



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

EXPLORACIÓN Y EXPLOTACIÓN DE RECURSOS

NATURALES - YACIMIENTOS

FACULTAD DE INGENIERÍA

**DESARROLLO DE UN MODELO DE SIMULACIÓN (AGUA- ACEITE) PARA
LA INYECCIÓN DE TENSOACTIVOS**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

P R E S E N T A:

ING. RAMIRO GALVÁN CASTRO

DIRECTOR DE TESIS:

DR. SIMÓN LÓPEZ RAMÍREZ

CD. MÉX., 2016

JURADO ASIGNADO:

Presidente: **Dr. Samaniego Verduzco Fernando**

Secretario: **Dr. Guerrero Sarabia Teodoro Iván**

Vocal: **Dr. López Ramírez Simón**

1^{er.} Suplente: **Dr. Luna Rojero Erick Emanuel**

2^{d o.} Suplente: **Dr. Arana Ortiz Victor Hugo**

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: CD.MÉX, 2016.

TUTOR DE TESIS:

DR. SIMÓN LÓPEZ RAMÍREZ

FIRMA

Agradecimientos

*Agradezco a la **Universidad Nacional Autónoma de México** por brindarme la oportunidad de realizar mis estudios de posgrado; para mi es todo un orgullo formar parte de la mejor universidad de México.*

*Mis más cordiales agradecimientos al **Dr. Simón López Ramírez** por aceptar apoyarme en el desarrollo de este trabajo y brindarme las mejores recomendaciones personales y profesionales.*

*Agradezco al **Dr. Fernando Samaniego Verduzco** y al **Dr. Víctor Hugo Arana Ortiz** que me brindaron sus conocimientos y su tiempo sin los cuales este trabajo nunca se hubiera realizado.*

Dedicatorias

*A **Dios** por permitirme vivir esta etapa de mi vida, por rodearme de amigos y personas de gran valor.*

*A **mis padres** por todo su apoyo y dedicación durante todos mis años de vida.*

*A mi hermana **Paulina** por sus consejos y ser mi amiga incondicional.*

*A mi **abuelo** por todo su cariño y apoyo.*

*A mi novia **Litzahari** por estar conmigo en los momentos de alegría, así como en los momentos difíciles.*

*A todos **mis amigos** que me han brindado su apoyo, conocimiento y tiempo.*

Índice

Resumen	1
1. Introducción	2
2. Revisión de la literatura	4
2.1. Recuperación mejorada por inyección de químicos.	4
3. Conceptos fundamentales	9
3.1. Propiedades de la roca	9
3.1.1. Porosidad	9
3.1.2. Permeabilidad absoluta	9
3.1.3. Compresibilidad de la roca	10
3.2. Propiedades de los fluidos	10
3.2.1. Tensión interfacial	10
3.2.2. Viscosidad	11
3.2.3. Factor de volumen	11
3.2.4. Densidad	12
3.3. Propiedades roca-fluidos	12
3.3.1. Mojabilidad	12
3.3.2. Permeabilidad efectiva	13
3.3.3. Permeabilidad relativa	14
3.3.4. Presión capilar	15
3.4. Recuperación mejorada por inyección de tensoactivos	16
3.4.1. Desplazamiento con tensoactivos	16
3.4.2. Clasificación	16
3.4.3. Concentración micelar crítica (CMC)	17
3.4.4. Adsorción	18
3.4.5. Número capilar	19
3.4.6. Modelo de permeabilidad relativa (Delshad, 1987).	20

4. Modelo de simulación para flujo bifásico (agua-aceite)	22
4.1. Modelo conceptual	22
4.2. Modelo matemático	22
4.2.1. Planteamiento del modelo matemático	22
4.2.2. Restricciones del modelo matemático	26
4.3. Modelo numérico y su solución	26
4.3.1. Modelo numérico	26
4.3.2. Condiciones de frontera	29
4.3.3. Condiciones iniciales	32
4.3.4. Método de Newton	35
4.3.5. Modelo 1D (una dimensión)	40
4.3.6. Modelo 2D (dos dimensiones)	42
4.3.7. Modelo 3D (tres dimensiones)	43
4.3.8. Elementos del Jacobiano	45
4.4. Fuentes y sumideros	52
4.4.1. Modelo de Peaceman	52
4.4.2. Esquema de producción de aceite a presión constante	55
4.4.3. Esquema de inyección de agua a gasto constante	57
4.5. Inclusión de la inyección de tensoactivos al modelo de flujo bifásico (agua-aceite)	58
4.5.1. Modelo conceptual	58
4.5.2. Modelo matemático	59
4.6. Validación del flujo agua-aceite (modelo 2D)	63
4.7. Validación del balance de masa (modelo 2D)	68

5. Simulación del desplazamiento de aceite con agua y agua con tensoactivo	73
5.1. Simulación I: Inyección de agua a condiciones originales (Experimento-1)	75
5.2. Simulación II: Inyección de agua con tensoactivo a condiciones finales (Experimento-2)	83
5.3. Simulación III: Inyección de agua con tensoactivo a condiciones originales (balance de masa entre celdas)	91
5.4. Simulación IV: Inyección de agua con tensoactivo a condiciones originales (balance de masa entre celdas considerando el número capilar (N_C))	101
5.5. Comparación del modelo de simulación con datos de laboratorio y un simulador comercial	111
5.6. Análisis de resultados (Simulación I vs Simulación II vs Simulación III vs Simulación IV)	112
6. Conclusiones y recomendaciones	116
6.1. Conclusiones	116
6.2. Recomendaciones	117
Nomenclatura	118
Bibliografía	122
Apéndices	125
Apéndice A	125
Apéndice B	129
Apéndice C	141

Índice de figuras

2.1. Recuperación secundaria y mejorada en México (Rodríguez de la Garza F., 2013).	6
3.1. Tensión interfacial líquido-gas (McCain, 1990).	11
3.2. Sistema de fuerzas de tensión interfacial (Medina, 2010).	13
3.3. Casos de mojabilidad (Medina, 2010).	13
3.4. Curvas típicas de permeabilidad relativa (Anderson, 1986).	15
3.5. Curvas típicas de presión capilar (Anderson, 1986).	16
3.6. Concentración micelar crítica (CMC) (Medina, 2010).	17
3.7. Tensión interfacial vs concentración.	18
3.8. Adsorción de un tensoactivo.	18
3.9. Curvas de desaturación (Sheng, 2011).	19
4.1. Distribución de fluidos en el medio poroso (Medina, 2010).	22
4.2. Convención de nodos en la dirección x (nodos centrados).	27
4.3. Condiciones de frontera cerrada.	29
4.4. Acoplamiento de las condiciones de frontera.	30
4.5. Distribución vertical de fluidos (Cortes, 2008).	33
4.6. Procedimiento para calcular la distribución vertical de fluidos (Glover, 2014).	34
4.7. Modelo de una dimensión (1D).	42
4.8. Modelo de dos dimensiones (2D).	43
4.9. Modelo de tres dimensiones (3D).	45
4.10. Relación entre la caída de presión del pozo y las celdas vecinas (Peaceman, 1978).	54
4.11. Modelos de radio equivalente (Lopez, 2012).	54
4.12. Modelo conceptual para la inyección de tensoactivo.	59

4.13. Modelo matemático (balance de masa).	59
4.14. Relación del cambio de concentración.	61
4.15. Casos a considerar para la implementación de la inyección de tensoactivo.	62
4.16. Curvas de permeabilidades relativas utilizadas para la simulación (Modelo vs Simulador comercial).	63
4.17. Gasto de aceite (Modelo vs Simulador comercial).	64
4.18. Gasto de inyección (Modelo vs Simulador comercial).	65
4.19. Gasto de agua producida (Modelo vs Simulador comercial).	66
4.20. Presión de inyección (Modelo vs Simulador comercial).	66
4.21. Presión de producción (Modelo vs Simulador comercial).	67
4.22. Producción de aceite (Modelo vs Simulador comercial).	67
4.23. Masa de tensoactivo inyectada.	69
4.24. Volumen de agua inyectado por incremento de tiempo.	70
4.25. Número de iteraciones por incremento de tiempo.	70
4.26. Número de cambios por incremento de tiempo.	71
4.27. Iteraciones totales.	71
4.28. Distribución de propiedades a 86.17 días.	72
4.29. Distribución de propiedades a 243.40 días.	72
4.30. Distribución de propiedades a 365 días.	72
5.1. Esquema del sistema de tapones a simular.	74
5.2. Curvas de permeabilidades relativas utilizadas para la simulación.	74
5.3. Gasto de inyección de agua (Simulación I. Inyección de agua).	76
5.4. Gasto de producción de agua y aceite (Simulación I. Inyección de agua).	77
5.5. Presión de producción e inyección (Simulación I. Inyección de agua).	77
5.6. Producción de aceite (Simulación I. Inyección de agua).	78
5.7. Factor de recuperación de aceite, FR % (Simulación I. Inyección de agua).	79

5.8. Agua inyectada (Simulación I. Inyección de agua).	79
5.9. Producción de agua (Simulación I. Inyección de agua).	80
5.10. Perfil de saturación de agua (Simulación I. Inyección de agua).	81
5.11. Volumen de agua por incremento de tiempo (Simulación I. Inyección de agua).	81
5.12. Número de iteraciones por incremento de tiempo (Simulación I. Inyección de agua).	82
5.13. Número de cambios por incremento de tiempo (Simulación I. Inyección de agua).	82
5.14. Iteraciones totales (Simulación I. Inyección de agua).	83
5.15. Gasto de inyección de agua (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).	85
5.16. Gasto de producción de agua y aceite (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).	85
5.17. Presión de producción e inyección (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).	86
5.18. Producción de aceite (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).	86
5.19. Factor de recuperación de aceite, FR % (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).	87
5.20. Agua inyectada (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).	88
5.21. Producción de agua (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).	88
5.22. Perfil de saturación de agua (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).	89
5.23. Volumen de agua por incremento de tiempo (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).	89
5.24. Número de iteraciones por incremento de tiempo (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).	90
5.25. Número de cambios por incremento de tiempo (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).	90

5.26. Iteraciones totales (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).	91
5.27. Curvas de permeabilidades relativas utilizadas para la simulación (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	93
5.28. Gasto de inyección de agua (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	94
5.29. Gasto de producción de agua y aceite (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	94
5.30. Presión de producción e inyección (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	95
5.31. Producción de aceite (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	95
5.32. Factor de recuperación, FR % (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	96
5.33. Agua inyectada (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	96
5.34. Producción de agua (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	97
5.35. Perfil de concentración de tensoactivo (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	98
5.36. Perfil de saturación de agua (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	98
5.37. Volumen de agua inyectado (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	99
5.38. Número de iteraciones por incremento de tiempo (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	99
5.39. Número de cambios por incremento de tiempo (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	100
5.40. Iteraciones totales (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	100
5.41. Curva de tensión interfacial (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	101
5.42. Curva de desaturación (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	102

5.43. Gasto de inyección de agua (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	102
5.44. Gasto de producción de agua y aceite (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	103
5.45. Presión de producción e inyección (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	104
5.46. Producción de aceite (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	104
5.47. Factor de recuperación, FR % (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	105
5.48. Agua inyectada (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).105	
5.49. Producción de agua (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	106
5.50. Perfil de concentración de tensoactivo (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	106
5.51. Perfil de saturación de agua (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	107
5.52. Volumen de agua inyectado (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	108
5.53. Número de iteraciones por incremento de tiempo (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	108
5.54. Número de cambios por incremento de tiempo (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	109
5.55. Iteraciones totales (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	109
5.56. Variación de la permeabilidad relativa a 3.055 cm (0.125 hrs).	110
5.57. Variación de la permeabilidad relativa a 3.055 cm (0.166 hrs).	110
5.58. Variación de la permeabilidad relativa a 3.055 cm (0.25 hrs).	110
5.59. Producción de aceite (Modelo vs Simulador comercial vs Laboratorio).	111
5.60. Factor de recuperación (Modelo vs Simulador comercial vs Laboratorio).	112

5.61. Gasto de aceite y agua (Simulación I (agua) vs Simulación II (agua con tensoactivo @CF) vs Simulación III (agua con tensoactivo @CO) vs Simulación IV (agua con tensoactivo @CO)).	113
5.62. Producción de aceite (Simulación I (agua) vs Simulación II (agua con tensoactivo @CF) vs Simulación III (agua con tensoactivo @CO) vs Simulación IV (agua con tensoactivo @CO)).	114
5.63. Factor de recuperación (Simulación I (agua) vs Simulación II (agua con tensoactivo @CF) vs Simulación III (agua con tensoactivo @CO) vs Simulación IV (agua con tensoactivo @CO)).	114
B.1. Equipo utilizado durante el desplazamiento del aceite.	132
B.2. Factor de recuperación (Experimento-1).	133
B.3. Fracción de agua (Experimento-1).	134
B.4. Curvas de permeabilidades relativas (Experimento-1).	134
B.5. Cociente de permeabilidades relativas (Experimento-1).	135
B.6. Factor de recuperación (Experimento-2).	137
B.7. Fracción de agua (Experimento-2).	138
B.8. Curvas de permeabilidades relativas (Experimento-2).	138
B.9. Cociente de permeabilidades relativas (Experimento-2).	139
B.10. Curvas de permeabilidades (Experimento-1 vs Experimento-2).	140
B.11. Factores de recuperación (Experimento-1 vs Experimento-2).	140
C.1. Distribución de variables a 0.08 hrs (Simulación I).	141
C.2. Distribución de variables a 0.25 hrs (Simulación I).	141
C.3. Distribución de variables a 1.00 hrs (Simulación I).	142
C.4. Distribución de variables a 2.50 hrs (Simulación I).	142
C.5. Distribución de variables a 0.08 hrs (Simulación II).	143
C.6. Distribución de variables a 0.33 hrs (Simulación II).	143
C.7. Distribución de variables a 1.00 hrs (Simulación II).	144
C.8. Distribución de variables a 2.50 hrs (Simulación II).	144

C.9. Distribución de variables a 0.08 hrs (Simulación III).	145
C.10. Distribución de variables a 0.41 hrs (Simulación III).	145
C.11. Distribución de variables a 1.00 hrs (Simulación III).	146
C.12. Distribución de variables a 2.50 hrs (Simulación III).	146

Índice de tablas

2.1. Proyectos activos de EOR en EUA (Comisión Nacional de Hidrocarburos, 2012).	5
4.1. Características (Modelo vs Simulador comercial).	63
5.1. Datos para el ajuste de curvas de permeabilidades relativas (k_r).	73
5.2. Características del modelo de simulación (Simulación I. Inyección de agua).	75
5.3. Características del modelo de simulación (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).	84
5.4. Características del modelo de simulación (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).	92
5.5. Tiempo de simulación (Simulación I (agua) vs Simulación II (agua con tensoactivo @CF) vs Simulación III (agua con tensoactivo @CO) vs Simulación IV (agua con tensoactivo @CO)).	115
B.1. Características del sistema de tapones.	129
B.2. Características del sistema de tapones en serie.	129
B.3. Características de la roca y fluidos (Experimento-1).	131
B.4. Resultados (Experimento-1).	131
B.5. Características de la roca (Experimento-2).	136
B.6. Resultados (Experimento-2).	136

Resumen

En este trabajo se presentan las bases del desarrollo de un modelo de simulación para flujo bifásico (agua-aceite), el cual resuelve implícitamente para valores de presión y saturación de agua; como principal contribución de este trabajo, se muestra la implementación al simulador de la inyección de agua con tensoactivo a partir de un balance de masa entre celdas para observar la variación de concentración causada por los efectos advectivos al fluir el agua y el aceite en el medio poroso; la principal importancia de la metodología propuesta, es el cálculo explícito de la concentración de tensoactivo, el cual permite mantener el número de ecuaciones que se resuelven en un simulador bifásico (agua-aceite) para no afectar en gran medida los tiempos de simulación; además de permitir un análisis práctico en posible proyectos de inyección de tensoactivos.

Como caso de estudio, se presenta la utilidad del modelo de simulación en el desplazamiento de aceite con agua y agua con tensoactivo al reproducir experimentos de laboratorio realizados en un sistema de tapones; estableciendo como análisis la comparación de los volúmenes de aceite recuperados al inyectar agua y agua con tensoactivo en laboratorio y los obtenidos por el modelo de simulación; así como las diferencias principales de inyectar tensoactivo a las condiciones finales del cambio de mojabilidad y realizar la inyección de tensoactivo desde las condiciones originales de la roca, alterando la tensión interfacial entre las fases al variar la concentración de tensoactivo; resaltando la importancia de analizar el comportamiento dinámico en las curvas de permeabilidades relativas, las cuales no siempre son reportadas a diferentes valores de tensión interfacial.

1. Introducción

En este capítulo se analizan los objetivos y justificaciones del trabajo de tesis, así como su fundamento e importancia dentro de la industria petrolera; además se muestra el panorama general de los temas que abarcan cada capítulo de este trabajo.

A pesar del tiempo en el cual los recursos petroleros se han estado explotando, la cantidad recuperada de petróleo es muy baja; en México se estima un volumen recuperado cercano al 15.5% del aceite descubierto, lo cual indica un área de estudio que tiene un gran potencial de desarrollo. Algunos estudios confirman que al 2012 el volumen de aceite remanente se aproximaba a 210 mil millones de barriles (**Comisión Nacional de Hidrocarburos, 2012**), el cual indica más años de explotación y al día de hoy sigue esperando recuperarse mediante la implementación de tecnología y estudios más detallados; una evidencia de la gran oportunidad que se tiene, resulta de la comparación de los factores de recuperación que se tienen en México en sus principales yacimientos y sus semejantes a nivel internacional, resultando ser relativamente bajos; como resultado de estos estudios se han implementado diferentes métodos para aumentar los factores de recuperación de diferentes yacimientos, dichos métodos son cotidianamente conocidos como métodos de recuperación secundaria y mejorada (en inglés: Enhanced Oil Recovery, EOR). Existen diferentes métodos EOR, algunos de estos son conocidos como métodos químicos; aunque existen diferentes variantes para la implementación de los métodos químicos, la inyección de tensoactivos o surfactantes tiene en muchos casos como objetivo la reducción de la tensión interfacial entre el aceite y el agua para mejorar las condiciones de flujo, alterando las fuerzas capilares que intervienen en el medio poroso dando como resultado la modificación de las curvas de permeabilidades relativas.

De acuerdo a lo anterior, el objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo de simulación (agua-aceite) que permita reproducir el flujo de tensoactivos en el medio poroso a través del comportamiento de las curvas de permeabilidades relativas del agua y el aceite, así como evaluar el impacto de la inyección de tensoactivos en la producción y recuperación de aceite.

Para desarrollar un modelo de simulación numérica es necesario entender la base del proceso físico; esto se complica aún más cuando se extiende el análisis a la inyección de productos que tradicionalmente no se han considerado en la SNY (Simulación Numérica de Yacimientos), es el caso de la inyección de tensoactivos, que para incorporar su efecto dentro del modelo de simulación, es necesario entender cómo se presenta su interacción en un yacimiento. Aunque en la actualidad existen simuladores que contemplan la inyección de productos químicos, existe poca información en relación a su desarrollo y no siempre es posible contar con ellos, además su uso requiere de investigaciones extensas debido a la información que estos requieren. El flujo de un tensoactivo en el medio poroso depende de muchos factores como son propiedades de la roca, propiedades del tensoactivo y su interacción con los fluidos del yacimiento; estrictamente hablando durante el desplazamiento de aceite con tensoactivo intervienen muchos fenómenos físicos

y químicos; sin embargo, en la mayoría de los modelos matemáticos y numéricos no siempre es posible o práctico cuantificar todas las variables que intervienen en el proceso; con base en lo anterior el modelo de simulación desarrollado se basa únicamente en el transporte de tensoactivo por efectos advectivos, a partir de un balance de masa al fluir agua y aceite.

En el capítulo 2 de este trabajo, se discute el panorama actual sobre los métodos de recuperación secundaria y mejorada en diversas partes del mundo, así como los proyectos realizados en México; además se muestra una recopilación de las principales investigaciones relacionadas con este trabajo; dicha recopilación fue realizada con la intención de integrar las investigaciones anteriores o similares para mejorar el desarrollo de futuros trabajos y proveer una fuente de información a los interesados; de manera general se consideraron trabajos importantes sobre el efecto de los tensoactivos en la tensión interfacial entre el agua y aceite y su comportamiento al fluir en el medio poroso, así como algunos estudios sobre la simulación del flujo de tensoactivos considerando flujo de agua y aceite.

El capítulo 3 de este trabajo, muestra las definiciones de los conceptos fundamentales para el entendimiento de los parámetros utilizados por el modelo de simulación, los cuales representan las bases del proceso físico a modelar y por lo cual se deben tomar en cuenta a lo largo del desarrollo del trabajo de tesis.

En el capítulo 4 se muestra el desarrollo y fundamento matemático del modelo de simulación; inicialmente se estable el modelo conceptual, el cual considera únicamente el flujo de agua y aceite en el medio poroso; posteriormente se plantean las ecuaciones en derivadas parciales para la fase agua y la fase aceite, las cuales se obtienen de considerar el principio de conservación de masa y el principio de conservación de momentum, dichas ecuaciones conforman el modelo matemático a resolver; para resolver el modelo matemático se utilizaron diferencias finitas centrales en espacio y diferencias regresivas en tiempo; de igual forma se plantean las condiciones de frontera y condiciones iniciales del modelo de simulación, así como el esquema de fuentes y sumideros utilizado; al final de este capítulo se muestra la metodología propuesta para incluir la variación de concentración de un tensoactivo al fluir en el medio poroso; como parte de la validación se realizó la comparación del flujo agua y aceite con un simulador comercial.

En el capítulo 5 se analiza el desplazamiento de aceite con agua y agua con tensoactivo a partir de datos de laboratorio, logrando reproducir experimentos realizados en un sistema de tapones; como resultados se muestran las principales diferencias entre la inyección de agua y la inyección de agua con tensoactivos; además se muestra la diferencia entre inyectar tensoactivos a las condiciones originales de la roca y realizar la inyección de tensoactivos después de alterar la mojabilidad de la roca, resaltando la importancia de estudiar el efecto dinámico en las curvas de permeabilidades relativas.

Como punto final, en el capítulo 6 se muestran las conclusiones y recomendaciones, las cuales se determinaron mediante el desarrollo de este trabajo.

2. Revisión de la literatura

2.1. Recuperación mejorada por inyección de químicos.

Durante la década de los 80 la inyección de químicos tuvo su mejor momento al implementarse en diversos yacimientos alrededor del mundo; sin embargo, a partir de 1990 el uso de químicos como proceso de recuperación mejorada disminuyó debido al auge de otros métodos y posiblemente a la variación de los precios de tensoactivos (surfactantes) y polímeros en el mercado; a pesar de esto la inyección de polímeros y tensoactivos tuvo gran importancia a nivel internacional con proyectos como North Burbank (Oklahoma, U.S), en donde se demostró el gran potencial que tiene la inyección de polímeros; a partir de entonces se han registrado más de 27 proyectos de inyección de químicos en diversas partes del mundo (**Alvarado y Manrique, 2010**) como Argentina (El Tordillo), Canadá (Pelican Lake), China (Daqing Gudao), India (Jhalora Field), entre otros.

Aunque la mayor parte de proyectos de inyección de químicos es mediante el uso de polímeros, actualmente se tiene un nuevo auge debido a la investigación sobre la inyección de tensoactivos; un estudio realizado por la CNH (**Comisión Nacional de Hidrocarburos, 2012**) muestra la cantidad de proyectos de EOR (en inglés: Enhanced Oil Recovery) en Estados Unidos hasta el 2012 (**Tabla 2.1**); de manera general los proyectos de inyección de químicos no han tenido un gran desarrollo a nivel mundial sin embargo actualmente se llevan a cabo diversas investigaciones y pruebas especialmente en proyectos combinados como es la inyección de ASP (Alcalí-Surfactante-Polímeros).

A partir de 1951 en México se han realizado diversos proyectos de recuperación secundaria y mejorada, principalmente mediante la inyección de agua; sin embargo, con el paso del tiempo se ha optado por la implementación de otros métodos como son la inyección de nitrógeno en Cantarell o la inyección de bióxido de carbono en Sitio Grande (**Figura 2.1**), además de diversas pruebas piloto de inyección de químicos en campos como Poza Rica; a pesar de esto se tiene la necesidad de incrementar reservas de petróleo debido a que gran parte de los yacimientos mexicanos están catalogados como campos maduros; una forma de lograrlo es a partir de la inyección de químicos como es el caso de la inyección de tensoactivos.

Con el objetivo de modelar el flujo de tensoactivos en medio poroso se han realizado diversas investigaciones tanto a nivel de laboratorio como a través de modelos de simulación; a continuación se muestran algunas investigaciones de las cuales se tomaron en cuenta las ideas más importantes para el desarrollo de este trabajo. En la actualidad existen diferentes enfoques para la simulación de tensoactivos, desde metodologías como la simulación composicional o modelos que relacionan la variación de la permeabilidad relativa al modificar la tensión interfacial entre las fases; al tratarse de metodologías diferentes cada una presenta diferencias entre la forma de solución y las consideraciones realizadas.

Tabla 2.1: Proyectos activos de EOR en EUA (Comisión Nacional de Hidrocarburos, 2012).

	1990	1992	1994	1996	1998	2000	2002	2004	2006	2008	2010	2012
Térmico												
Vapor	137	119	109	105	92	86	55	46	40	43	45	48
Combustión in-situ	8	8	5	8	7	5	6	7	12	12	12	11
Agua caliente	9	6	2	2	1	1	4	3	3	3	3	2
Total térmico	154	133	116	115	100	92	65	56	55	58	60	61
Químico												
Micelar-polímero	5	3	2									
Polímero	42	44	27	11	10	10	4	4		1	1	
Cáustico/alcalino	2	2	1	1	1							
Surfactante	1									1	2	3
Total químico	50	49	30	12	11	10	4	4		2	3	3
Gas												
Hidrocarburo miscible/inmiscible	23	25	15	14	11	6	7	8	13	13	12	13
CO ₂ miscible	52	52	54	60	66	63	66	70	79	101	103	112
CO ₂ inmisible	4	2	1	1		1	1	1	2	5	5	8
Nitrógeno	9	7	8	9	10	4	4	4	3	4	3	3
Gas de combustión (miscible e inmisible)	3	2										
Otros		1	1	1								
Total Gas	91	89	79	84	87	74	78	83	97	123	123	136
Otros												
Microbial		2	1	1	1							
Total otros		2	1	1	1							
Gran total	295	273	226	212	199	176	147	143	152	183	186	200

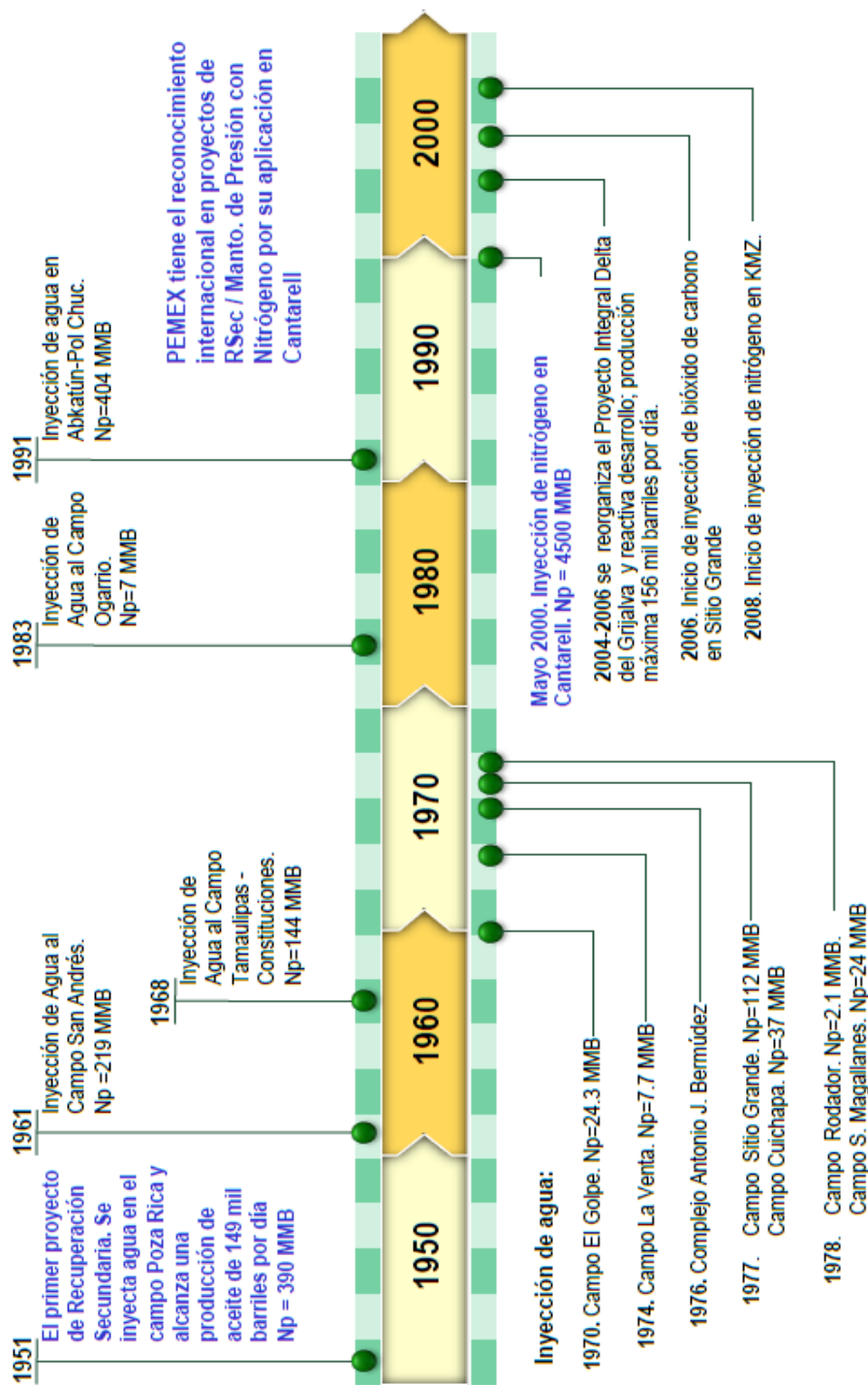


Figura 2.1: Recuperación secundaria y mejorada en México (Rodríguez de la Garza F., 2013).

Como trabajo fundamental para el entendimiento de los conceptos que involucran el desarrollo de un modelo de simulación, se consideró la tesis presentada por **Trujillo y Arana (2007)** así como los apuntes de simulación numérica de yacimientos (**Arana, 2015**) vistos en la clase de simulación avanzada, en los cuales se explican gran parte de los conceptos relacionados con simulación de yacimientos y permitirán entender mejor el desarrollo de este trabajo.

Yongwei y Lizhong (2012) presentan un nuevo modelo de simulación para la inyección de tensoactivos (surfactantes) en yacimientos de baja permeabilidad; la metodología propuesta se basa en resolver de manera implícita valores de presión y concentración mientras que la saturación se resuelve de manera explícita; su trabajo fue desarrollado considerando el flujo de dos fases en medio poroso y tres componentes de tensoactivos, como información relevante en su trabajo se muestra un forma de calcular las curvas de permeabilidades relativas a diferentes valores de concentración considerando la saturación normalizada de las fases para diferentes curvas de permeabilidades relativas; como parte de su trabajo incluyeron en el modelo matemático los efectos de adsorción, advección y difusión de un tensoactivo en el medio poroso; su estudio se baso en la inyección de tensoactivos en un proyecto piloto en el yacimiento Chao-522 obteniendo como resultado de las simulaciones una mejor eficiencia en la recuperación de hidrocarburos.

Como se comento anteriormente algunas metodologías se basan en simulación composicional; en un trabajo realizado por **Douarche, Rousseau, Bazin, Tabary, Moreau y Morvan (2012)** se muestra una metodología para modelar el flujo de químicos en medio poroso, los modelos matemáticos que presentan, contemplan el intercambio iónico que existe entre los diferentes fluidos y la roca; en su trabajo mencionan que el flujo bifásico en medio poroso se relaciona estrictamente con las curvas de desaturación al existir una disminución de la tensión interfacial entre las fases; de forma similar a lo realizado en otros trabajos ellos relacionan las curvas de permeabilidades con la saturación normalizada de las fases al variar el número capilar, dentro de sus resultado se observó un incremento en la recuperación de aceite al aumentar la concentración de tensoactivo.

Un estudio sobre simulación composicional para el modelado de la inyección de tensoactivos fue desarrollado por **Delshad, Pope y Sepehrnoori (1995)**; en su trabajo presentan las bases para el desarrollo de un simulador composicional en tres dimensiones, el cual considera efectos de difusión, advección y adsorción en el medio bajo el esquema de diferencias finitas; como parte de su trabajo consideran la relación existente entre la tensión interfacial y la saturación de las fases tomando en cuenta la saturación normalizada de las fases.

Bildner y Savioli (2002) presentan un modelo de simulación para dos fases (agua-aceite) y tres fases (aceite, tensoactivo y agua) el cual resuelve implícitamente para presión y explícitamente para concentración bajo un esquema de diferencias finitas; en su trabajo mencionan la dependencia de algunas propiedades con la tensión interfacial de las fases como son las curvas de permeabilidades relativas y la saturación residual del

aceite, como observaciones mencionan la difícil obtención de otros parámetros dependientes del cambio de concentración de tensoactivo, como son: la viscosidad, adsorción y el comportamiento de fases del sistema de fluidos; como punto importante presentan un modelo para el cálculo de permeabilidades relativas (**Camilleri, 1987**).

Un modelo de simulación para la inyección de tensoactivos en dos y tres fases (agua-aceite y agua-aceite-tensoactivo) fue presentado por **Keshtkar, Sabeti y Mohammandi (2016)**; en su trabajo resuelven valores de presión de forma implícita mientras que saturación y concentración son calculados de forma explícita mediante el uso de diferencias finitas; al igual que en otros trabajos mencionan la variación de las curvas de permeabilidades relativas al disminuir la tensión interfacial entre las fases, resaltando la posibilidad de interpolar los valores de permeabilidad relativa a diferentes valores de tensión interfacial.

Dai y Hui (2008), presentaron un análisis sobre la inyección de tensoactivos en yacimientos de baja permeabilidad; en su trabajo muestran las bases del modelo matemático a simular considerando tres fases en el yacimiento (aceite, agua y tensoactivo) mediante el uso de diferencias finitas, aunque su modelo considera flujo no darcyano, la ecuación de transporte puede ser modificada para un estudio en yacimientos convencionales; al igual que en otros trabajos describen la ecuación utilizada para la interpolación entre las curvas de permeabilidades relativas .

Estudios a nivel de Laboratorio han demostrado que existe una fuerte relación entre la tensión iterfacial y las curvas de permeabilidades relativas; un estudio realizado por **Pennell, Pope y Abriola (1996)** se muestra la relación existente entre la saturación residual de la fase aceite y la tensión interfacial; en su estudio relacionan la tensión interfacial entre las fases a partir del número capilar.

3. Conceptos fundamentales

3.1. Propiedades de la roca

3.1.1. Porosidad

La porosidad (ϕ) de una roca es la relación existente entre el volumen total de la roca y el volumen de espacios vacíos que contiene (**Amyx, Bass y Whiting, 1960**), comúnmente se representa a la porosidad como el volumen de poros (V_p) o espacios vacíos entre el volumen total de la roca (V_b); la porosidad puede utilizarse para fines de ingeniería petrolera como la capacidad que tiene una roca para almacenar fluidos los cuales pueden ser agua, aceite y gas; de acuerdo a la definición la porosidad es:

$$\phi = \frac{V_p}{V_b}. \quad (1)$$

Debido a que el espacio poroso de una roca no se encuentra totalmente comunicado, solo en una parte del volumen poroso puede existir flujo; a causa de esto se define como porosidad efectiva (ϕ_e) a la fracción del volumen poroso conectado (V_e) respecto al volumen total de la roca (V_b) (**Craft y Hawkins, 1991**); de acuerdo a la definición se tiene:

$$\phi_e = \frac{V_e}{V_b}. \quad (2)$$

3.1.2. Permeabilidad absoluta

La permeabilidad absoluta se define como una medida de la conductividad a un fluido de un determinado material (**Amyx, Bass y Whiting, 1960**). La permeabilidad absoluta de una roca es independiente del tipo de fluido que se almacene en el volumen poroso, pudiendo ser para fines de un yacimiento petrolero, aceite, agua y gas, además su valor es constante a menos que el fluido modifique las propiedades de la roca (reaccione con la formación). La permeabilidad absoluta puede ser descrita a partir de la ley de Darcy, la cual para flujo horizontal en la dirección x es:

$$u = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx}, \quad (3)$$

donde:

u = *velocidad aparente del fluido*,
 k = *permeabilidad absoluta*,
 μ = *viscosidad*,
 p = *presión*.

Es necesario señalar que la permeabilidad absoluta no es un escalar y realmente representa un tensor simétrico; si el sistema de referencia coincide con las direcciones de flujo (x, y, z) , se tendrá la permeabilidad absoluta en cada una de las diferentes direcciones, k_x, k_y, k_z y si el medio es homogéneo e isotrópico se tiene que $k_x = k_y = k_z = k$.

3.1.3. Compresibilidad de la roca

La compresibilidad de la roca (c_r) representa el cambio fraccional del volumen de roca (V_r) por abatimiento de presión (p); en ingeniería de yacimientos la compresibilidad de la roca puede ser vista como un mecanismo de producción, debido a que se genera una expansión de la roca al bajar la presión, provocando una disminución del volumen poroso lo cual ocasiona que los fluidos almacenados sean expulsados. La compresibilidad de la roca queda definida de la forma siguiente:

$$c_r = \frac{1}{V_r} \frac{dV_r}{dp}. \quad (4)$$

3.2. Propiedades de los fluidos

3.2.1. Tensión interfacial

Al existir dos fases en contacto ya sean agua-aceite o aceite-gas se genera una interfase; dicha superficie mantiene un área la cual depende del grado de cohesión de las moléculas de cada una de las fases; para modificar esta área se requiere cierta cantidad de fuerza; por tal motivo muchas veces se le denomina a la tensión interfacial (σ) como la fuerza necesaria para evitar la destrucción de la superficie o el trabajo necesario para generar una unidad de área (McCain, 1990). En la **Figura 3.1** se observa una interfase generada por un líquido y un gas, donde las moléculas de líquido son atraídas en menor medida hacia las moléculas de gas provocando que se genere la interfase.

El conocimiento de la tensión interfacial es importante en procesos de recuperación mejorada de aceite, debido a que al inyectar sustancias como tensoactivos la tensión interfacial entre el aceite y el agua disminuye, facilitando el desplazamiento del aceite a través del medio poroso.

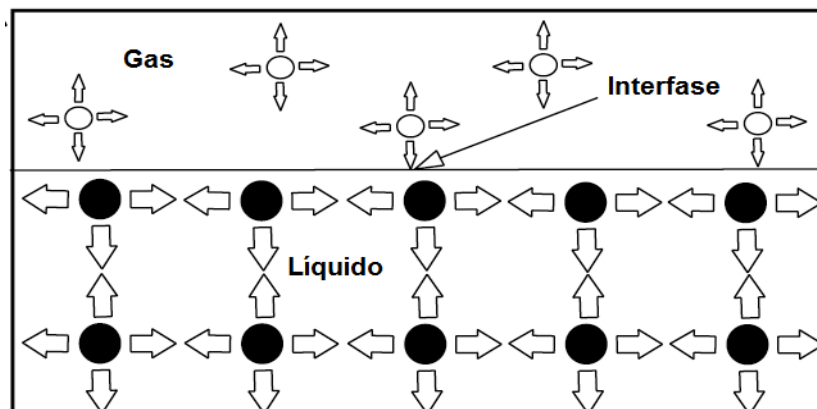


Figura 3.1: Tensión interfacial líquido-gas (McCain, 1990).

3.2.2. Viscosidad

La viscosidad (μ) se define como la resistencia de un fluido al flujo; dicho de otra forma la viscosidad representa la resistencia que tiene un fluido a ser deformado. La viscosidad de un fluido puede ser representada a partir de la ley de Newton de la viscosidad la cual establece que el esfuerzo de corte (τ) es proporcional a la velocidad de corte (dv/dy) multiplicado por una constante de proporcionalidad (Bird, Stewart y Lightfoot, 2006):

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}. \quad (5)$$

De la **Ec. 5** y representa la dirección perpendicular a la velocidad de flujo (v). Los fluidos que cumplen con esta ecuación se les conoce como fluidos newtonianos. En ingeniería de yacimientos la viscosidad de un fluido depende fuertemente de valores de presión y temperatura además de la composición del fluido, pudiendo ser agua, aceite y gas.

3.2.3. Factor de volumen

El factor de volumen de un líquido es una medida de la variación del volumen a condiciones de yacimiento (*c.y.*) y condiciones estándar (*c.s.*). Cuando se está produciendo un yacimiento, el volumen de aceite o agua recuperado en los tanques de almacenamiento es menor a los volúmenes estimados a condiciones de yacimiento; esta diferencia de volúmenes se debe principalmente a la liberación de gas disuelto causada por la disminución de la presión, si el fluido no libera gas disuelto, el cambio de volumen es causado por el hinchamiento del fluido al disminuir la presión y por el cambio de temperatura.

Por definición, el factor de volumen de aceite (B_o) y el factor de volumen del agua (B_w) se expresan de la manera siguiente (McCain, 1990):

$$B_o = \frac{(\text{volumen de aceite} + \text{gas disuelto}) @c.y.}{(\text{volumen de aceite}) @c.s.}, \quad (6)$$

$$B_w = \frac{(\text{volumen de agua} + \text{gas disuelto}) @c.y.}{(\text{volumen de agua}) @c.s.}. \quad (7)$$

El factor de volumen de un fluido depende fuertemente de los valores de presión y temperatura; además la composición del fluido juega un rol muy importante en su comportamiento. El recíproco del factor de volumen del aceite y el agua es conocido como factor de encogimiento (b_o y b_w) y muchas veces es utilizado en su lugar.

3.2.4. Densidad

La densidad (ρ) de un líquido se define como la masa (m) de líquido por unidad de volumen (V) y representa la cantidad de masa que tiene el fluido en el volumen que ocupa; la densidad es dependiente de los valores de presión y temperatura a los que se encuentra el fluido. De manera general, la densidad de un líquido disminuye al aumentar la temperatura debido al incremento del volumen por efectos de dilatación, mientras que al aumentar la presión la densidad se incrementa por causa de la reducción del volumen; de acuerdo a la definición:

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (8)$$

3.3. Propiedades roca-fluidos

3.3.1. Mojabilidad

Esta propiedad refleja la preferencia o afinidad que tiene una roca a estar en contacto por un determinado fluido. Si en el medio poroso existen dos o más fluidos uno de estos se verá atraído con mayor fuerza hacia la superficie sólida; esta afinidad es causada por la interacción molecular de los fluidos y la roca, lo cual puede causar una distribución preferencial de los fluidos en el yacimiento; si la roca presenta mayor afinidad al agua, se dice que la roca es mojada por agua y si la roca presenta mayor afinidad por el aceite, se dice que la roca es mojada por aceite. En la **Figura 3.2** se muestran las fuerzas de tensión interfacial (σ) que definen el ángulo de contacto cuando una gota de agua es sumergida en aceite, donde σ_{os} es la tensión interfacial aceite-sólido, σ_{ws} es la tensión

interfacial agua-sólido y σ_{wo} es la tensión interfacial agua-aceite que definen el ángulo de contacto (θ). Realizando un balance de fuerzas (F) en el cual se debe cumplir que $\sum F = 0$, es posible analizar los diferentes casos que puede presentar la mojabilidad de una roca; el resultado del balance de fuerzas es conocido como la ecuación de Young Dupre:

$$\sigma_{os} - \sigma_{ws} = \sigma_{wo} \cos \theta. \tag{9}$$

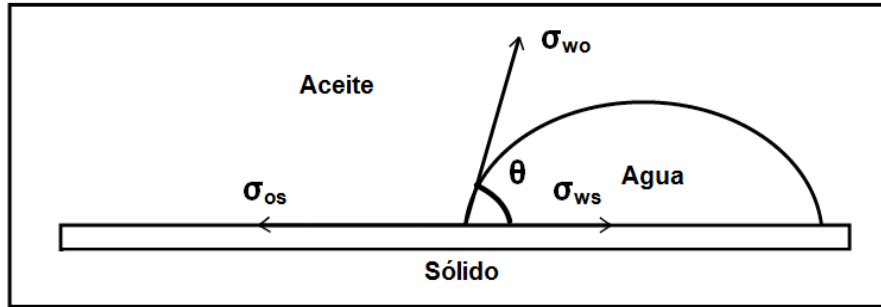


Figura 3.2: Sistema de fuerzas de tensión interfacial (Medina, 2010).

La **Figura 3.3** muestra los casos de mojabilidad obtenidos del análisis del ángulo de contacto a partir de la ecuación de Young Dupre (Medina, 2010).

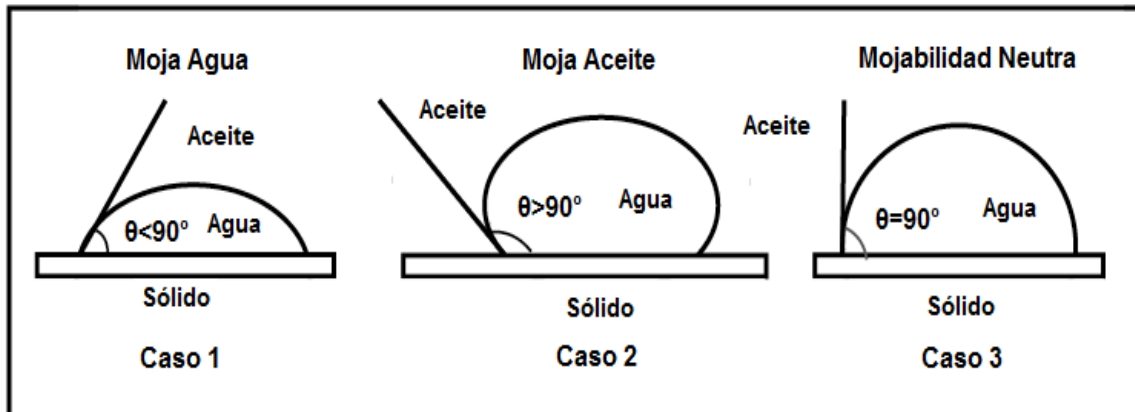


Figura 3.3: Casos de mojabilidad (Medina, 2010).

3.3.2. Permeabilidad efectiva

La permeabilidad efectiva es una medida de la conductividad del medio poroso a un determinado fluido cuando el medio se encuentra saturado por más de uno, en un yacimiento saturado por aceite y agua, la permeabilidad efectiva de cada una de las

fases se denota como: k_o y k_w respectivamente (**Amyx, Bass y Whiting, 1960**). La ley de Darcy para flujo horizontal en la dirección x puede ser expresada en términos de la permeabilidad efectiva para cada una de las fases como:

$$q_o = -\frac{Ak_o}{\mu_o} \frac{dp}{dx}, \quad (10)$$

$$q_w = -\frac{Ak_w}{\mu_w} \frac{dp}{dx}, \quad (11)$$

donde:

- q_o = *gasto de aceite,*
- q_w = *gasto de agua,*
- A = *área transversal al flujo,*
- μ_o = *viscosidad del aceite,*
- μ_w = *viscosidad del agua,*
- p = *presión.*

3.3.3. Permeabilidad relativa

Cuando existen dos o más fluidos dentro de un medio poroso, alguno de estos presenta una mayor facilidad de flujo; una forma determinar cual fluido se mueve más fácilmente es mediante la definición de permeabilidad relativa. La permeabilidad relativa al aceite (k_{ro}) y la permeabilidad relativa al agua (k_{rw}) se expresan como:

$$k_{ro} = \frac{k_o}{k}, \quad (12)$$

$$k_{rw} = \frac{k_w}{k}, \quad (13)$$

donde k_o y k_w son las permeabilidades efectivas del aceite y el agua respectivamente y k es la permeabilidad absoluta de la roca. Las curvas de permeabilidades relativas reflejan las condiciones de flujo que se tienen en el medio poroso, con lo cual, pueden verse afectadas dependiendo de la mojabilidad del sistema. En la **Figura 3.4** se muestran las curvas típicas de permeabilidad relativa para un sistema mojado por agua y un sistema mojado por aceite (**Anderson, 1986**).

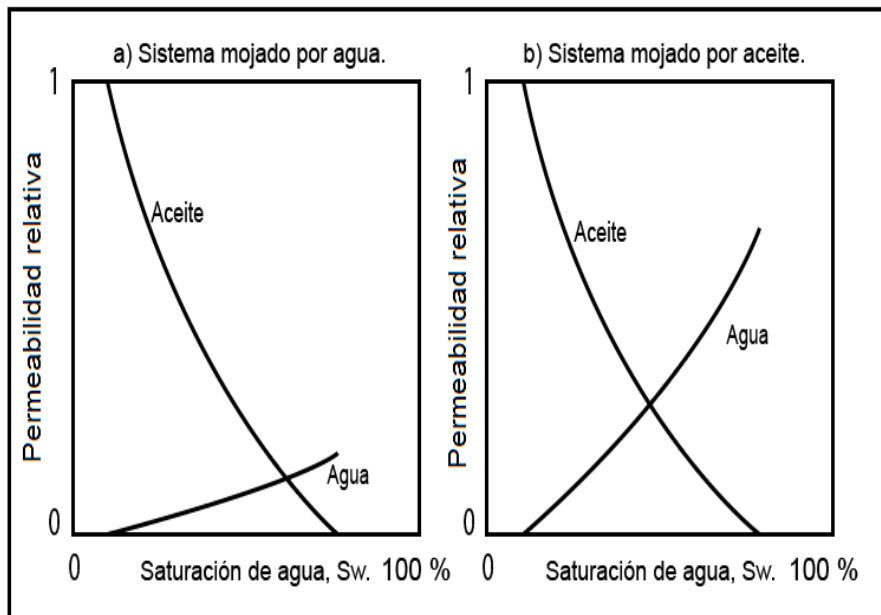


Figura 3.4: Curvas típicas de permeabilidad relativa (**Anderson, 1986**).

3.3.4. Presión capilar

La presión capilar (P_c) se origina al existir dos fases no miscibles en contacto cuya importancia surge al encontrarse en un medio capilar, en donde las fuerzas de atracción y cohesión de las fases generan una diferencia de presión; a esta diferencia de presión se le conoce como presión capilar. Comúnmente se define a la presión capilar como la diferencia de presión que existe entre la fase no mojante (p_{nm}) y la fase mojante (p_m) (**Anderson, 1986**):

$$P_c = p_{nm} - p_m. \quad (14)$$

Para un sistema agua-aceite cuyo fluido mojante es el agua, la presión capilar se define como:

$$P_{cwo} = p_o - p_w, \quad (15)$$

donde:

$$\begin{aligned} P_{cwo} &= \text{presión capilar agua - aceite,} \\ p_o &= \text{presión de aceite,} \\ p_w &= \text{presión de agua.} \end{aligned}$$

En la **Figura 3.5** se muestran las curvas típicas de presión capilar para un sistema mojado por agua y un sistema mojado por aceite; la obtención de las curvas difiere según la mojabilidad del sistema, aunque el procedimiento es similar.

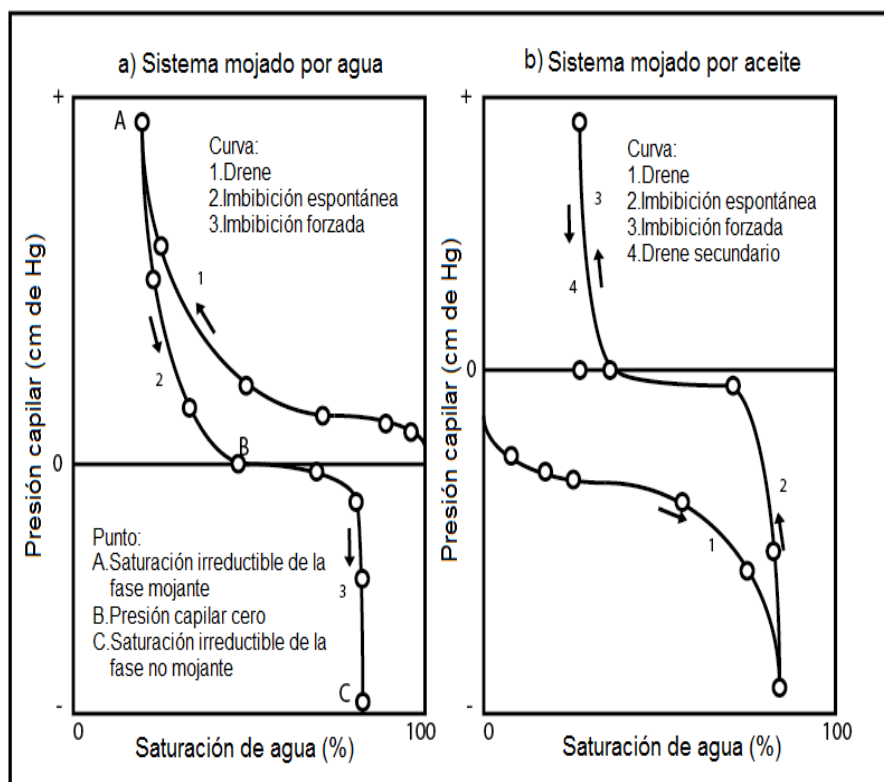


Figura 3.5: Curvas típicas de presión capilar (Anderson, 1986).

3.4. Recuperación mejorada por inyección de tensoactivos

3.4.1. Desplazamiento con tensoactivos

En la inyección de tensoactivos como proceso de desplazamiento, el principal mecanismo que actúa en la recuperación de aceite es la disminución de la tensión interfacial a valores muy pequeños (del orden de 10^{-3} dinas/cm) promoviendo la movilidad del aceite entrampado; por otra parte, la presencia de tensoactivos en el medio poroso promueve el cambio de mojabilidad en sistemas mojados por aceite, modificando las condiciones de saturación de aceite residual y agua irreducible, lo cual conlleva a aumentar el factor de recuperación de aceite (Medina, 2010).

3.4.2. Clasificación

Los tensoactivos o surfactantes son productos químicos compuestos por sales orgánicas, los cuales tienen la propiedad de acumularse en la interfase agua-aceite reduciendo la superficie de la sustancia en la que se encuentren disueltos, o bien, reduciendo la tensión interfacial. Los tensoactivos son compuestos polares los cuales estructuralmente

contienen una parte no polar (cadena larga o lipofílica) la cual es afín al aceite y una parte polar (hidrofílica) afín al agua. Los tensoactivos pueden clasificarse de acuerdo a la carga eléctrica que presente la parte polar de estos, de acuerdo a esto se clasifican en tensoactivos aniónicos, catiónicos, no iónicos y anfotéricos (**Medina, 2010**).

3.4.3. Concentración micelar crítica (CMC)

Un tensoactivo en solución tiende a asociarse con moléculas afines buscando la interfase o las paredes de algún sólido; si la concentración de tensoactivo es suficientemente alta, la interfase es saturada completamente y el excedente formará micelas; estas micelas se encuentran distribuidas en el seno del fluido y no en la interfase, por lo cual no contribuyen a la reducción de la tensión interfacial; si la concentración de tensoactivo aumenta se llega al punto en que en la interfase únicamente se aumentara la concentración micelar y la concentración de monómeros permanecerá constante (**Figura 3.6**), cuando esto ocurre se dice que se ha alcanzado la CMC (Concentración Micelar Crítica) (**Medina, 2010**). De manera general, al aumentar la concentración de tensoactivo en un sistema agua-aceite, la tensión interfacial entre las fases disminuye debido a que las moléculas de tensoactivo comienzan a saturar la interfase, cuando la tensión interfacial ya no disminuye se ha alcanzado la CMC (**Figura 3.7**). El valor de la CMC depende del tipo de tensoactivo, temperatura y iones en solución.

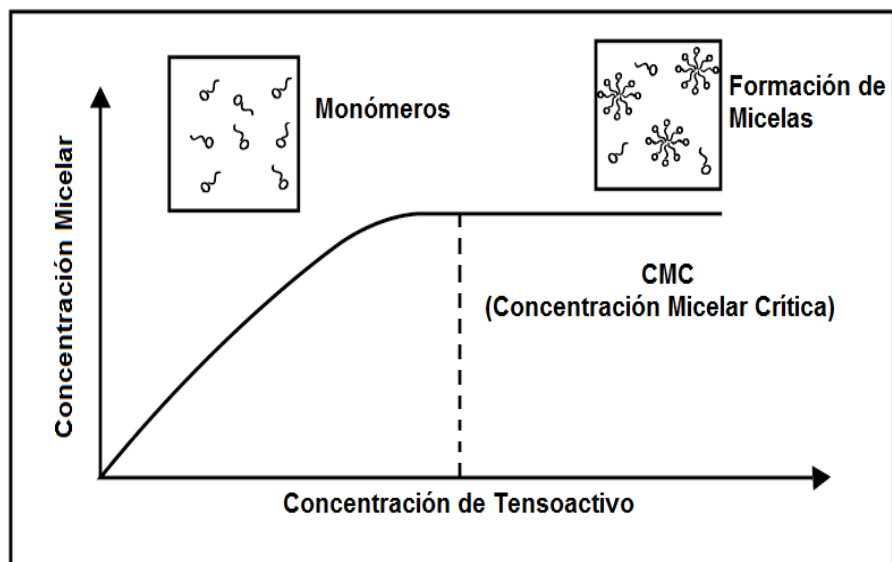


Figura 3.6: Concentración micelar crítica (CMC) (**Medina, 2010**).

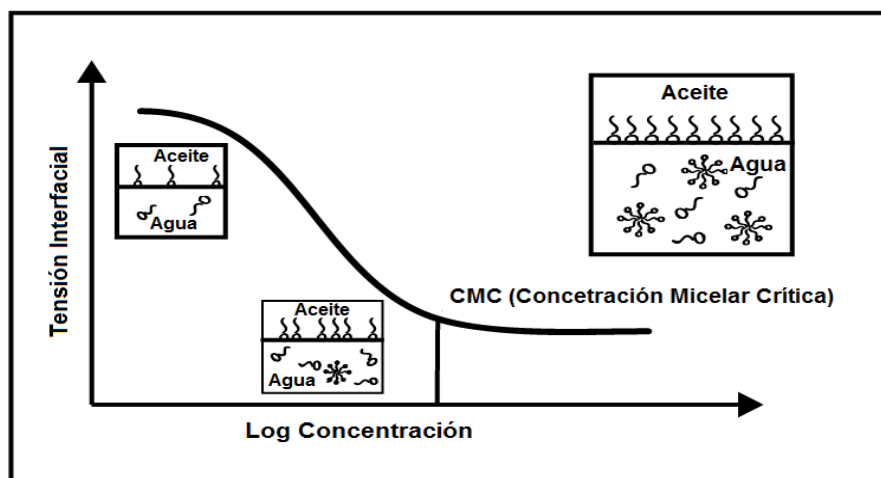


Figura 3.7: Tensión interfacial vs concentración.

3.4.4. Adsorción

La adsorción de un tensoactivo es un fenómeno causado por la afinidad de las partículas de tensoactivo y la superficie de la formación, principalmente causado por el tipo de carga que se presente en el tensoactivo y la roca, esta última en relación a la mineralogía de la formación. Con el objetivo de que los efectos causados por la adsorción sean despreciables, suele inyectarse agua con tensoactivo a una concentración por arriba de la CMC (Concentración Micelar Crítica) en por lo menos dos órdenes de magnitud, garantizando que la máxima adsorción se alcance rápidamente y que las propiedades del tensoactivo no se modifiquen (Medina, 2010). En la **Figura 3.8** se muestra el comportamiento de las micelas al ocurrir el fenómeno de adsorción a diferentes tiempos (t_1 , t_2 , t_3).

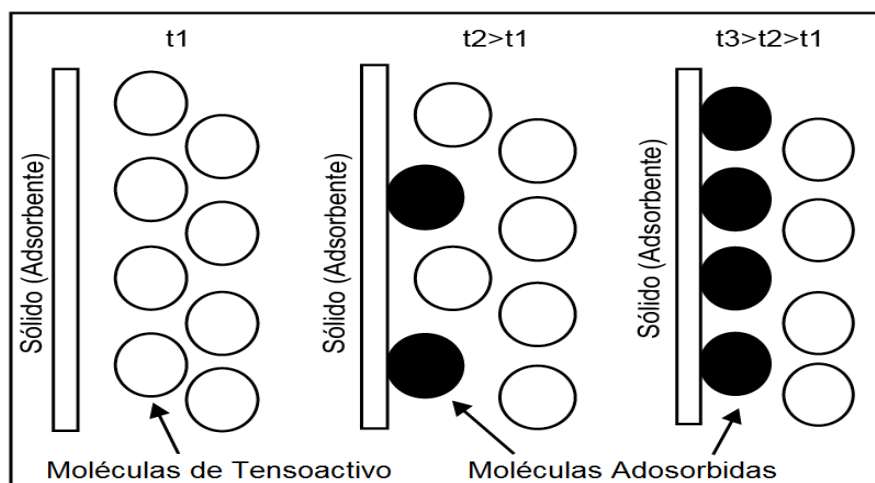


Figura 3.8: Adsorción de un tensoactivo.

3.4.5. Número capilar

El número capilar (N_C) es un grupo adimensional que relaciona las fuerzas viscosas (F_v) y las fuerzas capilares (F_c), el cual se encuentra definido de la manera siguiente (Moore y Slobod, 1955):

$$N_C = \frac{v\mu}{\sigma \cos\theta}. \quad (16)$$

De la **Ec. 16**, v es la velocidad en el poro del fluido desplazante, μ es la viscosidad del fluido desplazante, σ es la tensión interfacial entre el fluido desplazante y el desplazado (pueden ser agua y aceite) y θ es el ángulo de contacto entre las fases. Cabe señalar que existen diferentes definiciones del número capilar según diversos autores (Sheng, 2011), sin embargo, la relación de F_v y F_c sigue manteniéndose.

A partir de diferentes pruebas experimentales (Pennell, Pope y Abriola, 1996) se ha encontrado que existe una fuerte relación entre la saturación residual (s_r) de la fase desplazada y el número capilar, observándose que al aumentar el número capilar la saturación residual de la fase desplazada tiende a disminuir; debido a esto, se ha estudiado el comportamiento del número capilar con el objetivo de maximizar su valor y alcanzar mayores factores de recuperación.

Una forma de cuantificar el impacto que tiene la variación del número capilar es a partir de las curvas de desaturación. En la **Figura 3.9** se muestra una gráfica de la saturación residual para varios fluidos al variar el número capilar (Sheng, 2011); de manera general se observa que al aumentar el número capilar la saturación residual de la fase disminuye, sin embargo, es necesario aumentar el número capilar en varios ordenes de magnitud para tener un efecto considerable en la saturación residual de la fase, diversos autores mencionan que es necesario aumentar el número capilar por lo menos tres ordenes de magnitud para tener resultados satisfactorios.

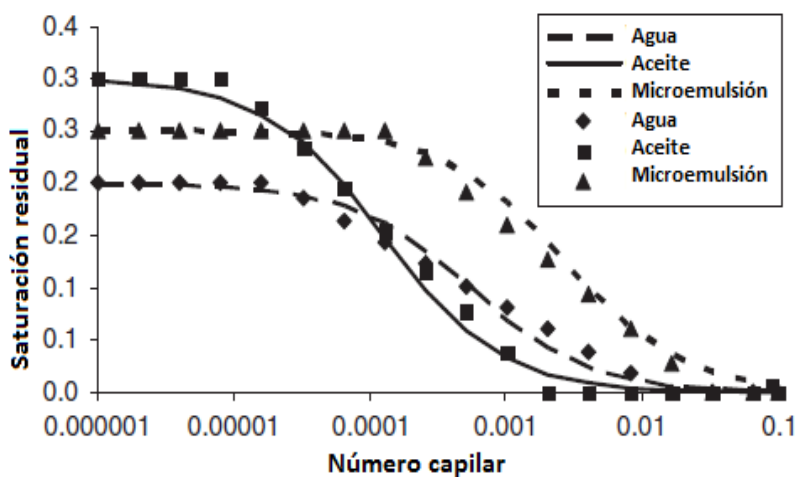


Figura 3.9: Curvas de desaturación (Sheng, 2011).

Como se mencionó anteriormente es necesario aumentar el número capilar para obtener una menor saturación residual de la fase desplazada; de acuerdo con la definición del número capilar esto se logra aumentando la viscosidad o la velocidad, sin embargo, aunque se logren aumentar estas variables la magnitud del número capilar no se incrementa considerablemente; por tal motivo la mejor forma de aumentar el número capilar es reduciendo la tensión interfacial entre las fases y para lograr esto se recurre al uso de tensoactivos.

3.4.6. Modelo de permeabilidad relativa (Delshad, 1987).

A partir de diferentes experimentos se ha buscado la forma de predecir el comportamiento de las curvas de permeabilidades relativas al fluir tensoactivo en el medio poroso, **Delshad (1987)** propuso un modelo para las curvas de permeabilidades relativas de una fase ($k_{r\alpha}$), el cual considera que la permeabilidad relativa es una función de su propia saturación (**Sheng, 2011**):

$$k_{r\alpha} = k_{r\alpha}^e (\bar{S}_\alpha)^{n_\alpha}. \quad (17)$$

De la **Ec. 17**, α puede ser cualquiera de las fases, agua (w) o aceite (o), $k_{r\alpha}^e$ es la permeabilidad relativa de la fase a su máxima saturación, donde e es el punto final de la curva de permeabilidad relativa, n_α es el exponente de ajuste de la curva y \bar{S}_α es la saturación normalizada de la fase.

Para flujo bifásico (agua-aceite) en la cual el agua conforma la microemulsión al tener en solución el tensoactivo, es posible expresar la saturación normalizada de la fase (\bar{S}_α) de la forma siguiente:

$$\bar{S}_\alpha = \frac{S_\alpha - S_{r\alpha}}{1 - S_{r\alpha} - S_{r'\alpha}}, \quad (18)$$

donde $S_{r\alpha}$ es la saturación de la fase α y $S_{r'\alpha}$ es la saturación residual de la otra fase en el medio poroso. Cabe señalar que $S_{r\alpha}$ y $S_{r'\alpha}$ son valores dependientes del número capilar, por lo que pueden ser calculados a partir de la siguiente ecuación obtenida en pruebas experimentales (**Sheng, 2011**), la cual se ajusta a valores de laboratorio para formar las curvas de desaturación:

$$S_{r\alpha} = S_{r\alpha}^{N_C^{max}} + (S_{r\alpha}^{N_C} - S_{r\alpha}^{N_C^{max}}) \frac{1}{1 + T_p N_C}, \quad (19)$$

donde N_C es el número capilar crítico (valor al cual comienza a disminuir la saturación residual de la fase) y N_C^{max} es el número capilar máximo (valor al cual se ha alcanzado la saturación residual mínima posible); una forma de ajustar los valores de las curvas

de desaturación entre los valores del número capilar máximo y crítico es a partir de la siguiente ecuación propuesta en este trabajo, en donde n es un exponente de ajuste:

$$S_{r\alpha} = S_{r\alpha}^{N_C^{max}} + (S_{r\alpha}^{N_C^c} - S_{r\alpha}^{N_C^{max}}) \left(\frac{N_C^{max} - N_C}{N_C^{max} - N_C^c} \right)^n. \quad (20)$$

A partir de que los valores finales de las curvas de permeabilidades relativas dependen de la saturación residual de las fases, es posible interpolar o extrapolar los valores entre el obtenido al número capilar crítico y el obtenido al número capilar máximo de la manera siguiente (**Sheng, 2011**):

$$k_{r\alpha}^e = (k_{r\alpha}^e)^{N_C^c} + \frac{(S_{r'\alpha})^{N_C^c} - S_{r'\alpha}}{(S_{r'\alpha})^{N_C^c} - (S_{r'\alpha})^{N_C^{max}}} [(k_{r\alpha}^e)^{N_C^{max}} - (k_{r\alpha}^e)^{N_C^c}], \quad (21)$$

de forma similar para el exponente n_α :

$$n_\alpha = n_\alpha^{N_C^c} + \frac{(S_{r'\alpha})^{N_C^c} - S_{r'\alpha}}{(S_{r'\alpha})^{N_C^c} - (S_{r'\alpha})^{N_C^{max}}} [(n_\alpha)^{N_C^{max}} - (n_\alpha)^{N_C^c}]. \quad (22)$$

Para la correcta implementación del modelo, es necesario obtener los valores de permeabilidad relativa al número capilar máximo y crítico, los cuales se obtienen en laboratorio; de igual forma puede ser de utilidad obtener diferentes curvas de permeabilidades relativas a diferentes números capilares con el objetivo de obtener un mejor ajuste en el comportamiento.

4. Modelo de simulación para flujo bifásico (agua-aceite)

4.1. Modelo conceptual

En el yacimiento los fluidos se encuentran distribuidos preferentemente de acuerdo a sus propiedades y la formación, estos fluidos pueden ser agua y aceite, si las condiciones de saturación del agua y el aceite permiten el flujo de cada una de las fases, éstas comenzarán a fluir al existir un cambio de potencial, este cambio de potencial se puede deber al abatimiento de presión causado por un pozo al inyectar o producir.

En la **Figura 4.1** se observa la distribución de los fluidos en el medio poroso donde parte del fluido no mojante se encuentra atrapado. Dependiendo de las características de la roca y los fluidos puede ser el agua o el aceite quien sea el fluido mojante; si las condiciones de flujo natural no permiten que el aceite viaje hacia los pozos, es posible liberar el aceite atrapado mediante el desplazamiento con agua.

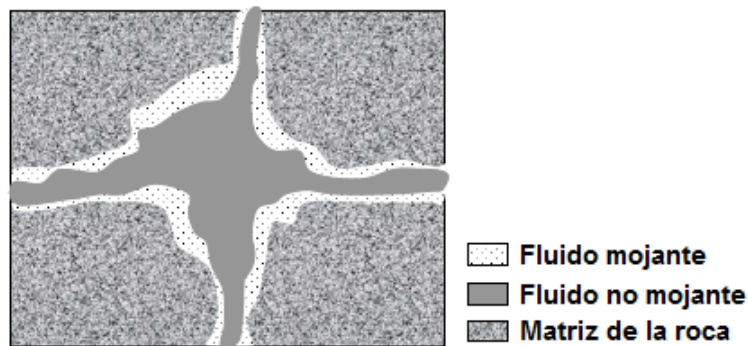


Figura 4.1: Distribución de fluidos en el medio poroso (Medina, 2010).

En el caso de la inyección de agua, el agua se comporta como un frente de desplazamiento que empuja al aceite hacia los pozos productores; conforme el agua satura los poros de la roca, el aceite disminuye hasta alcanzar la saturación de aceite residual. Como proceso de recuperación secundaria la inyección de agua no solo beneficia en el desplazamiento del aceite si no que también contribuye a mantener la presión del yacimiento.

4.2. Modelo matemático

4.2.1. Planteamiento del modelo matemático

El flujo de aceite y agua puede ser modelado a partir de ecuaciones diferenciales que representen su comportamiento; como en la mayoría de los problemas al modelar flujo de fluidos se recurre a los principios fundamentales siguientes:

- Conservación de masa.
- Conservación de momentum.

Al modelar el flujo de fluidos se realiza un balance de masa a partir de un volumen de control, en el cual la masa que entra al volumen de control menos la masa que sale de éste, es igual al cambio o acumulación de masa en el sistema, cumpliendo con el principio de conservación de masa; para flujo de fluidos el modelo matemático resultado de realizar un balance de masa es conocido como la ecuación de continuidad, la cual para un medio poroso saturado de uno o más fluidos se encuentra en términos de la densidad y velocidad con que entra y sale del sistema cada fase en un determinado tiempo y considerando como volumen de control el volumen poroso saturado de fluidos; así de esta manera la ecuación de continuidad forma parte del modelo matemático a resolver, sin embargo, la representación del flujo no queda completa por lo cual es necesario recurrir a ecuaciones de conservación de momentum que representen el movimiento de los fluidos; cabe señalar que la densidad de las fases (ρ_α) puede ser expresada explícita o implícitamente a través de una ecuación de estado.

Partiendo de la ecuación de continuidad:

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho_\alpha \vec{u}_\alpha) + \tilde{q}_{m,\alpha} = -\frac{\partial(\phi S_\alpha \rho_\alpha)}{\partial t}, \quad (23)$$

donde ρ_α representa la densidad, ϕ es la porosidad de la roca, S_α es la saturación, \vec{u}_α es la velocidad, $\tilde{q}_{m,\alpha}$ es el gasto másico por unidad de volumen, t es el tiempo y α es el subíndice que representa cualquiera de las fases (agua o aceite), es posible llegar al modelo matemático que representa el flujo de agua y aceite, cabe señalar que el gasto másico ($\tilde{q}_{m,\alpha}$) conforma el término fuente de la ecuación de continuidad, de acuerdo a las condiciones del problema, éste puede representar un sumidero, con lo cual se toma en cuenta la entrada o salida de masa en el sistema.

De la **Ec. 23**, el gasto másico ($\tilde{q}_{m,\alpha}$) de la fase α está en términos del volumen de roca (V_b):

$$\tilde{q}_{m,\alpha} = \frac{q_{m,\alpha}}{V_b}, \quad (24)$$

y \vec{u}_α es la velocidad definida por la ley de Darcy:

$$\vec{u}_\alpha = -\frac{k_\alpha}{\mu_\alpha} \left(\vec{\nabla} p_\alpha - \gamma_\alpha \vec{\nabla} D \right), \quad (25)$$

tomando en cuenta la definición de permeabilidad relativa ($k_{r\alpha}$) queda como:

$$\vec{u}_\alpha = -\frac{k k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \left(\vec{\nabla} p_\alpha - \gamma_\alpha \vec{\nabla} D \right), \quad (26)$$

donde k es la permeabilidad absoluta, μ_α es la viscosidad, p_α es la presión, γ_α es el peso específico, ϕ es la porosidad, S_α es la saturación, D es la profundidad o distancia vertical y α es el subíndice que representa cualquiera de las fases (agua o aceite).

Sustituyendo la **Ec. 26** en la **Ec. 23**:

$$\vec{\nabla} \cdot \left(-\frac{\rho_\alpha k k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (\vec{\nabla} p_\alpha - \gamma_\alpha \vec{\nabla} D) \right) + \tilde{q}_{m,\alpha} = -\frac{\partial(\phi S_\alpha \rho_\alpha)}{\partial t}, \quad (27)$$

dividiendo la **Ec. 27** por la densidad a condiciones estándar ($\rho_{\alpha,c.s.}$):

$$\vec{\nabla} \cdot \left(-\frac{\rho_\alpha k k_{r\alpha}}{\rho_{\alpha,c.s.} \mu_\alpha} (\vec{\nabla} p_\alpha - \gamma_\alpha \vec{\nabla} D) \right) + \frac{\tilde{q}_{m,\alpha}}{\rho_{\alpha,c.s.}} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_\alpha \rho_\alpha}{\rho_{\alpha,c.s.}} \right), \quad (28)$$

considerando que el factor de volumen de un líquido (B_α) está dado por:

$$B_\alpha = \frac{\rho_{\alpha,c.s.}}{\rho_\alpha}, \quad (29)$$

la **Ec. 28** puede ser escrita como:

$$\vec{\nabla} \cdot \left(-\frac{k k_{r\alpha}}{B_\alpha \mu_\alpha} (\vec{\nabla} p_\alpha - \gamma_\alpha \vec{\nabla} D) \right) + \frac{q_{\alpha,c.s.}}{V_b} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_\alpha}{B_\alpha} \right), \quad (30)$$

recordando que el factor de encogimiento (b_α) de un líquido esta dado por:

$$b_\alpha = \frac{1}{B_\alpha}, \quad (31)$$

el modelo general que representa el flujo de la fase α queda expresado de la manera siguiente:

$$\vec{\nabla} \cdot \left(-\frac{k k_{r\alpha}}{B_\alpha \mu_\alpha} (\vec{\nabla} p_\alpha - \gamma_\alpha \vec{\nabla} D) \right) + \frac{q_{\alpha,c.s.}}{V_b} = -\frac{\partial}{\partial t} (\phi S_\alpha b_\alpha). \quad (32)$$

Considerando la **Ec. 32**, el modelo matemático que representa el flujo de aceite y agua en un medio poroso queda definido mediante las ecuaciones siguientes:

Fase aceite

$$\vec{\nabla} \cdot \left[\frac{k k_{ro}}{B_o \mu_o} (\vec{\nabla} p_o - \gamma_o \vec{\nabla} D) \right] + \frac{q_{o,c.s.}}{V_b} = \frac{\partial}{\partial t} (\phi S_o b_o). \quad (33)$$

Fase agua

$$\vec{\nabla} \cdot \left[\frac{k k_{rw}}{B_w \mu_w} (\vec{\nabla} p_w - \gamma_w \vec{\nabla} D) \right] + \frac{q_{w,c.s.}}{V_b} = \frac{\partial}{\partial t} (\phi S_w b_w). \quad (34)$$

De la **Ec. 32** se denota término de flujo a aquel que contiene los elementos del gradiente de presión ($\vec{\nabla} p_\alpha$) y potencial gravitacional (en términos del peso específico (γ_α)) causantes del flujo en el medio poroso y término fuente a los elementos que contienen los gastos de entrada o salida del sistema ubicados en la parte izquierda de las ecuaciones; por otra parte se denomina término de acumulación a los elementos ubicados en la parte derecha de las ecuaciones los cuales representan el cambio de masa que sale y entra del volumen poroso; de acuerdo a lo anterior se tiene para las ecuaciones del aceite y agua lo siguiente:

Término de flujo

Aceite

$$\vec{\nabla} \cdot \left[\frac{kk_{ro}}{B_o\mu_o} (\vec{\nabla} p_o - \gamma_o \vec{\nabla} D) \right]. \quad (35)$$

Agua

$$\vec{\nabla} \cdot \left[\frac{kk_{rw}}{B_w\mu_w} (\vec{\nabla} p_w - \gamma_w \vec{\nabla} D) \right]. \quad (36)$$

Término fuente

Aceite

$$\frac{q_{o,c.s.}}{V_b}. \quad (37)$$

Agua

$$\frac{q_{w,c.s.}}{V_b}. \quad (38)$$

Término de acumulación

Aceite

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi S_o b_o). \quad (39)$$

Agua

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi S_w b_w). \quad (40)$$

4.2.2. Restricciones del modelo matemático

Para lograr modelar el flujo de agua y aceite en el medio poroso, es necesario entender las condiciones que delimitan el problema; es bien conocido que al considerar únicamente dos fases que saturan el medio, se debe cumplir que la suma de la saturación de agua (S_w) y saturación de aceite (S_o) sea igual a uno o bien saturar al 100 % el medio poroso, por otra parte, al modelar flujo de aceite y agua se debe lograr representar la interacción que tienen los fluidos entre sí y con la roca; esta interacción se debe a efectos de tensión interfacial y mojabilidad de la roca que dan origen a efectos capilares, por tal motivo se relacionan estos efectos a partir de la definición de presión capilar agua-aceite (P_{cwo}), de acuerdo a lo anterior, el modelo de simulación debe cumplir con las restricciones siguientes:

$$S_w + S_o = 1, \quad (41)$$

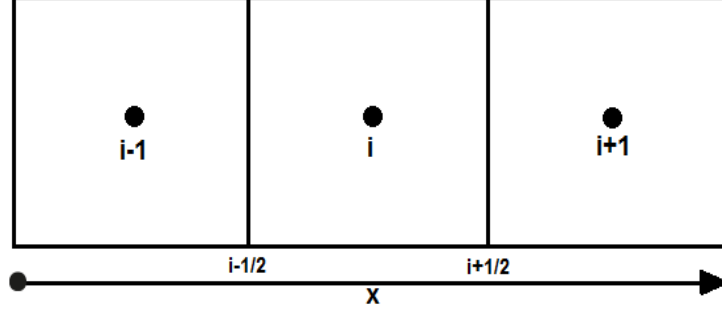
$$P_{cwo} = p_o - p_w. \quad (42)$$

4.3. Modelo numérico y su solución

4.3.1. Modelo numérico

Las **Ecs. 33 y 34** representan modelos matemáticos para el flujo de aceite y agua que tienen algunas soluciones analíticas, las cuales resultan ser muy útiles para entender los fenómenos involucrados; sin embargo, para cuestiones de simulación existen métodos numéricos capaces de resolver dichas ecuaciones para problemas más complejos. Algunos métodos numéricos empleados para resolver modelos matemáticos de este tipo son: el método de diferencias finitas, el método de volumen de control y el método de elemento finito; sin embargo, para fines de este trabajo se utilizaron diferencias finitas debido a que es el más común para modelar este tipo de problemas. Cabe señalar que este trabajo se basó en los temas vistos en el curso de simulación numérica de yacimientos con apoyo de los apuntes de la materia (**Arana, 2015**). Para resolver el modelo matemático utilizando diferencias finitas es necesario realizar la discretización del medio en espacio y tiempo para la ecuación de cada una de las fases; existen diversos enfoques al aplicar diferencias finitas, en este trabajo se utilizaron diferencias centrales para espacio y diferencias regresivas para tiempo. A continuación se muestran las ecuaciones discretizadas considerando únicamente la dirección x del modelo matemático que conforman el modelo numérico a resolver (**Ecs. 50 y 51**).

Tomando como referencia el esquema presentado en la **Figura 4.2** en el cual se muestra la distribución del dominio considerando el esquema de nodos centrados y aplicando diferencias centrales, la discretización del término de flujo de la **Ec. 32** es:


 Figura 4.2: Convención de nodos en la dirección x (nodos centrados).

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{\alpha} \left(\frac{\partial p_{\alpha}}{\partial x} - \gamma_{\alpha} \frac{\partial D}{\partial x} \right) \right] &\simeq \frac{[\lambda_{\alpha} (\frac{\partial p_{\alpha}}{\partial x} - \gamma_{\alpha} \frac{\partial D}{\partial x})]_{i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} - [\lambda_{\alpha} (\frac{\partial p_{\alpha}}{\partial x} - \gamma_{\alpha} \frac{\partial D}{\partial x})]_{i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}}{\Delta x_i} \\
 &\simeq \frac{1}{\Delta x_i} \left\{ \left(\frac{\lambda_{\alpha}}{\Delta x} \right)_{i+\frac{1}{2}} \left[p_{\alpha,i+1} - p_{\alpha,i} - (\gamma_{\alpha} \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right] \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{\lambda_{\alpha}}{\Delta x} \right)_{i-\frac{1}{2}} \left[p_{\alpha,i} - p_{\alpha,i-\frac{1}{2}} - (\gamma_{\alpha} \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right] \right\}^{\Gamma+1},
 \end{aligned} \tag{43}$$

donde λ_{α} es la movilidad de la fase α , dada por:

$$\lambda_{\alpha} = \frac{k k_{r\alpha}}{B_{\alpha} \mu_{\alpha}}. \tag{44}$$

Considerando el término de acumulación de la **Ec. 32** y aplicando diferencias finitas regresivas:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} (\phi s_{\alpha} b_{\alpha}) &\simeq \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi s_{\alpha} b_{\alpha}) \right]_i^{\Gamma+1} \\
 &\simeq \frac{1}{\Delta t} \left[(\phi s_{\alpha} b_{\alpha})_i^{\Gamma+1} - (\phi s_{\alpha} b_{\alpha})_i^{\Gamma} \right].
 \end{aligned} \tag{45}$$

El gasto ($q_{\alpha,cs}$) del término fuente se representa de la forma siguiente:

$$q_{\alpha,cs} = q_{\alpha,cs}^{\Gamma+1}. \tag{46}$$

Sustituyendo las **Ecs. 43, 45 y 46** en la **Ec. 32** y multiplicando por el volumen de roca ($V_{b,i} = A_x \Delta x_i$), se llega al modelo numérico general para la fase α :

$$\begin{aligned}
 & T_{o,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - (\gamma_o \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} - T_{o,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - (\gamma_o \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} \\
 & + q_{\alpha,i}^{\Gamma+1} = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \left[(\phi b_{\alpha} S_{\alpha})_i^{\Gamma+1} - (\phi b_{\alpha} S_{\alpha})_i^{\Gamma} \right], \tag{47}
 \end{aligned}$$

donde $T_{\alpha,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}$ y $T_{\alpha,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}$ son la transmisibilidad de la fase α :

$$T_{\alpha,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} = \left(\frac{A_x}{\Delta x} \right)_{i+\frac{1}{2}} \lambda_{\alpha,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}, \tag{48}$$

$$T_{\alpha,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} = \left(\frac{A_x}{\Delta x} \right)_{i-\frac{1}{2}} \lambda_{\alpha,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}. \tag{49}$$

De las **Ecs. 48 y 49**, A_x es el área transversal al flujo en x y Δx es la distancia entre nodos. Considerando la **Ec. 47** el modelo numérico que representa el flujo de aceite y agua en un medio poroso queda definido mediante las ecuaciones siguientes:

Fase aceite

$$\begin{aligned}
 & T_{o,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - (\gamma_o \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} - T_{o,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - (\gamma_o \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} \\
 & + q_{o,i}^{\Gamma+1} = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \{ [\phi S_o b]_i^{\Gamma+1} - [\phi S_o b]_i^{\Gamma} \}. \tag{50}
 \end{aligned}$$

Fase agua

$$\begin{aligned}
 & T_{w,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{w,i+1} - p_{w,i} - (\gamma_w \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} - T_{w,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{w,i} - p_{w,i-1} - (\gamma_w \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} \\
 & + q_{w,i}^{\Gamma+1} = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \{ [\phi S_w b_w]_i^{\Gamma+1} - [\phi S_w b_w]_i^{\Gamma} \}. \tag{51}
 \end{aligned}$$

De las **Ecs. 50 y 51**, $T_{o,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}$, $T_{o,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}$, $T_{w,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}$ y $T_{w,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}$, son la transmisibilidad del aceite y el agua al tiempo $\Gamma + 1$ correspondientes con las fronteras $i + \frac{1}{2}$ e $i - \frac{1}{2}$:

$$T_{o,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} = \left(\frac{A_x}{\Delta x} \right)_{i+\frac{1}{2}} \lambda_{o,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}, \tag{52}$$

$$T_{o,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} = \left(\frac{A_x}{\Delta x} \right)_{i-\frac{1}{2}} \lambda_{o,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}, \tag{53}$$

$$T_{w,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} = \left(\frac{A_x}{\Delta x} \right)_{i+\frac{1}{2}} \lambda_{w,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}, \quad (54)$$

$$T_{w,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} = \left(\frac{A_x}{\Delta x} \right)_{i-\frac{1}{2}} \lambda_{w,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}, \quad (55)$$

y $\lambda_{o,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}$, $\lambda_{o,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}$, $\lambda_{w,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}$ y $\lambda_{w,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1}$, son las movibilidades del aceite y el agua al tiempo $\Gamma + 1$ correspondientes con las fronteras $i + \frac{1}{2}$ e $i - \frac{1}{2}$:

$$\lambda_o = \frac{kk_{ro}}{B_o\mu_o}, \quad (56)$$

$$\lambda_w = \frac{kk_{rw}}{B_w\mu_w}. \quad (57)$$

4.3.2. Condiciones de frontera

Como en la mayoría de los problemas de flujo es necesario establecer las condiciones que delimitan el problema, comúnmente conocidas como condiciones de frontera; para el problema se han establecido condiciones de frontera cerrada, donde el flujo de las fases aceite y agua es igual a cero en los extremos del dominio; si se considera únicamente la dirección x y una determinada longitud L , las fronteras del dominio están situadas en $x = 0$ y $x = L$, tal como se muestra en la **Figura 4.3**, en donde no existe flujo y la derivada de la presión de la fase α en $x = 0$ y $x = L$ es igual a cero.

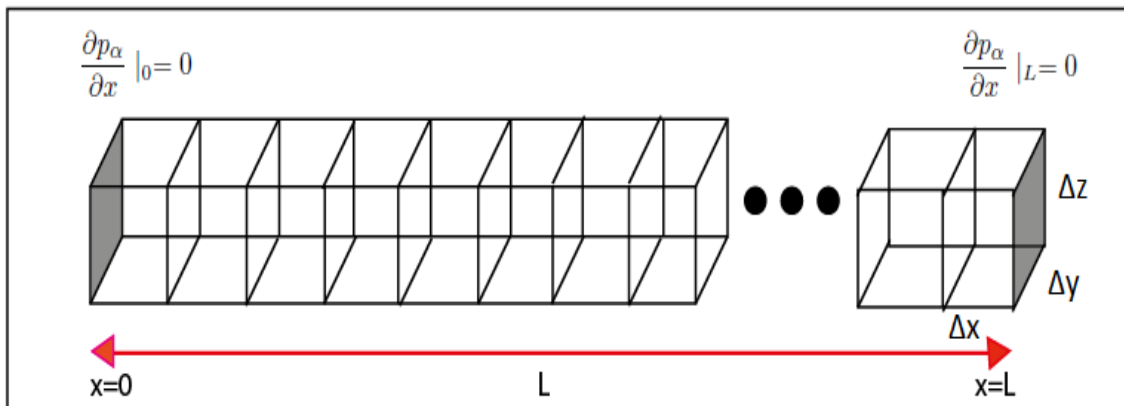


Figura 4.3: Condiciones de frontera cerrada.

De acuerdo a lo anterior, se puede establecer que el gasto de aceite y agua (q_o y q_w) en $x = 0$ y $x = L$ es igual a cero:

$$q_o |_{x=0} = q_w |_{x=0} = 0, \quad (58)$$

$$q_o |_{x=L} = q_w |_{x=L} = 0. \quad (59)$$

La **Figura 4.4** muestra el dominio del problema dividido en una serie de nodos i , en la cual se recurre a colocar los nodos imaginarios $i = 0$ e $i = I + 1$, nótese el uso de I para identificar el último nodo del dominio; como se mencionó anteriormente se utilizó un esquema de nodos centrados.

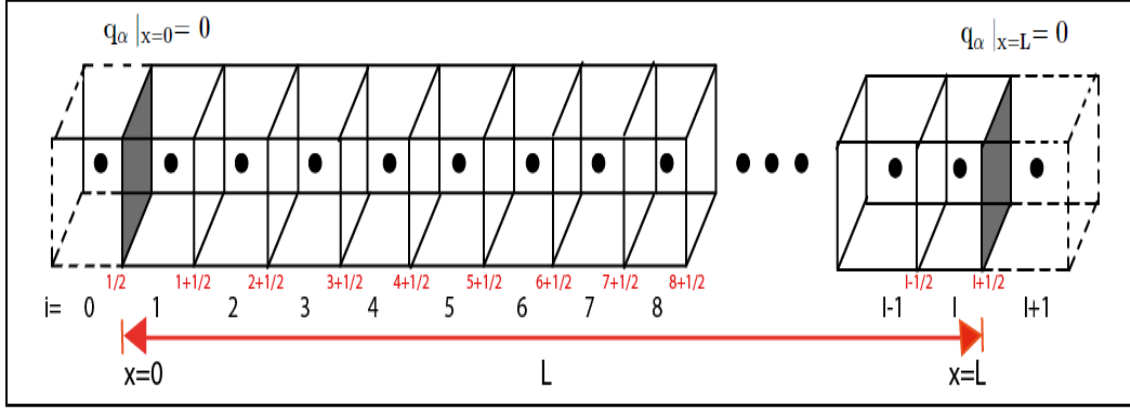


Figura 4.4: Acoplamiento de las condiciones de frontera.

Aproximando para cada una de las fases mediante diferencias finitas centrales en $x = 0$ o $i = 1/2$, se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_o \left(\frac{\partial p_o}{\partial x} - \gamma_o \frac{\partial D}{\partial x} \right) \right]_{\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} = -T_{o, \frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,1} - p_{o,0} - (\gamma_o \Delta D)_{\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} = q_o, \quad (60)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_w \left(\frac{\partial p_w}{\partial x} - \gamma_w \frac{\partial D}{\partial x} \right) \right]_{\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} = -T_{w, \frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{w,1} - p_{w,0} - (\gamma_w \Delta D)_{\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} = q_w, \quad (61)$$

tomando en cuenta que $q_o = 0$ y $q_w = 0$:

$$-T_{o, \frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,1} - p_{o,0} - (\gamma_o \Delta D)_{\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} = 0, \quad (62)$$

$$-T_{w, \frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{w,1} - p_{w,0} - (\gamma_w \Delta D)_{\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} = 0, \quad (63)$$

aproximando para cada una de las fases mediante diferencias finitas centrales en $x = L$ o $i = I + 1/2$, se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_o \left(\frac{\partial p_o}{\partial x} - \gamma_o \frac{\partial D}{\partial x} \right) \right]_{I+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} = T_{o,I+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,I+1} - p_{o,I} - (\gamma_o \Delta D)_{I+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} = q_o, \quad (64)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_w \left(\frac{\partial p_w}{\partial x} - \gamma_w \frac{\partial D}{\partial x} \right) \right]_{I+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} = T_{w,I+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{w,I+1} - p_{w,I} - (\gamma_w \Delta D)_{I+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} = q_w, \quad (65)$$

tomando en cuenta que $q_o = 0$ y $q_w = 0$:

$$T_{o,I+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,I+1} - p_{o,I} - (\gamma_o \Delta D)_{I+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} = 0, \quad (66)$$

$$T_{w,I+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{w,I+1} - p_{w,I} - (\gamma_w \Delta D)_{I+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} = 0. \quad (67)$$

Las **Ecs. 60, 61, 64 y 65** representan las condiciones correspondientes a las fronteras, las cuales consideran flujo de agua y aceite igual a cero en los límites del modelo; este tipo de condiciones son típicas de un yacimiento volumétrico o cerrado. El acoplamiento de las condiciones de frontera al modelo, da como resultado un sistema de ecuaciones para cada nodo modificando únicamente las ecuaciones correspondientes a los nodos de las fronteras, el sistema de ecuaciones para cada nodo del dominio considerando únicamente la dirección x para cada fase es:

Nodo $i = 1$

Aceite

$$T_{o,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - (\gamma_o \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} + q_{o,i}^{\Gamma+1} = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \{ [\phi_{s_o} b]_i^{\Gamma+1} - [\phi_{s_o} b_o]_i^{\Gamma} \}. \quad (68)$$

Agua

$$T_{w,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{w,i+1} - p_{w,i} - (\gamma_w \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} + q_{w,i}^{\Gamma+1} = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \{ [\phi_{s_w} b_o]_i^{\Gamma+1} - [\phi_{s_w} b_o]_i^{\Gamma} \}. \quad (69)$$

Nodos $i = 2, 3, \dots, I - 1$

Aceite

$$T_{o,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - (\gamma_o \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} - T_{o,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - (\gamma_o \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} + q_{o,i}^{\Gamma+1} = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \{ [\phi_{s_o} b]_i^{\Gamma+1} - [\phi_{s_o} b_o]_i^{\Gamma} \}. \quad (70)$$

Agua.

$$T_{w,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{w,i+1} - p_{w,i} - (\gamma_w \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} - T_{w,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{w,i} - p_{w,i-1} - (\gamma_w \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} + q_{w,i}^{\Gamma+1} = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \{ [\phi_{s_w} b_w]_i^{\Gamma+1} - [\phi_{s_w} b_w]_i^{\Gamma} \}. \quad (71)$$

Nodo $i = I$

Aceite

$$-T_{o,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - (\gamma_o \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} + q_{o,i}^{\Gamma+1} = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \{ [\phi_{s_o} b_o]_i^{\Gamma+1} - [\phi_{s_o} b_o]_i^{\Gamma} \}. \quad (72)$$

Agua

$$-T_{w,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{w,i} - p_{w,i-1} - (\gamma_w \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} + q_{w,i}^{\Gamma+1} = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \{ [\phi_{s_w} b_w]_i^{\Gamma+1} - [\phi_{s_w} b_w]_i^{\Gamma} \}. \quad (73)$$

4.3.3. Condiciones iniciales

Para realizar la simulación es necesario establecer la distribución inicial de los valores de presión, saturación de agua y presión capilar en el sistema. En la **Figura 4.5** se muestra un esquema de la distribución preferencial de los fluidos contra la profundidad, generalmente se acostumbra realizar esta distribución de propiedades a las condiciones de equilibrio cuando ninguna de las fases se encuentra en movimiento (no existen abatimientos de presión) y las fuerzas gravitacionales son las únicas que intervienen en el yacimiento, una forma de modelar el efecto de las fuerzas gravitacionales es a partir del gradiente de presión que se tiene desde la cima del yacimiento hasta la base de éste, por otra parte es posible relacionar la presión capilar contra la profundidad del yacimiento para obtener la distribución de fluidos inicial.

La distribución de presión en el modelo puede ser calculada a partir de la presión en un plano de referencia y la variación de presión causada por la columna de fluido. Generalmente suele tomarse como plano de referencia la cima del yacimiento; de acuerdo a lo anterior la presión de aceite y agua se calculan de la manera siguiente:

$$p_o = p_{o,ref} + \gamma_o [z - z_{ref}], \quad (74)$$

$$p_w = p_{w,cwo} + \gamma_w [z - z_{cwo}], \quad (75)$$

donde:

p_o	=	<i>presión de aceite,</i>
p_w	=	<i>presión de agua,</i>
$p_{o,ref}$	=	<i>presión de aceite al nivel de referencia,</i>
$p_{w,cwo}$	=	<i>presión de agua en el contacto agua – aceite (cwo),</i>
γ_o	=	<i>peso específico del aceite,</i>
γ_w	=	<i>peso específico del agua,</i>
z	=	<i>profundidad,</i>
z_{ref}	=	<i>profundidad de referencia,</i>
z_{cwo}	=	<i>profundidad del contacto agua – aceite.</i>

En la **Figura 4.6** se observa el procedimiento para determinar la distribución vertical de fluidos; cabe señalar que durante el procedimiento se hace uso de interpolación inversa. Por otra parte, es necesario contar con información sobre la profundidad del contacto agua-aceite (z_{cwo}); dichos datos pueden ser obtenidos a partir de un registro de presión de formación, de igual forma es necesario contar con valores de presión capilar contra saturación de agua, los cuales pueden ser obtenidos de pruebas de laboratorio; para obtener la saturación de agua a cierta profundidad se relaciona la presión de las fases y la presión capilar de la manera siguiente:

$$P_{cwo}(S_w) = p_o - p_w, \quad (76)$$

$$P_{cwo} = \Delta\rho gh, \quad (77)$$

donde:

P_{cwo}	=	<i>presión capilar agua – aceite,</i>
$\Delta\rho$	=	<i>diferencia de densidades,</i>
g	=	<i>gravedad,</i>
h	=	<i>altura.</i>

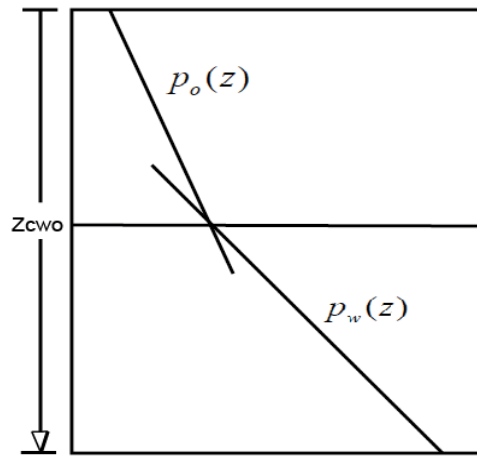


Figura 4.5: Distribución vertical de fluidos (Cortes, 2008).

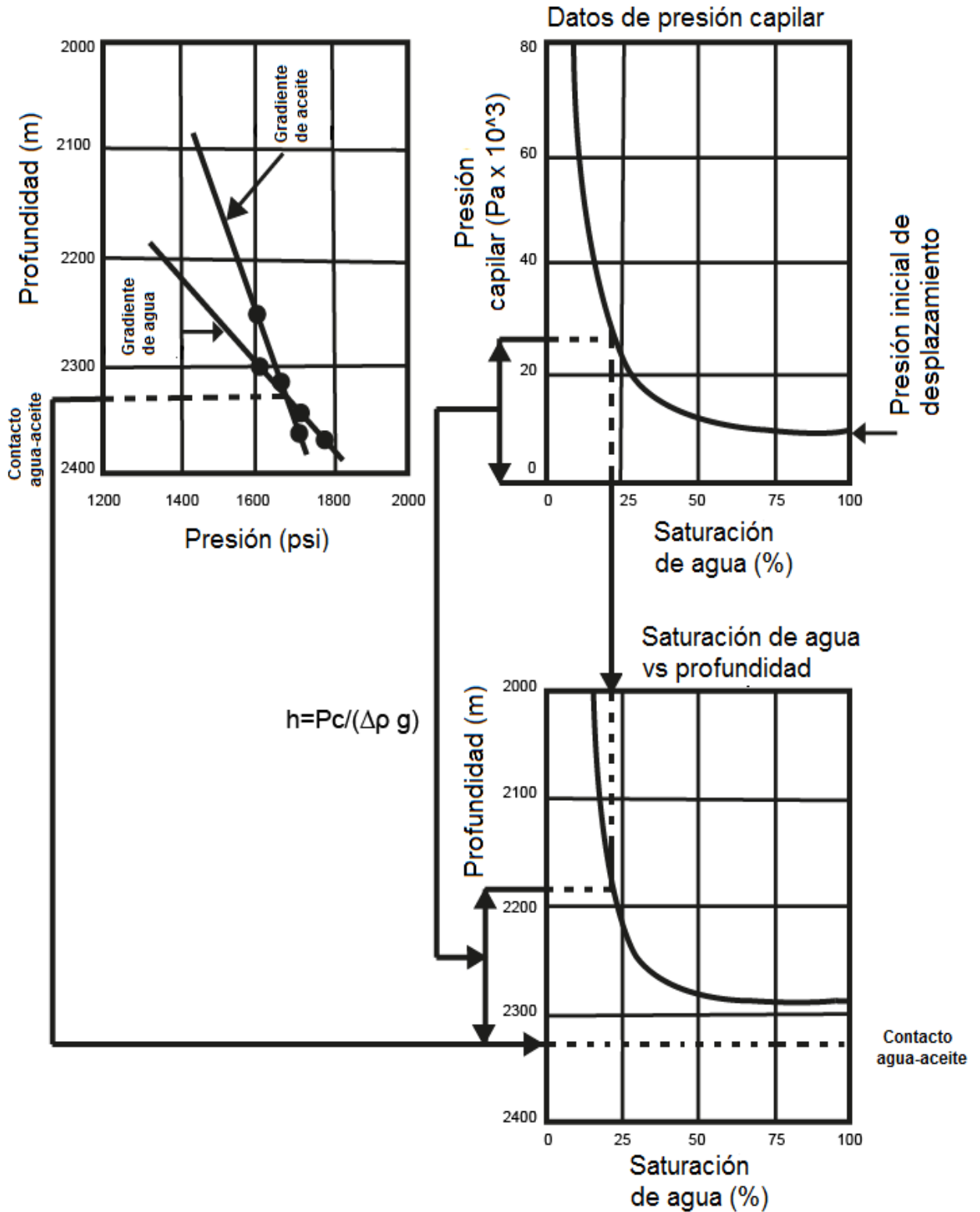


Figura 4.6: Procedimiento para calcular la distribución vertical de fluidos (Glover, 2014).

4.3.4. Método de Newton

El sistema de **Ecs. 68-73** es un sistema no lineal donde la no linealidad del problema es generada a partir de la multiplicación del término de transmisibilidad por los términos de potencial en donde los parámetros que conforman la transmisibilidad dependen de los valores de presiones y saturaciones (p_o , p_w , S_o , S_w) al tiempo $\Gamma + 1$; por otra parte dicho sistema de ecuaciones se encuentra compuesto por las incógnitas de presión y saturación al tiempo $\Gamma + 1$, donde es posible simplificar el problema al expresar la saturación de aceite en términos de la saturación de agua y la presión de agua en términos de la presión de aceite a partir de la definición de presión capilar, como se muestra a continuación:

$$S_o = 1 - S_w, \quad (78)$$

$$p_w = p_o - P_c. \quad (79)$$

Sustituyendo las **Ecs. 78 y 79** en el sistema de **Ecs. 68-73** se simplifica el problema al reducir el número de incógnitas, buscando resolver únicamente para presión de aceite (p_o) y saturación de agua (S_w); el sistema de ecuaciones simplificado para cada nodo es:

Nodo $i = 1$

Aceite

$$\begin{aligned} T_{o,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - (\gamma_o \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} + q_{o,i}^{\Gamma+1} \\ = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \left\{ [\phi(1 - s_w)b_o]_i^{\Gamma+1} - [\phi(1 - s_w)b_o]_i^{\Gamma} \right\}. \end{aligned} \quad (80)$$

Agua

$$\begin{aligned} T_{w,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - p_{cwo,i+1} + P_{cwo,i} - (\gamma_w \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} + q_{w,i}^{n+1} \\ = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \left[(\phi s_w b_w)_i^{\Gamma+1} - (\phi s_w b_w)_i^{\Gamma} \right]. \end{aligned} \quad (81)$$

Nodos $i = 2, 3, \dots, I - 1$

Aceite

$$T_{o,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - (\gamma_o \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} - T_{o,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - (\gamma_o \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1}$$

$$+ q_{o,i}^{\Gamma+1} = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \{ [\phi(1-s_w)b_o]_i^{\Gamma+1} - [\phi(1-s_w)b_o]_i^{\Gamma} \}. \quad (82)$$

Agua

$$\begin{aligned} & T_{w,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - p_{cwo,i+1} + p_{cwo,i} - (\gamma_w \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} \\ & - T_{w,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - p_{cwo,i} + p_{cwo,i-1} - (\gamma_w \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} + q_{w,i}^{\Gamma+1} \\ & = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \left[(\phi s_w b_w)_i^{\Gamma+1} - (\phi s_w b_w)_i^{\Gamma} \right]. \end{aligned} \quad (83)$$

Nodo $i = I$

Aceite

$$\begin{aligned} & -T_{o,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - (\gamma_o \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} + q_{o,i}^{\Gamma+1} \\ & = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \{ [\phi(1-s_w)b_o]_i^{\Gamma+1} - [\phi(1-s_w)b_o]_i^{\Gamma} \}. \end{aligned} \quad (84)$$

Agua

$$\begin{aligned} & -T_{w,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - p_{cwo,i} + p_{cwo,i-1} - (\gamma_w \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} + q_{w,i}^{\Gamma+1} \\ & = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \left[(\phi s_w b_w)_i^{\Gamma+1} - (\phi s_w b_w)_i^{\Gamma} \right]. \end{aligned} \quad (85)$$

Al expresar las ecuaciones del agua en términos de la presión capilar, la solución del modelo se reduce a encontrar los valores de presión de aceite y saturación de agua que satisfagan el problema, ya que de lo contrario el modelo tendría que resolver para los valores de presión de agua, presión de aceite y saturación de agua lo cual dificulta la solución del problema; por otra parte realizar esta simplificación ayuda a evaluar los valores de presión capilar a partir de datos de laboratorio.

Aproximación mediante serie de Taylor

Debido a que el sistema de **Ecs. 80-85** es un sistema no lineal, es necesario linealizar el problema, una forma de lograrlo es a partir del método iterativo de Newton, este método se basa en expandir las funciones residuo del aceite y al agua ($Fr_{o,i}^{\Gamma+1}$ y $Fr_{w,i}^{\Gamma+1}$) mediante serie de Taylor, donde se tiene la dependencia siguiente:

$$Fr_{o,i}^{\Gamma+1} = Fr_{o,i}^{\Gamma+1}(U_{i-1}^{\Gamma+1}, U_i^{\Gamma+1}, U_{i+1}^{\Gamma+1}), \quad (86)$$

$$Fr_{w,i}^{\Gamma+1} = F_{w,i}^{\Gamma+1}(U_{i-1}^{\Gamma+1}, U_i^{\Gamma+1}, U_{i+1}^{\Gamma+1}), \quad (87)$$

donde:

$$U = U(p_o, S_w). \quad (88)$$

Aproximando $Fr_{o,i}^{\Gamma+1}$ y $Fr_{w,i}^{\Gamma+1}$ mediante serie de Taylor:

Fase aceite

$$\begin{aligned} Fr_{o,i}^{\Gamma+1} &\approx Fr_{o,i}^{\Gamma} \\ &+ \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial p_{o,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial^2 Fr_{o,i}}{\partial p_{o,i-1}^2} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i-1}^{2(\Gamma+1)} + \dots \\ &+ \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial p_{o,i}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial^2 Fr_{o,i}}{\partial p_{o,i}^2} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i}^{2(\Gamma+1)} + \dots \\ &+ \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial p_{o,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i+1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial^2 Fr_{o,i}}{\partial p_{o,i+1}^2} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i+1}^{2(\Gamma+1)} + \dots \\ &+ \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial S_{w,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial^2 Fr_{o,i}}{\partial S_{w,i-1}^2} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i-1}^{2(\Gamma+1)} + \dots \\ &+ \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial S_{w,i}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial^2 Fr_{o,i}}{\partial S_{w,i}^2} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i}^{2(\Gamma+1)} + \dots \\ &+ \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial S_{w,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i+1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial^2 Fr_{o,i}}{\partial S_{w,i+1}^2} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i+1}^{2(\Gamma+1)} + \dots = 0. \end{aligned} \quad (89)$$

Fase agua

$$\begin{aligned} Fr_{w,i}^{\Gamma+1} &\approx Fr_{w,i}^{\Gamma} \\ &+ \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial p_{o,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial^2 Fr_{w,i}}{\partial p_{o,i-1}^2} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i-1}^{2(\Gamma+1)} + \dots \\ &+ \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial p_{o,i}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial^2 Fr_{w,i}}{\partial p_{o,i}^2} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i}^{2(\Gamma+1)} + \dots \\ &+ \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial p_{o,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i+1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial^2 Fr_{w,i}}{\partial p_{o,i+1}^2} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i+1}^{2(\Gamma+1)} + \dots \\ &+ \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial S_{w,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial^2 Fr_{w,i}}{\partial S_{w,i-1}^2} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i-1}^{2(\Gamma+1)} + \dots \\ &+ \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial S_{w,i}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial^2 Fr_{w,i}}{\partial S_{w,i}^2} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i}^{2(\Gamma+1)} + \dots \\ &+ \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial S_{w,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i+1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial^2 Fr_{w,i}}{\partial S_{w,i+1}^2} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i+1}^{2(\Gamma+1)} + \dots = 0. \end{aligned} \quad (90)$$

A partir de la expansión de las funciones residuo del agua y el aceite, es posible obtener una aproximación considerando los términos de primer orden, tomando aquellos elementos que aproximan hasta la primer derivada; los elementos de orden mayor conforman un residuo el cual se considera como un error, sin embargo, el error de la aproximación es muy pequeño y se considera despreciable. Aproximando las funciones residuo a la primera derivada:

Fase aceite

$$\begin{aligned}
 Fr_{o,i}^{\Gamma+1} &\approx Fr_{o,i}^{\Gamma} \\
 &+ \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial p_{o,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial p_{o,i}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial p_{o,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i+1}^{\Gamma+1} \\
 &+ \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial S_{w,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial S_{w,i}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial S_{w,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i+1}^{\Gamma+1} = 0.
 \end{aligned} \tag{91}$$

Fase agua

$$\begin{aligned}
 Fr_{w,i}^{\Gamma+1} &\approx Fr_{w,i}^{\Gamma} \\
 &+ \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial p_{o,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial p_{o,i}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial p_{o,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i+1}^{\Gamma+1} \\
 &+ \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial S_{w,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial S_{w,i}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial S_{w,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i+1}^{\Gamma+1} = 0.
 \end{aligned} \tag{92}$$

De las **Ecs. 91 y 92** se puede despejar la función residuo de cada fase al tiempo Γ , las cuales quedan en términos de la variación de la presión de aceite y saturación de agua al tiempo $\Gamma + 1$, quedando:

Fase aceite

$$\begin{aligned}
 -Fr_{o,i}^{\Gamma} &= \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial p_{o,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial p_{o,i}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial p_{o,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i+1}^{\Gamma+1} \\
 &+ \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial S_{w,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial S_{w,i}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial S_{w,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i+1}^{\Gamma+1}.
 \end{aligned} \tag{93}$$

Fase agua

$$\begin{aligned}
 -Fr_{w,i}^{\Gamma} &= \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial p_{o,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial p_{o,i}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial p_{o,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i+1}^{\Gamma+1} \\
 &+ \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial S_{w,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial S_{w,i}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial S_{w,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial S_{w,i+1}^{\Gamma+1}.
 \end{aligned} \tag{94}$$

De las **Ecs. 93 y 94**, $\partial p_{o,i}^{\Gamma+1}$ y $\partial s_{w,i}^{\Gamma+1}$ son:

$$\partial p_{o,i}^{\Gamma+1} = p_{o,i}^{\Gamma+1} - p_{o,i}^{\Gamma}, \quad (95)$$

$$\partial S_{w,i}^{\Gamma+1} = S_{w,i}^{\Gamma+1} - S_{w,i}^{\Gamma}. \quad (96)$$

A partir de la aproximación mediante serie de Taylor se obtiene el sistema de ecuaciones que representa el flujo de agua y aceite, teniendo una función residuo de cada fase para cada nodo:

Fase aceite

Nodo $i = 1$

$$-Fr_{o,1}^{\Gamma} = \left(\frac{\partial F_{o,1}}{\partial p_{o,1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{o,1}}{\partial p_{o,2}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,2}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{o,1}}{\partial s_{w,1}} \right)^{\Gamma} \partial s_{w,1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{o,1}}{\partial s_{w,2}} \right)^{\Gamma} \partial s_{w,2}^{\Gamma+1}. \quad (97)$$

Nodos $i = 2, 3, \dots, I - 1$

$$\begin{aligned} -Fr_{o,i}^{\Gamma} &= \left(\frac{\partial F_{o,i}}{\partial p_{o,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{o,i}}{\partial p_{o,i}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{o,i}}{\partial p_{o,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i+1}^{\Gamma+1} \\ &+ \left(\frac{\partial F_{o,i}}{\partial s_{w,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial s_{w,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{o,i}}{\partial s_{w,i}} \right)^{\Gamma} \partial s_{w,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{o,i}}{\partial s_{w,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial s_{w,i+1}^{\Gamma+1}. \end{aligned} \quad (98)$$

Nodo $i = I$

$$-Fr_{o,I}^{\Gamma} = \left(\frac{\partial F_{o,I}}{\partial p_{o,I-1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,I-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{o,I}}{\partial p_{o,I}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,I}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{o,I}}{\partial s_{w,I-1}} \right)^{\Gamma} \partial s_{w,I-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{o,I}}{\partial s_{w,I}} \right)^{\Gamma} \partial s_{w,I}^{\Gamma+1}. \quad (99)$$

Fase agua

Nodo $i = 1$

$$-Fr_{w,1}^{\Gamma} = \left(\frac{\partial F_{w,1}}{\partial p_{o,1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{w,1}}{\partial p_{o,2}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,2}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{w,1}}{\partial s_{w,1}} \right)^{\Gamma} \partial s_{w,1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{w,1}}{\partial s_{w,2}} \right)^{\Gamma} \partial s_{w,2}^{\Gamma+1}. \quad (100)$$

Nodos $i = 2, 3, \dots, I - 1$

$$\begin{aligned} -Fr_{w,i}^{\Gamma} &= \left(\frac{\partial F_{w,i}}{\partial p_{o,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{w,i}}{\partial p_{o,i}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{w,i}}{\partial p_{o,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,i+1}^{\Gamma+1} \\ &+ \left(\frac{\partial F_{w,i}}{\partial s_{w,i-1}} \right)^{\Gamma} \partial s_{w,i-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{w,i}}{\partial s_{w,i}} \right)^{\Gamma} \partial s_{w,i}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{w,i}}{\partial s_{w,i+1}} \right)^{\Gamma} \partial s_{w,i+1}^{\Gamma+1}. \end{aligned} \quad (101)$$

Nodo $i = I$

$$-Fr_{w,I}^{\Gamma} = \left(\frac{\partial F_{w,I}}{\partial p_{o,I-1}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,I-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{w,I}}{\partial p_{o,I}} \right)^{\Gamma} \partial p_{o,I}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{w,I}}{\partial s_{w,I-1}} \right)^{\Gamma} \partial s_{w,I-1}^{\Gamma+1} + \left(\frac{\partial F_{w,I}}{\partial s_{w,I}} \right)^{\Gamma} \partial s_{w,I}^{\Gamma+1}. \quad (102)$$

Expresando el **sistema matricial 115** de forma simplificada en términos del Jacobiano (J):

$$J^\Gamma \partial \bar{X}^{\Gamma+1} = -Fr^\Gamma,$$

donde:

$$\partial \bar{X}_{i,j} = \begin{pmatrix} \partial p_{o,i,j} \\ \partial S_{w,i,j} \end{pmatrix}, \quad (118)$$

$$\bar{Fr}_{i,j} = \begin{pmatrix} Fr_{o,i,j} \\ Fr_{w,i,j} \end{pmatrix}. \quad (119)$$

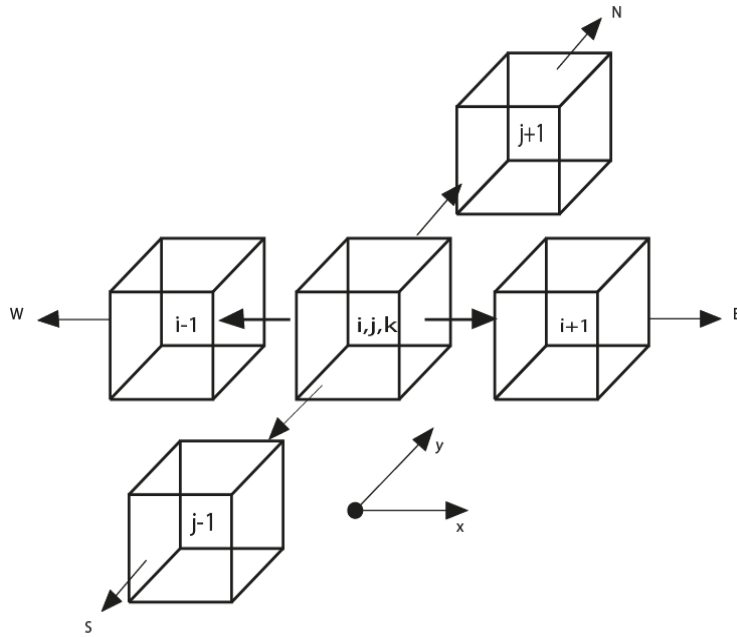


Figura 4.8: Modelo de dos dimensiones (2D).

4.3.7. Modelo 3D (tres dimensiones)

Para el modelo de tres dimensiones, al igual que para el modelo de dos dimensiones, se agregan las ecuaciones correspondientes a la nueva dirección a considerar, aumentando el tamaño del sistema matricial, de acuerdo al esquema presentado en la **Figura 4.9** en el cual se considera la dirección z para un modelo de tres dimensiones; se nombra como diagonal Superior (en inglés: Up (Up)) a la diagonal que contiene las derivadas

en $k - 1$ y a la diagonal de las derivadas en $k + 1$ se le nombra diagonal Inferior (en inglés: Down (*Do*)); cabe señalar que esta forma de mencionar a las diagonales se basa en la orientación de la dirección z , por lo cual dependiendo del sistema de referencia la diagonal Up puede ser la diagonal Down y viceversa, de acuerdo a lo mencionado el sistema matricial queda como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Ce}_1 & E_1 & & N_1 & & Do & & & & & \\ W_2 & \mathbf{Ce}_2 & E_2 & & N_2 & & & & & & \\ & W_3 & \mathbf{Ce}_3 & E_3 & & & & & & & \\ & & & \bullet & \bullet & \bullet & & & & & \\ Up & St_i & & \bullet & \bullet & \bullet & N_i & & & & \\ & & & St_{I-1} & & \bullet & \bullet & \bullet & & & \\ & & & & St_I & & W_I & \mathbf{Ce}_I & & & \end{bmatrix}^{\Gamma} \begin{bmatrix} \partial \bar{X}_1 \\ \partial \bar{X}_2 \\ \partial \bar{X}_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \partial \bar{X}_I \end{bmatrix}^{\Gamma+1} = - \begin{bmatrix} \bar{Fr}_1 \\ \bar{Fr}_2 \\ \bar{Fr}_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \bar{Fr}_I \end{bmatrix}^{\Gamma}, \quad (120)$$

donde:

$$Up_i = \begin{pmatrix} \frac{\partial Fr_{w,i,j}}{\partial p_{o,i,j,k-1}} & \frac{\partial Fr_{w,i,j}}{\partial S_{w,i,j,k-1}} \\ \frac{\partial Fr_{o,i,j}}{\partial p_{o,i,j,k-1}} & \frac{\partial Fr_{o,i,j}}{\partial S_{w,i,j,k-1}} \end{pmatrix}, \quad (121)$$

$$Do_i = \begin{pmatrix} \frac{\partial Fr_{w,i,j}}{\partial p_{o,i,j,k+1}} & \frac{\partial Fr_{w,i,j}}{\partial S_{w,i,j,k+1}} \\ \frac{\partial Fr_{o,i,j}}{\partial p_{o,i,j,k+1}} & \frac{\partial Fr_{o,i,j}}{\partial S_{w,i,j,k+1}} \end{pmatrix}. \quad (122)$$

Expresando el **sistema matricial 120** en forma simplificada en términos del Jacobiano (J):

$$J^{\Gamma} \partial \bar{X}^{\Gamma+1} = -Fr^{\Gamma},$$

donde:

$$\partial \bar{X}_{i,j} = \begin{pmatrix} \partial p_{o,i,j} \\ \partial S_{w,i,j} \end{pmatrix}, \quad (123)$$

$$\bar{Fr}_{i,j} = \begin{pmatrix} Fr_{o,i,j} \\ Fr_{w,i,j} \end{pmatrix}. \quad (124)$$

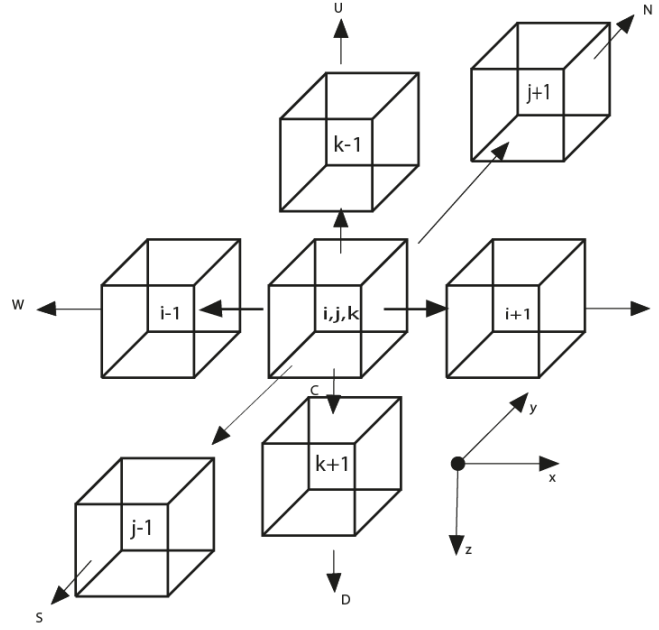


Figura 4.9: Modelo de tres dimensiones (3D).

4.3.8. Elementos del Jacobiano

Como se mencionó anteriormente es necesario resolver un sistema matricial en el cual la matriz Jacobiana (J) se encuentra compuesta por las derivadas de las funciones residuo de cada fase respecto a las variables p_w y S_w . A continuación se muestra la obtención de los elementos del Jacobiano considerando una sola dimensión; en el **Apéndice A** se muestran las derivadas de los términos de potencial y transmisibilidad, como se señaló anteriormente, se realiza un proceso similar al aumentar de dimensiones:

Derivadas de la función residuo de la fase aceite

Partiendo de la ecuación general:

$$\begin{aligned}
 & T_{o,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - (\gamma_o \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} - T_{o,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - (\gamma_o \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} \\
 & + q_{o,i}^{\Gamma+1} = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \{ [\phi(1 - S_w)b_o]_i^{\Gamma+1} - [\phi(1 - S_w)b_o]_i^{\Gamma} \}. \quad (125)
 \end{aligned}$$

Antes de continuar, es necesario observar que la **Ec. 125** puede ser agrupada en diversos términos según las características de sus elementos, nombrando como *FTO* (término de flujo de aceite, en inglés: Flow Term Oil) a los elementos que caracterizan el flujo de aceite, *STO* (término fuente de aceite, en inglés: Source Term Oil) a los elementos que componen el términos fuente y *ATO* (término de acumulación de aceite, en inglés:

Acumulation Term Oil) a los elementos que caracterizan la acumulación en el sistema, de acuerdo a lo comentado se tiene:

$$FTO + STO = ATO. \quad (126)$$

Expresando la **Eq. 126** en forma residual ($Fr_{o,i}$):

$$Fr_{o,i} = FTO + STO - ATO = 0, \quad (127)$$

donde:

$$FTO = T_{o,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - (\gamma_o \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} - T_{o,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - (\gamma_o \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1}, \quad (127a)$$

$$STO = q_{o,i}^{\Gamma+1}, \quad (127b)$$

$$ATO = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \left\{ [\phi(1 - S_w)b_o]_{o,i}^{\Gamma+1} - [\phi(1 - S_w)b_o]_i^{\Gamma} \right\}. \quad (127c)$$

De igual forma es posible agrupar a los elementos de FTO en términos de la transmisibilidad identificándolos por el prefijo Tra y a los términos de potencial denotándolos por el prefijo Pot , mencionando como $OX2$ a los elementos en $i + \frac{1}{2}$ y $OX1$ a los elementos en $i - \frac{1}{2}$, de la manera siguiente:

$$FTO = Tra.OX2 \bullet Pot.OX2 - Tra.OX1 \bullet Pot.OX1, \quad (128)$$

donde:

$$Pot.OX2 = \left[p_{o,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} - p_{o,i}^{\Gamma+1} - (\gamma_o \Delta D)_{i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \right], \quad (128a)$$

$$Pot.OX1 = \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - (\gamma_o \Delta D)_{i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \right], \quad (128b)$$

$$Tra.OX2 = T_{o,i+\frac{1}{2}} = \left(\frac{A_x}{\Delta x} \right)_{i+\frac{1}{2}} \lambda_{o,i+\frac{1}{2}} = F_g \frac{k_o b_o}{\mu_o}, \quad (128c)$$

$$Tra.OX1 = T_{o,i-\frac{1}{2}} = \left(\frac{A_x}{\Delta x} \right)_{i-\frac{1}{2}} \lambda_{o,i-\frac{1}{2}} = F_g \frac{k_o b_o}{\mu_o}. \quad (128d)$$

De acuerdo a lo anterior, las derivadas de la función residuo del aceite respecto a la presión de aceite (p_o) y saturación de agua (S_w) quedan como:

Derivada de $Fr_{o,i}$ respecto a $p_{o,1-1}$

$$\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial p_{o,i-1}} = \frac{\partial FTO_i}{\partial p_{o,i-1}} + \frac{\partial STO_i}{\partial p_{o,i-1}} + \frac{\partial ATO_i}{\partial p_{o,i-1}}, \quad (129)$$

donde:

$$\frac{\partial FTO_i}{\partial p_{o,i-1}} = -Pot.OX1 \frac{\partial Tra.OX1}{\partial p_{o,i-1}} - Tra.OX1 \frac{\partial Pot.OX1}{\partial p_{o,i-1}}, \quad (129a)$$

$$\frac{\partial STO_i}{\partial p_{o,i-1}} = 0, \quad (129b)$$

$$\frac{\partial ATO_i}{\partial p_{o,i-1}} = 0. \quad (129c)$$

Derivada de $Fr_{o,i}$ respecto a $p_{o,i}$

$$\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial p_{o,i}} = \frac{\partial FTO_i}{\partial p_{o,i}} + \frac{\partial STO_i}{\partial p_{o,i}} + \frac{\partial ATO_i}{\partial p_{o,i}}, \quad (130)$$

donde:

$$\frac{\partial FTO_i}{\partial p_{o,i}} = Tra.OX2 \frac{\partial Pot.OX2}{\partial p_{o,i}} + Pot.OX2 \frac{\partial Pot.OX2}{\partial p_{o,i}} - Tra.OX1 \frac{\partial Pot.OX1}{\partial p_{o,i}} - Pot.OX1 \frac{\partial Pot.OX1}{\partial p_{o,i}}, \quad (130a)$$

$$\frac{\partial STO_i}{\partial p_{o,i}} = b_{o,i} \frac{\partial q_{o,i}}{\partial p_{o,i}} + q_{o,i} \frac{\partial b_{o,i}}{\partial p_{o,i}}, \quad (130b)$$

$$\frac{\partial ATO_i}{\partial p_{o,i}} = \frac{V_{p,i}}{\Delta t} \left[(1 + C_r(p_{o,i}^{\Gamma+1} - p_{o,i}^{\Gamma})(1 - s_{w,i})) \frac{\partial b_{o,i}}{\partial p_{o,i}} + C_{r,i} b_{o,i} (1 - s_{w,i}) \right]. \quad (130c)$$

Derivada de $Fr_{o,i}$ respecto a $p_{o,i+1}$

$$\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial p_{o,i+1}} = \frac{\partial FTO_i}{\partial p_{o,i+1}} + \frac{\partial STO_i}{\partial p_{o,i+1}} + \frac{\partial ATO_i}{\partial p_{o,i+1}}, \quad (131)$$

donde:

$$\frac{\partial FTO_i}{\partial p_{o,i+1}} = Pot.OX2 \frac{\partial Tra.OX2}{\partial p_{o,i+1}} + Tra.OX2 \frac{\partial Pot.OX2}{\partial p_{o,i+1}}, \quad (131a)$$

$$\frac{\partial STO_i}{\partial p_{o,i+1}} = 0, \quad (131b)$$

$$\frac{\partial ATO_i}{\partial p_{o,i+1}} = 0. \quad (131c)$$

Derivada de $Fr_{o,i}$ respecto a $s_{w,i-1}$

$$\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial s_{w,i-1}} = \frac{\partial FTO_i}{\partial s_{w,i-1}} + \frac{\partial STO_i}{\partial s_{w,i-1}} + \frac{\partial ATO_i}{\partial s_{w,i-1}}, \quad (132)$$

donde:

$$\frac{\partial FTO_i}{\partial s_{w,i-1}} = -Pot.OXI \frac{\partial Tra.OX1}{\partial S_{w,i-1}}, \quad (132a)$$

$$\frac{\partial STO_i}{\partial s_{w,i-1}} = 0, \quad (132b)$$

$$\frac{\partial ATO_i}{\partial s_{w,i-1}} = 0. \quad (132c)$$

Derivada de $Fr_{o,i}$ respecto a $s_{w,i}$

$$\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial s_{w,i}} = \frac{\partial FTO_i}{\partial s_{w,i}} + \frac{\partial STO_i}{\partial s_{w,i}} + \frac{\partial ATO_i}{\partial s_{w,i}}, \quad (133)$$

donde:

$$\frac{\partial FTO_i}{\partial s_{w,i}} = Pot.OX2 \frac{\partial Tra.OX2}{\partial S_{w,i}} - Pot.OXI \frac{\partial Tra.OX1}{\partial S_{w,i}}, \quad (133a)$$

$$\frac{\partial STO_i}{\partial s_{w,i}} = 0, \quad (133b)$$

$$\frac{\partial ATO_i}{\partial s_{w,i}} = -\frac{V_{p,i}}{\Delta t} [(1 + C_{r,i}(p_{o,i}^{\Gamma+1} - p_{o,i}^{\Gamma}))b_{o,i}]. \quad (133c)$$

Derivada de $Fr_{o,i}$ respecto a $s_{w,i+1}$

$$\frac{\partial Fr_{o,i}}{\partial s_{w,i+1}} = \frac{\partial FTO_i}{\partial s_{w,i+1}} + \frac{\partial STO_i}{\partial s_{w,i+1}} + \frac{\partial ATO_i}{\partial s_{w,i+1}}, \quad (134)$$

donde:

$$\frac{\partial FTO_i}{\partial s_{w,i+1}} = Pot.OX2 \frac{\partial Tra.OX2}{\partial S_{w,i+1}}, \quad (134a)$$

$$\frac{\partial STO_i}{\partial s_{w,i+1}} = 0, \quad (134b)$$

$$\frac{\partial ATO_i}{\partial s_{w,i+1}} = 0. \quad (134c)$$

Derivadas de la función residuo del agua

Para las derivadas de las funciones residuo de la fase agua, al igual que para las derivadas de las ecuaciones de aceite, se nombran los términos de flujo de agua como FTW (término de flujo de agua, en inglés: Flow Term Water), al término fuente como STW (término fuente de agua, en inglés: Source Term Water) y al término de acumulación como ATW (término de acumulación de agua, en inglés: Accumulation Term Water), con lo cual las derivadas son mostradas de la manera siguiente:

Partiendo de la ecuación general:

$$\begin{aligned}
 & T_{w,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - p_{cwo,i+1} + p_{cwo,i} - (\gamma_w \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} \\
 & - T_{w,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - p_{cwo,i} + p_{cwo,i-1} - (\gamma_w \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} \\
 & + q_{w,i}^{\Gamma+1} = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \left[(\phi S_w b_w)_i^{\Gamma+1} - (\phi S_w b_w)_i^{\Gamma} \right]. \tag{135}
 \end{aligned}$$

La **Ec. 135** puede ser expresada de la siguiente manera, considerando los términos de potencial, acumulación y término fuente:

$$FTW + STW = ATW, \tag{136}$$

expresando en forma residual $Fr_{w,i}$:

$$Fr_{w,i} = FTW + STW - ATW = 0, \tag{137}$$

donde:

$$FTW = T_{w,i+\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - p_{cwo,i+1} + p_{cwo,i} - (\gamma_w \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1} - T_{w,i-\frac{1}{2}}^{\Gamma+1} \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - p_{cwo,i} + p_{cwo,i-1} - (\gamma_w \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1}, \tag{137a}$$

$$STW = q_{w,i}^{\Gamma+1}, \tag{137b}$$

$$ATW = \frac{V_{b,i}}{\Delta t} \left[(\phi S_w b_w)_i^{\Gamma+1} - (\phi S_w b_w)_i^{\Gamma} \right]. \tag{137c}$$

De igual forma se puede expresar a FTW , identificando los términos de transmisibilidad y potencial utilizando los prefijos Tra y Pot , agregando $WX1$ o $WX2$, para identificar si se encuentran en $i - \frac{1}{2}$ o $i + \frac{1}{2}$, quedando:

$$FTW = Tra.WX2 \bullet Pot.WX2 - Tra.WX1 \bullet Pot.WX1, \tag{138}$$

donde:

$$Pot.WX2 = \left[p_{o,i+1} - p_{o,i} - p_{cwo,i+1} + p_{cwo,i} - (\gamma_w \Delta D)_{i+\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1}, \quad (138a)$$

$$Pot.WX1 = \left[p_{o,i} - p_{o,i-1} - p_{cwo,i} + p_{cwo,i-1} - (\gamma_w \Delta D)_{i-\frac{1}{2}} \right]^{\Gamma+1}, \quad (138b)$$

$$Tra.WX2 = T_{w,i+\frac{1}{2}} = \left(\frac{A_x}{\Delta x} \right)_{i+\frac{1}{2}} \lambda_{w,i+\frac{1}{2}} = F_g \frac{k_w b_w}{\mu_w}, \quad (138c)$$

$$Tra.WX1 = T_{w,i-\frac{1}{2}} = \left(\frac{A_x}{\Delta x} \right)_{i-\frac{1}{2}} \lambda_{w,i-\frac{1}{2}} = F_g \frac{k_w b_w}{\mu_w}. \quad (138d)$$

De acuerdo a lo anterior, las derivadas de la función residuo del agua respecto a presión de aceite (p_o) y saturación de agua (S_w) quedan como:

Derivada de $Fr_{w,i}$ respecto a $p_{o,i-1}$

$$\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial p_{o,i-1}} = \frac{\partial FTW_i}{\partial p_{o,i-1}} + \frac{\partial STW_i}{\partial p_{o,i-1}} + \frac{\partial ATW_i}{\partial p_{o,i-1}}, \quad (139)$$

donde:

$$\frac{\partial FTW_i}{\partial p_{o,i-1}} = -Pot.WX1 \frac{\partial Tra.WX1}{\partial p_{o,i-1}} - Tra.WX1 \frac{\partial Pot.WX1}{\partial p_{o,i-1}}, \quad (139a)$$

$$\frac{\partial STW_i}{\partial p_{o,i-1}} = 0, \quad (139b)$$

$$\frac{\partial ATW_i}{\partial p_{o,i-1}} = 0. \quad (139c)$$

Derivada de $Fr_{w,i}$ respecto a $p_{o,i}$

$$\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial p_{o,i}} = \frac{\partial FTW_i}{\partial p_{o,i}} + \frac{\partial STW_i}{\partial p_{o,i}} + \frac{\partial ATW_i}{\partial p_{o,i}}, \quad (140)$$

donde:

$$\begin{aligned} \frac{\partial FTW_i}{\partial p_{o,i}} = & Tra.WX2 \frac{\partial Pot.WX2}{\partial p_{o,i}} + Pot.WX2 \frac{\partial Tra.WX2}{\partial p_{o,i}} \\ & - Pot.WX1 \frac{\partial Tra.WX1}{\partial p_{o,i}} - Tra.WX1 \frac{\partial Pot.WX1}{\partial p_{o,i}}, \end{aligned} \quad (140a)$$

$$\frac{\partial STW_i}{\partial p_{o,i}} = b_{w,i} \frac{\partial q_{w,i}}{\partial p_{o,i}} + q_{w,i} \frac{\partial b_{w,i}}{\partial p_{o,i}}, \quad (140b)$$

$$\frac{\partial ATW_i}{\partial p_{o,i}} = \frac{V_{p,i}}{\Delta t} \left[(1 + C_r(p_{o,i}^{\Gamma+1} - p_{o,i}^{\Gamma})) s_{w,i} \frac{\partial b_{w,i}}{\partial p_{o,i}} + C_{r,i} b_{w,i} s_{w,i} \right]. \quad (140c)$$

Derivada de $Fr_{w,i}$ respecto a $p_{o,i+1}$

$$\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial p_{o,i+1}} = \frac{\partial FTW_i}{\partial p_{o,i+1}} + \frac{\partial STW_i}{\partial p_{o,i+1}} + \frac{\partial ATW_i}{\partial p_{o,i+1}}, \quad (141)$$

donde:

$$\frac{\partial FTW_i}{\partial p_{o,i+1}} = Pot.WX2 \frac{\partial Tra.WX2}{\partial p_{o,i+1}} + Tra.WX2 \frac{\partial Pot.WX2}{\partial p_{o,i+1}}, \quad (141a)$$

$$\frac{\partial STW_i}{\partial p_{o,i+1}} = 0, \quad (141b)$$

$$\frac{\partial ATW_i}{\partial p_{o,i+1}} = 0. \quad (141c)$$

Derivada de $Fr_{w,i}$ respecto a $s_{w,i-1}$

$$\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial s_{w,i-1}} = \frac{\partial FTW_i}{\partial s_{w,i-1}} + \frac{\partial STW_i}{\partial s_{w,i-1}} + \frac{\partial ATW_i}{\partial s_{w,i-1}}, \quad (142)$$

donde:

$$\frac{\partial FTW_i}{\partial s_{w,i-1}} = -Pot.WX1 \frac{\partial Tra.WX1}{\partial s_{w,i-1}} - Tra.WX1 \frac{\partial Pot.WX1}{\partial s_{w,i-1}}, \quad (142a)$$

$$\frac{\partial STW_i}{\partial s_{w,i-1}} = 0, \quad (142b)$$

$$\frac{\partial ATW_i}{\partial s_{w,i-1}} = 0. \quad (142c)$$

Derivada de $Fr_{w,i}$ respecto a $s_{w,i}$

$$\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial s_{w,i}} = \frac{\partial FTW_i}{\partial s_{w,i}} + \frac{\partial STW_i}{\partial s_{w,i}} + \frac{\partial ATW_i}{\partial s_{w,i}}, \quad (143)$$

donde:

$$\frac{\partial FTW_i}{\partial s_{w,i}} = Tra.WX2 \frac{\partial Pot.WX2}{\partial s_{w,i}} + Pot.WX2 \frac{\partial Tra.WX2}{\partial s_{w,i}} - Pot.WX1 \frac{\partial Tra.WX1}{\partial s_{w,i}} - Tra.WX1 \frac{\partial Pot.WX1}{\partial s_{w,i}}, \quad (143a)$$

$$\frac{\partial STW_i}{\partial s_{w,i}} = b_{w,i} \frac{\partial q_{w,i}}{\partial s_{w,i}} + q_{w,i} \frac{\partial b_{w,i}}{\partial s_{w,i}}, \quad (143b)$$

$$\frac{\partial ATW_i}{\partial s_{w,i}} = \frac{V_{p,i}}{\Delta t} \left[[1 + C_r(p_{o,i}^{\Gamma+1} - p_{o,i}^{\Gamma})] (b_{w,i} - s_{w,i} \frac{\partial b_{w,i}}{\partial p_{w,i}} \frac{\partial p_{cow,i}}{\partial s_{w,i}}) \right]. \quad (143c)$$

Derivada de $Fr_{w,i}$ respecto a $s_{w,i+1}$

$$\frac{\partial Fr_{w,i}}{\partial s_{w,i+1}} = \frac{\partial FTW_i}{\partial s_{w,i+1}} + \frac{\partial STW_i}{\partial s_{w,i+1}} + \frac{\partial ATW_i}{\partial s_{w,i+1}}, \quad (144)$$

donde:

$$\frac{\partial FTW_i}{\partial s_{w,i+1}} = Tra.WX2 \frac{\partial Pot.WX2}{\partial s_{w,i+1}} + Pot.WX2 \frac{\partial Tra.WX2}{\partial s_{w,i+1}}, \quad (144a)$$

$$\frac{\partial STW_i}{\partial s_{w,i+1}} = 0, \quad (144b)$$

$$\frac{\partial ATW_i}{\partial s_{w,i+1}} = 0. \quad (144c)$$

4.4. Fuentes y sumideros

4.4.1. Modelo de Peaceman

Peaceman (1978) presentó un modelo básico de pozo el cual representa la base de muchos simuladores comerciales; en su trabajo presentó la relación que tiene la presión de la celda y la presión de fondo, definiendo un radio equivalente de acuerdo a la geometría de la celda donde se coloca el pozo. En la **Figura 4.10** se muestra un esquema en dos dimensiones en el cual se aprecia la relación de la celda del pozo con las celdas vecinas. **Peaceman (1978)** define la presión de fondo fluyente y el gasto de la forma siguiente:

$$p_{wf} = \bar{p} + \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln \left(\frac{r_w}{r_0} \right), \quad (145)$$

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu} \cdot \frac{(\bar{p} - p_{wf})}{\ln \left(\frac{r_0}{r_w} \right)}, \quad (146)$$

donde:

- p_{wf} = presión de fondo fluyente,
- \bar{p} = presión promedio,
- q = gasto,
- k = permeabilidad,
- h = espesor,
- μ = viscosidad,
- r_0 = radio equivalente,
- r_w = radio del pozo.

A partir de diversas pruebas numéricas y diversos estudios se encontraron los valores de r_0 que se ajustan a la diferencia de presión en el pozo, **Peaceman (1978)** dejó expresado el radio equivalente en términos de la longitud de la celda (Δx):

$$r_0 = 0.2\Delta x. \quad (147)$$

Al sustituir la **Ec. 147** en las **Ecs. 145 y 146** se llega al modelo básico de Peaceman, el cual considera celdas cuadradas con un pozo centrado para un medio isotrópico:

$$p_{wf} = \bar{p} - \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln \left(\frac{0.2\Delta x}{r_w} \right), \quad (148)$$

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu} \cdot \frac{(\bar{p} - p_{wf})}{\ln \left(\frac{0.2\Delta x}{r_w} \right)}. \quad (149)$$

Cabe señalar que la **Ec. 147** fue obtenida a partir de pruebas de simulación y representa una aproximación a la solución analítica, en la cual **Peaceman (1978)** con ayuda de diversos estudios llegó a determinar que $r_0 = 0.1982\Delta x$, con lo cual, la **Ec. 147** es igualmente válida. Debido a que en la simulación numérica de yacimientos no siempre se realizan modelos en los que todas las celdas sean cuadradas y el medio sea isotrópico, se han realizado diversas extensiones al modelo de Peaceman, en la **Figura 4.11** se muestran los modelos más conocidos.

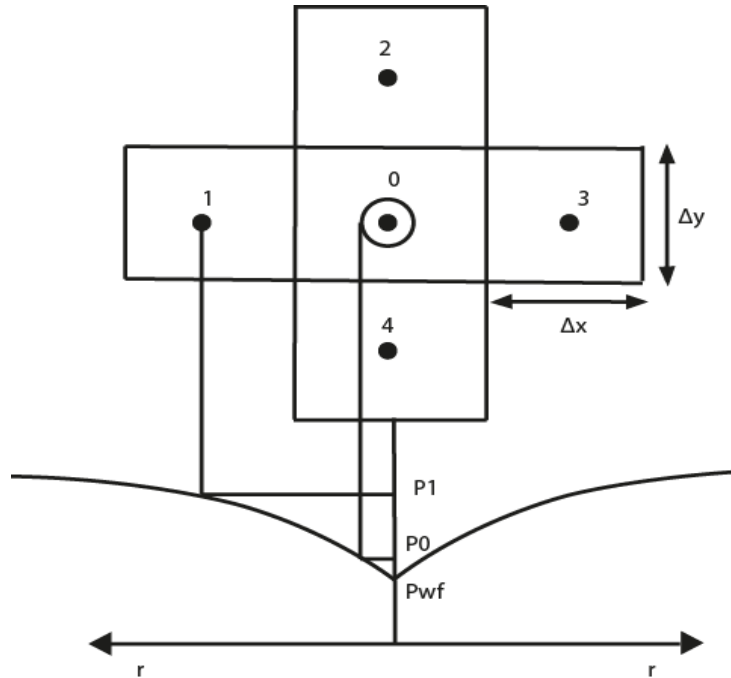


Figura 4.10: Relación entre la caída de presión del pozo y las celdas vecinas (Peaceman, 1978).

MODELOS DE RADIO EQUIVALENTE	
$r_0 = 0.2\Delta x$	Para celdas cuadradas.
$r_0 = 0.1403\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$	Para celdas rectangulares.
$r_0 = 0.28 \sqrt{\frac{\left(\Delta x^2 \sqrt{\frac{k_y}{k_x}}\right) + \left(\Delta y^2 \sqrt{\frac{k_x}{k_y}}\right)}{\left(\frac{k_y}{k_x}\right)^{\frac{1}{4}} + \left(\frac{k_x}{k_y}\right)^{\frac{1}{4}}}}$	Para celdas rectangulares y yacimiento anisótropo

Figura 4.11: Modelos de radio equivalente (Lopez, 2012).

4.4.2. Esquema de producción de aceite a presión constante

El gasto de aceite y agua depende de las condiciones de presión a la cual se mide, por lo cual existe una diferencia de los volúmenes medidos a condiciones de yacimiento y condiciones de superficie; debido a esto, el gasto de aceite y agua a condiciones estándar ($q_{o,c.s.}$ y $q_{w,c.s.}$) está en función del gasto de aceite y agua a condiciones de yacimiento (q_o y q_w) y del factor de encogimiento de cada una de las fases:

$$q_{o,c.s.} = (q_o b_o), \quad (150)$$

$$q_{w,c.s.} = (q_w b_w), \quad (151)$$

donde:

$$b_o = \text{factor de encogimiento del aceite } \left(\frac{1}{B_o}\right),$$

$$b_w = \text{factor de encogimiento del agua } \left(\frac{1}{B_w}\right).$$

Con base en lo mencionado es necesario obtener las derivadas del gasto de agua y aceite a condiciones de yacimiento, las cuales se encuentran de forma implícita al realizar las derivadas del término fuente (STO y STW) de las funciones residuo. Tomando en cuenta que la presión capilar agua-aceite es nula ($p_o = p_w$), ambas fases estarán sometidas a la misma caída de presión, por lo que el gasto dependerá de la movilidad del agua y el aceite; de esta manera el gasto de agua (q_w) y aceite (q_o) puede quedar expresado en términos del índice de productividad (WI) y la caída de presión (Δp) en el pozo descrita por el modelo de **Peaceman (1978)** de la manera siguiente:

Aceite

$$q_o = WI\lambda_o\Delta p, \quad (152)$$

tomando en cuenta la definición de (Δp):

$$q_o = WI\lambda_o(p_o - p_{wf}). \quad (152a)$$

Agua

$$q_w = WI\lambda_w\Delta p, \quad (153)$$

tomando en cuenta la definición de (Δp):

$$q_w = WI\lambda_w(p_w - p_{wf}). \quad (153a)$$

De las **Ecs. 152 y 153**, λ_o y λ_w son la movilidad del agua y aceite y el índice de productividad (WI) queda expresado de la manera siguiente:

$$WI = \frac{2\pi kh}{\log \left[\frac{r_o}{r_w} \right]}. \quad (154)$$

De acuerdo a lo anterior, las derivadas del gasto de aceite y agua se calculan de la forma siguiente:

Derivada del gasto de aceite respecto a la presión $\left(\frac{\partial q_o}{\partial p_o} \right)$

$$\frac{\partial q_o}{\partial p_o} = WI \frac{\partial}{\partial p_o} (\lambda_o \Delta p), \quad (155)$$

derivando:

$$\frac{\partial q_o}{\partial p_o} = WI \left(\lambda_o \frac{\partial \Delta p}{\partial p_o} + \Delta p \frac{\partial \lambda_o}{\partial p_o} \right), \quad (155a)$$

$$\frac{\partial q_o}{\partial p_o} = WI \lambda_o \left(1 - \frac{\Delta p}{\mu_o} \frac{\partial \mu_o}{\partial p_o} \right). \quad (155b)$$

Derivada del gasto de aceite respecto a saturación $\left(\frac{\partial q_o}{\partial s_w} \right)$

$$\frac{\partial q_o}{\partial s_w} = WI \frac{\partial}{\partial s_w} (\lambda_o \Delta p), \quad (156)$$

derivando:

$$\frac{\partial q_o}{\partial s_w} = WI \left(\lambda_o \frac{\partial \Delta p}{\partial s_w} + \Delta p \frac{\partial \lambda_o}{\partial s_w} \right), \quad (156a)$$

$$\frac{\partial q_o}{\partial s_w} = WI \frac{\Delta p}{\mu_o} \frac{\partial k_{ro}}{\partial s_w}. \quad (156b)$$

Derivada del gasto de agua respecto a presión $\left(\frac{\partial q_w}{\partial p_o} \right)$

$$\frac{\partial q_w}{\partial p_o} = WI \frac{\partial}{\partial p_o} (\lambda_w \Delta p), \quad (157)$$

derivando:

$$\frac{\partial q_w}{\partial p_o} = WI \left(\lambda_w \frac{\partial \Delta p}{\partial p_o} + \Delta p \frac{\partial \lambda_w}{\partial p_o} \right), \quad (157a)$$

$$\frac{\partial q_w}{\partial p_o} = WI\lambda_w \left(1 - \frac{\Delta p}{\mu_w} \frac{\partial \mu_w}{\partial p_o} \right). \quad (157b)$$

Derivada del gasto de agua respecto a saturación $\left(\frac{\partial q_w}{\partial s_w} \right)$

$$\frac{\partial q_w}{\partial s_w} = WI \frac{\partial}{\partial s_w} (\lambda_w \Delta p), \quad (158)$$

derivando:

$$\frac{\partial q_w}{\partial s_w} = WI \left(\lambda_w \frac{\partial \Delta p}{\partial s_w} + \Delta p \frac{\partial \lambda_w}{\partial s_w} \right), \quad (158a)$$

$$\frac{\partial q_w}{\partial s_w} = \frac{WI\Delta p}{\mu_w} \left[\frac{\partial k_{rw}}{\partial s_w} + \frac{k_{rw}}{\mu_w} \frac{\partial \mu_w}{\partial p_w} \frac{\partial p_c}{\partial s_w} \right]. \quad (158b)$$

4.4.3. Esquema de inyección de agua a gasto constante

Durante la inyección de agua la diferencia de presión es causada por las condiciones de flujo existentes en la formación; debido a esto, se considera la movilidad total (λ_T) de las fases presentes en el medio poroso, en este caso serán las movilidades del agua (λ_w) y aceite (λ_o). Al igual que en el esquema de producción a presión constante es posible expresar el gasto de agua (q_w) en términos del índice de productividad (WI) y de la caída de presión Δp de la manera siguiente:

$$q_w = WI\lambda_T\Delta p, \quad (159)$$

donde:

$$\lambda_T = \lambda_w + \lambda_o. \quad (159a)$$

De acuerdo a lo anterior las derivadas del gasto de agua respecto a presión y saturación quedan de la forma siguiente:

Derivada del gasto de agua respecto a presión $\left(\frac{\partial q_w}{\partial p_o} \right)$.

$$\frac{\partial q_w}{\partial p_o} = WI \frac{\partial}{\partial p_o} (\lambda_T \Delta p), \quad (160)$$

derivando:

$$\frac{\partial q_w}{\partial p_o} = WI \left(\lambda_T \frac{\partial \Delta p}{\partial p_o} + \Delta p \frac{\partial \lambda_T}{\partial p_o} \right), \quad (160a)$$

$$\frac{\partial q_w}{\partial p_o} = WI \left(\lambda_T - \Delta p \left[\frac{k_{ro}}{\mu_o^2} \frac{\partial \mu_o}{\partial p_o} + \frac{k_{rw}}{\mu_w^2} \frac{\partial \mu_w}{\partial p_w} \right] \right). \quad (160b)$$

Derivada del gasto de agua respecto a saturación $\left(\frac{\partial q_w}{\partial s_w} \right)$.

$$\frac{\partial q_w}{\partial s_w} = WI \frac{\partial}{\partial s_w} (\lambda_T \Delta p), \quad (161)$$

derivando:

$$\frac{\partial q_w}{\partial s_w} = WI \left(\lambda_T \frac{\partial \Delta p}{\partial s_w} + \Delta p \frac{\partial \lambda_T}{\partial s_w} \right), \quad (161a)$$

$$\frac{\partial q_w}{\partial s_w} = WI \Delta p \left[\frac{1}{\mu_o} \frac{\partial k_{ro}}{\partial s_w} + \frac{1}{\mu_w} \frac{\partial k_{rw}}{\partial s_w} + \frac{k_{rw}}{\mu_w^2} \frac{\partial \mu_w}{\partial p_w} \frac{\partial p_c}{\partial s_w} \right]. \quad (161b)$$

4.5. Inclusión de la inyección de tensoactivos al modelo de flujo bifásico (agua-aceite)

4.5.1. Modelo conceptual

Al inyectar agua con tensoactivo, las moléculas y micelas de éste son transportadas por el agua principalmente por efectos advectivos y mezclado, aunque generalmente existen fenómenos de adsorción y difusión en el medio, se busca realizar la inyección de tensoactivos a la CMC (Concentración Micelar Crítica) con la finalidad de que la concentración de tensoactivo no disminuya manteniendo las condiciones óptimas de tensión interfacial entre el aceite y el agua; de acuerdo a lo anterior, si la concentración de tensoactivo no disminuye por efectos de adsorción y difusión, es posible modelar el flujo de tensoactivos a partir de la variación de la tensión interfacial entre el agua y el aceite. La **Figura 4.12** muestra el transporte de moléculas de tensoactivo al desplazar aceite con agua, conforme el agua es inyectada la saturación de aceite disminuye hasta alcanzar la saturación de aceite residual.

Debido a la existencia de agua en el yacimiento, conforme el flujo de agua inyectada avanza se tiene una variación de la concentración de tensoactivo por efectos de mezclado entre el agua de inyección (agua con tensoactivo) y el agua del yacimiento, modificando así las condiciones de tensión interfacial obteniendo un mejor desplazamiento del aceite causado por el empuje del agua y la reducción de la tensión interfacial; esta reducción de

la tensión interfacial provoca una variación de las curvas de permeabilidades relativas, a partir de dichos cambios es posible modelar el flujo de tensoactivo en el medio poroso.

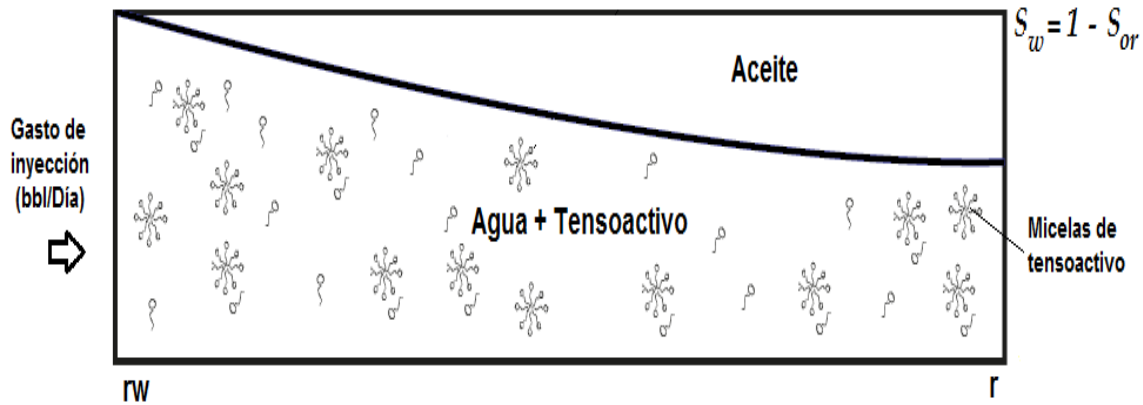


Figura 4.12: Modelo conceptual para la inyección de tensoactivo.

4.5.2. Modelo matemático

Considerando que la velocidad de flujo con la que el tensoactivo se mueve es igual a la velocidad del agua en el medio poroso y considerando la masa de tensoactivo en solución, es posible obtener el perfil de concentración que se tiene en el yacimiento por efectos advectivos. En un modelo de simulación para flujo de agua y aceite es posible conocer el volumen de agua que entra y sale de las celdas de simulación; si se considera que dicho volumen (V) tiene determinada masa (m) de tensoactivo, se tiene que existe variación de la concentración por causa de un intercambio de masa entre las celdas. En la **Figura 4.13** se observa el balance de masa en las direcciones x , y , z , en el cual se tiene el gasto (q) que entra y sale por las caras transversales al flujo; considerando un cierto tiempo (Δt), se conoce el volumen que entra por cada una de las caras del sistema:

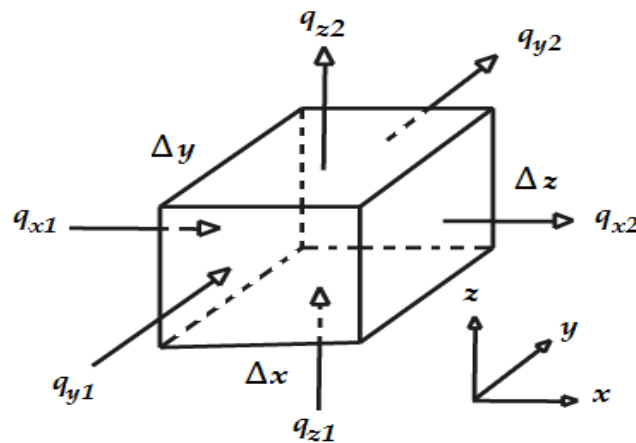


Figura 4.13: Modelo matemático (balance de masa).

$$V_{x1} = q_{x1}\Delta t; \quad V_{x2} = q_{x2}\Delta t, \quad (162)$$

$$V_{y1} = q_{y1}\Delta t; \quad V_{y2} = q_{y2}\Delta t, \quad (163)$$

$$V_{z1} = q_{z1}\Delta t; \quad V_{z2} = q_{z2}\Delta t, \quad (164)$$

tomando en cuenta la definición de concentración (C) y considerando que el volumen tiene determinada concentración de tensoactivo, se puede determinar la masa de tensoactivo en el volumen de agua que entra al sistema:

$$m_{x1} = (CV)_{x1}; \quad m_{x2} = (CV)_{x1}, \quad (165)$$

$$m_{y1} = (CV)_{y1}; \quad m_{y2} = (CV)_{y2}, \quad (166)$$

$$m_{z1} = (CV)_{z1}; \quad m_{z2} = (CV)_{z3}. \quad (167)$$

De acuerdo a lo anterior, se puede conocer la concentración y el volumen total que fluye en las direcciones x , y , z . El volumen total (V_T) y su concentración (C_T) quedan definidos como:

$$V_T = V_{x1} + V_{x2} + V_{y1} + V_{y2} + V_{z1} + V_{z2}, \quad (168)$$

$$C_T = \frac{m_{x1} + m_{y1} + m_{z1} + m_{x2} + m_{y2} + m_{z3}}{V_T}. \quad (169)$$

De la **Ec. 168** se deben considerar únicamente los volúmenes de entrada, por lo cual se deben tomar en cuenta los potenciales que existen entre las celdas y despreciar los volúmenes de salida. Para el esquema propuesto en la **Figura 4.13** se tiene que los volúmenes de entrada (V_E) y salida (V_S) son:

$$V_E = V_{x1} + V_{y1} + V_{z1}, \quad (170)$$

$$V_S = V_{x2} + V_{y2} + V_{z2}. \quad (171)$$

Se puede determinar la concentración del volumen de entrada (C_E) y salida (C_S) de la manera siguiente:

$$C_E = \frac{m_{x1} + m_{y1} + m_{z1}}{V_E}, \quad (172)$$

$$C_S = \frac{m_{x2} + m_{y2} + m_{z2}}{V_S}. \quad (173)$$

Conociendo la concentración de entrada en cada una de las celdas, es posible calcular la concentración de tensoactivo a un determinado tiempo. En la **Figura 4.14** se muestra la relación que existe entre el volumen de agua que entra en la celda y el volumen de agua inicial en la celda (V_I); el resultado de la mezcla entre el volumen de entrada y el volumen inicial da como resultado la concentración del volumen inicial (C_I) a un tiempo mayor $\Gamma + 1$; dicha concentración puede ser obtenida considerando la masa en solución del volumen de entrada (m_E) y la masa del volumen inicial (m_I), de la manera siguiente:

$$C_I^{\Gamma+1} = \frac{m_E^{\Gamma} + m_I^{\Gamma}}{V_F^{\Gamma}}, \quad (174)$$

donde:

$$V_F^{\Gamma} = V_E^{\Gamma} + V_I^{\Gamma}. \quad (175)$$

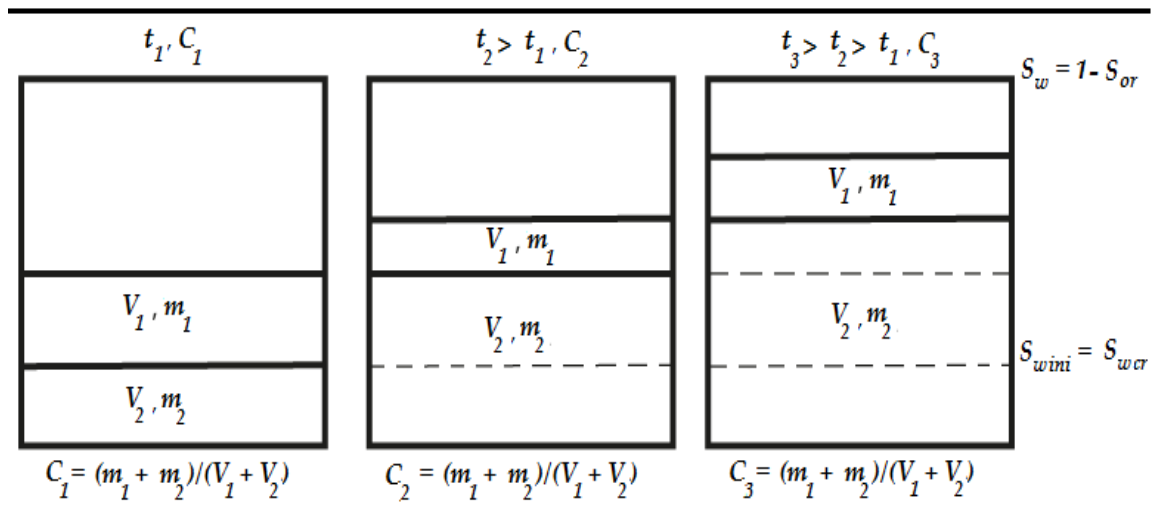


Figura 4.14: Relación del cambio de concentración.

De acuerdo al modelo propuesto existen tres posibles casos a considerar para la obtención del perfil de concentraciones; en el primero caso, el volumen de entrada es menor que el volumen final de agua; en el segundo, el volumen de entrada es igual o mayor al volumen final; en el tercer caso, el volumen de entrada es menor que la diferencia entre el volumen final de agua en la celda y el volumen inicial; de acuerdo con esto se recurre al concepto de que el agua de entrada desplaza al agua inicial en la celda, lo cual es importante al considerar el volumen y la masa con los que se calcula la concentración. En la **Figura 4.15** se puede observar un esquema general de los casos a considerar.

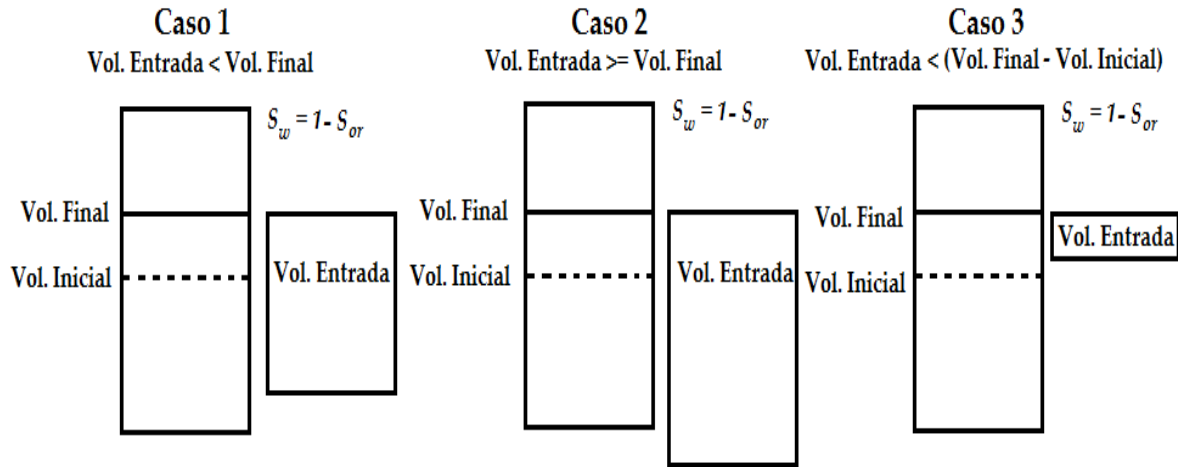


Figura 4.15: Casos a considerar para la implementación de la inyección de tensoactivo.

4.6. Validación del flujo agua-aceite (modelo 2D)

Como parte de la validación del modelo de simulación, se realizó una comparación entre los valores arrojados por un simulador comercial y los obtenidos mediante el modelo propuesto; la simulación se desarrolló en un modelo no isotrópico en dos dimensiones de manera horizontal; las características geométricas, propiedades de los fluidos y la roca se muestran en la **Tabla 4.1**; las curvas de permeabilidades relativas utilizadas se muestran en la **Figura 4.16**.

Tabla 4.1: Características (Modelo vs Simulador comercial).

Datos	Valor	Datos	Valor
Longitud en x (ft)	450	r_w (in)	8.0
Longitud en y (ft)	450	Nodos en x	15
Longitud en z (ft)	30	Nodos en y	15
Porosidad (ϕ)	0.2	Nodos en z	1
Profundidad (ft)	2000	Tiempo (días)	365
c_r (1/psi)	3e-6	Presión de producción (psi)	2900
s_w	0.25	Gasto de inyección (bbl/día)	300

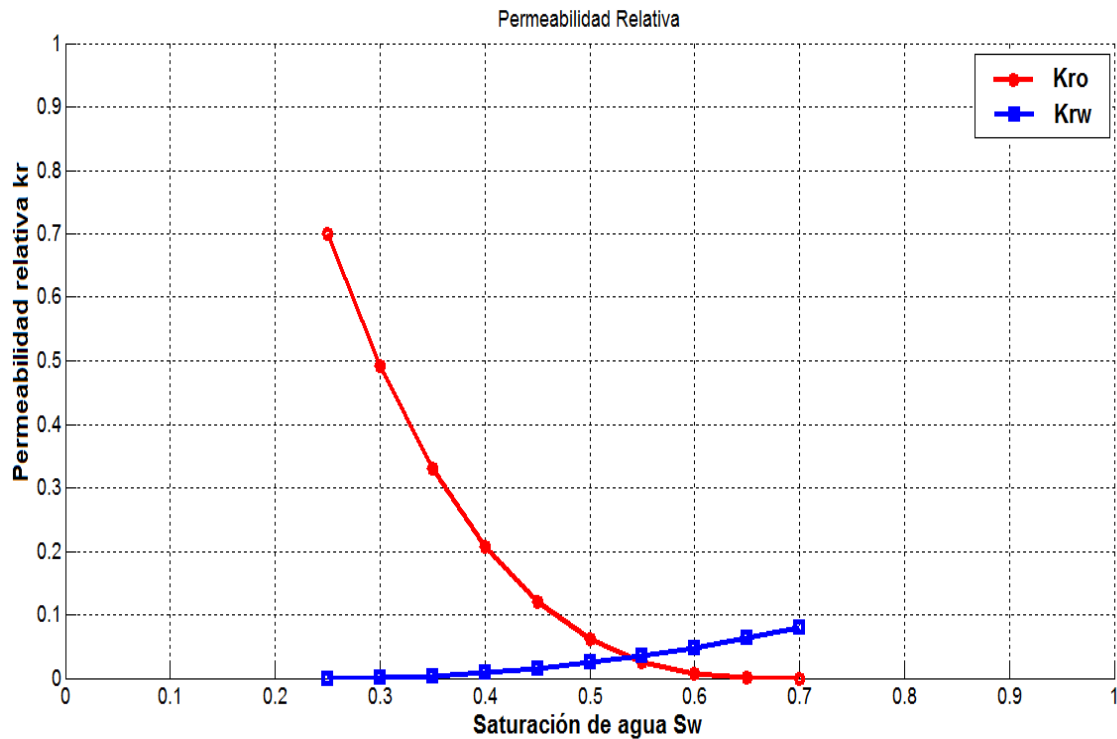


Figura 4.16: Curvas de permeabilidades relativas utilizadas para la simulación (Modelo vs Simulador comercial).

La **Figura 4.17** muestra la comparación del gasto de aceite producido a condiciones estandar; para el modelo desarrollado se puede observar un disminución del gasto a tiempos cortos, este comportamiento no ocurre en la realidad y se esperaría que inmediatamente aumentara la producción; sin embargo, al ser un modelo numérico las primeras iteraciones buscan ajustar el comportamiento real; por otra parte el simulador comercial no muestra estos valores iniciales debido a que de forma interna omite arrojar valores a tiempos cortos; a pesar de estas diferencias el modelo y el simulador comercial se comportan de manera similar estabilizándose con una producción de 300 bbl/día durante un cierto tiempo, posteriormente el gasto de aceite disminuye debido a la producción de agua.

La **Figura 4.18** muestra la comparación del gasto de agua inyectada a condiciones estandar entre el simulador comercial y el modelo propuesto; se observa que no se presentan grandes diferencias, sin embargo, existe un ligero aumento del gasto de inyección en los valores del simulador comercial, mientras que el modelo desarrollado prácticamente se mantiene en los 300 bbl/día que se estipularon en la simulación; se piensa que esta diferencia de valores se debe a los ajustes que internamente realiza el simulador comercial.

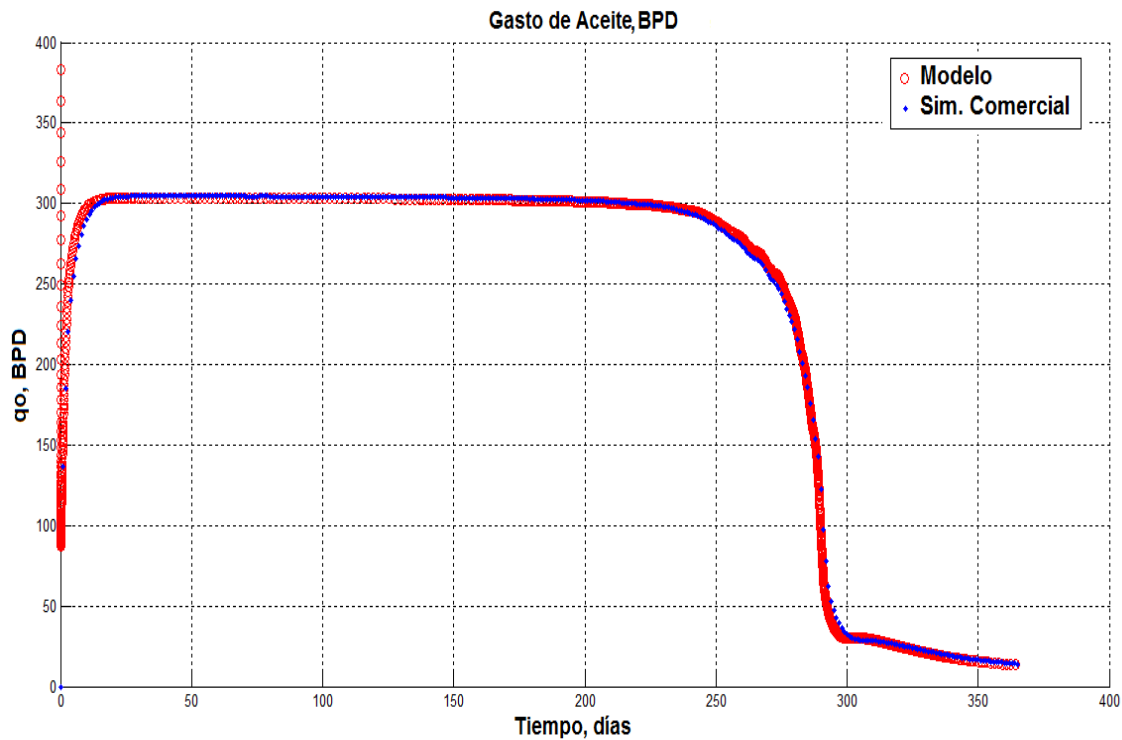


Figura 4.17: Gasto de aceite (Modelo vs Simulador comercial).

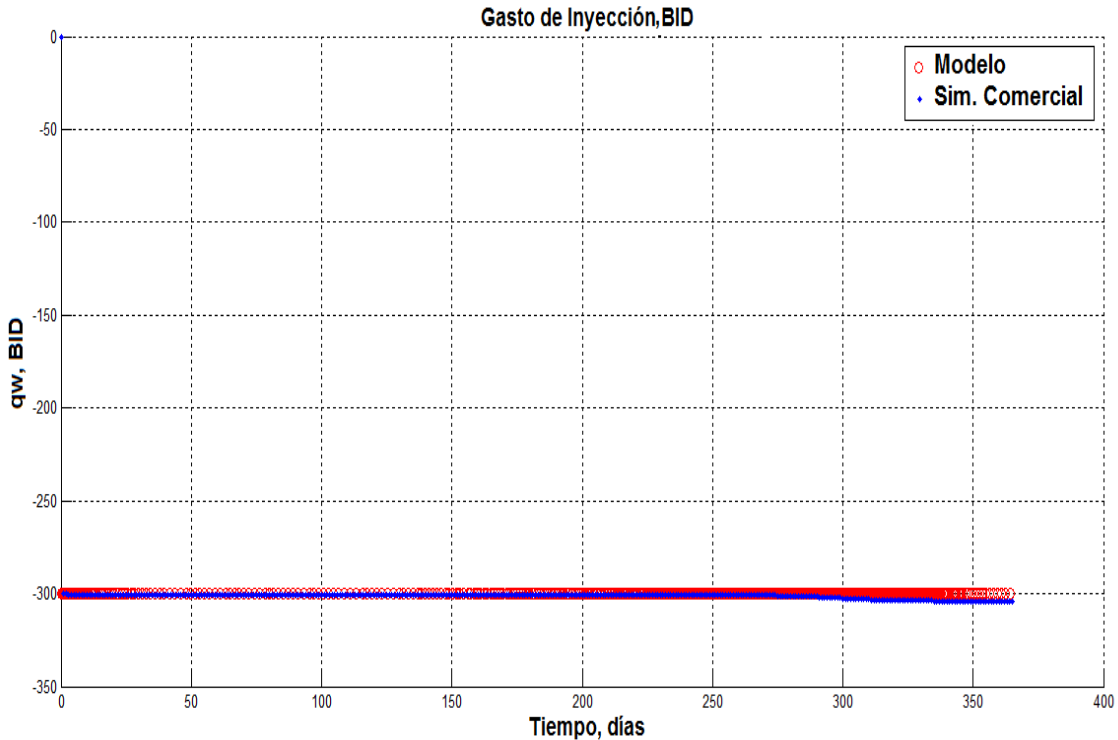


Figura 4.18: Gasto de inyección (Modelo vs Simulador comercial).

En la **Figura 4.19** se muestra el comportamiento del gasto de agua a condiciones estandar; en ambos simuladores se obtuvo un gasto de cero por un tiempo aproximado de 270 días hasta que el agua irrumpió en el pozo productor; posteriormente se tiene un gasto de agua similar entre el modelo y el simulador comercial.

La **Figura 4.20** muestra la comparación entre el simulador comercial y el modelo desarrollado, para los valores de presión de fondo del pozo inyector se observa un comportamiento similar, presentando las principales diferencias al termino de la simulación.

En la **Figura 4.21** se muestra el comportamiento de la presión de fondo del pozo productor, manteniéndose prácticamente constante a 2,900 psi para ambos simuladores; esto concuerda con las condiciones de producción a presión constante estipuladas, en cuanto a la producción de aceite la comparación resulto ser para fines prácticos igual (**Figura 4.22**).

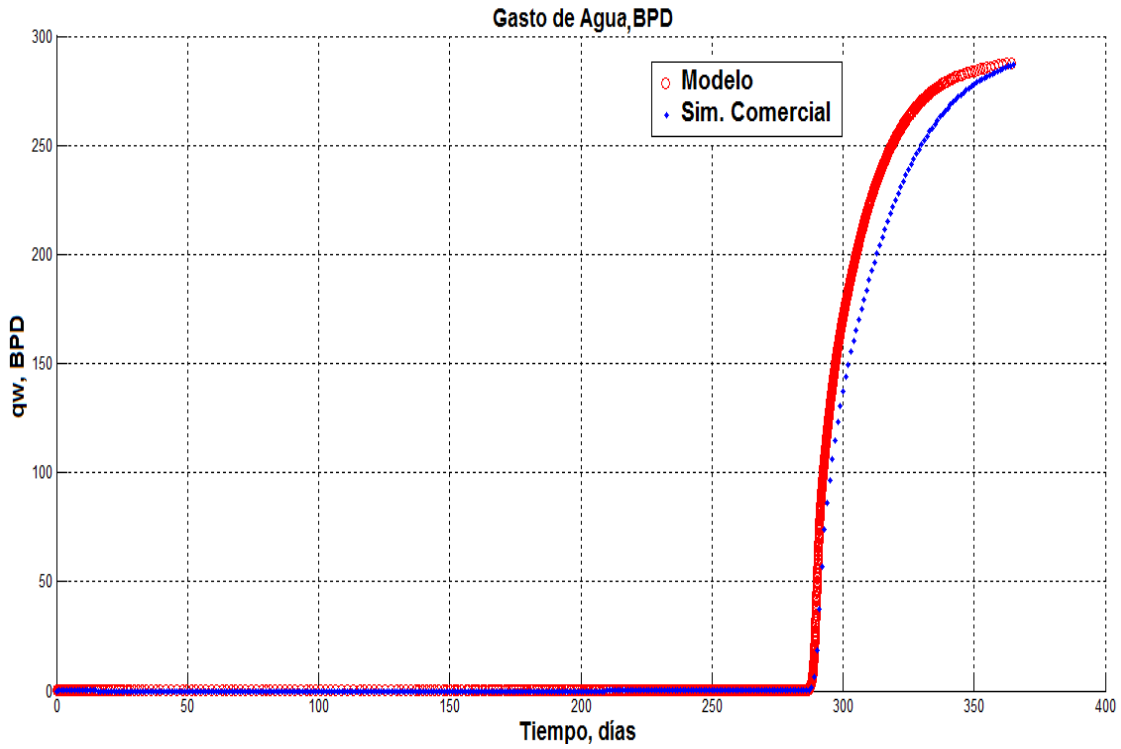


Figura 4.19: Gasto de agua producida (Modelo vs Simulador comercial).

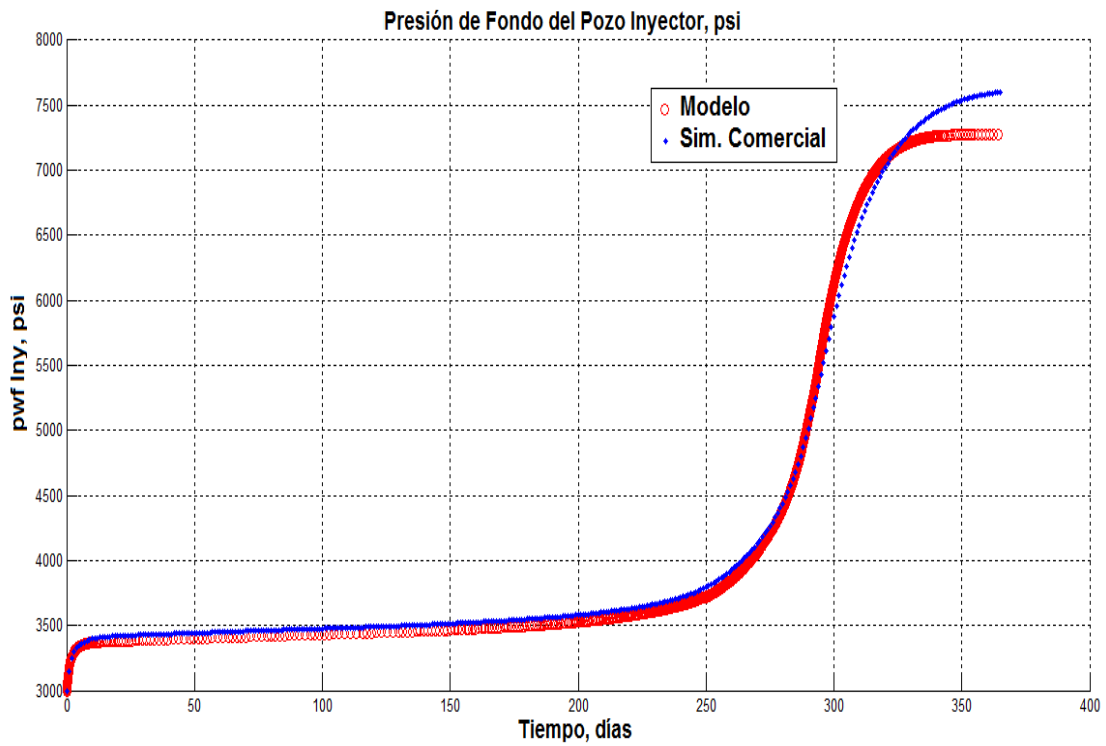


Figura 4.20: Presión de inyección (Modelo vs Simulador comercial).

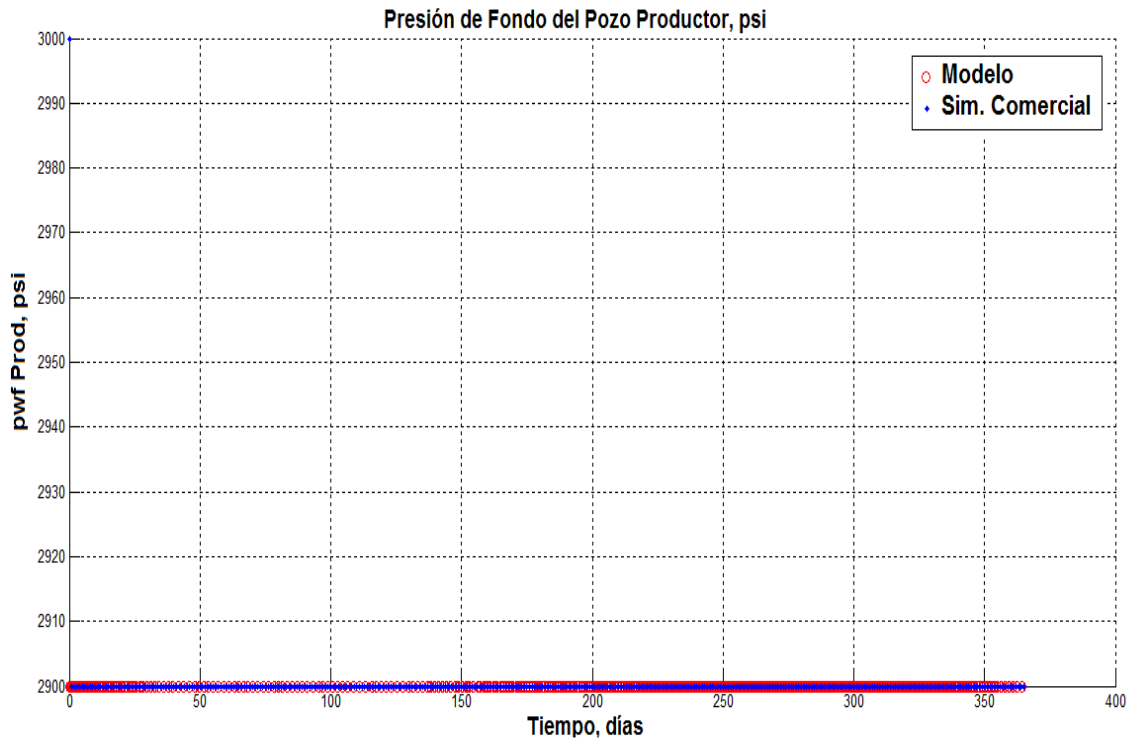


Figura 4.21: Presión de producción (Modelo vs Simulador comercial).

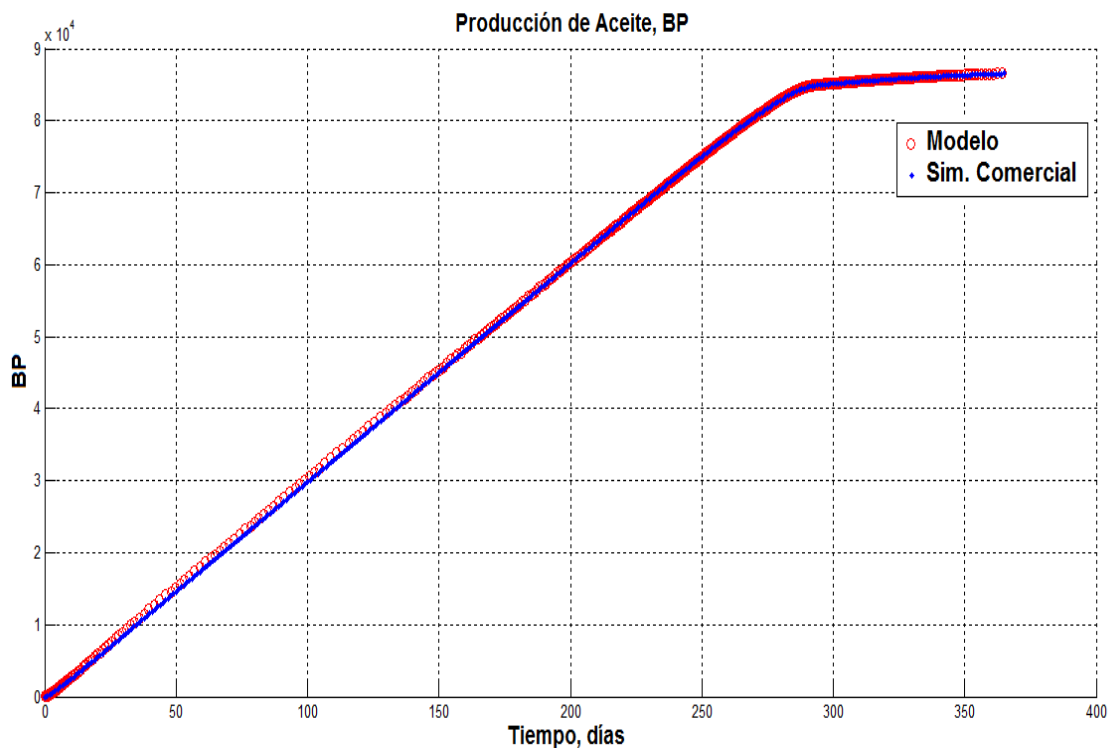


Figura 4.22: Producción de aceite (Modelo vs Simulador comercial).

A partir de los resultados obtenidos es posible apreciar que realmente no existe gran diferencia entre los valores arrojados por el simulador comercial y los valores arrojados por el modelo desarrollado; sin embargo, existen pequeñas diferencias como son el comportamiento de la presión de fondo (p_{wf}) del pozo inyector, en el cual al final de la simulación el modelo propuesto comienza a presentar una tendencia horizontal y el simulador comercial continua aumentando la presión; durante el proceso de simulación se encontró que estas diferencias principalmente encontradas al final de la simulación son causadas debido a la forma en que el simulador comercial y el modelo propuesto realizan la interpolación de las propiedades, notando que el simulador comercial extrapola las propiedades PVT (Presión-Volumen-Temperatura) cuando no encuentra valores correspondientes a las presiones calculadas; por otra parte estas diferencias son causadas por la variación que el simulador comercial presenta en la inyección de agua al final de la simulación; a pesar de esto los resultados son similares por lo que es posible decir que el simulador trabaja adecuadamente.

4.7. Validación del balance de masa (modelo 2D)

A partir de la simulación realizada en el apartado anterior (punto 4.6) de este trabajo, se realizó el análisis del comportamiento del balance de masa al inyectar tensoactivo considerando únicamente efectos advectivos; para este análisis no se consideró la variación de la tensión interfacial, por lo cual, las curvas de permeabilidades relativas no son afectadas y los valores de concentración obtenidos no afectan los resultados de la simulación.

En la **Figura 4.23** se muestra la comparación de la masa de tensoactivo inyectada acumulada contra la suma total de la masa en el modelo de simulación (considerando cada celda y tomando en cuenta la masa producida), se puede notar que presentan un comportamiento similar con pequeñas diferencias las cuales son despreciables para fines prácticos, con lo cual, el balance de masa que se está realizando en el modelo de simulación para observar la variación de concentración de tensoactivo cumple con el principio de conservación de masa. Debido a que la concentración de tensoactivo no solo depende de la masa, también se estudió el volumen de agua inyectado en cada incremento de tiempo; en la **Figura 4.24** se muestra la comparación del volumen de agua inyectado y la suma de los volúmenes de agua inyectados en cada celda (considerando el agua producida), se observa que la cantidad de agua inyectada concuerda con la suma del incremento de agua en el modelo de simulación, dicha suma corresponde con los volúmenes de agua que entran en cada celda de simulación, a partir de este análisis se demostró que el modelo de simulación se comporta adecuadamente y arroja valores correctos.

Como parte del análisis, se presenta el comportamiento iterativo de la simulación cuantificando el número de interacciones y tiempo de computo del modelo; la **Figura 4.25** muestra el número de iteraciones realizadas por el método de Newton para cada incremento de tiempo; se puede observar que en la mayoría de los incrementos de tiempo se

realizaron entre cero y diez iteraciones, sin embargo, en varias ocasiones se excedió el número máximo de iteraciones propuestas en el método de Newton (diez iteraciones), este número de iteraciones es propuesto con el fin de que el modelo encuentre convergencia en la solución del problema, si se excede el número máximo de iteraciones el incremento de tiempo (Δt) es reducido. En la **Figura 4.26** se puede observar la cantidad de veces que se redujo el incremento de tiempo, realizando solo una reducción cada que no se encontró la convergencia.

En la **Figura 4.27** se muestra el total de iteraciones realizadas por el modelo de simulación tomando en cuenta las realizadas por el método de Newton y los incrementos de tiempo, durante la simulación se realizaron aproximadamente 21,000 iteraciones.

En las **Figuras 4.28, 4.29 y 4.30** se muestran varios perfiles de presión y saturación de agua a diferente tiempo, además se muestra la distribución de concentración suponiendo la inyección de tensoactivo; cabe recordar que la variación de concentración únicamente se realizó con fines de analizar el balance de masa y no afecta los resultados de la simulación al no modificar la curvas de permeabilidades relativas.

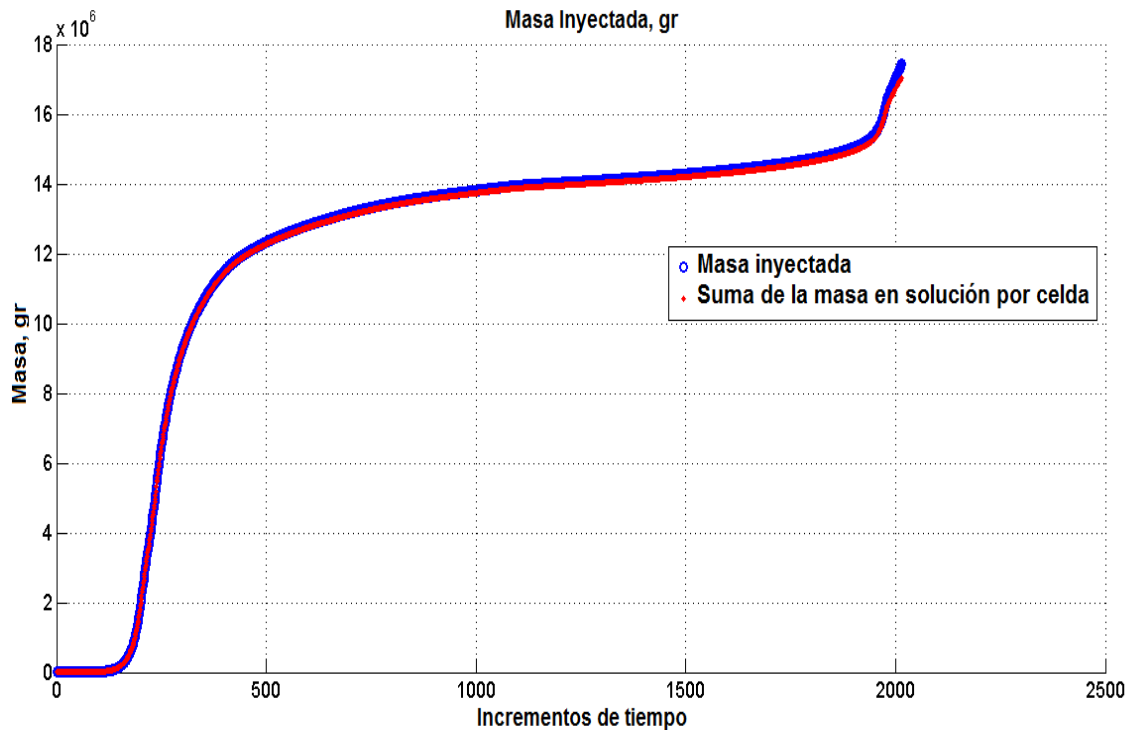


Figura 4.23: Masa de tensoactivo inyectada.

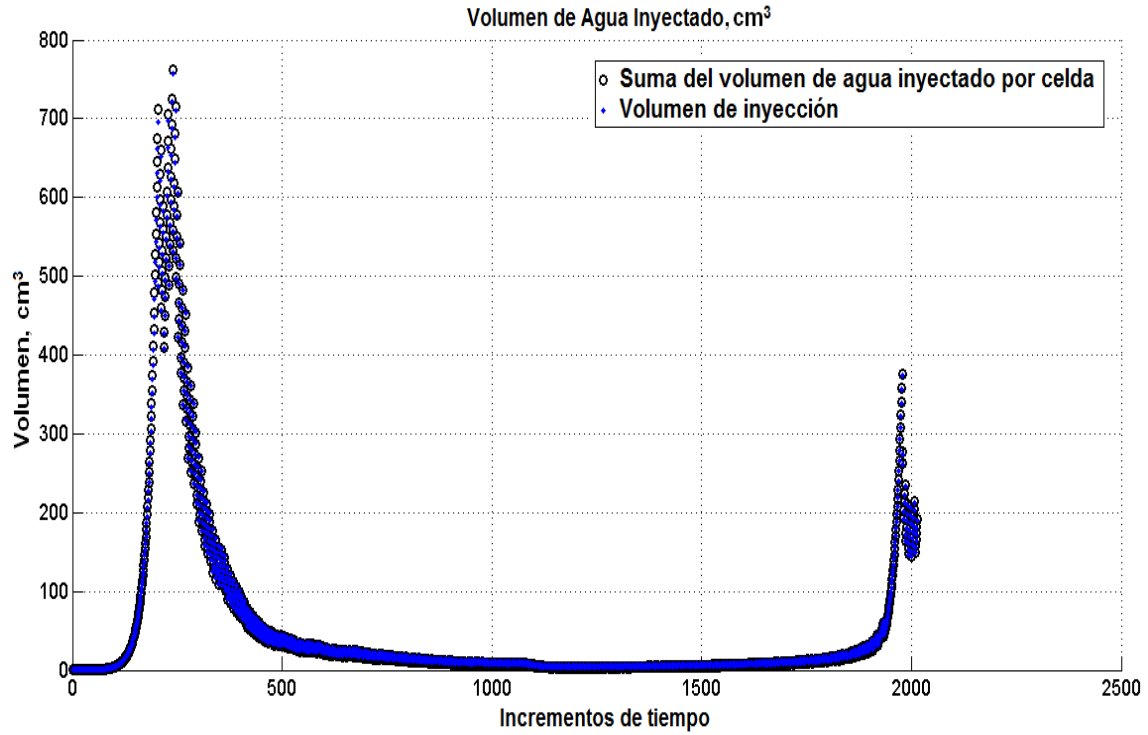


Figura 4.24: Volumen de agua inyectado por incremento de tiempo.

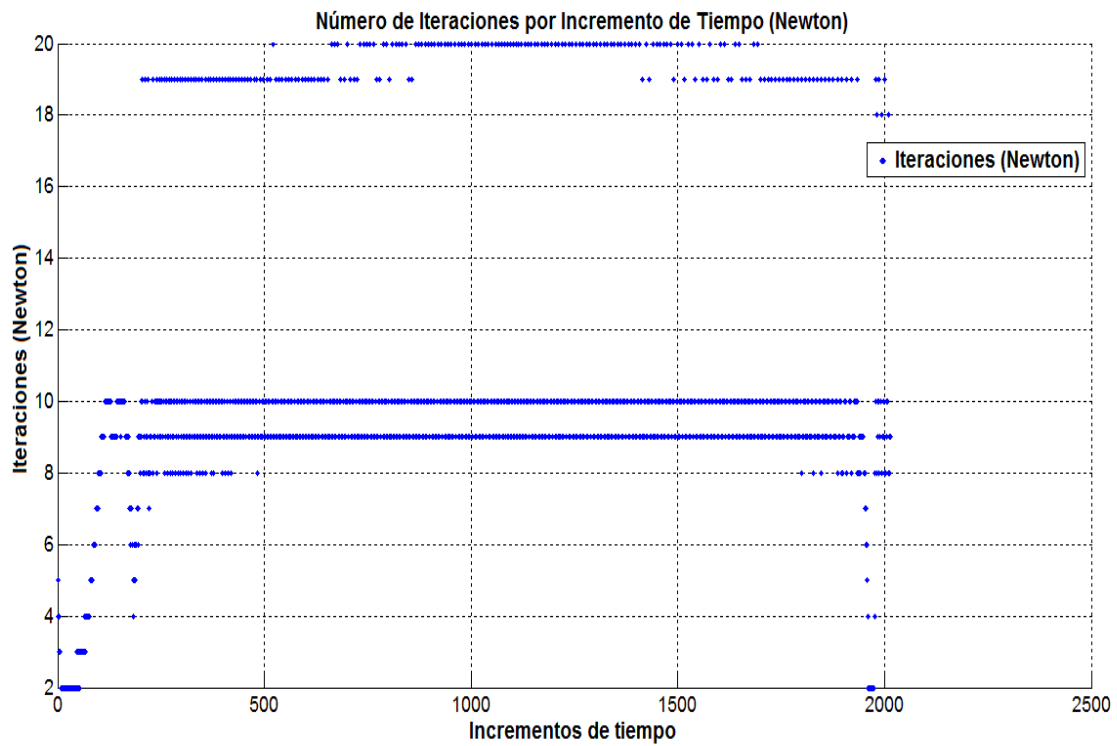


Figura 4.25: Número de iteraciones por incremento de tiempo.

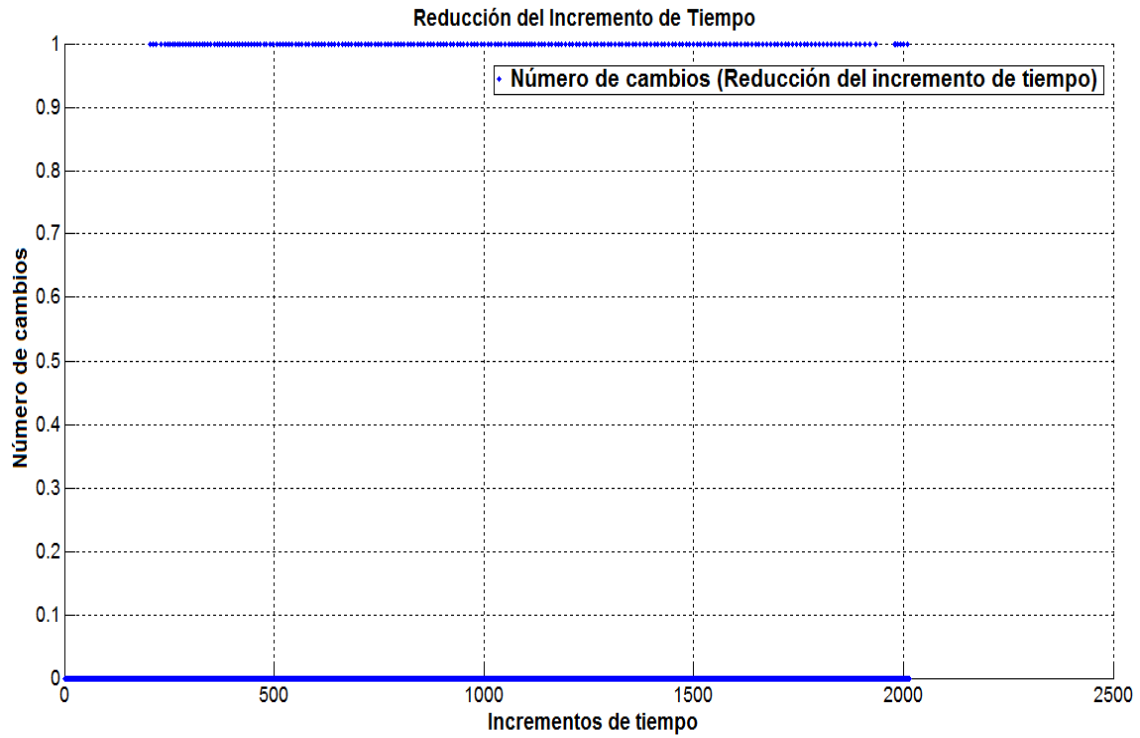


Figura 4.26: Número de cambios por incremento de tiempo.

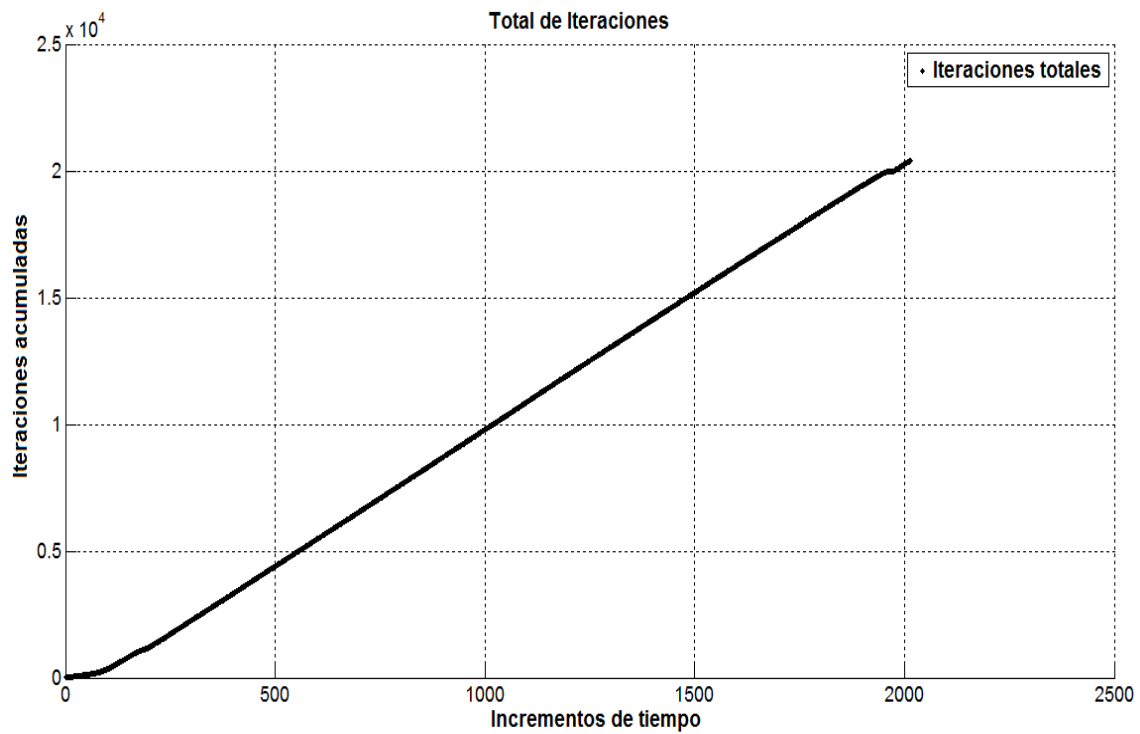


Figura 4.27: Iteraciones totales.

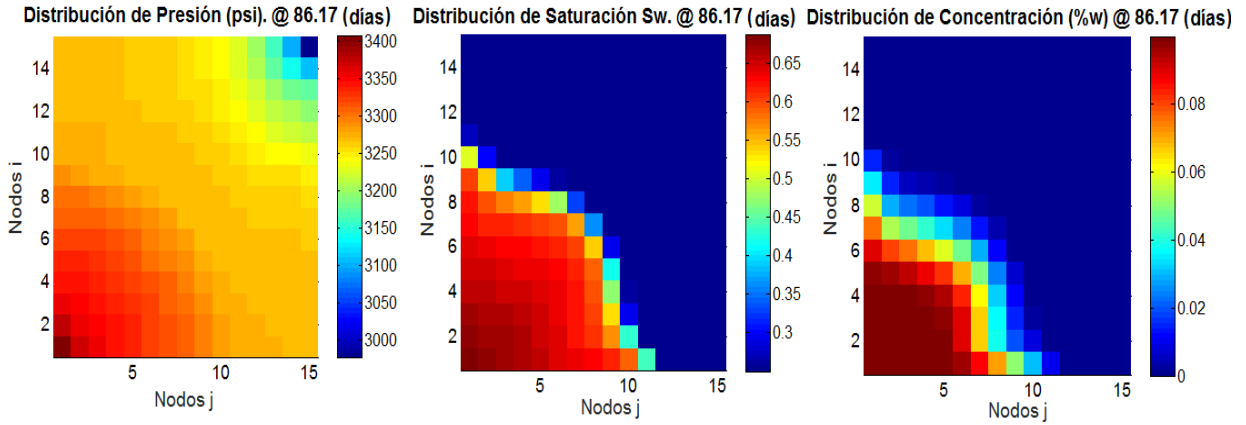


Figura 4.28: Distribución de propiedades a 86.17 días.

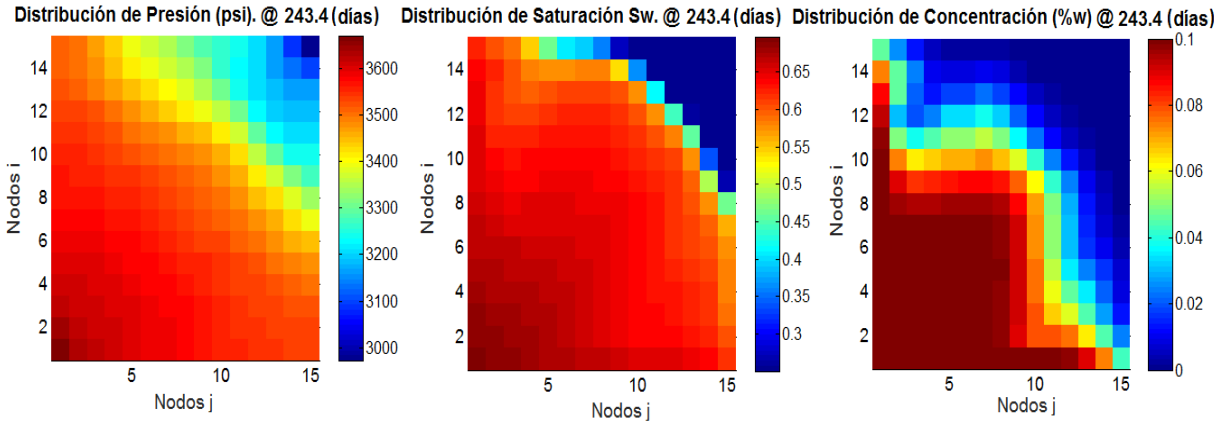


Figura 4.29: Distribución de propiedades a 243.40 días.

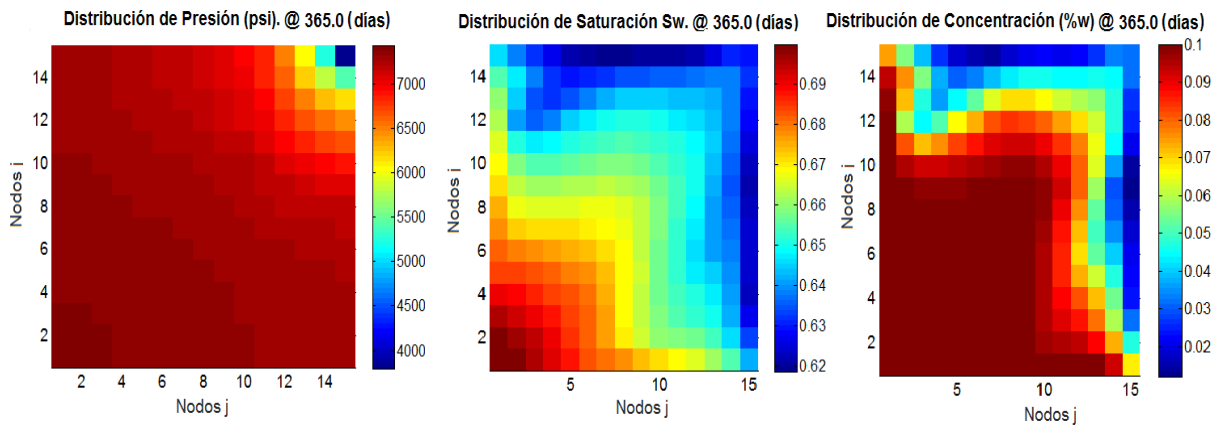


Figura 4.30: Distribución de propiedades a 365 días.

5. Simulación del desplazamiento de aceite con agua y agua con tensoactivo

Con el objetivo de analizar la inyección de un tensoactivo en el medio poroso, se realizó la simulación del desplazamiento de aceite con agua y agua con tensoactivo a partir de datos reales obtenidos mediante experimentos de laboratorio; en el **Apéndice B** se muestra un resumen de los resultados, características del equipo de medición y observaciones reportadas en los experimentos; los resultados de las pruebas de laboratorio fueron proporcionados por la USIP (Unidad de Servicios a la Industria Petrolera). Con los datos de laboratorio se realizó la simulación de los experimentos y se compararon los valores experimentales y los de simulación, además se realizó la comparación de los resultados obtenidos con los valores arrojados por un simulador comercial.

Las simulaciones presentadas abarcan cuatro pruebas: la primer corrida de simulación (Simulación I) se realizó a condiciones originales (@CO) sin alterar las propiedades de la roca e inyectando únicamente agua (Experimento-1); la segunda corrida de simulación (Simulación II) se realizó a condiciones finales (@CF) después de alterar las propiedades de la roca e inyectando agua con tensoactivo (Experimento-2); la tercer corrida de simulación (Simulación III) se realizó inyectando agua con tensoactivo desde las condiciones originales de la roca (@CO) realizando un balance de masa entre celdas para la variación de concentración y considerando un comportamiento lineal entre la concentración y la permeabilidad relativa; la cuarta simulación (Simulación IV) se realizó inyectando agua con tensoactivo desde las condiciones originales de la roca (@CO) realizando un balance de masa entre celdas para la variación de concentración y considerando la relación entre el número capilar y las curvas de permeabilidades relativas propuesta por **Delshad (1987)**.

En la **Figura 5.1** se muestra el esquema general del sistema de tapones en serie así como las condiciones de inyección y producción de los experimentos; en las cuatro simulaciones realizadas se consideró un gasto de inyección de $10 \text{ cm}^3/\text{hr}$ durante un lapso de 2.5 hrs a una presión de producción de 1250 psi; por otra parte se consideró un número máximo de diez iteraciones en las cuales el método de Newton debe alcanzar la convergencia, de lo contrario el incremento de tiempo (Δt) es reducido con el objetivo de encontrar la solución; para las simulaciones se realizó un ajuste de las curvas de permeabilidades relativas mediante el uso de la correlación de Corey; los datos utilizados para el ajuste se muestran en la **Tabla 5.1**; las curvas ajustadas se muestran en la **Figura 5.2**.

Tabla 5.1: Datos para el ajuste de curvas de permeabilidades relativas (k_r).

Experimento	$k_{rw}(S_{or})$	$k_{ro}(S_{wi})$	S_{wi}	S_{or}	$S_w(max)$	n_o	n_w
Experimento-1	0.59	0.42	0.144	0.275	1	1.1	1.7
Experimento-2	0.12	0.52	0.2065	0.1	1	1.7	1.1

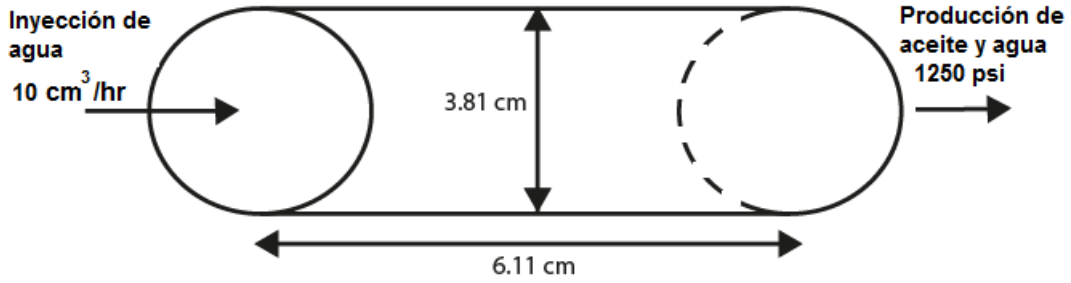


Figura 5.1: Esquema del sistema de tapones a simular.

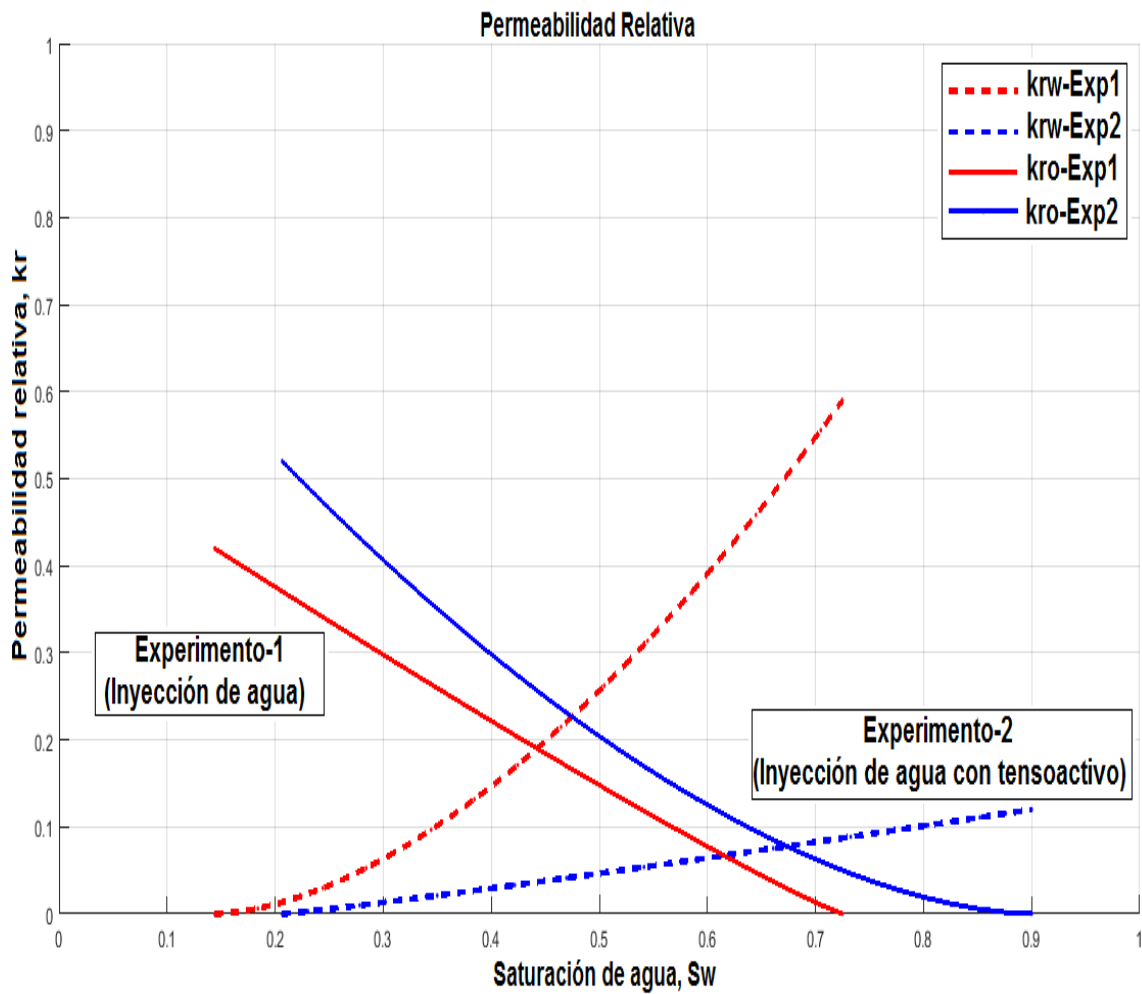


Figura 5.2: Curvas de permeabilidades relativas utilizadas para la simulación.

5.1. Simulación I: Inyección de agua a condiciones originales (Experimento-1)

Tomando como información los resultados y datos del Experimento-1 (**Apendice B**) para la determinación de las curvas de permeabilidades relativas, se realizó la simulación a un tiempo de 2.5 hrs para reproducir el experimento y comprobar la validez del modelo; las dimensiones y condiciones del modelo de simulación son mostradas en la **Tabla 5.2**, como resultados se muestran los principales parámetros de la simulación.

En la **Figura 5.3** se muestra el gasto de inyección de agua a condiciones estandar, el cual concuerda con las pruebas de laboratorio; por otra parte, en la **Figura 5.4** se muestra el comportamiento del gasto de agua producida en comparación con el gasto de aceite, observándose un gasto constante de aceite de $10 \text{ cm}^3/\text{hr}$ por un tiempo aproximado de 0.2 hrs, tiempo en el que se observa la irrupción de agua provocando una disminución en el gasto de aceite; a partir de este punto, la producción de agua comienza a aumentar y la producción de aceite comienza a disminuir debido al aumento de la saturación de agua en el medio poroso y al desplazamiento de aceite; se observa que para tiempos cercanos a las 2.5 hrs el gasto de aceite tiende a cero mientras que la producción de agua tiende a igualarse a la inyección de agua; esto concuerda con la idea de que la suma del gasto de agua y el gasto de aceite son iguales al gasto de inyección, se espera que para tiempos mayores a 2.5 hrs el gasto de aceite sea igual a cero mientras que el gasto de agua sea igual a $10 \text{ cm}^3/\text{hr}$ lo cual reflejaría que ya no es posible producir más aceite a las condiciones que se tienen.

Tabla 5.2: Características del modelo de simulación (Simulación I. Inyección de agua).

Datos	Valor
Volumen poroso (cm^3)	8.00
Longitud (cm)	6.11
Diámetro (cm)	3.81
Viscosidad del agua (μ_w)	0.29 (cp) @p=1250 (psi) y T=120 ($^{\circ}\text{C}$)
Viscosidad del aceite (μ_o)	1.45 (cp) @p=1250 (psi) y T=120 ($^{\circ}\text{C}$)
Saturación (S_{wi})	0.144
Permeabilidad (k)	0.1 (md)
Porosidad (ϕ)	0.115
Gasto de inyección (cm^3/h)	10
Presión de producción (psi)	1250
Modelo	1D
Malla	Cilíndrica
Número de celdas	50
Tiempo de simulación (hrs)	2.5

En la **Figura 5.5** se observa el comportamiento de las presión de inyección y presión de producción; de acuerdo a lo establecido en los experimentos la presión de produc-

ción se mantiene a 1,250 psi, mientras que en la presión de inyección se observan dos tendencias principales: antes de la irrupción de agua y después de la irrupción. El cambio en la tendencia de las curvas es asociado principalmente con las propiedades PVT (Presión-Volumen-Temperatura) de los fluidos, es importante mencionar que la presión de inyección de las simulaciones realizadas no son representativas del problema al ser modeladas mediante el modelo de Peaceman; sin embargo, se muestran los resultados debido a que a tiempos largos se alcanza el régimen estacionario lo cual es representativo de los experimentos de laboratorio.

La producción de aceite se observa en la **Figura 5.6**; se alcanzó una producción de aproximadamente 4.5 cm^3 manteniendo una tendencia lineal hasta 0.2 hrs tiempo en el que se comienza a producir agua.

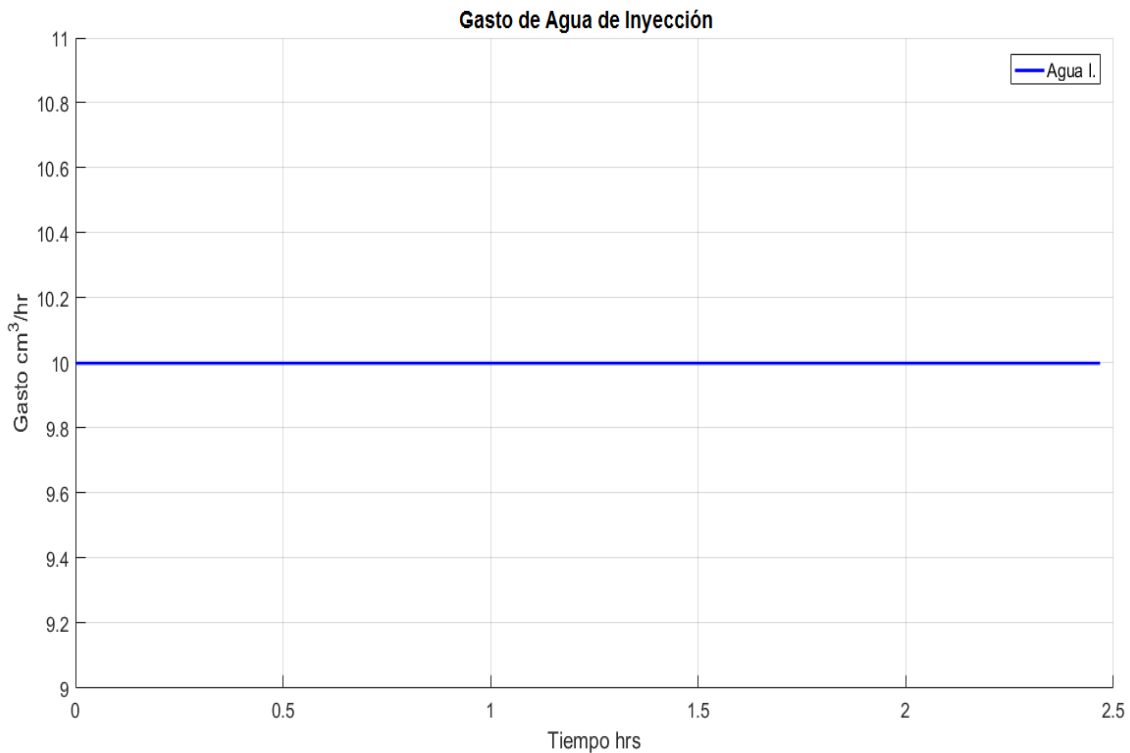


Figura 5.3: Gasto de inyección de agua (Simulación I. Inyección de agua).

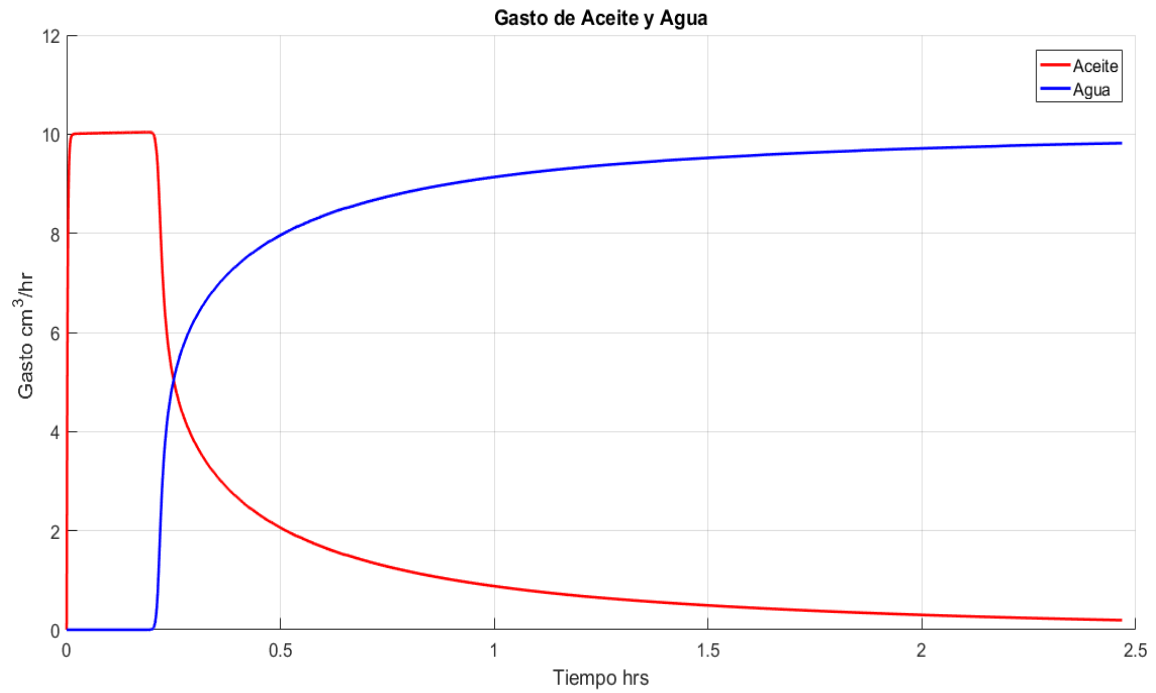


Figura 5.4: Gasto de producción de agua y aceite (Simulación I. Inyección de agua).

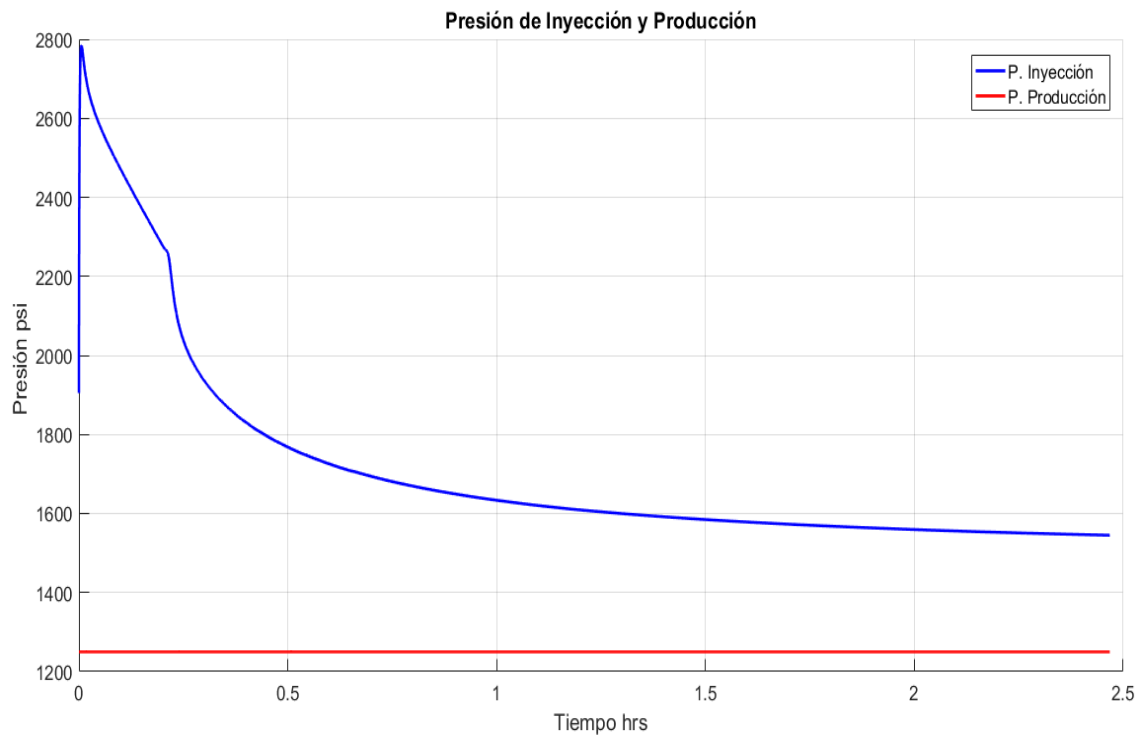


Figura 5.5: Presión de producción e inyección (Simulación I. Inyección de agua).

En la **Figura 5.7** se observa el comportamiento del factor de recuperación de aceite; al igual que en la producción de aceite, éste mantiene una tendencia lineal hasta la irrupción de agua alcanzando una recuperación de 65%.

Durante la simulación se cuantificó el volumen de agua inyectada (**Figura 5.8**) llegando a un total de 25 cm³ lo cual es equivalente a 3.125 veces el volumen poroso de la roca, manteniendo una tendencia lineal del volumen de inyección.

La **Figura 5.9** muestra el comportamiento de la producción de agua; se observa que durante un tiempo no hay producción debido a que el frente de inyección aún no irrumpe en el extremo del sistema de tapones, además de que la roca se encuentra a la saturación de agua crítica y su movilidad es igual a cero hasta que se aumente la saturación de agua; como resultado de la inyección se llegó a una producción de agua de aproximadamente 21 cm³.

En la **Figura 5.10** se muestra el aumento de la saturación de agua para varios tiempos, se observa cómo el agua de inyección comienza a desplazarse a lo largo del sistema de tapones hasta saturar casi en su totalidad la roca; en el **Apéndice C (Figuras C.1-C.4)** se muestra la distribución de saturación y presión para diferentes tiempos en cada nodo.

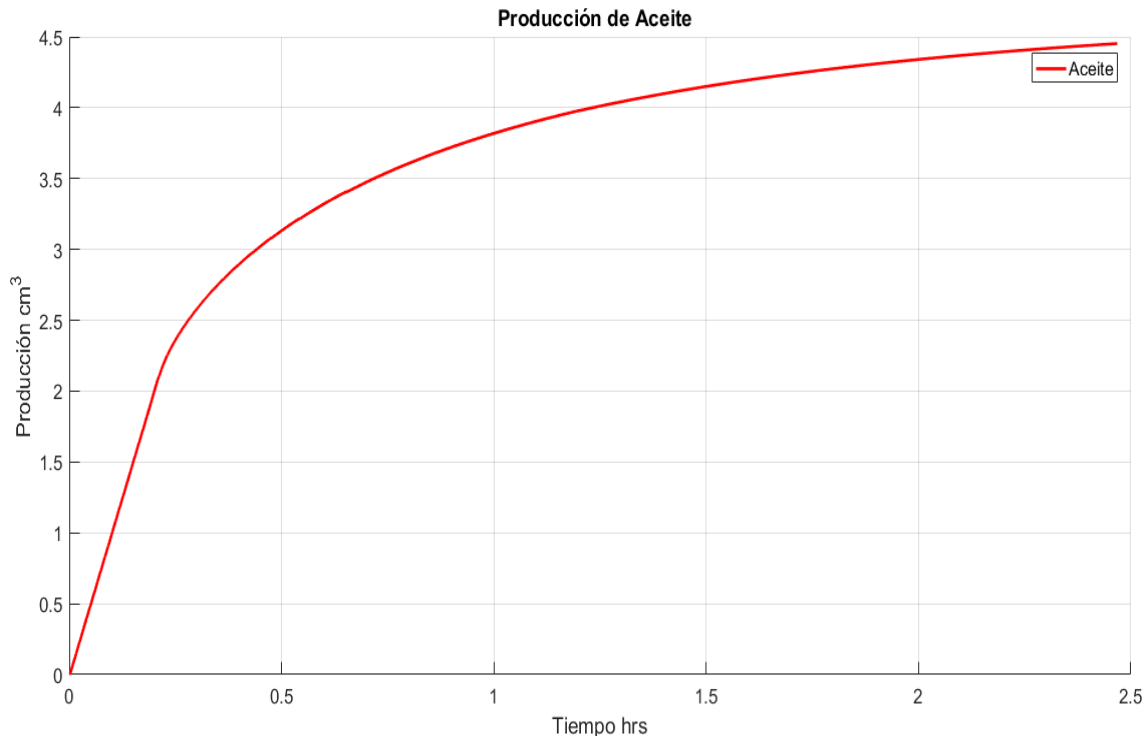


Figura 5.6: Producción de aceite (Simulación I. Inyección de agua).

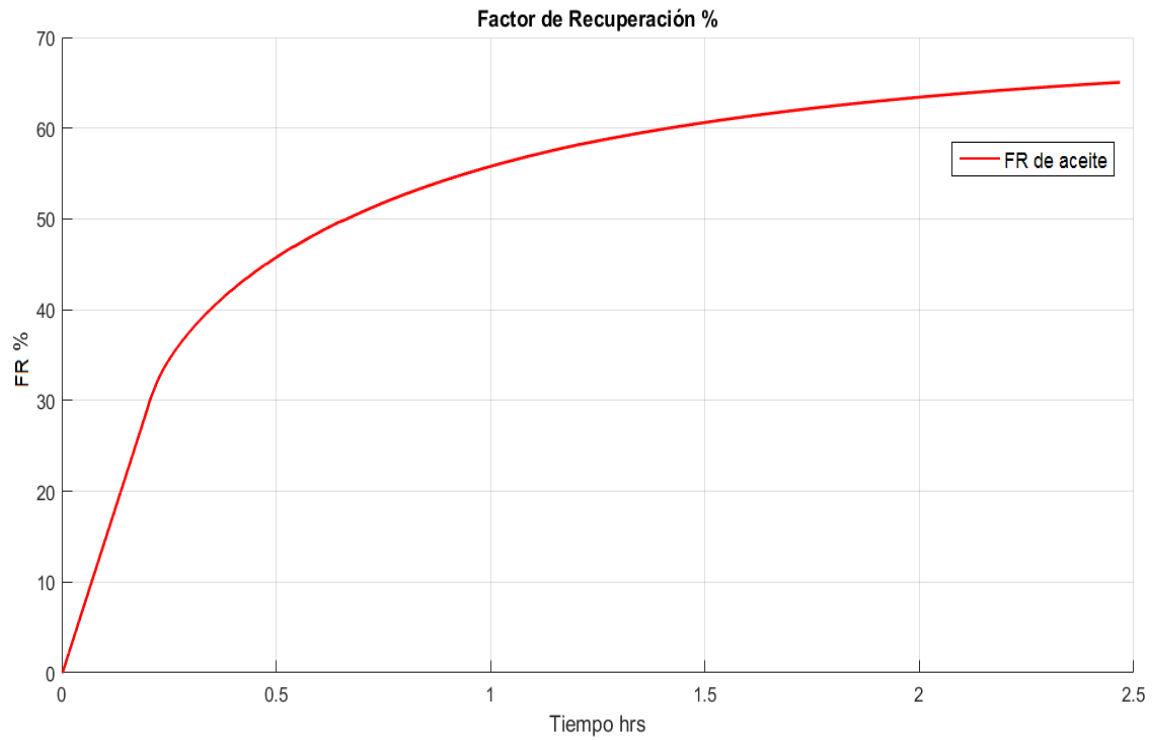


Figura 5.7: Factor de recuperación de aceite, FR % (Simulación I. Inyección de agua).

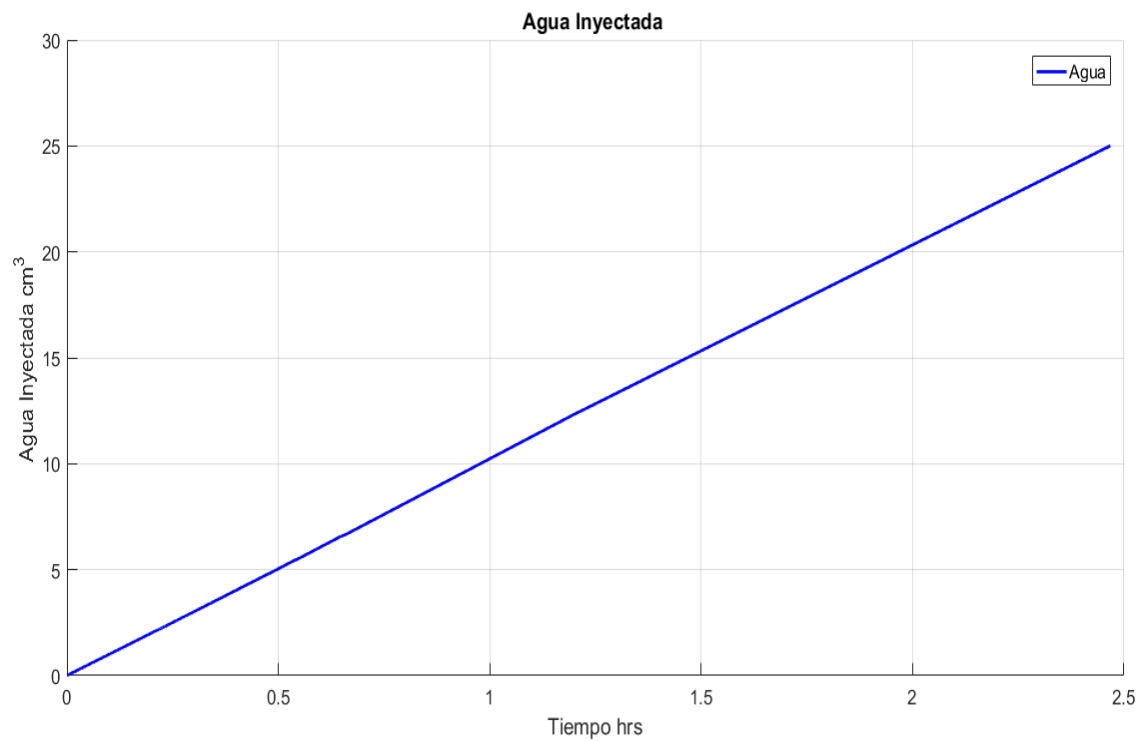


Figura 5.8: Agua inyectada (Simulación I. Inyección de agua).

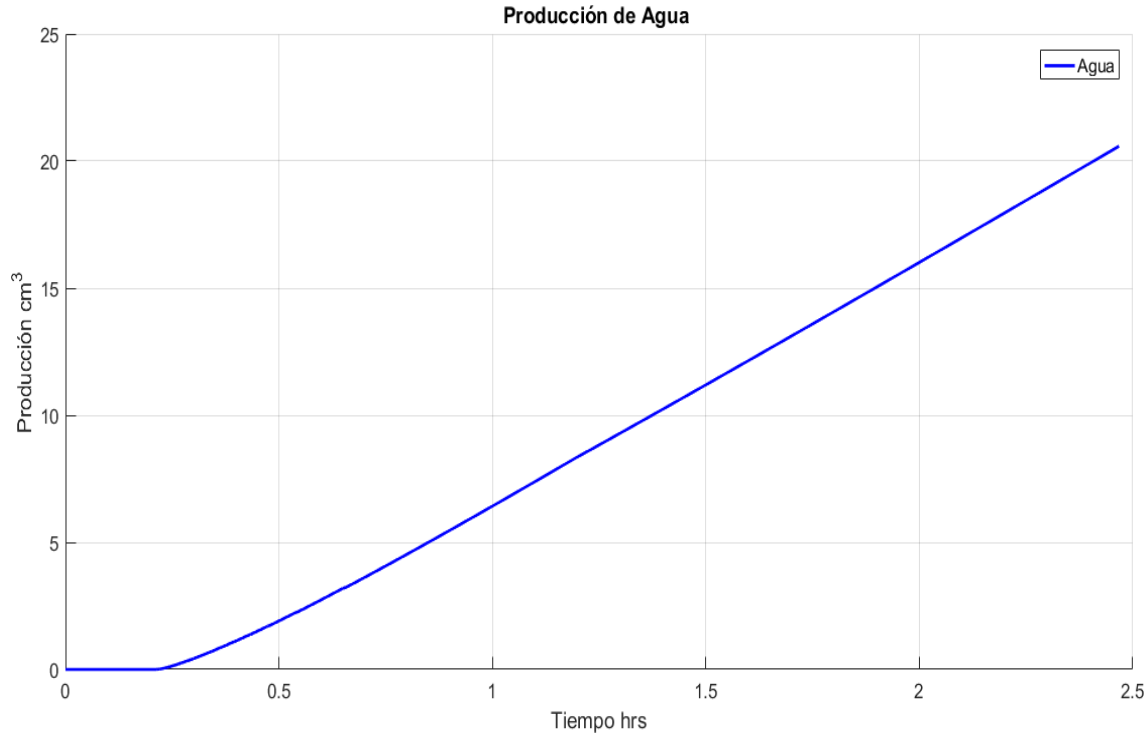


Figura 5.9: Producción de agua (Simulación I. Inyección de agua).

Debido a que la solución del problema se realiza a partir de un método iterativo, es necesario analizar el comportamiento de éste. A continuación se muestra un breve análisis del comportamiento iterativo del modelo numérico así como una discusión sobre la solución del modelo y la variación del volumen inyectado de agua en cada una de las celdas de simulación; de acuerdo a lo anterior, se graficaron los principales parámetros a estudiar. En la **Figura 5.11** se observa el total de agua inyectado por incremento de tiempo (Δt) en comparación con la suma de los volúmenes inyectados por celda y considerando la producción de agua, se observa que la suma de los volúmenes de agua inyectados es prácticamente igual al volumen de inyección en cada incremento de tiempo; de acuerdo con lo anterior el modelo se comporta adecuadamente en una dimensión al igual que para dos dimensiones como se observó en el punto 4.7 de este trabajo.

En la **Figura 5.12** se muestra el número de iteraciones por cada incremento de tiempo (Δt); se puede notar que en la mayoría de los incrementos de tiempo se tiene un número de iteraciones menor o igual al establecido como máximo (diez iteraciones) mientras que una porción menor presenta 19 y 20 iteraciones; cabe señalar que el máximo número de iteraciones es un valor propuesto, si el número de iteraciones es mayor al máximo número de iteraciones es necesario reducir el incremento de tiempo con el objetivo de encontrar la convergencia en la solución. De acuerdo a lo comentado la **Figura 5.13** muestra el número de cambios o reducciones del incremento de tiempo; se observa que la reducción ocurrió solo una vez cada que el método no encontró convergencia. Como parte del comportamiento iterativo del problema, la **Figura 5.14** muestra el total de

iteraciones realizadas por el modelo de simulación llegando a un aproximado de 53,000 iteraciones considerando el número de incrementos de tiempo (Δt), en un tiempo real de simulación de 257.81 seg.

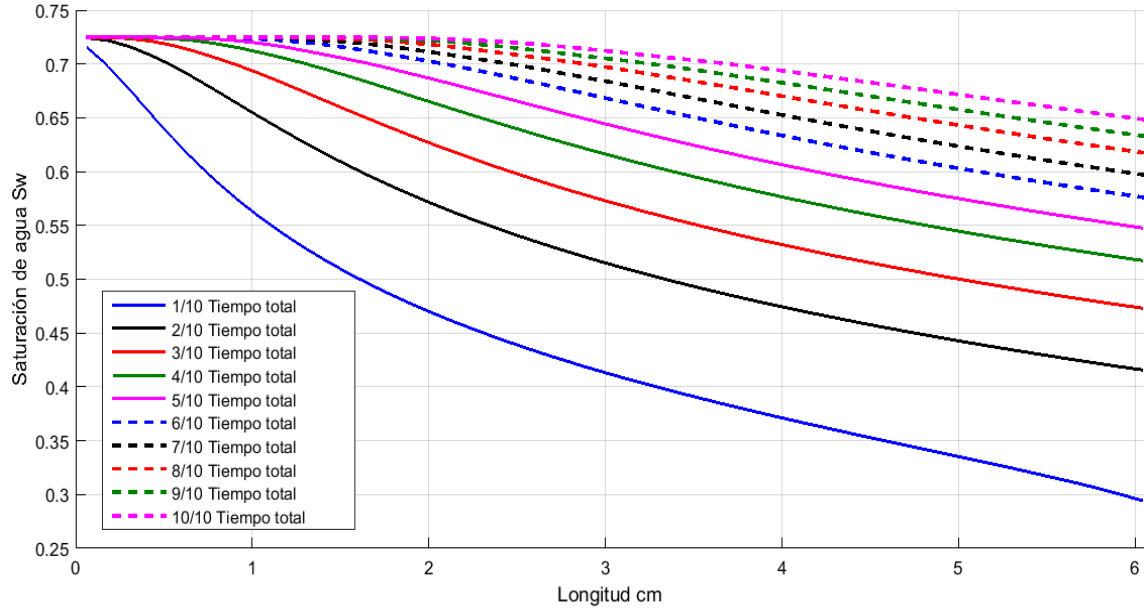


Figura 5.10: Perfil de saturación de agua (Simulación I. Inyección de agua).

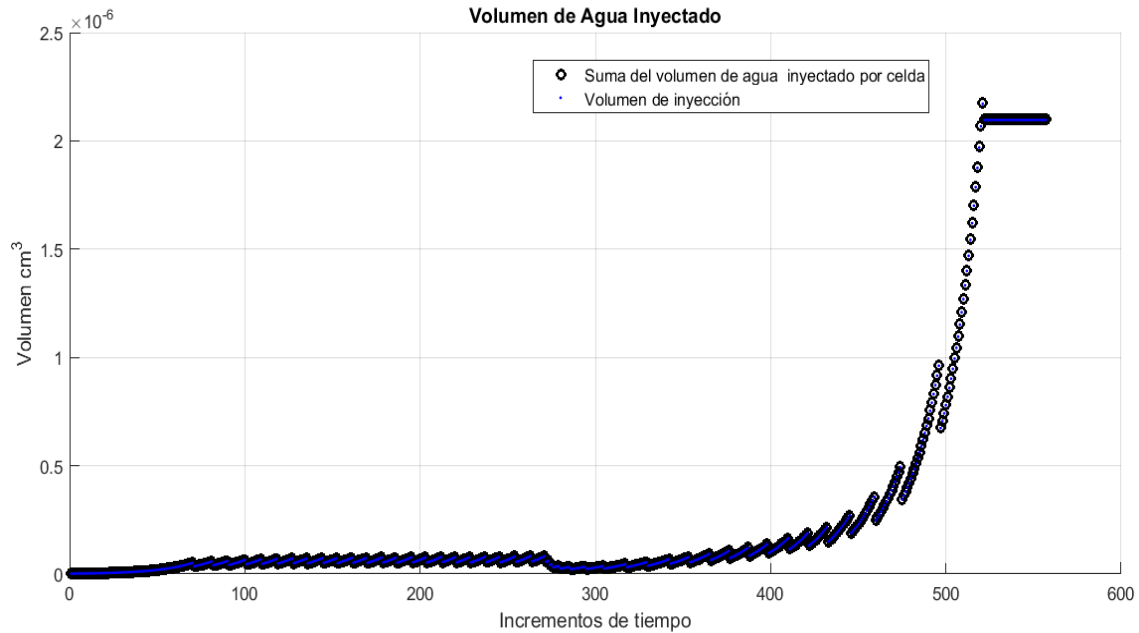


Figura 5.11: Volumen de agua por incremento de tiempo (Simulación I. Inyección de agua).

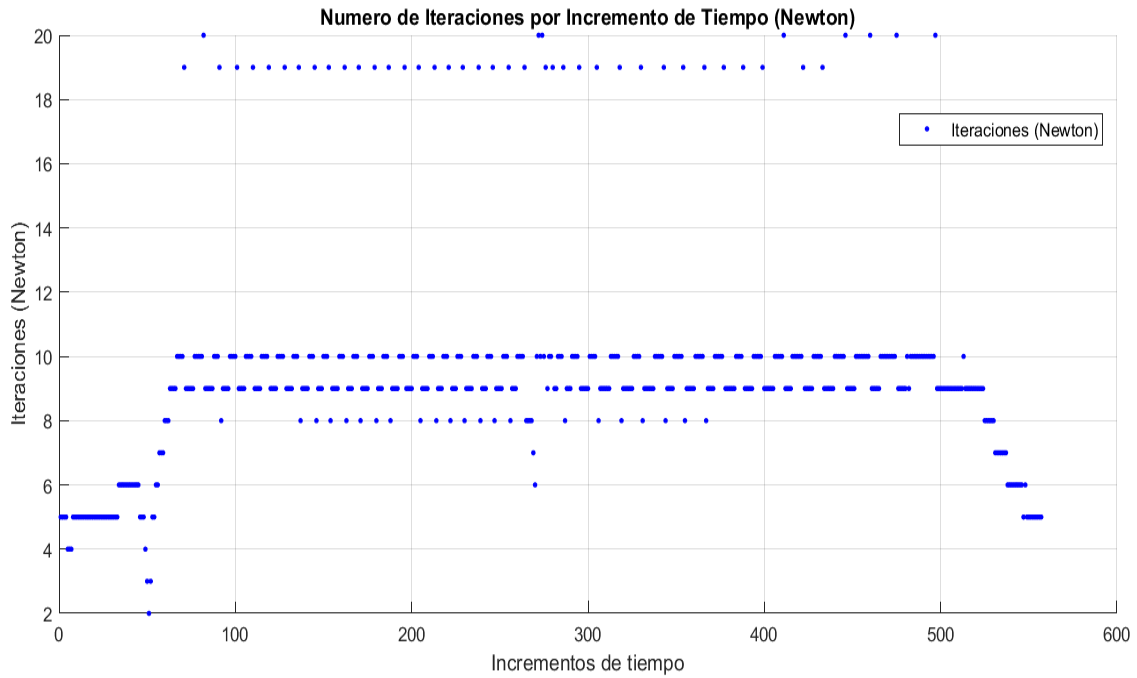


Figura 5.12: Número de iteraciones por incremento de tiempo (Simulación I. Inyección de agua).

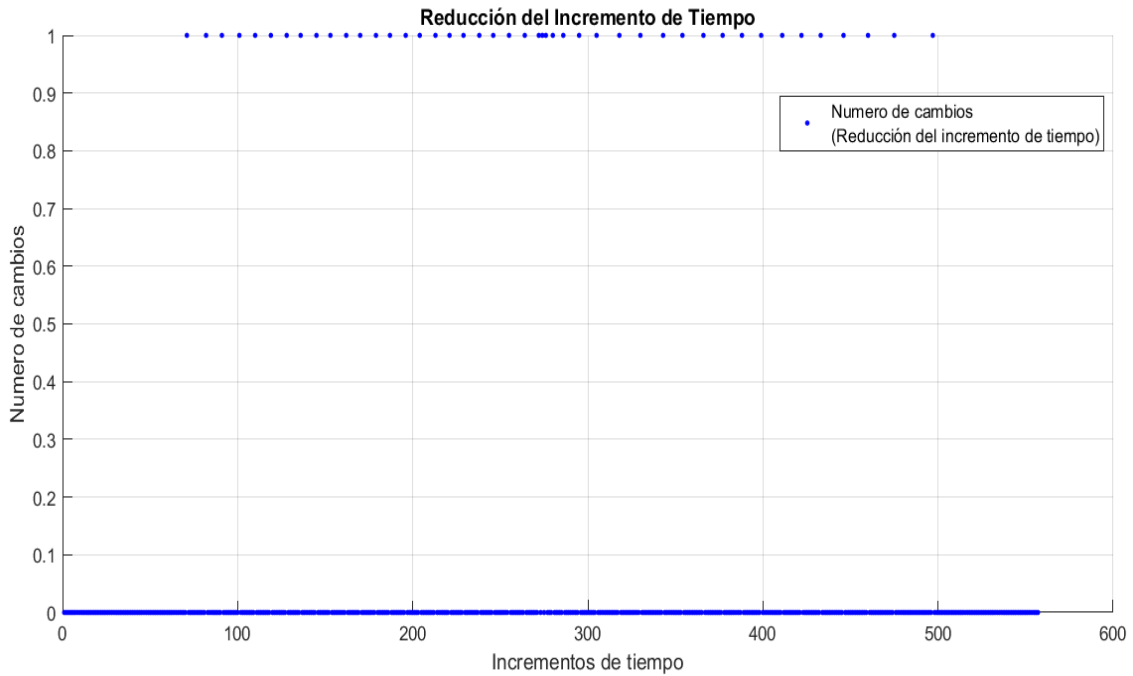


Figura 5.13: Número de cambios por incremento de tiempo (Simulación I. Inyección de agua).

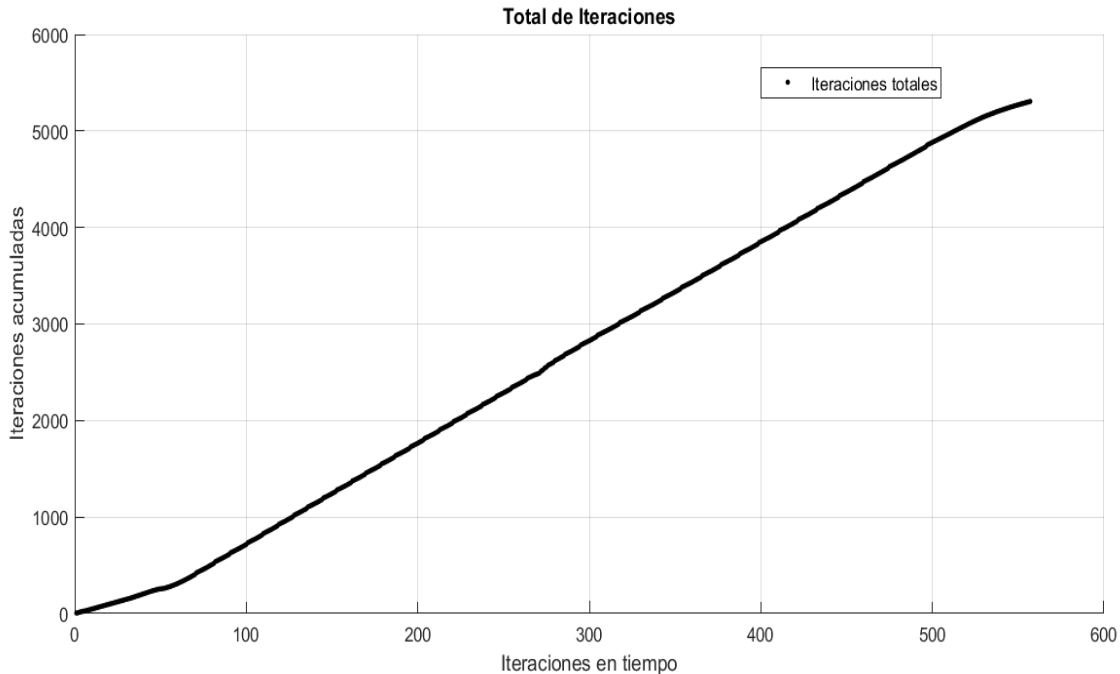


Figura 5.14: Iteraciones totales (Simulación I. Inyección de agua).

5.2. Simulación II: Inyección de agua con tensoactivo a condiciones finales (Experimento-2)

La simulación del Experimento-2 se realizó tomando en cuenta los resultados de laboratorio de dicha prueba (**Apéndice B**); es necesario notar que las propiedades de la roca y los fluidos fueron alteradas debido al tratamiento previo que se le dio al sistema de tapones modificando las curvas de permeabilidades relativas, por lo cual, la simulación es llevada a cabo a las condiciones finales de la roca (@CF) y de los fluidos. Al igual que la Simulación I se graficaron los principales parámetros para su análisis. En la **Tabla 5.3** se muestran las características y condiciones del modelo de simulación utilizado; la **Figura 5.15** muestra el gasto de inyección durante el tiempo de simulación manteniéndose constante a $10 \text{ cm}^3/\text{hr}$ de acuerdo a las condiciones planteadas en el experimento; por otra parte el gasto de aceite y agua se observan en la **Figura 5.16**, se mantiene un gasto constante de aceite de $10 \text{ cm}^3/\text{hr}$ por un tiempo de 0.35 hrs posteriormente el gasto de aceite disminuye mientras que el gasto de agua aumenta en la misma proporción; a tiempos largos el gasto de aceite tiende a cero mientras que el gasto de agua se iguala al gasto de inyección.

Tabla 5.3: Características del modelo de simulación (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).

Datos	Valor
Volumen poroso (cm^3)	8.00
Longitud (cm)	6.11
Diámetro (cm)	3.81
Viscosidad del agua (μ_w)	0.34 (cp) @p=1250 (psi) y T=120 ($^{\circ}\text{C}$)
Viscosidad del aceite (μ_o)	1.45 (cp) @p=1250 (psi) y T=120 ($^{\circ}\text{C}$)
Saturación (S_{wi})	0.2065
Permeabilidad (k)	0.1 (md)
Porosidad (ϕ)	0.115
Gasto de inyección (cm^3/h)	10
Presión de producción (psi)	1250
Modelo	1D
Malla	Cilíndrica
Número de celdas	50
Tiempo de simulación (hrs)	2.5

La **Figura 5.17** muestra el comportamiento de la presión de producción e inyección, se observa una presión de producción constante de 1,250 psi lo cual concuerda con las condiciones de producción en los experimentos; por otra parte la presión de inyección se comporta de manera variable a tiempos cortos con una tendencia inicial de incrementarse debido al represionamiento del agua al no fluir con tanta facilidad a causa del cambio en las condiciones de mojabilidad, a pesar del modelo de fuentes y sumideros utilizado el transiente de presión generado por la inyección de agua concuerda con los valores en la producción de aceite; de manera general se observó que a tiempos largos el comportamiento de la presión se estabiliza llegando a un estado estacionario lo cual se espera cuando las condiciones de producción no cambian. Al final de la simulación se tuvo una producción de 5.4 cm^3 (**Figura 5.18**), se mantuvo un aumento constante de la producción hasta presentarse la irrupción de agua, posteriormente la producción se estabilizó debido al desplazamiento con agua y tensoactivo hasta alcanzar las condiciones irreductibles de aceite.

En la **Figura 5.19** se muestra la grafica del factor de recuperación contra el tiempo de simulación; se alcanzó un factor de recuperación de 85% cabe señalar que el cálculo del factor de recuperación fue a las condiciones de S_{wc} y S_{or} del modelo, teniendo un volumen de 6.348 cm^3 de aceite, con lo cual de acuerdo al factor de recuperación se logro recuperar 5.395 cm^3 de aceite.

El comportamiento de la producción de agua y agua inyectada se muestra en la **Figuras 5.20 y 5.21**; se llegó a un total de agua inyectada de 25 cm^3 el cual concuerda con la inyección de $10 \text{ cm}^3/\text{hr}$ por un tiempo de 2.5 hrs; en cuanto a la producción de agua se tiene que a tiempos cortos no hay producción de agua debido a que las condiciones

de saturación de agua son críticas y no hay movilización de agua hasta que el frente de desplazamiento aumenta la saturación. Con el objetivo de brindar un panorama de la simulación se presenta la **Figura 5.22** en la cual se puede observar el aumento de la saturación de agua en la roca a varios tiempos, mostrándose el avance del frente de inyección. En comparación con la Simulación I (inyectando únicamente agua) el agua se desplazó de forma más lenta debido a la preferencia del aceite a fluir por causa del tensoactivo y la modificación de las condiciones de mojabilidad. En el **Apéndice C (Figuras C.5-C.8)** se muestra la distribución de saturación y presión para diferentes tiempos en cada nodo.

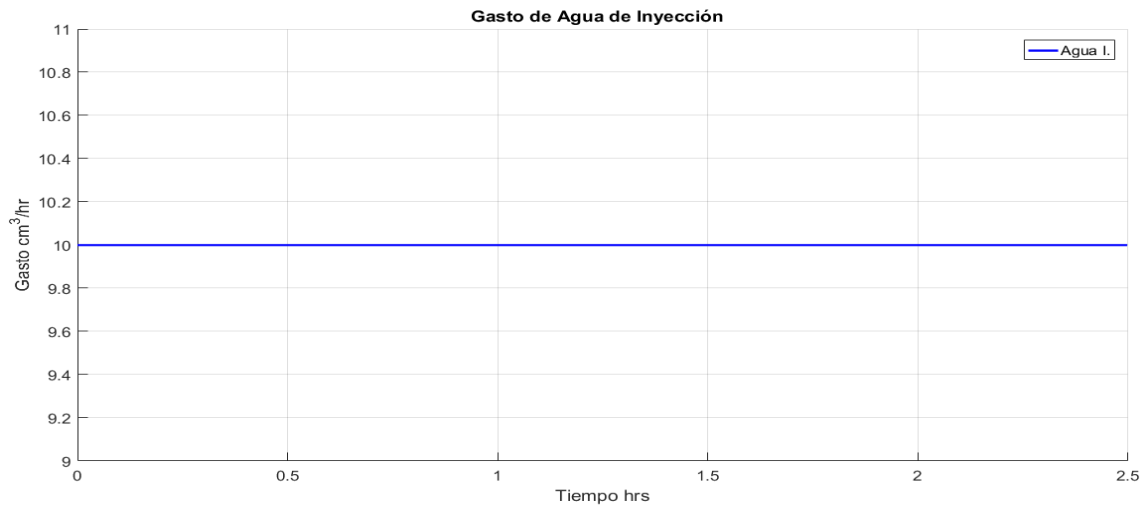


Figura 5.15: Gasto de inyección de agua (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).

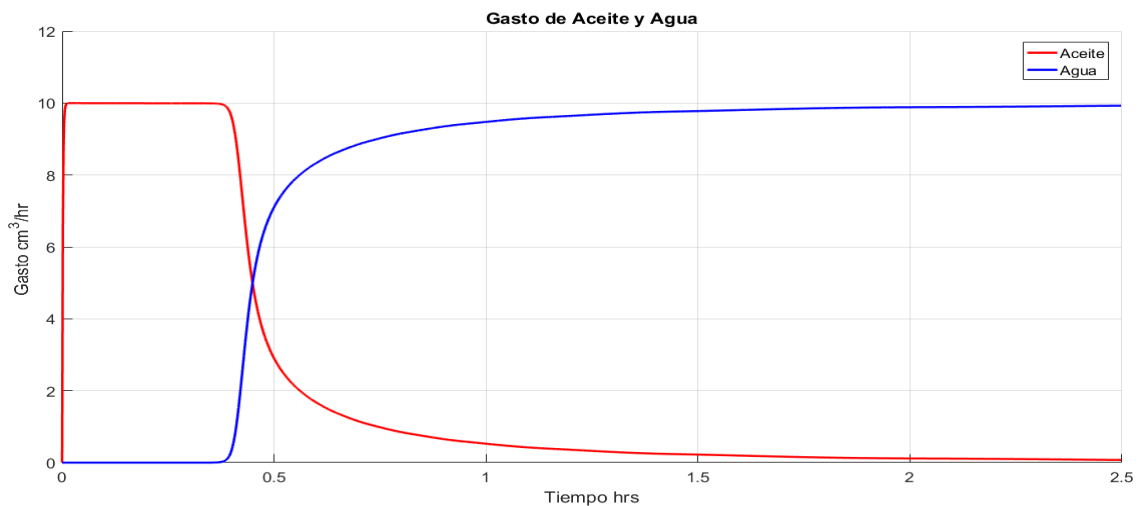


Figura 5.16: Gasto de producción de agua y aceite (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).

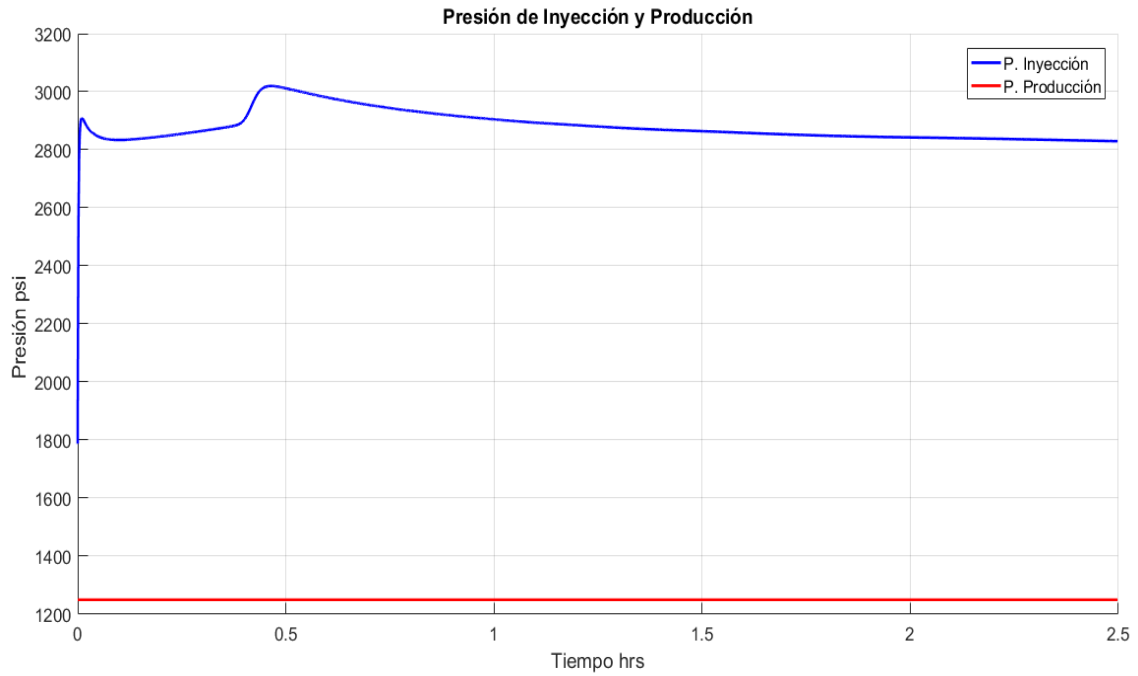


Figura 5.17: Presión de producción e inyección (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).

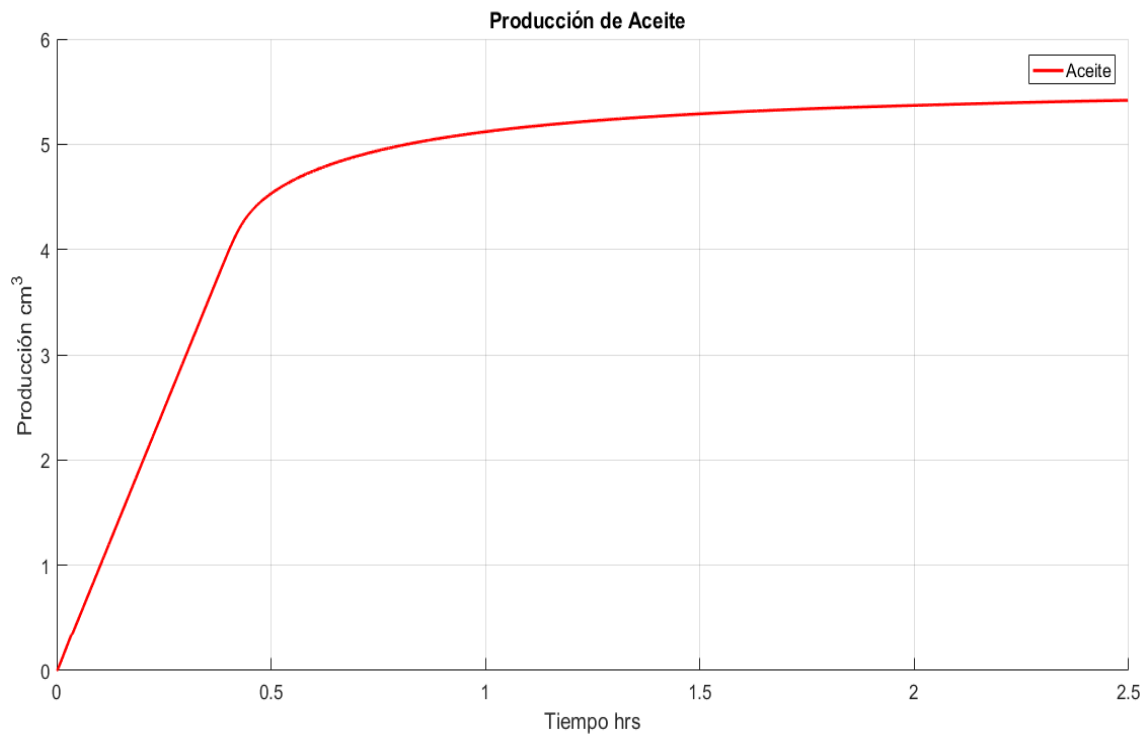


Figura 5.18: Producción de aceite (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).

De igual manera a lo presentado en la Simulación I, se graficaron los parámetros principales del método iterativo con el objetivo de observar el funcionamiento del modelo; en la **Figura 5.23** se muestra la comparación de la suma de los volúmenes inyectados por celda, considerando el volumen de agua producido y el volumen de inyección en cada incremento de tiempo (Δt); aunque es difícil apreciar cada valor en cada incremento de tiempo a causa de la cantidad de datos en la gráfica, resulta que para fines prácticos los valores son iguales; de acuerdo con los resultados el modelo se comporta correctamente.

En la **Figura 5.24** se muestran número de iteraciones realizadas por el método de Newton en cada incremento de tiempo; se puede observar a diferencia de la Simulación I, que una gran cantidad de veces el modelo realizó más de diez iteraciones, por lo cual la simulación tardó mayor tiempo en finalizar. En la **Figura 5.25** se muestra la cantidad de reducciones realizadas, en la mayoría de las veces se redujo solo una vez.

Como parte del análisis se muestra el total de iteraciones realizadas en la simulación considerando los incrementos de tiempo y las iteraciones para encontrar la convergencia en la solución (**Figura 5.26**); se llegó a un aproximado de 100,000 iteraciones en un tiempo de real simulación de 4,487.96 seg.

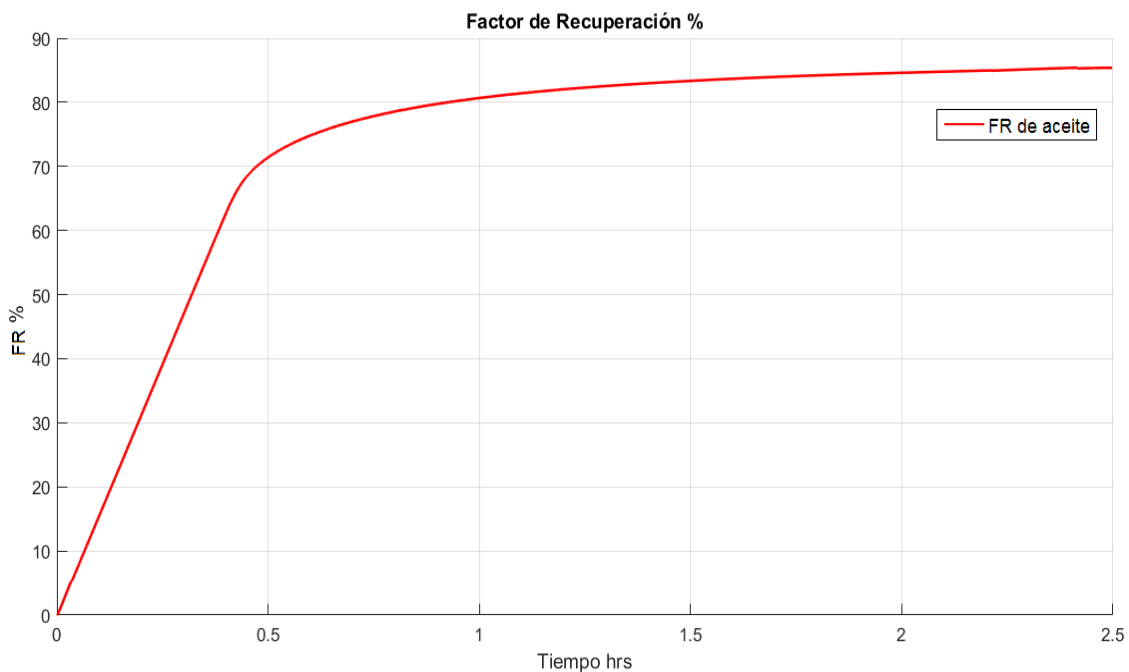


Figura 5.19: Factor de recuperación de aceite, FR % (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).

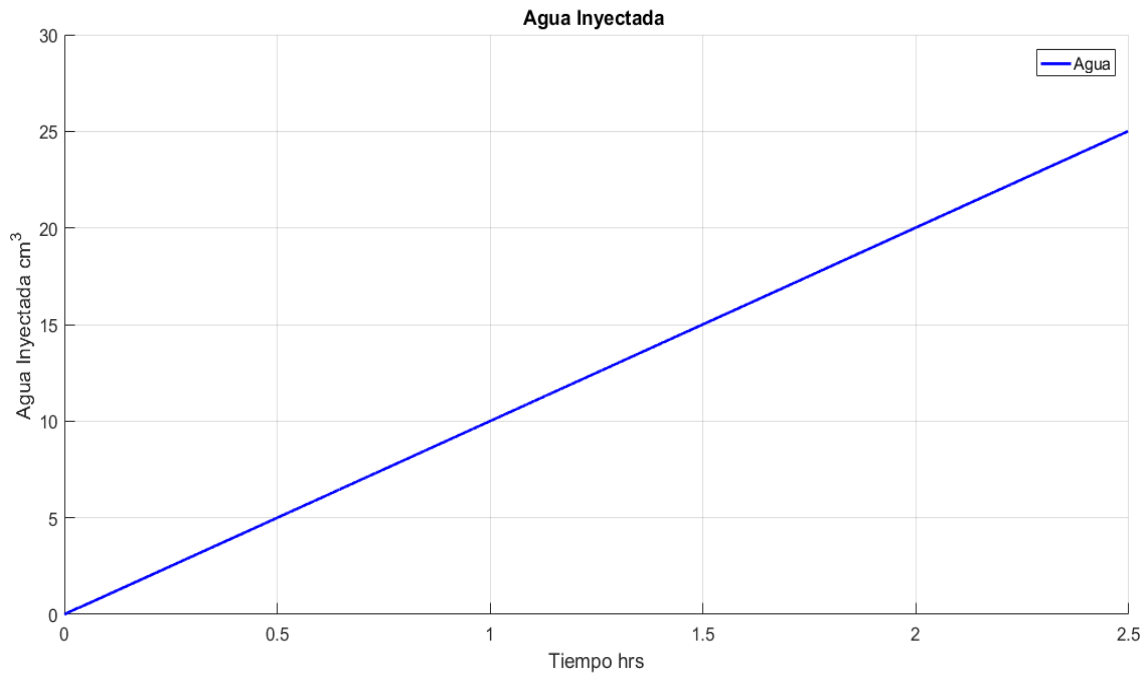


Figura 5.20: Agua inyectada (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).

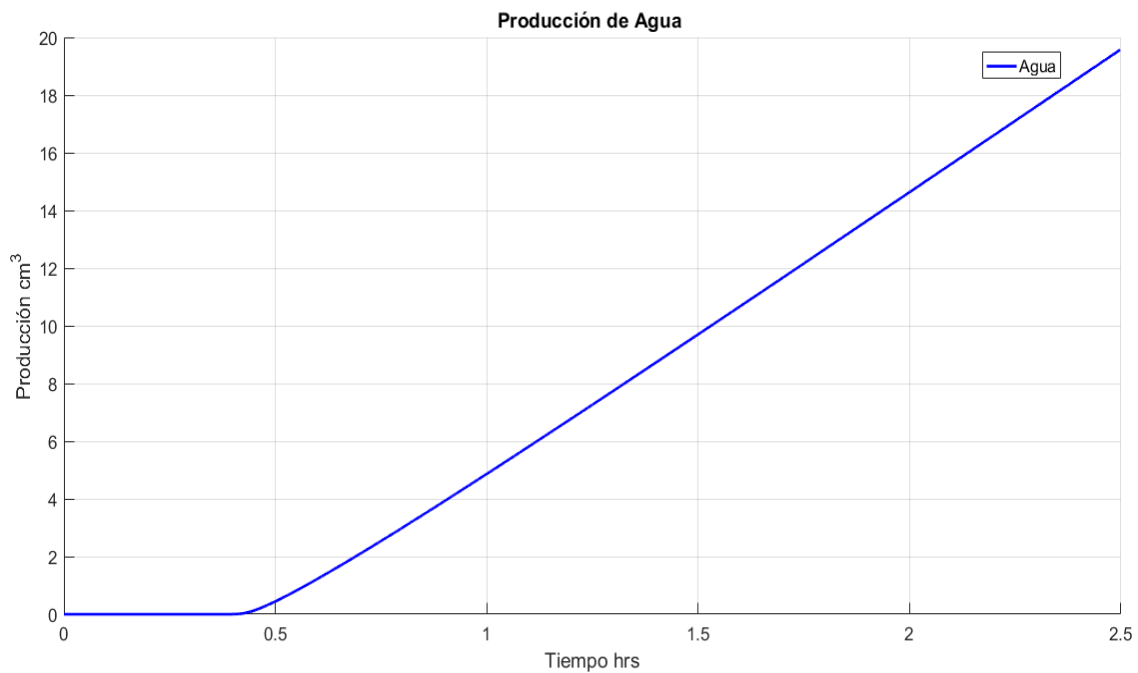


Figura 5.21: Producción de agua (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).

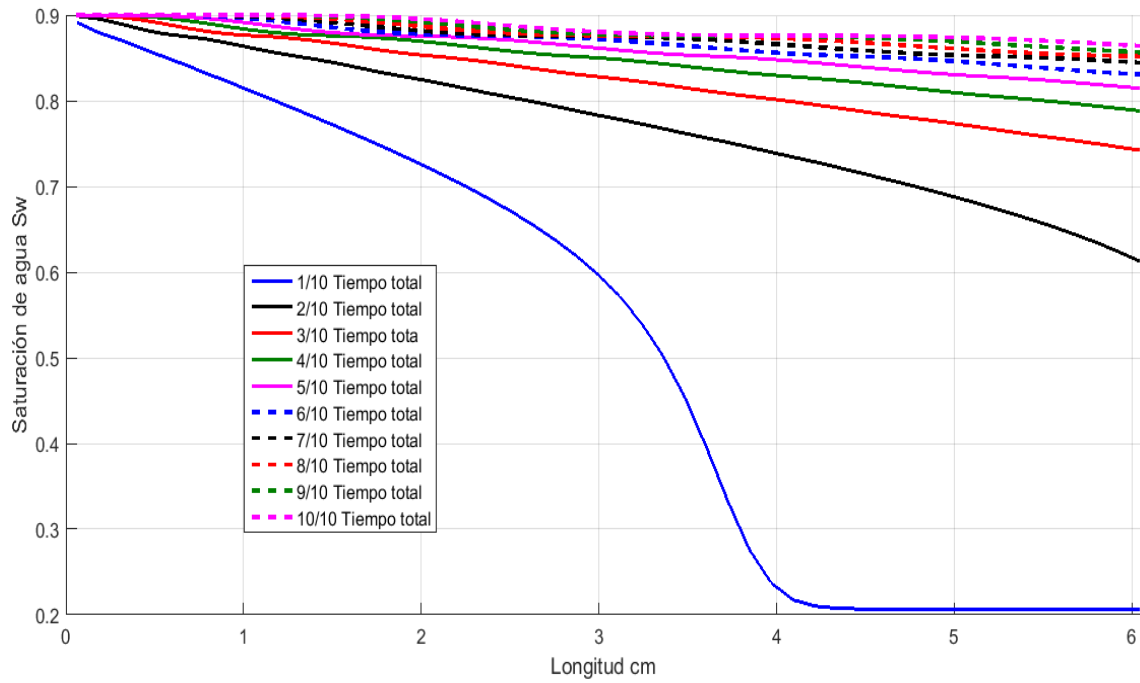


Figura 5.22: Perfil de saturación de agua (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).

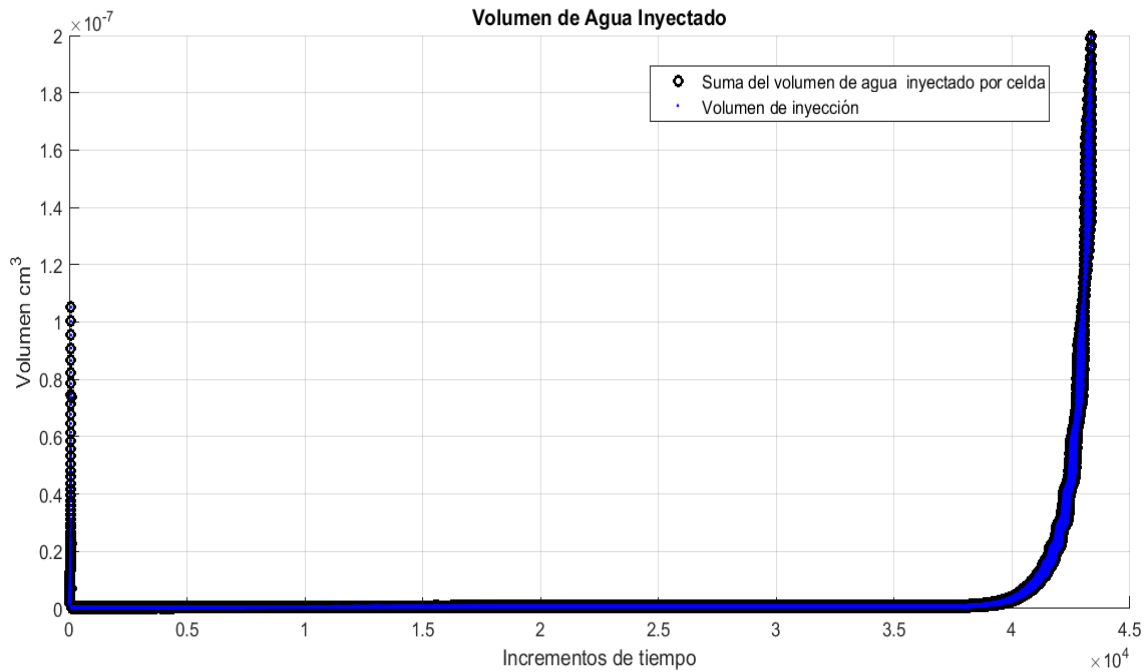


Figura 5.23: Volumen de agua por incremento de tiempo (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).

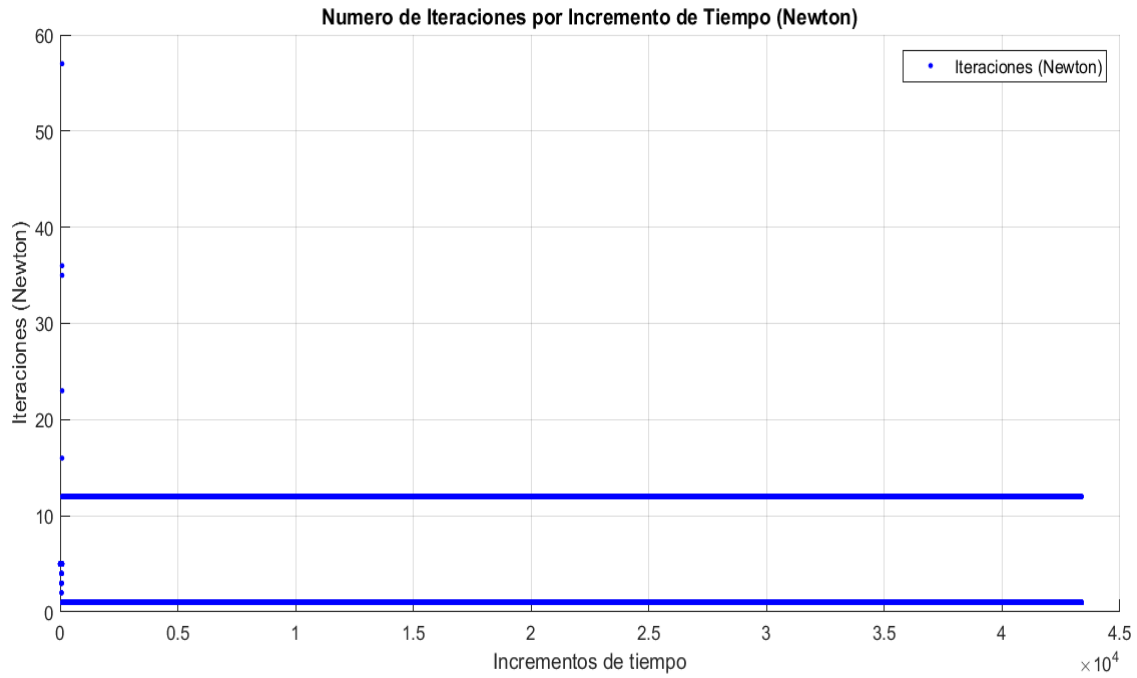


Figura 5.24: Número de iteraciones por incremento de tiempo (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).

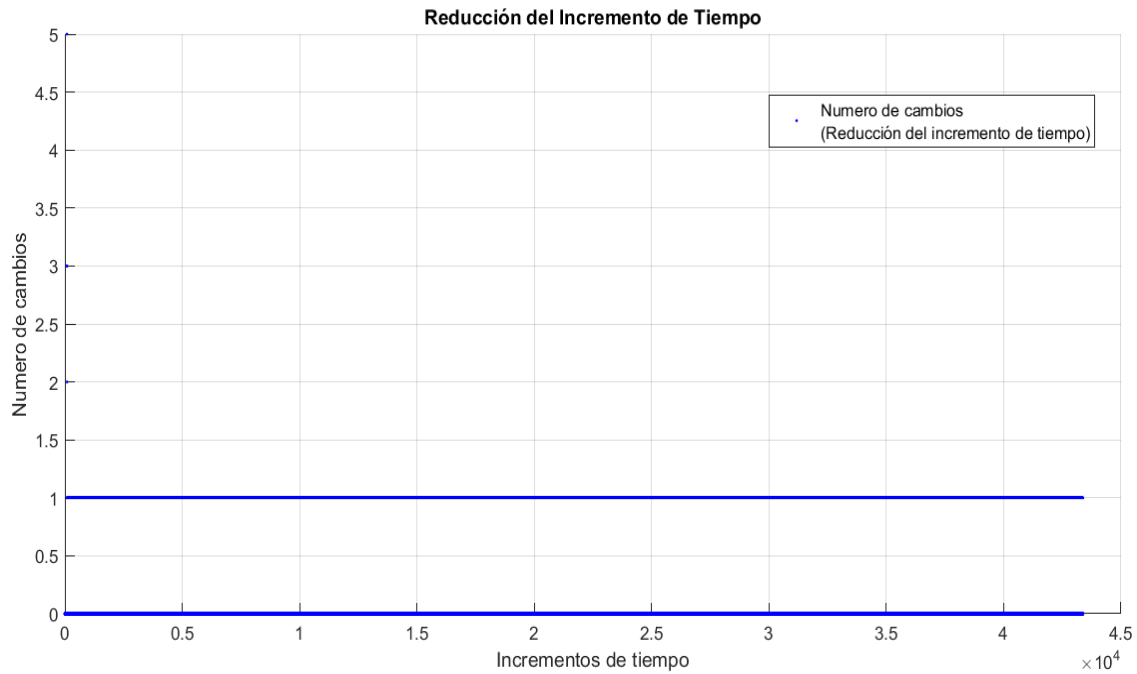


Figura 5.25: Número de cambios por incremento de tiempo (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).

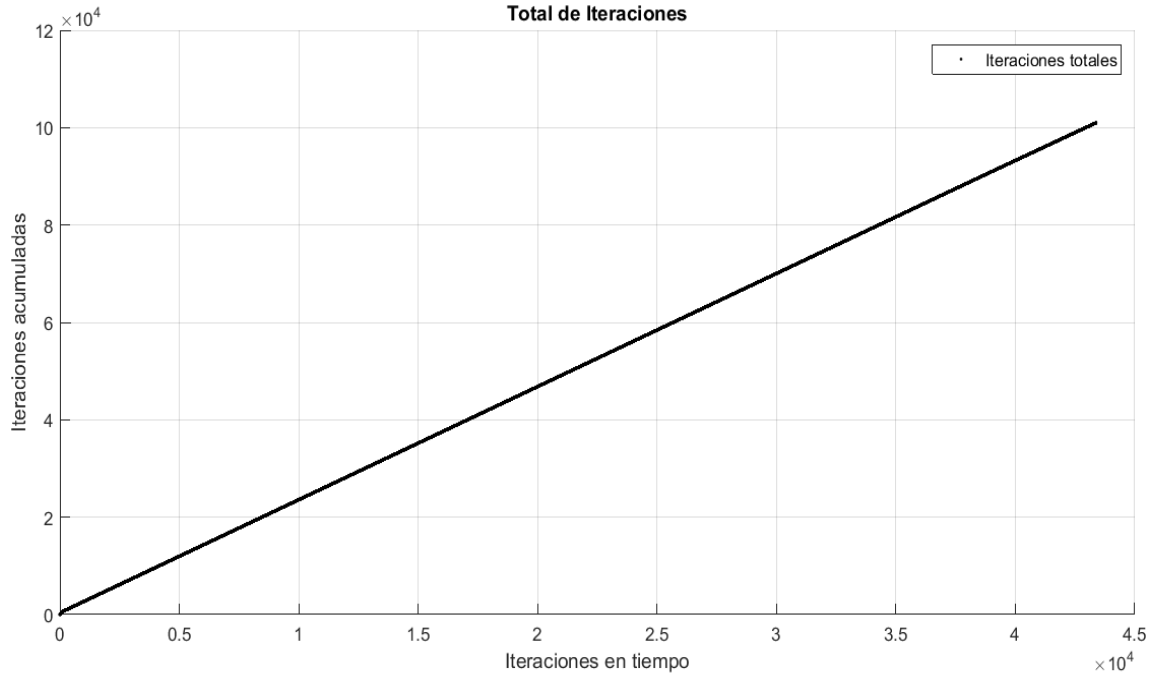


Figura 5.26: Iteraciones totales (Simulación II. Inyección de agua con tensoactivo @CF).

5.3. Simulación III: Inyección de agua con tensoactivo a condiciones originales (balance de masa entre celdas)

Como tercer prueba de simulación se realizó la inyección de agua con tensoactivo desde las condiciones originales (@CO) de la roca, sin alterar previamente las condiciones de mojabilidad; durante esta simulación se consideró la variación de la concentración por efectos advectivos a partir de un balance de masa en cada una de las celdas de simulación para cuantificar el cambio de tensión interfacial entre el agua y el aceite y relacionar dicha variación con el cambio de las curvas de permeabilidades relativas y modelar el cambio de la mojabilidad en el sistema y su efecto durante la inyección de tensoactivos; en la **Tabla 5.4** se muestran las características y condiciones iniciales del modelo de simulación.

Utilizando las curvas de permeabilidades relativas reportadas en los experimentos 1 y 2 (**Apéndice B**) y ajustando mediante correlación de Corey, se obtuvo un set de curvas de permeabilidades relativas que reflejan el cambio de las condiciones de flujo al pasar de un medio mojado por aceite a un medio mojado por agua (**Figura 5.27**); a partir de la variación de la concentración en el modelo, se realizó la interpolación lineal entre el set de curvas.

Tabla 5.4: Características del modelo de simulación (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

Datos	Valor
Volumen poroso (cm^3)	8.00
Longitud (cm)	6.11
Diámetro (cm)	3.81
Viscosidad del agua (μ_w)	0.29 (cp) @p=1250 (psi) y T=120 ($^{\circ}\text{C}$)
Viscosidad del aceite (μ_o)	1.45 (cp) @p=1250 (psi) y T=120 ($^{\circ}\text{C}$)
Saturación (S_{wi})	0.144
Permeabilidad (k)	0.1 (md)
Porosidad (ϕ)	0.115
Gasto de inyección (cm^3/h)	10
Presión de producción (psi)	1250
Concentración de inyección (%w)	0.1
Modelo	1D (balance de masa)
Malla	Cilíndrica
Número de celdas	50
Tiempo de simulación (hrs)	2.5

En la **Figura 5.28** se muestra el comportamiento del gasto de inyección; de acuerdo a las condiciones de los experimentos se simuló la inyección de $10\text{cm}^3/\text{hr}$ durante todo el tiempo de simulación.

Los gastos de producción del agua y aceite se muestran en la **Figura 5.29**; se observa un gasto constante de aceite durante los primeros minutos de inyección hasta presentarse la irrupción de agua (a un tiempo aproximado de 0.23 hrs); posteriormente el gasto de agua comienza a incrementarse y el gasto de aceite a disminuir, ambos en la misma proporción; a un tiempo aproximado de 0.27 hrs se presenta un nuevo periodo de estabilización, el cual es reflejo del cambio de las condiciones de mojabilidad en el sistema al mejorar la movilidad del aceite; posteriormente el gasto de aceite disminuye mientras el de agua se incrementa debido a las condiciones de saturación de la roca, a tiempos largos el gasto de agua tiende a igualarse al gasto de inyección.

El comportamiento de las presiones de producción e inyección se muestra en la **Figura 5.30**; para tiempos cercanos al nuevo periodo de aporte (0.27 hrs) se observan variaciones atribuibles a las condiciones del cambio de permeabilidad relativa provocando un cambio en las condiciones de convergencia del modelo de simulación; posteriormente la presión se estabiliza como resultado de que las condiciones de producción ya no cambian alcanzando un estado estacionario.

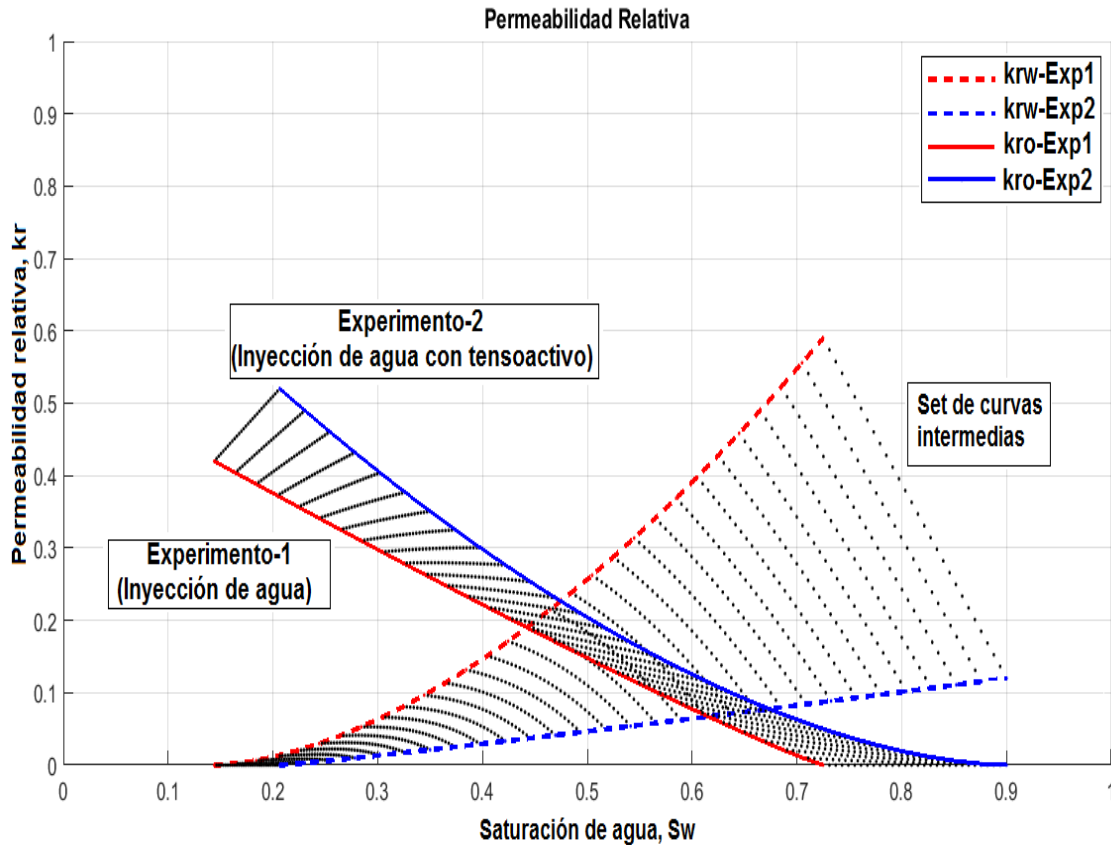


Figura 5.27: Curvas de permeabilidades relativas utilizadas para la simulación (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

En la **Figura 5.31** se muestra la producción de aceite; se alcanzó un máximo recuperado de 5.8 cm^3 , se observa una ligera variación en la pendiente de la curva al presentarse la irrupción de agua; posteriormente se mantiene constante el aumento de la producción al entrar en un periodo de aporte de aceite a causa de la inyección de tensoactivo; de acuerdo a las condiciones de saturación de aceite se alcanzó un factor de recuperación 86 % (**Figura 5.32**). Cabe señalar que el factor de recuperación fue calculado con base a las condiciones de saturación originales (0.144 de saturación de agua), con lo cual el volumen de aceite recuperable es de 6.848 cm^3 .

En la **Figura 5.33** se muestra el volumen de agua inyectada, llegando a un máximo de 25 cm^3 correspondientes con el gasto de $10 \text{ cm}^3/\text{hr}$ durante 2.5 hrs, en cuanto a la producción de agua (**Figura 5.34**) se obtuvo un volumen de 19 cm^3 con variaciones provocadas por el cambio de las condiciones de flujo.

Como resultado del balance de masa entre celdas, se obtuvo el perfil de concentración de tensoactivo; en la **Figura 5.35** se puede observar el comportamiento típico del gradiente de concentración por efectos advectivos mostrando que en las zonas cercanas al frente de inyección se mantienen concentraciones bajas, mientras que las zonas cercanas al punto de inyección alcanzan la concentración de inyección rápidamente (0.1 \%w); es necesario

señalar que en el modelo no existen fenómenos difusivos ni pérdida de concentración por adsorción, por lo cual, la forma de las curvas es igual hasta alcanzar la frontera de producción lo cual concuerda con el modelo propuesto, de igual forma se presenta el perfil de saturación de agua (**Figura 5.36**) mostrándose el avance paulatino del frente de desplazamiento; se observan algunas variaciones en la forma de las curvas atribuibles a la modificación de las condiciones de flujo causadas por el tensoactivo. En el **Apéndice C (Figuras C.9-C.12)** se muestra la distribución de saturación, presión y concentración para diferentes tiempos en cada nodo.



Figura 5.28: Gasto de inyección de agua (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

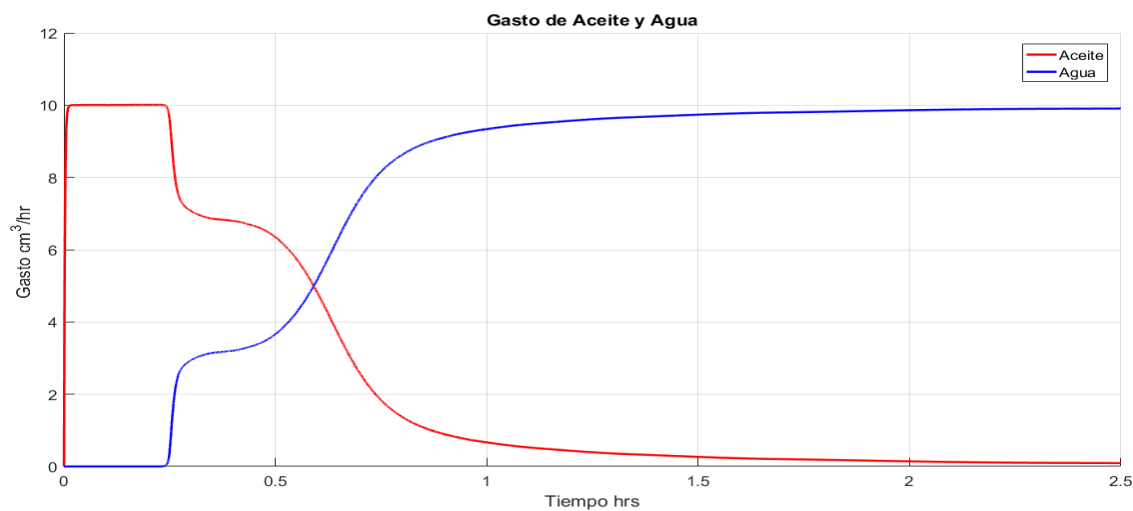


Figura 5.29: Gasto de producción de agua y aceite (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

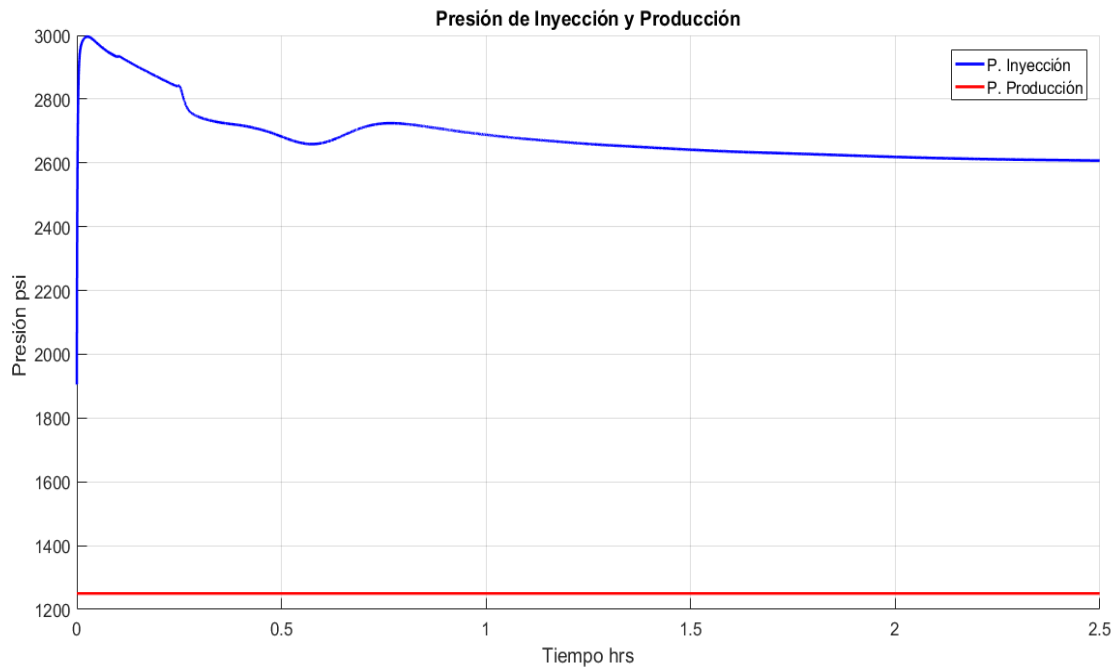


Figura 5.30: Presión de producción e inyección (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

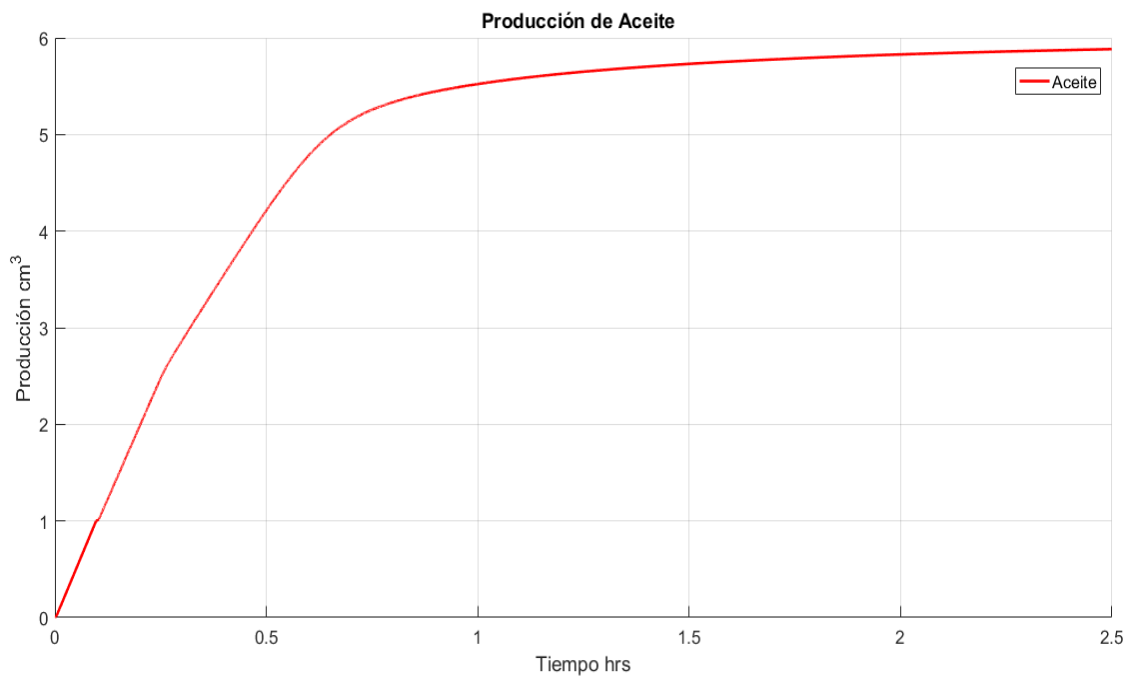


Figura 5.31: Producción de aceite (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

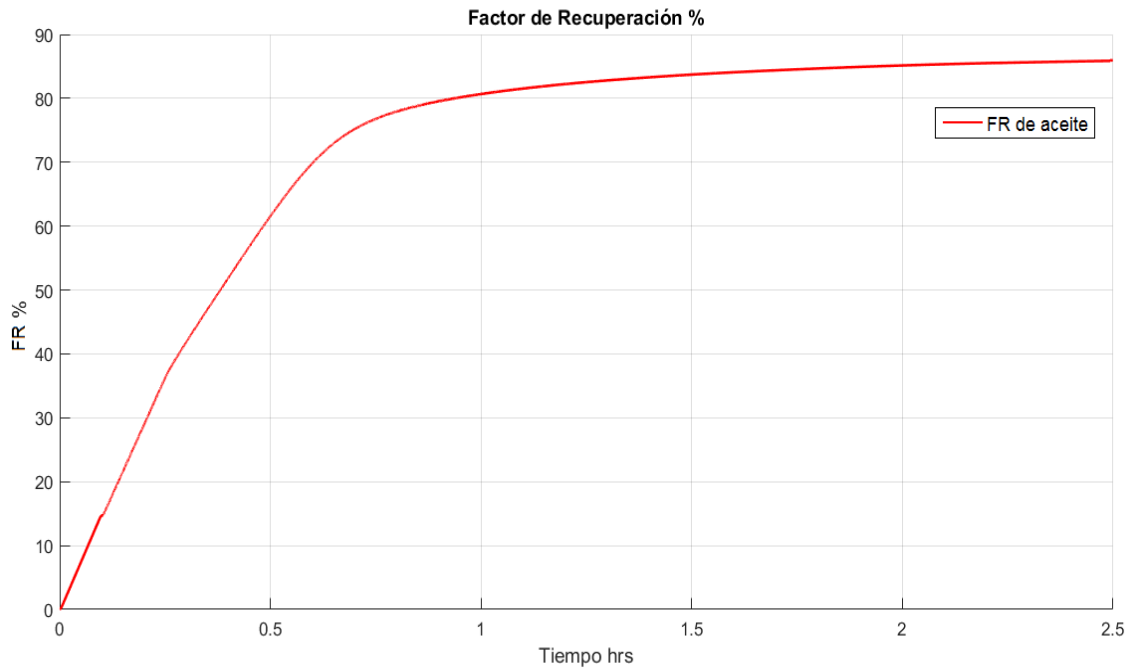


Figura 5.32: Factor de recuperación, FR % (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

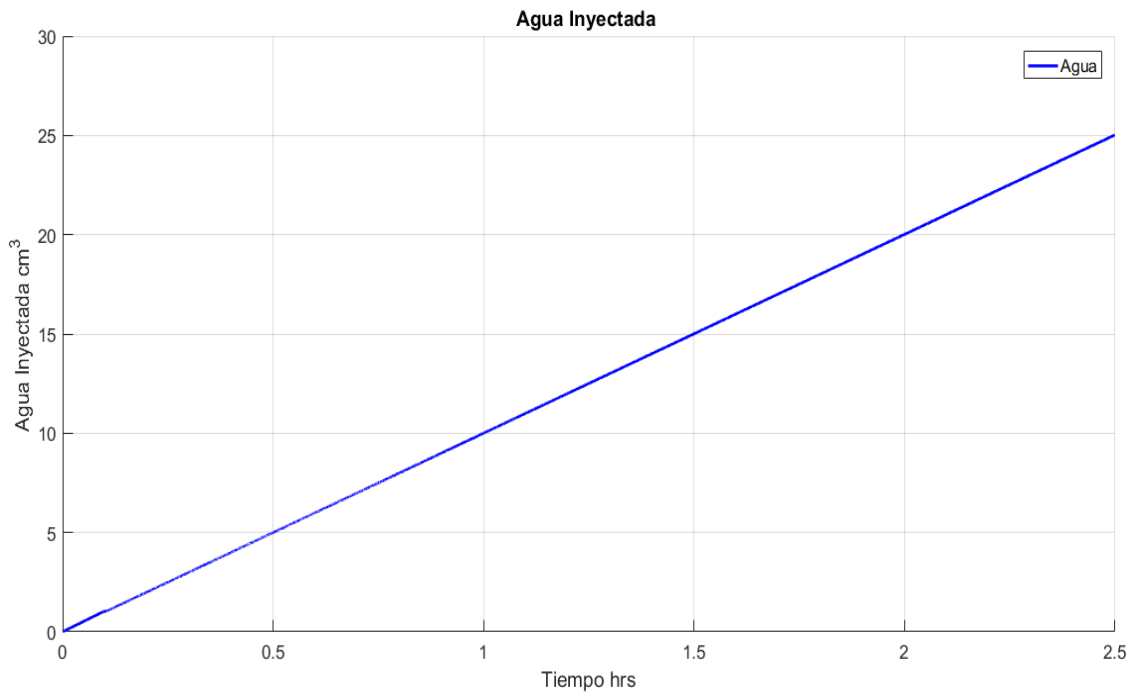


Figura 5.33: Agua inyectada (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

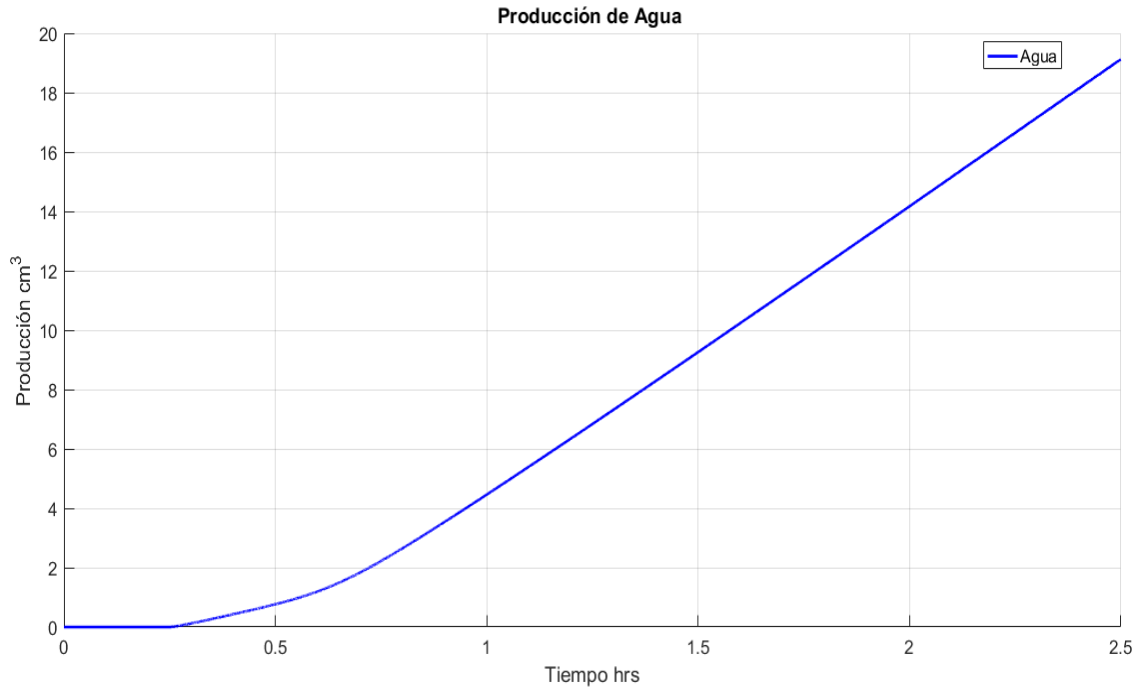


Figura 5.34: Producción de agua (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

Como parte del funcionamiento del modelo se analizaron los volúmenes de entrada y salida de cada una de las celdas de simulación, la **Figura 5.37** muestra la comparación de la suma de los volúmenes de agua inyectados por celda considerando el agua producida y el volumen de agua inyectada por incremento de tiempo (Δt), se puede observar que no existe gran diferencia entre ambos valores con lo cual el modelo se encuentra trabajando adecuadamente al comprobar que el volumen que entra en las celdas de simulación corresponde con el volumen inyectado.

En la **Figura 5.38** se muestra el número de iteraciones que se realizaron para alcanzar la convergencia en cada incremento de tiempo (Δt). En la **Figura 5.39** se muestra la cantidad de veces que se redujo el incremento de tiempo, manteniendo en la mayoría de la veces solo un cambio.

Como parte del comportamiento iterativo de la simulación, se muestra el total de iteraciones llegando a un aproximado de 59,000 iteraciones (**Figura 5.40**) en un tiempo de 4,156.68 seg; se pudo observar que el balance de masa entre celdas no afecta los tiempos de simulación en gran medida al obtener valores similares entre la Simulación II y III.

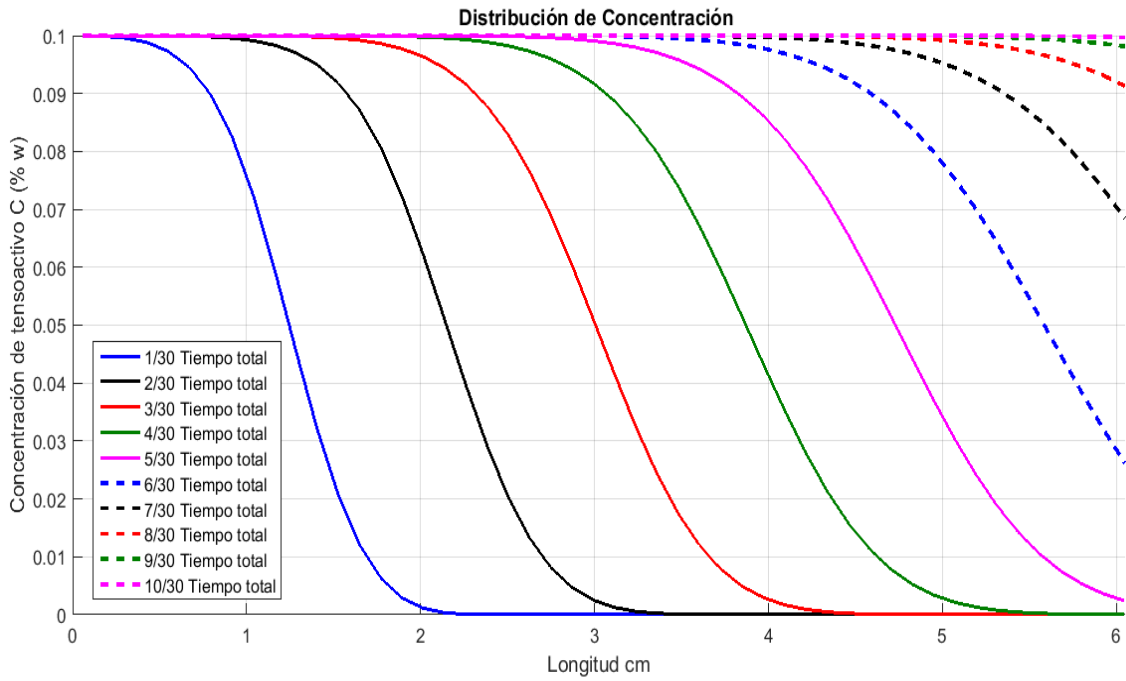


Figura 5.35: Perfil de concentración de tensoactivo (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

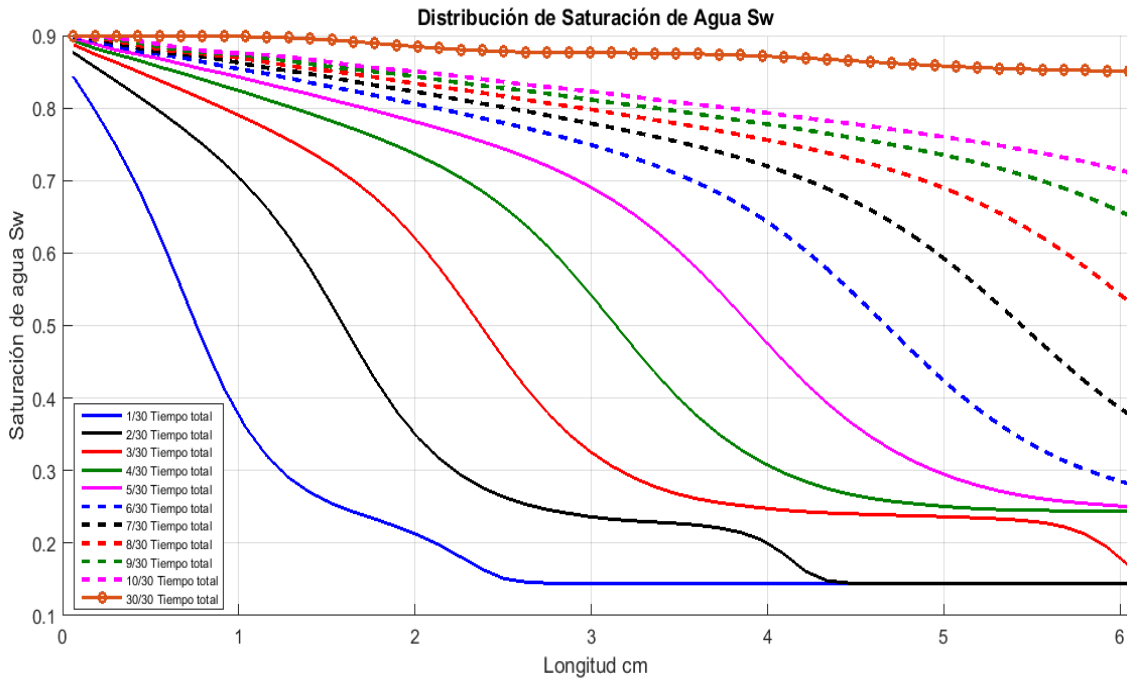


Figura 5.36: Perfil de saturación de agua (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

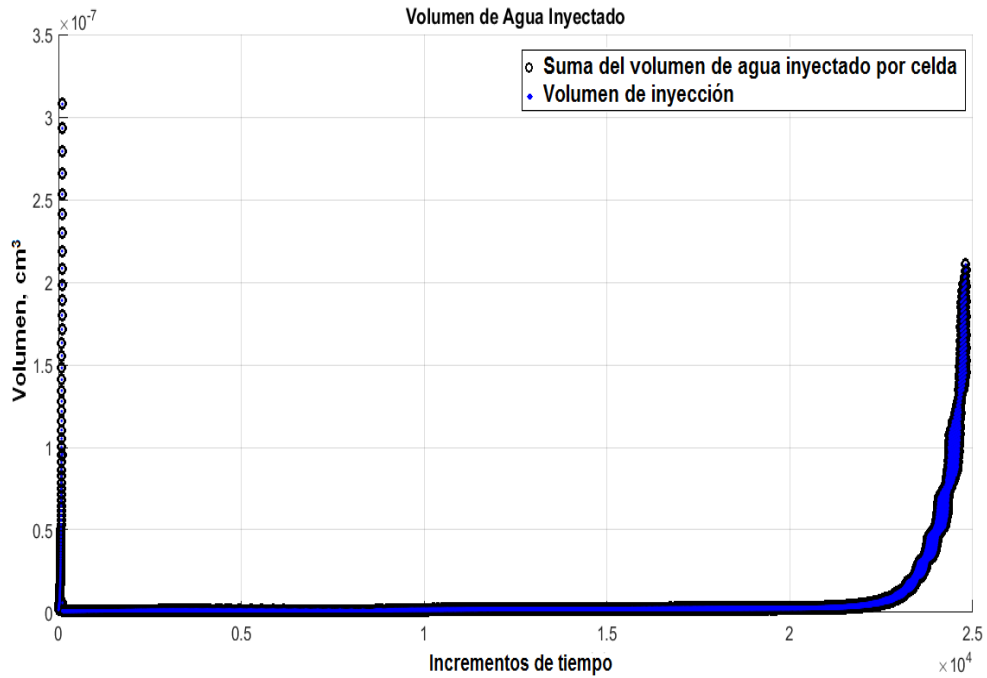


Figura 5.37: Volumen de agua inyectado (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

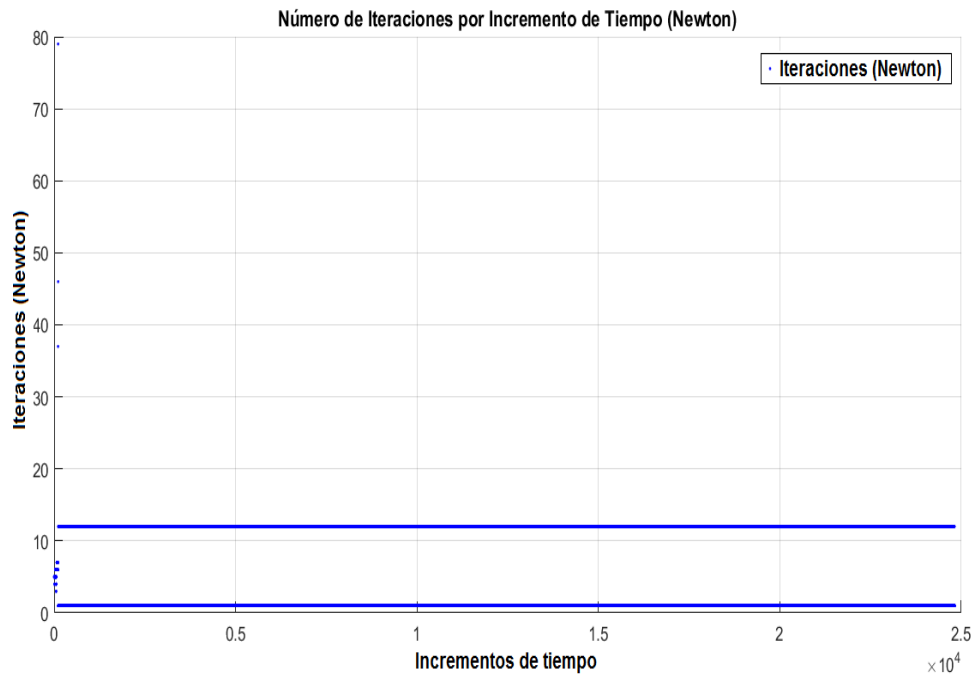


Figura 5.38: Número de iteraciones por incremento de tiempo (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

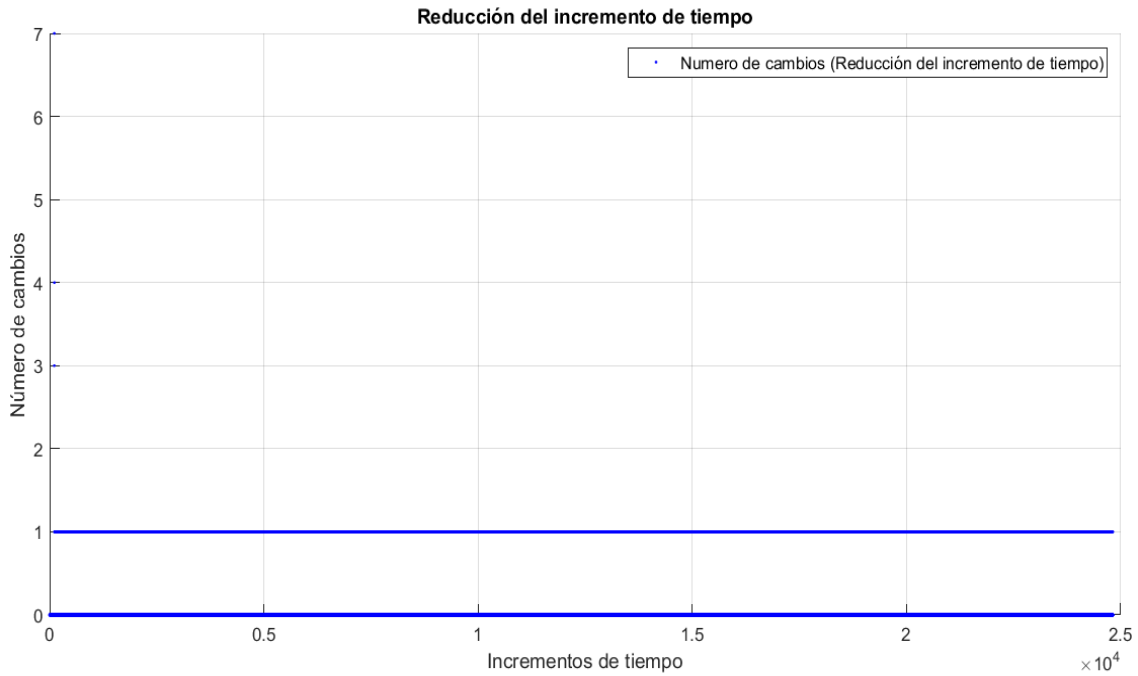


Figura 5.39: Número de cambios por incremento de tiempo (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

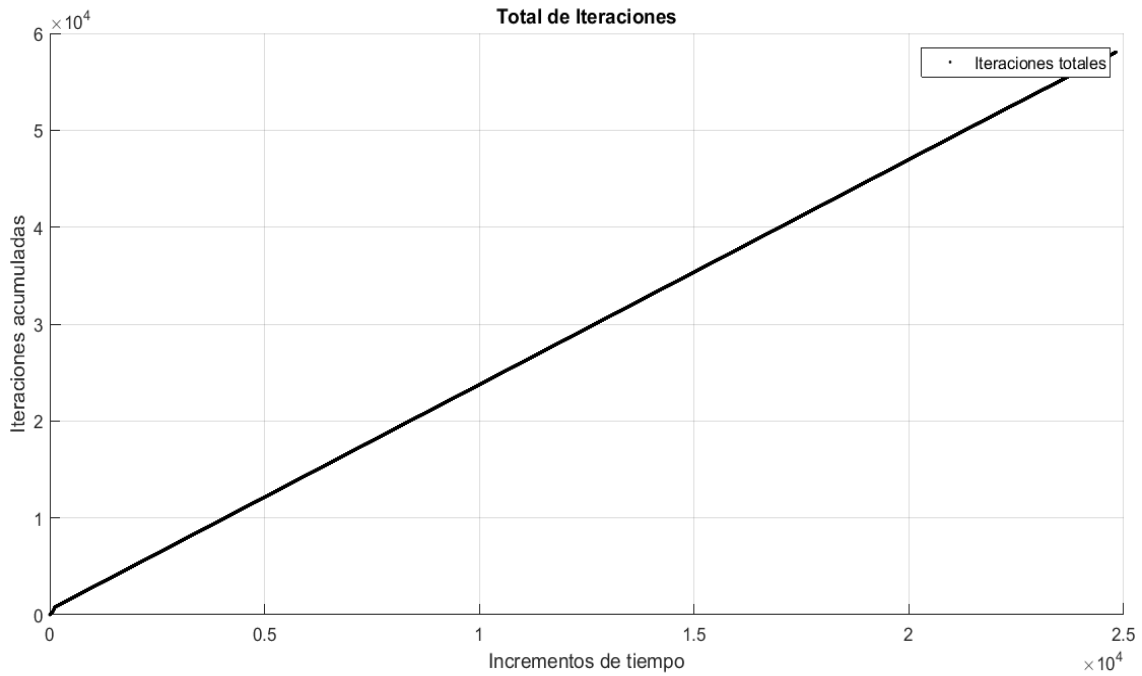


Figura 5.40: Iteraciones totales (Simulación III. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

5.4. Simulación IV: Inyección de agua con tensoactivo a condiciones originales (balance de masa entre celdas considerando el número capilar (N_C))

Para la Simulación IV fue necesario considerar los valores de tensión interfacial al variar la concentración, los cuales se obtienen en laboratorio y son propios del tensoactivo utilizado durante el desplazamiento de aceite con agua. En la **Figura 5.41** se muestra la curva de tensión interfacial contra concentración obtenida en laboratorio; de acuerdo con el modelo de permeabilidad relativa propuesto por **Delshad (1987)** se requieren valores de saturación residual de aceite al variar el número capilar; en este trabajo se propone una curva de desaturación de aceite (**Figura 5.42**) considerando el rango de valores del número capilar arrojado por el simulador y el rango de saturación de aceite residual (S_{or}) entre las curvas de permeabilidades relativas de los Experimentos 1 y 2 (**Figura 5.2**); para la simulación se utilizaron los mismos datos de la Simulación III (**Tabla 5.4**).

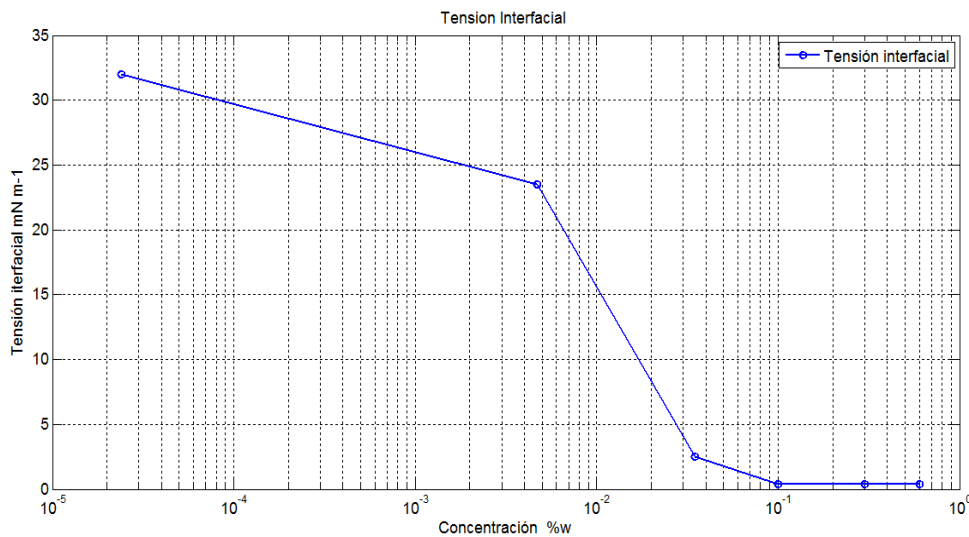


Figura 5.41: Curva de tensión interfacial (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

En la **Figura 5.43** se observa el gasto de inyección de agua; de acuerdo con laboratorio se mantuvo un gasto constante de 10 cm^3 durante toda la simulación, los gastos de producción de agua y aceite se muestran en la **Figura 5.44**; al inicio de la simulación el gasto de aceite es igual al gasto de inyección de agua lo cual concuerda con la idea de que el volumen de agua que entra en el sistema es igual al volumen desplazado de aceite, la irrupción de agua se presenta aproximadamente a las 0.2 hrs; posteriormente se presenta un cambio de tendencia de las curvas causado por la modificación de las curvas de permeabilidades relativas al variar el número capilar.

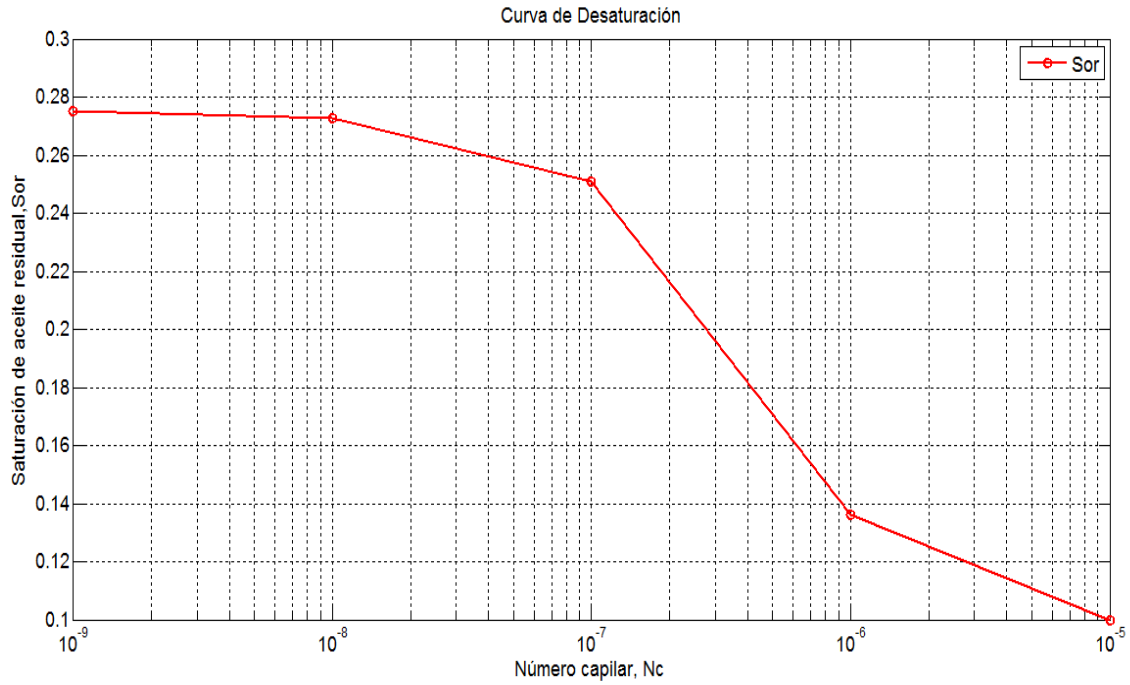


Figura 5.42: Curva de desaturación (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

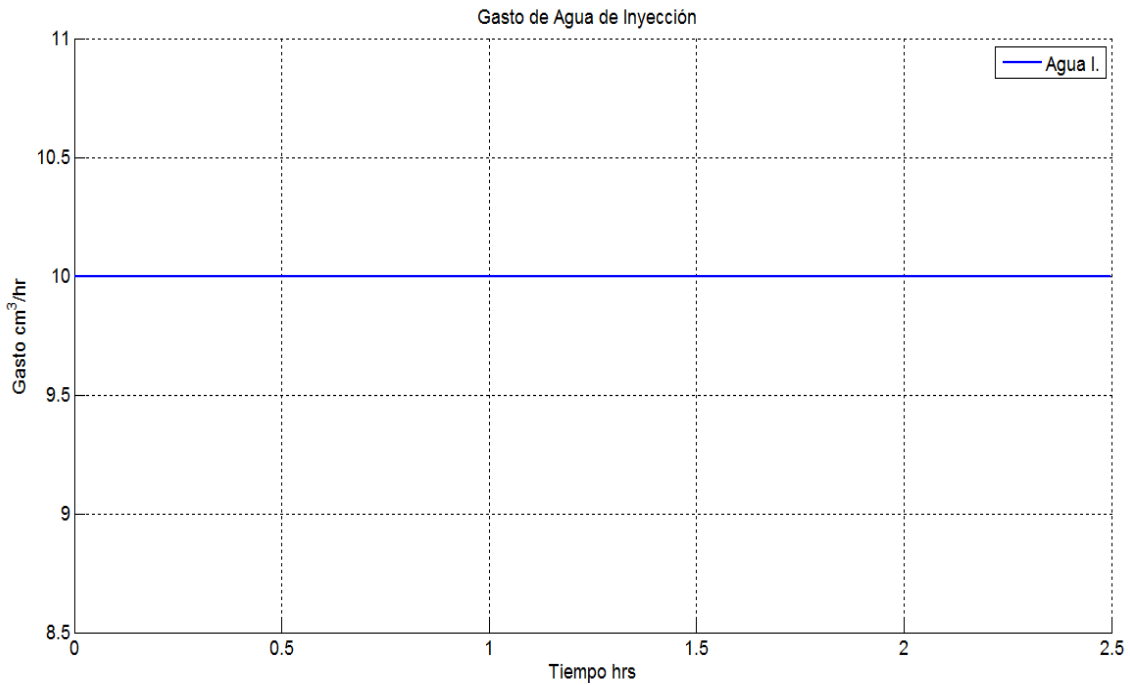


Figura 5.43: Gasto de inyección de agua (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

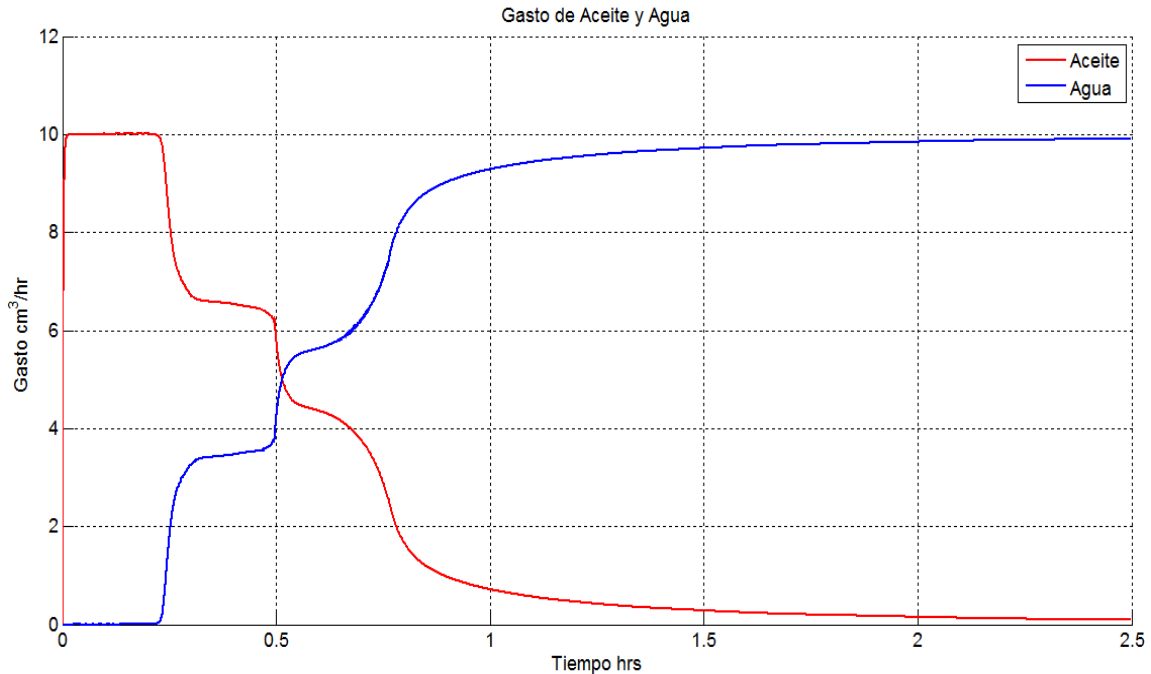


Figura 5.44: Gasto de producción de agua y aceite (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

La **Figura 5.45** muestra la presión de producción e inyección; se mantuvo una presión de producción de 1,250 psi durante toda la simulación, concordando con las condiciones de los experimentos, la presión de inyección muestra diversas variaciones causadas por el cambio de las condiciones de flujo al cambiar la permeabilidad relativa de las fases; sin embargo, a tiempos largos la presión comienza a alcanzar un estado estacionario.

La producción de aceite se observa en la **Figura 5.46**; se alcanzó una producción aproximada de 5.8 cm^3 . Se observan ligeras variaciones en el cambio de la pendiente de la curva causadas por el cambio de las condiciones de flujo al cambiar la permeabilidad relativa; de acuerdo a las condiciones de saturación de aceite inicial se alcanzó un factor de recuperación 86 % (**Figura 5.47**). Al igual que en la Simulación III el factor de recuperación fue calculado a las condiciones de saturación originales (0.144 de saturación de agua) con lo cual el volumen de aceite recuperable es de 6.848 cm^3 .

En la **Figura 5.48** se muestra el volumen de agua inyectada, llegando a un máximo de 25 cm^3 correspondientes con el gasto de $10 \text{ cm}^3/\text{hr}$ durante 2.5 hrs; en cuanto a la producción de agua (**Figura 5.49**) se obtuvo un volumen de 19 cm^3 con variaciones en la pendiente de la curva provocadas por el cambio de las condiciones de flujo. En las **Figuras 5.50 y 5.51** se puede observar el perfil de concentración y saturación de agua a diferentes tiempos de la simulación; se observa un aumento de la concentración conforme la saturación de agua se incrementa.

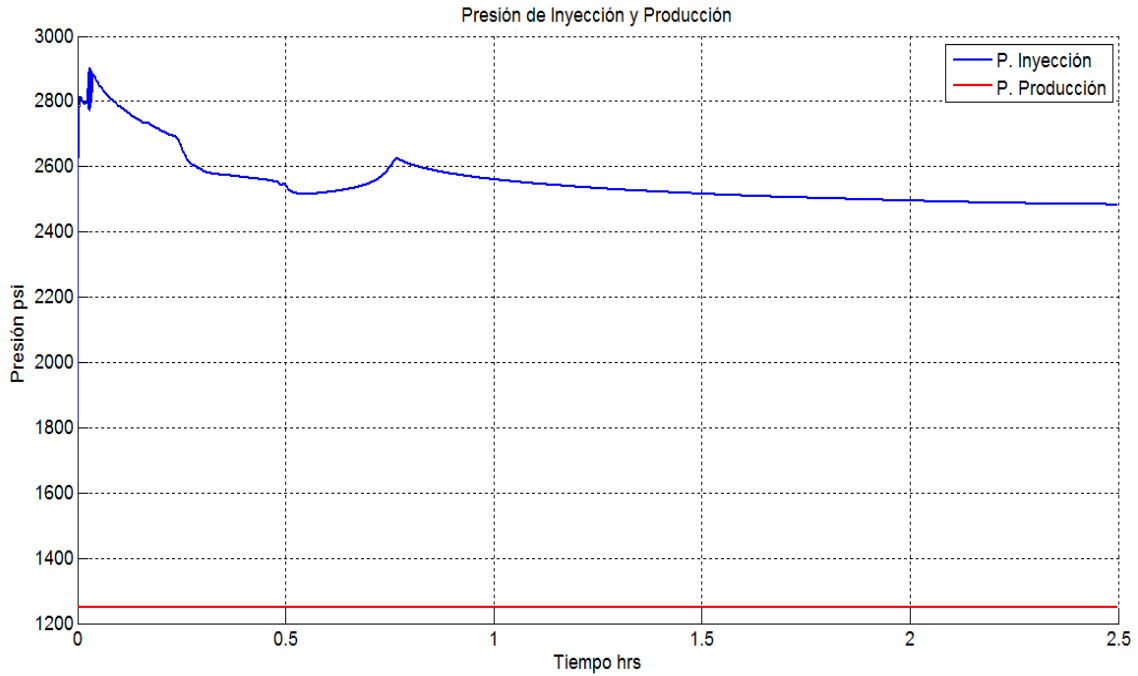


Figura 5.45: Presión de producción e inyección (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

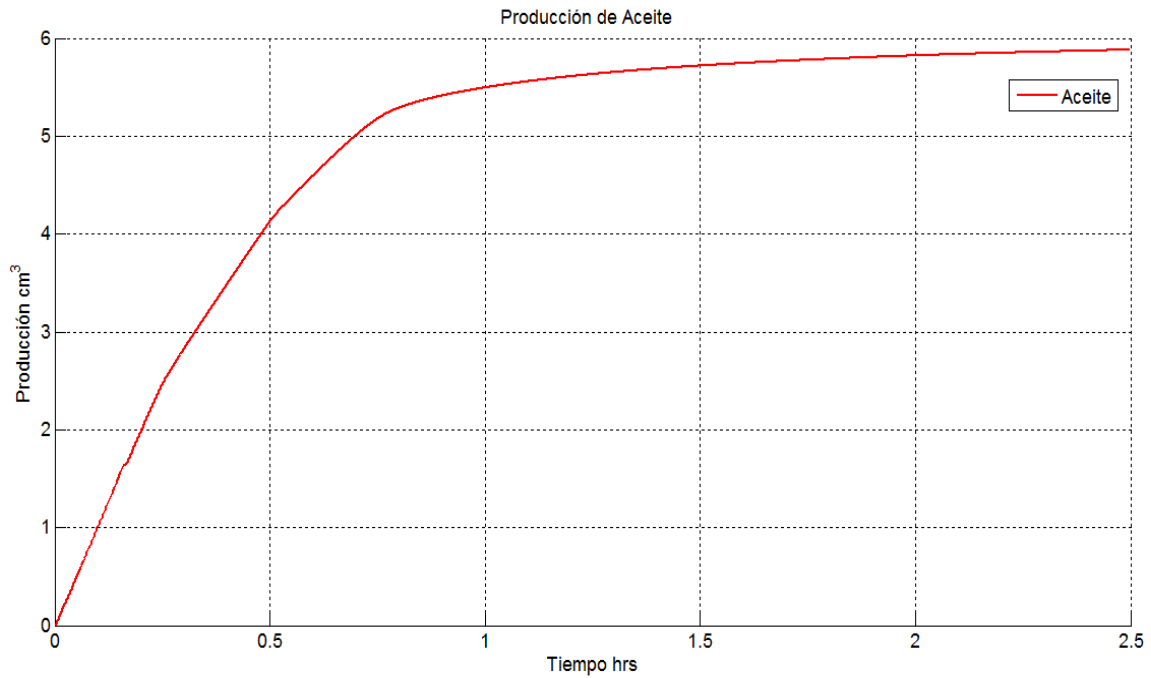


Figura 5.46: Producción de aceite (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

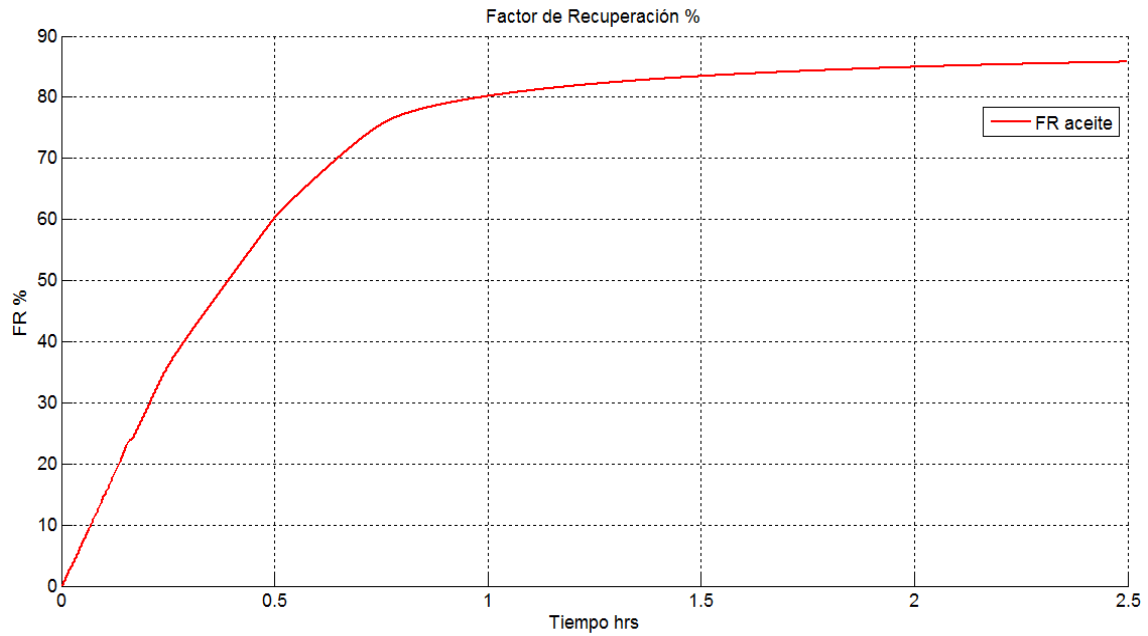


Figura 5.47: Factor de recuperación, FR % (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

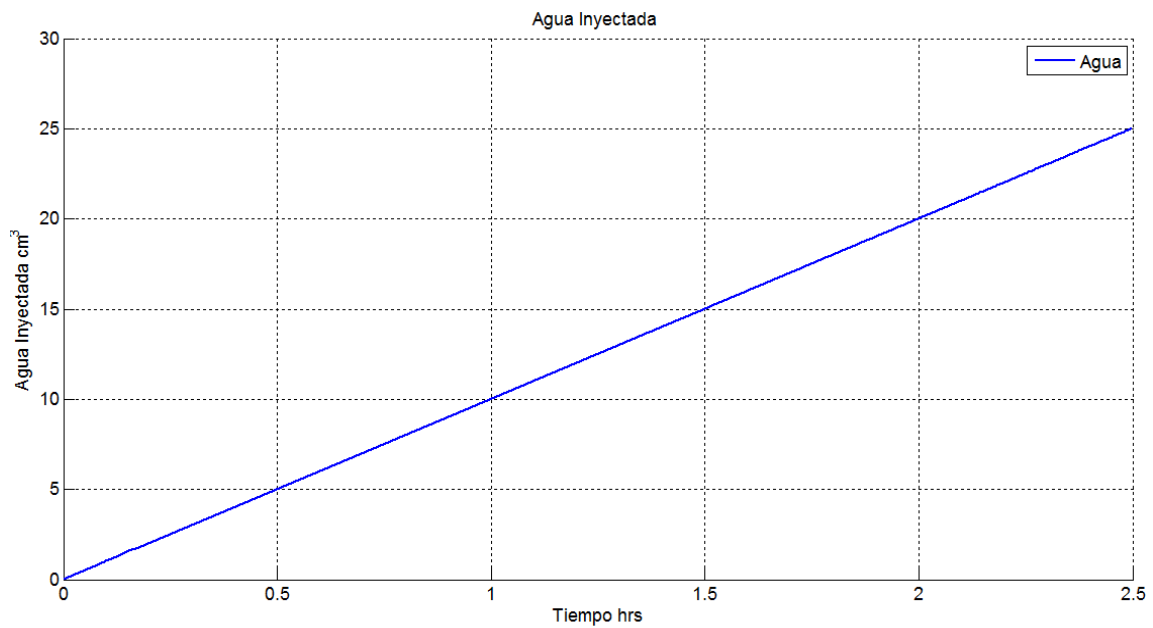


Figura 5.48: Agua inyectada (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

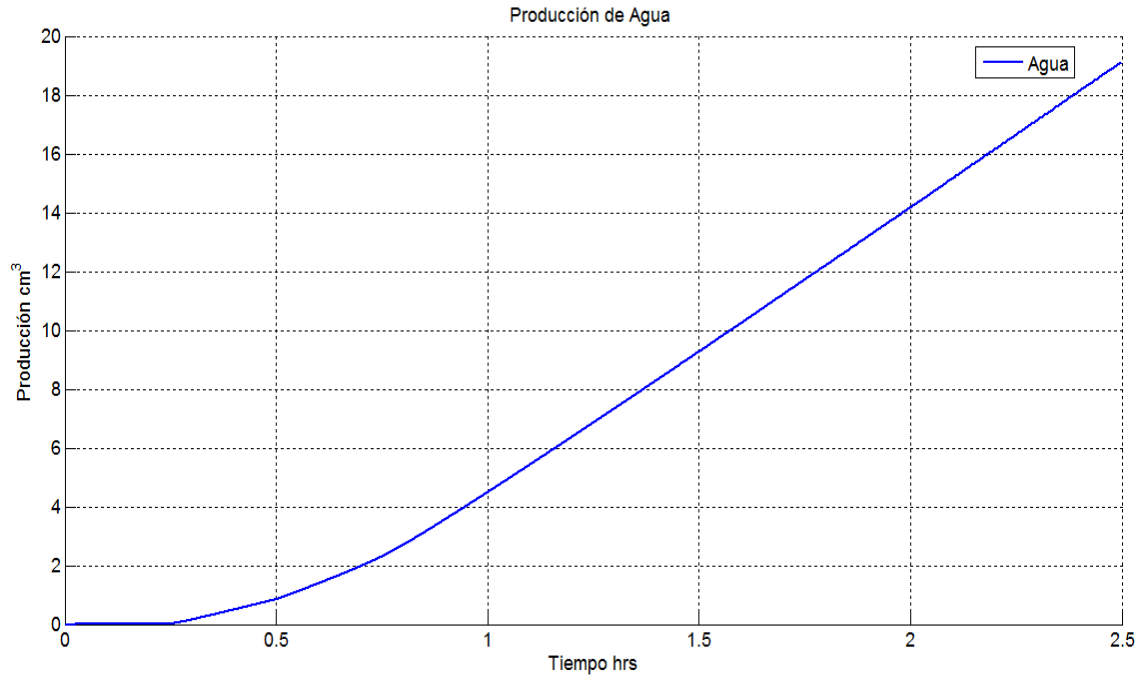


Figura 5.49: Producción de agua (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

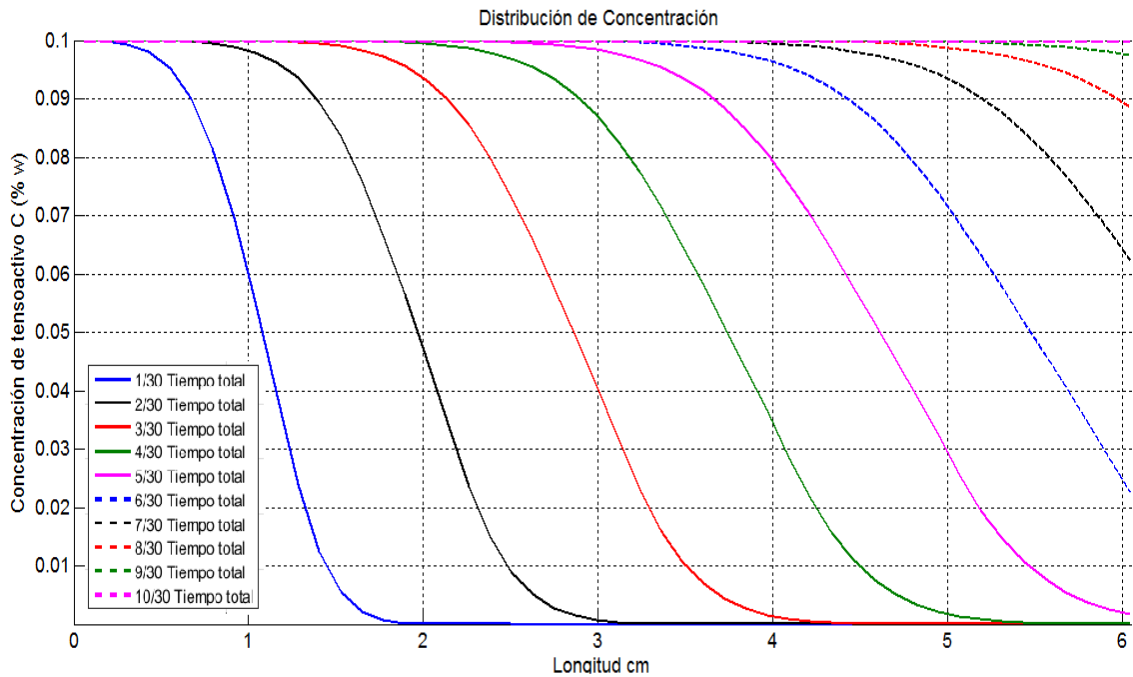


Figura 5.50: Perfil de concentración de tensoactivo (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

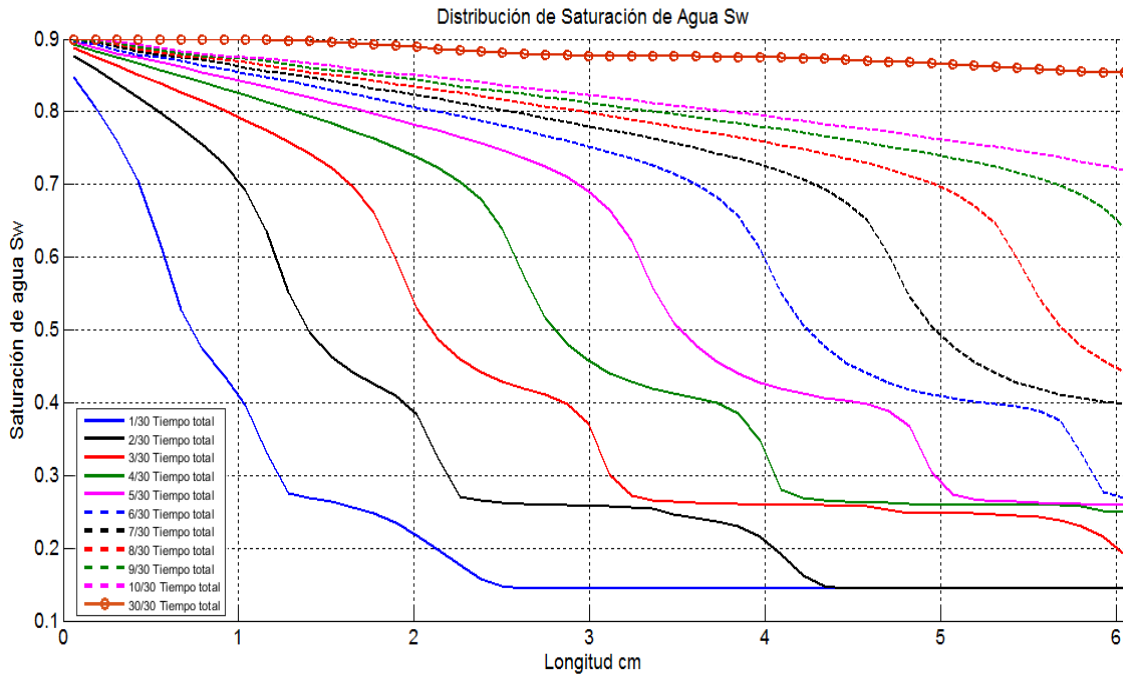


Figura 5.51: Perfil de saturación de agua (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

Al igual que en las otras simulaciones se analizó el comportamiento iterativo del modelo de simulación. En la **Figura 5.52** se muestra la comparación de los volúmenes de agua inyectados por celda y el agua inyectada por incremento de tiempo; se puede observar que no existe gran diferencia entre los valores obtenidos, por lo cual el modelo se comportó de manera adecuada. Por otra parte se contabilizó el número de iteraciones realizadas por incremento de tiempo (**Figura 5.53**), en la **Figura 5.54** se puede observar la cantidad de reducciones realizadas en cada incremento de tiempo, a diferencia de las otras simulaciones, ésta presentó un mayor número de iteraciones (**Figura 5.55**) al no encontrar la convergencia rápidamente principalmente a causa de la variación de las curvas de permeabilidades relativas.

Como parte del análisis de la simulación se observó el comportamiento de las curvas de permeabilidades relativas al variar la concentración. En las **Figuras 5.56, 5.57 y 5.58** se muestran las curvas de permeabilidades relativas del agua y el aceite a diferentes tiempos, tomando como punto de referencia la mitad del sistema de tapones (3.055 cm). En la parte derecha de las figuras se muestra el perfil de concentración en cada tiempo; de manera general se muestra el desplazamiento paulatino de las curvas de permeabilidades relativas al variar el número capilar por causa del cambio de concentración de tensoactivo.

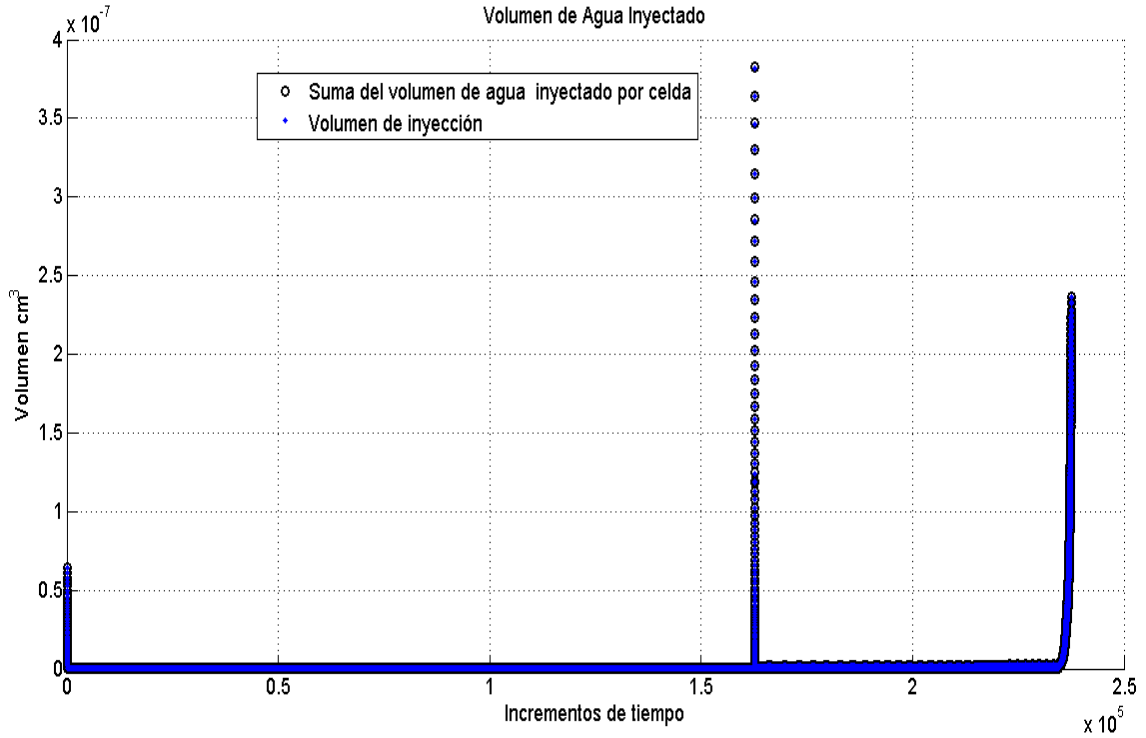


Figura 5.52: Volumen de agua inyectado (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

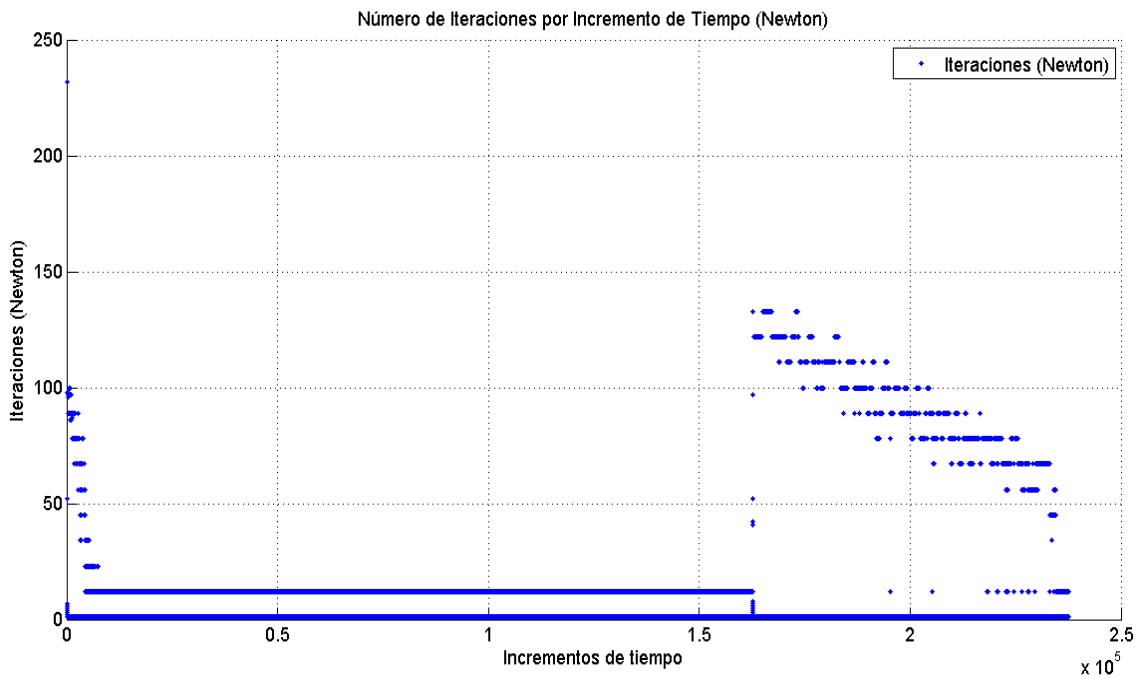


Figura 5.53: Número de iteraciones por incremento de tiempo (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

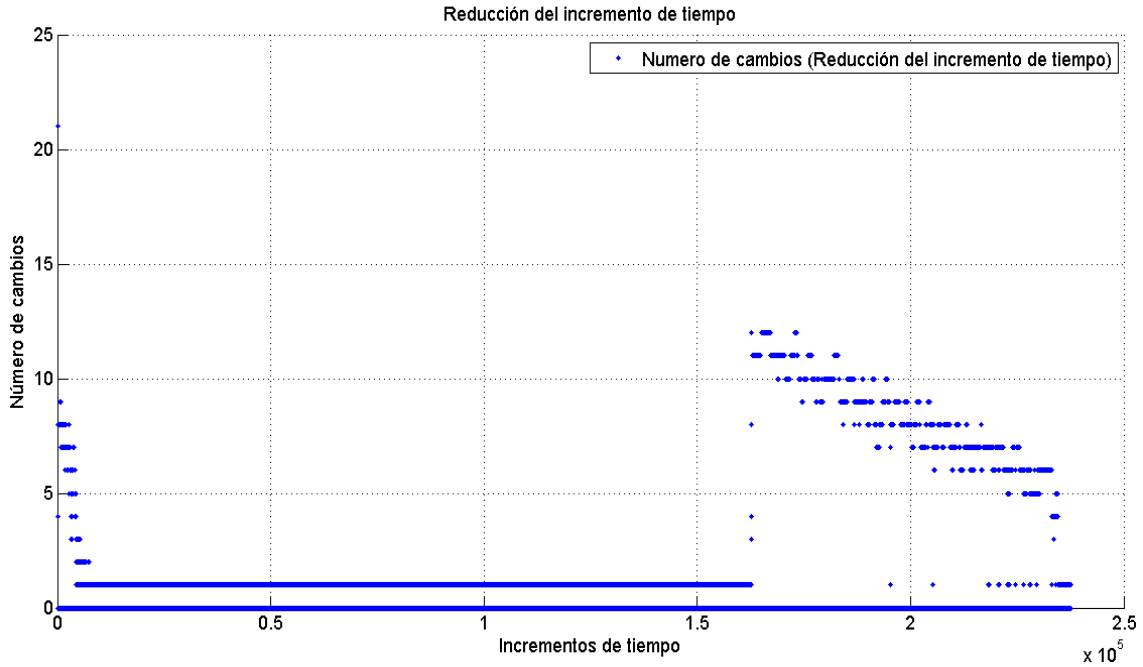


Figura 5.54: Número de cambios por incremento de tiempo (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

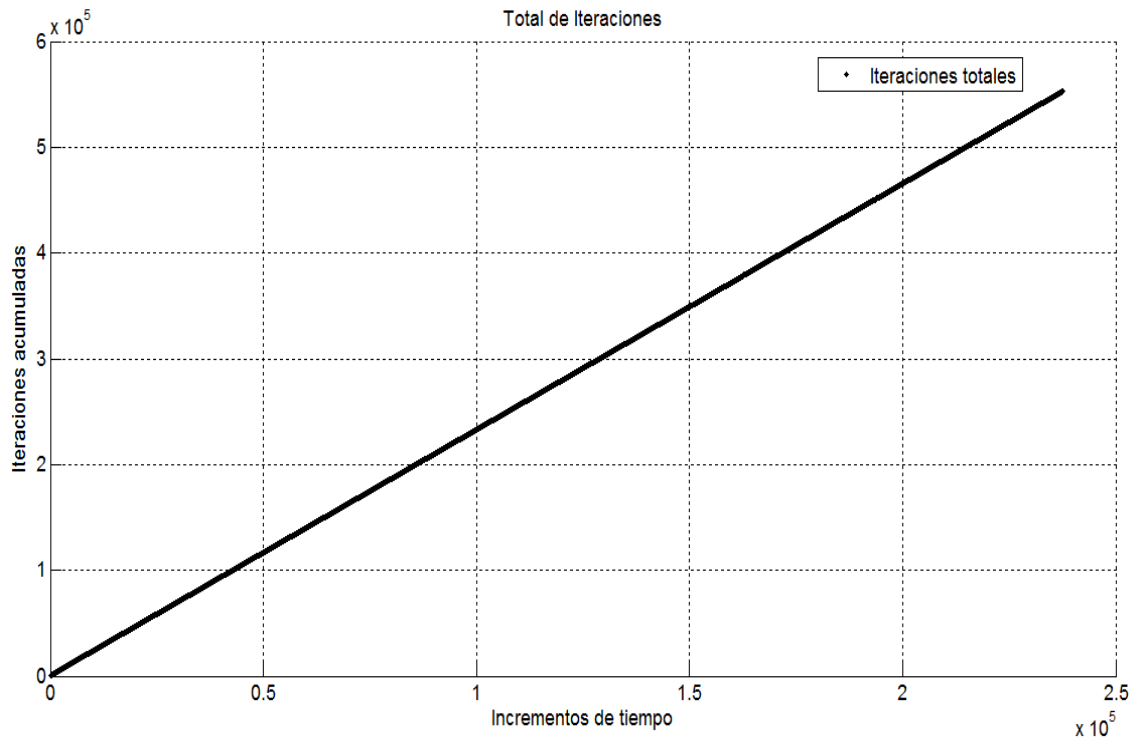


Figura 5.55: Iteraciones totales (Simulación IV. Inyección de agua con tensoactivo @CO).

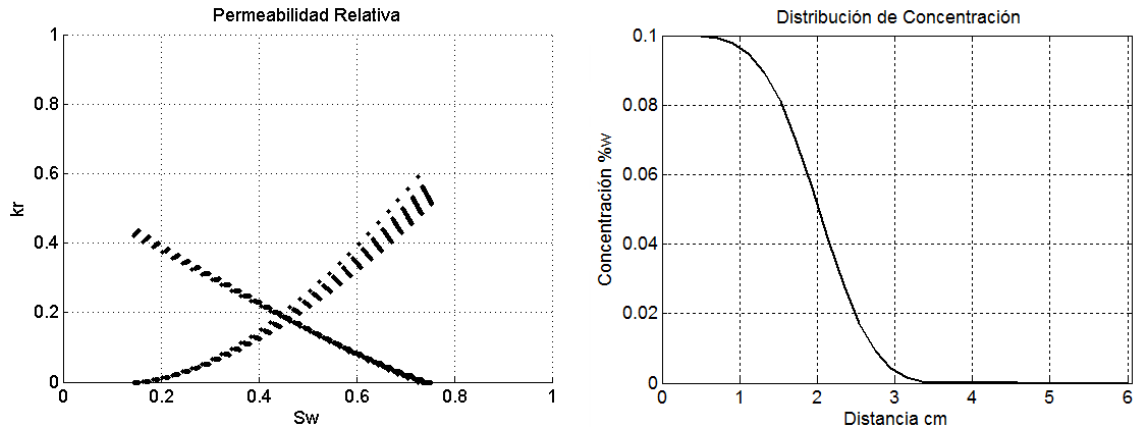


Figura 5.56: Variación de la permeabilidad relativa a 3.055 cm (0.125 hrs).

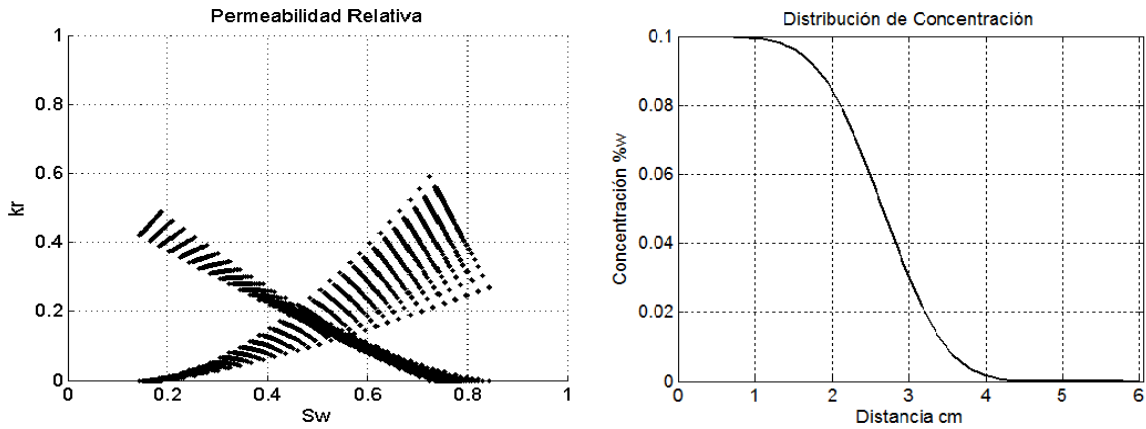


Figura 5.57: Variación de la permeabilidad relativa a 3.055 cm (0.166 hrs).

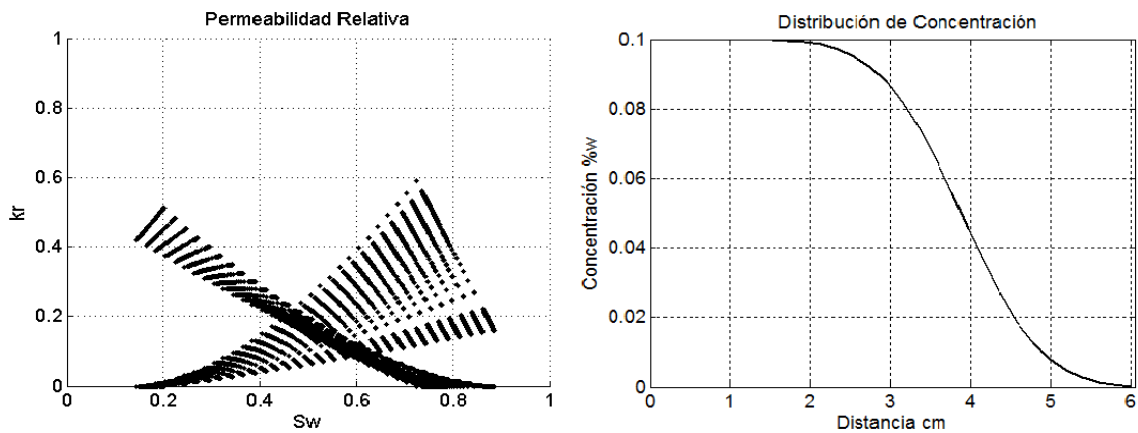


Figura 5.58: Variación de la permeabilidad relativa a 3.055 cm (0.25 hrs).

5.5. Comparación del modelo de simulación con datos de laboratorio y un simulador comercial

Se realizó la comparación de los experimentos de laboratorio con los resultados obtenidos mediante simulación con el objetivo de validar el funcionamiento del simulador; además se compararon los resultados obtenidos con los valores arrojados por el simulador comercial. En la **Figura 5.59** se muestra la comparación de la producción de aceite para los dos experimentos realizados en laboratorio correspondientes con la Simulación I y II; se puede observar que las curvas presentan un comportamiento similar y no se alejan en gran medida, sin embargo, se atribuyen las diferencias a factores no controlables dentro de los experimentos de laboratorio; por tal motivo se realizó la simulación con un simulador comercial para demostrar que las diferencias entre los resultados de laboratorio y el modelo de simulación no son causadas por errores en su desarrollo. Se observó que la diferencia entre la simulación con el simulador comercial y el modelo propuesto no es significativa; las mismas apreciaciones se notaron en el factor de recuperación (**Figura 5.60**).

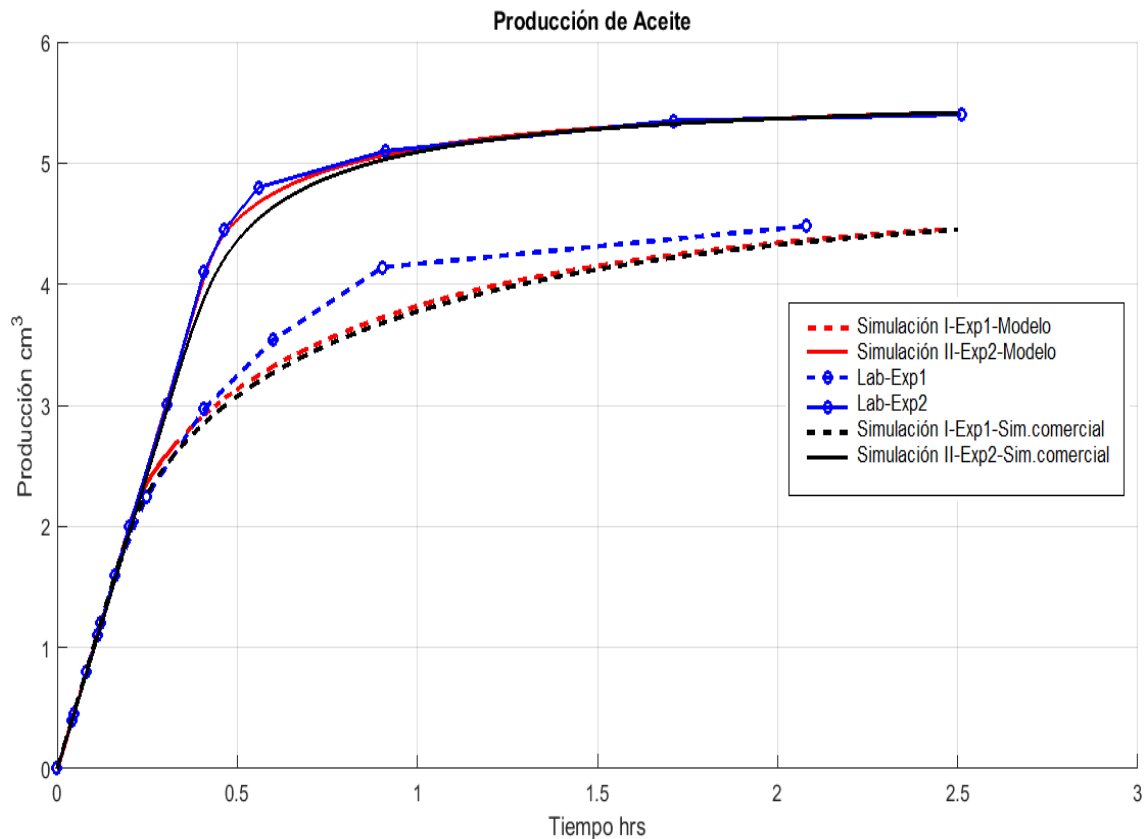


Figura 5.59: Producción de aceite (Modelo vs Simulador comercial vs Laboratorio).

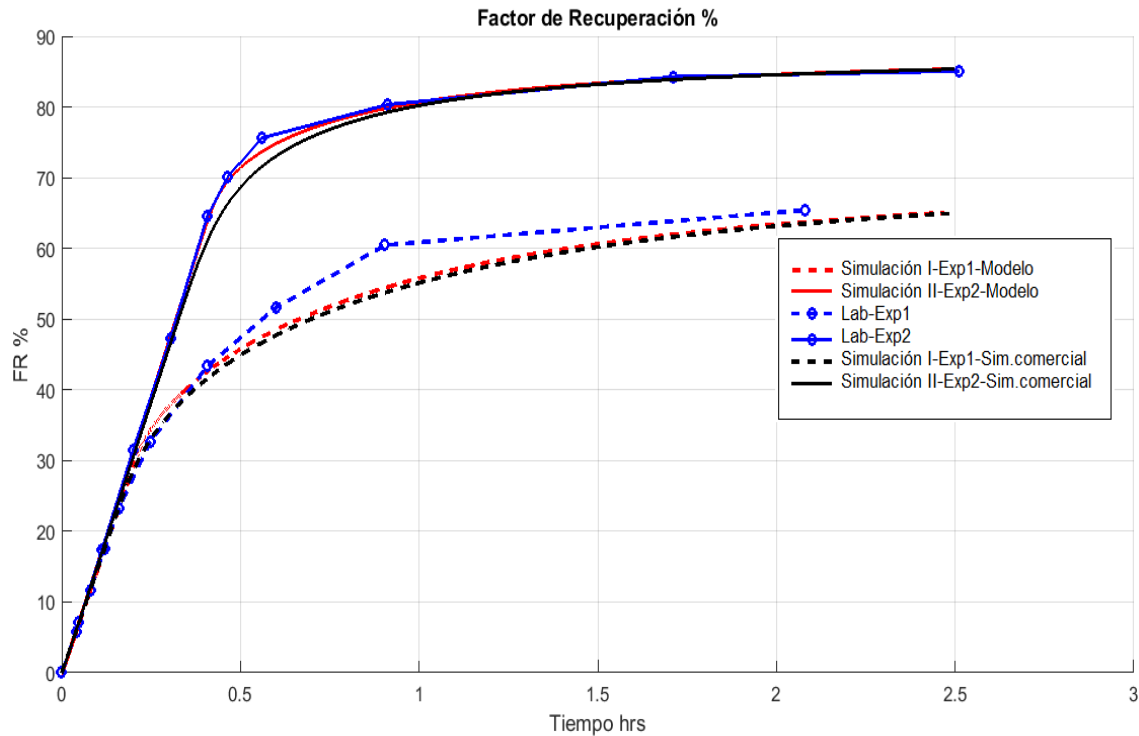


Figura 5.60: Factor de recuperación (Modelo vs Simulador comercial vs Laboratorio).

5.6. Análisis de resultados (Simulación I vs Simulación II vs Simulación III vs Simulación IV)

A continuación se muestra la comparación de las simulaciones realizadas (Simulación I, II, III y IV). En la **Figura 5.61** se muestra el gasto de aceite y agua durante todo el tiempo de simulación; se puede observar que en las cuatro pruebas se mantiene un gasto constante de aceite de $10 \text{ cm}^3/\text{hr}$ sin presentar gasto de agua a tiempos cortos, sin embargo, el gasto de aceite se mantiene por periodos diferentes; la principal causa de esto se debe a las diferentes condiciones de movilidad entre el agua y el aceite. Para la Simulación I, al inyectarse agua en un medio preferentemente mojado por aceite la irrupción de agua se dio más rápidamente en comparación con las otras pruebas, lo cual es esperado de acuerdo con las curvas de permeabilidades utilizadas en la simulación; el caso contrario se muestra en la Simulación II donde las condiciones de movilidad favorecen el flujo de aceite, por lo cual la irrupción de agua se presentó a un tiempo mayor al de la Simulación I; el cambio de las condiciones de movilidad se debe tanto a la inyección de agua con tensoactivo al 0.1%w de concentración y a la preparación de la roca para cambiar las condiciones de mojabilidad, por tal motivo en estas pruebas (Simulación I y II) las propiedades de la roca y los fluidos ya están bien definidas y la simulación se basa en las curvas de permeabilidades relativas obtenidas en laboratorio; un comportamiento diferente se observa en la Simulación III y IV donde se obtuvo un comportamiento intermedio entre la Simulación I y II debido al cambio gradual de

las condiciones de flujo al fluir el tensoactivo; sin embargo, para la Simulación IV se tiene una mayor variación de los periodos de flujo a causa del cambio repentino de las curvas de permeabilidades relativas; lo cual en la Simulación III se realiza linealmente presentando un cambio ligero al variar la concentración.

En la **Figura 5.62** es posible observar la comparación de la producción de aceite; se muestra que la Simulación I y II presentan un comportamiento similar, sin embargo, se alcanza una mayor producción en la Simulación II por causa de las condiciones de flujo, para la Simulación III y IV se tuvo una mayor producción debido a que la inyección de tensoactivo modifica las condiciones de saturación de agua crítica (S_{wc}) y saturación de aceite residual (S_{or}) aumentando el volumen de aceite a recuperar; este comportamiento muestra el cambio gradual que se tiene al inyectar tensoactivo desde las condiciones originales de la roca.

En la **Figura 5.63** se muestra la comparación del factor de recuperación; de manera general se alcanzó un factor de recuperación mayor en la Simulación II y III debido al tensoactivo en solución. Cabe señalar que aunque la Simulación II, III y IV parecen tener el mismo factor de recuperación en realidad son calculados a diferentes condiciones de saturación de agua inicial (0.2065 y 0.144), por lo cual no es correcto comparar el factor de recuperación de estas pruebas; sin embargo, entre la Simulación I, III y IV si es posible al calcular el factor de recuperación a las mismas condiciones de saturación de agua inicial (0.144); se puede observar un incremento considerable en el factor de recuperación al inyectar tensoactivo desde las condiciones originales (Simulación III y IV) notándose ligeros cambios en la curvatura causados por la variación de las curvas de permeabilidades relativas al variar la concentración de tensoactivo.

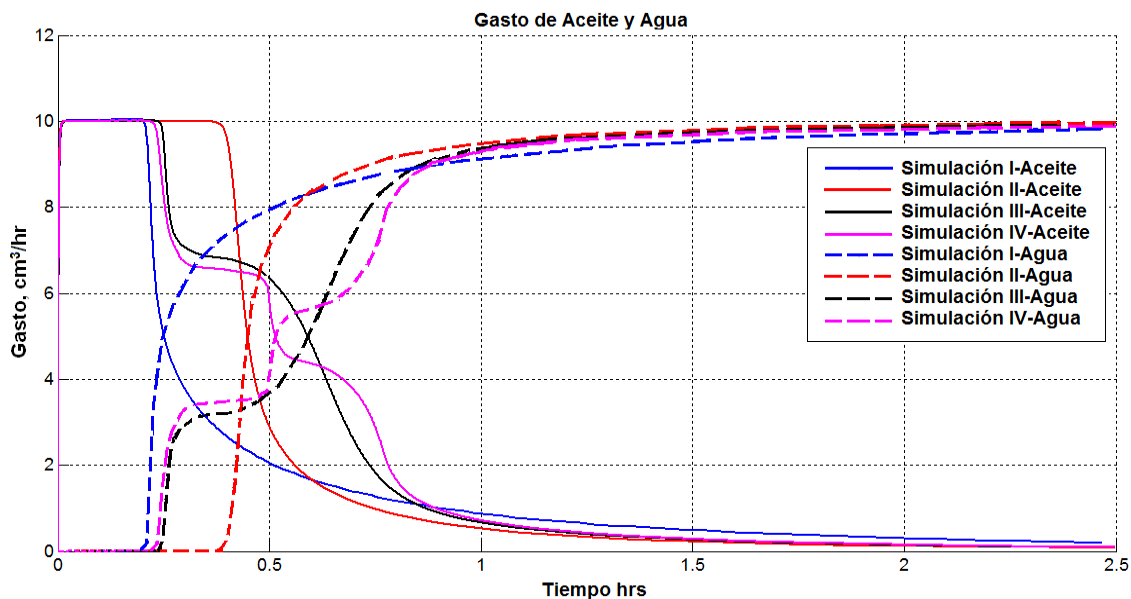


Figura 5.61: Gasto de aceite y agua (Simulación I (agua) vs Simulación II (agua con tensoactivo @CF) vs Simulación III (agua con tensoactivo @CO) vs Simulación IV (agua con tensoactivo @CO)).

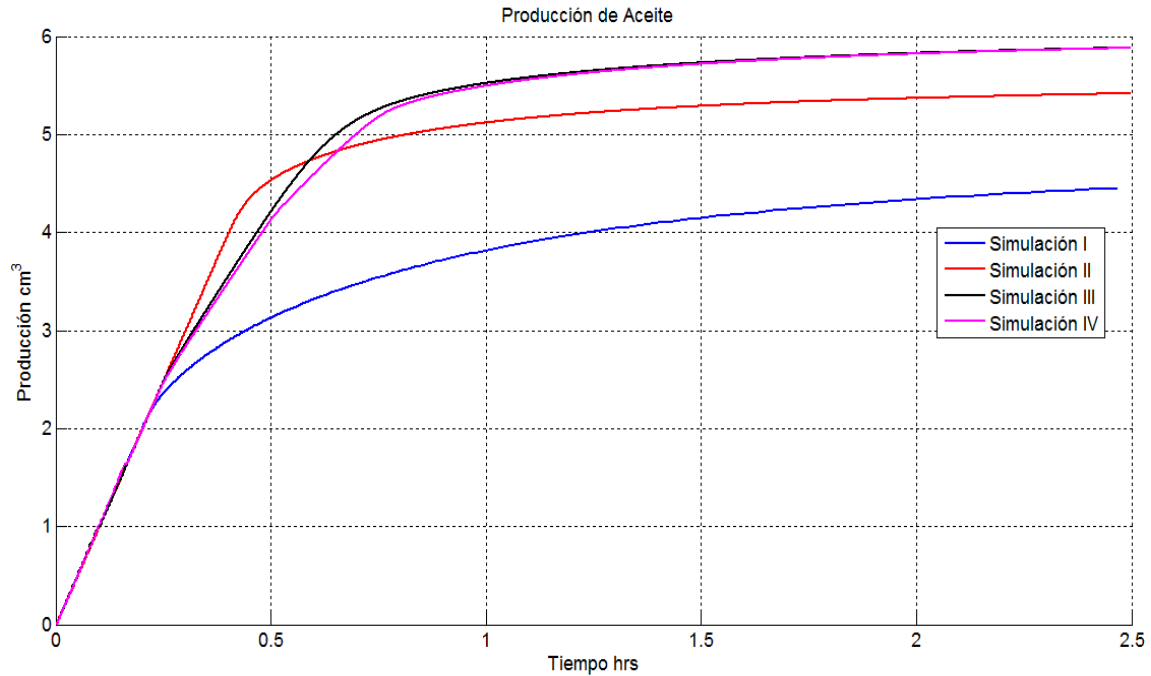


Figura 5.62: Producción de aceite (Simulación I (agua) vs Simulación II (agua con tensoactivo @CF) vs Simulación III (agua con tensoactivo @CO) vs Simulación IV (agua con tensoactivo @CO)).

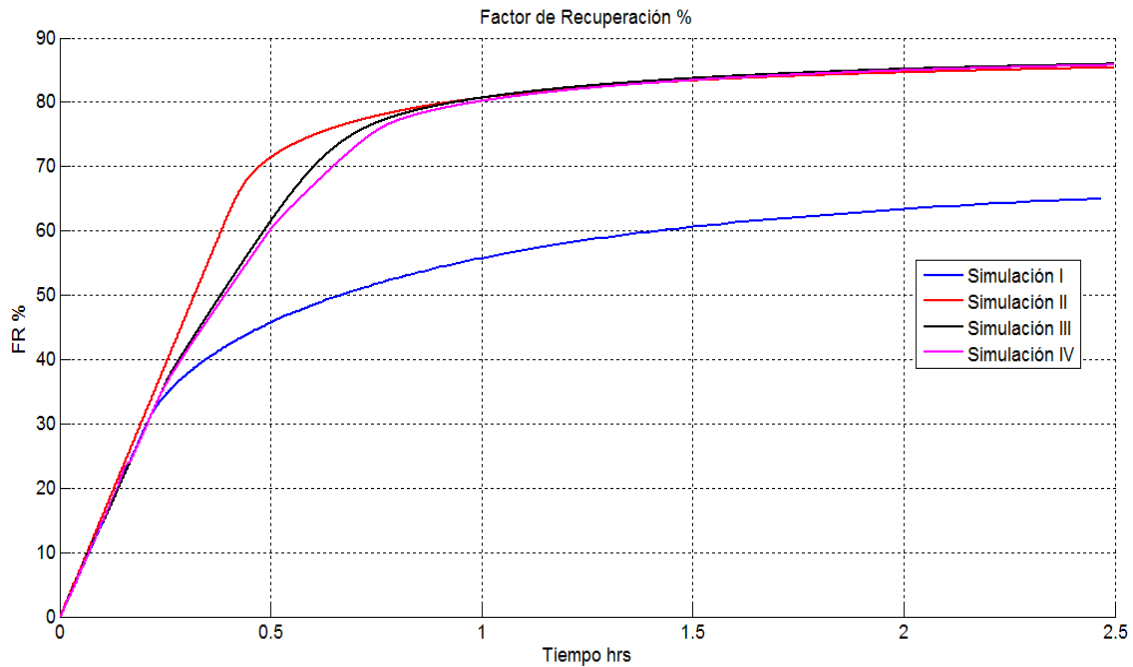


Figura 5.63: Factor de recuperación (Simulación I (agua) vs Simulación II (agua con tensoactivo @CF) vs Simulación III (agua con tensoactivo @CO) vs Simulación IV (agua con tensoactivo @CO)).

Una comparación del tiempo real de simulación entre las pruebas realizadas se muestra en la **Tabla 5.5**. De manera general en la Simulación I se obtuvo el menor tiempo de simulación debido a la rápida convergencia del modelo; cabe señalar que la rapidez con la que el modelo encuentra la solución depende de las propiedades de la roca y fluidos, así como de las dimensiones de la malla de simulación y variación en los incrementos de tiempo; para la Simulación II y III se obtuvieron resultados muy similares por lo cual la variación de permeabilidades relativas en la Simulación III no afectó en gran medida la convergencia del modelo; sin embargo, al comparar los resultados entre la Simulación III y IV se puede observar que la diferencia entre el tiempo de simulación es considerable; esto se debe a la variación abrupta de las curvas de permeabilidades relativas en la Simulación IV al estar éstas en función del número capilar; a pesar de lo anterior esto puede ser mejorado a partir de una optimización en la convergencia del modelo, además de mejorar la arquitectura de la programación y utilizar algún lenguaje de programación que realice mayor número de operaciones en menor tiempo.

Tabla 5.5: Tiempo de simulación (Simulación I (agua) vs Simulación II (agua con tensoactivo @CF) vs Simulación III (agua con tensoactivo @CO) vs Simulación IV (agua con tensoactivo @CO)).

Prueba	Iteraciones totales	Tiempo de simulación (seg)
Simulación I	5,300	257.81
Simulación II	100,000	4,487.96
Simulación III	59,000	4,156.68
Simulación IV	500,000	25,863.93

6. Conclusiones y recomendaciones

6.1. Conclusiones

- Se logró desarrollar un modelo de simulación que puede reproducir el flujo de agua y aceite en el medio poroso, el cual en comparación con un simulador comercial arroja valores muy similares resultando ser igualmente útil; se logró reproducir con cierto grado de precisión experimentos de desplazamiento de aceite con agua en un sistema de tapones, indicando su utilidad en posibles estudios de inyección de agua.
- Se incluyó al modelo de simulación agua-aceite el modelado de la inyección de tensoactivos a partir de un balance de masa entre celdas, considerando los efectos advectivos de la variación de concentración en el medio poroso, obteniendo la solución de las tres variables de interés: presión, saturación de agua y concentración de tensoactivo. El comportamiento de la presión y saturación se desarrolla de manera implícita dependiendo de las propiedades de los fluidos y características de la roca, mientras que la concentración es calculada de manera explícita dependiendo de la masa de tensoactivo en el sistema.
- Se logró observar que el método no afecta en gran medida los tiempos de simulación cuando se tiene una variación ligera en las curvas de permeabilidades relativas, con lo cual, la metodología propuesta representa una ventaja ante otras, al no resolver implícitamente para la variable concentración; esto puede ser benéfico reduciendo los tiempos de simulación en problemas más complejos.
- A partir del análisis desarrollado sobre la obtención de las curvas de permeabilidades relativas al desplazar aceite con agua y agua con tensoactivo, se concluye que es necesario realizar el desplazamiento de aceite con tensoactivos desde las condiciones originales de la roca, con el fin de analizar el efecto dinámico que provoca el cambio de la tensión interfacial en las curvas de permeabilidades relativas, debido a que obtener únicamente las curvas de permeabilidades relativas a las condiciones finales del cambio de mojabilidad no brinda información suficiente para reproducir el flujo del tensoactivo en el medio poroso.
- Se observó a partir de los experimentos de laboratorio y simulaciones realizadas, que la inyección de tensoactivos promueve el flujo de aceite aumentando la producción y los factores de recuperación, con lo cual se concluye que la inyección de tensoactivos es una buena opción como método de recuperación mejorada.

6.2. Recomendaciones

- La metodología desarrollada podría ser utilizada con la finalidad de ajustar el comportamiento en las curvas de permeabilidades relativas al variar la concentración de tensoactivo a partir de experimentos de laboratorio.
- A nivel de laboratorio se recomienda obtener un mayor número de curvas de permeabilidades relativas a diferentes valores del número capilar o concentración; ya que obtener solo un par de curvas no brinda información sobre el comportamiento intermedio al pasar de un medio mojado por aceite a un medio mojado por agua.
- Como trabajo a futuro se pueden incluir a la metodología propuesta los efectos de adsorción y difusión, modificando las ecuaciones fundamentales del modelo o incluyendo alguna correlación en el caso de la adsorción.

Nomenclatura

Símbolo	Definición	Unidades (SI)
A	= <i>área transversal al flujo.</i>	$[m^2]$
b_o	= <i>factor de encogimiento del aceite.</i>	$[\frac{m^3@c.s.}{m^3@c.y.}]$
B_o	= <i>factor de volumen del aceite.</i>	$[\frac{m^3@c.y.}{m^3@c.s.}]$
b_w	= <i>factor de encogimiento del agua.</i>	$[\frac{m^3@c.s.}{m^3@c.y.}]$
B_w	= <i>factor de volumen del agua.</i>	$[\frac{m^3@c.y.}{m^3@c.s.}]$
c_r	= <i>compresibilidad de la roca.</i>	$[1/Pa]$
C	= <i>concentración.</i>	$[\frac{kg (soluto)}{kg (solución)}]$
C_e	= <i>diagonal central (en inglés Center).</i>	$[-]$
C_E	= <i>concentración de entrada.</i>	$[\frac{kg (soluto)}{kg (solución)}]$
C_S	= <i>concentración de salida.</i>	$[\frac{kg (soluto)}{kg (solución)}]$
C_T	= <i>concentración total.</i>	$[\frac{kg (soluto)}{kg (solución)}]$
D	= <i>distancia vertical.</i>	$[m]$
D_o	= <i>diagonal inferior (en inglés Down).</i>	$[-]$
E	= <i>diagonal este (en inglés East).</i>	$[-]$
f_w	= <i>fracción de agua.</i>	$[fracción]$
F	= <i>fuerza.</i>	$[N]$
F_c	= <i>fuerzas capilares</i>	$[N]$
F_g	= <i>factor geométrico.</i>	$[m]$
F_v	= <i>fuerzas viscosas</i>	$[N]$
Fr_o	= <i>función residuo del aceite.</i>	$[m^3/s]$
Fr_w	= <i>función residuo del agua.</i>	$[m^3/s]$
g	= <i>gravedad.</i>	$[m/s^2]$
h	= <i>altura.</i>	$[m]$
J	= <i>Jacobiano.</i>	$[-]$
k	= <i>permeabilidad absoluta.</i>	$[m^2]$
k_o	= <i>permeabilidad efectiva del aceite.</i>	$[m^2]$
k_r	= <i>permeabilidad relativa.</i>	$[fracción]$
k_r^e	= <i>valor final de la curva de permeabilidad relativa</i>	$[fracción]$
k_{r_o}	= <i>permeabilidad relativa del aceite.</i>	$[fracción]$
k_{r_w}	= <i>permeabilidad relativa del agua.</i>	$[fracción]$
k_w	= <i>permeabilidad efectiva del agua.</i>	$[m^2]$
L	= <i>longitud.</i>	$[m]$
m	= <i>masa.</i>	$[kg]$
n	= <i>exponente de ajuste.</i>	$[-]$
N	= <i>diagonal norte (en inglés North).</i>	$[-]$
N_C	= <i>número capilar.</i>	$[N/N]$
N_C^c	= <i>número crítico.</i>	$[N/N]$

Símbolo	Definición	Unidades (SI)
N_C^{max}	= número capilar máximo	[–]
N_p	= producción de aceite.	[m ³]
p	= presión.	[Pa]
p_0	= presión promedio.	[Pa]
p_m	= presión de la fase mojante.	[Pa]
p_{nm}	= presión de la fase no mojante.	[Pa]
p_o	= presión de aceite.	[Pa]
$p_{o,ref}$	= presión de aceite al nivel de referencia.	[Pa]
p_w	= presión de agua.	[Pa]
p_{wf}	= presión de fondo fluyente.	[Pa]
$p_{w,cwo}$	= presión de agua en el contacto agua – aceite.	[Pa]
P_c	= presión capilar.	[Pa]
P_{cwo}	= presión capilar agua – aceite.	[Pa]
$P_{c,cwo}$	= presión capilar en el contacto agua – aceite.	[Pa]
q	= gasto.	[m ³ /s]
q_o	= gasto de aceite.	[m ³ /s]
q_w	= gasto de agua.	[m ³ /s]
r_0	= radio equivalente.	[m]
r_w	= radio del pozo.	[m]
S	= saturación.	[fracción]
\bar{S}	= saturación normalizada.	[fracción]
S_o	= saturación de aceite.	[fracción]
S_{or}	= saturación de aceite residual.	[fracción]
S_r	= saturación residual de la fase α .	[fracción]
$S_{r'}$	= saturación residual de la fase conjugada.	[fracción]
S_w	= saturación de agua.	[fracción]
St	= elementos de la diagonal sur (en inglés South).	[–]
t	= tiempo.	[s]
T	= transmisibilidad.	[m ⁴ ·s/kg]
T_o	= transmisibilidad del aceite.	[m ⁴ ·s/kg]
T_p	= Factor de ajuste.	[–]
T_w	= transmisibilidad del agua.	[m ⁴ ·s/kg]
u	= velocidad aparente.	[m/s]
U	= vector de variables primarias.	[–]
Up	= elementos de la diagonal superior (en inglés Up)	[–]
v	= velocidad.	[m/s]
V	= volumen.	[m ³]
V_b	= volumen de roca total.	[m ³]
V_E	= volumen de entrada.	[m ³]
V_F	= volumen final.	[m ³]

Símbolo	Definición	Unidades (SI)
V_I	= <i>volumen inicial.</i>	$[m^3]$
V_p	= <i>volumen poroso.</i>	$[m^3]$
V_r	= <i>volumen de roca.</i>	$[m^3]$
V_S	= <i>volumen de salida.</i>	$[m^3]$
V_T	= <i>volumen total.</i>	$[m^3]$
W	= <i>elementos de la diagonal oeste (en inglés West).</i>	$[-]$
WI	= <i>índice de productividad.</i>	$[m^3/s \cdot Pa]$
X	= <i>vector solución.</i>	$[-]$
z	= <i>profundidad.</i>	$[m]$
z_{ref}	= <i>profundidad de referencia.</i>	$[m]$
z_{cwo}	= <i>profundidad del contacto agua – aceite.</i>	$[m]$

Símbolos griegos

Simbolo	Definición	Unidades (SI)
α	= <i>fase</i>	$[-]$
γ_o	= <i>peso específico del aceite.</i>	$[N/m^3]$
γ_w	= <i>peso específico del agua.</i>	$[N/m^3]$
ε_p	= <i>error en presión.</i>	$[Pa]$
ε_{sw}	= <i>error en saturación de agua.</i>	$[fracción]$
θ	= <i>ángulo de contacto.</i>	$[^\circ]$
λ_o	= <i>movilidad del aceite.</i>	$[m^3 \cdot s/kg]$
λ_T	= <i>movilidad total.</i>	$[m^3 \cdot s/kg]$
λ_w	= <i>movilidad del agua.</i>	$[m^3 \cdot s/kg]$
μ	= <i>viscosidad.</i>	$[Pa \cdot s]$
μ_o	= <i>viscosidad del aceite.</i>	$[Pa \cdot s]$
μ_w	= <i>viscosidad del agua.</i>	$[Pa \cdot s]$
ρ	= <i>densidad.</i>	$[kg/m^3]$
σ	= <i>tensión interfacial.</i>	$[N/m]$
σ_{os}	= <i>tensión interfacial aceite – sólido.</i>	$[N/m]$
σ_{ws}	= <i>tensión interfacial agua – sólido.</i>	$[N/m]$
σ_{wo}	= <i>tensión Interfacial agua – aceite.</i>	$[N/m]$
τ	= <i>esfuerzo de corte.</i>	$[N/m^2]$
ϕ	= <i>porosidad.</i>	$[fracción]$
ϕ_{ef}	= <i>porosidad efectiva.</i>	$[fracción]$

Subíndices

Símbolo	Definición
<i>c.s.</i>	= <i>condiciones estándar.</i>
<i>c.y.</i>	= <i>condiciones de yacimiento.</i>
<i>i</i>	= <i>posición en x.</i>
<i>I</i>	= <i>máxima posición en x</i>

Símbolo	Definición
----------------	-------------------

j	= posición en y .
k	= posición en z .
x	= dirección x .
y	= dirección y .
z	= dirección z .

Superíndices

Símbolo	Definición
----------------	-------------------

$\Gamma + 1$	= tiempo futuro.
Γ	= tiempo actual.

Abreviaturas

Símbolo	Definición
----------------	-------------------

ATO	= término de acumulación de aceite (<i>Accumulation Term Oil</i>).
ATW	= término de acumulación de agua (<i>Accumulation Term Water</i>).
CF	= condiciones finales.
CO	= condiciones originales
CNH	= Comisión Nacional de Hidrocarburos.
EOR	= recuperación mejorada de aceite (<i>Enhanced Oil Recovery</i>).
FTO	= término de flujo de aceite (<i>Flow Term Oil</i>).
FTW	= término de flujo de agua (<i>Flow Term Water</i>).
$Pot.OX1$	= potencial del aceite en $i - \frac{1}{2}$.
$Pot.OX2$	= potencial del aceite en $i + \frac{1}{2}$.
$Pot.WX1$	= potencial del agua en $i - \frac{1}{2}$.
$Pot.WX2$	= potencial del agua en $i + \frac{1}{2}$.
STO	= término fuente de aceite (<i>Source Term Oil</i>).
STW	= término fuente de agua (<i>Source Term Water</i>).
$Tra.OX1$	= transmisibilidad del aceite en $i - \frac{1}{2}$.
$Tra.OX2$	= transmisibilidad del aceite en $i + \frac{1}{2}$.
$Tra.WX1$	= transmisibilidad del agua en $i - \frac{1}{2}$.
$Tra.WX2$	= transmisibilidad del agua en $i + \frac{1}{2}$.
$USIP$	= Unidad de Servicios para la Industria Petrolera.

Bibliografía

- Alvarado V. and Manrique E., Enhanced Oil Recovery: An Update Review, *Energies*, 2010.
- Amix J. W., Bass Jr. D. M. and Whiting R. I., *Petroleum Reservoir Engineering*, McGraw-Hill, 1960.
- Anderson W. G., Wettability Literature Survey –Part 1: Rock/Oil/Brine Interactions of Core Handling on Wettability, *JPT*, 1986.
- Anderson W. G., Wettability Literature Survey –Part 2: Wettability Measurement, *JPT*, 1986.
- Anderson W. G., Wettability Literature Survey-Part 3: The Effects of Wettability on the Electrical Properties of Porous Media, *JPT*, 1986.
- Anderson W. G., Wettability Literature Survey-Part 4: The Effects of Wettability on Capillary Pressure, *JPT*, 1986.
- Anderson W. G., Wettability Literature Survey-Part 5: The Effects of Wettability on Relative Permeability, *JPT*, 1986.
- Anderson W. G., Wettability Literature Survey –Part 6: The Effects of Wettability on Waterflooding, *JPT*, 1987.
- Arana V. H. y Trujillo E. D., *Apuntes de Simulación Numérica de Yacimientos*, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 2007.
- Arana V. H., *Apuntes de Simulación Numérica de Yacimientos*, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 2015.
- Aziz. K. and Settari A., *Petroleum Reservoir Simulación*, Applied Science Publishers, Elsevier, 1979.
- Bird R. B., Stewart W.E. and Lightfoot E.N., *Fenómenos de Transporte*, Limusa Wiley, 2006.
- Bildner M. S. and Savioli G. B., On the Numerical Modeling for Surfactant Flooding of Oil Reservoirs, *Mecánica Computacional Vol.XXI*, pp. 566, 2002.
- Camilleri D., Engelsen S., Lake L. W., Lin E. C., Ohno T., Pope G. A. and Sephernoori K., Description of an Improved Compositional Micellar/Polymer Simulator, *Soc. Pet. Eng. Res. Eng.*, 2 No.4, 427-432. (1987).
- Cortes R. E., *Simulación de Yacimientos Naturalmente Fracturados con Triple Porosidad*, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 2008.

- Craft B. C. and Hawkins M.F., *Applied Petroleum Reservoir Engineering*, Prentice Hall PTR, Prentice Hall PTR, 1991.
- Delshad M., Pope G.A. and Lake L.W., Two- and Three-Phase Relative Permeabilities of Micellar Fluids, *Society of Petroleum Engineers (SPE)*, 1987.
- Delshad M., Pope G.A. and Sepehrnoori K., A compositional simulator for modeling surfactant enhanced aquifer remediation, 1 Formulation. Elsevier, 1996.
- Doarche F., Rousseau D., Bazin B., Tabary R., Moreau P. and Morvan M. Modeling Chemical EOR Processes: Some Illustrations from Lab to Reservoir Scale, Oil and Gas Science and Technology. IFP Energies nouvelles, 2013
- Foulser R.W.S y Goodyear S.G, Improved Stability of the IMPES Formulation for Chemical Flooding, SPE 18417. 1989.
- Glover P. W., *Petrophysics*, Department of Geology and Petroleum Geology, University of Aberdeen, 2014.
- El Futuro de la Producción de Aceite en México: Recuperación Avanzada y Mejorada IOR-EOR, Comisión Nacional de Hidrocarburos, CNH, 2012.
- Hubbert M., *Entrapment of Petroleum Under Hydrodynamic Conditions*, Bull. Am. Assoc. Petrol. Geologists, 1954.
- Islam M. R., Farouq Ali S. M., Abou Kassem J. H. and Jamal H., *Petroleum Reservoir Simulations: A Basic Approach*, Elsevier , 2006.
- Jones S. C. and Roszelle, Graphical Techniques for Determining Relative Permeability From Displacement Experiments, *Journal of Petroleum Technology*. May 1978.
- Lopez E., *Simulación Numérica de Pozos no Convencionales*, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 2012.
- Mattax.C. C and Dalton R.L., *Reservoir Simulation*, Society of Petroleum Engineers (SPE), 1990.
- McCain W. D., *The Properties of Petroleum Fluids*, PennWellBooks, 1990.
- Medina S. E., *Recuperación Mejorada por Inyección de Alkali, Surfactante y Polímero(ASP)*, Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México, 2010.
- Moore T. F. and Slobod R. C., Displacement of Oil by Water—Effect of Wettability, Rate, and Viscosity on Recovery., *Society of Petroleum Engineers (SPE)*, 1955.
- Peaceman D. W., Interpretation of Well-Block Pressures in Numerical Reservoir Simulation, *Society of Petroleum Engineers (SPE)*, 1978.

- Pennell K. D., Pope G. A. and Abriola L. M., Influence of Viscous and Bouyancy Forces on The Mobilization of Residual Tetrachloroethylene During Surfactant Flushing, *Environmental Science and Technology* , 1996.
- Rodríguez de la Garza F., Proyectos de Recuperación Mejorada de PEMEX E. y P., V Congreso Anual Conjunto de Asociaciones del Sector Energético, Junio del 2013.
- Sadegh Keshtkar, Morteza Sabeti and Amir H. Mohammadi. Numerical approach for enhanced oil recovery with surfactant flooding, *Advancing Reserarch Evolving Science*. 2016.
- Sheng, J. J., *Modern chemical enhanced oil recovery : theory and practice*, Elsevier Inc., 2011.
- Turgay Ertekin , Abou-Kassem J. H. K. and Gregory R., *Basic Applied Reservoir Simulation*, Society of Petroleum Engineers (SPE), 2001.
- YIN Dai-yin and PU Hui, Numerical Simulation Study on Surfactant Flooding for Low Permeability in the Condition of Threshold Pressure, Elsevier, 2008.
- Yongwei Li and Lizhong Yin, A New Surfactant Flooding Model for Low Permeability Reservoirs, *Scientific Research, Open Journal of Fluid Dynamics*, 2013.

Apéndices

Apéndice A

Derivadas de los términos de potencial

Derivadas de la fase aceite.

Derivando respecto a $p_{o,i-1}$:

$$\frac{\partial Pot.OX2}{\partial p_{o,i-1}} = 0, \quad (A-176)$$

$$\frac{\partial Pot.OX1}{\partial p_{o,i-1}} = -1 - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_{i-1}}{\partial p_{o,i-1}} \Delta D_{i-\frac{1}{2}}. \quad (A-177)$$

Derivando respecto a $p_{o,i}$:

$$\frac{\partial Pot.OX2}{\partial p_{o,i}} = -1 - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_i}{\partial p_{o,i}} \Delta D_{i+\frac{1}{2}}, \quad (A-178)$$

$$\frac{\partial Pot.OX1}{\partial p_{o,i}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_i}{\partial p_{o,i}} \Delta D_{i-\frac{1}{2}}. \quad (A-179)$$

Derivando respecto a $p_{o,i+1}$:

$$\frac{\partial Pot.OX2}{\partial p_{o,i+1}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_i}{\partial p_{o,i+1}} \Delta D_{i+\frac{1}{2}}, \quad (A-180)$$

$$\frac{\partial Pot.OX1}{\partial p_{o,i+1}} = 0. \quad (A-181)$$

Derivando respecto a $s_{w,i-1}$:

$$\frac{\partial Pot.OX2}{\partial s_{w,i-1}} = 0, \quad (A-182)$$

$$\frac{\partial Pot.OX1}{\partial s_{w,i-1}} = 0. \quad (A-183)$$

Derivando respecto a $s_{w,i}$:

$$\frac{\partial Pot.OX2}{\partial s_{w,i}} = 0, \quad (A-184)$$

$$\frac{\partial Pot.OX1}{\partial s_{w,i}} = 0. \quad (A-185)$$

Derivando respecto a $s_{w,i+1}$:

$$\frac{\partial Pot.OX2}{\partial s_{w,i+1}} = 0, \quad (A-186)$$

$$\frac{\partial Pot.OX1}{\partial s_{w,i+1}} = 0. \quad (A-187)$$

Derivadas de la fase agua

Derivando respecto a $p_{o,i-1}$:

$$\frac{\partial Pot.WX2}{\partial p_{o,i-1}} = 0, \quad (A-188)$$

$$\frac{\partial Pot.WX1}{\partial p_{o,i-1}} = -1 - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_{i-1}}{\partial p_{o,i-1}} \Delta D_{i-\frac{1}{2}}. \quad (A-189)$$

Derivando respecto a $p_{o,i}$:

$$\frac{\partial Pot.WX2}{\partial p_{o,i}} = -1 - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_i}{\partial p_{o,i}} \Delta D_{i+\frac{1}{2}}, \quad (A-190)$$

$$\frac{\partial Pot.WX1}{\partial p_{o,i}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_i}{\partial p_{o,i}} \Delta D_{i-\frac{1}{2}}. \quad (A-191)$$

Derivando respecto a $p_{o,i+1}$:

$$\frac{\partial Pot.WX2}{\partial p_{o,i+1}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_i}{\partial p_{o,i+1}} \Delta D_{i+\frac{1}{2}}, \quad (A-192)$$

$$\frac{\partial Pot.WX1}{\partial p_{o,i+1}} = 0. \quad (A-193)$$

Derivando respecto a $s_{w,i-1}$:

$$\frac{\partial Pot.WX2}{\partial s_{w,i-1}} = 0, \quad (A-194)$$

$$\frac{\partial Pot.WX1}{\partial s_{w,i-1}} = \frac{\partial P_{cwo,i-1}}{\partial s_{w,i-1}} - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_{w,i-1}}{\partial p_{w,i-1}} \Delta D_{i-\frac{1}{2}} \frac{\partial P_{w,i-1}}{\partial P_{cwo,i-1}} \frac{\partial P_{cwo,i-1}}{\partial s_{w,i-1}}. \quad (A-195)$$

Derivando respecto a $s_{w,i}$:

$$\frac{\partial Pot.WX2}{\partial s_{w,i}} = \frac{\partial P_{cwo,i}}{\partial s_{w,i}} - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_{w,i}}{\partial p_{w,i}} \Delta D_{i+\frac{1}{2}} \frac{\partial P_{w,i}}{\partial P_{cwo,i}} \frac{\partial P_{cwo,i}}{\partial s_{w,i}}, \quad (A-196)$$

$$\frac{\partial Pot.WX1}{\partial s_{w,i}} = -\frac{\partial P_{cwo,i}}{\partial s_{w,i}} - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_{w,i}}{\partial p_{w,i}} \Delta D_{i-\frac{1}{2}} \frac{\partial P_{w,i}}{\partial P_{cwo,i}} \frac{\partial P_{cwo,i}}{\partial s_{w,i}}. \quad (A-197)$$

Derivando respecto a $s_{w,i+1}$:

$$\frac{\partial Pot.WX2}{\partial s_{w,i+1}} = \frac{\partial P_{cwo,i+1}}{\partial s_{w,i+1}} - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_{w,i+1}}{\partial p_{w,i+1}} \Delta D_{i+\frac{1}{2}} \frac{\partial p_{w,i+1}}{\partial P_{cwo,i+1}} \frac{\partial P_{cwo,i+1}}{\partial s_{w,i+1}}, \quad (A-198)$$

$$\frac{\partial Pot.WX1}{\partial s_{w,i+1}} = 0. \quad (A-199)$$

Derivadas de los términos de transmisibilidad

Derivadas de la fase aceite

$$\frac{\partial(T_o)}{\partial s_w} = \frac{\partial(F_g \lambda_o)}{\partial s_w}, \quad (\text{A-200})$$

derivando el lado derecho de la **Ec.A-200**:

$$\frac{\partial(T_o)}{\partial s_w} = F_g \frac{b_o}{\mu_o} \frac{\partial k_{ro}}{\partial s_w}. \quad (\text{A-201})$$

Derivadas de la fase agua

$$\frac{\partial(T_w)}{\partial s_w} = \frac{\partial(F_g \lambda_w)}{\partial s_w}, \quad (\text{A-202})$$

derivando el lado derecho de la **Ec.A-202**:

$$\frac{\partial(T_w)}{\partial s_w} = T_w \left(\frac{1}{b_w} \frac{\partial b_w}{\partial p_o} - \frac{1}{\mu_w} \frac{\partial \mu_w}{\partial s_w} \right). \quad (\text{A-203})$$

Apéndice B

Reporte de pruebas de laboratorio (desplazamiento de aceite con agua y agua con tensoactivo)

A partir de experimentos, se determinaron las curvas de permeabilidades relativas a condiciones de yacimiento utilizando aceite recombinado y agua de batería, así como una muestra de tapones de roca caliza de un campo de la región Sur de México; de igual forma se obtuvieron las curvas de permeabilidades relativas desplazando aceite con agua más tensoactivo al 0.1 %w de concentración.

El procedimiento general de los experimentos, se realizó saturando el sistema de tapones con agua dejando los tapones en reposo durante una semana; posteriormente se saturaron los tapones con aceite, dejando el sistema en reposo por un tiempo de cuatro semanas y se realizó la medición de las curvas de permeabilidades relativas; al termino de cada experimento se lavó el sistema de tapones con solventes y se repitió el procedimiento modificando el agua con agua más tensoactivo.

Características del sistema de tapones

Se emplearon dos tapones colocados en serie para la medición de permeabilidades relativas, las características de cada tapón se muestran en la **Tabla B.1**. Debido a la colocación en serie de los tapones, se realizó la medición total de las propiedades del sistema; la **Tabla B.2** muestra las características del sistema de tapones en serie.

Tabla B.1: Características del sistema de tapones.

Dimensiones	Tapón 1	Tapón 2
Diámetro (cm)	3.81	3.81
Longitud (cm)	3.33	2.78
Área transversal (cm ²)	11.40	11.40
Volumen(cm ³)	37.94	31.69

Tabla B.2: Características del sistema de tapones en serie.

Dimensiones	Valor
Longitud (cm)	6.11
Diámetro (cm)	3.81
Volumen poroso (cm ³)	8.00
Permeabilidad, k (md)	0.10

Montaje del equipo

Como parte del equipo utilizado para la medición, se utilizaron: bombas de inyección de fluidos, un porta núcleos, colector de fluidos, cilindros contenedores de fluidos de alta presión y válvulas reguladoras de presión inversa. En la **Figura B.1** se muestra el diagrama general del montaje utilizado para la medición.

Los experimentos se realizaron mediante una serie de etapas: la primer prueba consistió en determinar las curvas de permeabilidades relativas utilizando únicamente agua, la segunda prueba en determinar las curvas de permeabilidades relativas utilizando solución de agua con tensoactivo; ambos experimentos se realizaron a una presión de 1,250 psi y una temperatura de 120 °C.

Experimento-1. Inyección de agua

La preparación del material y medición de las curvas de permeabilidades relativas se desarrollo siguiendo el siguiente procedimiento; la **Tabla B.3** muestra las condiciones y características del experimento:

1. Saturación de la roca al 100% con agua. Como parte de la preparación del los tapones se deja reposar el agua por un tiempo de una semana.
2. Saturación de la roca con aceite. La roca es saturada con aceite recombinado hasta alcanzar las condiciones de agua irreductible y se deja en reposo durante cuatro semanas a las condiciones de presión y temperatura de 1250 psi y 120 °C.
3. Medición de permeabilidades relativas (desplazando agua). Se desplaza agua manteniendo un gasto constante en la entrada del sistema, se mide la caída de presión a través de la roca y los volúmenes de agua y aceite recuperados.
4. Análisis de datos. Se utilizó el método de **Jones y Roszelle (1978)** para obtener las curvas de permeabilidades relativas; se realizó un ajuste de los valores obtenidos utilizando la correlación de Corey modificada.

Los resultados obtenidos a partir del experimento son mostrados en la **Tabla B.4**, en ella se muestran los principales indicadores del desplazamiento como son la cantidad de agua inyectada, factor de recuperación (FR) y aceite producido (N_p) así como los valores de permeabilidades relativas del agua y el aceite.

A partir de los valores reportados, se graficaron los principales parámetros y se realizó un breve análisis del comportamiento de cada uno de ellos. En la **Figura B.2** se muestra la gráfica del factor de recuperación obtenido mediante el desplazamiento de aceite con agua respecto a la cantidad de volúmenes porosos de agua inyectados, se alcanzo un factor de recuperación máximo de 65.42% con un total de agua inyectada de 20.80 cm³ equivalente a 2.60 volúmenes porosos.

Tabla B.3: Características de la roca y fluidos (Experimento-1).

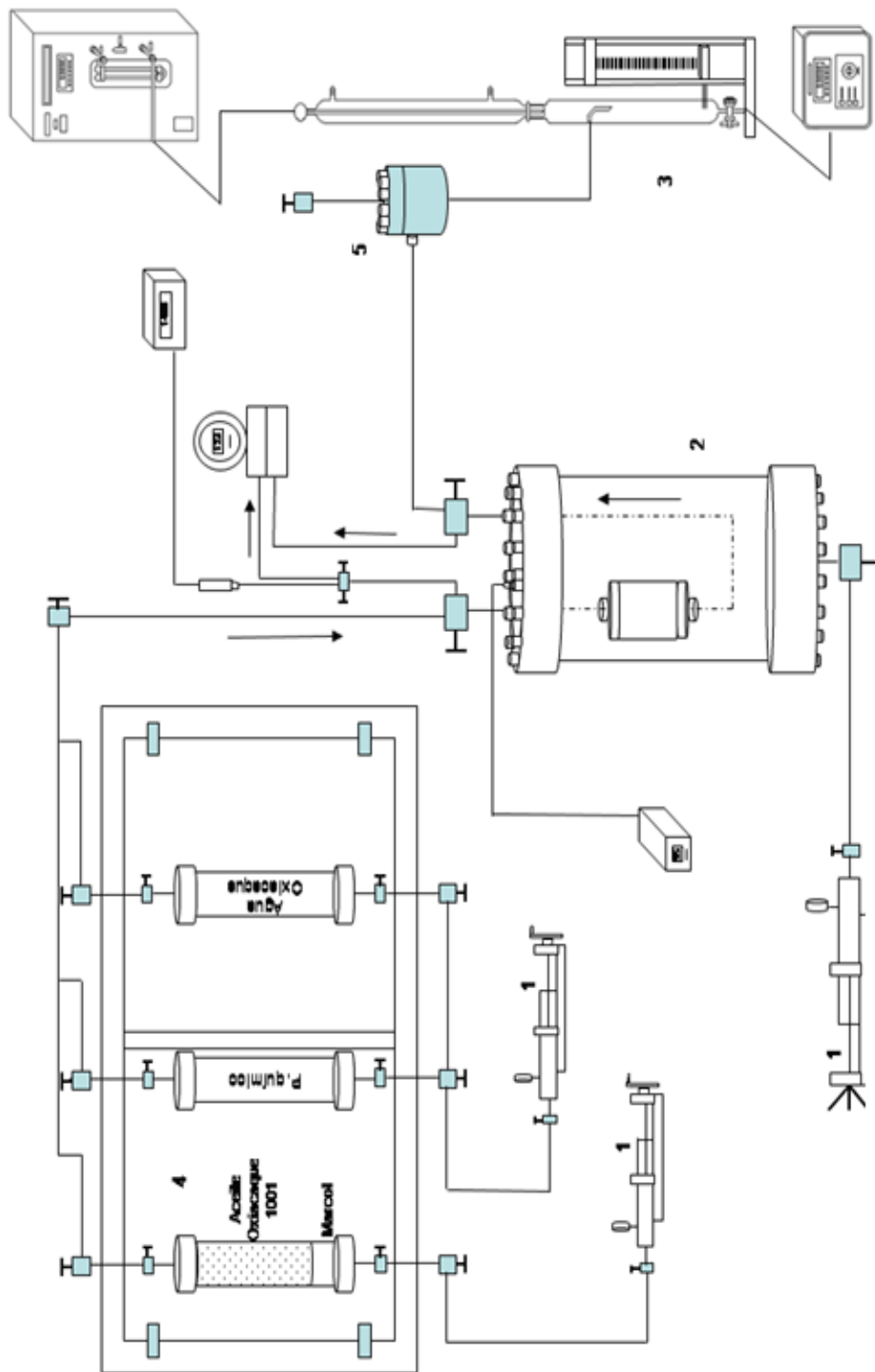
Datos	Valor
Volumen poroso (cm^3)	8.00
Longitud (cm)	6.11
Diámetro (cm)	3.81
Viscosidad del agua, (μ_w)	0.29 (cp) @p=1250 (psi) y T=120 ($^{\circ}\text{C}$)
Viscosidad del aceite (μ_o)	1.45 (cp) @p=1250 (psi) y T=120 ($^{\circ}\text{C}$)
Saturación de agua irreductible (S_{wi})	0.144
Permeabilidad absoluta (k)	0.1 (md)
Porosidad (ϕ)	0.115
Gasto (cm^3/h)	10

Tabla B.4: Resultados (Experimento-1).

$V_{p,Iny}(\text{cm}^3/\text{hr})$	$N_p (\text{cm}^3)$	FR (%)	S_w	f_w	k_{rw}	k_{ro}	$\frac{k_{rw}}{k_{ro}}$
0.00	0.00	0.00	0.144	0.0	0.0	0.423	0.0
0.05	0.40	5.84	0.144	0.0	0.0	0.423	0.0
0.10	0.80	11.68	0.144	0.0	0.0	0.423	0.0
0.15	1.20	17.52	0.144	0.0	0.0	0.423	0.0
0.20	1.59	23.27	0.146	0.016	0.001	0.419	0.003
0.31	2.24	32.68	0.197	0.268	0.022	0.369	0.059
0.51	2.97	43.38	0.282	0.542	0.057	0.299	0.192
0.75	3.54	51.66	0.365	0.705	0.094	0.243	0.387
1.13	4.14	60.46	0.437	0.802	0.131	0.200	0.655
2.60	4.48	65.42	0.629	0.971	0.381	0.070	5.450
			0.730	1.00	0.588	0.000	

En la **Figura B.3** se muestra la gráfica de flujo fraccional contra saturación de agua; la irrupción de agua se notó a partir de un volumen de 0.2 veces el volumen poroso inyectado. Las curvas de permeabilidades relativas se muestran en la **Figura B.4**; se realizó un ajuste de los datos mediante la correlación de Corey modificada.

En la **Figura B.5** se muestra la gráfica de la relación de permeabilidades relativas (k_{rw}/k_{ro}) al cambiar la saturación de agua.



- 1.- Bombas de inyección de fluidos.
- 2.- Porta-núcleos.
- 3.- Colector de fluidos.
- 4.- Cilindros contenedores de fluido a alta presión.
- 5.- Válvula reguladora de presión inversa.

Figura B.1: Equipo utilizado durante el desplazamiento del aceite.

Observaciones reportadas

1. Debido a que la k_{ro} a la S_{wc} es menor en comparación a la k_{rw} a la S_{or} ; es posible pensar que la roca es preferentemente mojada por aceite.
2. De acuerdo a una de las reglas de **Craig (Anderson, 1986)**, la cual establece que en un sistema mojado por agua el punto de cruce de las curvas se encuentra a una saturación de agua mayor a 0.5 y para un sistema mojado por aceite, el punto de cruce se encuentra a una saturación de agua menor a 0.5, se puede decir que la roca se encuentra mojada por aceite.
3. De acuerdo a una de las reglas de **Craig (Anderson, 1986)**, una saturación de agua irreducible menor a 15 %, es un indicio de que el medio es mojable por aceite; por lo tanto el medio se considera mojado por aceite.
4. Debido a que la pendiente de la curva del cociente (k_{rw}/k_{ro}) contra S_w es suave y se mantiene en un rango amplio de saturaciones, el medio poroso es mojado por aceite; basándose en un criterio propuesto por **Anderson (1987)** en el cual se indica que si la pendiente del cociente de permeabilidades es pronunciada y se extiende por un rango corto de saturación, la roca es mojada por agua y si la pendiente es suave y se extiende por un rango alto de saturaciones la roca es mojada por aceite.

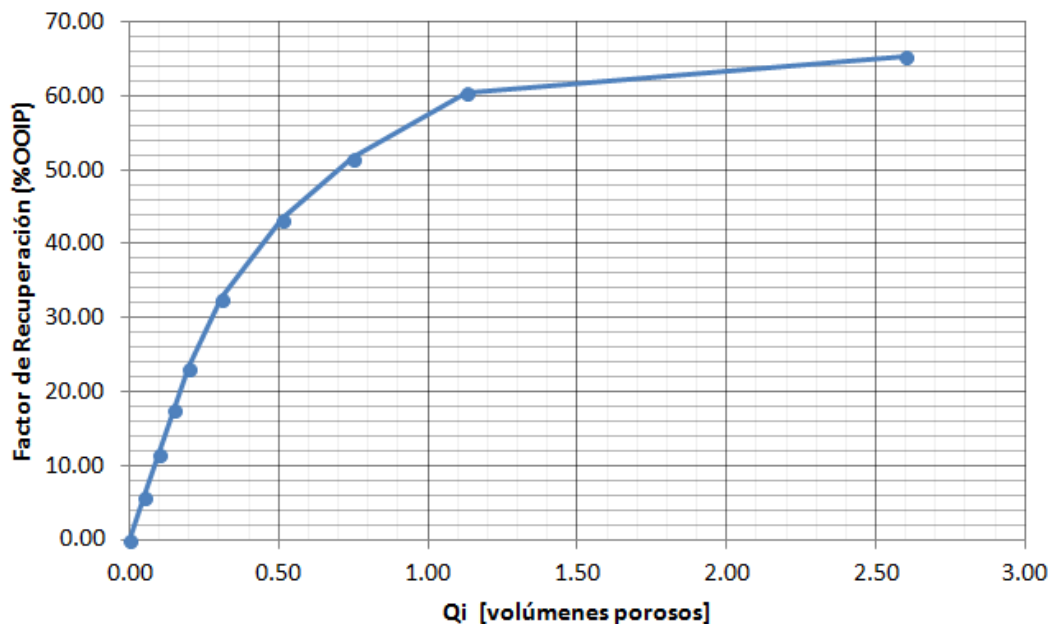


Figura B.2: Factor de recuperación (Experimento-1).

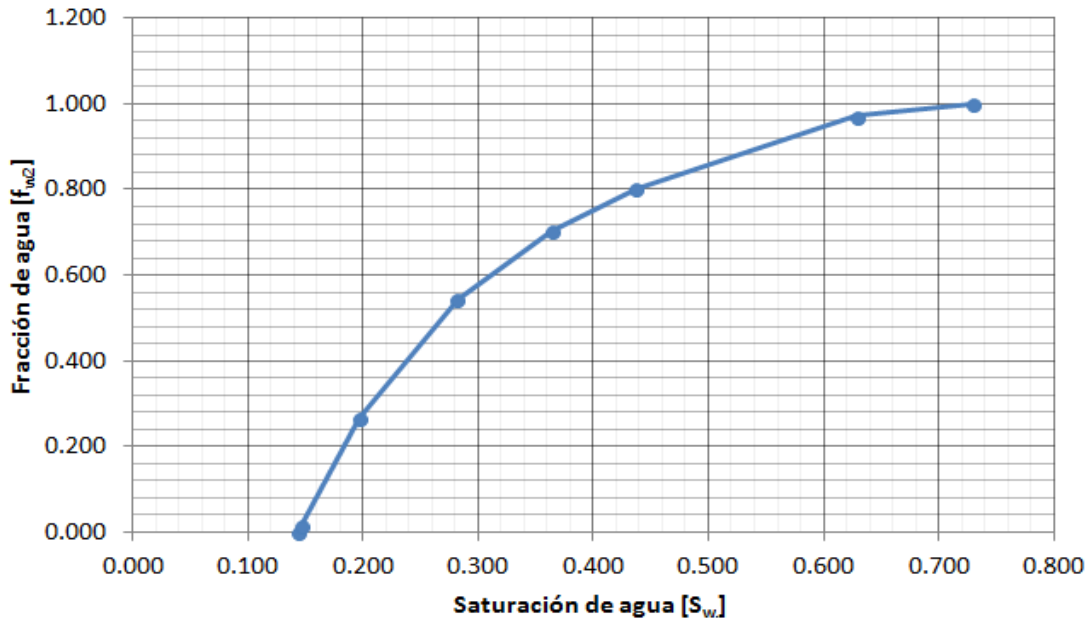


Figura B.3: Fracción de agua (Experimento-1).

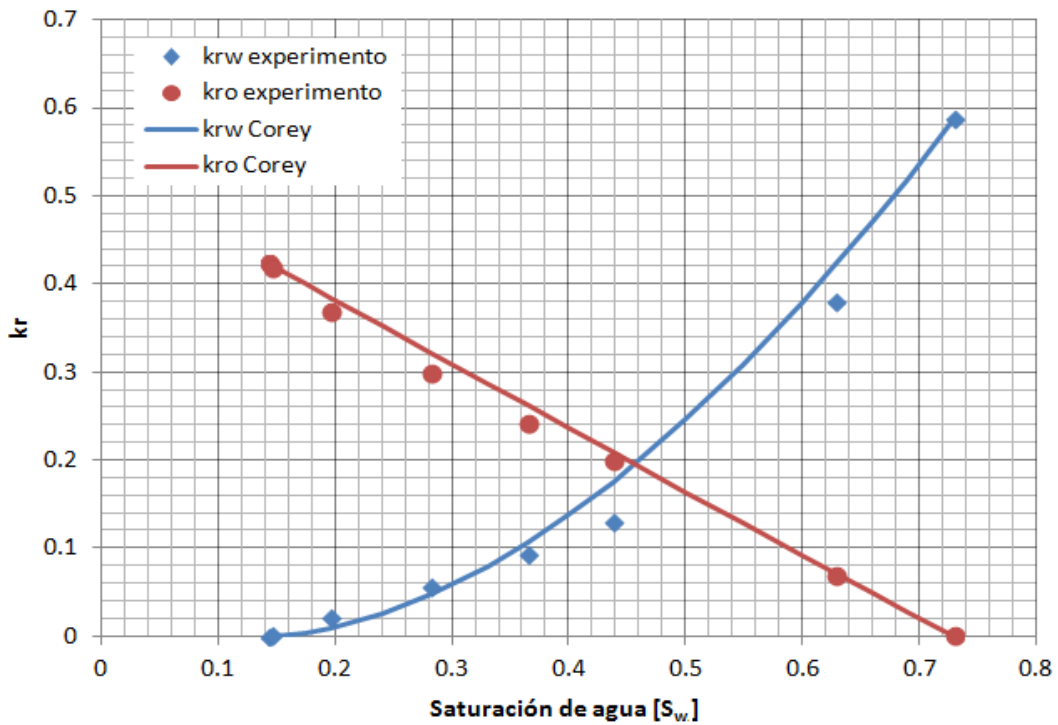


Figura B.4: Curvas de permeabilidades relativas (Experimento-1).

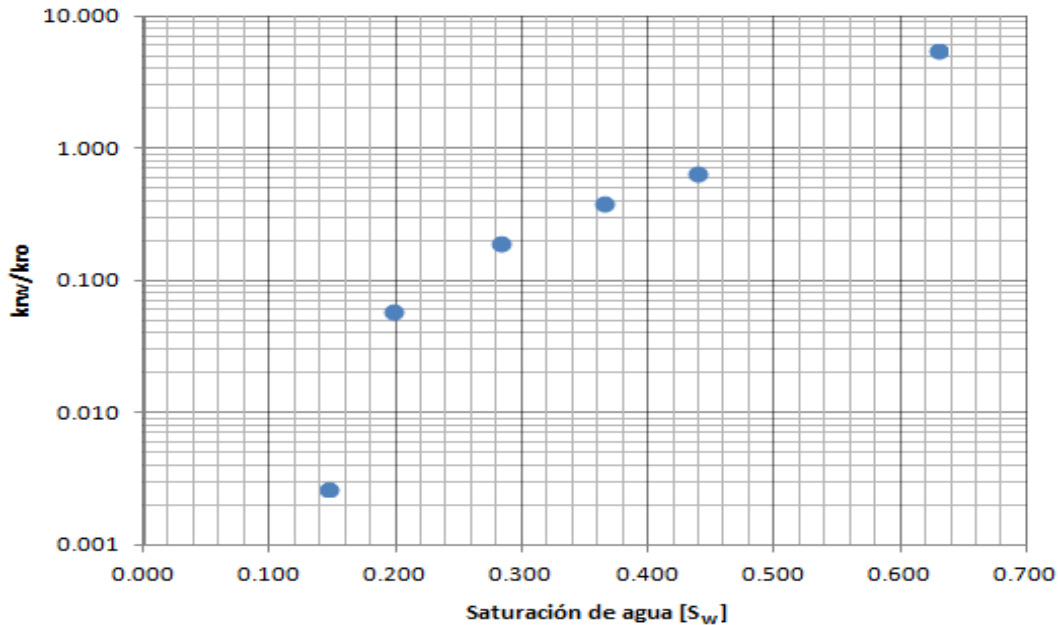


Figura B.5: Cociente de permeabilidades relativas (Experimento-1).

Experimento-2. Inyección de agua con tensoactivo

Para la segunda prueba se realizó un procedimiento similar al presentado en el Experimento-1; a continuación se muestran los pasos realizados para la obtención de las curvas de permeabilidades relativas:

1. Saturación de la roca al 100 % con agua al 0.1 %w de concentración de tensoactivo dejándolo reposar por un tiempo de una semana.
2. Saturación de la roca con aceite. La roca se satura con aceite recombinado hasta alcanzar las condiciones de agua irreductible y se deja en reposo durante cuatro semanas a las condiciones de presión y temperatura de 1,250 psi y 120 °C.
3. Medición de permeabilidades relativas (desplazando agua). Se desplaza agua manteniendo un gasto constante en la entrada del sistema, se mide la caída de presión a través de la roca y los volúmenes de agua y aceite recuperados.
4. Análisis de datos. Se utilizó el método de **Jones y Roszelle (1978)** para obtener las curvas de permeabilidades relativas; se realizó un ajuste de los valores obtenidos utilizando la correlación de Corey modificada.

Las características de los fluidos y propiedades de la roca se muestran en la **Tabla B.5**. Los resultados obtenidos del experimento se muestran en la **Tabla B.6**. El experimento fue realizado a una presión de 1,250 psi y una temperatura de 120 (°C).

La **Figura B.6** muestra el comportamiento del factor de recuperación contra la cantidad de volúmenes poroso inyectados, alcanzando un máximo de 85.07% con un total de agua inyectada de 25.1 cm³ equivalente a inyectar 3.14 veces el volumen poroso de agua.

Tabla B.5: Características de la roca (Experimento-2).

Propiedades	Valor
Volumen poroso (cm ³)	8.00
Longitud (cm)	6.11
Diámetro (cm)	3.81
Viscosidad del agua (μ_w)	0.34 (cp) @p=1250 (psi) y T=120 (°C)
Viscosidad del aceite (μ_o)	1.45 (cp) @p=1250 (psi) y T=120 (°C)
Saturación de agua irreductible (S_{wi})	0.2065
Permeabilidad absoluta (k)	0.1 (md)
Porosidad (ϕ)	0.115
Gasto (cm ³ /h)	10

Tabla B.6: Resultados (Experimento-2).

$V_{p,Iny}$ (cm ³ /hr)	N_p (cm ³)	FR (%)	S_w	f_w	k_{rw}	k_{ro}	$\frac{k_{ro}}{k_{rw}}$
0.00	0.00	0.00	0.207	0.000	0.000	0.519	0.000
0.06	0.45	7.09	0.207	0.000	0.000	0.519	0.000
0.14	1.10	17.33	0.207	0.000	0.000	0.519	0.000
0.25	2.00	31.51	0.207	0.000	0.000	0.519	0.000
0.38	3.00	47.26	0.207	0.000	0.000	0.519	0.000
0.51	4.10	64.59	0.207	0.000	0.000	0.519	0.000
0.58	4.45	70.10	0.360	0.300	0.026	0.368	0.069
0.70	4.80	75.61	0.562	0.650	0.055	0.182	0.301
1.14	5.10	80.34	0.747	0.914	0.080	0.046	1.729
2.14	5.35	84.28	0.808	0.969	0.090	0.018	5.024
3.14	5.40	85.07	0.862	0.994	0.098	0.004	25.769
			0.900	1.000	0.118	0.000	

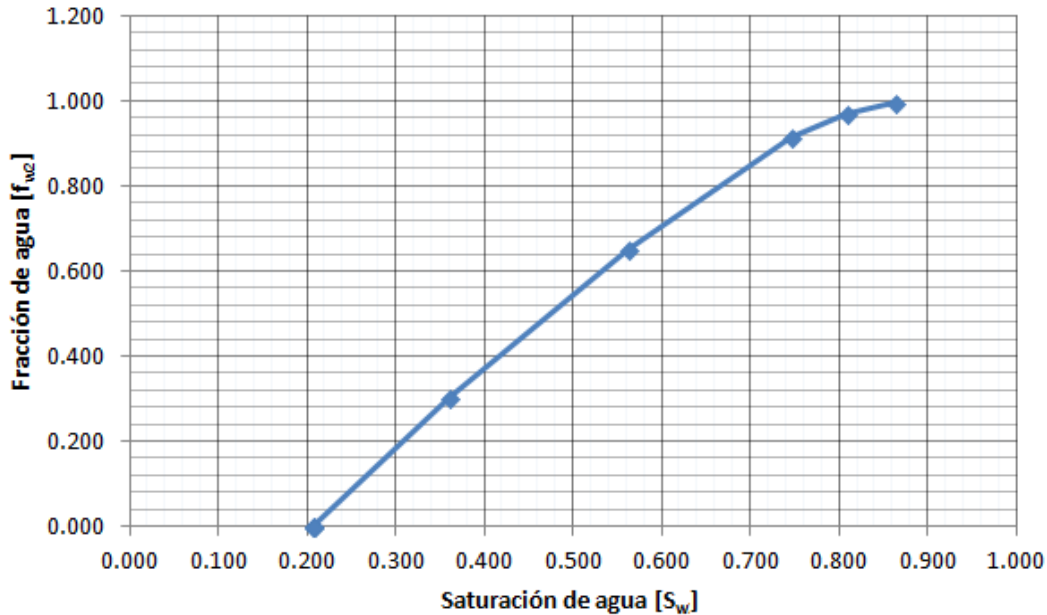


Figura B.6: Factor de recuperación (Experimento-2).

En la **Figura B.7** se muestra la curva de flujo fraccional de agua, presentándose la irrupción de agua a los 0.58 volúmenes de poro inyectados. Las curvas de permeabilidades relativas se muestran en la **Figura B.8**, al igual que en el Experimento-1 se realizó un ajuste de los resultados utilizando la correlación de Corey modificada. La **Figura B.9** muestra los resultados graficados del cociente de permeabilidades contra la saturación; el análisis de este parámetro puede ayudar a determinar la mojabilidad de la roca.

Observaciones reportadas

1. Debido a que la k_{rw} a la S_{or} es menor en comparación a la k_{ro} a la S_{wc} , es posible decir que la roca es mojada por agua.
2. De acuerdo a una de las reglas de **Craig (Anderson, 1986)**, la cual establece que en un sistema mojado por agua el punto de cruce de las curvas se encuentra a una saturación de agua mayor a 0.5 y para un sistema mojado por aceite el punto de cruce se encuentra a una saturación de agua menor a 0.5, se puede decir que la roca se encuentra mojada por agua.
3. De acuerdo a una de las reglas de **Craig (Anderson, 1986)**, una saturación de agua irreducible mayor a 20 %, es un indicio de que el medio es mojable por agua, por lo tanto el medio se considera mojado por agua.

4. Como se comentó anteriormente, a partir de la pendiente de la curva generada por el cociente de permeabilidades es posible determinar la mojabilidad del sistema; para este experimento se obtuvo una pendiente pronunciada, lo cual indica que la roca es mojada por agua.

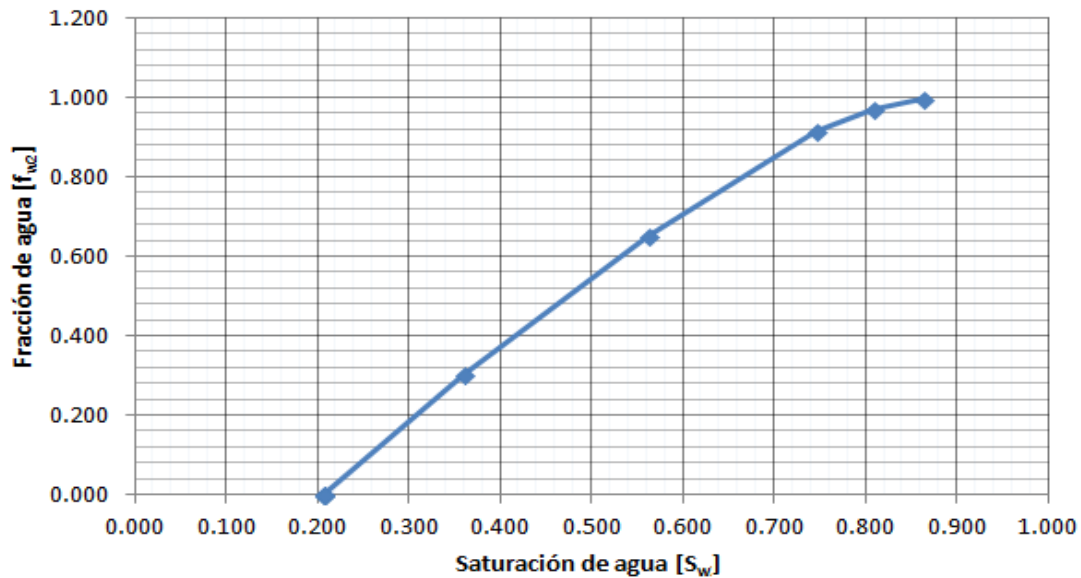


Figura B.7: Fracción de agua (Experimento-2).

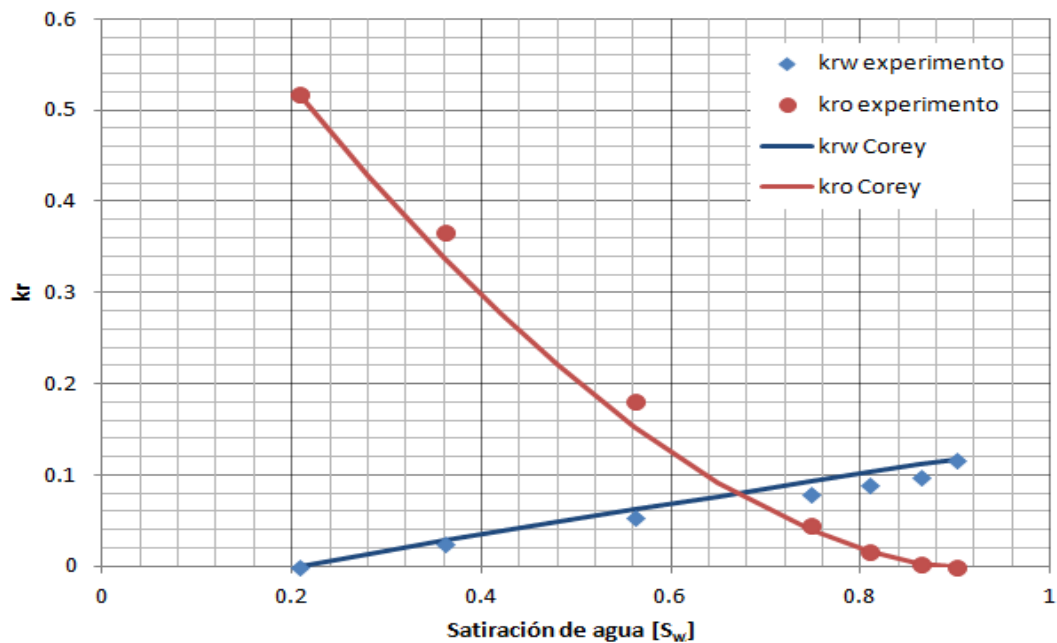


Figura B.8: Curvas de permeabilidades relativas (Experimento-2).

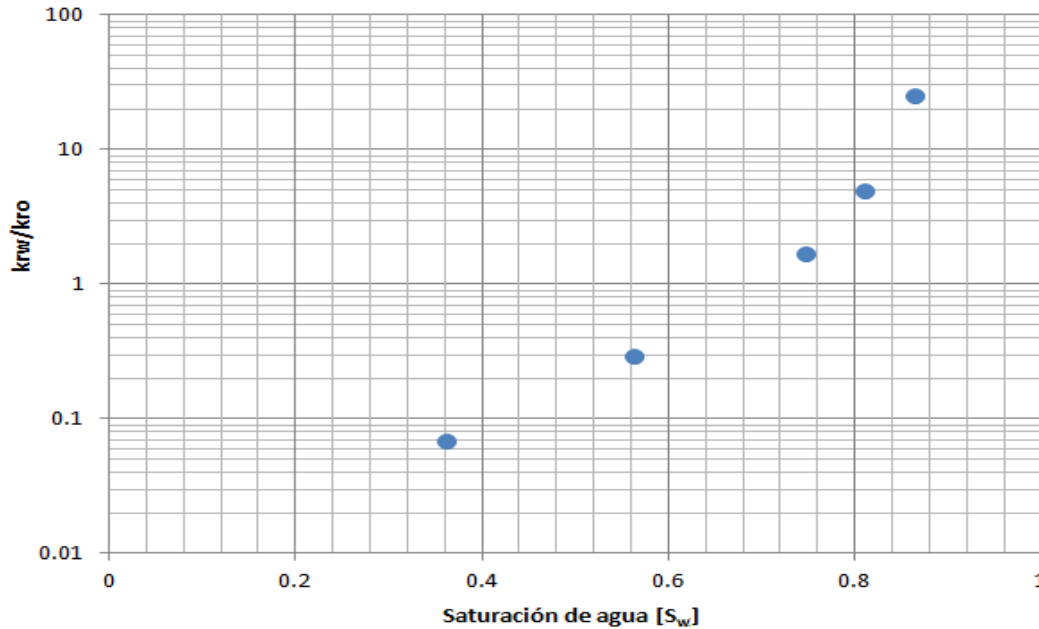


Figura B.9: Cociente de permeabilidades relativas (Experimento-2).

Comparación de los experimentos

Como parte del reporte de laboratorio se realizó la comparación de las curvas de permeabilidades relativas obtenidas en el desplazamiento de aceite con agua y las curvas obtenidas al desplazar aceite con agua más tensoactivo, observando una diferencia de valores causados por el efecto del tensoactivo y la preparación del sistema de tapones (Figura B.11).

La Figura B.12 muestra la comparación de los factores de recuperación obtenidos al desplazar aceite con agua y al desplazar aceite con agua más tensoactivo al 0.1%w de concentración, observándose un factor de recuperación mayor al utilizar solución tensoactivo en comparación al utilizar únicamente agua.

Observaciones finales

1. Al termino de los experimentos se logró un FR de 64 % utilizando únicamente agua y un FR de 84 % al utilizar agua con tensoactivo, obteniéndose un incremento en el factor de recuperación de 19.65 %.
2. Se logró desplazar las curvas de permeabilidades relativas, realizando el cambio de un medio preferentemente mojado por aceite a un medio preferentemente mojado por agua.
3. Se utilizó un menor volumen de agua inyectada para recuperar la misma cantidad de aceite al inyectar agua con tensoactivo en comparación con inyectar únicamente agua.

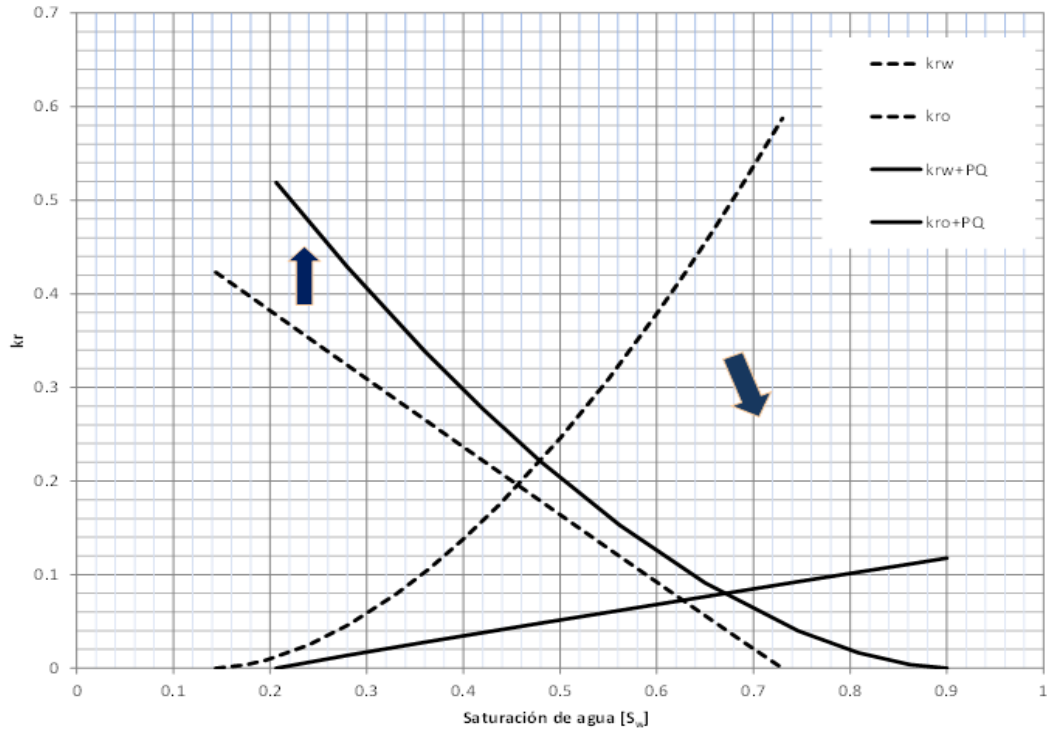


Figura B.10: Curvas de permeabilidades (Experimento-1 vs Experimento-2).

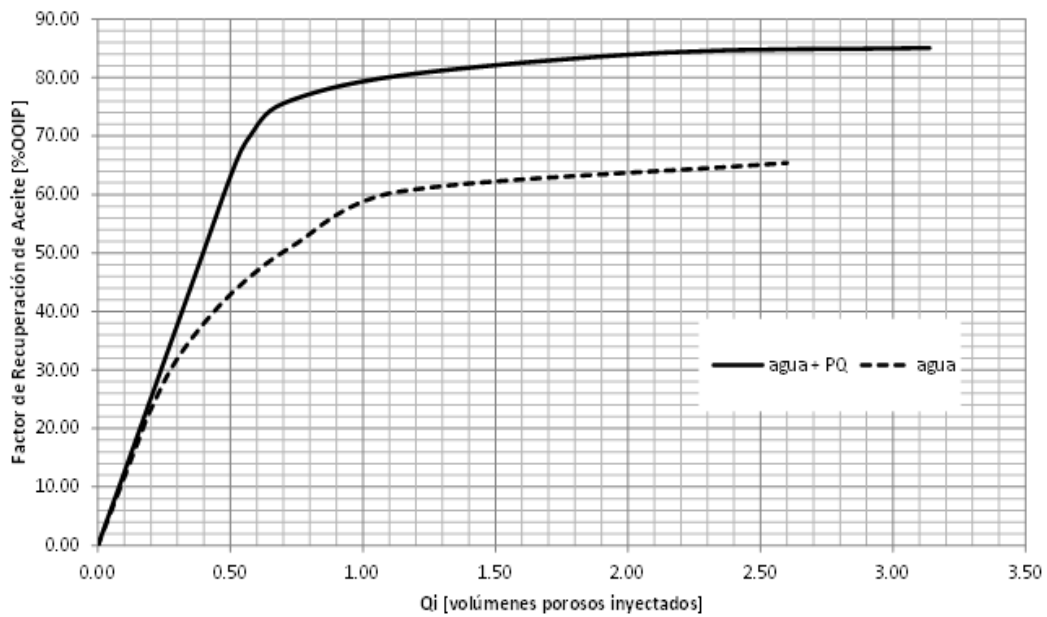


Figura B.11: Factores de recuperación (Experimento-1 vs Experimento-2).

Apéndice C

Distribución de propiedades por nodo durante la simulación

Simulación I

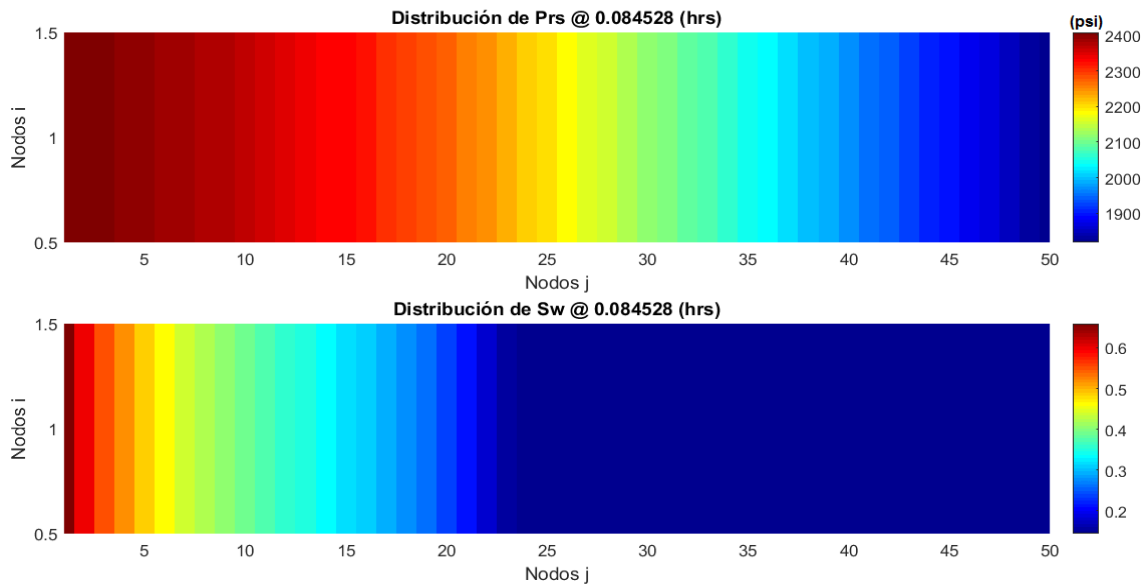


Figura C.1: Distribución de variables a 0.08 hrs (Simulación I).

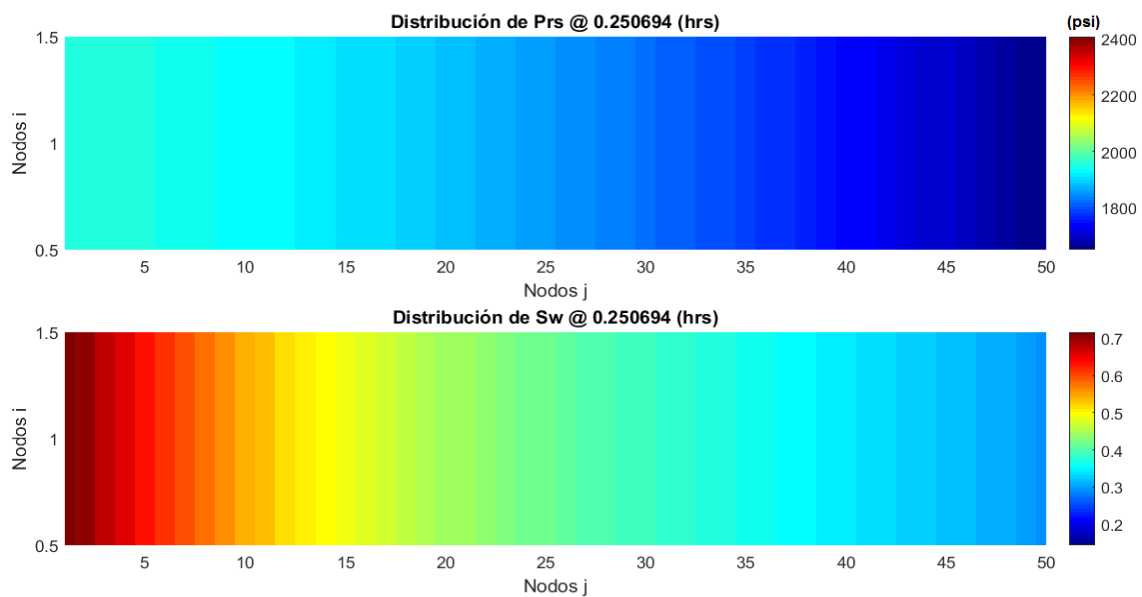


Figura C.2: Distribución de variables de agua a 0.25 hrs (Simulación I).

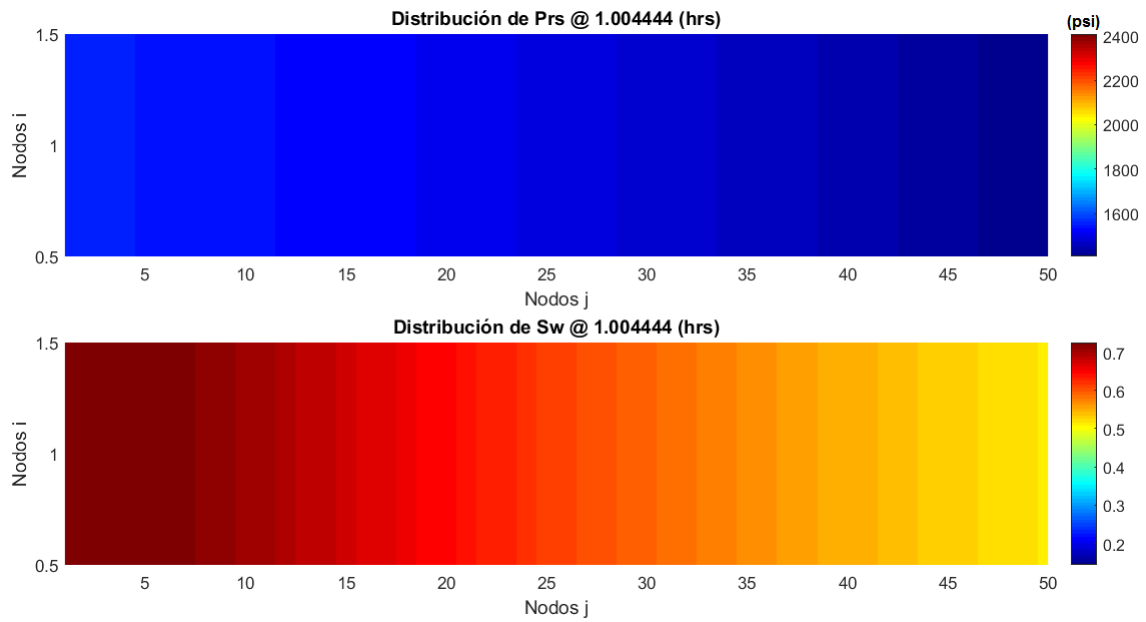


Figura C.3: Distribución de variables de agua a 1.00 hrs (Simulación I).

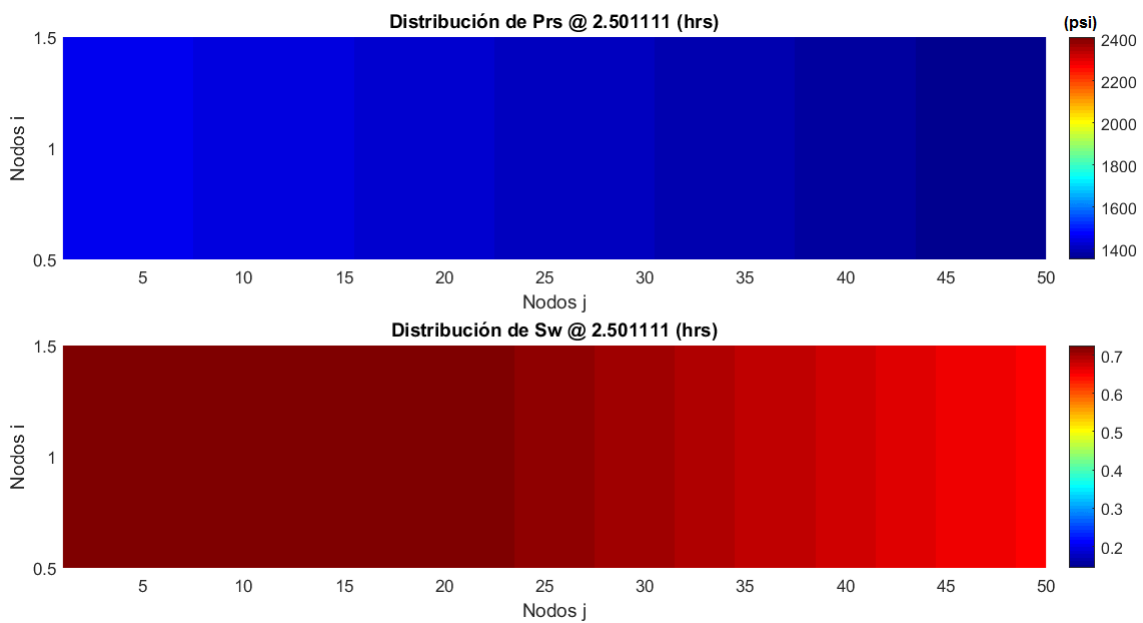


Figura C.4: Distribución de variables a 2.50 hrs (Simulación I).

Simulación II

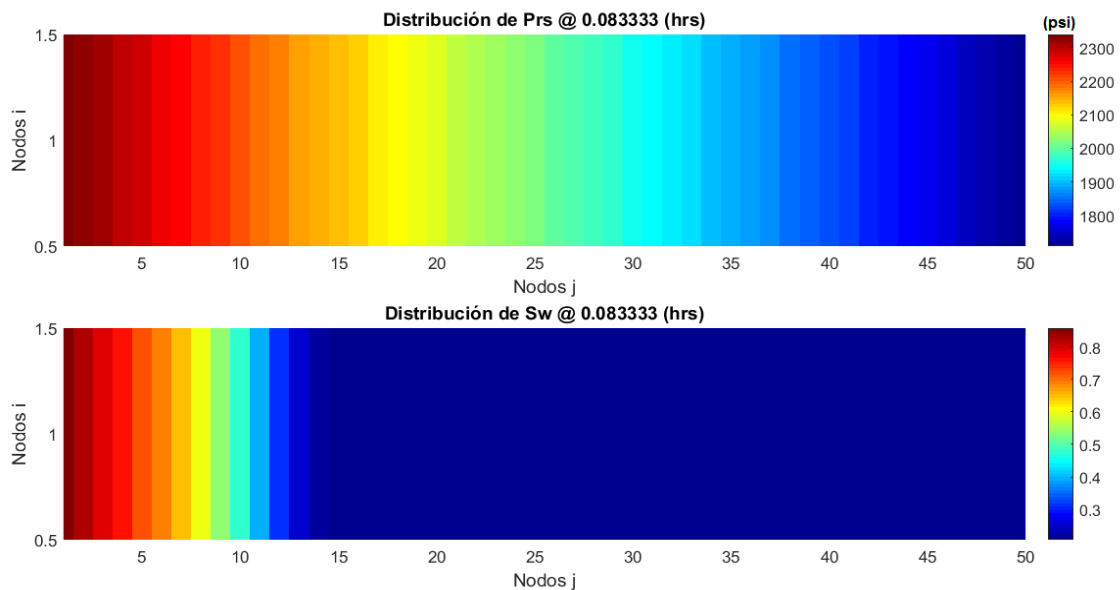


Figura C.5: Distribución de variables a 0.08 hrs (Simulación II)

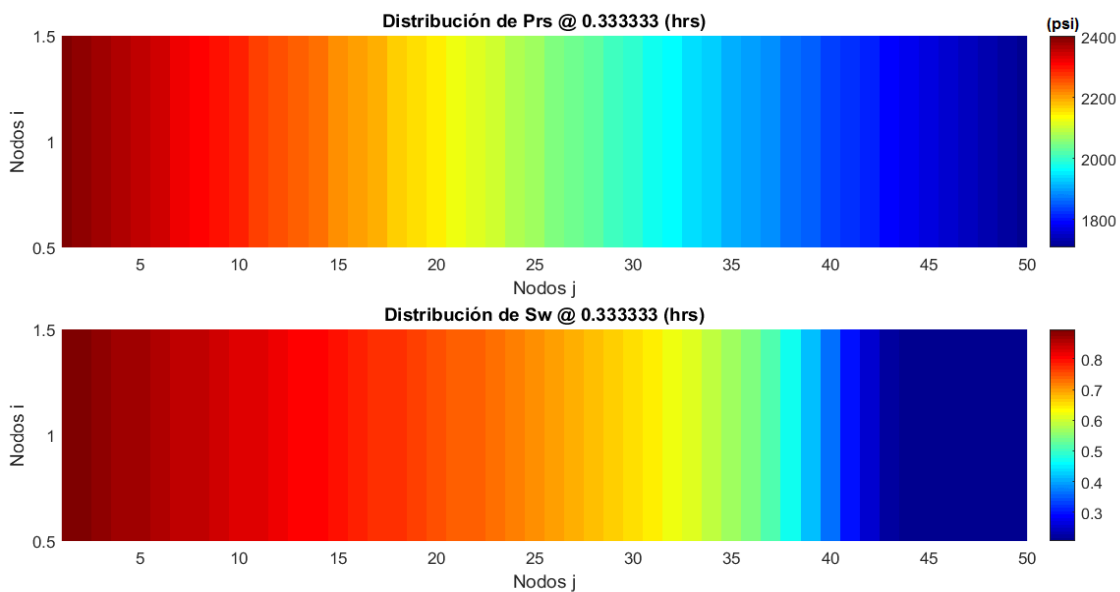


Figura C.6: Distribución de variables a 0.33 hrs (Simulación II).

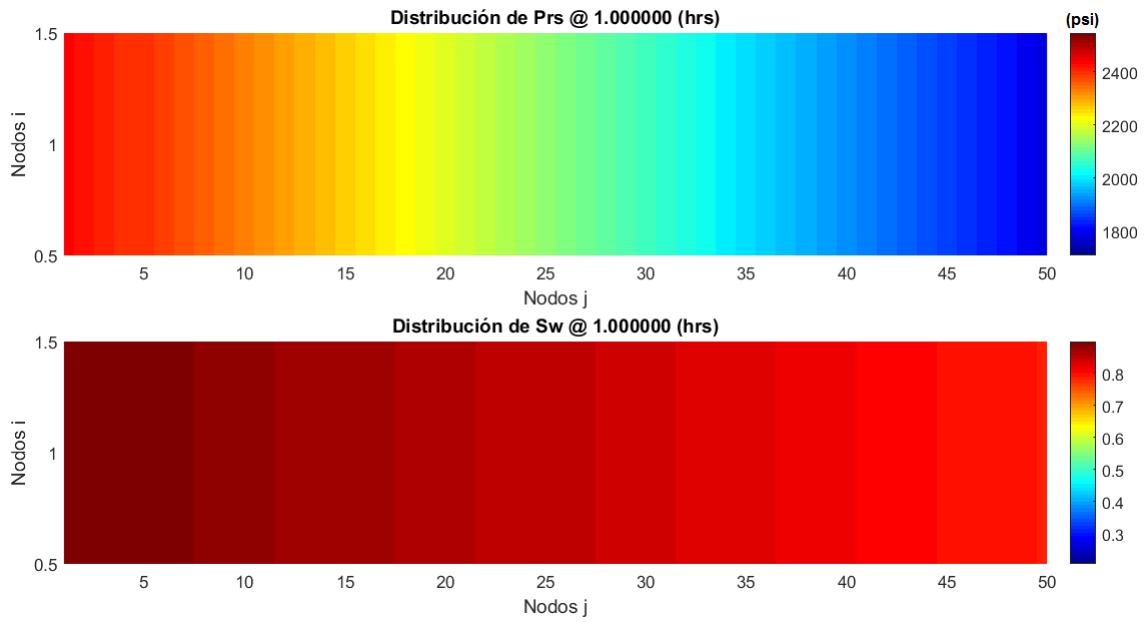


Figura C.7: Distribución de variables a 1.00 hrs (Simulación II)

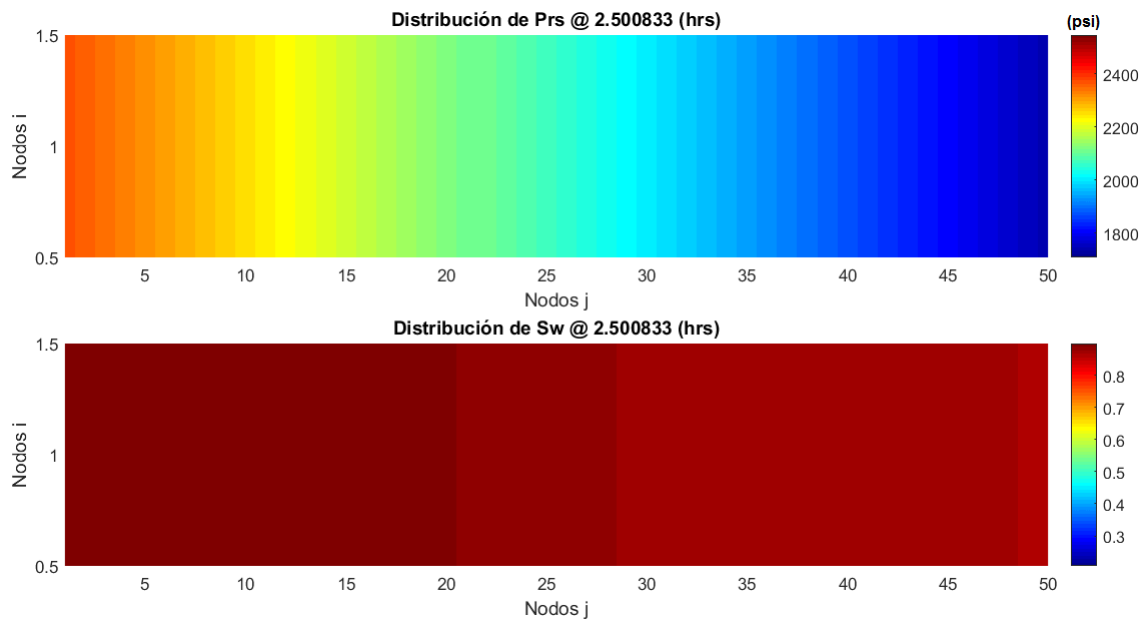


Figura C.8: Distribución de variables a 2.50 hrs (Simulación II).

Simulación III

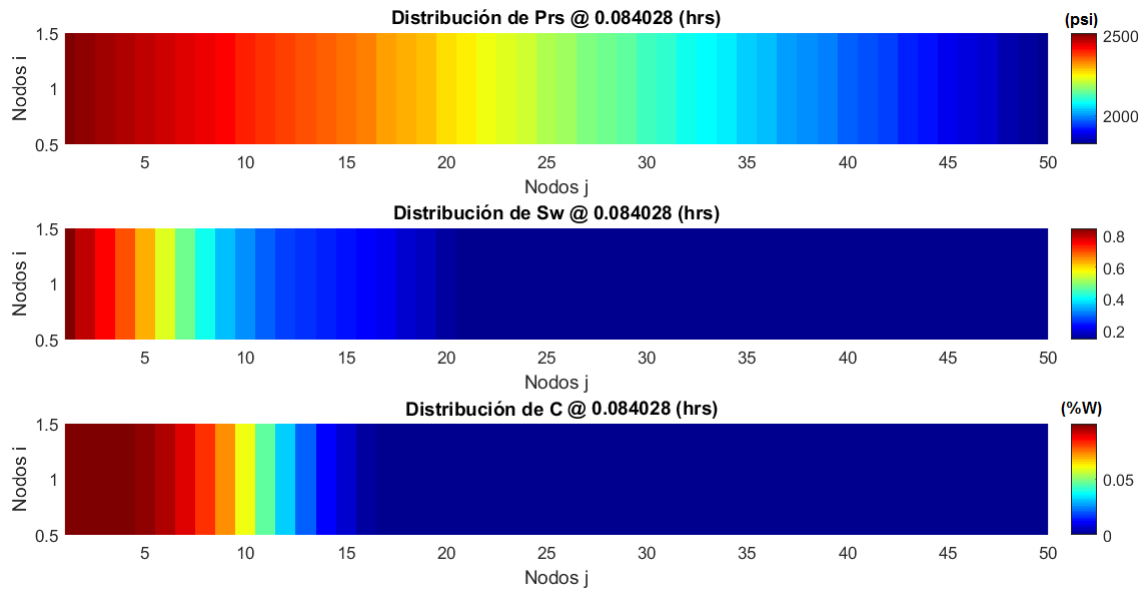


Figura C.9: Distribución de variables a 0.08 hrs (Simulación III)

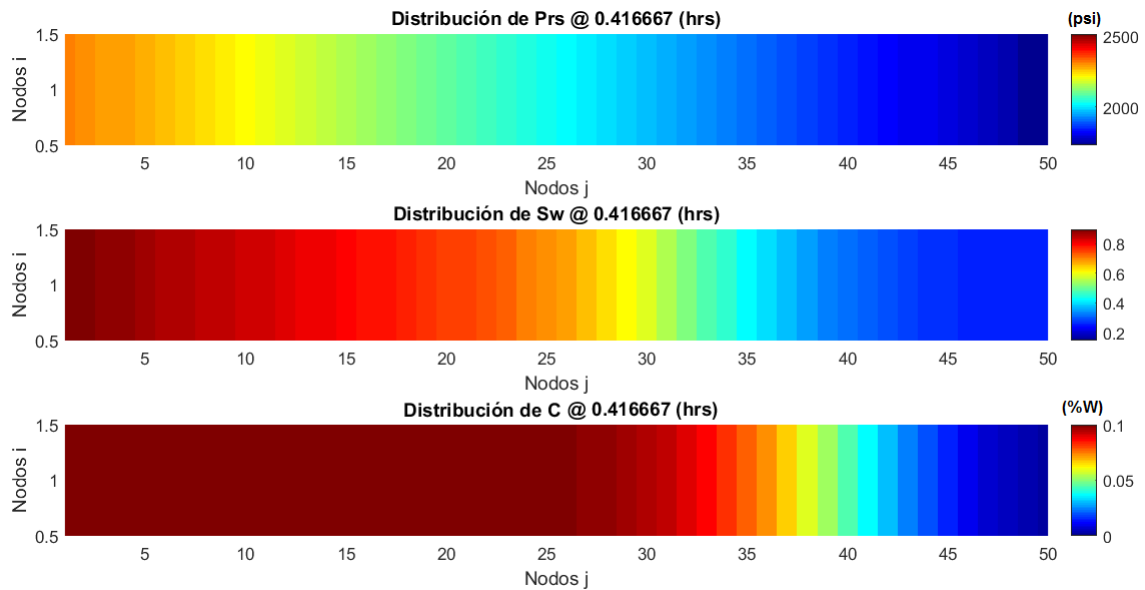


Figura C.10: Distribución de variables a 0.41 hrs (Simulación III).

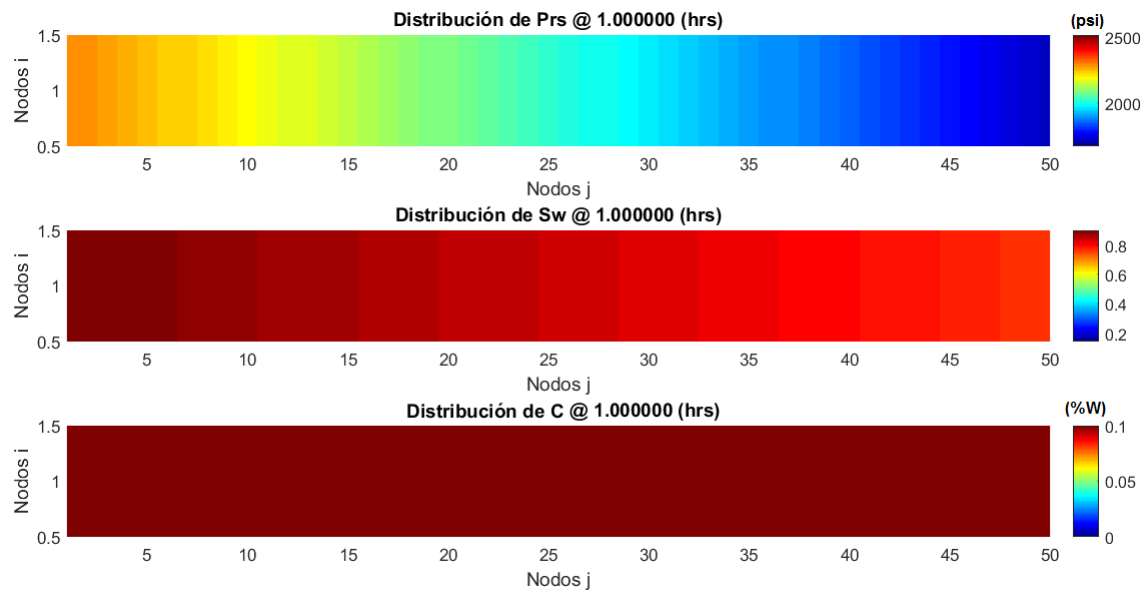


Figura C.12: Distribución de variables a 1.00 hrs (Simulación III).

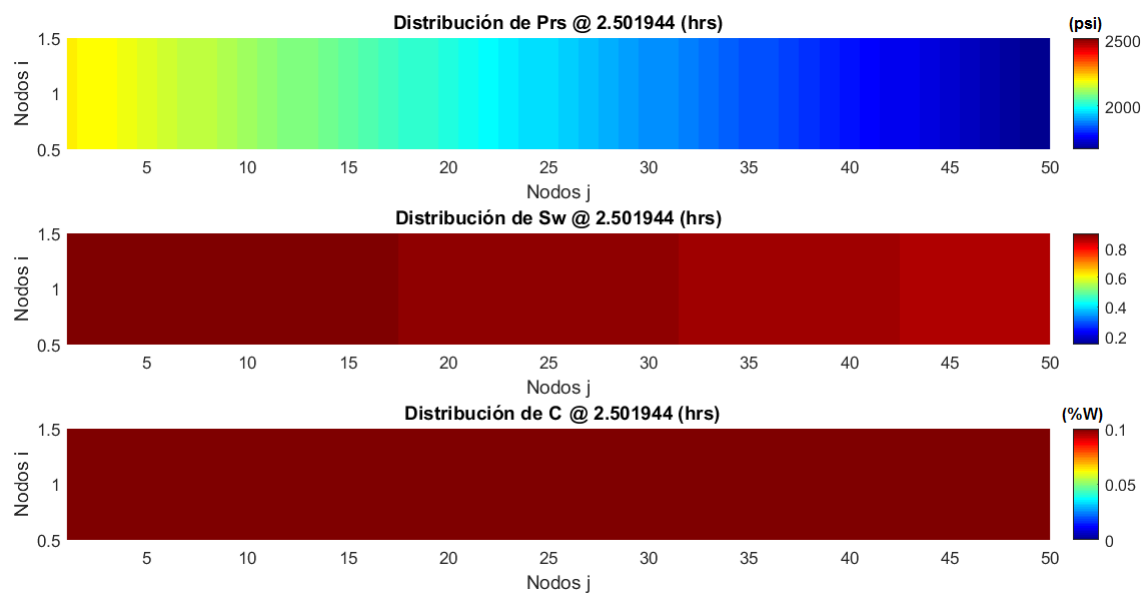


Figura C.12: Distribución de variables a 2.50 hrs (Simulación III).