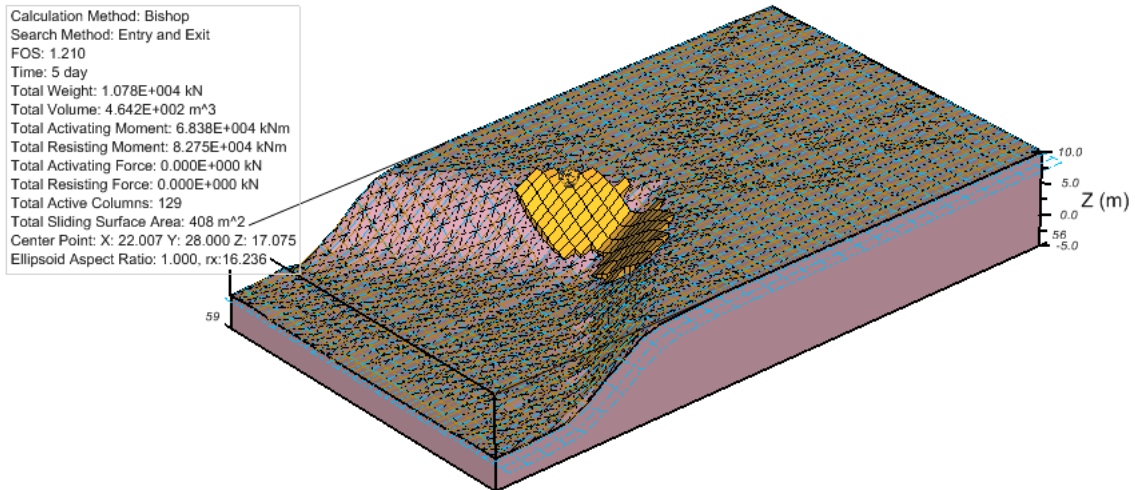
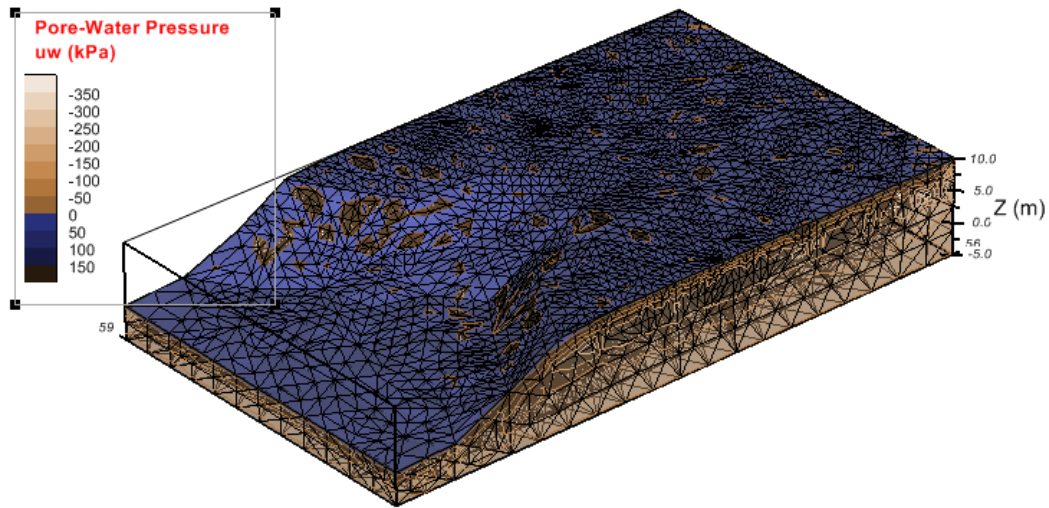


Calculation Method: Spencer  
Search Method: Entry and Exit  
FOS: 1.752  
Time: 0 day  
Total Weight: 1.482E+004 kN  
Total Volume: 7.412E+002 m<sup>3</sup>  
Total Activating Moment: 7.246E+004 kNm  
Total Resisting Moment: 1.270E+005 kNm  
Total Activating Force: 5.494E+003 kN  
Total Resisting Force: 9.625E+003 kN  
Total Active Columns: 134  
Total Sliding Surface Area: 450 m<sup>2</sup>  
Center Point: X: 19.580 Y: 28.000 Z: 13.286  
Ellipsoid Aspect Ratio: 1.000, rx:13.232

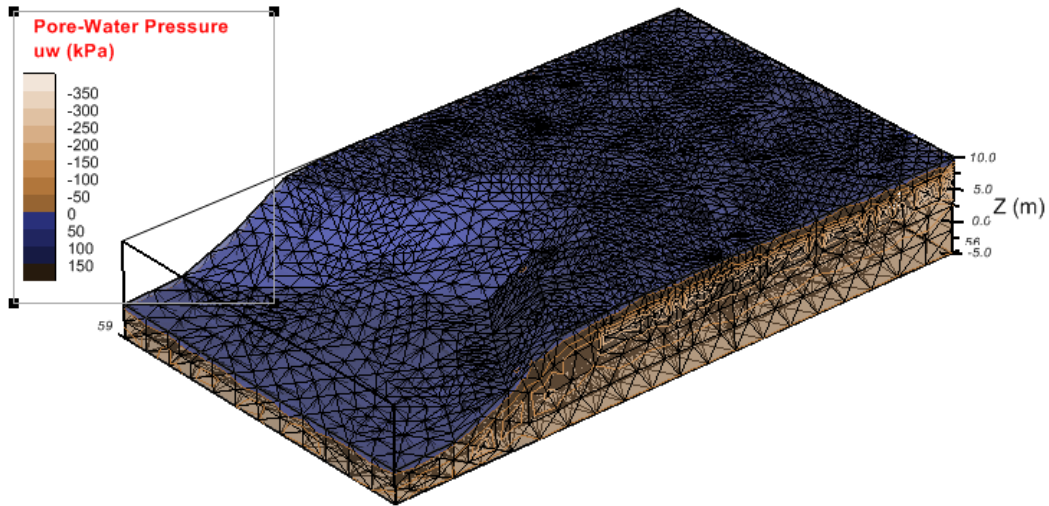




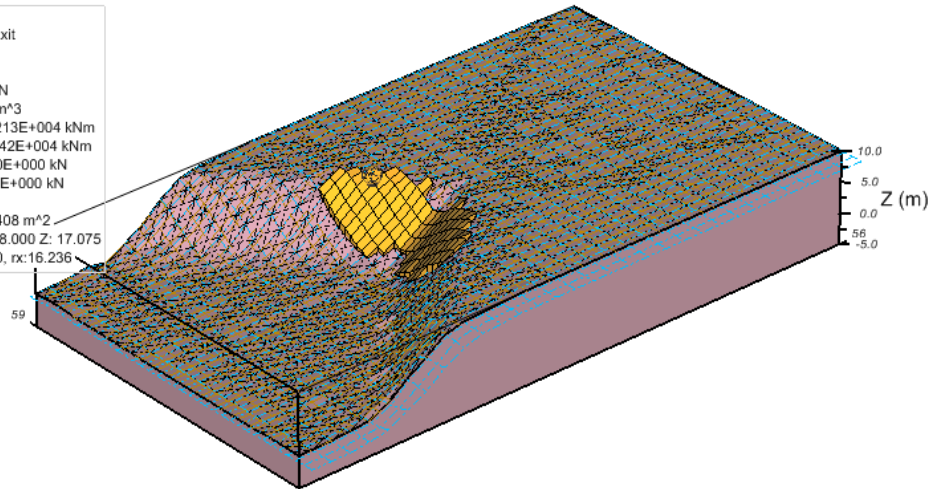
Talud 3D Cóncavo 90° - 5 Días



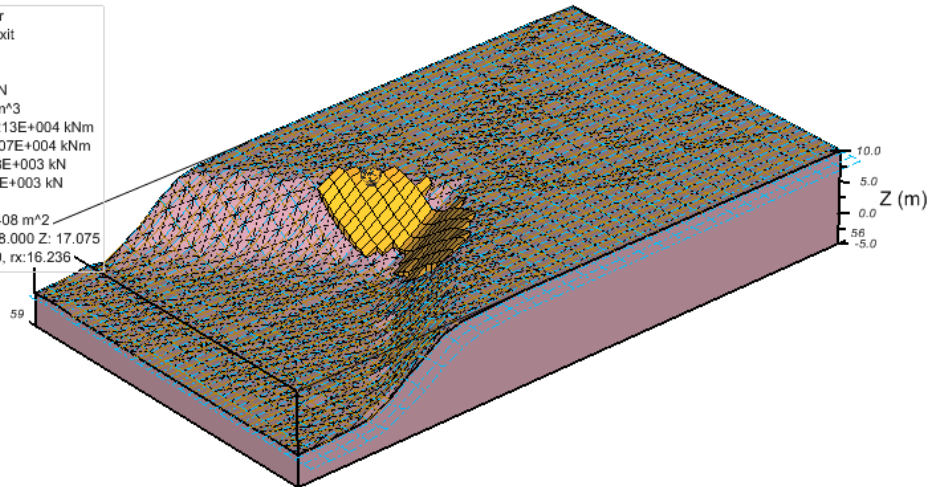
Talud 3D Cóncavo 90° - 10 Días



Calculation Method: Bishop  
Search Method: Entry and Exit  
FOS: 1.087  
Time: 10 day  
Total Weight: 1.288E+004 kN  
Total Volume: 4.642E+002 m<sup>3</sup>  
Total Activating Moment: 7.213E+004 kNm  
Total Resisting Moment: 7.842E+004 kNm  
Total Activating Force: 0.000E+000 kN  
Total Resisting Force: 0.000E+000 kN  
Total Active Columns: 129  
Total Sliding Surface Area: 408 m<sup>2</sup>  
Center Point: X: 22.007 Y: 28.000 Z: 17.075  
Ellipsoid Aspect Ratio: 1.000, rx:16.236

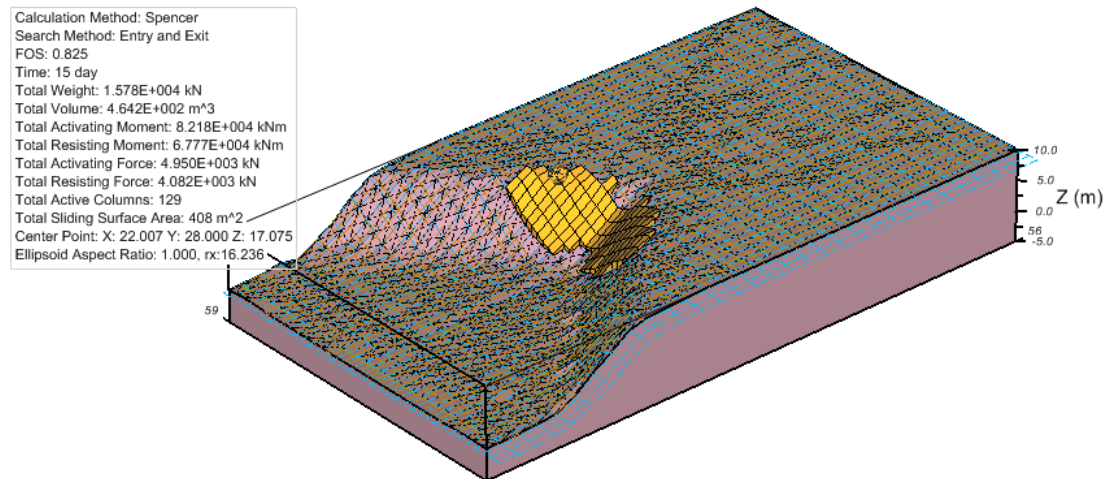
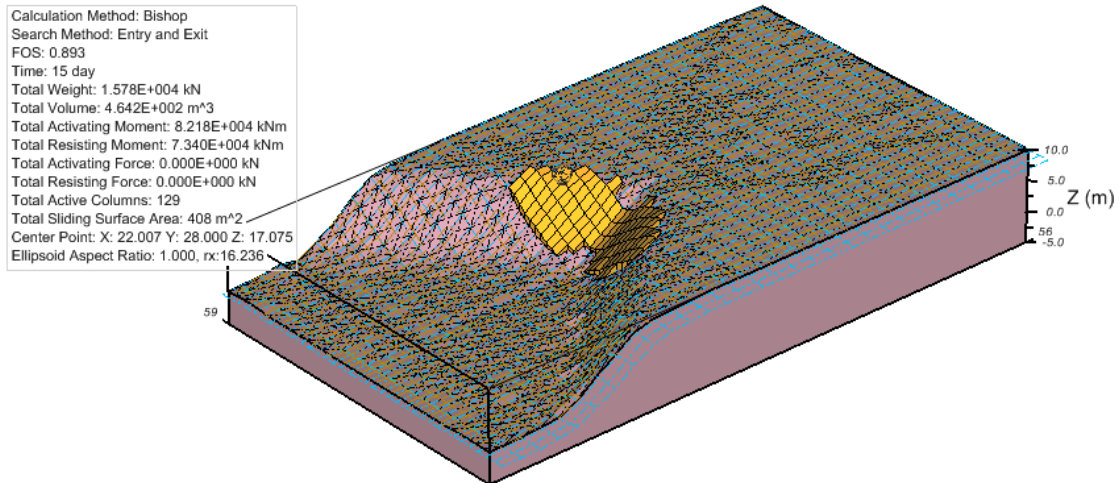
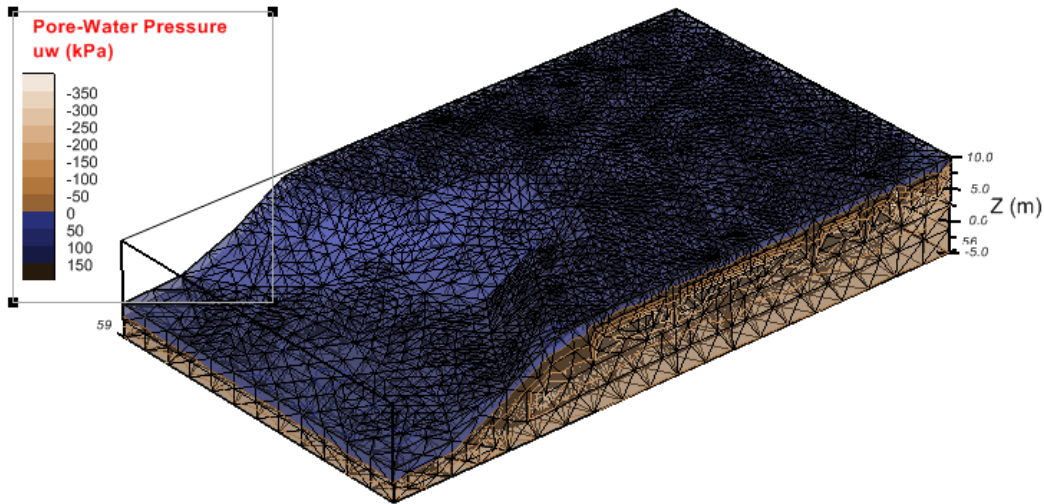


Calculation Method: Spencer  
Search Method: Entry and Exit  
FOS: 1.041  
Time: 10 day  
Total Weight: 1.288E+004 kN  
Total Volume: 4.642E+002 m<sup>3</sup>  
Total Activating Moment: 7.213E+004 kNm  
Total Resisting Moment: 7.507E+004 kNm  
Total Activating Force: 4.388E+003 kN  
Total Resisting Force: 4.569E+003 kN  
Total Active Columns: 129  
Total Sliding Surface Area: 408 m<sup>2</sup>  
Center Point: X: 22.007 Y: 28.000 Z: 17.075  
Ellipsoid Aspect Ratio: 1.000, rx:16.236

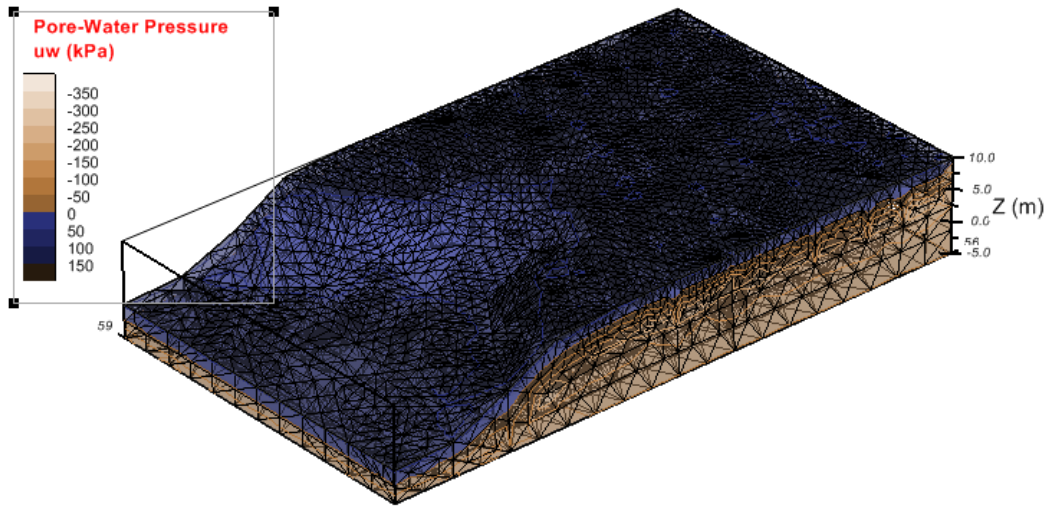




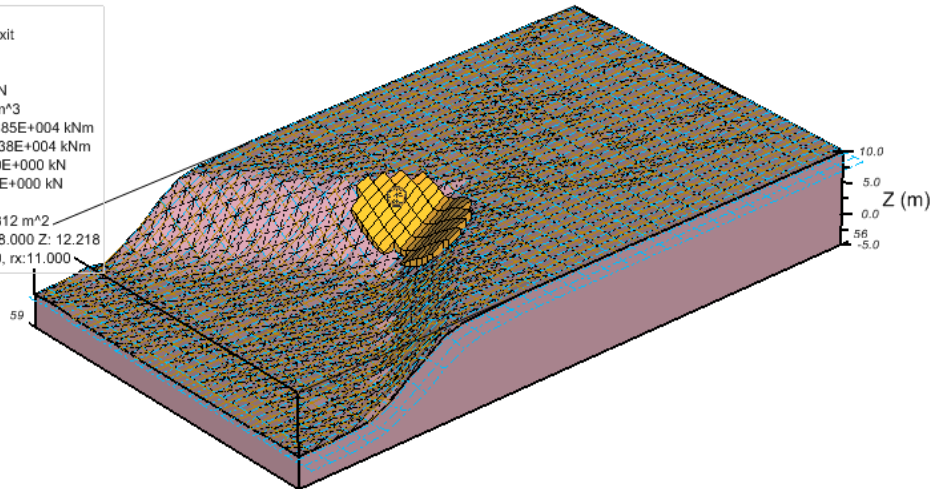
Talud 3D Cóncavo 90° - 15 Días



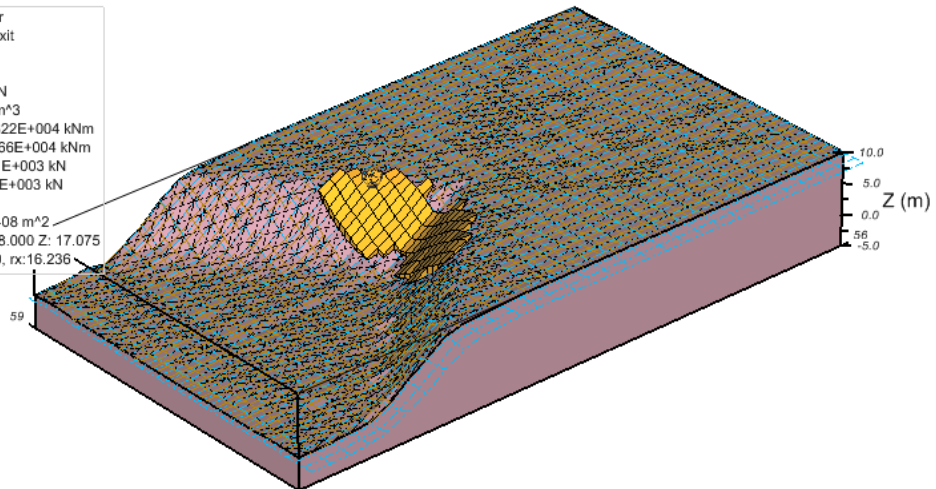
Talud 3D Cóncavo 90° - 20 Días



Calculation Method: Bishop  
Search Method: Entry and Exit  
FOS: 0.989  
Time: 20 day  
Total Weight: 1.352E+004 kN  
Total Volume: 4.428E+002 m<sup>3</sup>  
Total Activating Moment: 4.185E+004 kNm  
Total Resisting Moment: 4.138E+004 kNm  
Total Activating Force: 0.000E+000 kN  
Total Resisting Force: 0.000E+000 kN  
Total Active Columns: 90  
Total Sliding Surface Area: 312 m<sup>2</sup>  
Center Point: X: 17.601 Y: 28.000 Z: 12.218  
Ellipsoid Aspect Ratio: 1.000, rx:11.000

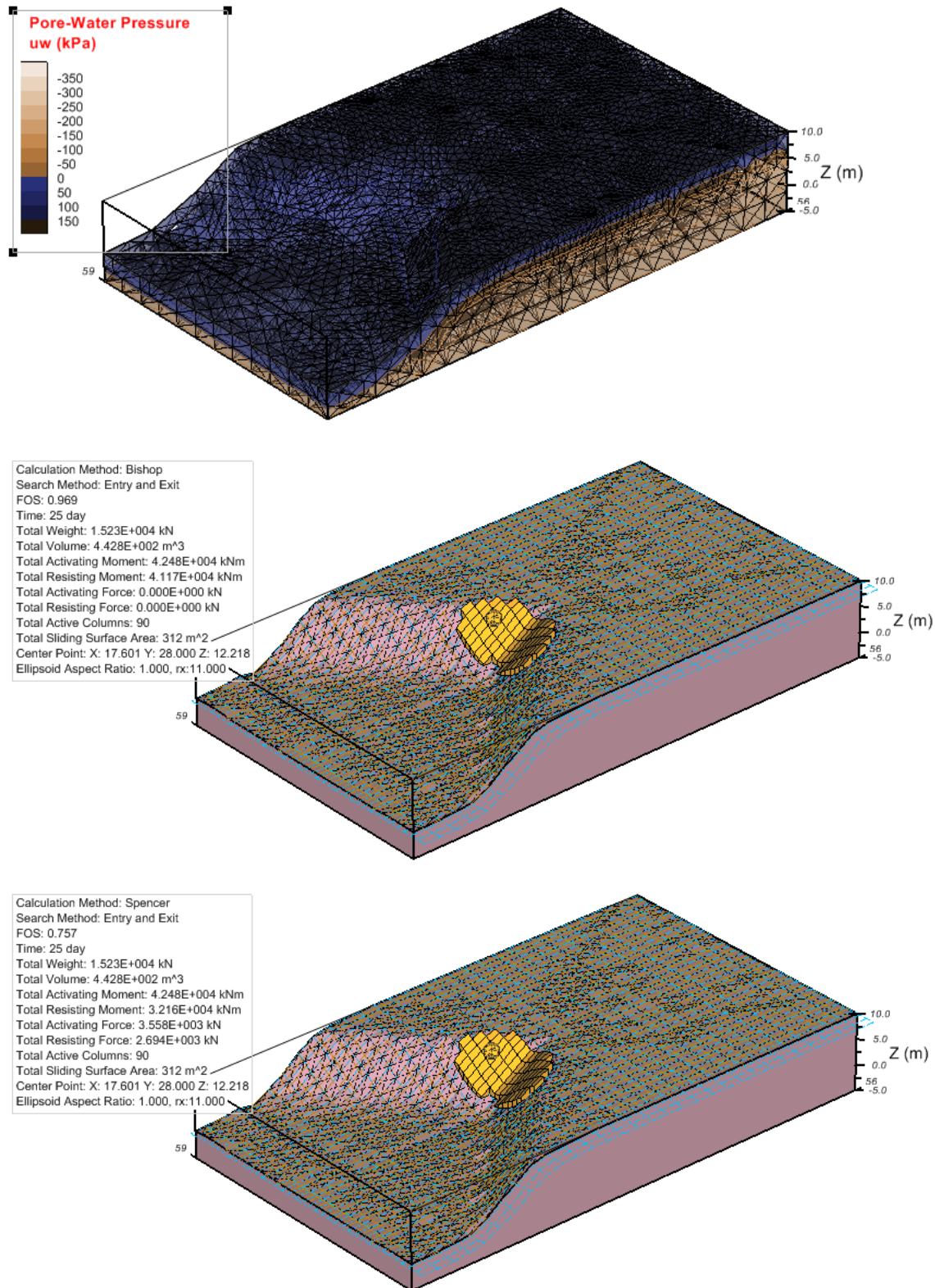


Calculation Method: Spencer  
Search Method: Entry and Exit  
FOS: 0.842  
Time: 20 day  
Total Weight: 1.800E+004 kN  
Total Volume: 4.642E+002 m<sup>3</sup>  
Total Activating Moment: 7.322E+004 kNm  
Total Resisting Moment: 6.166E+004 kNm  
Total Activating Force: 4.151E+003 kN  
Total Resisting Force: 3.494E+003 kN  
Total Active Columns: 129  
Total Sliding Surface Area: 408 m<sup>2</sup>  
Center Point: X: 22.007 Y: 28.000 Z: 17.075  
Ellipsoid Aspect Ratio: 1.000, rx:16.236

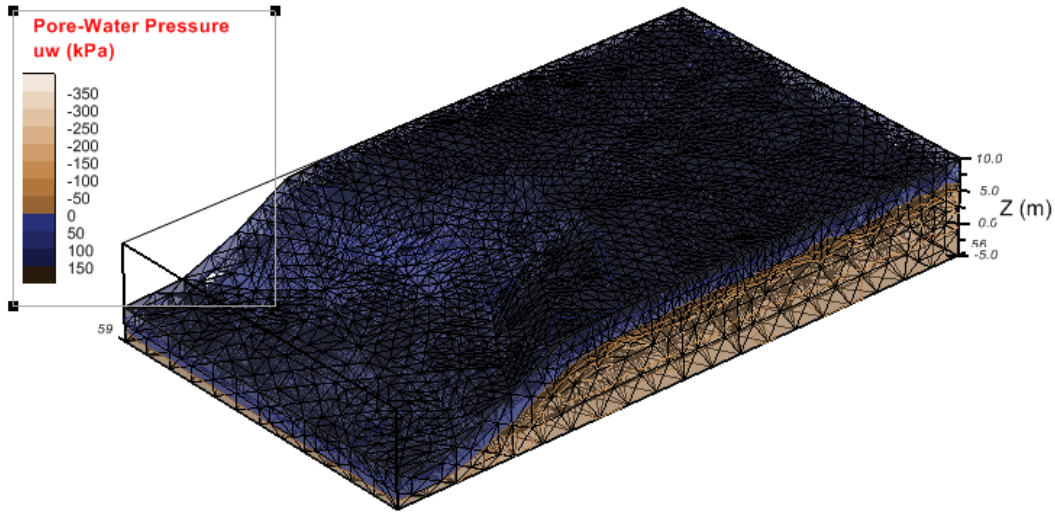




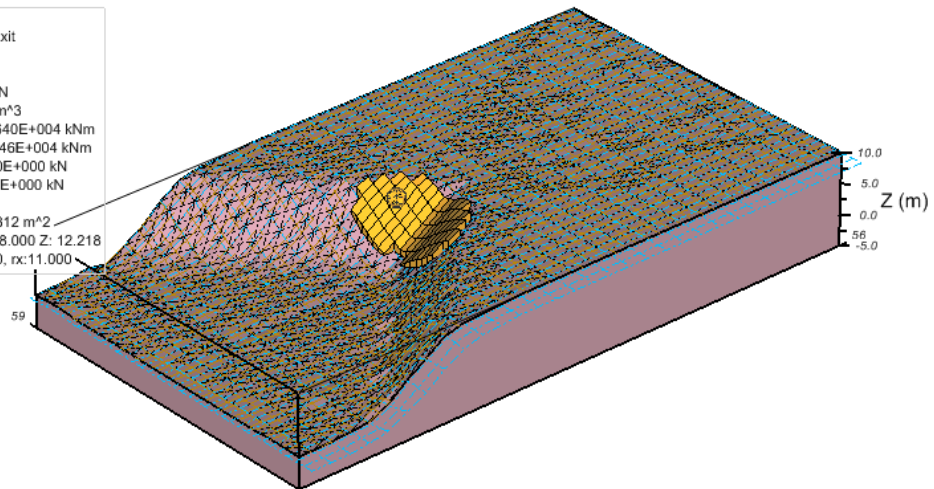
Talud 3D Cóncavo 90° - 25 Días



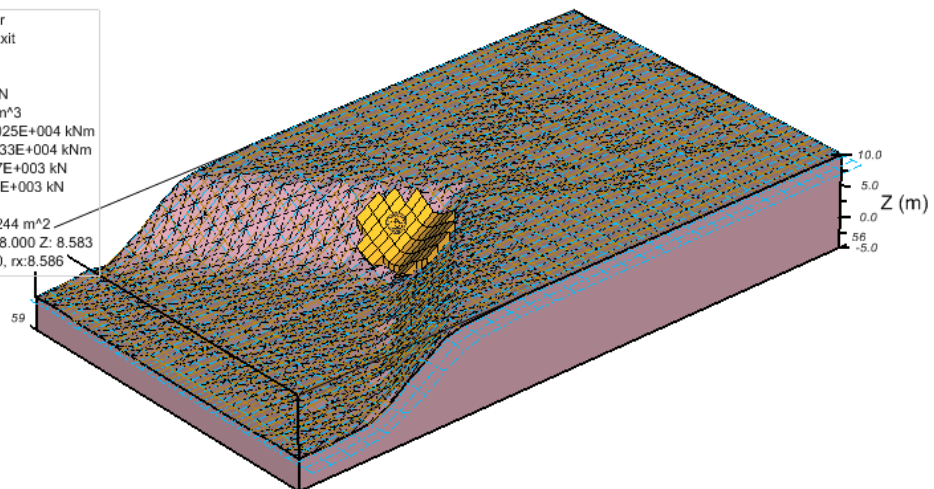
Talud 3D Cóncavo 90° - 30 Días



Calculation Method: Bishop  
Search Method: Entry and Exit  
FOS: 0.872  
Time: 30 day  
Total Weight: 1.884E+004 kN  
Total Volume: 4.428E+002 m<sup>3</sup>  
Total Activating Moment: 4.640E+004 kNm  
Total Resisting Moment: 4.046E+004 kNm  
Total Activating Force: 0.000E+000 kN  
Total Resisting Force: 0.000E+000 kN  
Total Active Columns: 90  
Total Sliding Surface Area: 312 m<sup>2</sup>  
Center Point: X: 17.601 Y: 28.000 Z: 12.218  
Ellipsoid Aspect Ratio: 1.000, rx:11.000

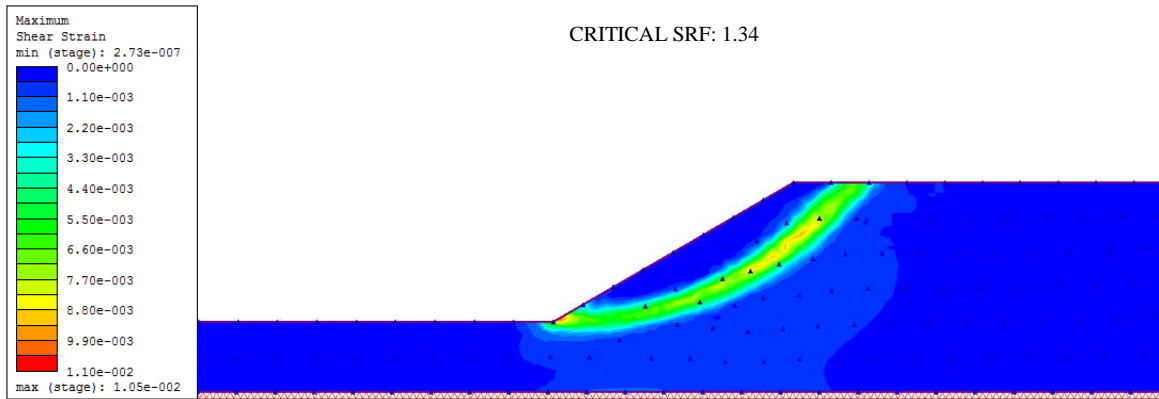


Calculation Method: Spencer  
Search Method: Entry and Exit  
FOS: 1.152  
Time: 30 day  
Total Weight: 1.350E+004 kN  
Total Volume: 3.902E+002 m<sup>3</sup>  
Total Activating Moment: 2.025E+004 kNm  
Total Resisting Moment: 2.333E+004 kNm  
Total Activating Force: 2.347E+003 kN  
Total Resisting Force: 2.702E+003 kN  
Total Active Columns: 69  
Total Sliding Surface Area: 244 m<sup>2</sup>  
Center Point: X: 17.665 Y: 28.000 Z: 8.583  
Ellipsoid Aspect Ratio: 1.000, rx:8.586

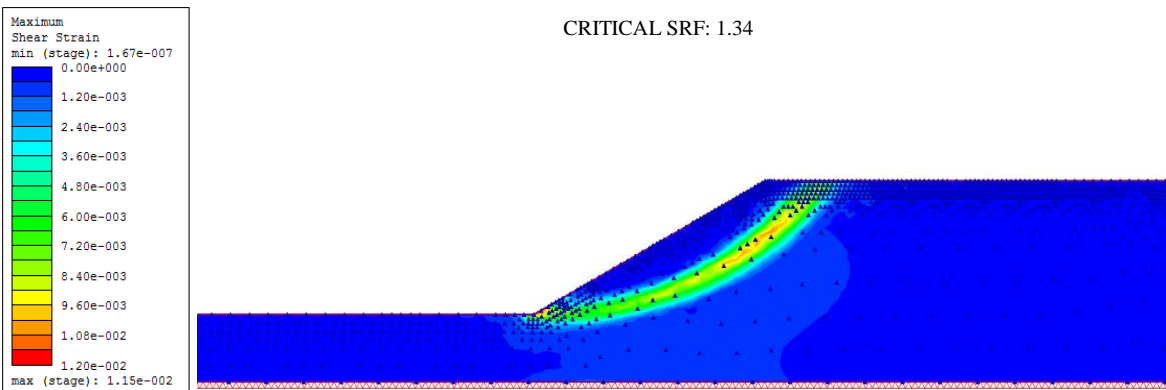


### D.2.2 MEF

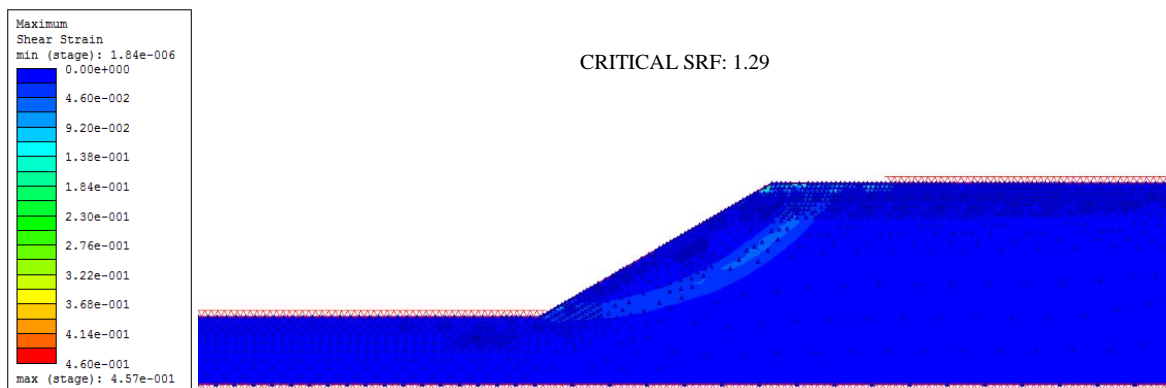
#### Talud 2D - 0 Días



#### Talud 2D - 5 Días

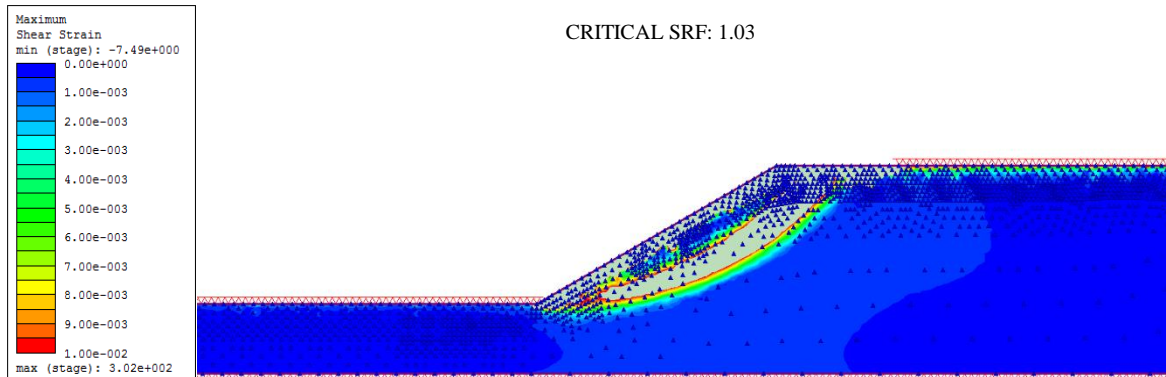


#### Talud 2D - 10 Días

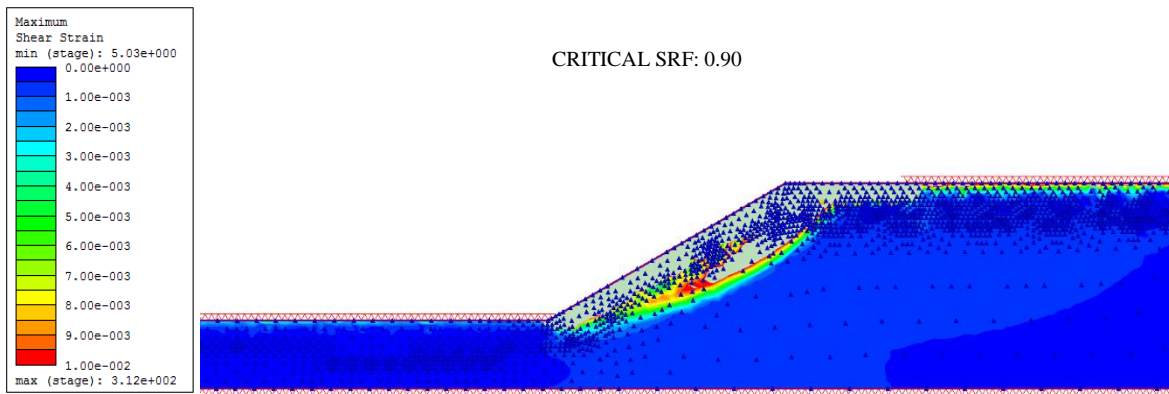




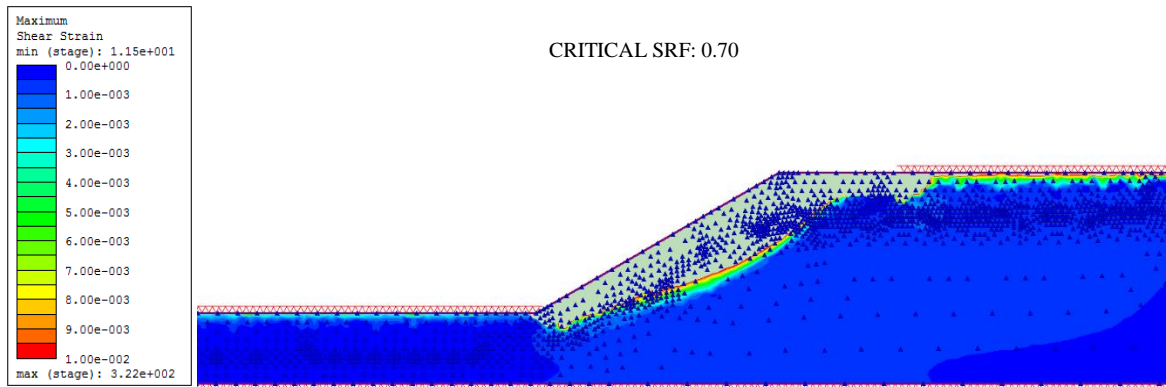
Talud 2D - 15 Días



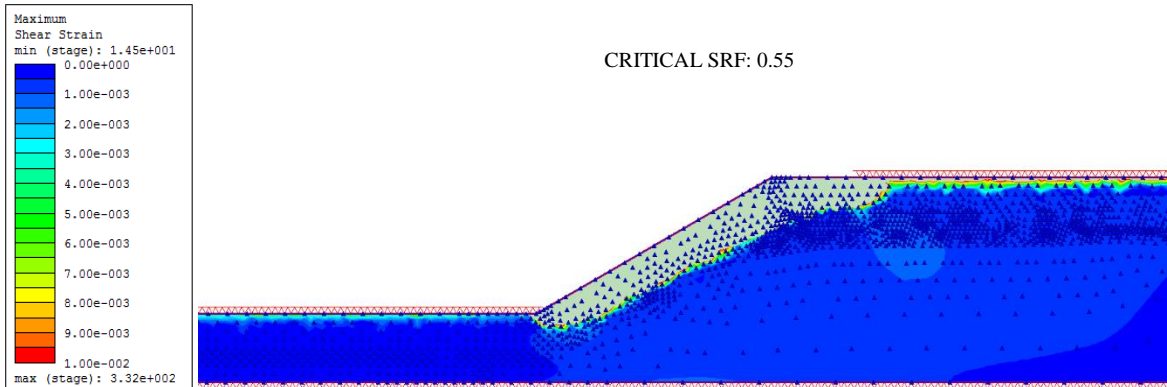
Talud 2D - 20 Días



Talud 2D - 25 Días

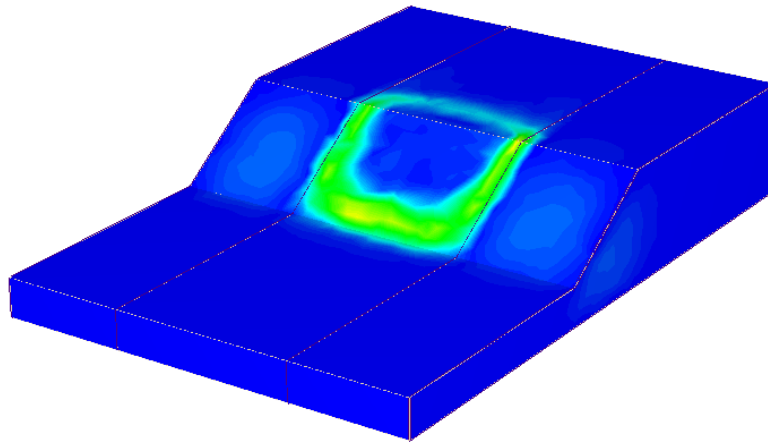
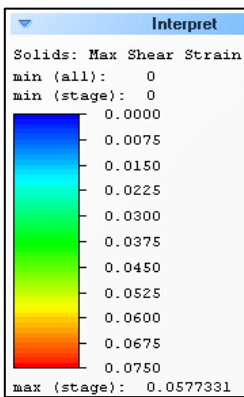


Talud 2D - 30 Días



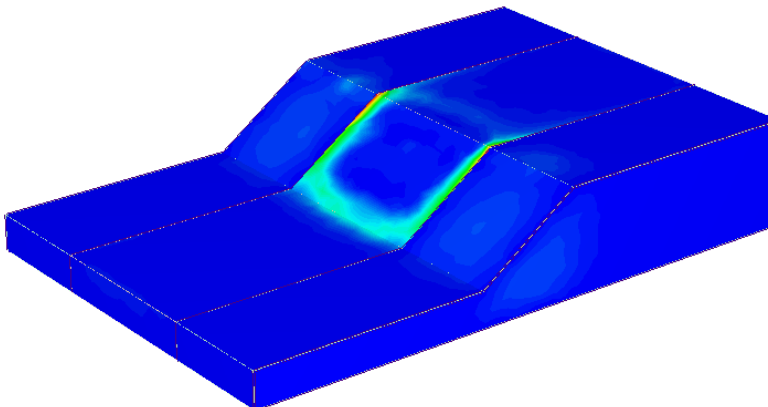
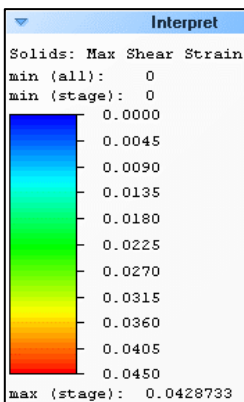
Talud 3D Extruido - 0 Días

CRITICAL SRF: 1.50

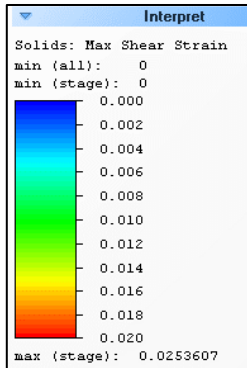


Talud 3D Extruido - 5 Días

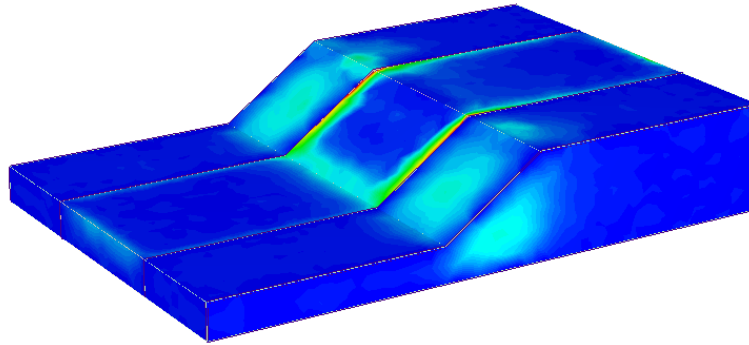
CRITICAL SRF: 1.20



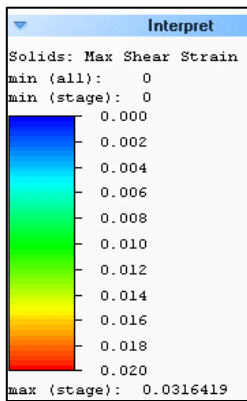
Talud 3D Extruido - 10 Días



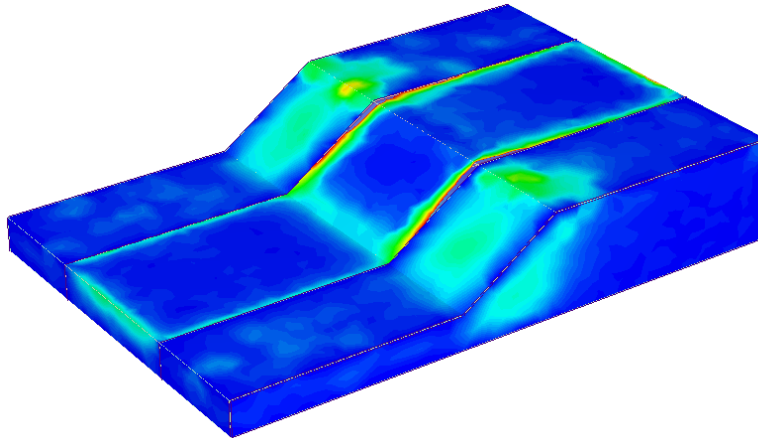
CRITICAL SRF: 1.15



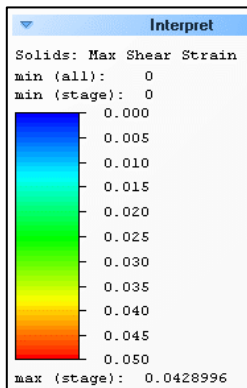
Talud 3D Extruido - 15 Días



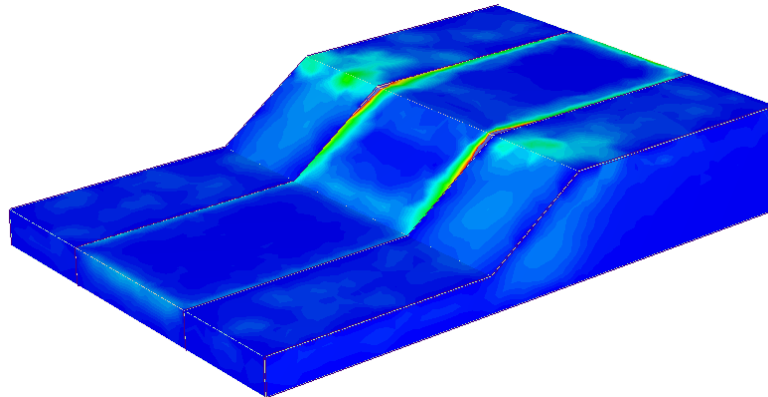
CRITICAL SRF: 1.00



Talud 3D Extruido - 20 Días

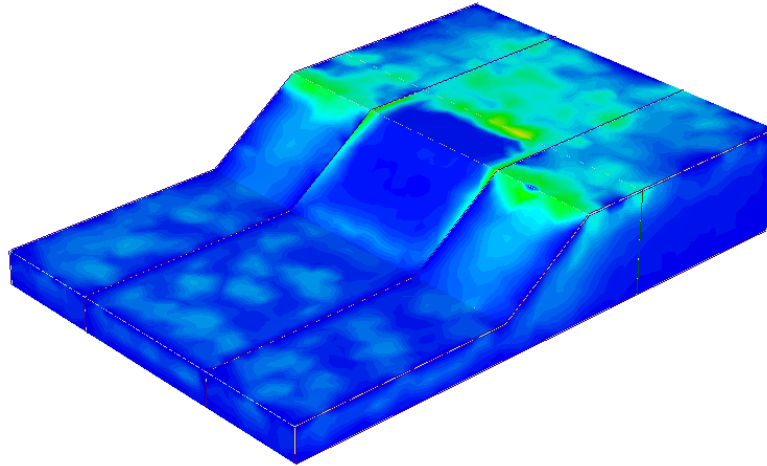
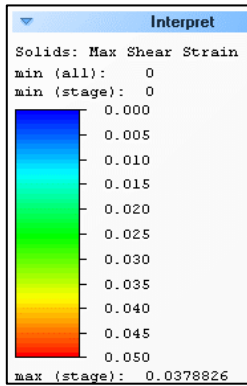


CRITICAL SRF: 0.75



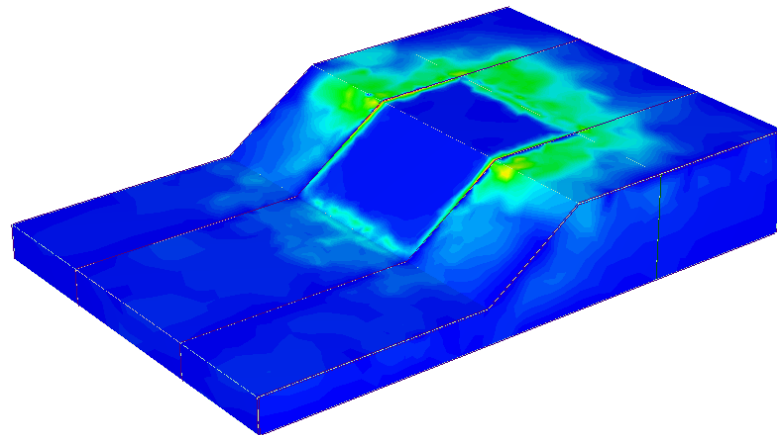
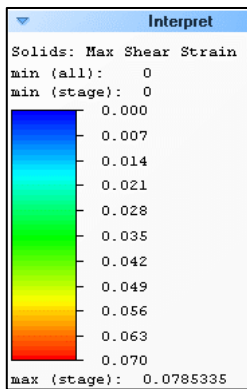
Talud 3D Extruido - 25 Días

CRITICAL SRF: 0.60



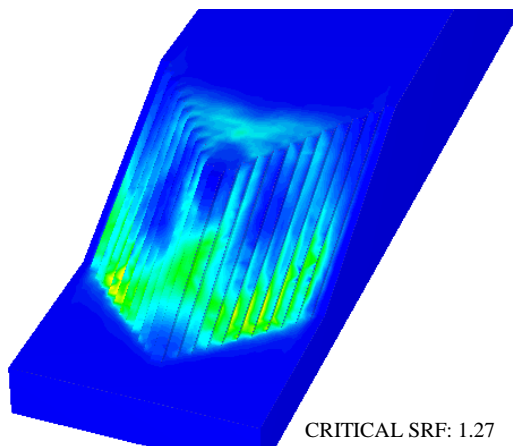
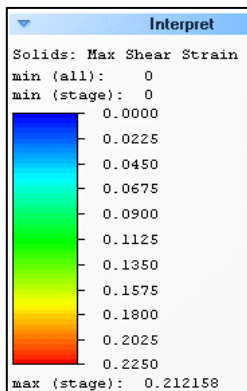
Talud 3D Extruido - 30 Días

CRITICAL SRF: 0.50

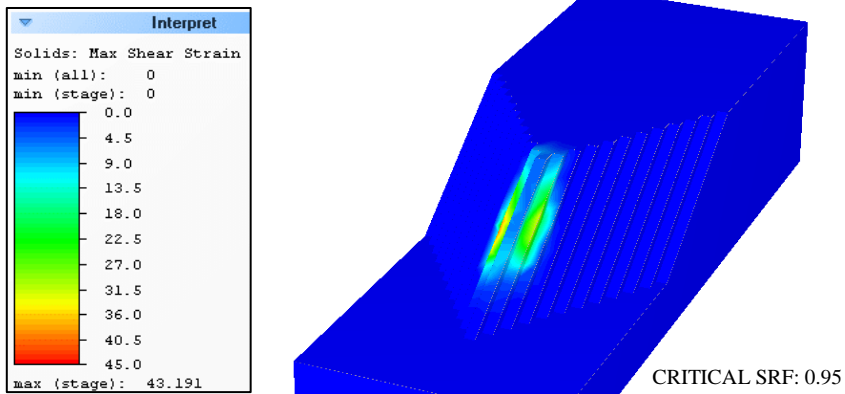


Talud 3D Convexo 70° - 0 Días

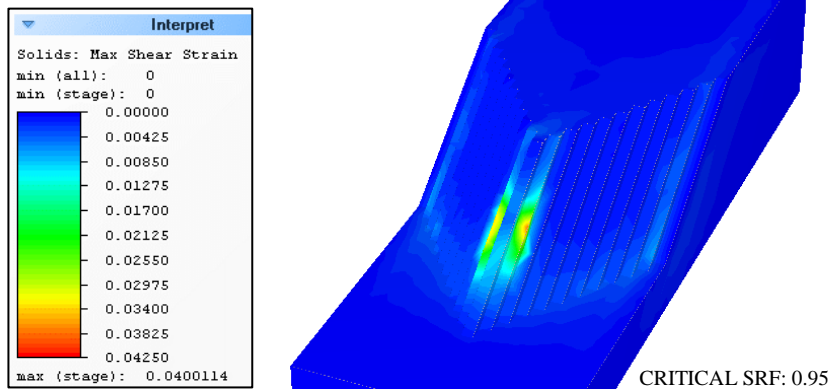
CRITICAL SRF: 1.27



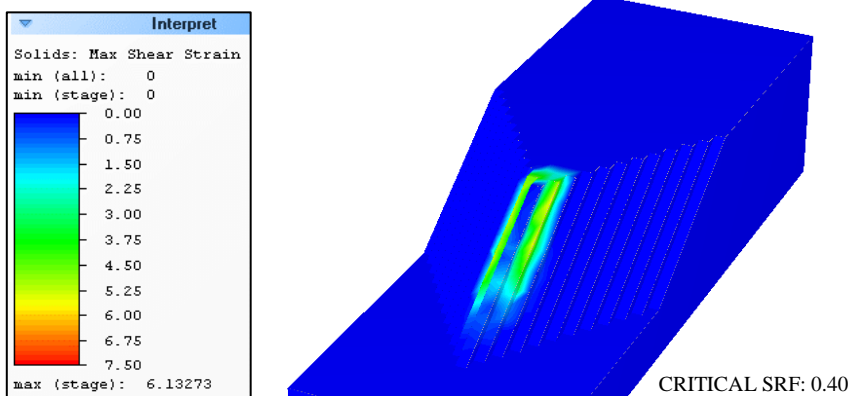
Talud 3D Convexo 70° - 5 Días



Talud 3D Convexo 70° - 10 Días

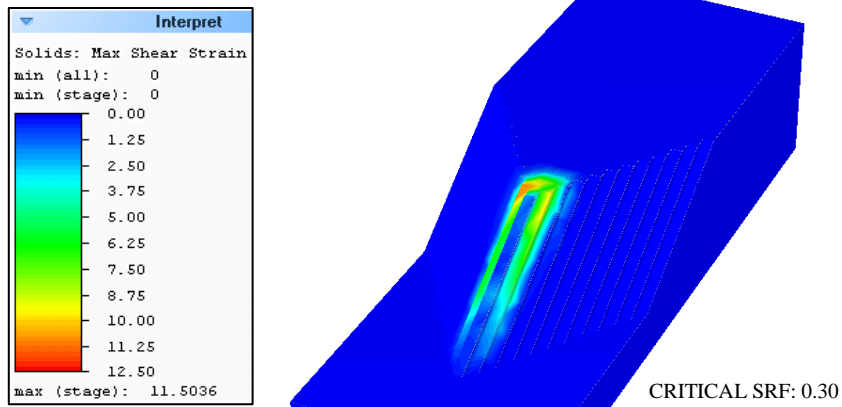


Talud 3D Convexo 70° - 15 Días

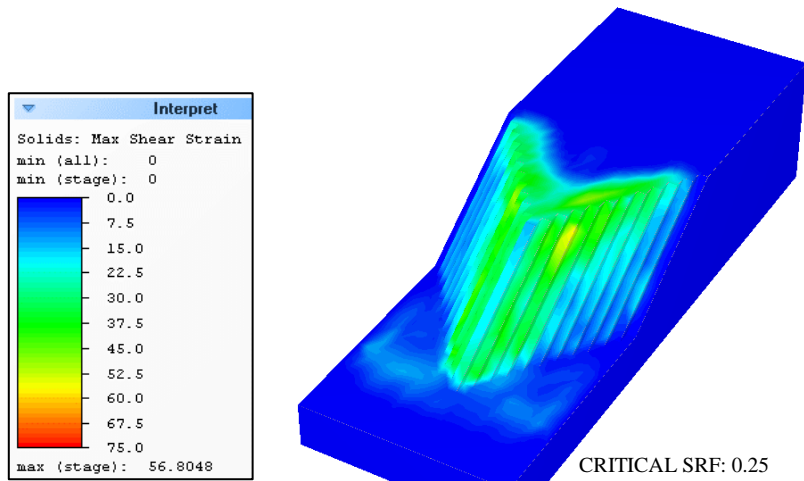




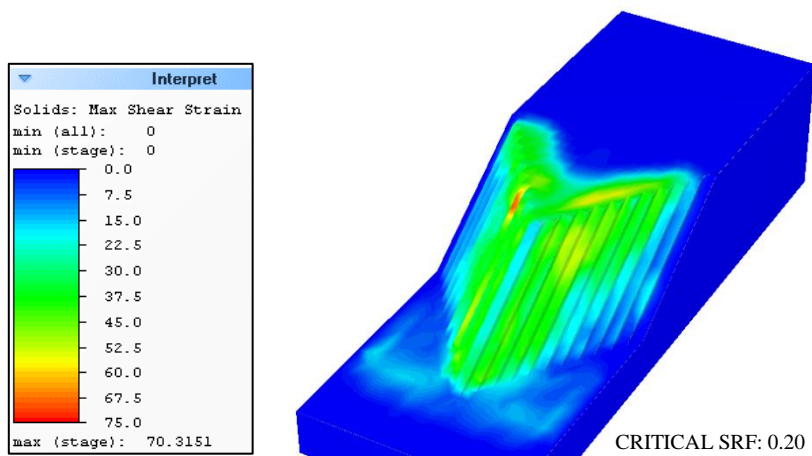
Talud 3D Convexo 70° - 20 Días



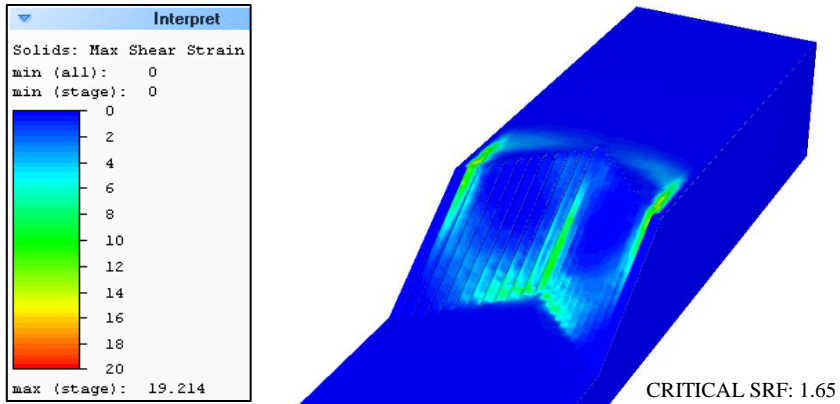
Talud 3D Convexo 70° - 25 Días



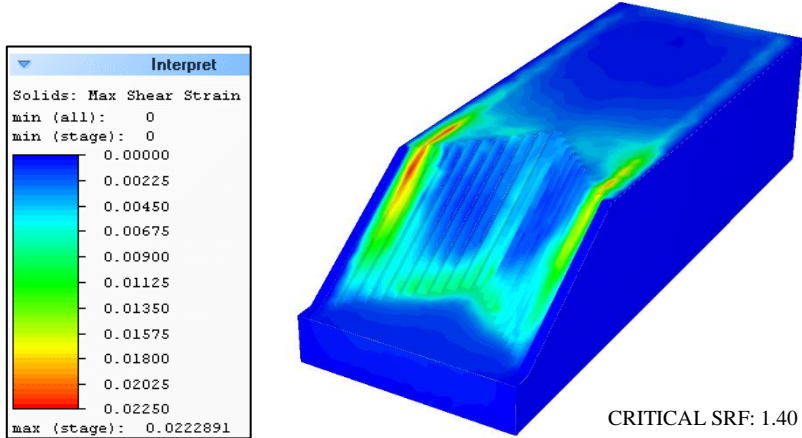
Talud 3D Convexo 70° - 30 Días



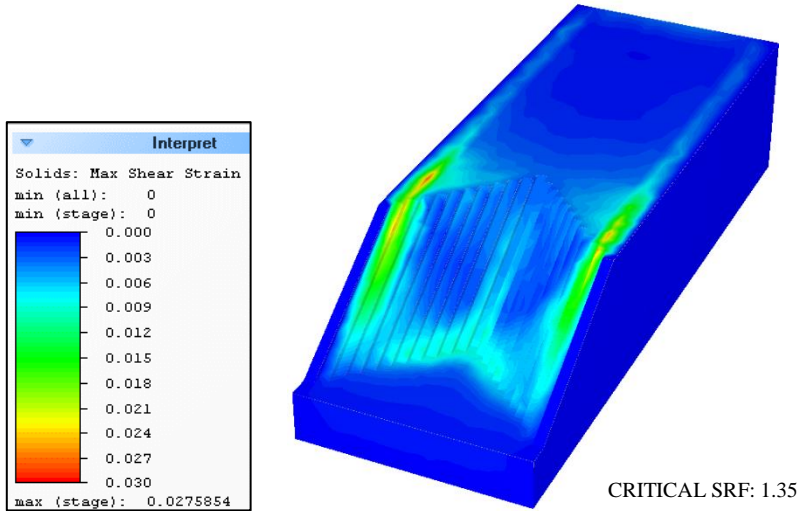
Talud 3D Cóncavo 90° - 0 Días



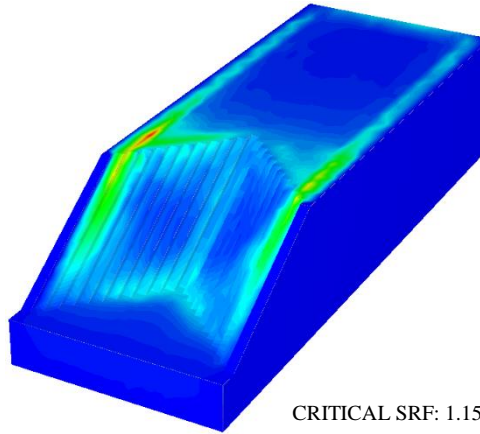
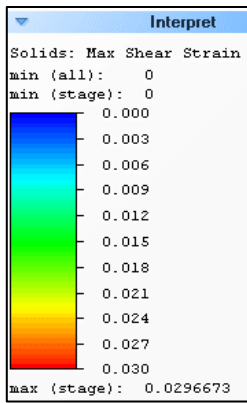
Talud 3D Cóncavo 90° - 5 Días



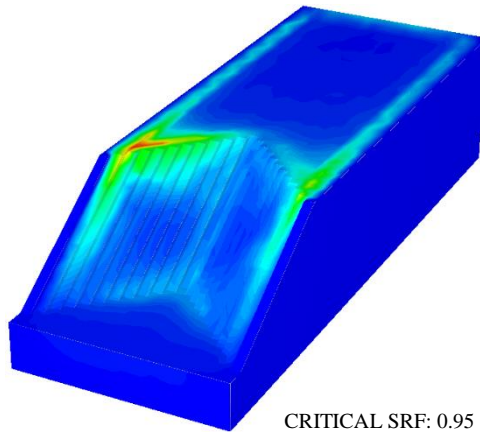
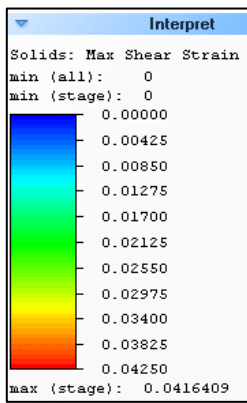
Talud 3D Cóncavo 90° - 10 Días



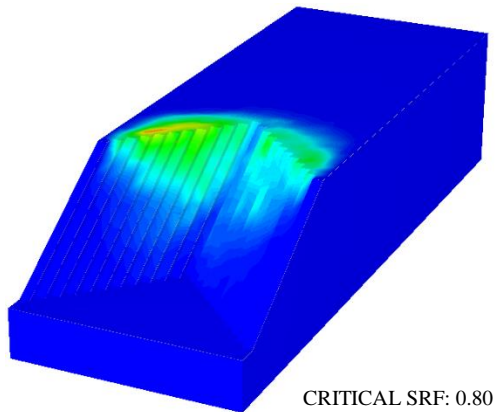
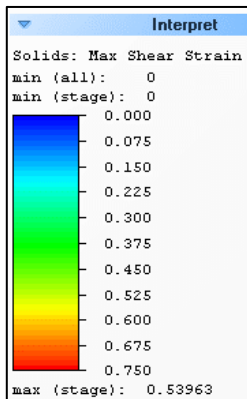
Talud 3D Cóncavo 90° - 15 Días



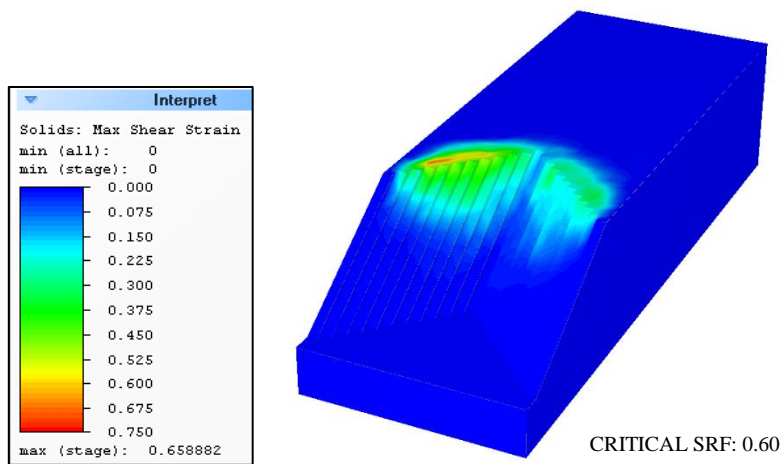
Talud 3D Cóncavo 90° - 20 Días



Talud 3D Cóncavo 90° - 25 Días



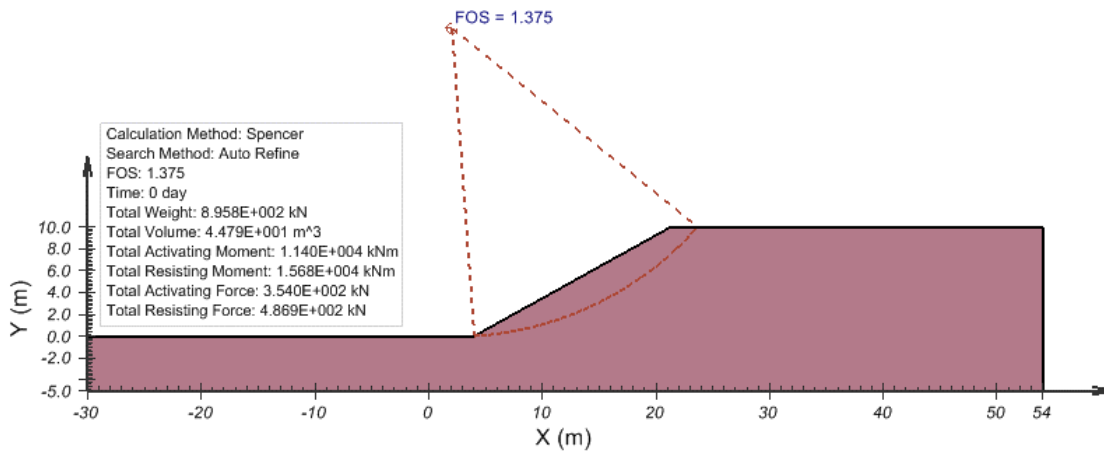
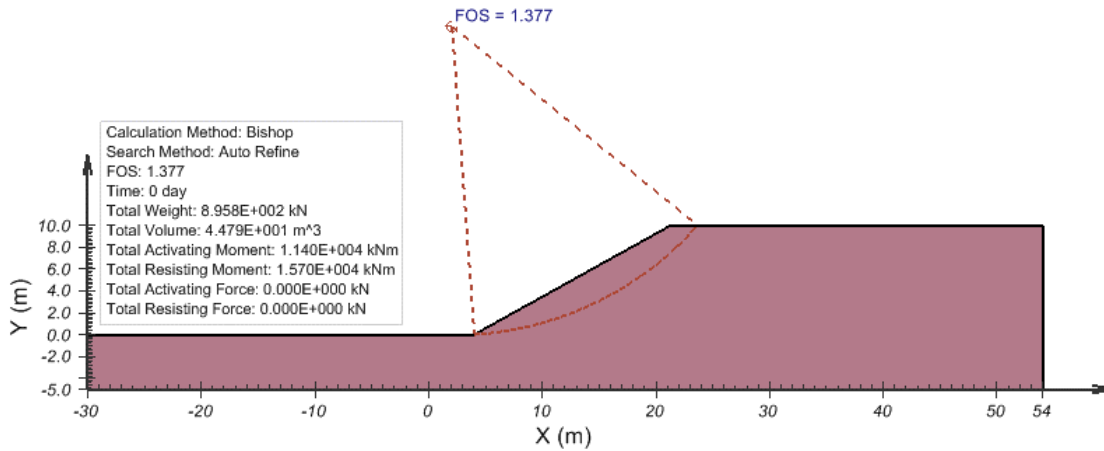
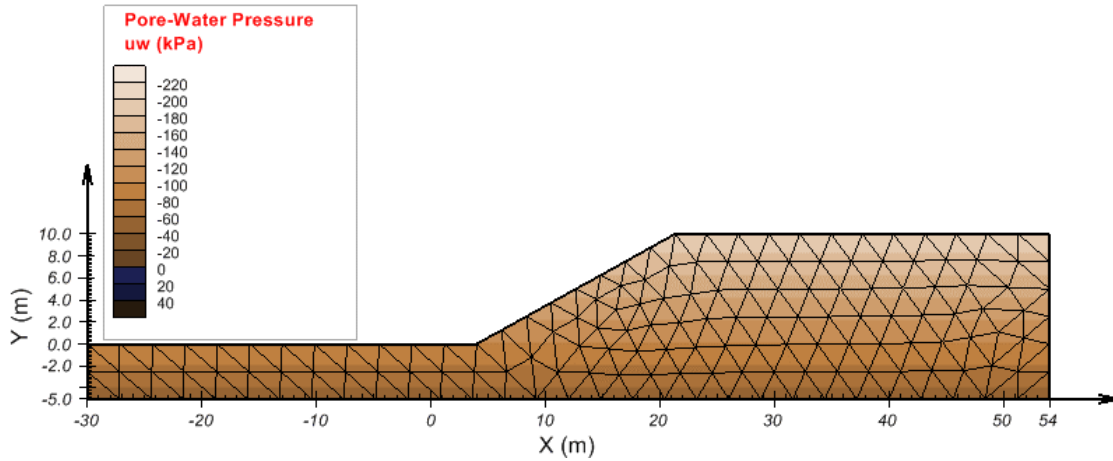
*Talud 3D Cóncavo 90° - 30 Días*



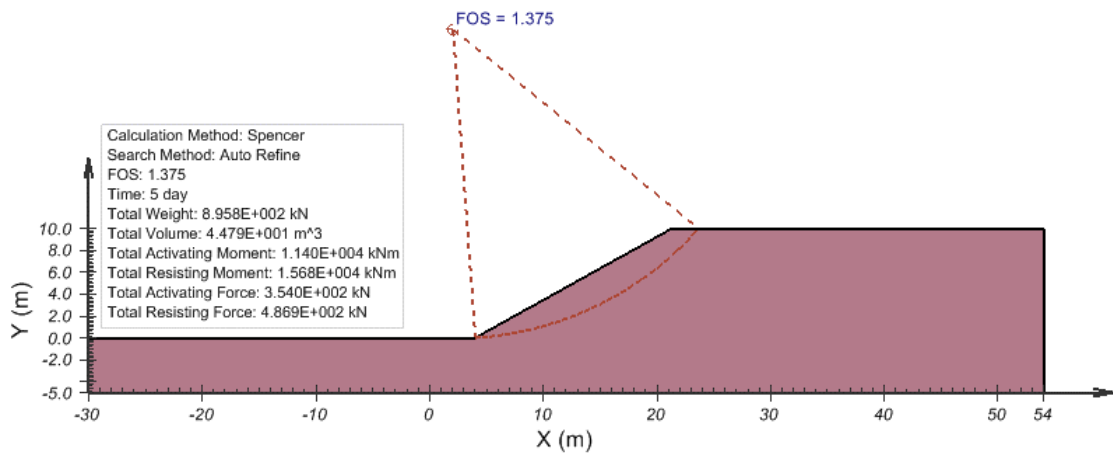
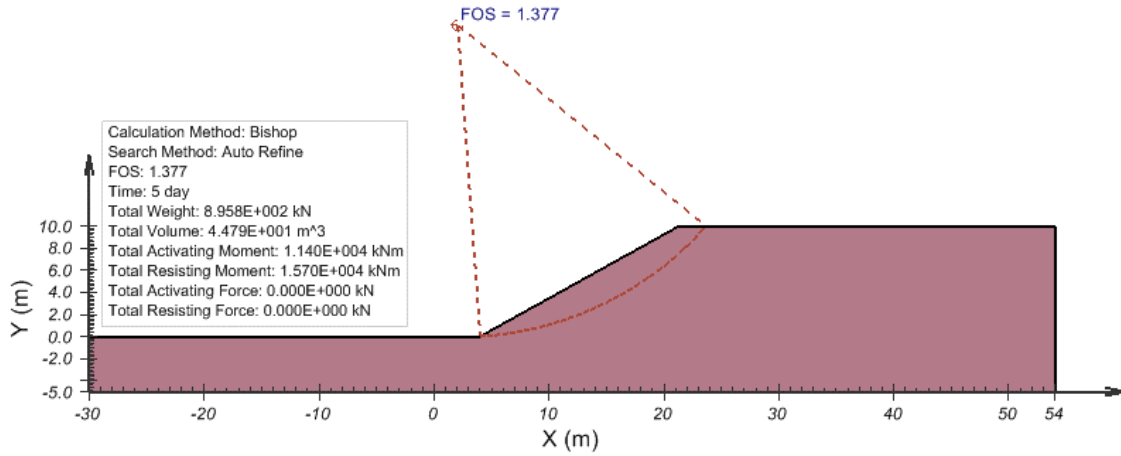
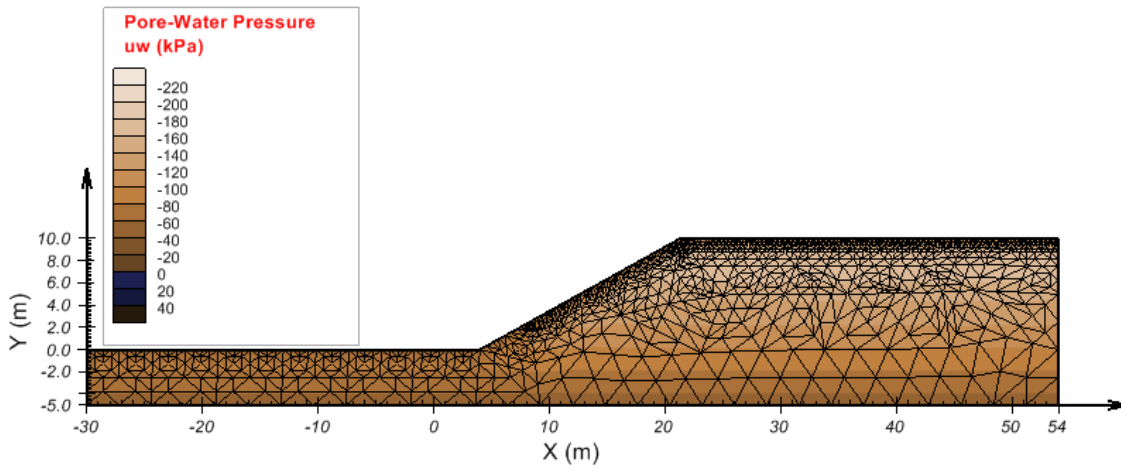
### D.3 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD D- INFILTRACIÓN VARIABLE DE PRECIPITACIONES

#### D.3.1 MEL

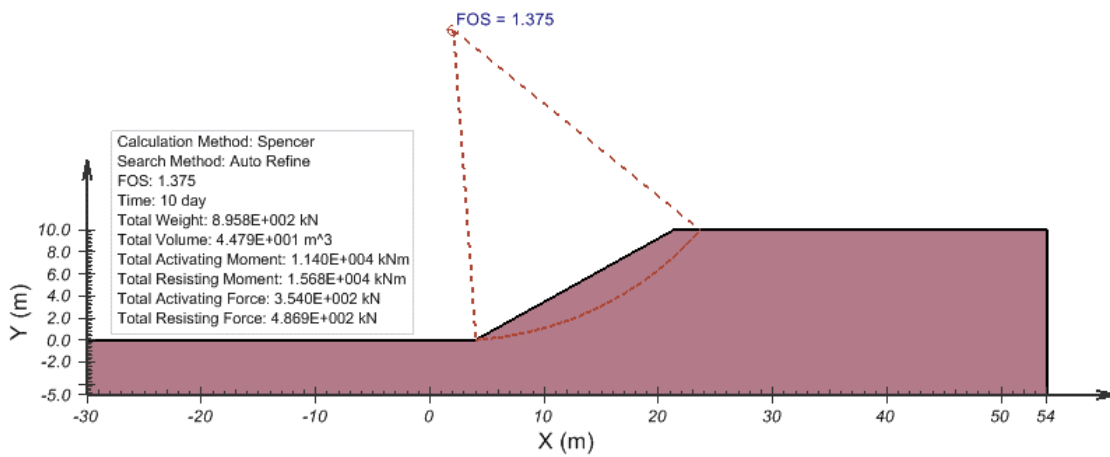
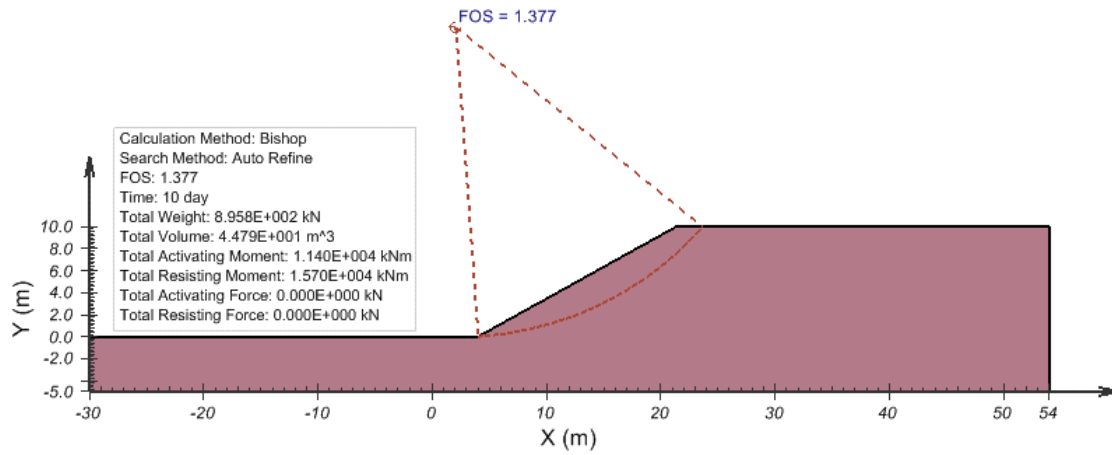
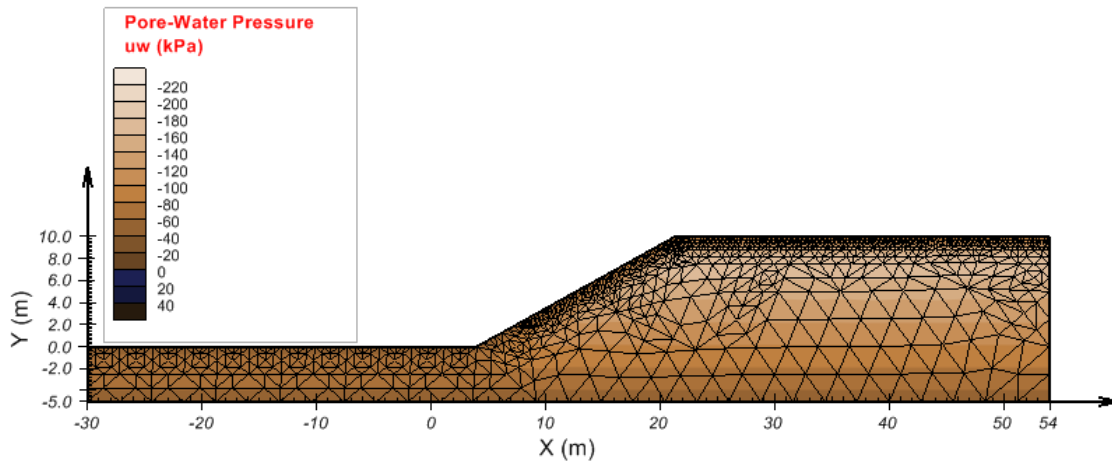
Talud 2D - 0 Días



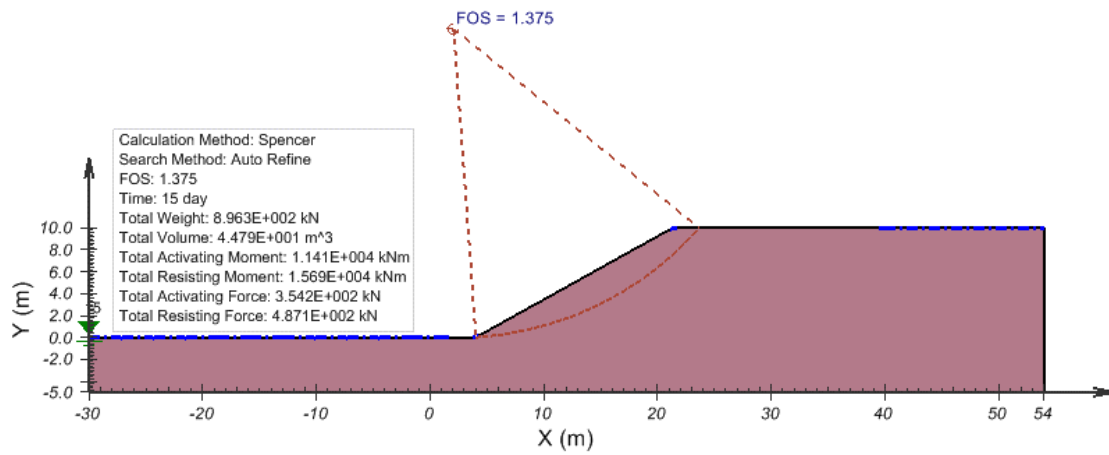
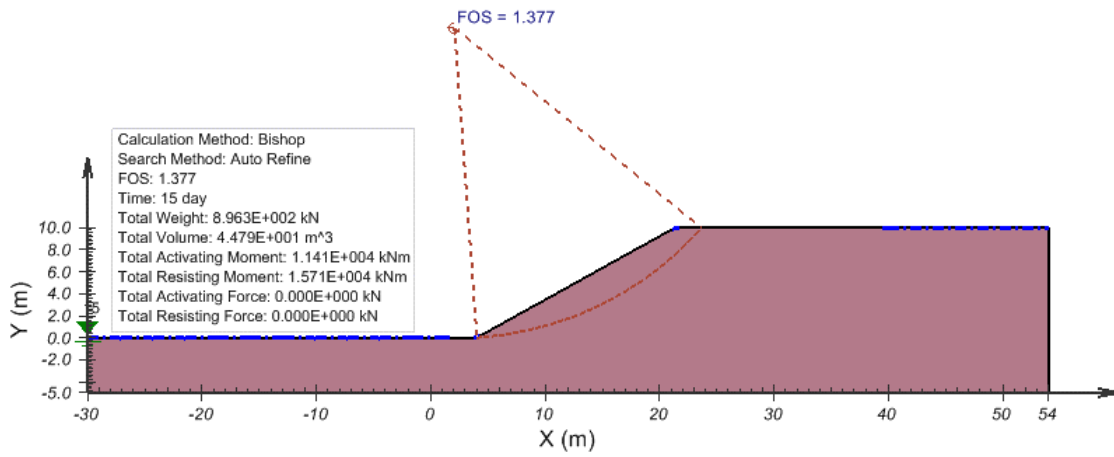
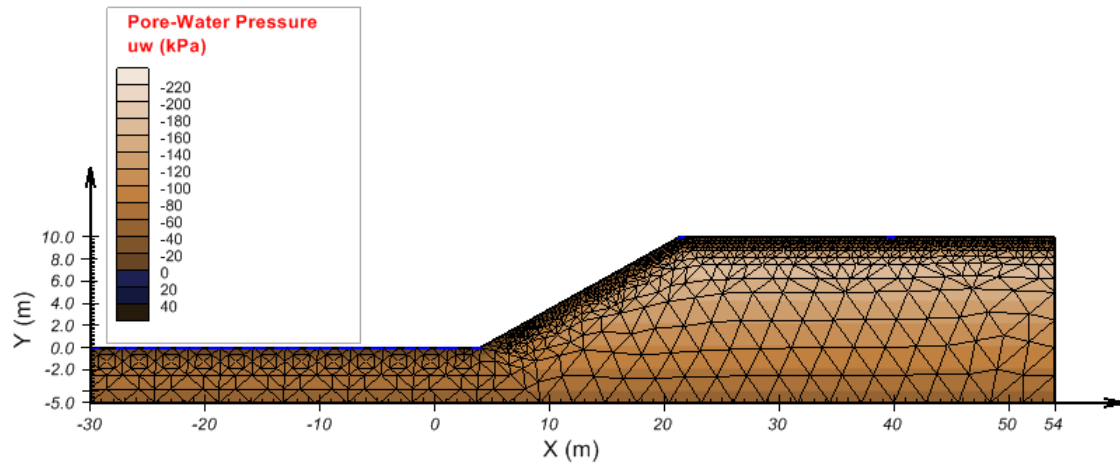
Talud 2D - 5 Días



Talud 2D - 10 Días

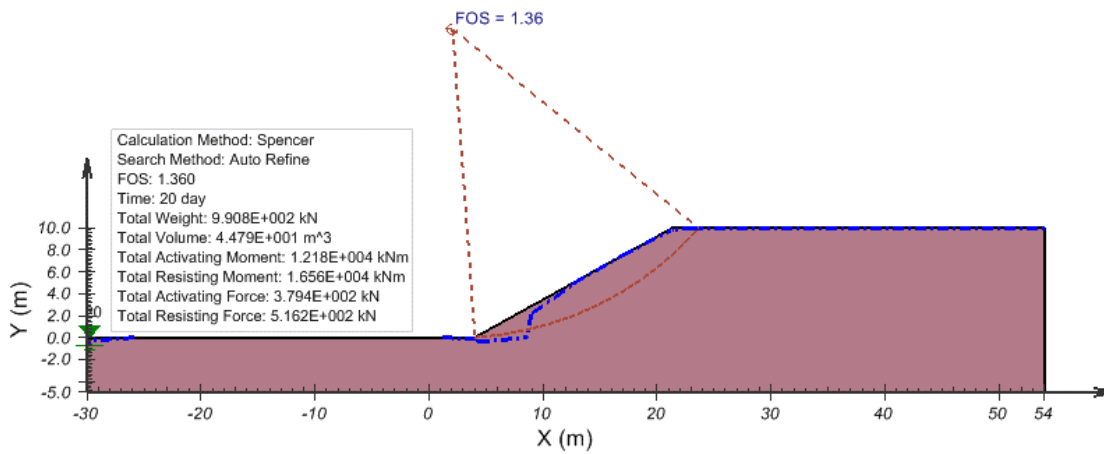
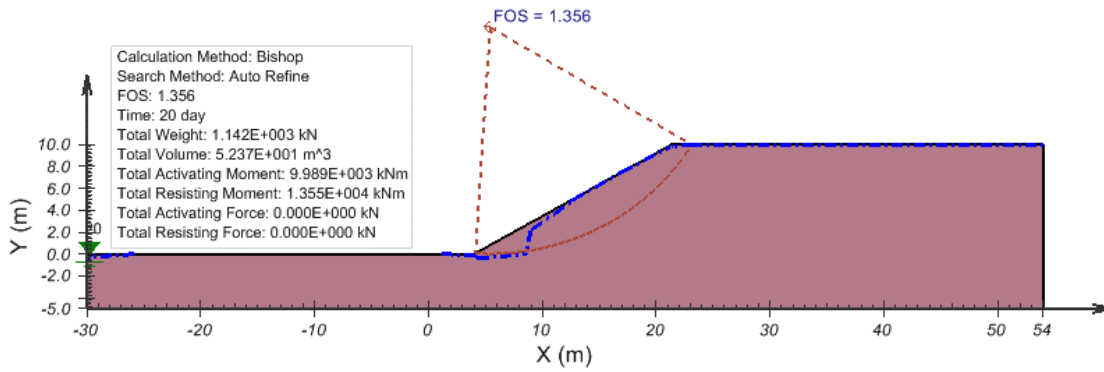
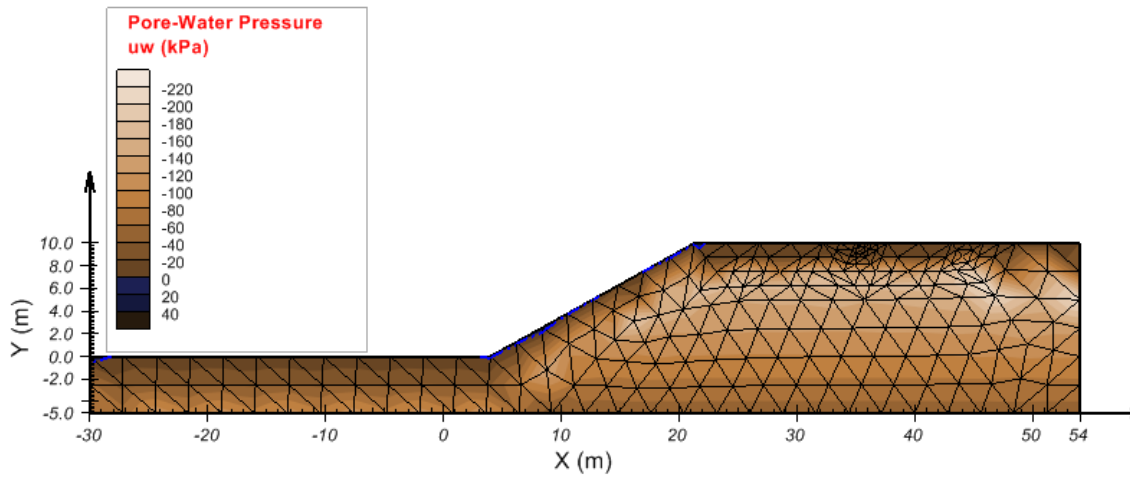


Talud 2D - 15 Días

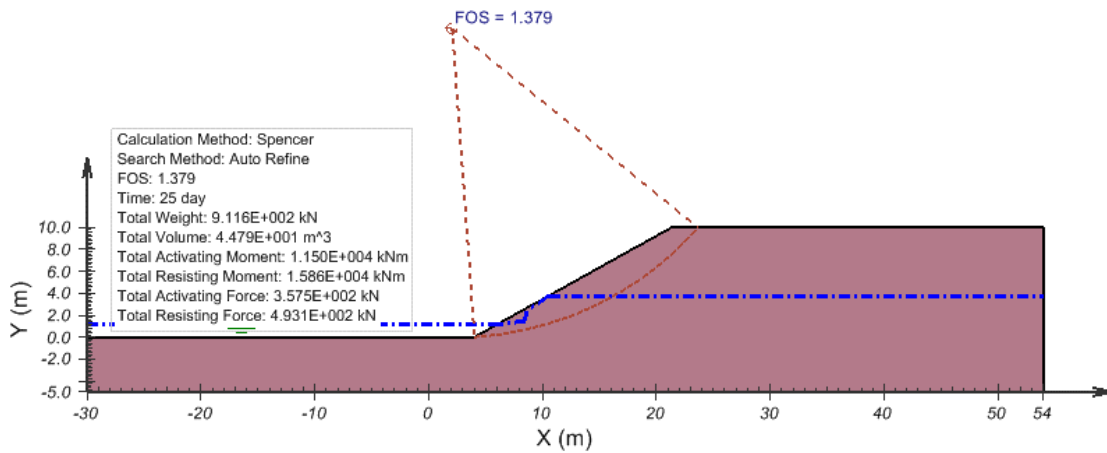
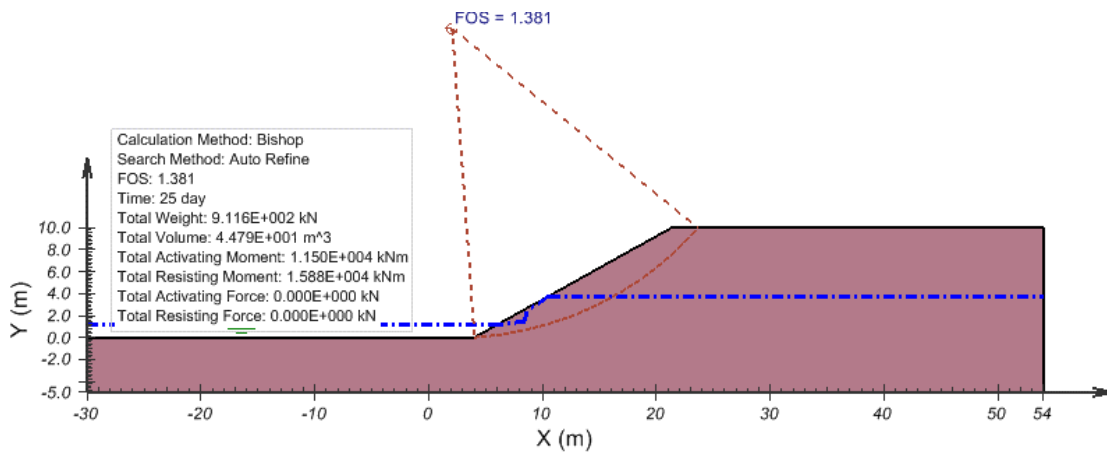
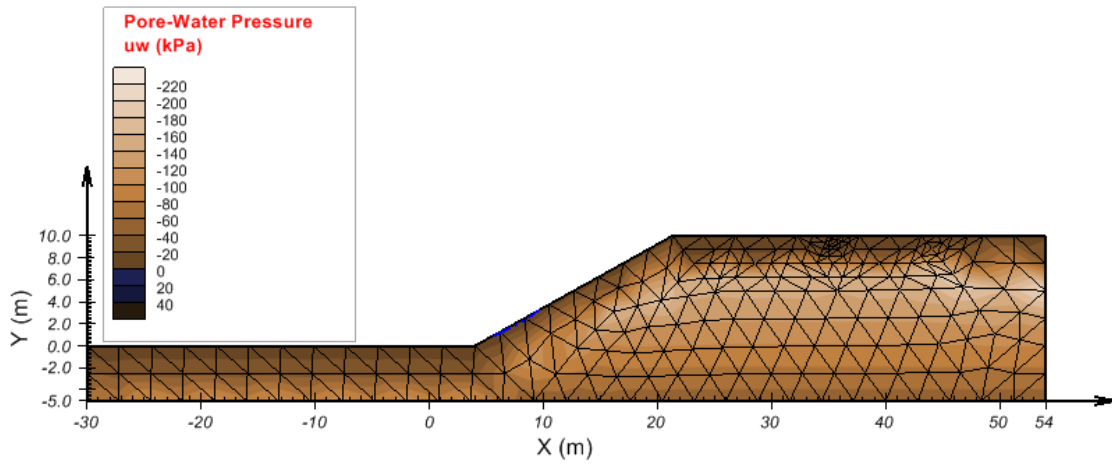




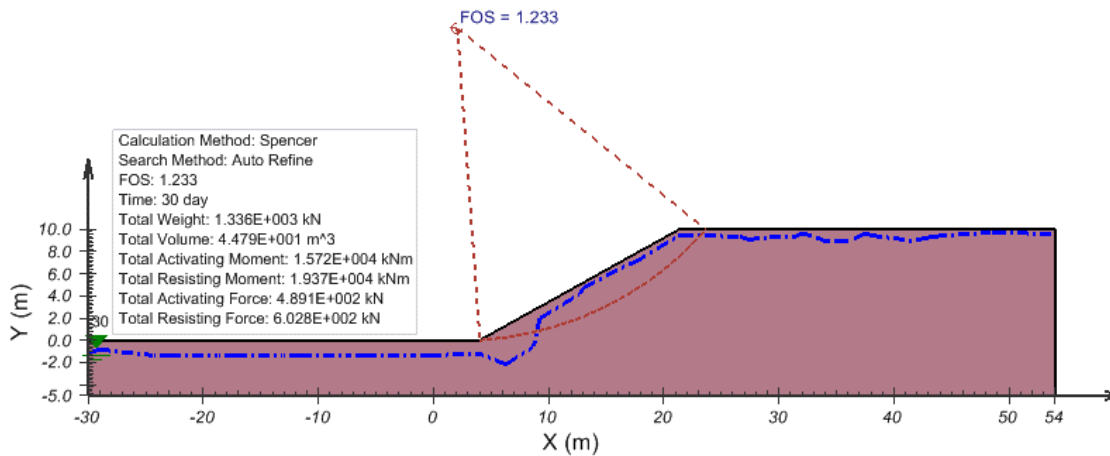
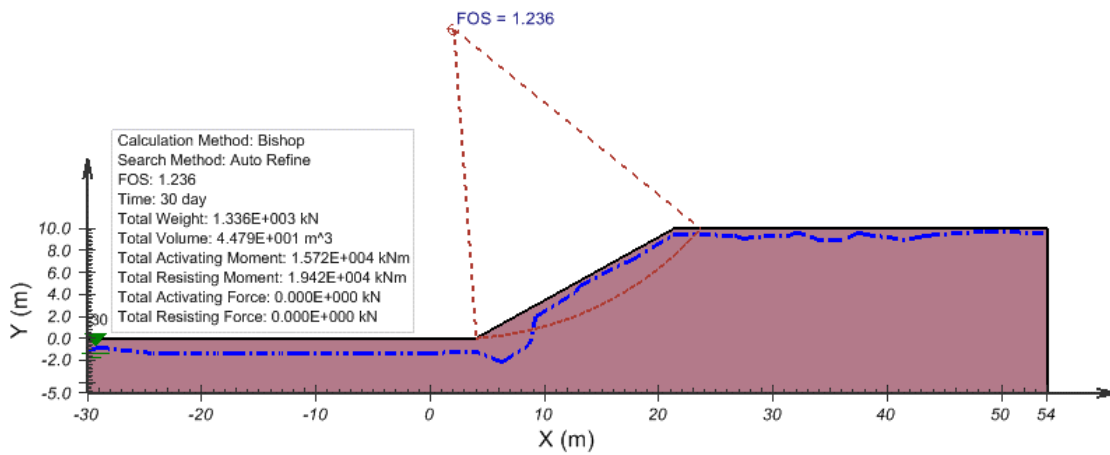
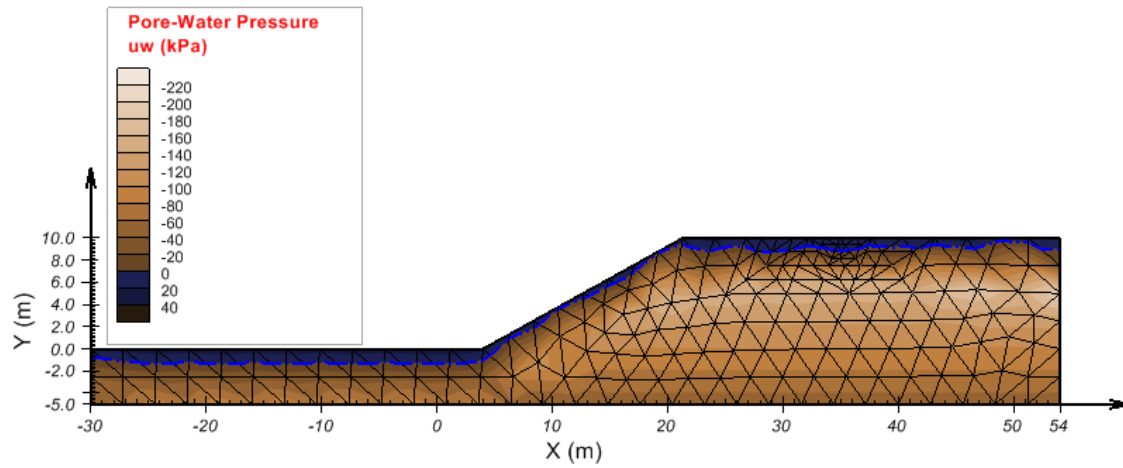
Talud 2D - 20 Días



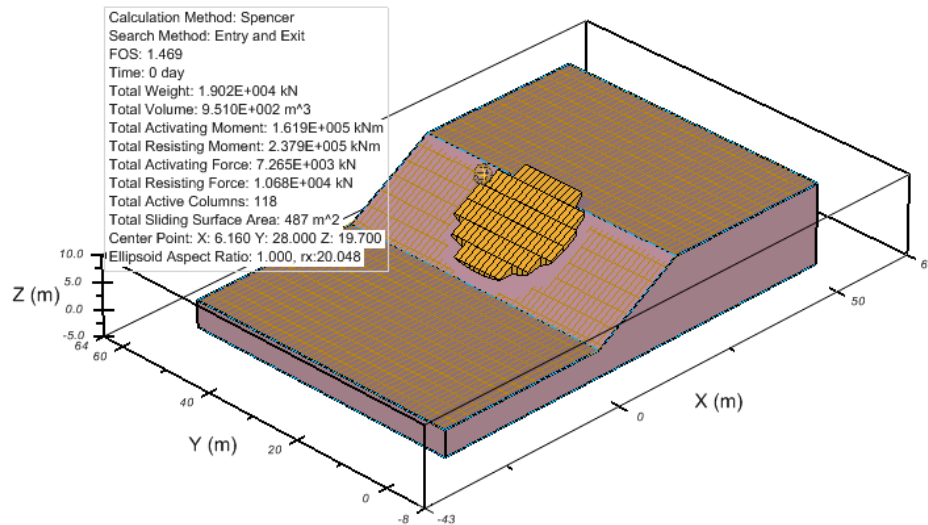
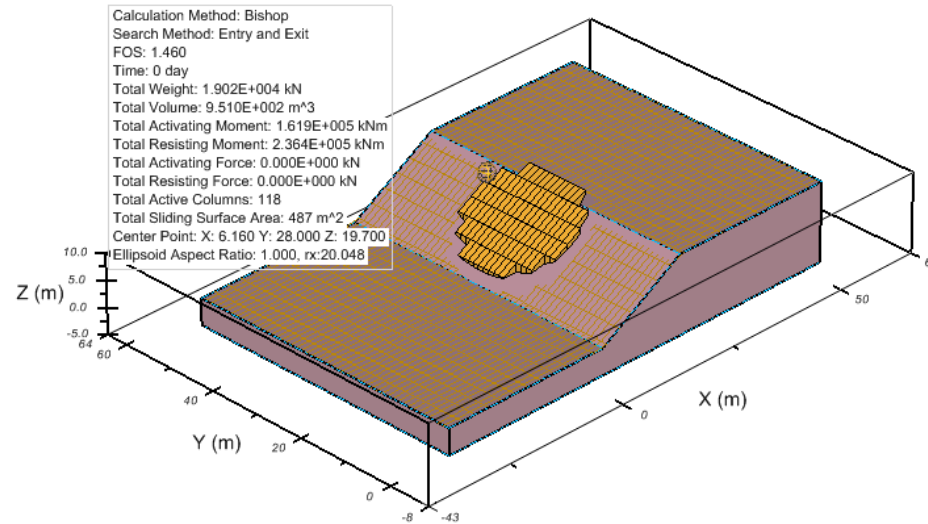
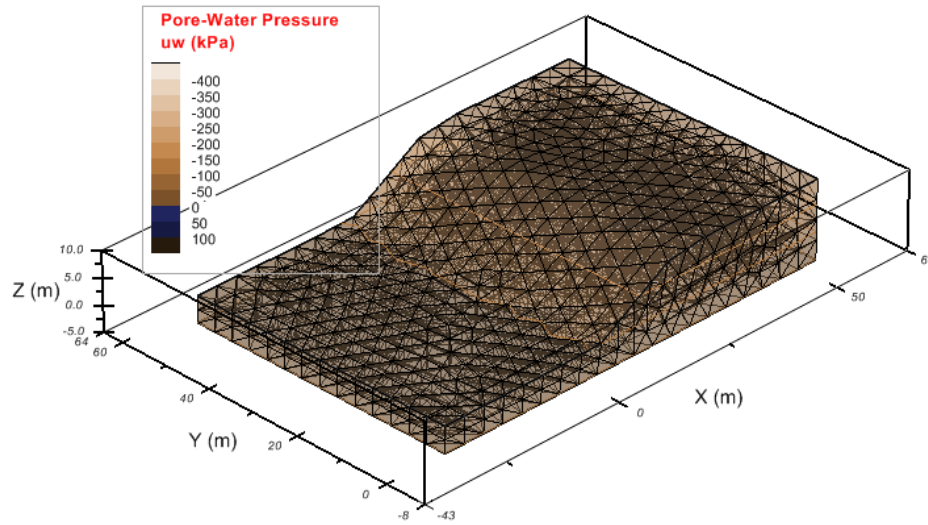
Talud 2D - 25 Días



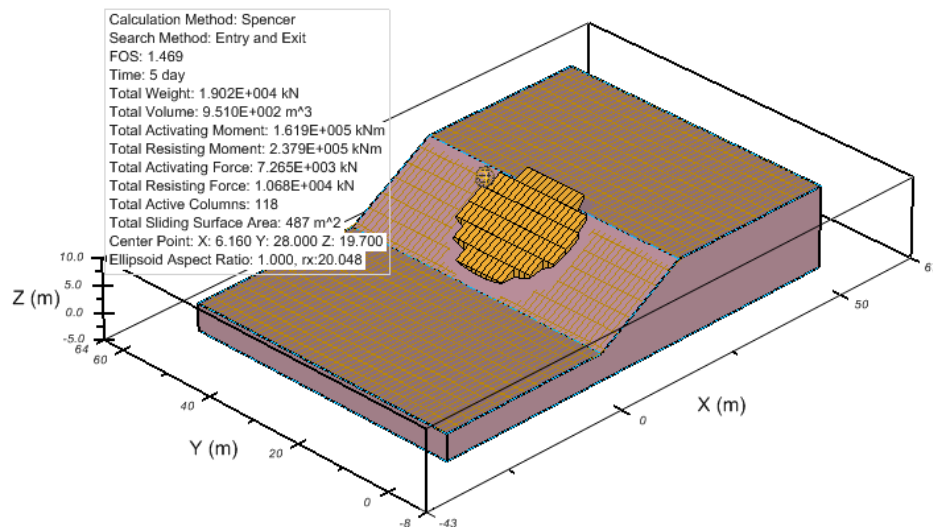
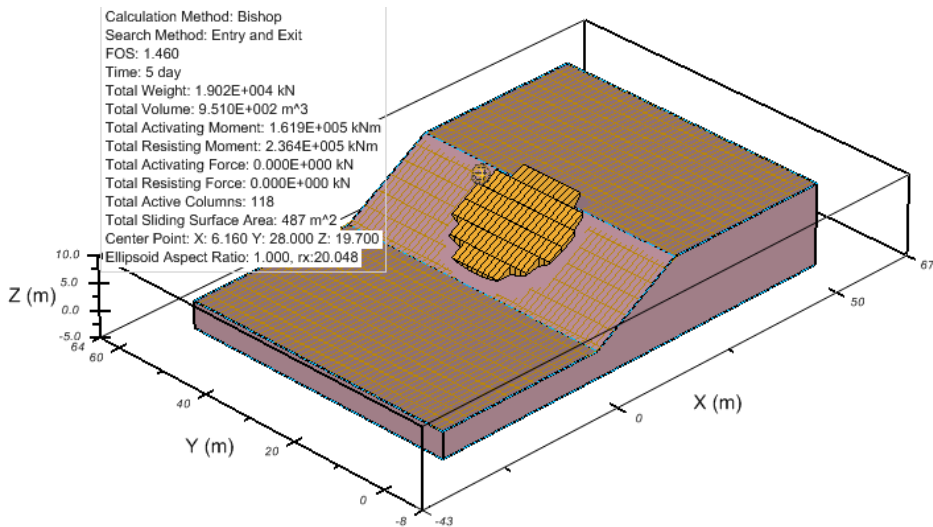
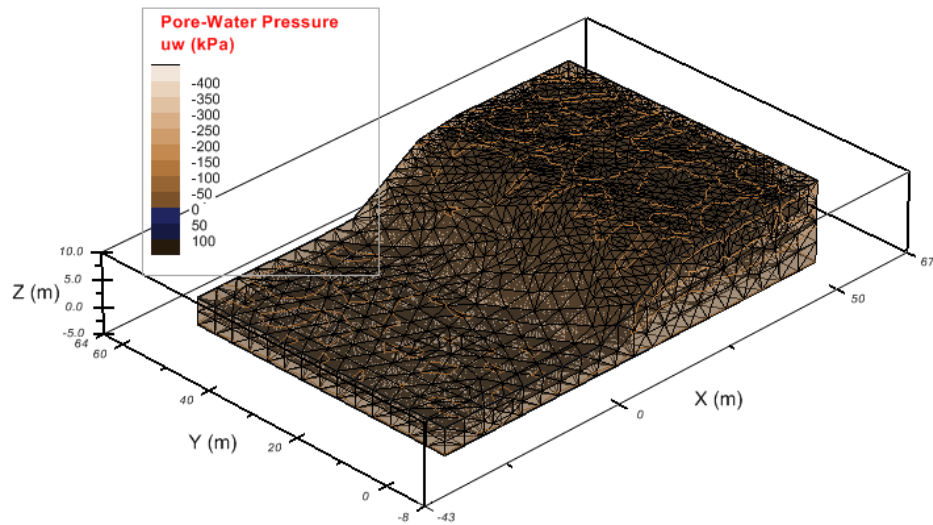
Talud 2D - 30 Días



Talud 3D Extruido - 0 Días

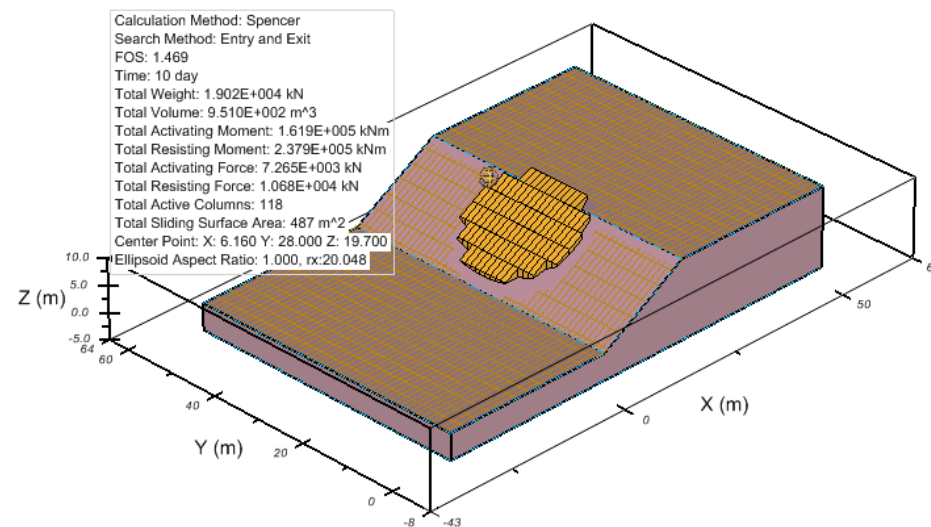
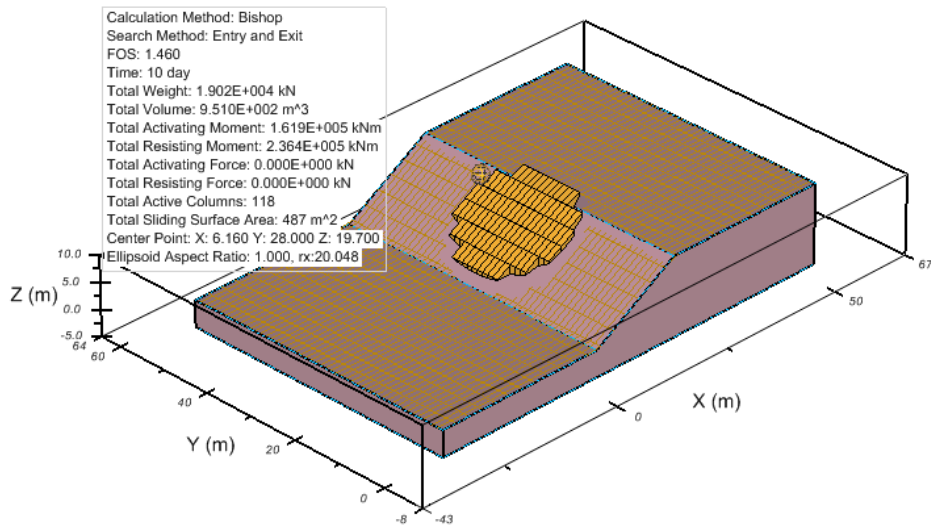
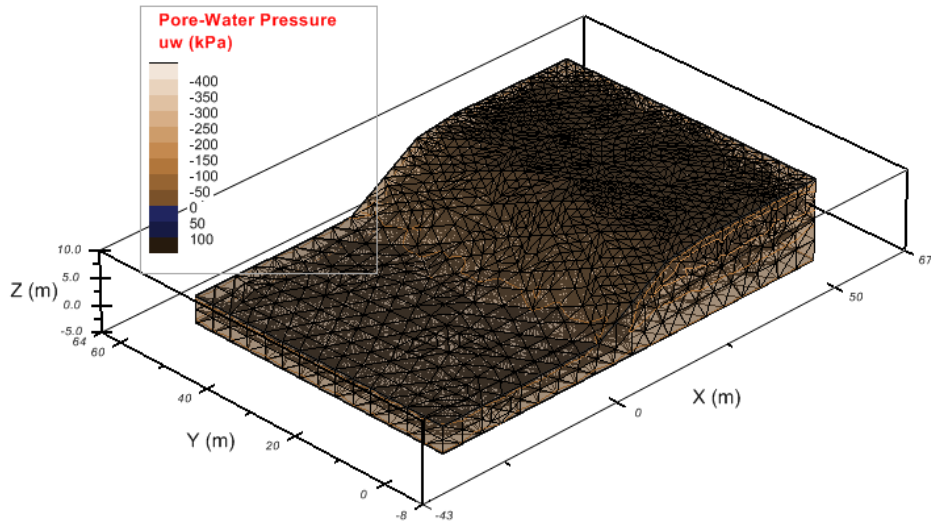


Talud 3D Extruido - 5 Días

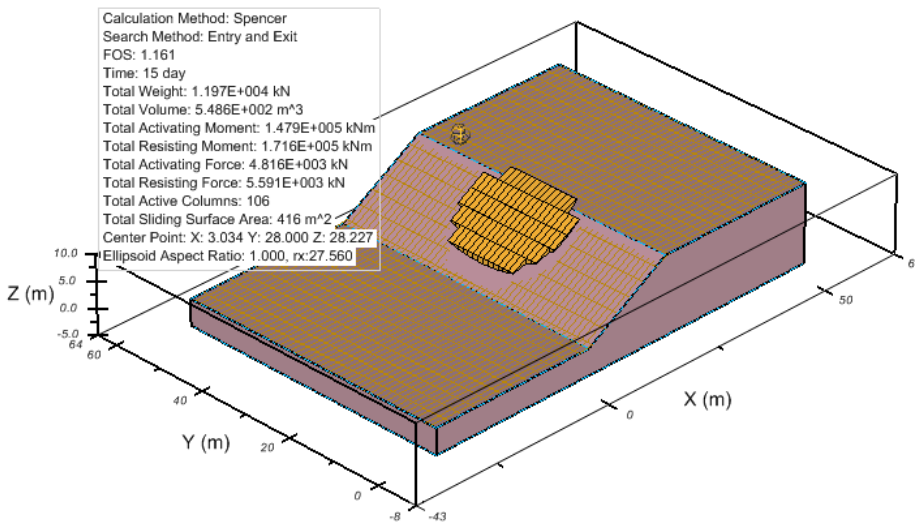
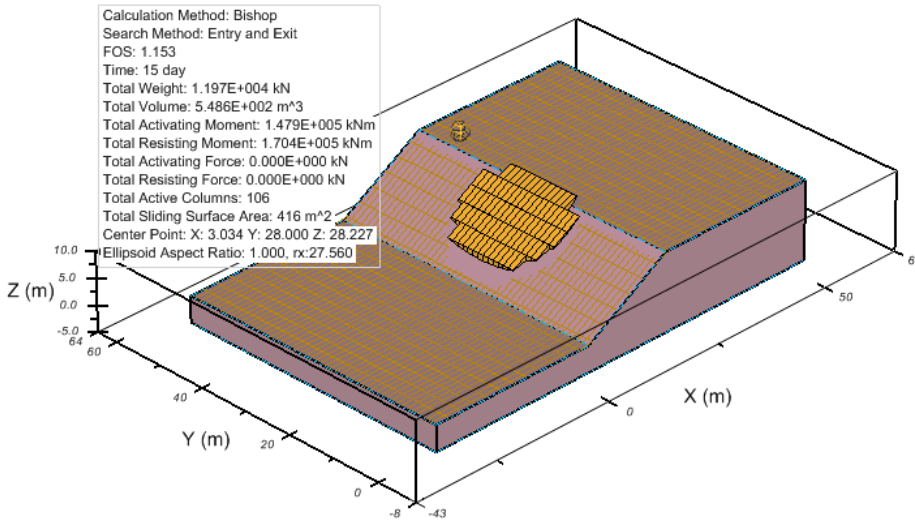
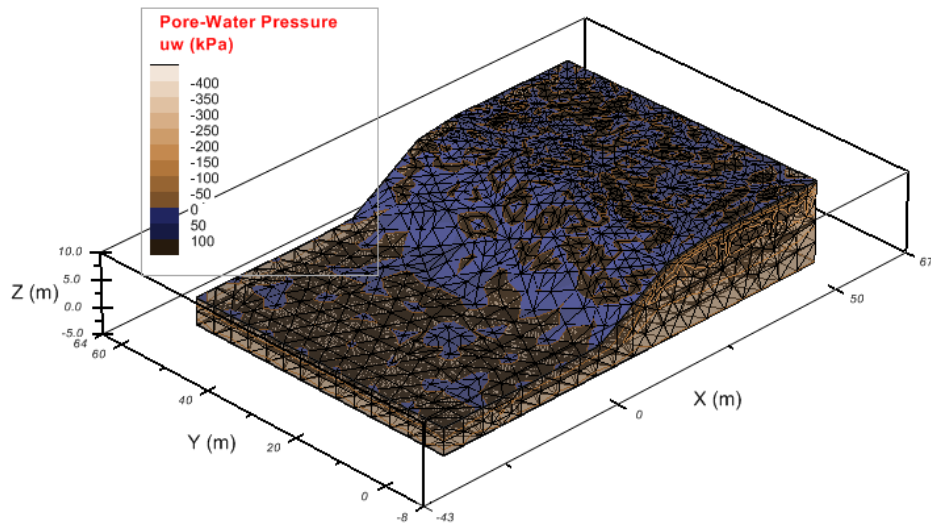




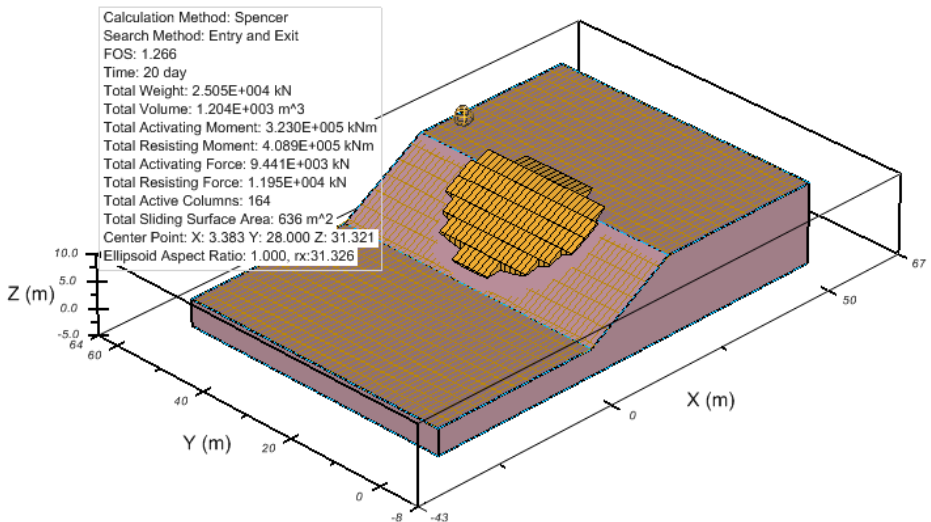
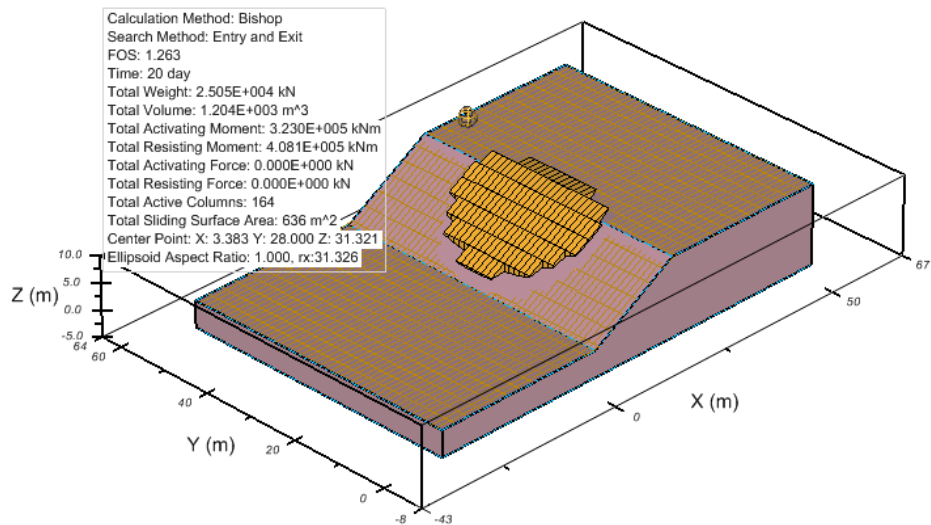
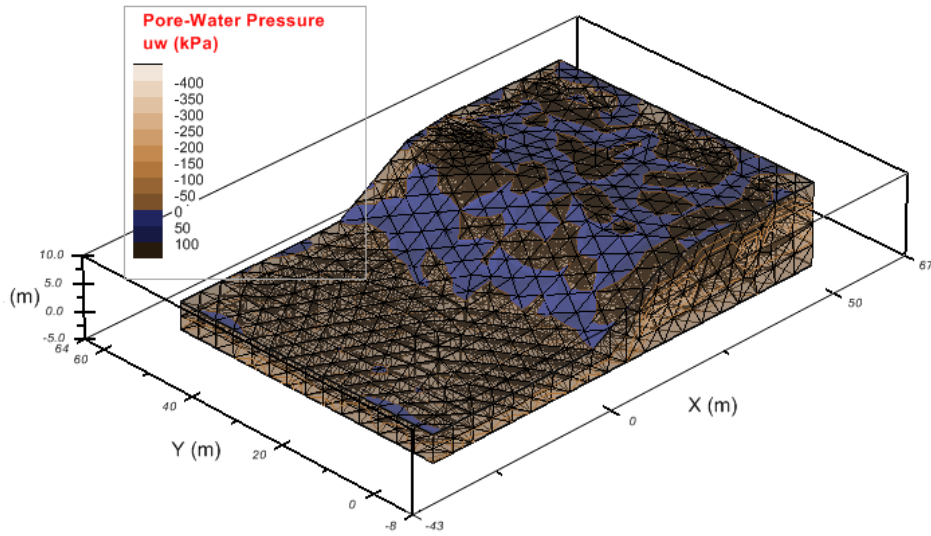
Talud 3D Extruido - 10 Días



Talud 3D Extruido - 15 Días

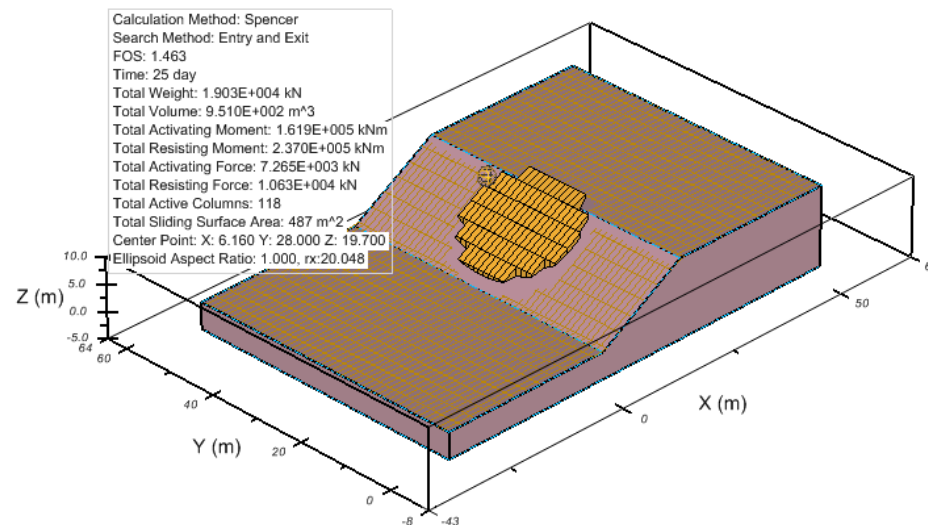
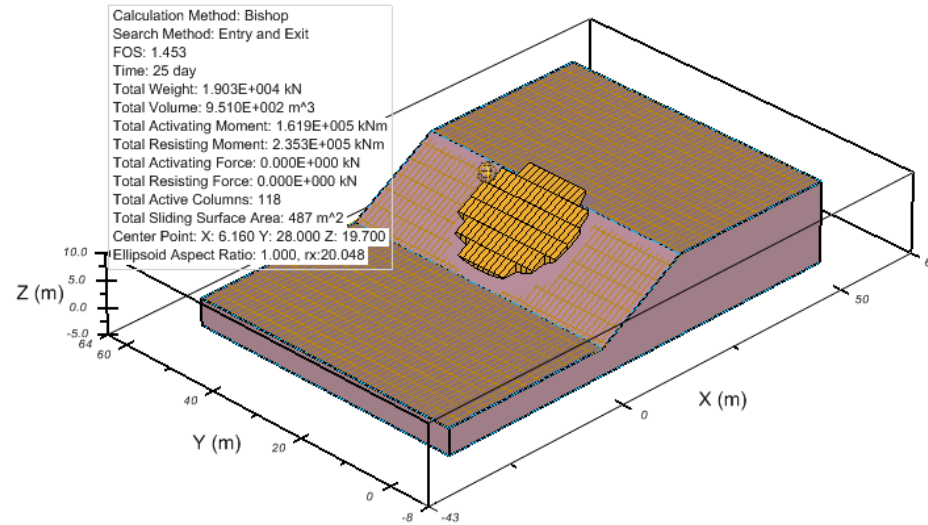
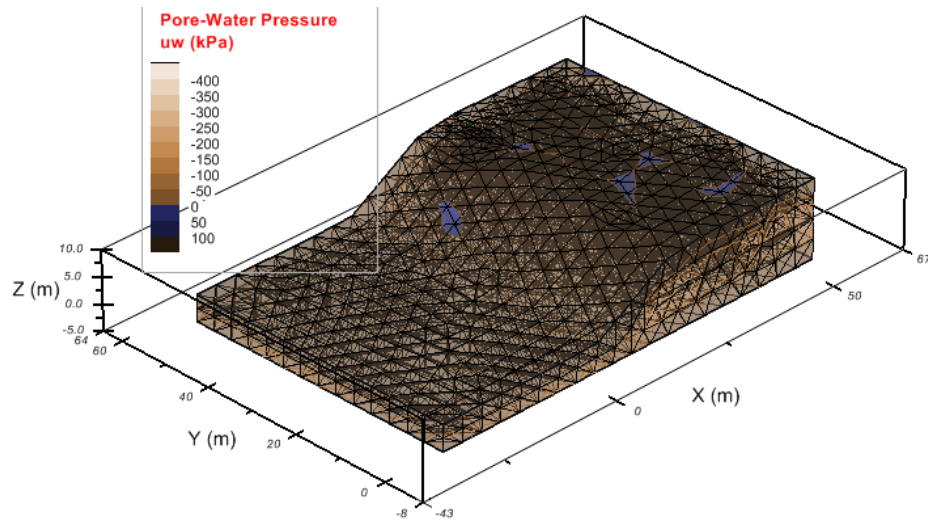


Talud 3D Extruido - 20 Días

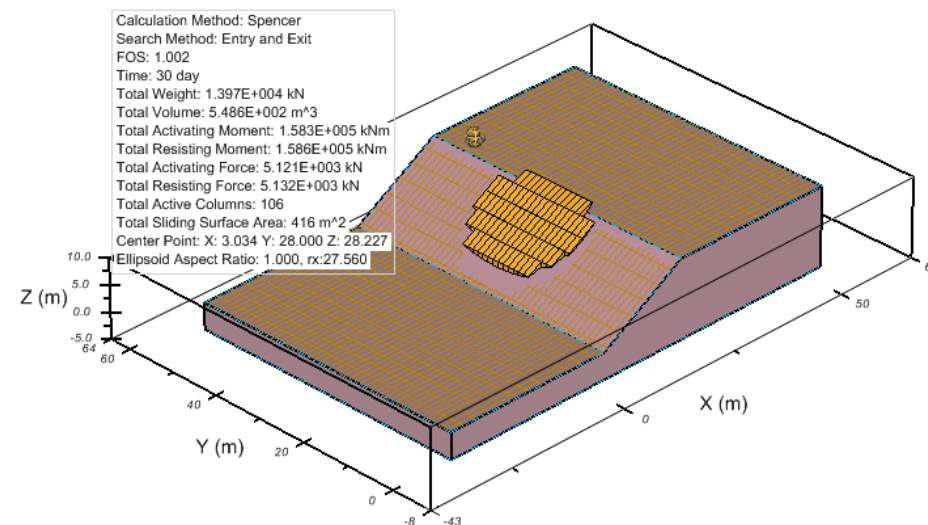
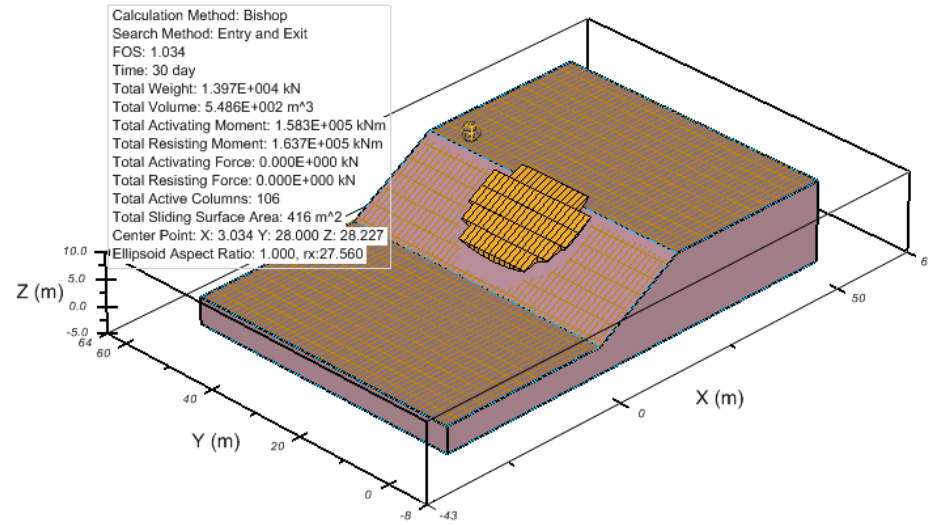
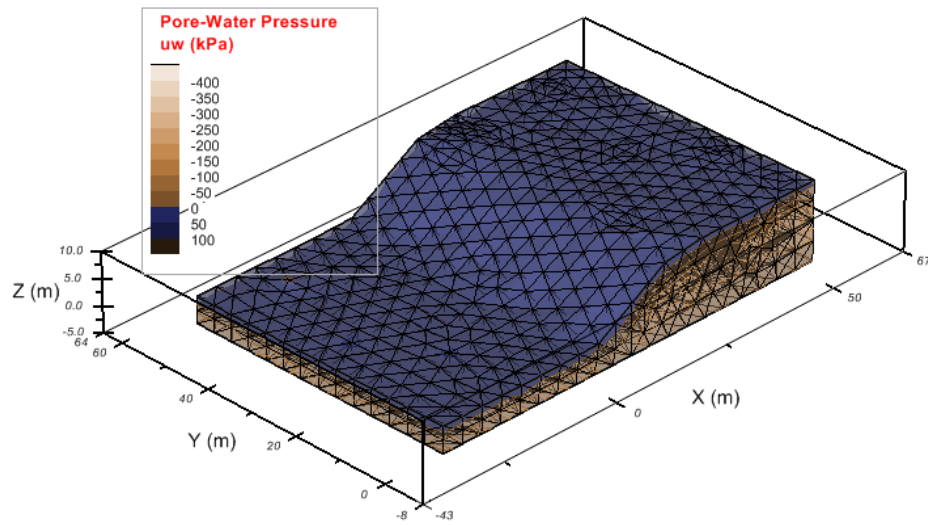




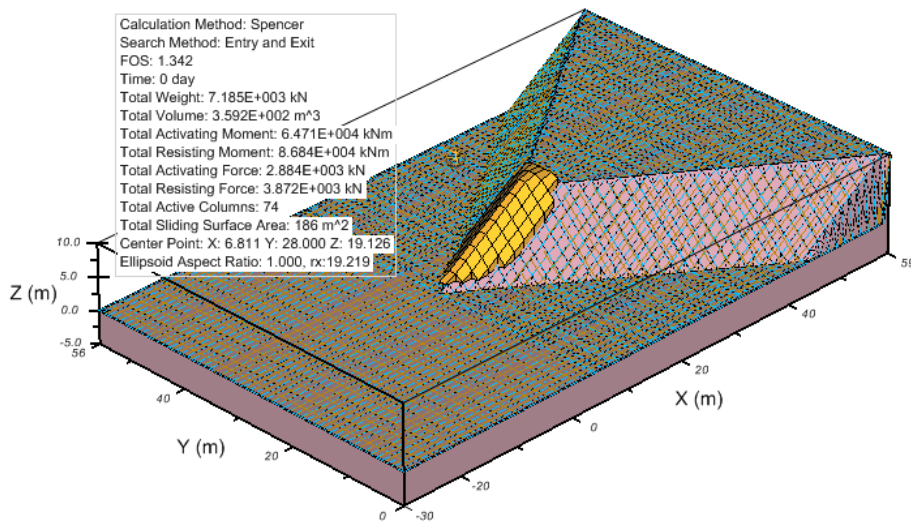
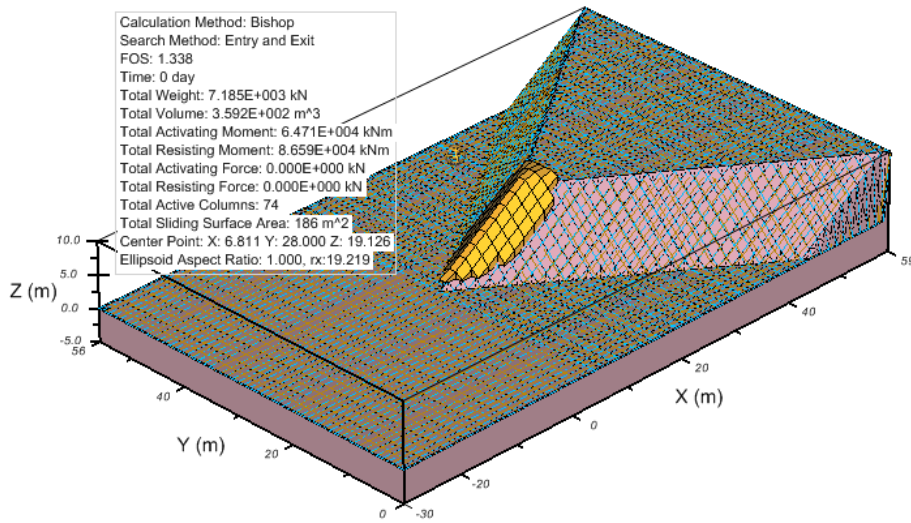
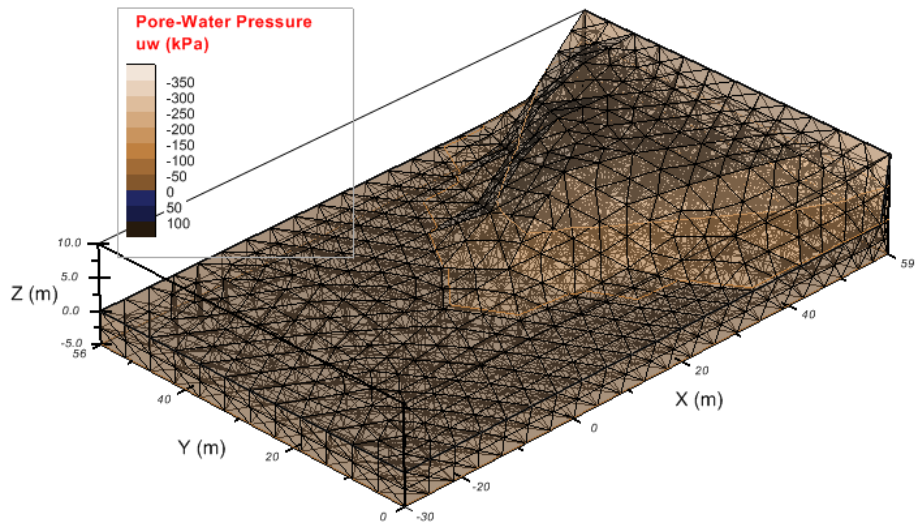
Talud 3D Extruido - 25 Días



Talud 3D Extruido - 30 Días

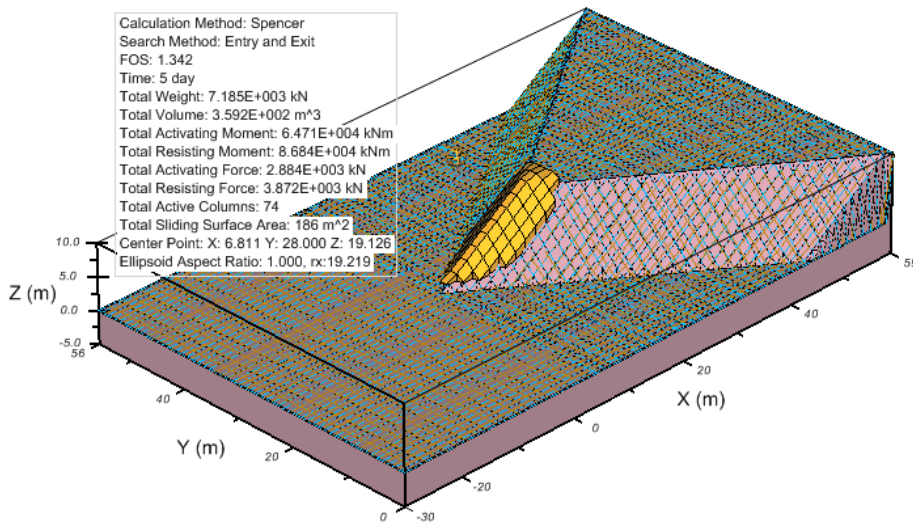
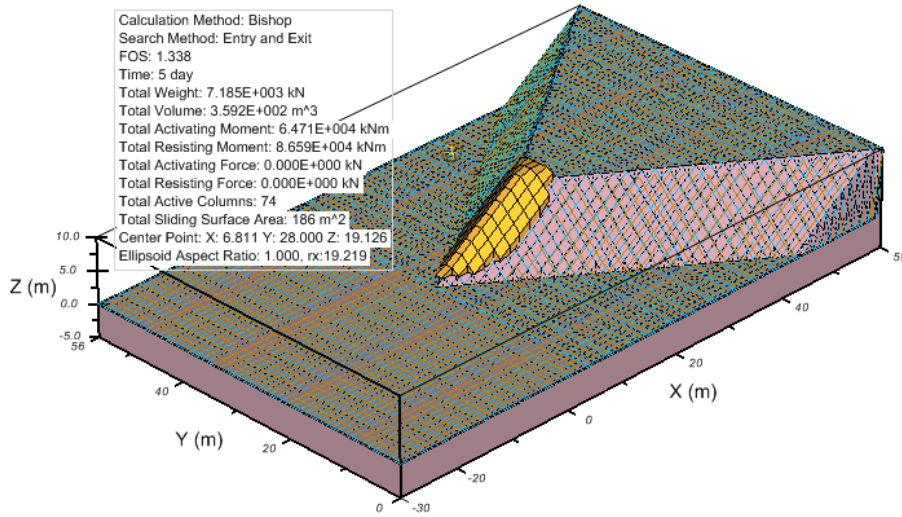
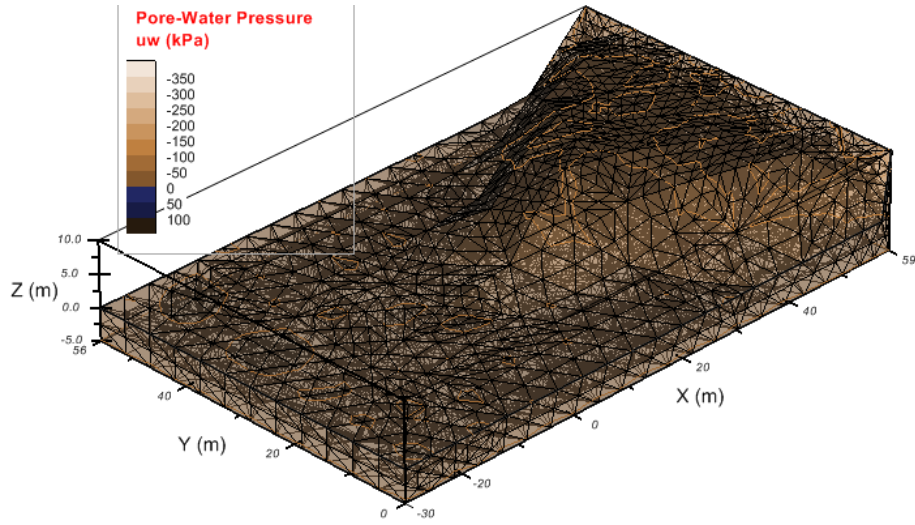


Talud 3D Convexo 70° - 0 Días

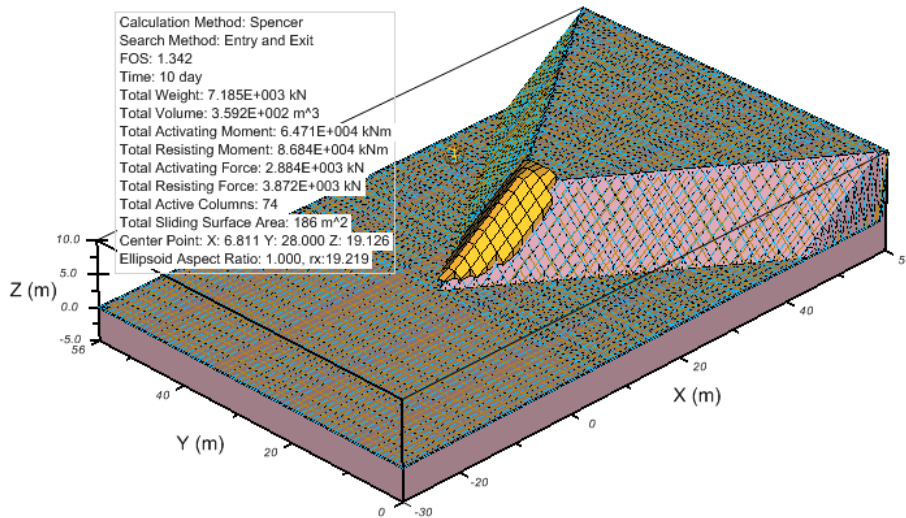
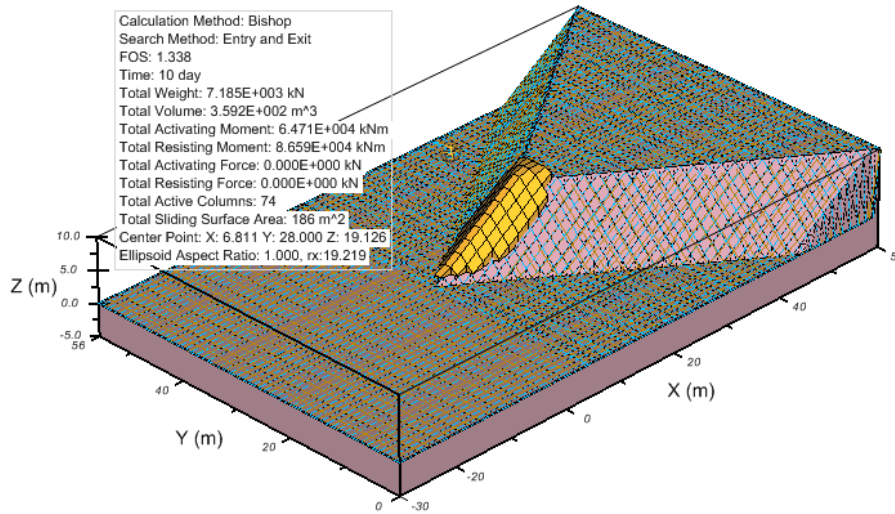
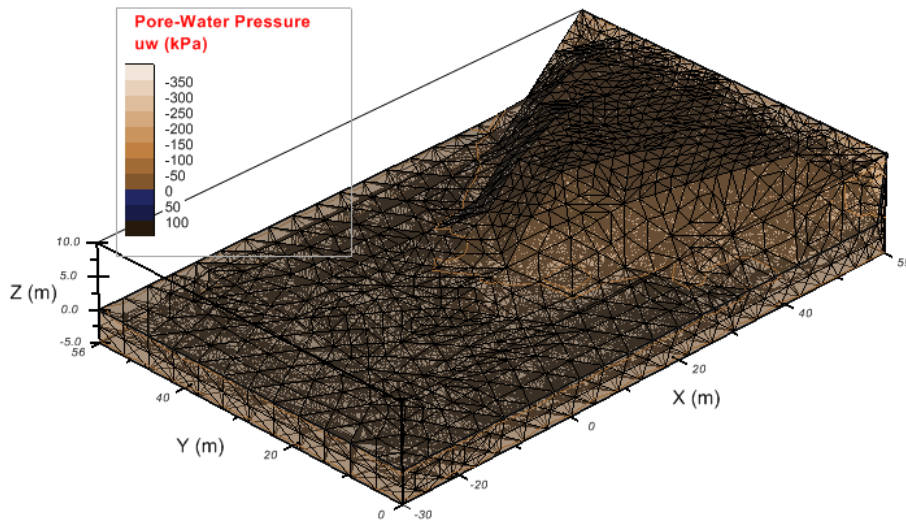




Talud 3D Convexo 70° - 5 Días

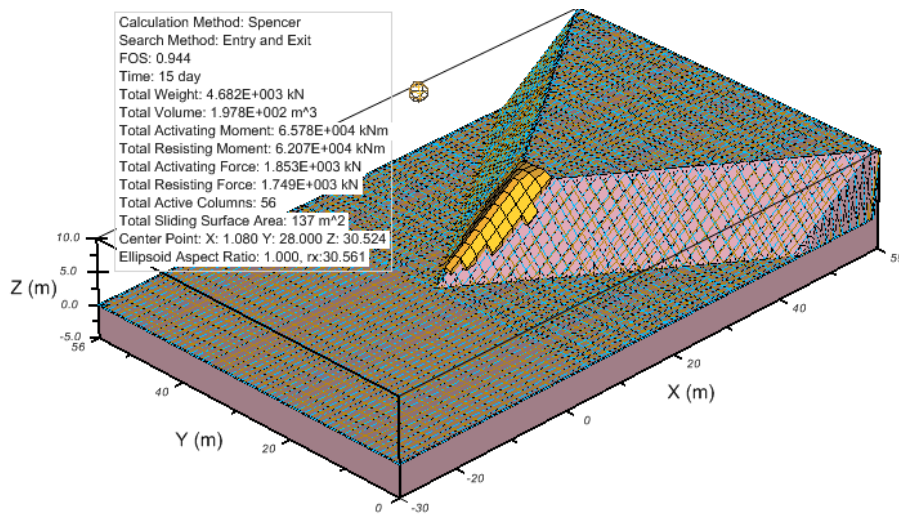
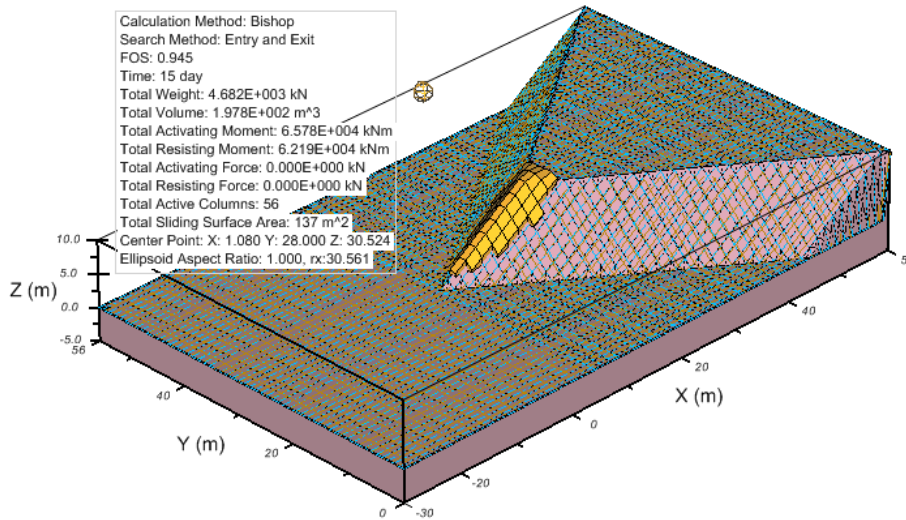
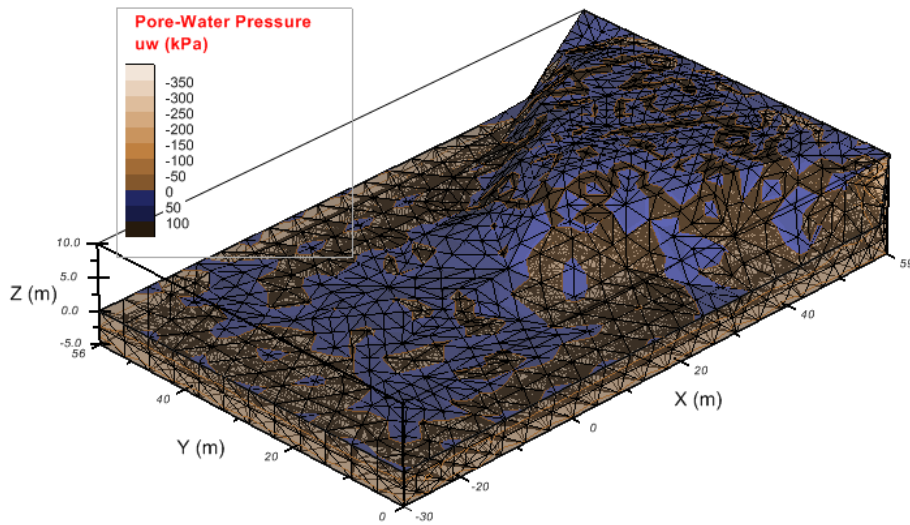


Talud 3D Convexo 70° - 10 Días

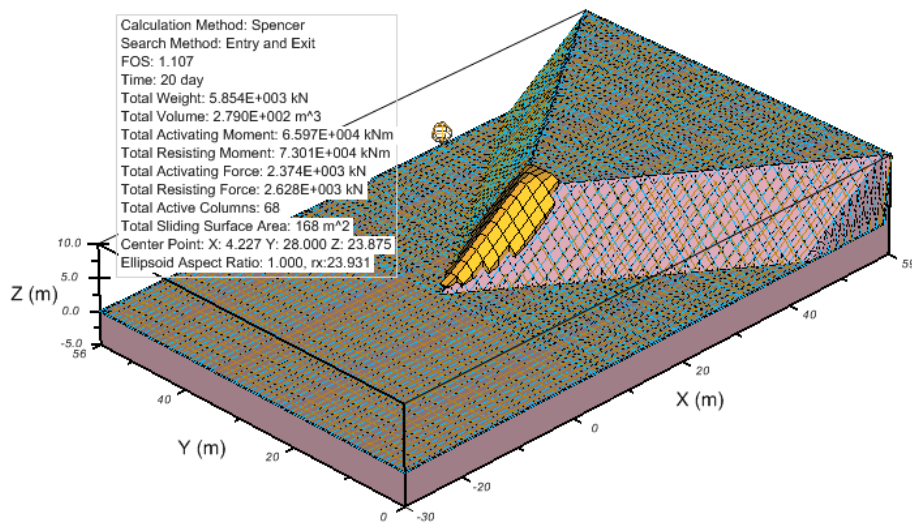
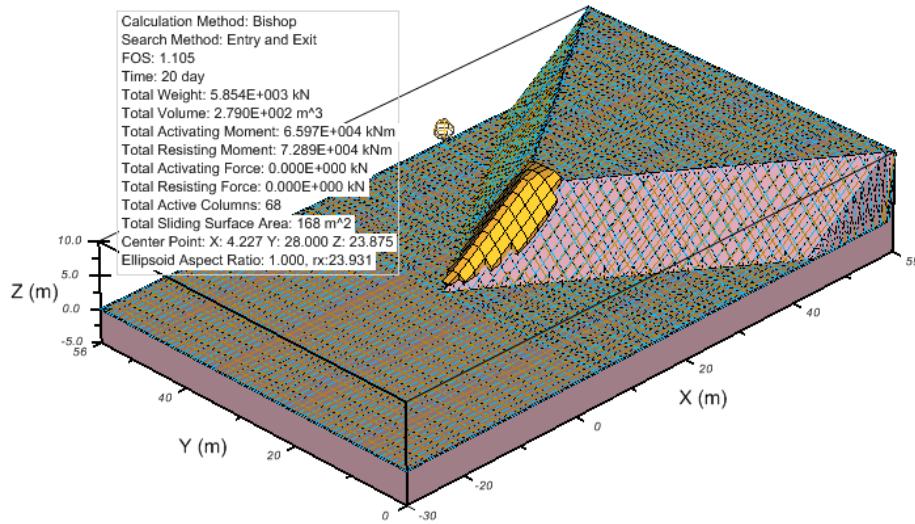
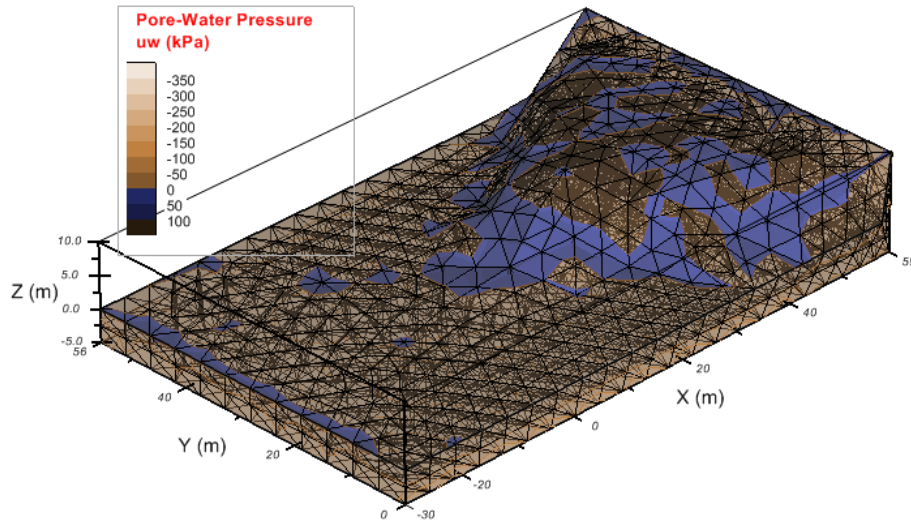




Talud 3D Convexo 70° - 15 Días

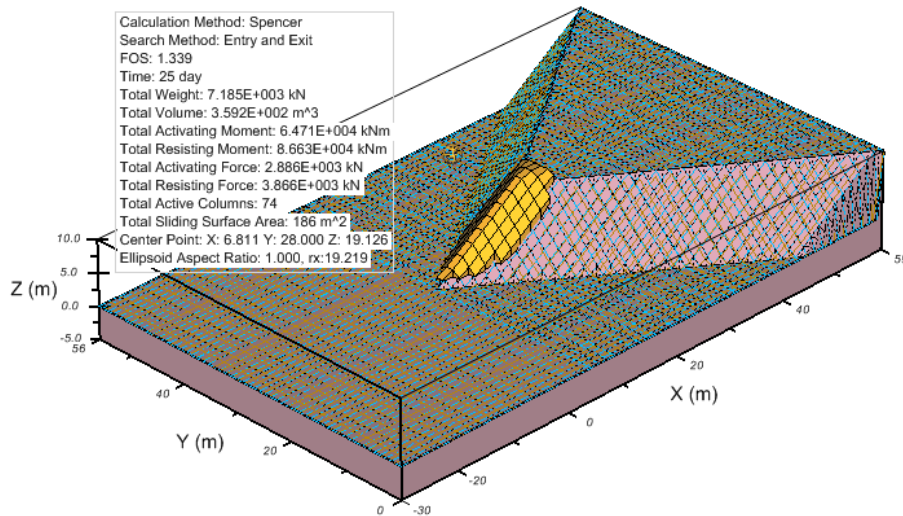
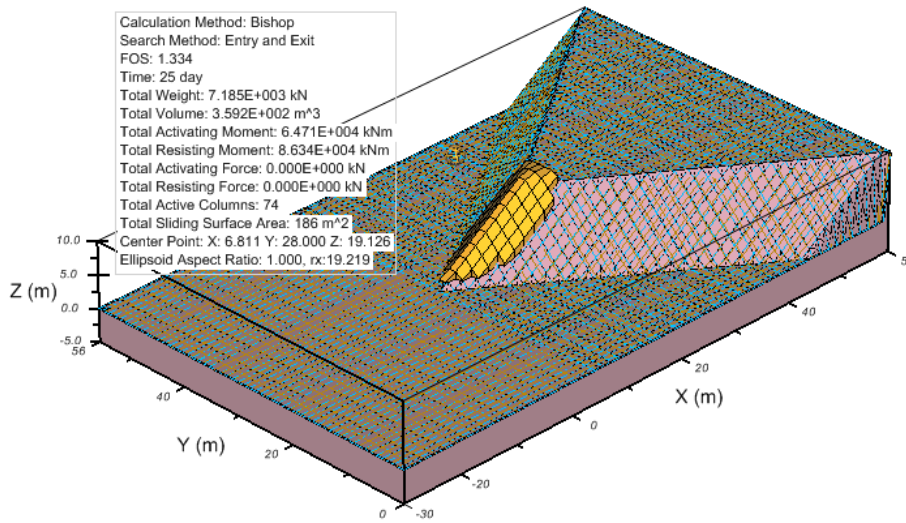
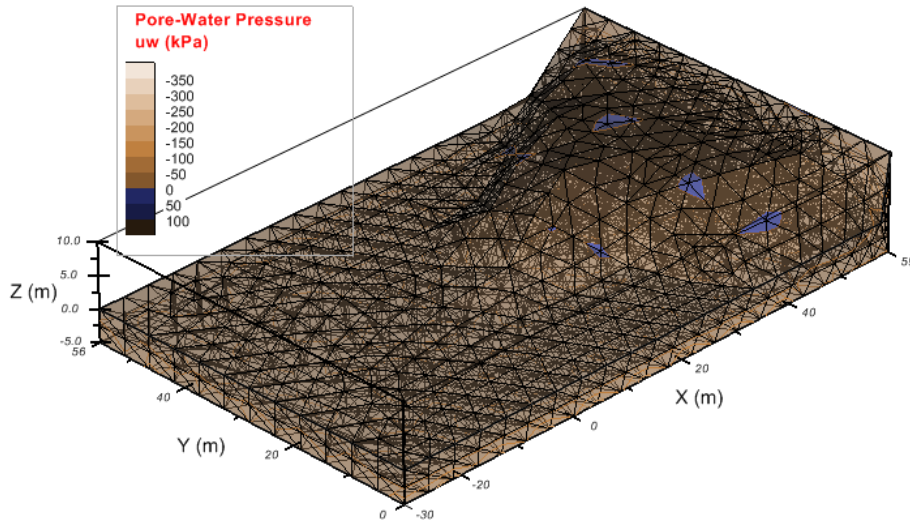


Talud 3D Convexo 70° - 20 Días



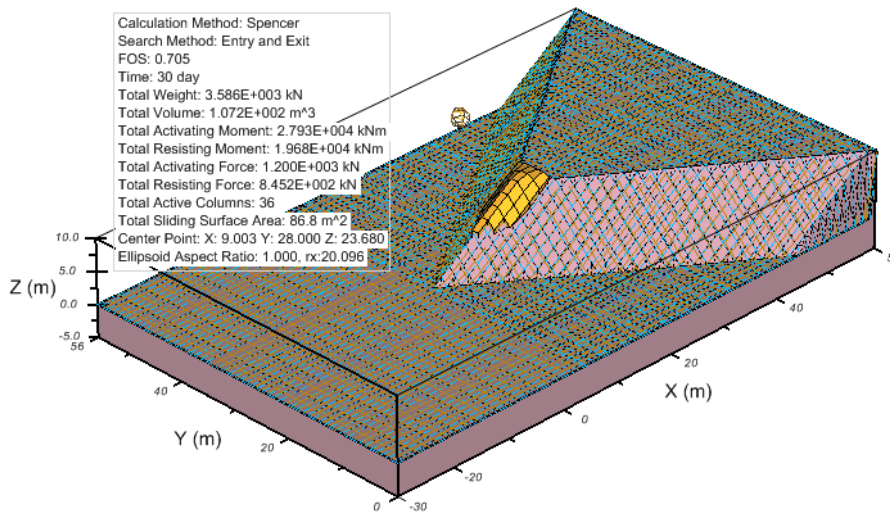
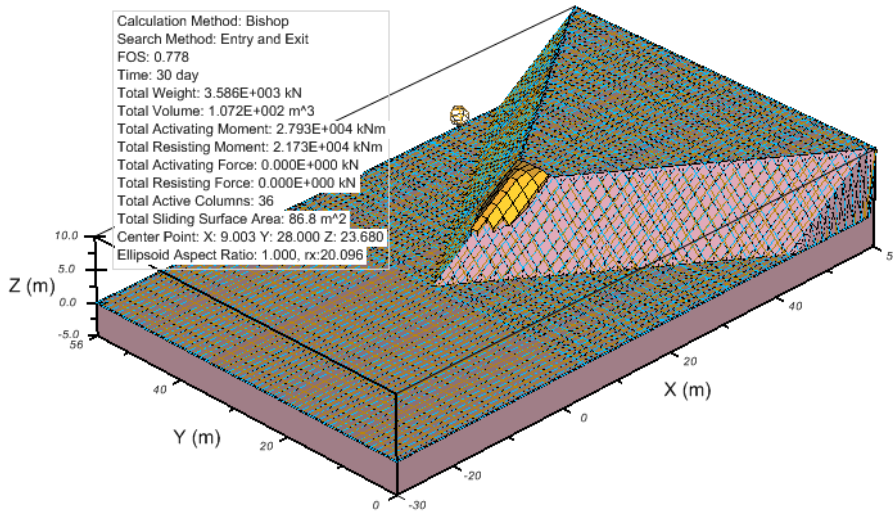
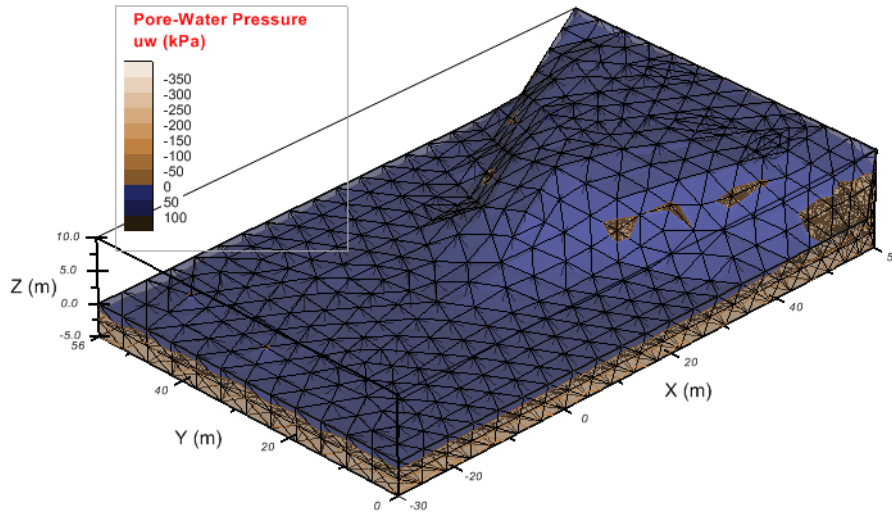


Talud 3D Convexo 70° - 25 Días

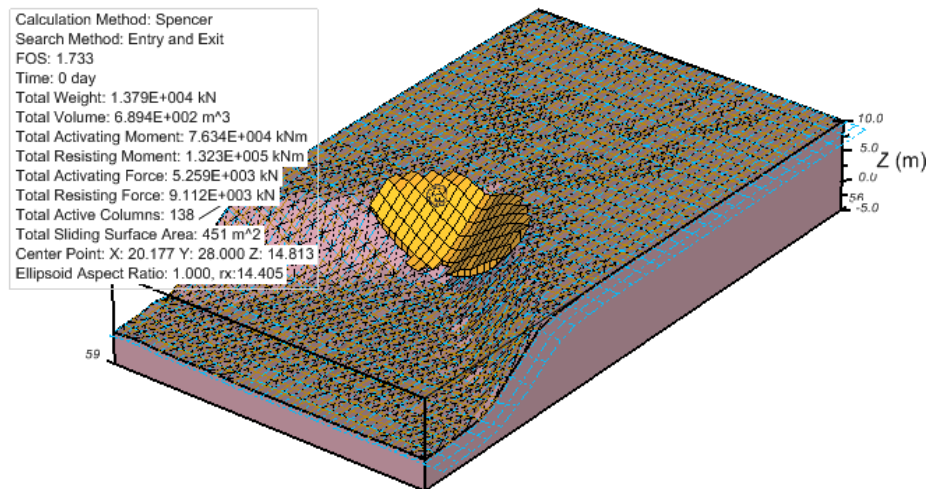
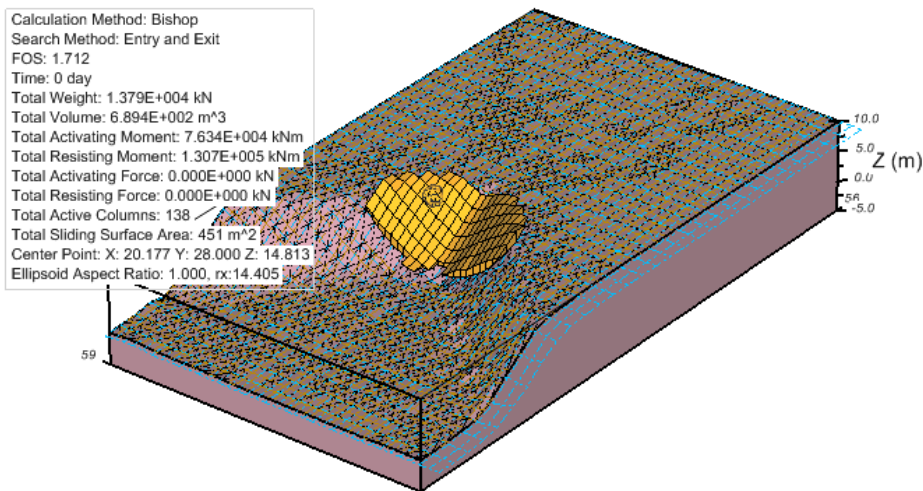
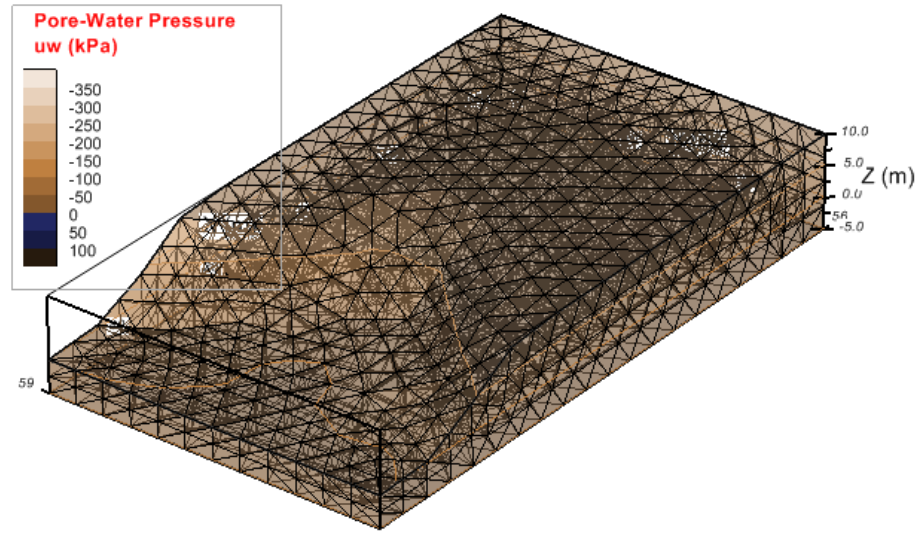




Talud 3D Convexo 70° - 30 Días

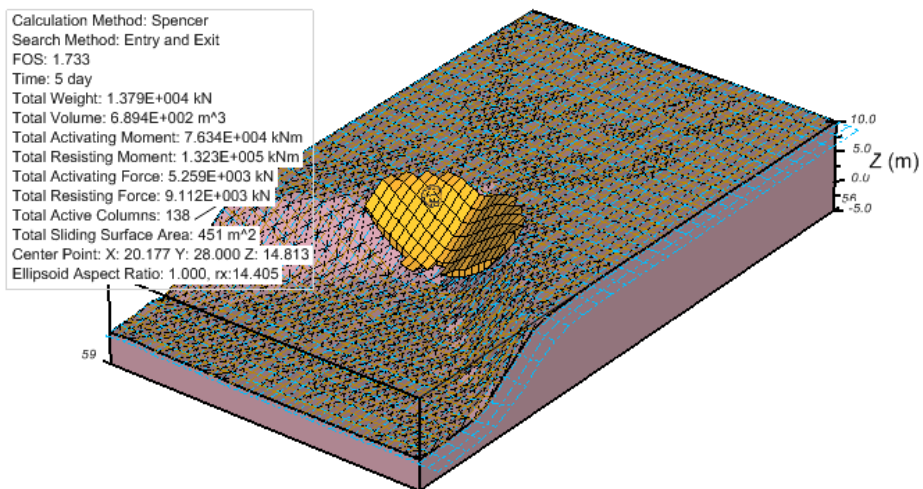
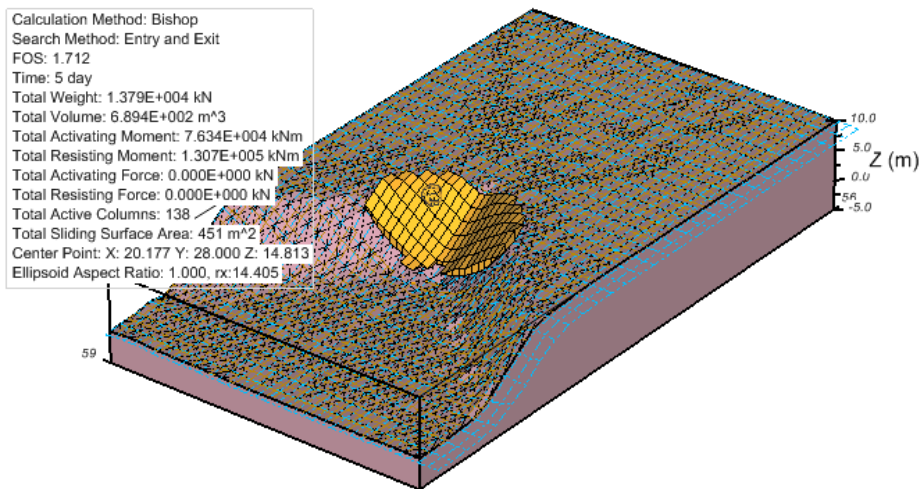
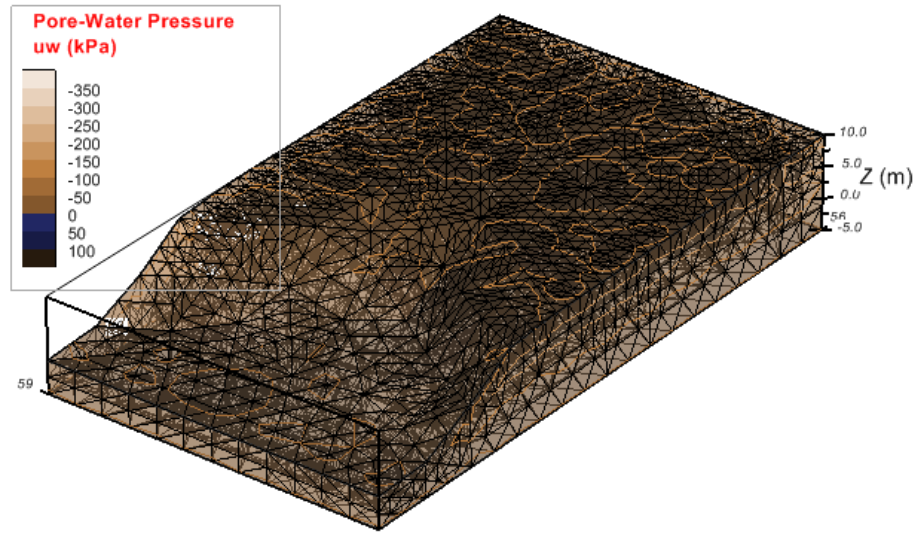


Talud 3D Cóncavo 90° - 0 Días

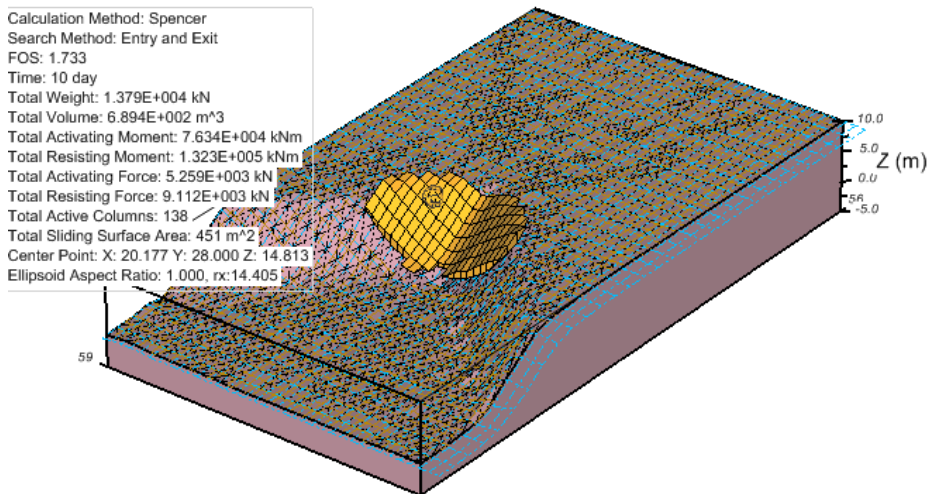
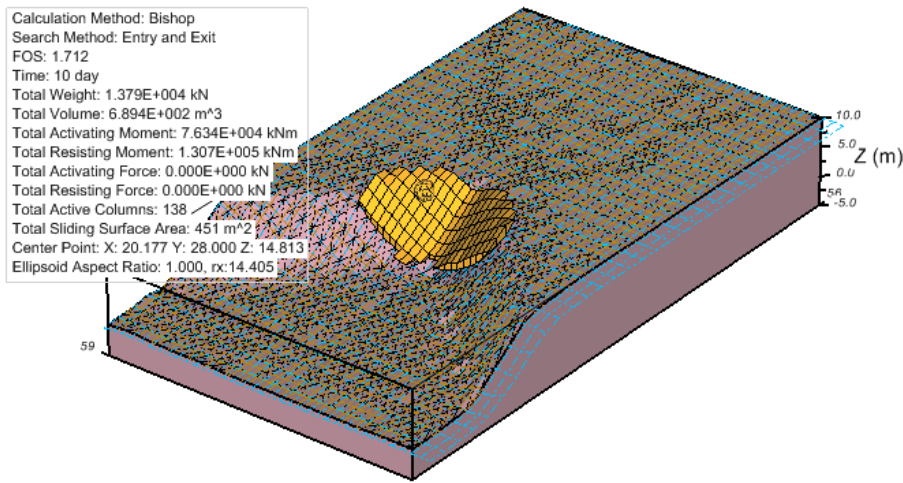
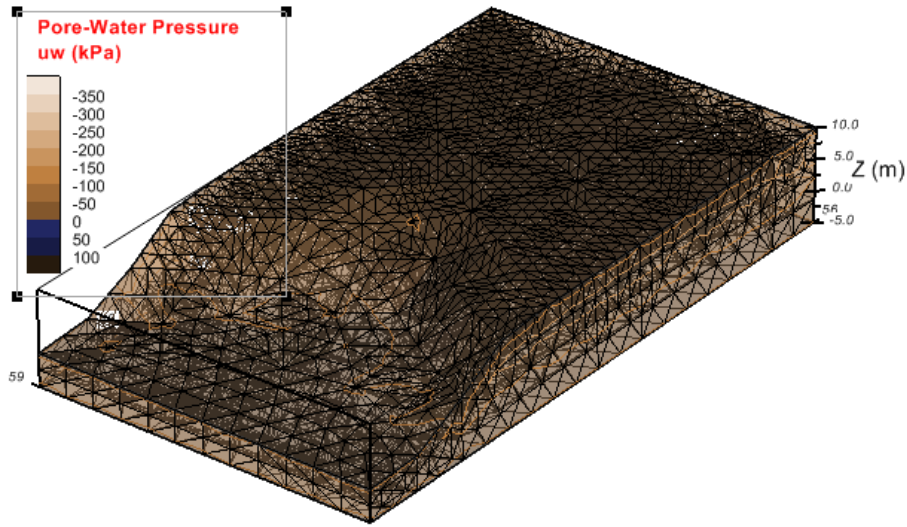




Talud 3D Cóncavo 90° - 5 Días

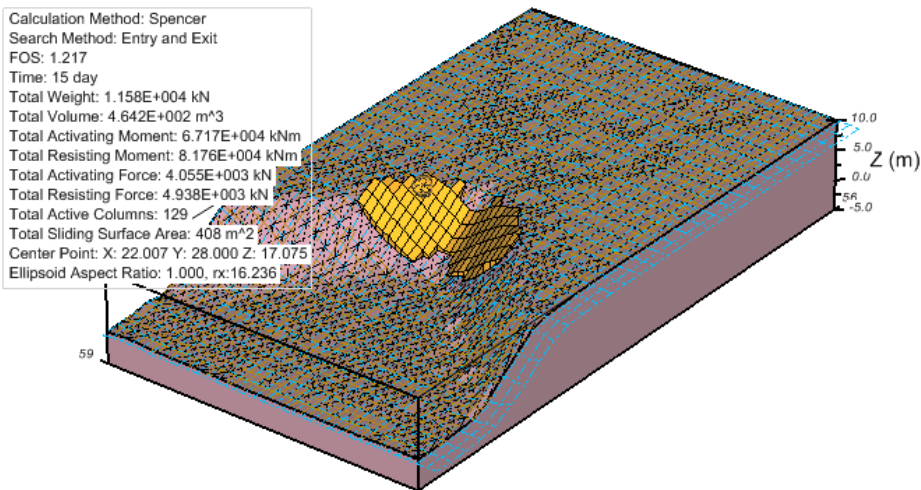
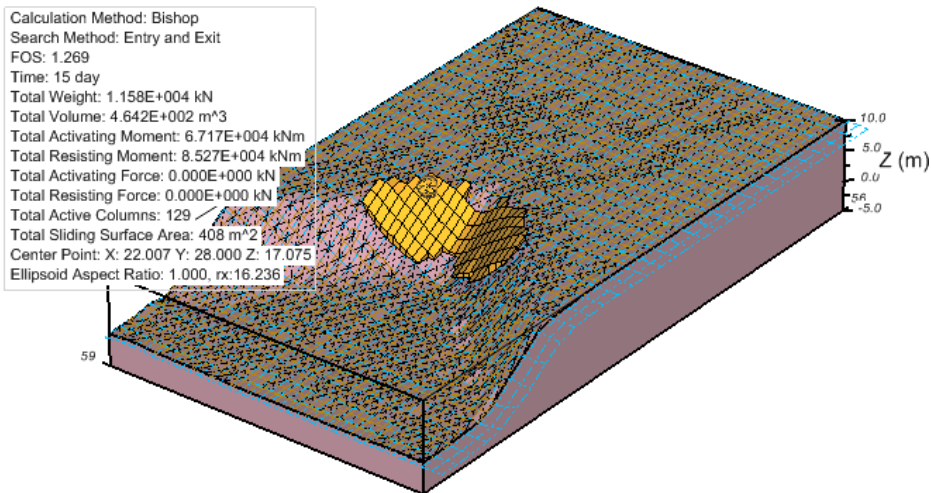
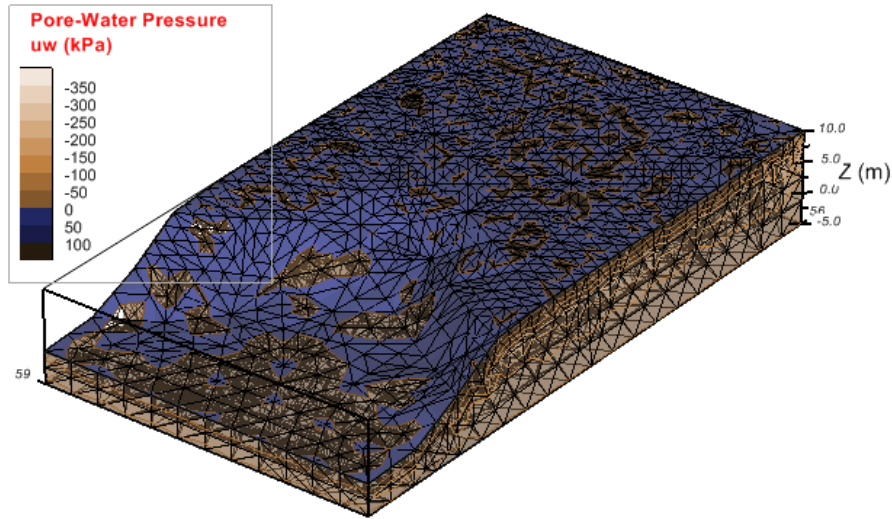


Talud 3D Cóncavo 90° - 10 Días

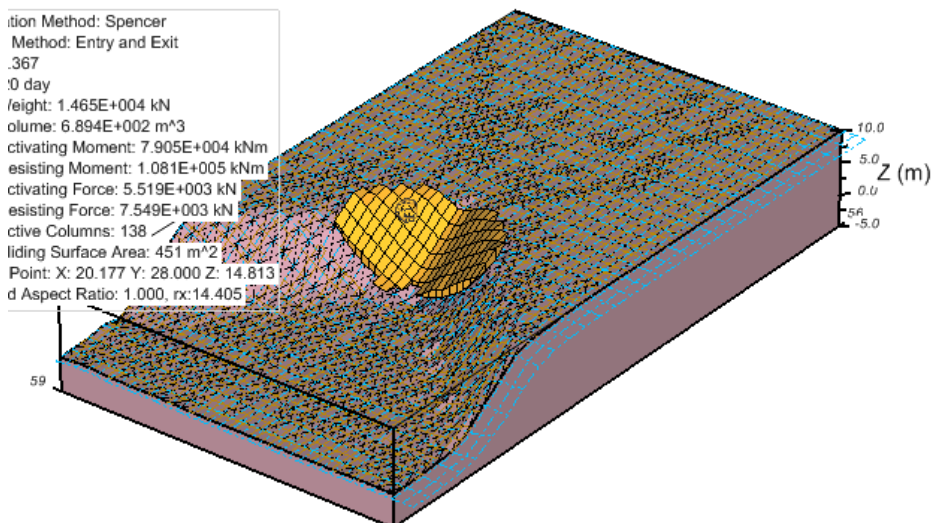
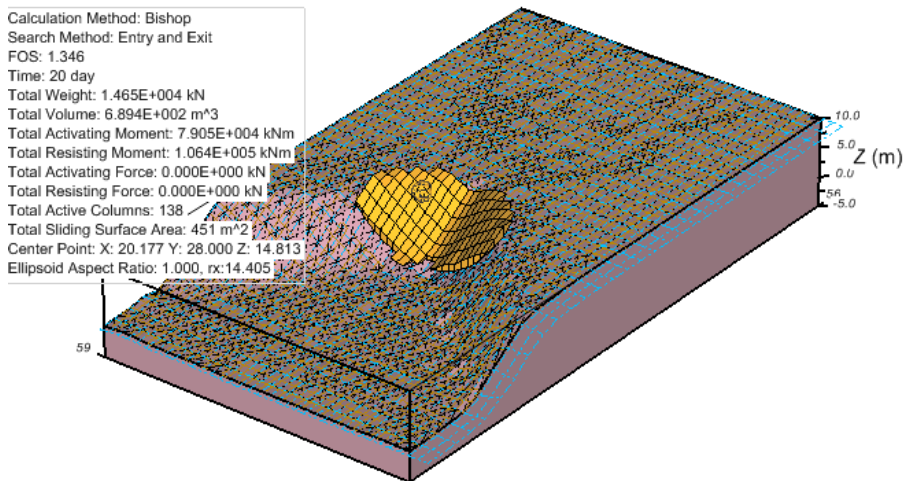
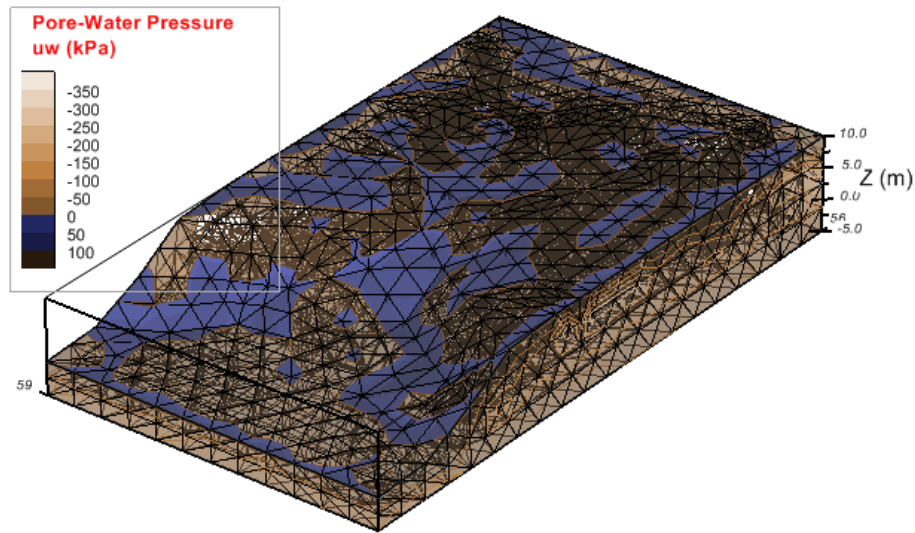




Talud 3D Cóncavo 90° - 15 Días

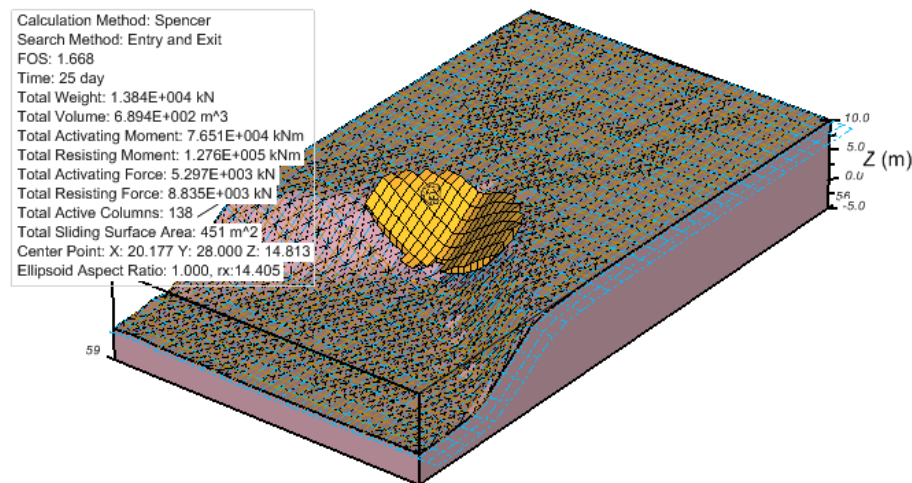
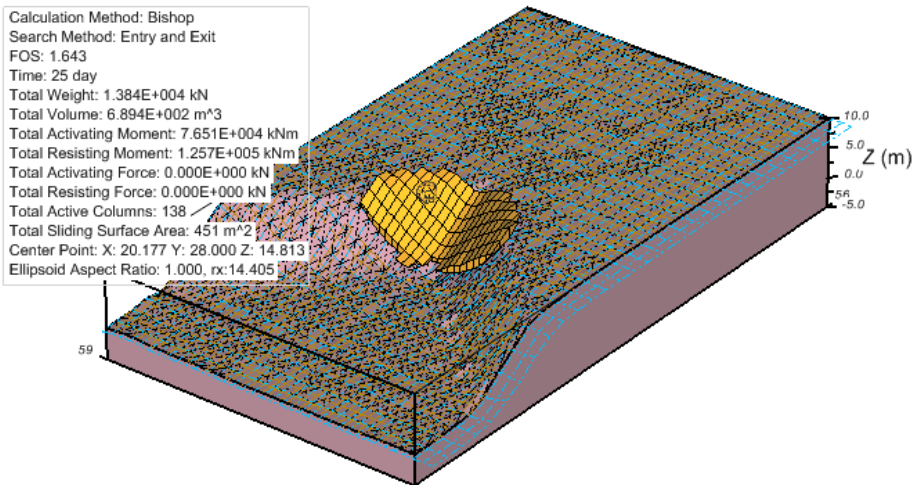
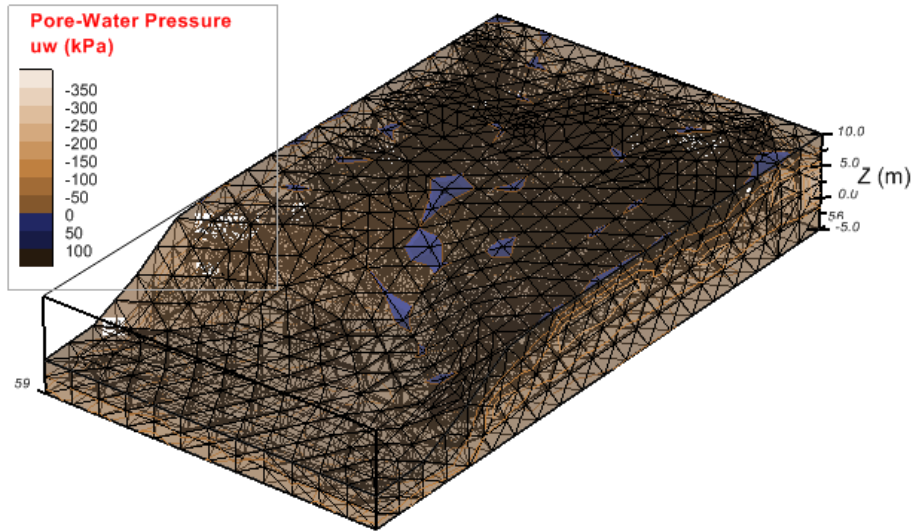


Talud 3D Cóncavo 90° - 20 Días

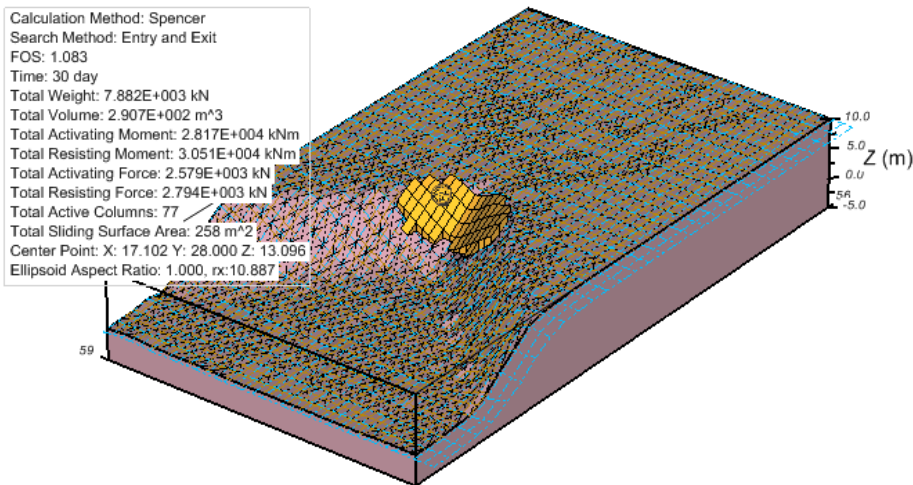
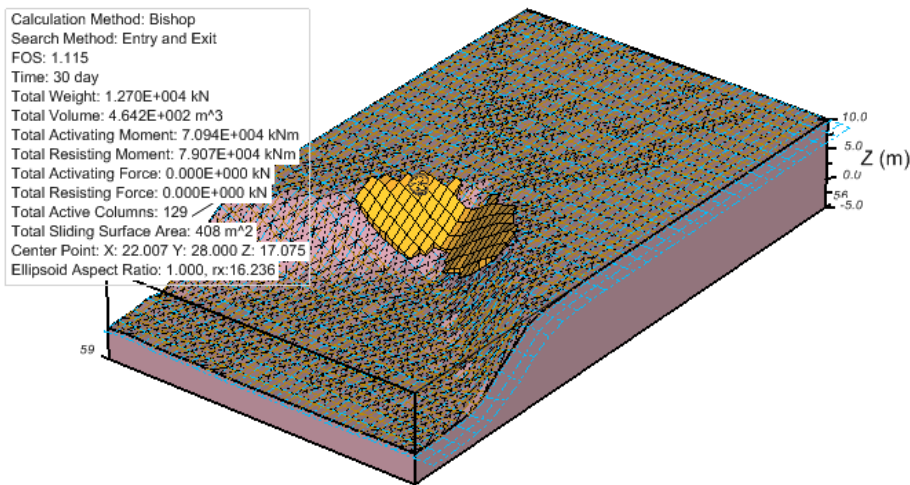
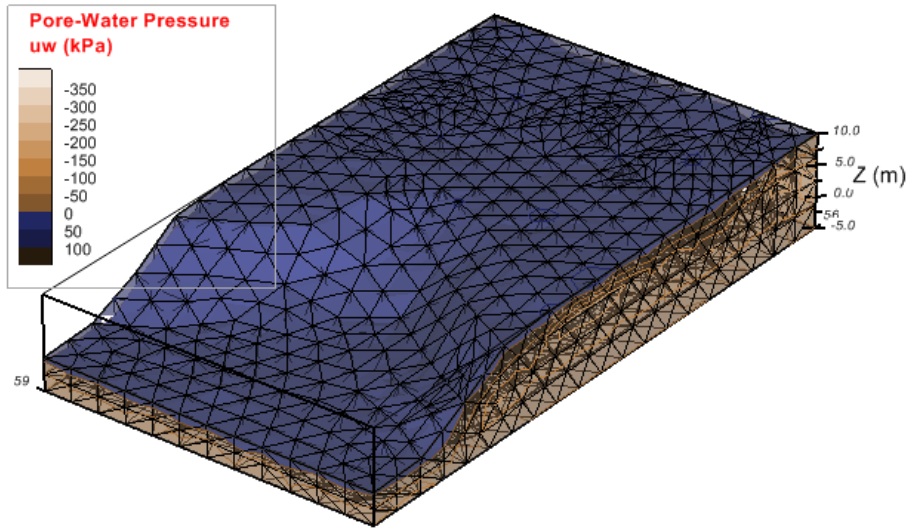




Talud 3D Cóncavo 90° - 25 Días



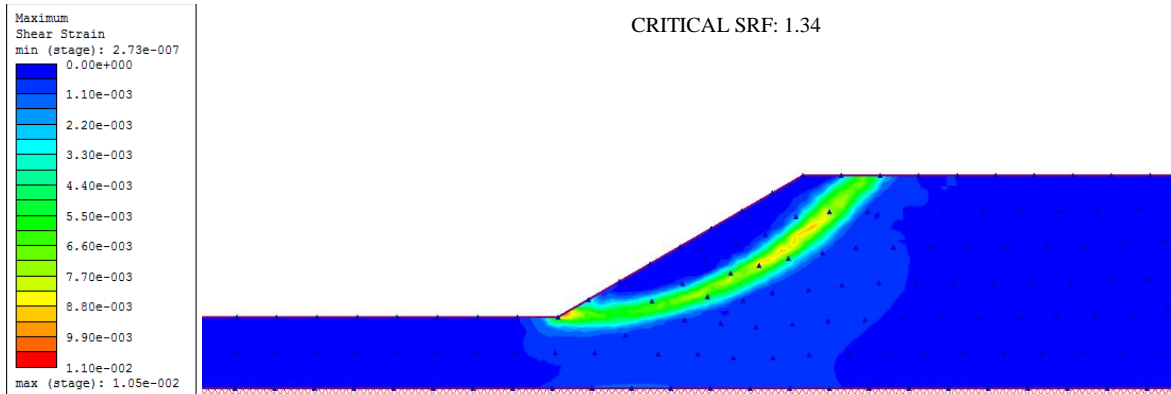
Talud 3D Cóncavo 90° - 0 Días



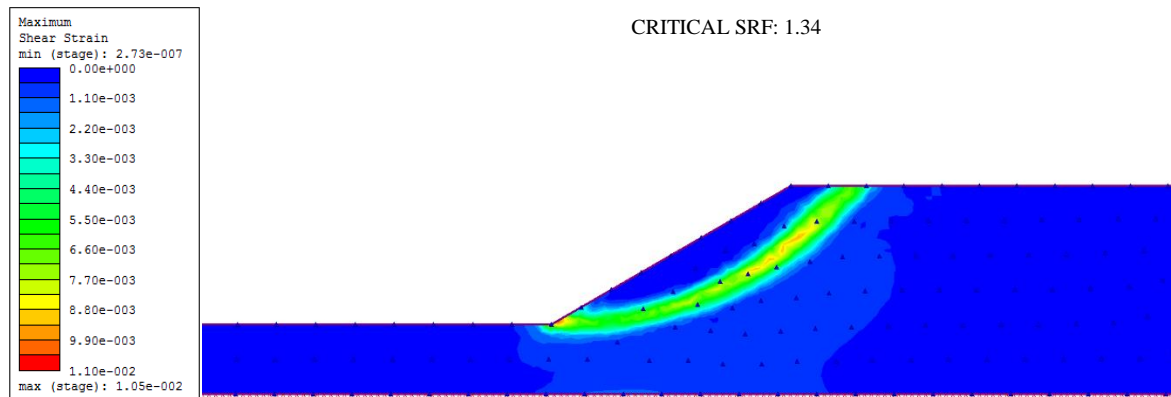


### D.3.2 MEF

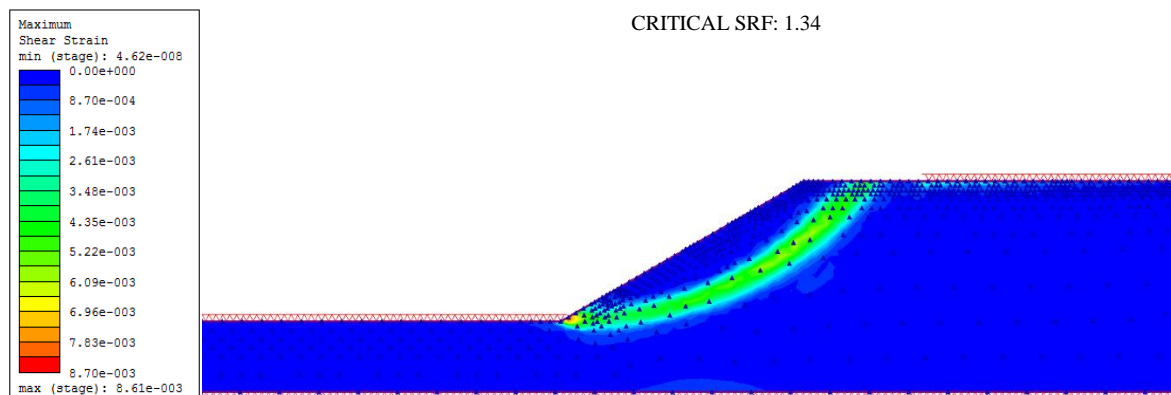
#### Talud 2D - 0 Días



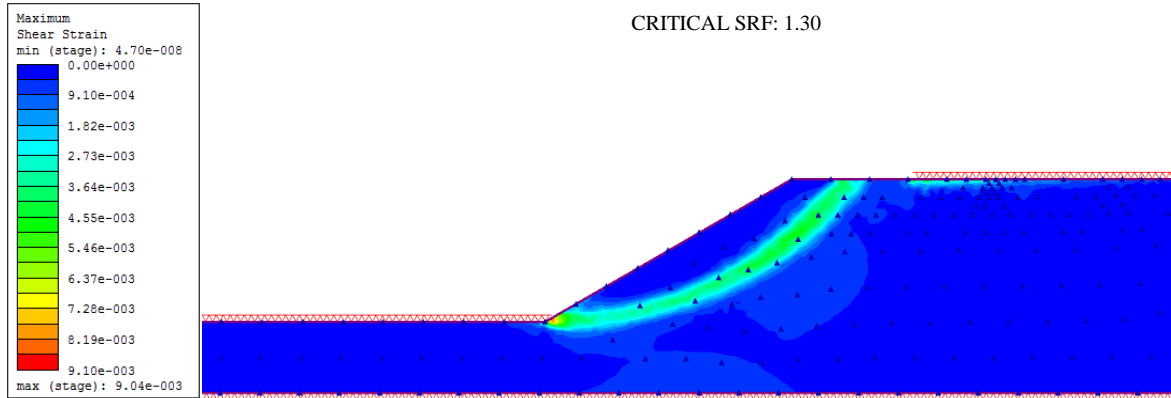
#### Talud 2D - 5 Días



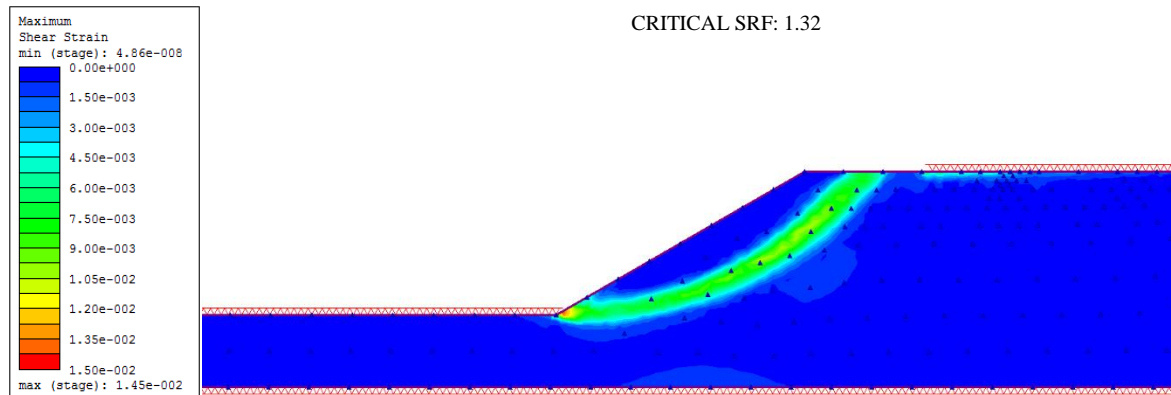
#### Talud 2D - 10 Días



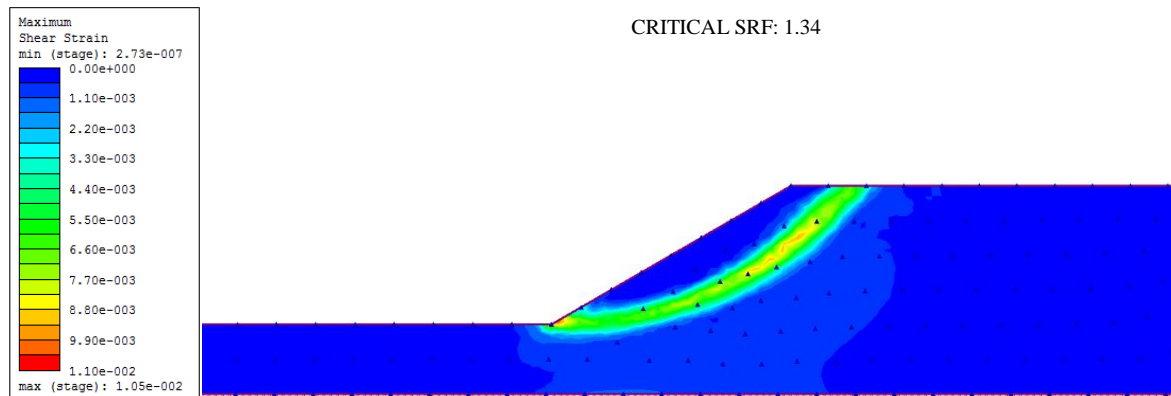
*Talud 2D - 15 Días*



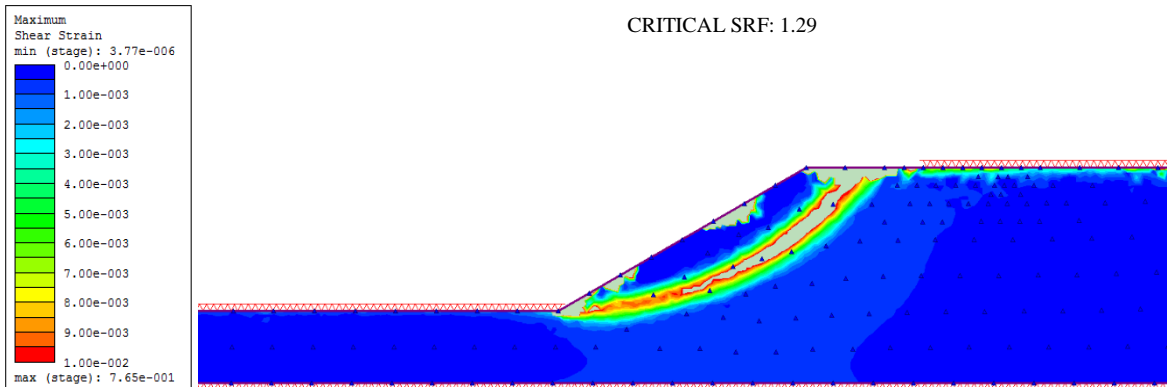
*Talud 2D - 20 Días*



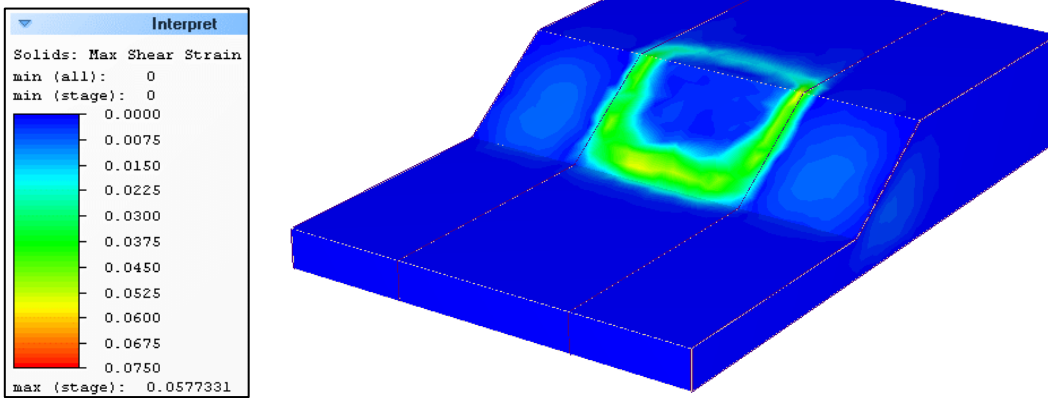
*Talud 2D - 25 Días*



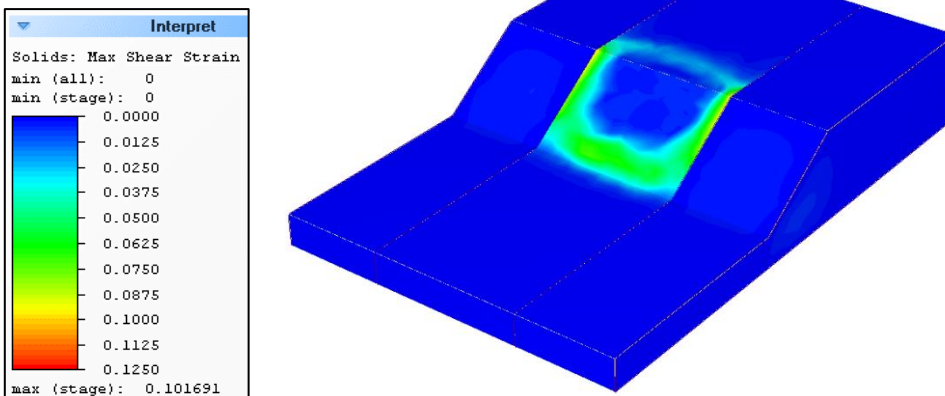
*Talud 2D - 30 Días*



*Talud 3D Extruido - 0 Días*

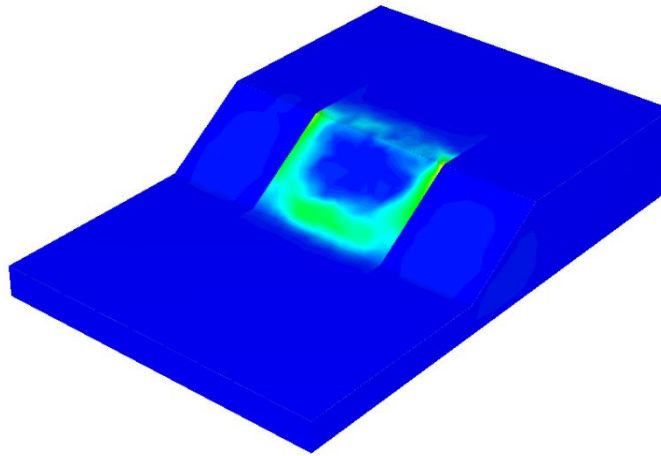
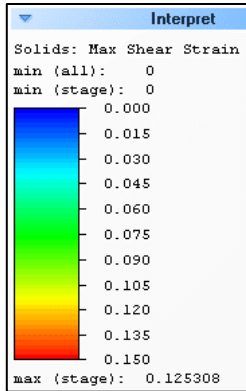


*Talud 3D Extruido - 5 Días*



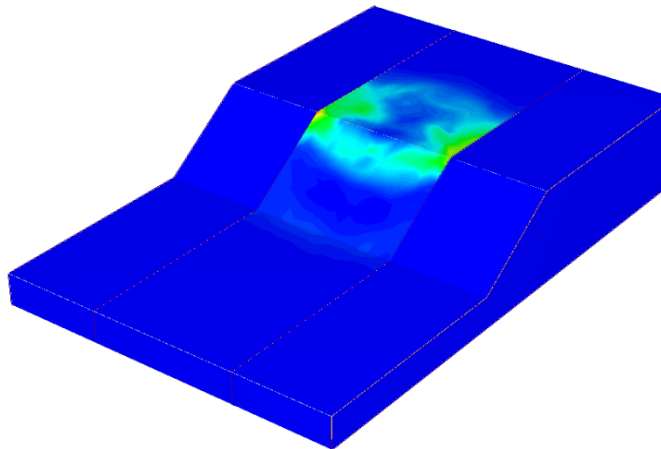
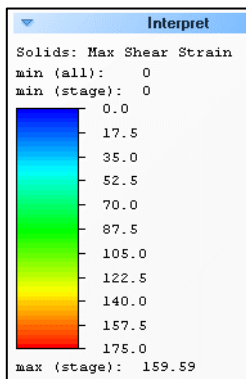
Talud 3D Extruido - 10 Días

CRITICAL SRF: 1.45



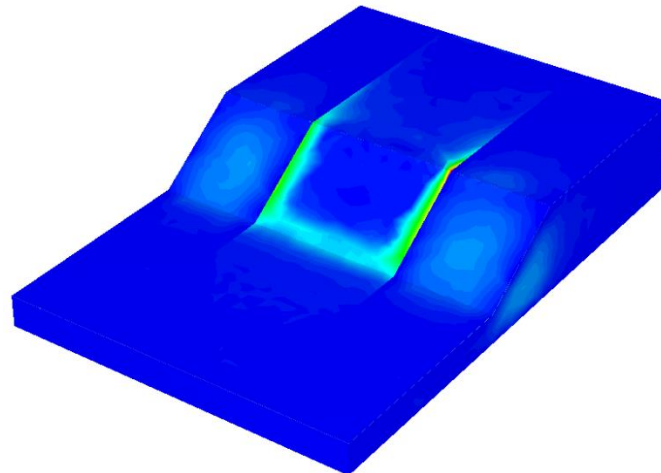
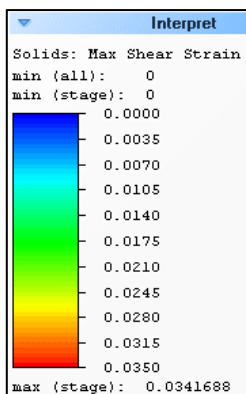
Talud 3D Extruido - 15 Días

CRITICAL SRF: 1.15



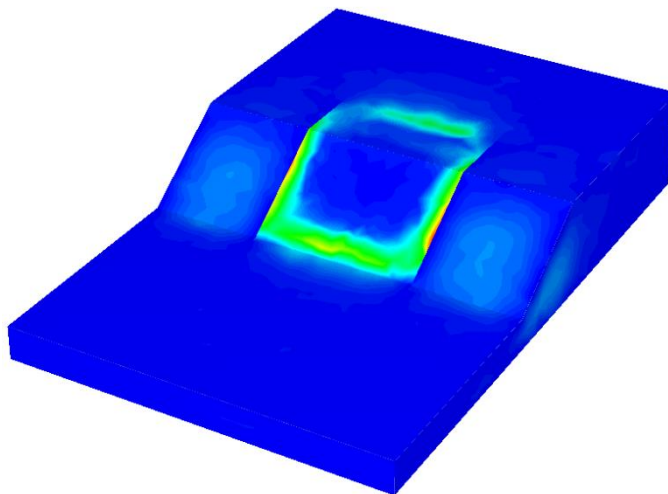
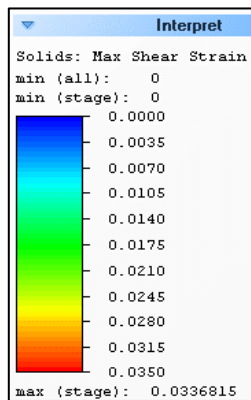
Talud 3D Extruido - 20 Días

CRITICAL SRF: 1.25



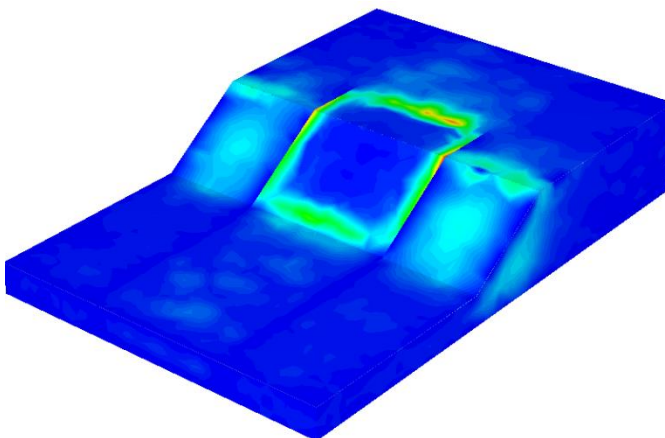
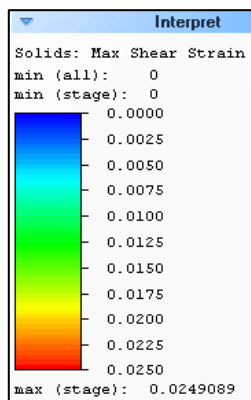
Talud 3D Extruido - 25 Días

CRITICAL SRF: 1.43

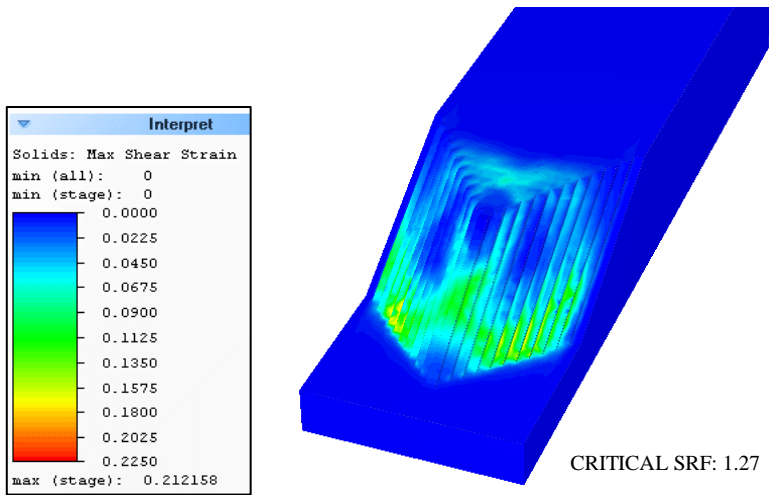


Talud 3D Extruido - 30 Días

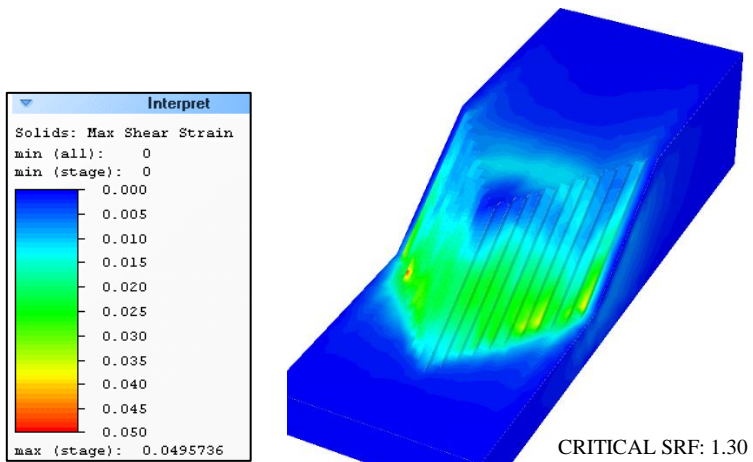
CRITICAL SRF: 0.98



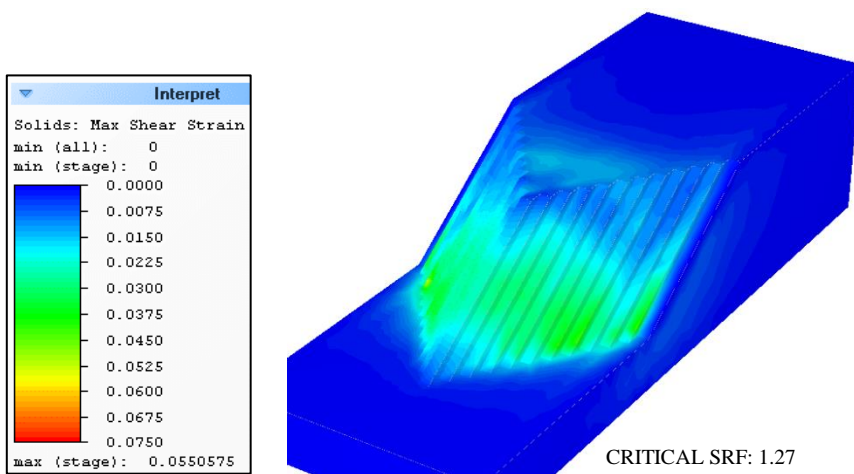
Talud 3D Convexo 70° - 0 Días



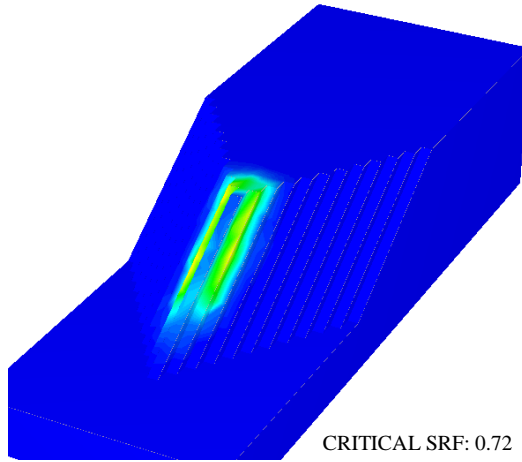
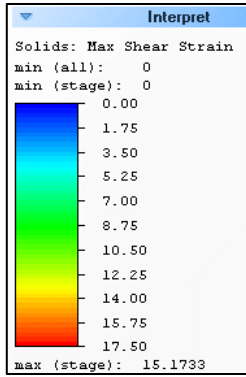
Talud 3D Convexo 70° - 5 Días



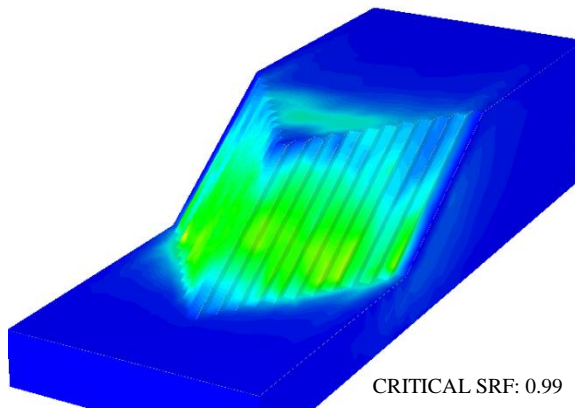
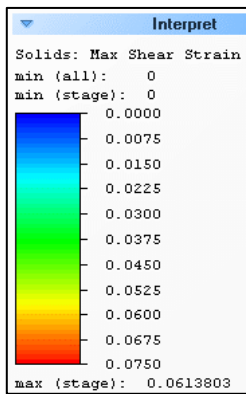
Talud 3D Convexo 70° - 10 Días



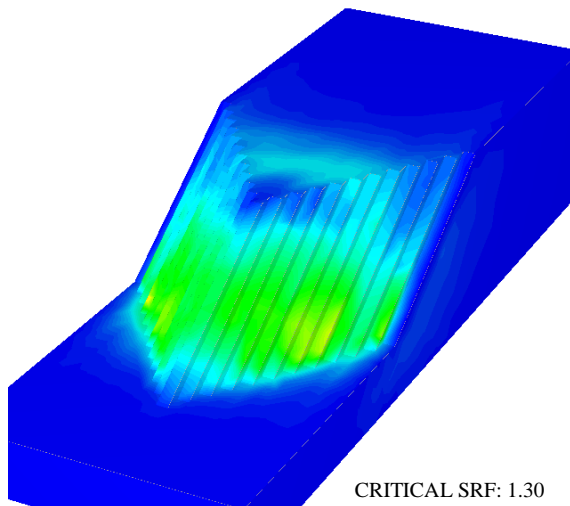
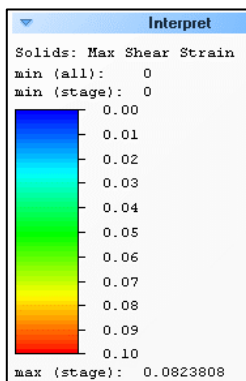
Talud 3D Convexo 70° - 15 Días



Talud 3D Convexo 70° - 20 Días

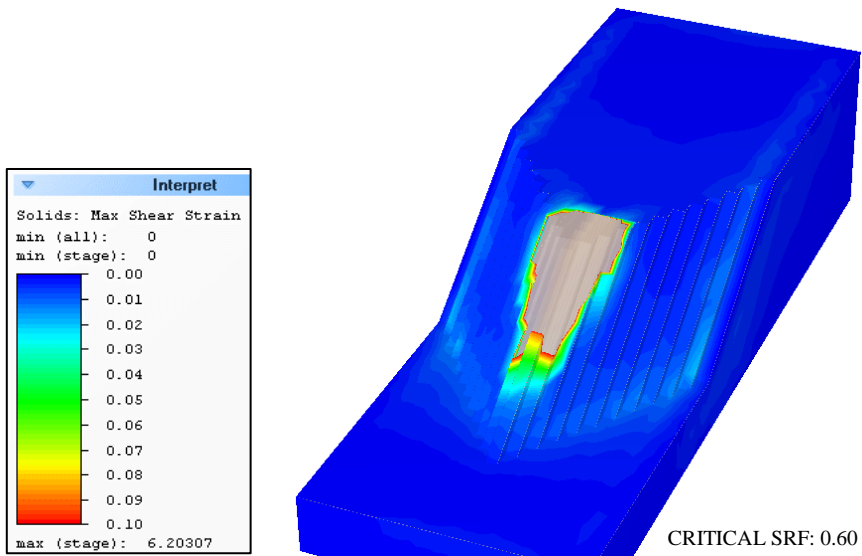


Talud 3D Convexo 70° - 25 Días

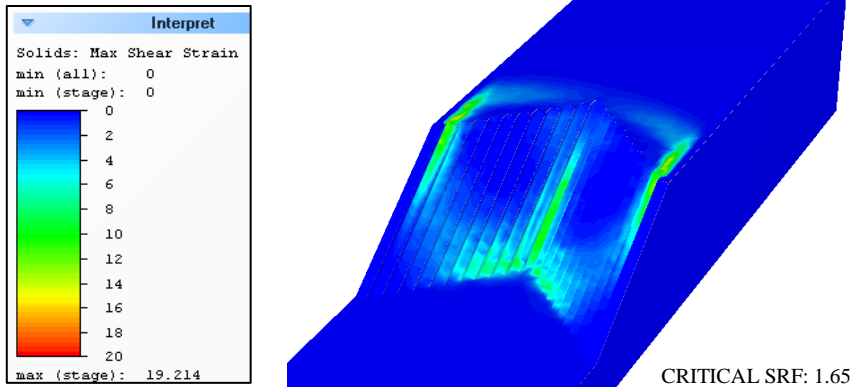




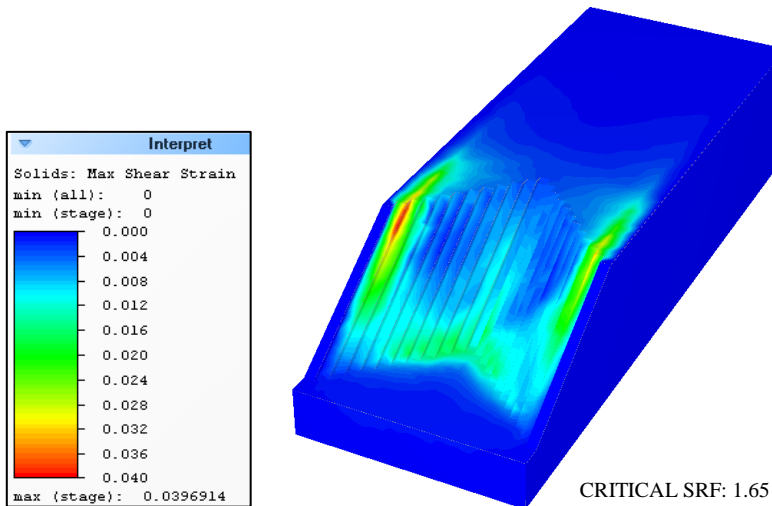
*Talud 3D Convexo 70° - 30 Días*



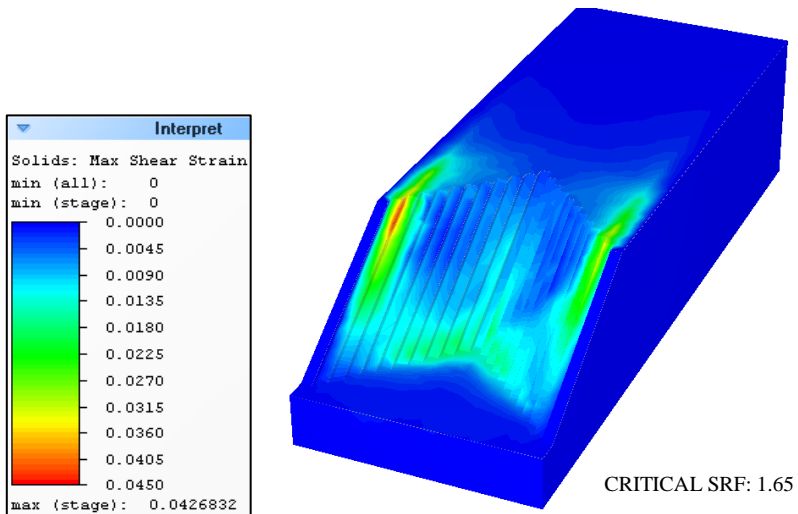
Talud 3D Cóncavo 90° - 0 Días



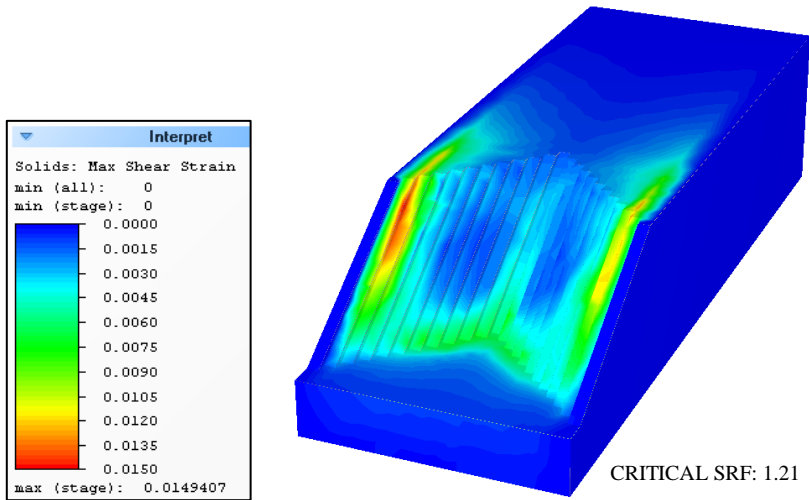
Talud 3D Cóncavo 90° - 5 Días



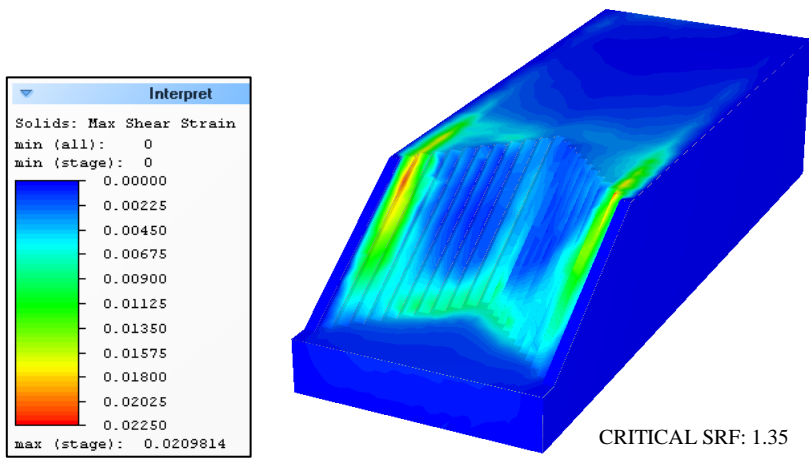
Talud 3D Cóncavo 90° - 10 Días



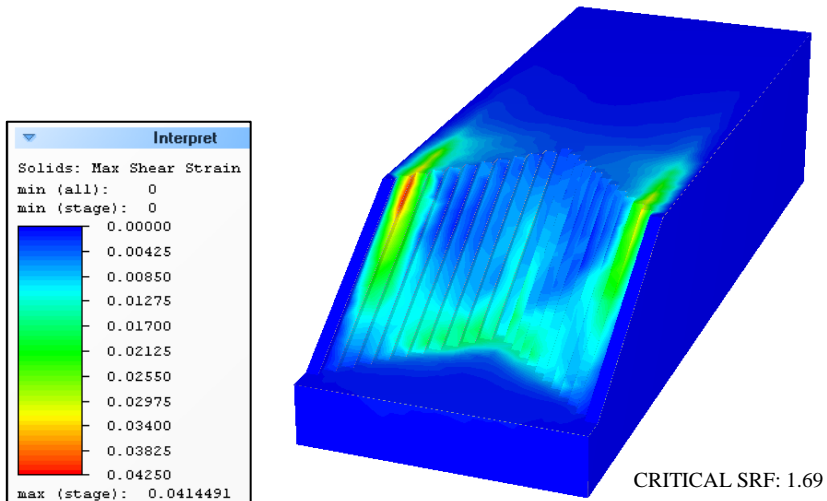
Talud 3D Cóncavo 90° - 15 Días



Talud 3D Cóncavo 90° - 20 Días



Talud 3D Cóncavo 90° - 25 Días



*Talud 3D Cóncavo 90° - 30 Días*

