



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE FALLA EN
CUERPOS RÍGIDOS ENSAYADOS EN MESA VIBRADORA,
UTILIZANDO UNA EXPRESIÓN PARAMÉTRICA
RELACIONADA A UNA FUNCIÓN
DE FRAGILIDAD**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE:

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A

LUIS ÁNGEL DE LA HUERTA PONCE

**DIRECTOR DE TESIS
DR. EDUARDO REINOSO ANGULO**

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2016





Esta tesis va dedicada a:

Mi madre Rosa Maria Ponce Vázquez



Por su amor infinito hacia mi persona

Mi hermana Vanessa Teresa De la Huerta Ponce

Por su apoyo incondicional y moral

Mi tía María del Socorro Vázquez Ballesteros

*y parte de la familia que lamentablemente se han adelantado en
el camino*

Agradecimientos a:

Mis amigos y compañeros que he conocido a lo largo de mi vida

La Universidad Nacional Autónoma de México

M. I. Luis Manuel Buendía Sánchez

Dr. Eduardo Reinoso Angulo

INDICE

	<i>Página</i>
Resumen	1
Introducción	2
Capítulo 1. Parámetros geométricos y dinámicos que rigen el comportamiento dinámico de contenidos	4
1.1 Parámetros geométricos	4
1.2 Parámetros dinámicos	6
1.2.1 Características del movimiento sísmico en la mesa vibradora	6
1.2.1.1 Aceleración máxima del suelo	7
1.2.1.2 Velocidad máxima del suelo	7
1.3 Respuesta dinámica en cuerpos rígidos	7
Capítulo 2. Metodología para estimar la probabilidad de falla de los bloques rígidos por volteo	10
2.1 Metodología aplicada al caso de estudio	12
2.1.1 Pruebas experimentales en bloques rígidos regulares	12
2.1.2 Estimación de los parámetros geométricos de los bloques de estudio	13
2.1.3 Muestra representativa del peligro sísmico aplicado a cada prototipo	14
2.1.4 Escalamiento de acelerogramas de un solo sitio hasta alcanzar una misma intensidad	15
2.1.5 Probabilidad de falla para cada uno de los prototipos ensayados	16
2.2 Curvas de probabilidad de falla para cada uno de los bloques rígidos	17
Capítulo 3. Función de fragilidad y expresión paramétrica que estimen la probabilidad de falla en los prototipos	20
3.1 Función de fragilidad que estime la probabilidad de falla en cuerpos rígidos	20
3.1.1 Aceleración media y desviación estándar de la función de fragilidad	21
3.1.2 Curvas de fragilidad para los bloques rígidos ensayados	23
3.2 Expresión paramétrica utilizada para estimar la probabilidad de falla en los prototipos	26
3.2.1 Características principales de las expresión paramétrica a utilizar	27
3.2.2 Curvas de regresión estimadas para cada uno de los prototipos ensayados	29

Capítulo 4. Discusión de las metodologías	31
4.1 Análisis de la metodología empírica	31
4.2 Relación de la función de fragilidad con la metodología empírica	32
4.2.1 Estimación de probabilidad de daño en los prototipos, por medio de las curvas de fragilidad y uso de los niveles de riesgo	32
4.2.1.1 Desventajas de la función de fragilidad	36
4.2.1.2 Casos particulares en la estimación de daños de los prototipos	38
4.2.2 Análisis de otros parámetros que ayuden a mejorar a la función de fragilidad	39
4.3 Análisis de la expresión paramétrica	39
4.3.1 Evaluación del modelo de regresión	40
4.3.1.1 Coeficiente de determinación (R^2)	40
4.3.1.2 Variación de las probabilidades de falla de la metodología empírica con la expresión paramétrica	40
4.3.1.3 Análisis de la curva de regresión estimada	43
4.3.1.4 Errores comunes en el uso del coeficiente de determinación	46
4.4 Comparación entre la función de fragilidad y la expresión paramétrica	46
Capítulo 5 Conclusiones	48
Anexo A Datos seleccionados para la estimación del comportamiento dinámico en los prototipos ensayados	50
Referencias	56

Resumen

Se presenta una expresión paramétrica sencilla que permite estimar la probabilidad de falla por volteo de un cuerpo rígido bajo una intensidad sísmica (p.e. aceleración máxima del suelo, PGA) para un sitio. Se realiza una comparación de esta expresión con lo obtenido de métodos empíricos.

La expresión propuesta está en función del ángulo que indica la esbeltez del bloque (α), la frecuencia característica para cada prototipo (p), y la frecuencia del movimiento sísmico dada por la relación de PGA/PGV . De esta manera se propone un método que simplifique la probabilidad de falla de un bloque rígido, sin tener que recurrir a los resultados obtenidos por ensayos o pruebas experimentales.

Abstract

This work presents a simple parametric expression allowing estimating the probability of overturning of a rigid body for a given earthquake intensity (for example the peak ground acceleration, PGA). This expression is compared to empirical results.

The proposed expression is a function of the angle that represents the slenderness of the block (α), the characteristic frequency for each prototype (p), and the frequency of ground motion given by the PGA/PGV ratio. Thus, a method that simplifies the probability of failure of a rigid block is proposed, without relying in the results obtained by experimental tests or trials.

Introducción

Anualmente se generan altos costos en la reparación, reposición y restauración de contenidos debido a la acción de un movimiento sísmico, estos costos son absorbidos por la propia población y en algunas ocasiones por agencias de seguros.

Actualmente las estructuras están diseñadas para resistir diferentes intensidades de movimiento sísmico, pero en el caso de los elementos no estructurales que se encuentran dentro de estas edificaciones, simplemente sufren de pérdida total o parcial debido a la poca información referente al comportamiento de contenidos, cuando estos se encuentran bajo los efectos de un evento sísmico en particular.

En algunos casos, el valor económico de algunos contenidos puede ser mayor que el valor de la misma estructura. La falla estructural que pudiera llegar a presentarse en una edificación, puede ser causada por los daños que se presentan en algunos equipos, o bien, se puede presentar incidentes en que los contenidos pudieran afectar la integridad física de los ocupantes del edificio, ocasionando heridas graves o en el peor de los casos, pérdidas de la vida humana.

Por ello, es importante estudiar el comportamiento de los contenidos expuestos a las acciones sísmicas, de manera que se pueda estimar el nivel de riesgo que existe en cada uno de ellos y proponer recomendaciones que ayuden a reducir o evitar por completo la falla de los mismos.

El presente trabajo tiene el objetivo de evaluar la vulnerabilidad de bloques rígidos que están bajos los efectos de una intensidad de movimiento sísmico simulado en la mesa vibradora, donde se tomará como base las investigaciones realizadas por Jaimes (2014). Estos bloques por lo general son considerados como prototipos que se asemejan a contenidos específicos que fueron dañados por un sismo.

Dentro de los objetivos de este estudio, también se propone una forma estimar la probabilidad de que un prototipo llegue a fallar por volteo, mediante los ensayos hechos a prototipos en la mesa vibradora, donde se simularon varios eventos sísmicos que fueron registrados para un solo sitio.

En el **Capítulo 1** se describen las características físicas propias del bloque prismático, las cuales determinan su comportamiento cuando estos se encuentran bajo la acción de un sismo, a estas características se les considera como parámetros geométricos, los cuales se detallará a cada uno de ellos.

Para el **Capítulo 2** se propone una metodología que permita estimar la probabilidad de que un bloque presente su volteo ante la acción de un movimiento sísmico, mediante los diferentes ensayos hechos a los prototipos en la mesa vibradora.

El **Capítulo 3** se propone una forma de estimar la probabilidad de que los prototipos presenten su volteo mediante un análisis probabilístico determinado por una función de

distribución lognormal, la cual se le conoce como *función de fragilidad* (Jaimes 2014). En el mismo capítulo también se propone una *expresión paramétrica* que es considerada como un modelo empírico y es determinada por un análisis de regresión.

El **Capítulo 4** se analiza la efectividad de las dos propuestas que permiten estimar la probabilidad de falla por volteo de los prototipos ensayados en la mesa vibradora.

Se discutirá la relación que pueda existir entre ambas propuestas y compararlas entre sí, en donde una fue determinada mediante un análisis de probabilidad que se encuentra definido por una función de distribución lognormal (función de fragilidad), y la otra consiste en un modelo de regresión no lineal, el cual está considerada como una ecuación paramétrica.

Finalmente se plantean las conclusiones que se han llegado en este presente trabajo dedicado a estimar la probabilidad de falla en un prototipo.

CAPÍTULO 1

Parámetros geométricos y dinámicos que rigen el comportamiento dinámico de contenidos

1.1 Parámetros geométricos

Los parámetros geométricos propios de un contenido regular, influyen en su comportamiento dinámico cuando este se encuentra bajo los efectos de una excitación sísmica, gracias a estos parámetros, es posible estimar el modo de respuesta dinámica que puede experimentar un contenido, como por ejemplo el número de veces en que presenta su balanceo hasta llegar a su volteo (si este ocurre), así como el deslizamiento del objeto de su posición original durante el tiempo en que transcurre el movimiento sísmico.

Para efectos de este trabajo se utilizaron bloques prismáticos con diferentes configuraciones en sus dimensiones físicas, modificando su centro de masa para cada caso particular de los prototipos, estos fueron puestos en una mesa vibradora y se les realizaron varias pruebas experimentales que permitieron conocer su comportamiento dinámico. A esta configuración de dimensiones en los bloques ensayados, es determinado por sus parámetros geométricos propios.

Es importante mencionar que todos estos parámetros son de gran utilidad para el estudio del comportamiento dinámico de los contenidos, cuyos autores dedicados a este tema, los utilizan para estimar algún modo de respuesta en particular (Reinoso et al. 2008, Konstantinidis et al. 2005, Ishiyama 1983 y Housner 1963).

En la figura 1.1 se muestra un modelo bidimensional simplificado de los diferentes prototipos ensayados en la mesa vibradora, donde se muestra los parámetros geométricos propios de cada bloque, con el fin de identificar a cada uno de ellos.

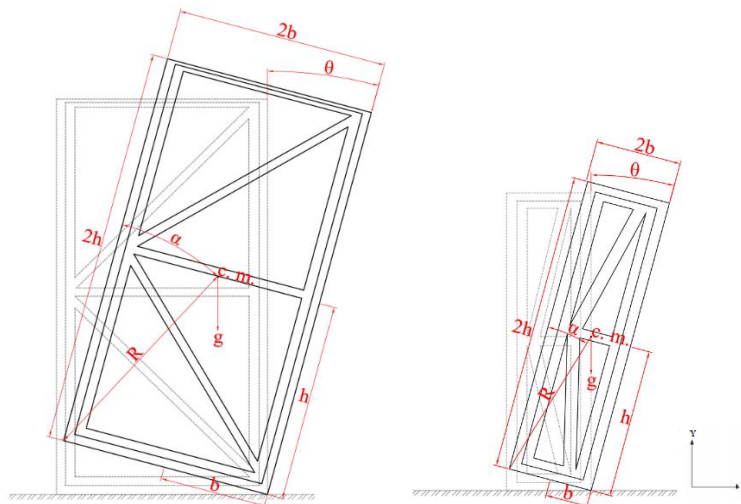


Figura 1.1 Parámetros geométricos que interviene en la respuesta dinámica de los prototipos y son utilizados en el estudio de contenidos (Reinoso et al. 2008)

A continuación se define cada uno de estos parámetros geométricos que caracterizan el modo de respuesta dinámico de los bloques y permiten una mejor comprensión para su estudio.

2h y 2b. Indican las dimensiones del bloque asociadas a su altura y ancho respectivamente. En la figura 1.1 se aprecia que b es la semi-base del contorno y h es la altura que va del centroide geométrico del bloque a su base.

R. Es la distancia que hay del centro de masa del bloque a uno de sus puntos más lejanos de apoyo, para efectos del modelo bidimensional este punto de apoyo puede entenderse como el vértice del contorno perimetral del objeto (por lo general son las esquinas inferiores derechas e izquierdas de la base rectangular que entran en contacto con la superficie portante).

Para el caso de los prototipos de la figura 1.1; se puede determinar la dimensión de “R” por medio de la expresión (1.1), pero es importante mencionar que el centro de masa del bloque no siempre coincide con su centro geométrico y por lo general a este parámetro se le relaciona con la altura o tamaño del bloque.

$$R^2 = b^2 + h^2 \quad (1.1)$$

θ . Es el ángulo de inclinación que sufre el bloque cuando su comportamiento presenta uno o varios balanceos debido a la intensidad de un movimiento sísmico, aunque no necesariamente el modo de respuesta de un objeto debe de presentar balanceo para que exista un valor “ θ ”.

α . Es el parámetro que está asociado con la esbeltez del bloque y se obtiene analíticamente por medio de la siguiente expresión:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{b}{h} \right) \quad (1.2)$$

El ángulo de esbeltez de un bloque rígido (α) es un indicador de su disposición para entrar al movimiento de balanceo, cuando es menor este valor, el prototipo tiene más probabilidades de balancearse si se le induce un movimiento en su base, llegando a fallar por volteo.

p. Es un parámetro que indica la disposición que tiene un bloque rígido a balancearse y está determinado por otro parámetro que interviene en la respuesta dinámica de los contenidos regulares como lo es (R), el cual se relaciona con el tamaño de los bloques rígidos, así como la aceleración gravitacional (g).

A este parámetro se le conoce como *frecuencia característica de un bloque regular homogéneos* (p) y es representada por la siguiente expresión:

$$p = \sqrt{\frac{3g}{4R}} \quad (1.3)$$

Tanto la frecuencia característica (p) como el ángulo de esbeltez (α) de un bloque rígido, son dos parámetros obtenidos por la ecuación de movimiento no lineal de la respuesta dinámica de los cuerpos rígidos (Makris y Roussos, 1998), la cual es representada por la siguiente expresión:

$$(J_c + mR^2) \cdot \theta'' = mR \cdot \cos(\alpha + |\theta|) \cdot x_g'' - S(\theta) \cdot mRg \cdot \sin(\alpha - |\theta|) \quad (1.4)$$

donde x_g'' es la historia de aceleraciones en la base del bloque, J_c es el momento de inercia rotacional con respecto al centro de masa y $S(\theta)$ es una función signo.

1.2 Parámetros dinámicos

Con base a los estudios hechos por Jaimes et al. (2013), se toman ciertas consideraciones que son implementadas para la estimación del comportamiento dinámico de un contenido sometido a una intensidad de movimiento sísmico. Estas consideraciones son las siguientes:

- a) Se establecen criterios dinámicos que permitan saber los límites de intensidad mínimos, que provoquen un modo de respuesta específico en el prototipo experimental, de tal manera que podamos estimar de forma precisa el comportamiento que sea más desfavorable para el contenido.
- b) El contenido estará siempre apoyado entre su superficie de interface y la superficie portante, ambas superficies siempre deben ser planas e indeformables (debe ser recomendable), esto tiene como finalidad el poder obtener un mejor resultado en la estimación de la vulnerabilidad sísmica de los prototipos ensayados.
- c) De acuerdo al estudio de contenidos, el movimiento que prevalece en los bloques experimentales, es el horizontal y se considera que el movimiento vertical no existe.
- d) Los parámetros o coeficientes dinámicos son constantes.

1.2.1 Características del movimiento sísmico en la mesa vibradora

A los movimientos sísmicos registrados para un sitio en particular, suelen ser representados por un acelerograma que está en función del tiempo en que dura la excitación. De esta grafica se registra la aceleración máxima del suelo y por lo general, está considerado como un parámetro dinámico del suelo.

Debido a sus propiedades dinámicas, los sismos elegidos para el presente trabajo, son ejemplos de movimientos que pueden afectar a los prototipos que representan a contenidos que fueron afectados en un caso real.

Los parámetros que indican la aceleración y velocidad máxima del suelo (*PGA* y *PGV* respectivamente), son de suma importancia para establecer los diferentes modos de respuesta en los prototipos ensayados.

1.2.1.1 Aceleración máxima del suelo

La medida de amplitud que comúnmente suele ser la más usada para el estudio del comportamiento dinámico de los contenidos expuestos a un sismo, es la aceleración máxima del suelo (por sus siglas en inglés *Peak Ground Acceleration*). La *PGA* es usada para cuantificar la aceleración que sufre el suelo cuando está bajo la intensidad de un movimiento sísmico.

Por lo general se registran movimientos sísmicos simulados en la mesa vibradora con una *PGA* alta que no siempre resulta en perjudicar a los prototipos, en comparación con los movimientos de *PGA* con baja intensidad, pues en algunas ocasiones pueden resultar desfavorables para el bloque ensayado. Por ejemplo, los movimientos con intensidades muy altas con periodos de tiempos muy cortos, pueden causar pocos daños en contenidos y por lo general presentan balanceos en su modo de respuesta dinámico, sin llegar a la falla por volteo.

1.2.1.2 Velocidad máxima del suelo

Es otro parámetro que rige el comportamiento dinámico de contenidos, es útil para distinguir la amplitud de una intensidad de movimiento sísmico simulado en la mesa vibradora. La *PGV* es más óptima que la *PGA* para caracterizar con mayor exactitud y precisión la amplitud del sismo a frecuencias intermedias, puesto que la velocidad es menos sensible a componentes de altas frecuencias en el movimiento sísmico, de hecho la *PGV* determina la frecuencia del movimiento sísmico simulado y está determinado por la relación *PGA/PGV*.

1.3 Respuesta dinámica en cuerpos rígidos

En el estudio de contenidos bajo los efectos de sismo, es necesario entender su comportamiento dinámico con el fin de analizar y estimar los diferentes modos de respuesta que estos se generan durante el tiempo en que dura un evento sísmico.

Durante las pruebas realizadas a los prototipos ensayados en la mesa vibradora, se determinaron los modos de respuesta dinámicos más comunes que pudieron experimentar, donde se puede identificar cuatro de ellos.

La figura 1.2 se muestra los diferentes modos de respuesta para los prototipos ensayados en la mesa vibradora.

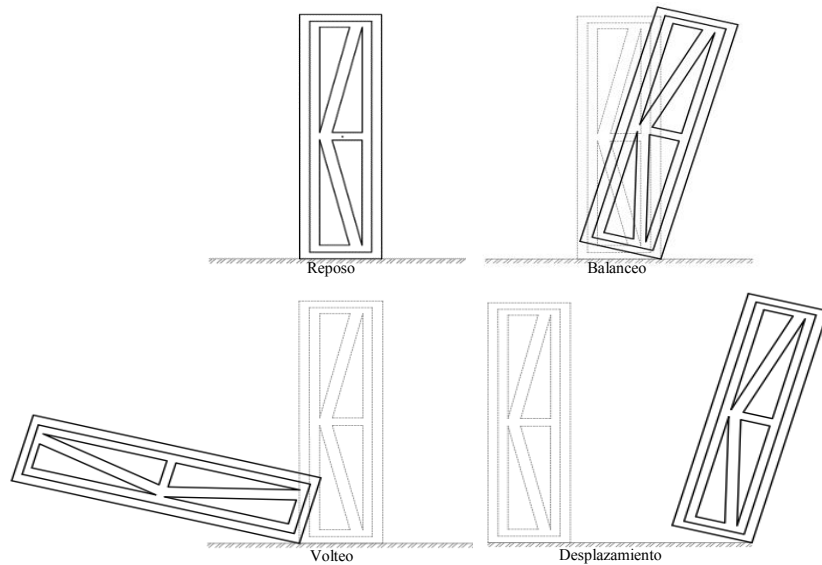


Figura 1.2 Modos de respuesta para el comportamiento dinámico de los prototipos ensayados

A continuación se hará una breve descripción de estos modos de respuesta dinámica de los prototipos ensayados.

Reposo. Para el caso particular de este estudio, es cuando no se presenta movimiento alguno en la base del bloque prismático, donde la mesa vibradora ejerce un cierto movimiento que simula a un sismo.

Balanceo. Para fines de este trabajo, es aquel movimiento en el cual el bloque se inclina de un lado hacia el otro con respecto a su centro de gravedad, este modo de respuesta es el más importante, debido a que el bloque puede voltearse o desplazarse de su posición original.

Volteo. A este modo de respuesta se le considera como el estado de falla de un bloque cuando se le aplica un movimiento en su base, pues está considerado como el daño parcial o total que puede sufrir un contenido cuando este impacta con el suelo.

El volteo es el estado que más se estudia en el comportamiento dinámico de contenidos y para el presente trabajo no será la excepción, ya que se pretende estimar este modo de respuesta, el cual queda definida por la metodología propuesta de los siguientes capítulos.

Desplazamiento. Es el cambio de posición experimentado por los bloques rígidos, durante el tiempo en que dura la excitación sísmica de la mesa vibradora. Para fines prácticos de esta investigación este modo de respuesta es el menos considerado, por motivos de que sólo se pretende estimar el daño que pueda presentar un prototipo debido a su volteo.

Debemos mencionar que los cuerpos rígidos ensayados se encuentran apoyados en una superficie rígida donde la fricción es considerablemente grande, que incluso no permite deslizamientos en su respuesta dinámica.

Una vez definidos estos parámetros que determinan el comportamiento dinámico de elementos no estructurales, en los siguientes capítulos se estimara la probabilidad de que un bloque rígido llegue a voltearse debido a un evento sísmico, donde se presenta una función de fragilidad y una expresión paramétrica que se encuentran en función la frecuencia característica para cada prototipo (p), el ángulo de esbeltez del bloque (α) y la frecuencia del movimiento sísmico dada por la relación de PGA/PGV .

CAPITULO 2

Metodología para estimar la probabilidad de falla de los bloques rígidos por volteo

Con base a las pruebas realizadas a los bloques rígidos en la mesa vibradora, se utiliza una metodología propuesta por Jaimes (2014), la cual permite obtener la probabilidad de falla de cada uno de los bloques expuestos a una acción sísmica.

A continuación se describen una serie de pasos para evaluar el comportamiento dinámico más desfavorable (volteo) de un prototipo ensayado en la mesa vibradora.

- 1) Estimar los parámetros geométricos más importantes del prototipo ensayado, con el fin de realizar una buena estimación para su probabilidad de falla.
- 2) Someter al prototipo a una muestra representativa de registros sísmicos para un solo sitio (Ciudad Universitaria), donde se obtiene su *PGA* de falla cuando presenta su volteo
- 3) Escalar los movimientos sísmicos registrados (*PGA*) de cada evento a una misma intensidad (p. e. $0.10 \text{ [m/s}^2\text{]}$)
- 4) El bloque rígido debe de someterse a la nueva intensidad pico de aceleración escalada y registrar el número de veces en que presenta su volteo, por cada número de ensayos repetidos al prototipo (19 veces), empezando por la intensidad más baja.
- 5) Incrementar la intensidad de movimiento sísmico escalado (p. e. incrementos de $0.50 \text{ [m/s}^2\text{]}$)
- 6) Para la nueva intensidad de movimiento sísmico, volver a registrar el número de veces en que se presenta su volteo, por cada número de ensayos repetidos al prototipo. La probabilidad de falla es determinada por el número de veces en que el bloque presenta su volteo, dividido entre el número de pruebas realizadas a este.
- 7) Si la *PGA* del incremento de la intensidad de movimiento sísmico es igual a un valor establecido (p. e. $4.51 \text{ [m/s}^2\text{]}$), graficar la curva de probabilidad de falla del prototipo ensayado, de lo contrario volver a incrementar la intensidad sísmica y repetir el paso anterior, hasta alcanzar este valor establecido.
- 8) Ensayar otro bloque rígido, siguiendo el mismo procedimiento.

La siguiente figura muestra el procedimiento a seguir de la metodología que permite estimar la probabilidad de falla de un prototipo ensayado en la mesa vibradora, mediante el uso de un diagrama de flujo.

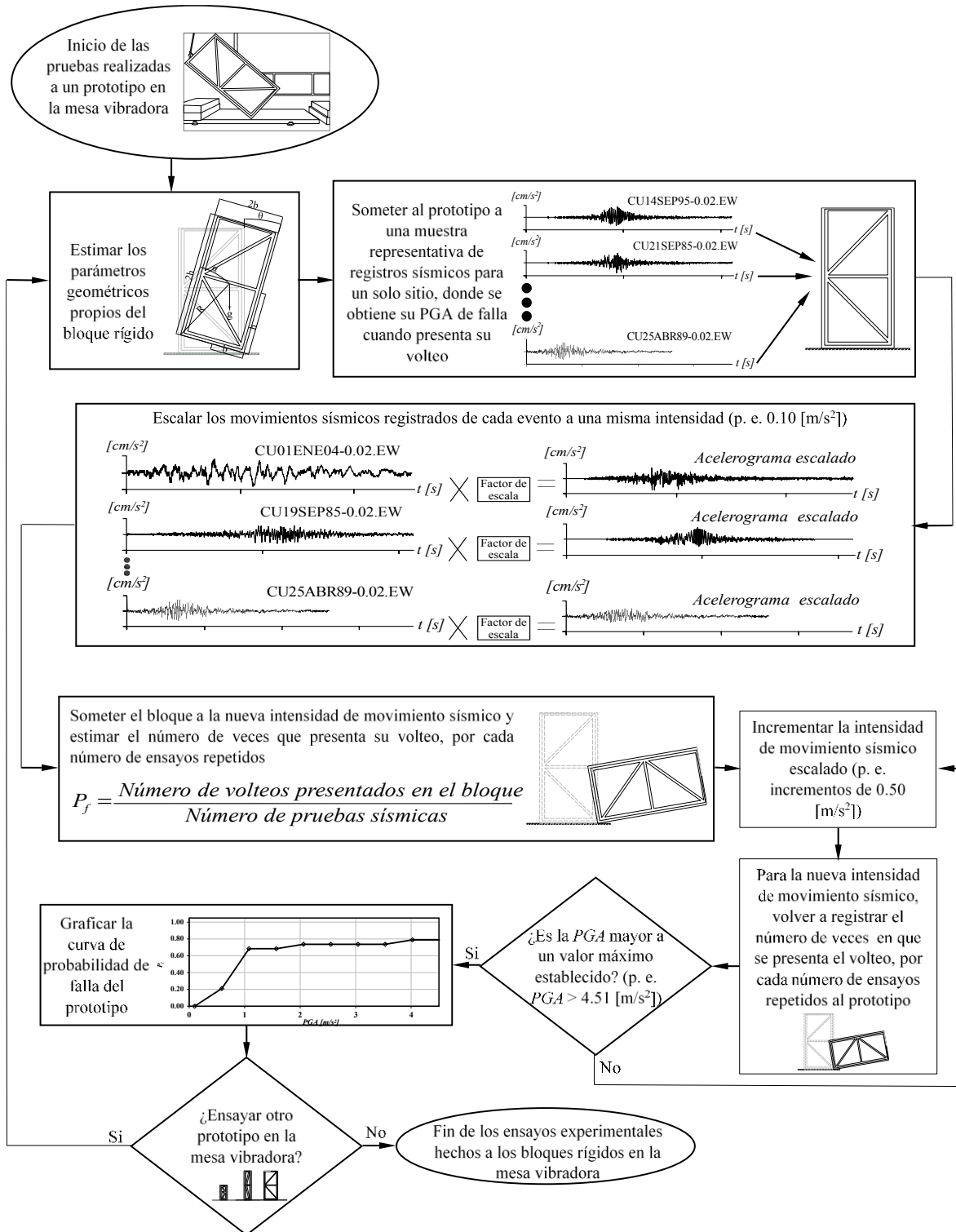


Figura 2.1 Proceso a seguir de un prototipo ensayado en la mesa vibradora, con base a la metodología propuesta por Jaimes (2014)

A continuación se detalla el uso de la metodología propuesta por Jaimes (2014) en este estudio.

2.1 Metodología aplicada al caso de estudio

De los trabajos realizados por Arredondo et al. (2013), para estimar la probabilidad de daño en un cuerpo rígido afectado por un sismo, se realizaron pruebas experimentales a bloques prismáticos modulables en cuanto al tamaño y distribución de masa, esto quiere decir que su diseño permite modificar sus dimensiones y distribución de pesas para las diferentes disposiciones que podemos obtener de cada bloque.

2.1.1 Pruebas experimentales en bloques rígidos regulares

Los bloques rígidos están ensamblados a partir de marcos de perfiles huecos de acero, formando las caras exteriores del prisma rectangular, donde se fija un arriostre que permite estabilizar la estructura, haciéndola más rígida y de esta manera, no se produzca desplazamientos o deformaciones que puedan suceder en cada uno de sus vértices.

Para cada bloque puesto en la mesa vibradora, se tienen diferentes aspectos físicos o características particulares, los cuales están denotados con la siguiente nomenclatura:

- 1) P1. Bloques de menor tamaño con respecto a los demás (véase figura 2.2).
- 2) P2. Bloques esbeltos en sus dimensiones.
- 3) P3. Bloques de menor tamaño con diferentes configuraciones en su distribución de masa, con respecto a los prototipos P1.
- 4) P5. Bloques robustos en sus dimensiones.

La figura 2.2 muestra un esquema de los prototipos y las diferentes configuraciones estudiadas.

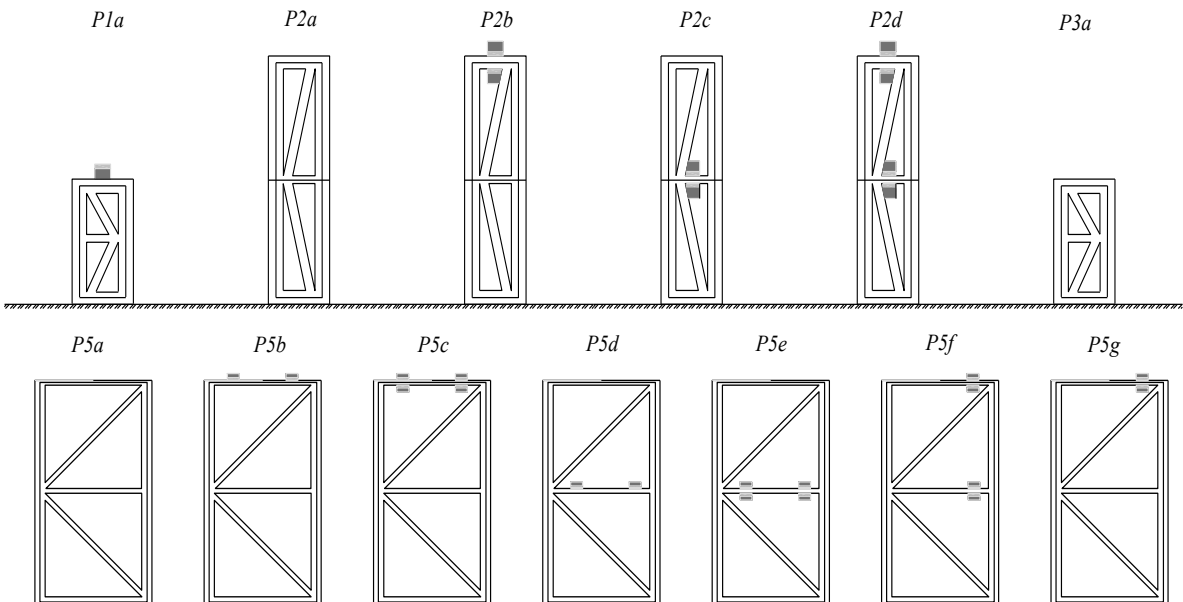


Figura 2.2 Configuraciones de los diferentes prototipos ensayados en la mesa vibradora, con base a los trabajos de Arredondo et al. (2013)

Estos prototipos tienen superficies portantes de 2 [cm] de espesor, que pueden ser intercambiables para diferentes materiales, como: madera (B1), caucho (B2) y acero (B3). Estas bases reemplazables de los bloques, son considerados como sistemas portantes típicos de objetos que se encuentran dentro de edificios (Arredondo et al. 2013).

En adelante, al hacer referencia a un prototipo en particular, a manera de ejemplo se utiliza la siguiente nomenclatura: *P5c_B3*, la cual indica que se trata de un prototipo robusto (P5), con una distribución de masa como se muestra en la figura 2.2 y una superficie portante de acero (B3).

En un principio, se utilizaron 34 prototipos para ser ensayados en la mesa vibradora, sin embargo, de estos 34, solo 22 presentaron volteo al ser inducidos a una intensidad de movimiento sísmico escalado. En adelante se aludirá a estos prototipos para obtener sus probabilidades de falla.

Para el caso particular de este trabajo, se toma como base los estudios realizados por otros trabajos referentes al tema de contenidos (Arredondo et al. 2013, Jaimes, 2014), donde la configuración de cada prototipo ensayado, está basado en objetos típicos o contenidos que se encontraron dentro de oficinas, casas habitacionales, museos, laboratorios, entre otros (inventario de prueba).

2.1.2 Estimación de los parámetros geométricos de los bloques de estudio

En el capítulo anterior se mostró un modelo bidimensional de los bloques rígidos usados en la mesa vibradora, en él se ilustran los parámetros geométricos que permiten evaluar el comportamiento dinámico de cada uno de los prototipos cuando estos se encuentran en movimiento, debido a una excitación sísmica del suelo.

Para cada bloque rígido ensayado, se debe de identificar sus parámetros geométricos que permitan estimar el modo de respuesta más desfavorable que puedan experimentar, ya que debido a las diferentes configuraciones físicas que tienen los prototipos, no siempre es fácil determinar estos parámetros.

A manera de ejemplo, para determinar el ángulo de esbeltez (α) y el parámetro relacionado al tamaño (R) de cada uno de los bloques rígidos, los cuales dependen de la distribución de pesas del prototipo en estudio, se debe de identificar su centro de masa, pues este no siempre coincide con el centroide geométrico del bloque.

Por otro lado la frecuencia característica de cada uno de los prototipos (p), también se puede ver afectada por el cambio de posición de los parámetros ya mencionados, pues si el bloque es muy esbelto (valores de α y R muy pequeños), p tendrá valores muy grandes, esto significa indica que el ciclo de respuesta del bloque es más prolongado, y por lo tanto el prototipo es más propenso a balancearse, hasta llevarlo a su falla.

La tabla 2.2 muestra los principales parámetros geométricos que permiten estimar la probabilidad de falla para cada uno de los bloques rígidos, así como de sus frecuencias

características que están determinados por el tamaño de cada uno de los bloques (R) y la aceleración gravitacional (ecuación 1.3).

Tabla 2.1 Parámetros geométricos que ayudan a la estimación de las probabilidades de falla de los prototipos ensayados

Objeto	α_L [rad]	R [m]	p [1/s]
P1a_B1	0.44	0.23	5.61
P1a_B3	0.46	0.23	5.70
P2.a_B2	0.30	0.34	4.63
P2.a_B3	0.25	0.40	4.28
P2.b_B2	0.24	0.41	4.22
P2.b_B3	0.14	0.71	3.23
P2.c_B2	0.26	0.39	4.33
P2.c_B3	0.24	0.41	4.22
P2.d_B2	0.18	0.56	3.63
P2.d_B3	0.17	0.58	3.57
P3a_B2	0.44	0.23	5.20

Objeto	α_L [rad]	R [m]	p [1/s]
P3a_B3	0.46	0.23	5.17
P5.a_B2	0.48	0.65	3.37
P5.a_B3	0.47	0.66	3.33
P5.b_B2	0.33	0.94	2.80
P5.b_B3	0.29	1.03	2.67
P5.c_B2	0.30	1.02	2.69
P5.c_B3	0.28	1.10	2.58
P5.f_B2	0.46	0.86	2.93
P5.f_B3	0.44	0.91	2.85
P5.g_B2	0.40	0.93	2.81
P5.g_B3	0.36	1.03	2.67

2.1.3 Muestra representativa del peligro sísmico aplicado a cada prototipo

La información referente a los movimientos de sismo, es de gran importancia para el estudio del comportamiento dinámico de los prototipos ensayados en la mesa vibradora, pues dicha información permite saber que tan propenso es un bloque para presentar su falla debido a su volteo.

Para los sismos simulados en la mesa vibradora, se eligió una muestra representativa de 19 registros sísmicos determinados para un solo sitio, los cuales son tomados de la estación sísmica de Ciudad Universitaria. Debido a sus propiedades dinámicas, estos registros son ejemplos de movimientos que pueden afectar a contenidos regulares (Jaimes, 2014) y permiten determinar ciertas características del suelo, como la propagación de la intensidad sísmica debido a su frecuencia de movimiento dado por una relación de cocientes de PGA/PGV .

Por lo general, la PGA es un valor que indica la aceleración máxima que experimenta el suelo en un movimiento sísmico. De los estudios realizados por Jaimes et al. (2014), se utiliza la aceleración máxima para la cual, ocurre el volteo del prototipo al ser ensayado en la mesa vibradora.

Para fines de este trabajo, a este parámetro (aceleración de falla) de cada uno de los registros sísmicos, está asociado al comportamiento más desfavorable (volteo) que experimenta un prototipo al ser ensayado, el cual se le conoce como PGA de falla y se puede obtener por medio de dispositivos convencionales de medición como son los acelerómetros.

La siguiente tabla registra los parámetros dinámicos del suelo para los 19 registros sísmicos utilizados en uno de los prototipos ensayados ($P1a_B1$). Como ya se mencionó antes, uno de estos parámetros (PGA de falla) es medido directamente, los otros dos parámetros (PGV y PGD de falla) pueden ser obtenidos por desarrollos matemáticos complejos.

Tabla 2.2 *Parámetros dinámicos del suelo obtenidos de los 19 eventos sísmicos registrados en Ciudad Universitaria. Estos valores indican la falla del prototipo P1a_B1*

<i>Prototipo</i>	<i>Registro sísmico</i>	<i>PGA falla [m/s²]</i>	<i>PGV falla [m/s]</i>	<i>PGD falla [m]</i>
<i>P1a_B1</i>	CU01ENE04-0.02.EW	10.05	2.37	0.81
	CU03FEB98-0.02.EW	5.62	1.38	0.86
	CU07JUN76-0.02.EW	0.00	0.00	0.00
	CU07JUN82-0.02.EW	0.00	0.00	0.00
	CU09AGO00-0.02.EW	15.52	4.15	2.76
	CU10DIC94-0.02.EW	25.25	3.57	1.12
	CU14MAR79-0.02.EW	4.05	0.77	0.74
	CU14SEP95-0.02.EW	0.00	0.00	0.00
	CU15JUL96-0.02.EW	18.85	1.62	1.35
	CU19MAR78-0.02.EW	0.00	0.00	0.00
	CU19SEP85-0.02.EW	4.08	1.19	52.40
	CU21SEP85-0.02.EW	3.33	0.54	1.16
	CU22ENE03-0.02.EW	17.38	7.25	6.57
	CU23AGO65-0.03.EW	0.00	0.00	0.00
	CU24OCT93-0.02.EW	0.00	0.00	0.00
	CU25ABR89-0.02.EW	3.72	1.06	2.12
	CU29NOV78-0.02.EW	0.00	0.00	0.00
	CU30ABR86-0.02.EW	0.00	0.00	0.00
	CU31MAY90-0.02.EW	0.00	0.00	0.00

En el Anexo A se puede consultar la información para cada uno de los prototipos sometidos a la muestra representativa de los 19 registros sísmicos elegidos para un solo sitio.

2.1.4 Escalamiento de acelerogramas de un solo sitio hasta alcanzar una misma intensidad

Si en un sitio en particular, este es afectado por varios sismos que varían en su intensidad y duración, y por lo tanto, afectan el comportamiento dinámico de los contenidos, es necesario realizar un análisis de amenaza sísmica, mediante el uso de registros históricos que puedan perjudicar a los prototipos dentro de un tiempo determinado.

Una opción práctica para el uso de registros sísmicos, los cuales ayuden en el análisis del comportamiento dinámico de los prototipos, es el de escalar sus acelerogramas a una sola intensidad de movimiento, debido a la simplicidad que resulta este método, donde se toma en consideración la amplitud de la aceleración de cada registro.

De los 19 registros sísmicos aplicados a cada uno de los bloques rígidos, algunos sismos provocaron el volteo de un prototipo en particular, mientras que en otros prototipos solo se presentó el balanceo y reposo en sus modos de respuesta, es por ello que se decidió escalar los valores de *PGA* de falla a una sola intensidad, con el fin de homogeneizar todos los resultados y manejarlos de una forma práctica y sencilla.

La figura 2.3 muestra un esquema en donde se describe el escalamiento de cada uno de los registros sísmicos para un solo sitio, donde se determina una nueva intensidad de movimiento (p. e. una *PGA* de 0.10 [m/s²]).

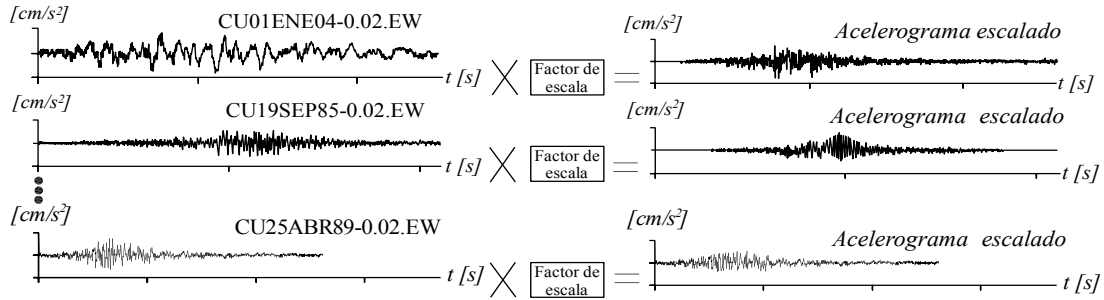


Figura 2.3 Acelerogramas de un solo sitio, escalados para una sola intensidad

Una vez escalados los acelerogramas de los registros sísmicos utilizados, los bloques deben de someterse a esta nueva intensidad de movimiento sísmico, donde se debe de registrar el número de veces en que un prototipo llega a voltearse, por cada número de ensayos repetidos.

2.1.5 Probabilidad de falla para cada uno de los prototipos ensayados

A la nueva intensidad de movimiento sísmico escalado, para cada uno de los registros que tienen el mismo valor de PGA ($0.10 [m/s^2]$), se le aplican incrementos proporcionales a $0.50 [m/s^2]$, hasta llegar a un valor de PGA de $4.51 [m/s^2]$, ya que este valor máximo establecido representa el promedio de las aceleraciones máximas del suelo que provocaron la falla de los prototipos.

Los bloques rígidos deben de volver a someterse a cada uno de los incrementos de intensidad de movimiento sísmico escalado, y registrar nuevamente el número de veces en que un prototipo presenta su falla por volteo, para cada número de ensayos repetidos, como se muestra en la ecuación 2.1 (Jaimes, 2014).

$$P_f = \frac{\text{Número de volteos presentados en el bloque}}{\text{Número de pruebas sísmicas}} \quad (2.1)$$

La tabla 2.3 ordena el número de volteos de cada prototipo ensayado, dado por el incremento de la intensidad de movimientos sísmico escalado.

Tabla 2.3 Conteo de número de fallas por volteo en los prototipos, para cada incremento de intensidad pico de aceleración escalada

$PGA [g]$	$P1a$ $B1$	$P1a$ $B3$	$P2a$ $B2$	$P2a$ $B3$	$P2b$ $B2$	$P2b$ $B3$	$P2c$ $B2$	$P2c$ $B3$	$P2d$ $B2$	$P2d$ $B3$	$P3a$ $B2$	$P3a$ $B3$	$P5a$ $B2$	$P5a$ $B3$	$P5b$ $B2$	$P5b$ $B3$	$P5c$ $B2$	$P5c$ $B3$	$P5f$ $B2$	$P5f$ $B3$	$P5g$ $B2$	$P5g$ $B3$
0.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.06	0	0	0	1	11	13	0	1	7	7	1	4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0.11	0	0	0	2	13	13	2	6	13	13	11	13	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0
0.16	0	0	1	10	13	13	12	12	13	13	13	13	2	10	0	0	0	0	0	0	0	0
0.21	0	0	6	12	14	14	12	12	13	13	13	14	8	12	0	0	0	6	0	0	0	5
0.26	0	0	9	12	14	14	12	12	14	14	14	14	9	12	0	7	5	7	0	2	2	8
0.31	0	0	9	12	14	14	12	13	14	14	14	14	9	12	4	8	8	9	2	6	6	10
0.36	1	1	9	13	15	15	13	13	14	14	14	14	9	13	5	8	8	10	4	8	7	10
0.41	2	1	10	13	15	15	13	13	15	15	14	15	10	13	5	9	9	10	6	8	7	10
0.46	4	3	10	13	15	15	13	13	15	15	15	15	10	13	6	9	9	10	6	8	7	10

De la ecuación (2.1) es necesario mencionar que se realizan 19 pruebas experimentales a un bloque puesto en la mesa vibradora, para cada incremento de la intensidad de movimiento sísmico, debido a que se escalan las aceleraciones máximas del suelo de cada uno de los 19 eventos sísmicos que fueron registrados.

La tabla 2.4 presenta las probabilidades de falla (P_f) de cada uno de los prototipos, donde solo se están tomando en consideración los bloques que llegaron a voltearse para cada incremento en la intensidad de movimiento escalado.

Tabla 2.4 Probabilidad de falla para cada uno de los prototipos obtenidos mediante la ecuación (2.1)

PGA [m/s ²]	$P1a$ B1	$P1a$ B3	$P2a$ B2	$P2a$ B3	$P2b$ B2	$P2b$ B3	$P2c$ B2	$P2c$ B3	$P2d$ B2	$P2d$ B3	$P3a$ B2	$P3a$ B3	$P5a$ B2	$P5a$ B3	$P5b$ B2	$P5b$ B3	$P5c$ B2	$P5c$ B3	$P5f$ B2	$P5f$ B3	$P5g$ B2	$P5g$ B3
0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.59	0.00	0.00	0.00	0.05	0.58	0.68	0.00	0.05	0.37	0.37	0.05	0.21	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.08	0.00	0.00	0.00	0.11	0.68	0.68	0.11	0.32	0.68	0.68	0.58	0.68	0.05	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.57	0.00	0.00	0.05	0.53	0.68	0.68	0.63	0.63	0.68	0.68	0.68	0.68	0.11	0.53	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2.06	0.00	0.00	0.32	0.63	0.74	0.74	0.63	0.63	0.68	0.68	0.68	0.74	0.42	0.63	0.00	0.00	0.00	0.32	0.00	0.00	0.00	0.26
2.55	0.00	0.00	0.47	0.63	0.74	0.74	0.63	0.63	0.74	0.74	0.74	0.74	0.47	0.63	0.00	0.37	0.26	0.37	0.00	0.11	0.11	0.42
3.04	0.00	0.00	0.47	0.63	0.74	0.74	0.63	0.68	0.74	0.74	0.74	0.74	0.47	0.63	0.21	0.42	0.42	0.47	0.11	0.32	0.32	0.53
3.53	0.05	0.05	0.47	0.68	0.79	0.79	0.68	0.68	0.74	0.74	0.74	0.74	0.47	0.68	0.26	0.42	0.42	0.53	0.21	0.42	0.37	0.53
4.02	0.11	0.05	0.53	0.68	0.79	0.79	0.68	0.68	0.79	0.79	0.74	0.79	0.53	0.68	0.26	0.47	0.47	0.53	0.32	0.42	0.37	0.53
4.51	0.21	0.16	0.53	0.68	0.79	0.79	0.68	0.68	0.79	0.79	0.79	0.79	0.53	0.68	0.32	0.47	0.47	0.53	0.32	0.42	0.37	0.53

Para darle lectura a la tabla 2.4 y entender los resultados obtenidos por medio de la ecuación (2.1), a manera de ejemplo se menciona los casos particulares de las pruebas hechas a los prototipos $P2b_B2$, $P2b_B3$, $P2d_B2$ y $P2d_B3$; donde se tiene la probabilidad de presentar su falla por volteo en un 79%, cuando su intensidad pico de aceleración sísmica es menor o igual a 4.51 [m/s²] (0.46 [g]), esto es debido a los parámetros geométricos que intervienen en el modo de respuesta de cada uno de los bloques experimentales.

2.2 Curvas de probabilidad de falla para cada uno de los bloques rígidos

Las curvas de probabilidad de falla describen el comportamiento dinámico de los bloques en estudio. Son el resultado de los ensayos realizados a los prototipos, que determinan el número de veces en que llegan a voltearse, donde se puede deducir que existe una relación proporcional entre la PGA escalada y las probabilidades de falla (P_f), pues si se analiza la curva, se puede concluir que cuando la PGA se va incrementando en la base del prototipo, su probabilidad de falla aumenta, permitiendo estimar su vulnerabilidad.

A continuación se presentan las curvas de probabilidad de falla de cada uno de los 22 prototipos que presentaron volteo, mediante una serie de repeticiones hechos a los cuerpos rígidos que fueron expuestos a una intensidad de movimiento en la mesa vibradora, para cada incremento de PGA que escala a los sismos registrados en CU.

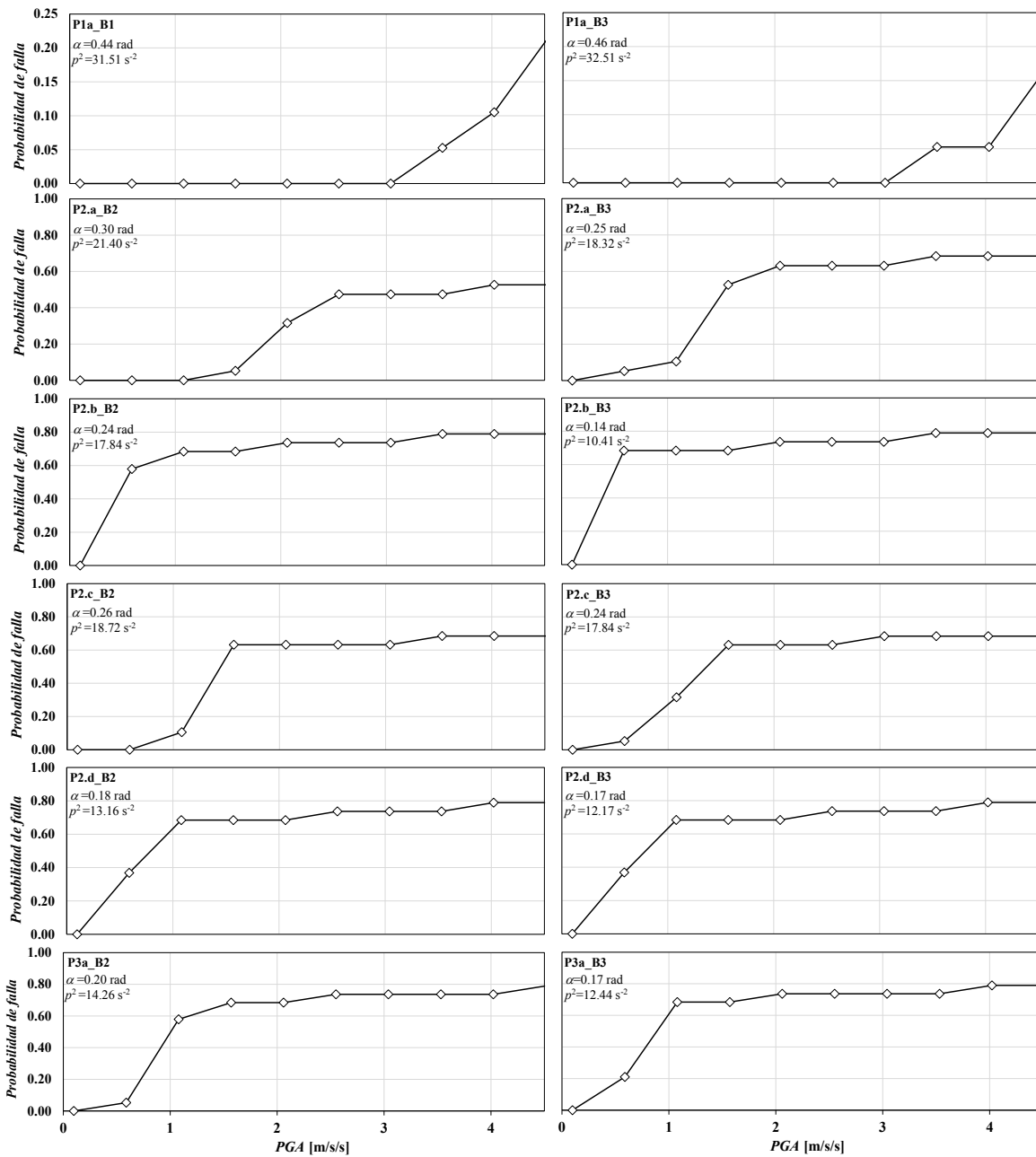


Figura 2.2 Curvas de probabilidad de falla para cada uno de los prototipos ensayados, donde se estima la presencia de volteo por medio de pruebas hechas en la mesa vibradora. Estas graficas corresponden a los prototipos P1a, P2.a, P2.b, P2c, P2.d, y P3a

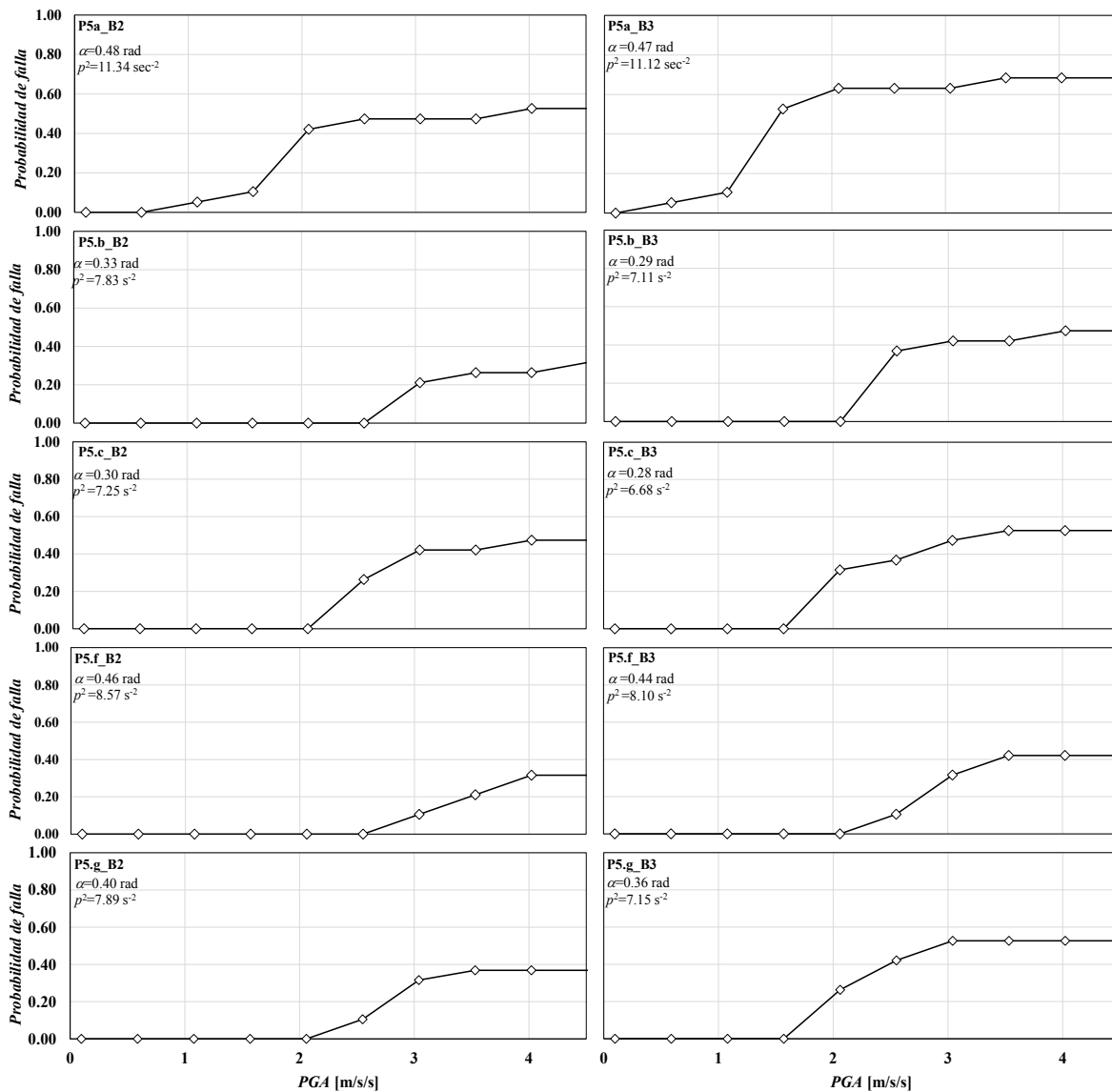


Figura 2.3 Curvas de probabilidad de falla para cada uno de los prototipos ensayados, donde se estima la presencia de volteo por medio de pruebas hechas en la mesa vibradora. Estas graficas corresponden a los prototipos P5a, P5.b, P5.c, P5.f y P5.g

Una vez obtenidos las curvas de probabilidad de falla de los ensayos hechos a los bloques en la mesa vibradora, en capítulos posteriores se obtendrán las curvas que estimen la probabilidad de falla para cada prototipo mediante un análisis probabilístico, como lo es una función de fragilidad y un modelo empírico, que son expresiones paramétricas que deben de ser consideradas como un modelo de regresión no lineal basado en un análisis estadístico.

CAPITULO 3

Función de fragilidad y expresión paramétrica que estimen la probabilidad de falla en los prototipos

En el capítulo anterior se determinó la probabilidad de falla de un prototipo por medio de una metodología empírica, la cual consiste en realizar pruebas experimentales hechas a cada uno de los bloques puestos en la mesa vibradora, y exponerlos a una intensidad de movimiento sísmico escalado, donde finalmente se registró el número de veces en que llegaban a fallar por volteo.

A las probabilidades de que un contenido llegue a voltearse ante la acción de un evento sísmico, se pueden estimar mediante un análisis probabilístico que tome en consideración los parámetros geométricos y dinámicos que previamente fueron establecidos en capítulos anteriores. A este análisis se le puede ajustar una *función de probabilidad de distribución lognormal* (Jaimes, 2014) y para efectos del presente trabajo, se le conoce como *función de fragilidad*.

3.1 Función de fragilidad que estime la probabilidad de falla en cuerpos rígidos

La función de fragilidad reúne características propias que permiten apoyar al estudio del comportamiento dinámico de los contenidos. Por ejemplo en los trabajos realizados por Makris (2005) y Konstantinidis (2005), utilizaron este análisis probabilístico para estimar el desplazamiento de algunos equipos de laboratorio, los cuales son ocasionados por sismos y que trae como consecuencia, el perjudicar la integridad de las personas que se encuentren laborando en ese lugar.

Dentro del marco teórico de la probabilidad (Triola, 2010), las propiedades de la función de fragilidad son las siguientes:

- ❖ Los parámetros propios de esta función (media y desviación estándar), se ajustan bien a un gran número de distribuciones que son obtenidas de forma empírica (p. e. la metodología del capítulo dos).
- ❖ Se ajusta a ciertos tipos de falla en la respuesta de un sistema mecánico (p. e. volteo en los bloques inducidos por una intensidad de movimiento sísmico sobre su base), asignando valores a las probabilidades de falla (P_f), de manera que sólo puedan ser positivas.
- ❖ La distribución lognormal es importante en la representación de experimentos aleatorios que son proporcionales con respecto a sus causas y efectos, es decir, cuando se incrementa una cierta intensidad de movimiento sísmico sobre la base de un bloque, sus probabilidades de falla también van aumentando debido a que son proporcionales entre sí.
- ❖ La esperanza matemática de la función, da más importancia a valores grandes de las tasas de fallo que una distribución normal (p. e. la probabilidad de que un prototipo presente su comportamiento dinámico más desfavorable bajo condiciones fijadas), por lo que la función suele ser pesimista, o busca la situación más crítica.

La razón detrás del nombre lognormal, es que el logaritmo de una variable (Δ), está relacionada para otra variable de distribución normal (X), de modo que $X = \ln \Delta$. Por lo tanto podemos obtener la función de densidad de la distribución lognormal, a partir de dos parámetros propios de la distribución normal (λ y σ), como se muestra en la siguiente ecuación.

$$f_{\Delta}(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\omega\sigma} e^{-\frac{(\ln\delta-\lambda)^2}{2\sigma^2}}; \delta > 0 \quad (3.1)$$

donde λ y σ de la distribución, son de hecho la media y desviación estándar respectivamente, que corresponden con la variable de distribución normal (X). De este modo la función de distribución acumulada de Δ queda definida como:

$$F_{\Delta}(\delta) = \phi\left(\frac{\ln\delta - \lambda}{\sigma}\right) \quad (3.2)$$

siendo ϕ la función de distribución normal acumulada del logaritmo de una variable aleatoria (δ).

De los trabajos realizados por Jaimes (2014), la función de fragilidad se determinó con base a este análisis probabilístico, el cual permite estimar la probabilidad de que un prototipo presente su volteo (P_f) en su respuesta dinámica, mediante un modelo que se aproxime con los resultados obtenidos por la metodología del capítulo dos. Por lo tanto, la ecuación (3.2) queda expresada de la siguiente forma:

$$P_f = \phi\left[\frac{\ln(a) - \ln(\bar{a}_y)}{\zeta}\right] \quad (3.3)$$

donde a es la PGA de cada incremento de la intensidad de movimiento, la cual escala a los 19 eventos sísmicos registrados para un solo sitio, \bar{a}_y es el valor esperado o media de la aceleración y ζ es la desviación estándar de la función determinada.

3.1.1 Aceleración media y desviación estándar de la función de fragilidad

Una medida utilizada para indicar la intensidad con la que un movimiento sísmico afecta a los bloques rígidos, es la aceleración máxima del suelo (PGA), sin embargo este valor no es suficiente para estimar la vulnerabilidad de los prototipos en estudio, ya que a partir de otros parámetros elegidos, es posible trazar la función de fragilidad con respecto a una aceleración media presentada sobre la base de los prototipos ensayados.

La aceleración media sobre la base de un bloque rígido, representa la razón de cambio de su velocidad con respecto a un intervalo de tiempo, por lo tanto, esta aceleración es un valor esperado (\bar{a}_y), el cual, es contemplado por la función de fragilidad a utilizar. De esta manera,

se puede obtener esta aceleración por medio de la ecuación 3.4 (Jaimes, 2014), la cual toma en consideración dos parámetros que son propios de los bloques, como su frecuencia característica (p) y el ángulo de esbeltez (α), cuyos valores están en [rad/s] y [rad] respectivamente.

$$\bar{a}_y = g \cdot \alpha^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{T_s}\right)^2 + 2^2 \left(\frac{\omega}{p}\right)^2} \quad (3.4)$$

donde g es la aceleración gravitacional en [m/s^2], T_s es el periodo de retorno de la intensidad del movimiento sísmico simulado en los prototipos, con un valor de 0.5 [s] y ω es la frecuencia del movimiento sísmico dada por la relación de PGA/PGV , cuyo valor está en [rad/s].

Se debe mencionar que la frecuencia del movimiento sísmico (ω) utiliza el promedio de las aceleraciones y velocidades máximas del suelo, donde ocurre el volteo de cada uno de los prototipos ensayados (PGA y PGV de falla), los cuales son obtenidos de los registros sísmicos empleados en la mesa vibradora.

Dentro de la función de fragilidad, su desviación estándar es obtenida mediante la ecuación 3.5 (Jaimes, 2014) y es representada por la siguiente expresión.

$$\zeta = 0.1 \cdot \left(1 + \frac{\omega}{2\pi}\right)^{0.5} \quad (3.5)$$

La tabla 3.1 muestra la aceleración media y la desviación estándar de cada uno de los prototipos que presentaron volteo.

Tabla 3.1 Aceleración media y desviación estándar para cada bloque rígido

	P1a B1	P1a B3	P2.a B2	P2.a B3	P2.b B2	P2.b B3	P2.c B2	P2.c B3	P2.d B2	P2.d B3	P3a B2	P3a B3	P5a B2	P5a B3	P5.b B2	P5.b B3	P5.c B2	P5.c B3	P5.g B2	P5.g B3
ω [rad/s]	4.91	3.48	4.93	3.48	4.57	3.49	3.48	4.52	4.58	4.57	3.49	4.58	3.48	3.48	4.51	4.47	4.46	4.52	4.48	4.50
\bar{a}_y [m/s^2]	5.11	4.82	2.50	1.60	1.73	1.58	1.67	1.72	2.14	1.60	1.02	0.93	2.39	1.81	3.93	3.32	3.42	3.01	3.09	4.97
ζ	0.19	0.12	0.13	0.12	0.13	0.12	0.12	0.13	0.13	0.13	0.12	0.13	0.12	0.12	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

Una vez definidos los dos parámetros que componen a la función de fragilidad, se obtienen las probabilidades de falla de cada uno de los prototipos ensayados, cuyos valores se aproximan con los resultados obtenidos por la metodología empírica del capítulo dos, para cada incremento de intensidad de movimiento sísmico escalado.

La tabla 3.2 muestra la estimación de las probabilidades de vuelco en los prototipos, las cuales son obtenidas por la función de fragilidad.

Tabla 3.2 Probabilidad de falla por objeto e intensidad, utilizando una función de fragilidad

<i>P_{G.A}</i> <i>[m/s²]</i>	<i>P1a</i> <i>B1</i>	<i>P1a</i> <i>B3</i>	<i>P2.a</i> <i>B2</i>	<i>P2.a</i> <i>B3</i>	<i>P2.b</i> <i>B2</i>	<i>P2.b</i> <i>B3</i>	<i>P2.c</i> <i>B2</i>	<i>P2.c</i> <i>B3</i>	<i>P2.d</i> <i>B2</i>	<i>P2.d</i> <i>B3</i>	<i>P3a</i> <i>B2</i>	<i>P3a</i> <i>B3</i>	<i>P5.a</i> <i>B2</i>	<i>P5.a</i> <i>B3</i>	<i>P5.b</i> <i>B2</i>	<i>P5.b</i> <i>B3</i>	<i>P5.c</i> <i>B2</i>	<i>P5.c</i> <i>B3</i>	<i>P5.g</i> <i>B2</i>	<i>P5.g</i> <i>B3</i>
0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.59	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.54	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.95	0.98	0.68	0.99	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.57	0.00	0.00	0.01	0.43	0.22	1.00	0.31	0.24	1.00	1.00	1.00	1.00	0.01	0.43	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2.06	0.00	0.00	0.38	0.98	0.90	1.00	0.95	0.91	1.00	1.00	1.00	1.00	0.38	0.98	0.00	0.01	0.00	0.06	0.00	0.01
2.55	0.00	0.00	0.92	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.92	1.00	0.02	0.23	0.16	0.56	0.04	0.38
3.04	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.25	0.75	0.66	0.94	0.44	0.91
3.53	0.03	0.01	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.70	0.97	0.95	1.00	0.90	1.00
4.02	0.10	0.07	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.94	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00
4.51	0.26	0.30	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

3.1.2 Curvas de fragilidad para los bloques rígidos ensayados

La fragilidad por lo general es definida como una probabilidad condicional de falla en cualquier tipo de sistema. Para el problema en cuestión, se requiere caracterizar la respuesta dinámica de los prototipos ensayados en la mesa vibradora, mediante un modelo probabilístico, el cual permita estimar las probabilidades de falla de cada uno de los bloques.

Por medio de una gráfica, se puede representar a la función de fragilidad mediante una curva, la cual esta se aproxima con la curva de probabilidad de falla (metodología del capítulo dos) de cada uno de los prototipos ensayos. A esta curva generada por la función, se le conoce como *curva de fragilidad*, donde algunos autores utilizan este término para el estudio de los contenidos (Makris y Konstantinidis, 2005).

Las siguientes figuras muestran las gráficas que contemplan las curvas de fragilidad para cada uno de los bloques rígidos, estas se relacionan con las curvas que fueron determinadas por la ecuación 2.1 del capítulo anterior y se comparan entre sí, teniendo como finalidad el poder saber la eficiencia de la función de fragilidad, si realmente se aproxima con los resultados que fueron obtenidos por los ensayos hechos a los bloques experimentales.

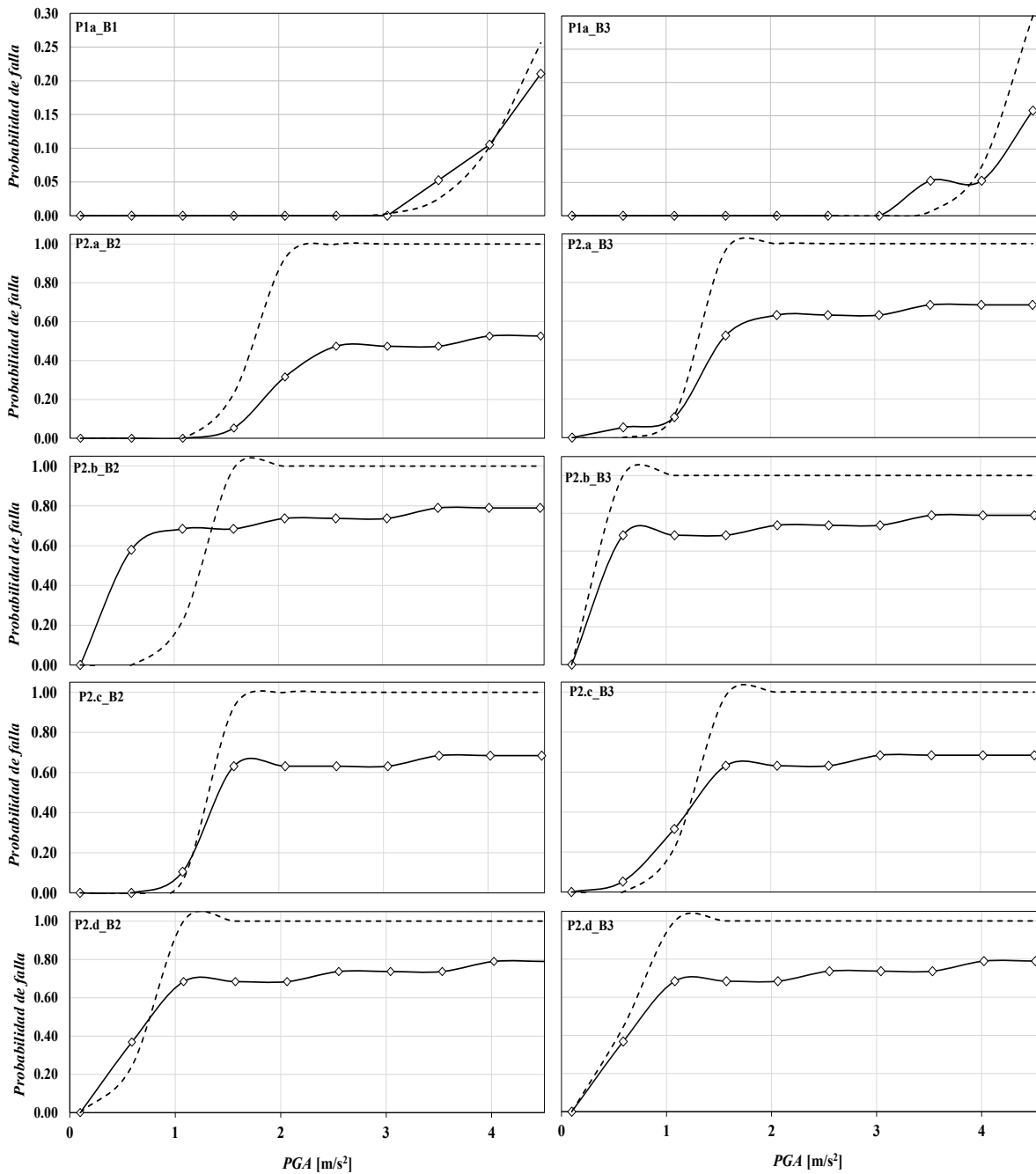


Figura 3.1 Curvas de fragilidad (líneas segmentadas) que estiman las probabilidades de falla para el grupo de prototipos P1a; P2.b; P2.c y P2.d; las cuales se relacionan con las curvas que fueron determinadas por el conteo de número de fallas hechas a los bloques ensayados (líneas continuas con marcadores)

Al hacer un análisis sobre el comportamiento que describen ambas curvas, si se requiere estimar la probabilidad de que un prototipo presente su falla debido al volteo, se debe de elegir la curva de fragilidad, pues esta indica el comportamiento más desfavorable que pueda

sufrir un bloque rígido, cuando se encuentra a una intensidad de movimiento sísmico escalado.

Por ejemplo, para el caso particular del prototipo *P2a_B2* (bloque esbelto con base de caucho) de la figura 3.1, su curva de fragilidad estima que la probabilidad de que el bloque presente su volteo, a una mínima intensidad pico de aceleración de $2.06 \text{ [m/s}^2\text{]}$ (0.21 [g]), es del 93%, mientras que la probabilidad de falla del mismo prototipo, pero utilizando la curva generada por la metodología empírica, el bloque en estudio tiene un 33% de que presente su volteo a una intensidad igual o menor a $2.06 \text{ [m/s}^2\text{]}$.

Este análisis solo puede ser aplicado para las curvas de fragilidad que se aproximen con las curvas de probabilidad de falla, pues como se puede apreciar, no todas las gráficas de cada prototipo, sus curvas se pueden ajustar entre sí.

Por ejemplo, para el caso del prototipo *P2.b_B2*, su grafica que describe su probabilidad de falla, mediante las curvas que fueron obtenidas por la metodología empírica y la función de fragilidad, se puede apreciar que existe un desfase considerable que no permite realizar una buena estimación al modo de respuesta que más afecte al bloque en estudio.

La figura 3.2 muestra las gráficas del grupo de prototipos *P3a* y *P5a*, donde se puede apreciar que el comportamiento de ambas curvas se asemeja entre sí, lo que permite a la curva de fragilidad estimar la probabilidad de falla de los bloques, siempre y cuando esta describa el modo de respuesta más desfavorable en los prototipos.

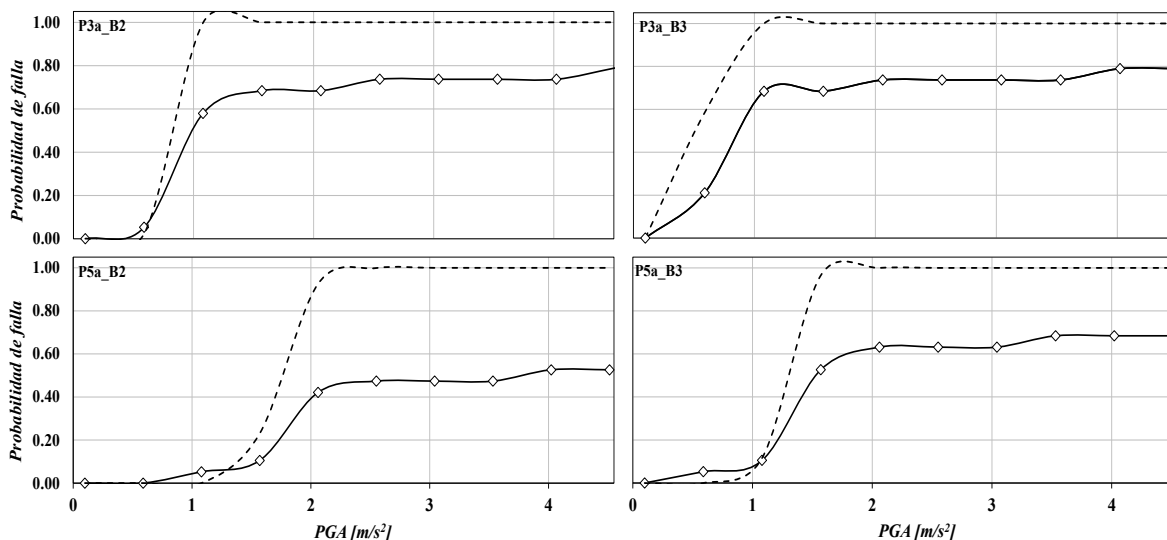


Figura 3.2 Comparación de las curvas de fragilidad (líneas segmentadas) vs curvas de probabilidad de falla (líneas continuas con marcadores) para el grupo de prototipos *P3a* y *P5a*

En algunos prototipos, la función de fragilidad a través de su curva, presenta ciertos casos particulares al momento de estimar las probabilidades de falla, como en el caso de los prototipos *P5b_B3*; *P5c_B2* y *P5c_B3*; donde su curva de fragilidad está sobrestimando a los

resultados obtenidos por la metodología empírica y se encuentran representados por la curva de probabilidad de falla.

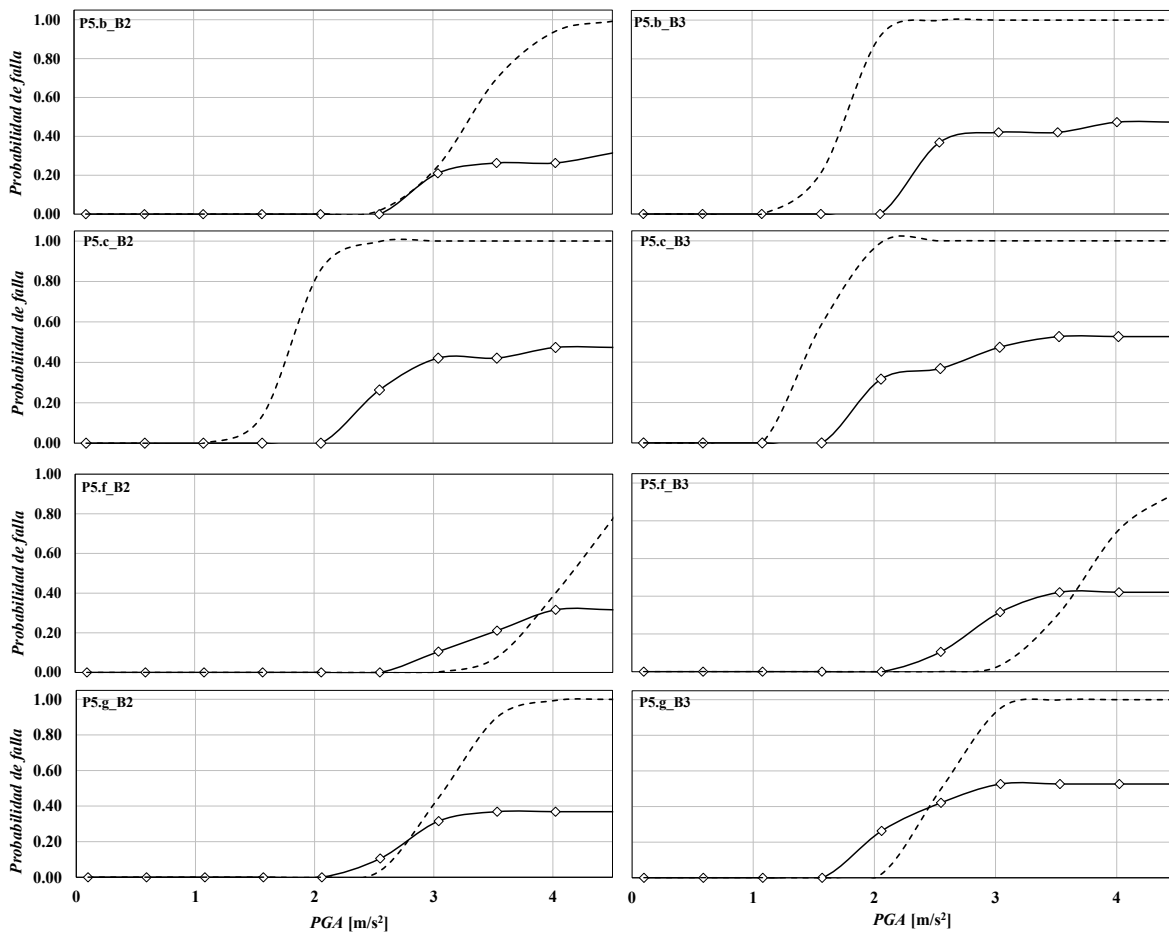


Figura 3.3 Curvas de fragilidad que estiman la probabilidad de falla para el grupo de prototipos P5b; P5c; P5f y P5.g

3.2 Expresión paramétrica utilizada para estimar la probabilidad de falla en los prototipos

Cuando se desea parametrizar a una expresión matemática mediante el uso de un determinado número de variables y coeficientes, se dice que el modelo es un ajuste a una muestra de valores obtenidos por ensayos experimentales, relacionando las variables que intervienen en la respuesta de un suceso en particular.

La expresión paramétrica a utilizar debe de ser considerada como un *modelo de regresión no lineal*. En términos de estadística, una regresión es un *modelo empírico* de forma lineal o no lineal, cuya función es el de ajustar los valores de un evento aleatorio que se encuentran dispersos en un diagrama, a una media o promedio obtenida por el análisis de regresión.

Para el presente trabajo, la expresión paramétrica debe ser aplicada a todos los prototipos que fueron ensayados en la mesa vibradora, con sus respectivos parámetros geométricos propios de cada bloque, así como los parámetros dinámicos del suelo obtenidos de los eventos sísmicos registrados para un solo sitio.

A las probabilidades de falla obtenidas por los ensayos experimentales de cada bloque, se pueden ajustar por medio de una curva de regresión generada por el modelo, la cual estima los valores esperados de estas probabilidades, así como también describe la relación que existe entre los parámetros que intervienen en el modo de respuesta más desfavorable (volteo) de cada uno de los prototipos, con los incrementos de la intensidad de movimiento sísmico escalado.

3.2.1 Características principales de la expresión paramétrica a utilizar

La expresión paramétrica determinada por los trabajos de Jaimes (2014), es otra manera de estimar las probabilidades de falla de cada uno de los prototipos ensayados. Este modelo de regresión, considera tres variables que están relacionados con los parámetros que rigen el comportamiento dinámico de los bloques rígidos, los cuales son los siguientes:

$$X_1 = \frac{1}{\alpha} \quad (3.6)$$

$$X_2 = p^2 \quad (3.7)$$

$$X_3 = \left(\frac{PGV}{PGA} \right) \left(\frac{1}{\alpha} \right) \quad (3.8)$$

donde α es el ángulo de esbeltez de cada bloque, el cual se encuentra en radianes [rad], p es la frecuencia característica de cada uno de los prototipos, el cual se encuentra expresado en [rad/s], así como dos parámetros propios de la intensidad de movimiento sísmico escalado como la PGV y PGA , cuyas unidades se expresan en [m/s] y [m/s²] respectivamente.

De esta manera la expresión paramétrica a utilizar, es descrita de la siguiente manera:

$$\hat{P}_f = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3)}} \quad (3.9)$$

donde β son los coeficientes que ajustan la expresión paramétrica a las probabilidades de falla de cada uno de los prototipos ensayados en la mesa vibradora, cuyos valores son:

$$\beta_0 = -4.6948; \quad \beta_1 = 0.9964; \quad \beta_2 = 0.0115; \quad \beta_3 = -0.2152$$

Al hacer el análisis de regresión para cada uno de los prototipos ensayados, solo una de las variables tiene una razón de cambio con respecto a los otros parámetros que definen a la expresión paramétrica, siendo las aceleraciones y velocidades máximas del suelo (PGA y PGV), las cuales obtenidas por los incrementos de la intensidad de movimiento sísmico escalado.

En la función de fragilidad se utilizó una relación de parámetros dinámicos del suelo (PGA/PGA), la cual indica la propagación de la intensidad sísmica debido a su frecuencia de movimiento, para el caso de la expresión paramétrica, se utiliza el periodo de duración de la misma intensidad de movimiento, siendo la relación de parámetros PGV/PGA .

A esta relación entre intensidades pico del movimiento, se le puede asociar con un parámetro que indique la disposición que tiene un bloque rígido a balancearse, el cual vendría siendo el ángulo de esbeltez (α), de esta manera el modelo de regresión depende de estos tres parámetros tal y como se describe en la ecuación 3.8 (variable X_3 de la expresión), cuyas unidades se expresan en [s/rad].

A la variable X_3 de la expresión paramétrica, se le considera como una *medida de intensidad* (Makris y Konstantinidis, 2005), la cual indica la probabilidad que tiene un bloque rígido a fallar por volteo. A los valores obtenidos por la expresión paramétrica, para efectos de este trabajo, se les conoce como *probabilidades de falla esperadas*. La tabla 3.3 ordena estos valores para cada prototipo ensayado.

Tabla 3.3 Valores esperados de las probabilidades de falla para cada prototipo ensayado en la mesa vibradora, las cuales fueron determinadas por la expresión paramétrica (3.9)

PGA [m/s ²]	P1a B1	P1a B3	P2.a B2	P2.a B3	P2.b B2	P2.b B3	P2.c B2	P2.c B3	P2.d B2	P2.d B3	P3a B2	P3a B3	P5a B2	P5a B3	P5b B2	P5b B3	P5c B2	P5c B3	P5f B2	P5f B3	P5g B3	P5g B3
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02
0.10	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.00	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	0.01	0.03
0.20	0.00	0.00	0.01	0.02	0.02	0.07	0.00	0.01	0.04	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.00	0.01	0.01	0.01	0.00	0.01	0.01	0.03
0.30	0.00	0.00	0.01	0.03	0.06	0.13	0.00	0.01	0.08	0.02	0.02	0.03	0.01	0.03	0.00	0.02	0.01	0.01	0.00	0.01	0.01	0.03
0.40	0.00	0.00	0.02	0.04	0.12	0.21	0.00	0.02	0.13	0.06	0.03	0.06	0.02	0.04	0.00	0.02	0.01	0.02	0.00	0.01	0.01	0.04
0.50	0.00	0.00	0.02	0.05	0.17	0.28	0.00	0.03	0.17	0.11	0.04	0.10	0.02	0.05	0.00	0.02	0.01	0.02	0.00	0.01	0.01	0.04
0.60	0.00	0.00	0.03	0.06	0.24	0.36	0.00	0.04	0.22	0.18	0.06	0.14	0.03	0.06	0.00	0.02	0.02	0.02	0.00	0.01	0.01	0.04
0.70	0.00	0.00	0.03	0.07	0.30	0.44	0.01	0.06	0.26	0.26	0.09	0.18	0.04	0.07	0.00	0.02	0.02	0.03	0.00	0.01	0.01	0.05
0.80	0.00	0.00	0.04	0.09	0.37	0.52	0.02	0.08	0.30	0.33	0.12	0.22	0.04	0.09	0.01	0.03	0.02	0.03	0.00	0.01	0.01	0.05
0.90	0.00	0.00	0.04	0.10	0.42	0.57	0.03	0.11	0.34	0.39	0.16	0.26	0.05	0.10	0.01	0.03	0.02	0.04	0.00	0.01	0.01	0.06
1.10	0.00	0.00	0.06	0.13	0.50	0.63	0.07	0.17	0.40	0.47	0.22	0.32	0.07	0.13	0.01	0.04	0.03	0.05	0.00	0.02	0.02	0.07
1.30	0.00	0.00	0.07	0.16	0.56	0.67	0.12	0.25	0.45	0.53	0.29	0.39	0.08	0.16	0.01	0.05	0.04	0.06	0.01	0.02	0.02	0.09
1.50	0.00	0.00	0.09	0.19	0.60	0.69	0.18	0.32	0.50	0.58	0.35	0.45	0.10	0.19	0.01	0.06	0.05	0.08	0.01	0.03	0.03	0.10
1.70	0.00	0.00	0.11	0.23	0.64	0.69	0.25	0.40	0.54	0.61	0.42	0.51	0.13	0.23	0.02	0.07	0.06	0.10	0.01	0.04	0.04	0.12
1.90	0.00	0.00	0.13	0.26	0.67	0.70	0.31	0.46	0.58	0.65	0.48	0.57	0.15	0.26	0.02	0.09	0.07	0.12	0.01	0.05	0.05	0.15
2.10	0.00	0.00	0.16	0.30	0.68	0.70	0.37	0.52	0.62	0.67	0.55	0.62	0.18	0.30	0.03	0.11	0.09	0.15	0.02	0.06	0.06	0.17
2.30	0.00	0.00	0.19	0.34	0.69	0.71	0.44	0.57	0.65	0.69	0.60	0.66	0.21	0.34	0.04	0.13	0.11	0.18	0.02	0.08	0.07	0.20
2.50	0.00	0.00	0.22	0.38	0.71	0.72	0.49	0.61	0.68	0.70	0.65	0.69	0.24	0.38	0.05	0.16	0.14	0.21	0.03	0.10	0.09	0.24
2.70	0.01	0.00	0.26	0.42	0.72	0.72	0.55	0.64	0.69	0.71	0.69	0.72	0.27	0.42	0.06	0.19	0.17	0.25	0.04	0.12	0.11	0.28
2.90	0.01	0.01	0.30	0.46	0.72	0.73	0.60	0.64	0.71	0.71	0.70	0.72	0.31	0.46	0.08	0.22	0.20	0.29	0.06	0.15	0.14	0.32
3.10	0.01	0.01	0.34	0.50	0.73	0.74	0.63	0.65	0.71	0.72	0.71	0.73	0.35	0.50	0.10	0.27	0.25	0.34	0.08	0.19	0.17	0.37
3.30	0.02	0.01	0.39	0.54	0.74	0.75	0.65	0.66	0.72	0.73	0.72	0.73	0.39	0.54	0.13	0.31	0.29	0.38	0.10	0.23	0.20	0.41
3.50	0.03	0.02	0.43	0.57	0.75	0.75	0.65	0.66	0.73	0.74	0.72	0.74	0.43	0.57	0.16	0.36	0.34	0.43	0.13	0.28	0.25	0.46
3.70	0.05	0.03	0.48	0.61	0.76	0.76	0.66	0.67	0.74	0.74	0.73	0.74	0.47	0.61	0.20	0.41	0.40	0.48	0.17	0.33	0.29	0.51
3.90	0.07	0.05	0.52	0.64	0.76	0.77	0.66	0.68	0.74	0.75	0.73	0.75	0.51	0.64	0.24	0.47	0.46	0.53	0.22	0.39	0.34	0.56
4.10	0.11	0.07	0.57	0.67	0.77	0.77	0.67	0.68	0.75	0.76	0.74	0.75	0.55	0.67	0.29	0.53	0.52	0.58	0.28	0.45	0.40	0.61
4.30	0.16	0.11	0.61	0.70	0.77	0.78	0.68	0.68	0.75	0.76	0.75	0.76	0.59	0.70	0.35	0.58	0.58	0.63	0.34	0.51	0.46	0.66
4.50	0.23	0.16	0.65	0.72	0.78	0.79	0.68	0.68	0.75	0.77	0.75	0.77	0.62	0.72	0.41	0.63	0.63	0.67	0.42	0.58	0.52	0.70

Posteriormente se procede a graficar las probabilidades de falla esperadas de cada bloque y serán comparadas con las curvas de probabilidad de falla obtenidas del capítulo dos.

3.2.2 Curvas de regresión estimadas para cada uno de los prototipos ensayados

La curva generada por la expresión paramétrica, se le conoce como *curva de regresión estimada o ajustada*, la cual estima el valor esperado (esperanza o media) de las probabilidades de falla obtenidas por la metodología empírica del capítulo dos.

Las siguientes graficas presentan el ajuste de las curvas de regresión, con los valores obtenidos por los ensayos experimentales hechos a los bloques (curvas de probabilidad de falla).

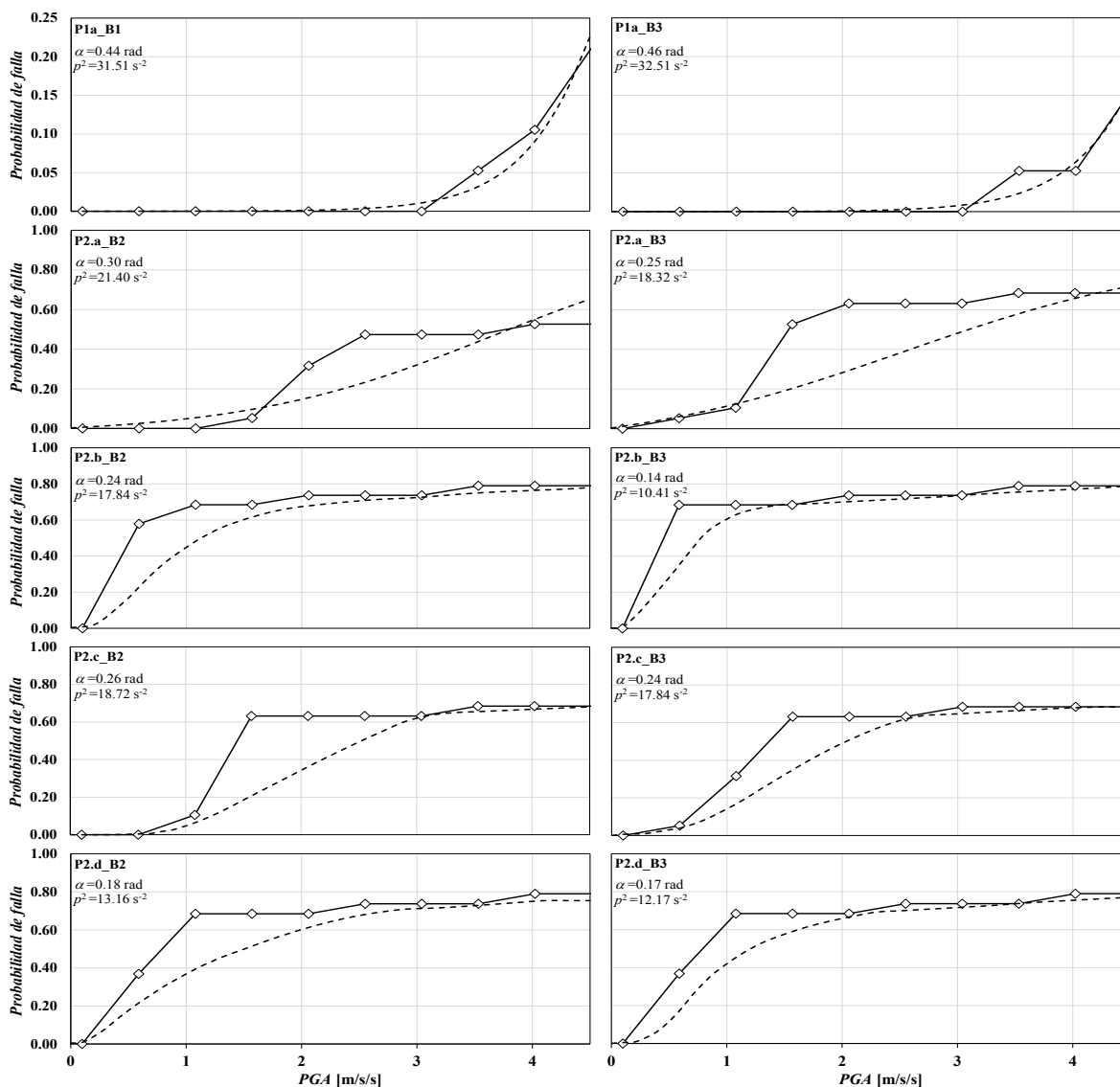


Figura 3.4 Valores esperados de las probabilidades de falla para el grupo de prototipos P1a, P2.a, P2.b, P2.c y P2.d; donde se muestra la curva que estima la probabilidad de falla por la expresión paramétrica (línea segmentada) y se relaciona con la curva obtenida por la metodología empírica (línea continua con marcadores)

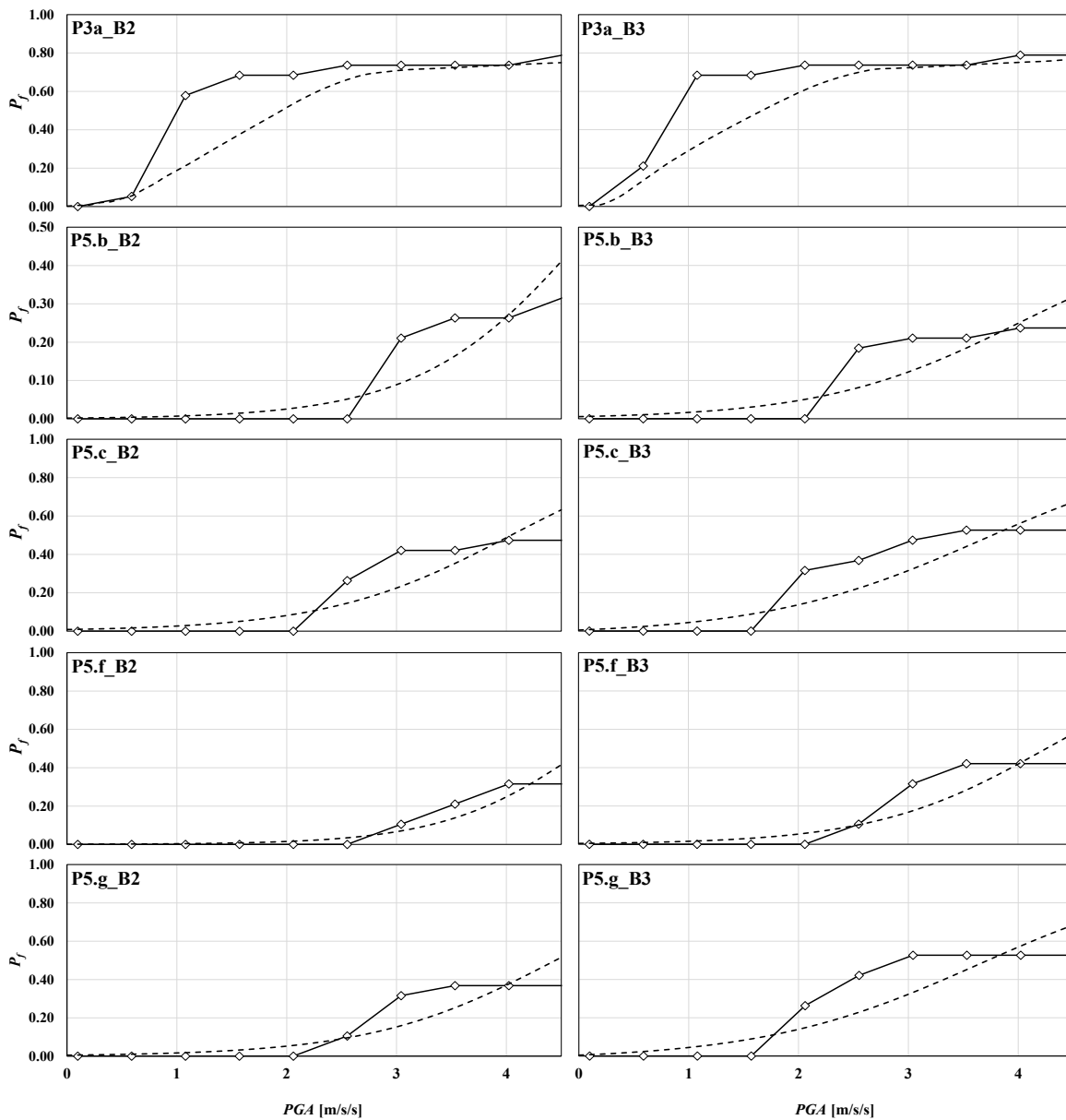


Figura 3.5 Valores esperados de las probabilidades de falla para el grupo de prototipos P3a y P5; donde se muestra la curva que estima la probabilidad de falla por la expresión paramétrica (línea segmentada) y se relaciona con la curva obtenida por la metodología empírica (línea continua con marcadores)

Al usar la expresión paramétrica, es necesario saber si el modelo es el adecuado para estimar las probabilidades de daño en los bloques rígidos debido a su volteo, por lo que se utiliza una medida de ajuste, el cual es de gran aceptación en el contexto del análisis de regresión, en el siguiente capítulo se evaluará a este modelo de regresión con el coeficiente de determinación R^2 .

CAPÍTULO 4

Discusión de las metodologías

Se presentaron diferentes maneras de evaluar la vulnerabilidad de cualquier componente no estructural ante los efectos de sismo. Una de ellas fue por medio de pruebas realizadas a bloques rígidos en la mesa vibradora, donde se obtuvieron sus probabilidades de falla para cada incremento de la intensidad de movimiento sísmico escalado, debido a estos ensayos, se utilizaron dos modelos matemáticos que permitieron estimar estas probabilidades de falla en cada uno de los prototipos.

El primero fue por medio de un análisis probabilístico determinado por los parámetros que intervienen en la respuesta dinámica de los prototipos, donde se utilizó una función de distribución lognormal, la cual permite estimar la probabilidad de que un prototipo sufra daño debido a su volteo, durante una intensidad de movimiento sísmico.

Para la segunda forma de estimar la probabilidad de falla en los bloques rígidos, se utilizó una herramienta estadística que es considerada como un análisis de regresión, la cual está basada en un modelo empírico que incluye a todas las variables que intervienen en el comportamiento dinámico de los contenidos, ajustándolo a los resultados que fueron determinados por las pruebas experimentales hechas a los prototipos, donde se obtiene el valor esperado de las probabilidades de falla para cada incremento de intensidad pico de aceleración sísmica simulada.

En este capítulo se analizará cada una de estas formas de evaluar la probabilidad de que un prototipo presente su volteo, así como la relación que hay entre la metodología empírica de los ensayos hechos a los bloques rígidos, con la función de fragilidad y la expresión paramétrica, ambos modelos son determinados por los estudios realizados por Jaimes (2014).

4.1 Análisis de la metodología empírica

La manera más práctica de obtener la falla de los bloques rígidos ante un evento sísmico, es a través del ensayo y error de los prototipos colocados en la mesa vibradora, que por sus características, se asemejan a contenidos que pueden ser afectados bajo los efectos de una excitación sísmica sobre su base.

No obstante, por falta de tiempo o presupuesto, no siempre se pueden realizar pruebas que permiten estimar algún modo de respuesta en particular de los contenidos, por lo tanto se ve la necesidad de evaluar estas probabilidades mediante el uso de un modelo probabilístico determinado por la función de fragilidad, o bien, una expresión paramétrica generada por un análisis de regresión, el cual se ajuste con los valores obtenidos de los ensayos experimentales, por todo esto se necesita saber si ambos modelos son fiables para estimar las probabilidades de que los prototipos presenten volteo durante un sismo.

4.2 Relación de la función de fragilidad con la metodología empírica

En el capítulo anterior, se mencionaron las características más importantes, que hacen a la función de fragilidad, una forma correcta de poder estimar la probabilidad de que un contenido sufra daño debido a su volteo, pues las probabilidades obtenidas de esta función, se deben de aproximar con los resultados de la metodología empírica.

De esta manera la función de fragilidad ofrece una forma de evaluar la vulnerabilidad que tiene un contenido ante la acción de un sismo. Por medio de la curva de fragilidad, se pueden caracterizar ciertos niveles de riesgo, los cuales describan el grado del perjuicio o daño que pueden sufrir los bloques en estudio.

4.2.1 Estimación de probabilidad de daño en los prototipos, por medio de la curva de fragilidad y uso de los niveles de riesgo

Mediante la curva de fragilidad que estima las probabilidades de daño en los contenidos, es posible asignarles niveles de riesgo a cada uno de ellos, de modo que pueda ofrecerse un diagnóstico claro y al mismo tiempo, se pueda proponer recomendaciones que ayuden a reducir su riesgo, como por ejemplo; el uso de anclajes en los contenidos para asegurarlos, moverlos a otro nivel con menor riesgo o usar cualquier otra medida preventiva, de manera que el contenido pueda resistir sin ningún riesgo, el peligro sísmico al que está expuesto.

Como se pudo apreciar en las gráficas del capítulo tres, la función de fragilidad describe el modo de respuesta que más desfavorece al prototipo cuando este se encuentra en movimiento, por lo que la curva de fragilidad ofrece una mejor estimación de los daños a los prototipos, si dicha curva se aproxima con la curva de probabilidad de falla. Las siguientes figuras muestran el uso de los niveles de riesgo para aquellos prototipos cuyos valores de la función de fragilidad, se ajustan a la metodología empírica.

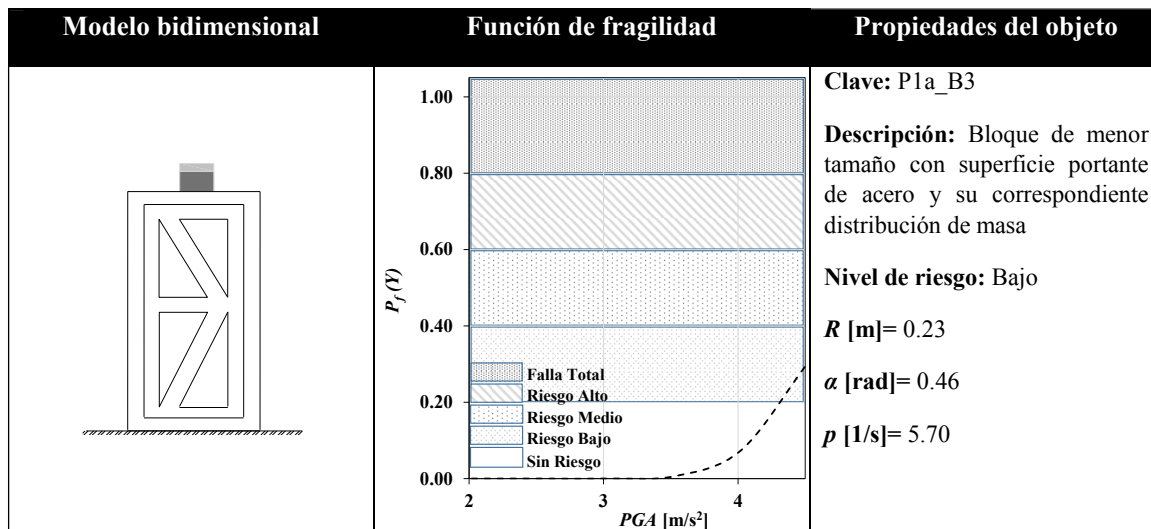


Figura 4.1 Cuadro de resumen de cada prototipo

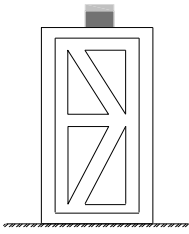
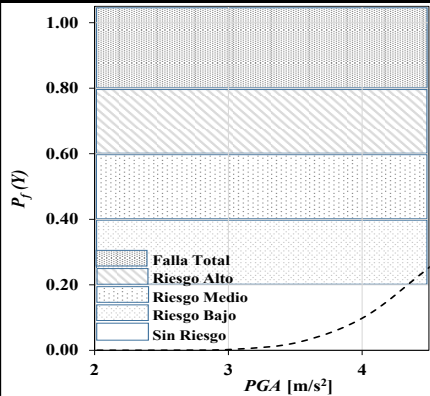
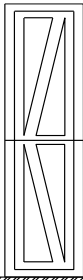
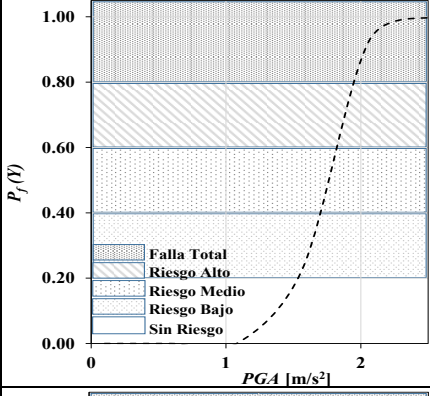
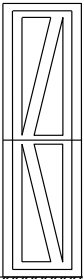
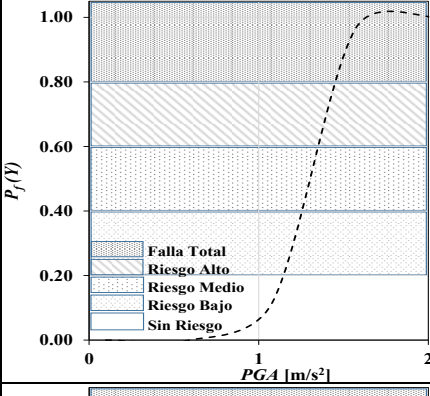
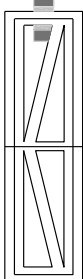
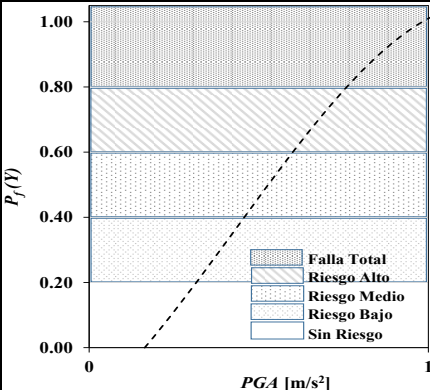
Modelo bidimensional	Función de fragilidad	Propiedades del objeto
		<p>Clave: P1a_B1</p> <p>Descripción: Bloque de menor tamaño con superficie portante de madera y su correspondiente distribución de masa</p> <p>Nivel de riesgo: Bajo</p> <p>$R [m]= 0.23$</p> <p>$\alpha [rad]= 0.44$</p> <p>$p [1/s]= 5.61$</p>
		<p>Clave: P2a_B2</p> <p>Descripción: Bloque esbelto con superficie portante de caucho</p> <p>Nivel de riesgo: Falla total</p> <p>$R [m]= 0.34$</p> <p>$\alpha [rad]= 0.30$</p> <p>$p [1/s]= 4.63$</p>
		<p>Clave: P2a_B3</p> <p>Descripción: Bloque esbelto con superficie portante de acero</p> <p>Nivel de riesgo: Falla total</p> <p>$R [m]= 0.40$</p> <p>$\alpha [rad]= 0.25$</p> <p>$p [1/s]= 4.28$</p>
		<p>Clave: P2b_B3</p> <p>Descripción: Bloque esbelto con superficie portante de acero y su correspondiente distribución de masa</p> <p>Nivel de riesgo: Falla total</p> <p>$R [m]= 0.71$</p> <p>$\alpha [rad]= 0.14$</p> <p>$p [1/s]= 3.23$</p>

Figura 4.1 Cuadro de resumen de cada prototipo (continuación)

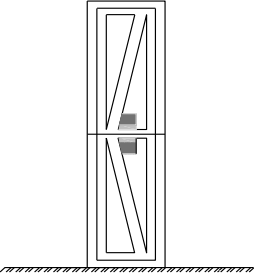
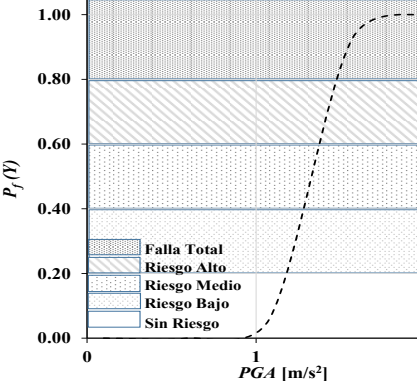
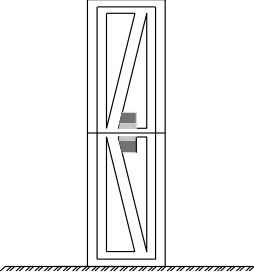
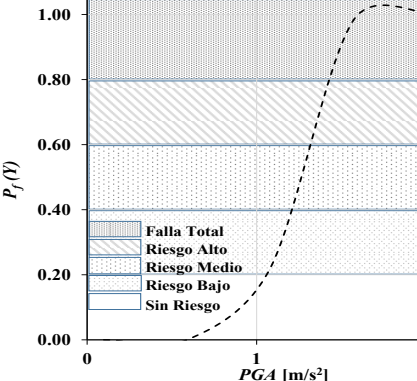
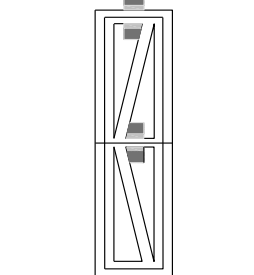
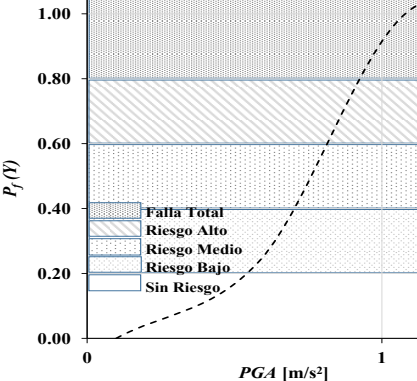
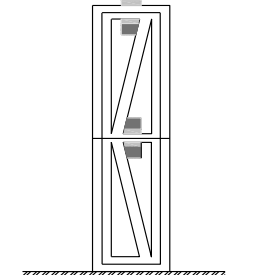
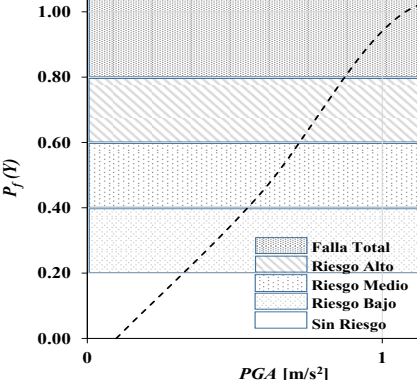
Modelo bidimensional	Función de fragilidad	Propiedades del objeto
		<p>Clave: P2c_B2</p> <p>Descripción: Bloque esbelto con superficie portante de caucho y su correspondiente distribución de masa</p> <p>Nivel de riesgo: Falla total</p> <p>R [m]= 0.39</p> <p>α [rad]= 0.26</p> <p>p [1/s]= 4.33</p>
		<p>Clave: P2c_B3</p> <p>Descripción: Bloque esbelto con superficie portante de acero y su correspondiente distribución de masa</p> <p>Nivel de riesgo: Falla total</p> <p>R [m]= 0.34</p> <p>α [rad]= 0.30</p> <p>p [1/s]= 4.63</p>
		<p>Clave: P2d_B2</p> <p>Descripción: Bloque esbelto con superficie portante de caucho y su correspondiente distribución de masa</p> <p>Nivel de riesgo: Falla total</p> <p>R [m]= 0.56</p> <p>α [rad]= 0.18</p> <p>p [1/s]= 3.63</p>
		<p>Clave: P2d_B3</p> <p>Descripción: Bloque esbelto con superficie portante de acero, con su correspondiente distribución de masa</p> <p>Nivel de riesgo: Falla total</p> <p>R [m]= 0.58</p> <p>α [rad]= 0.17</p> <p>p [1/s]= 3.57</p>

Figura 4.1 Cuadro de resumen de cada prototipo (Continuación)

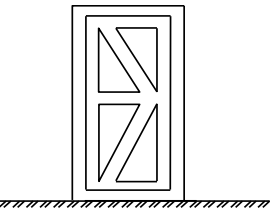
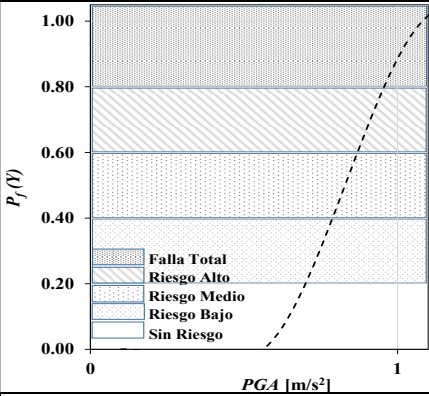
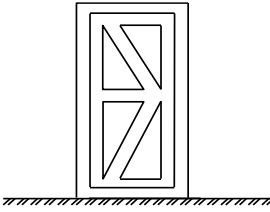
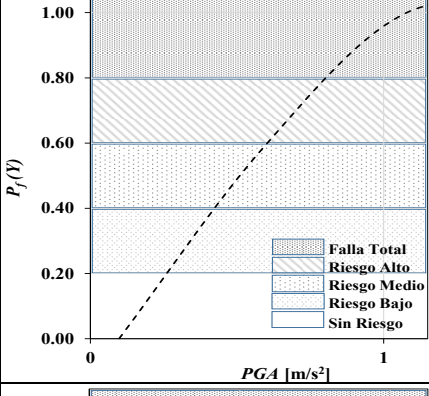
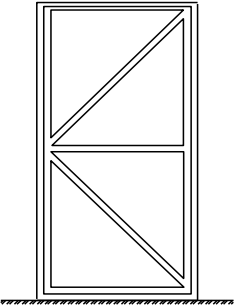
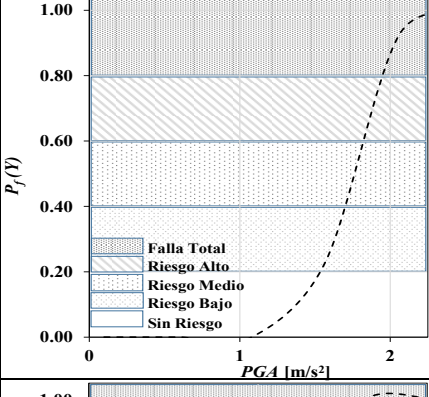
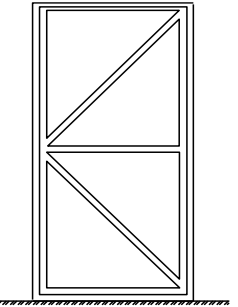
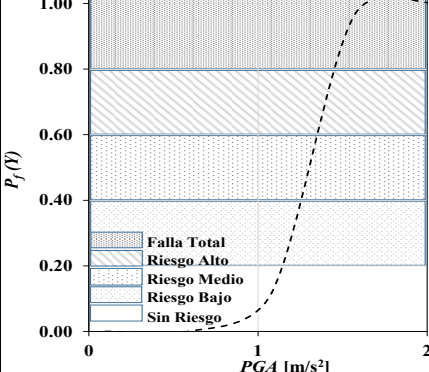
Modelo bidimensional	Función de fragilidad	Propiedades del objeto
		<p>Clave: P3a_B2</p> <p>Descripción: Bloque de menor tamaño con superficie portante de caucho y su correspondiente distribución de masa</p> <p>Nivel de riesgo: Falla total</p> <p>R [m]= 0.23</p> <p>α [rad]= 0.44</p> <p>p [1/s]= 5.20</p>
		<p>Clave: P3a_B3</p> <p>Descripción: Bloque de menor tamaño con superficie portante de acero y su correspondiente distribución de masa</p> <p>Nivel de riesgo: Falla total</p> <p>R [m]= 0.23</p> <p>α [rad]= 0.46</p> <p>p [1/s]= 5.17</p>
		<p>Clave: P5a_B2</p> <p>Descripción: Bloque robusto con superficie portante de caucho y su correspondiente distribución de masa</p> <p>Nivel de riesgo: Falla total</p> <p>R [m]= 0.65</p> <p>α [rad]= 0.48</p> <p>p [1/s]= 3.37</p>
		<p>Clave: P5a_B3</p> <p>Descripción: Bloque robusto con superficie portante de acero y su correspondiente distribución de masa</p> <p>Nivel de riesgo: Falla total</p> <p>R [m]= 0.66</p> <p>α [rad]= 0.47</p> <p>p [1/s]= 3.33</p>

Figura 4.1 Cuadro de resumen de cada prototipo (Continuación)

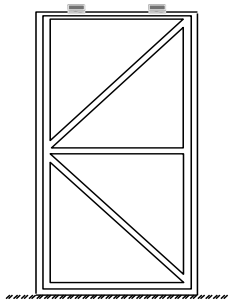
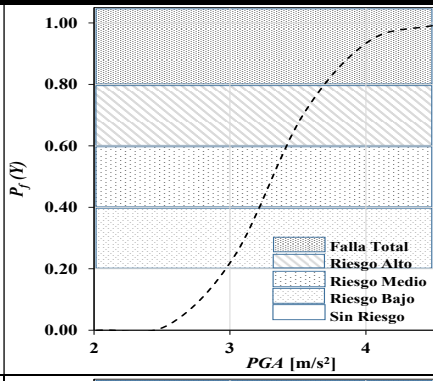
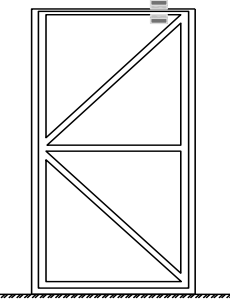
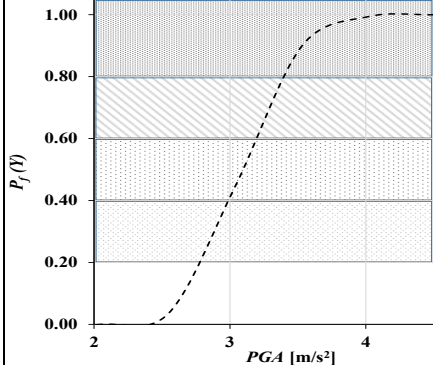
Modelo bidimensional	Función de fragilidad	Propiedades del objeto
		<p>Clave: P5b_B2</p> <p>Descripción: Bloque robusto con superficie portante de caucho y su correspondiente distribución de masa</p> <p>Nivel de riesgo: Falla total</p> <p>R [m]= 0.94</p> <p>α [rad]= 0.33</p> <p>p [1/s]= 2.80</p>
		<p>Clave: P5g_B2</p> <p>Descripción: Bloque robusto con superficie portante de caucho y su correspondiente distribución de masa</p> <p>Nivel de riesgo: Falla total</p> <p>R [m]= 0.93</p> <p>α [rad]= 0.40</p> <p>p [1/s]= 2.81</p>

Figura 4.1 Cuadro de resumen de cada prototipo (Continuación)

Cabe mencionar que los cuadros de resumen de cada prototipo están basados en los trabajos realizados por Jaimes et al. 2014, sin embargo se debe insistir que el uso de niveles de riesgo sólo es aplicable si la curva de fragilidad se aproxima con las probabilidades de falla obtenidas por la metodología del capítulos dos.

La importancia de estudiar el comportamiento dinámico de cada uno de los prototipos expuestos al movimiento del suelo, permite establecer ciertos niveles de riesgo que ayuden a reducir o evitar por completo su daño. Sin embargo no todos los bloques rígidos se pueden estimar su probabilidad de falla mediante la función de fragilidad, o presentan ciertos casos particulares donde la estimación puede ser dudosa, por lo que en el siguiente tema se hará un análisis de aquellos prototipos donde la función de fragilidad presenta problemas al momento de evaluarlos.

4.2.1.1 Desventajas de la función de fragilidad

Si la función de fragilidad no se ajusta con las probabilidades de falla obtenidas por las pruebas realizadas a los prototipos, simplemente no sería una buena estimación y por lo tanto la curva de fragilidad generada por la función no es aplicable para ese prototipo, por lo que es necesario considerar otros parámetros que determinen el modo de respuesta que provoque el daño en los prototipos.

Al evaluar el comportamiento dinámico de los bloques rígidos, a partir del modelo bidimensional simplificado del capítulo uno, este toma en consideración el balanceo que experimentan los prototipos, donde intervienen ciertos parámetros geométricos que están relacionados a este modo de respuesta, los cuales son el ángulo de esbeltez (α) y su frecuencia característica (p); para cada uno de los bloques prismáticos.

Por otra parte, al hacer un análisis sobre la respuesta dinámica de los bloques en movimiento, algunos presentaron deslizamientos mientras se balanceaban, donde estos llegaban a fallar por volteo debido al desequilibrio que experimentaban durante la acción sísmica ejercida sobre su base, incluso en algunos bloques, se presentaron rotaciones con respecto a sus propias posiciones.

Por todo lo anterior, la función de fragilidad toma en consideración a aquellos parámetros que indican la disposición que tiene un bloque rígido a balancearse, de esta manera, solo se puede estimar la probabilidad de falla en los prototipos donde su modo de respuesta es el balanceo.

La siguiente figura muestra las gráficas de los cuatro bloques rígidos, cuyas curvas de fragilidad no se ajustan con las curvas de probabilidad de falla, impidiendo realizar una buena estimación de los daños en los contenidos debido a su volteo. Estos prototipos presentaron desplazamientos durante las pruebas realizadas en la mesa vibradora.

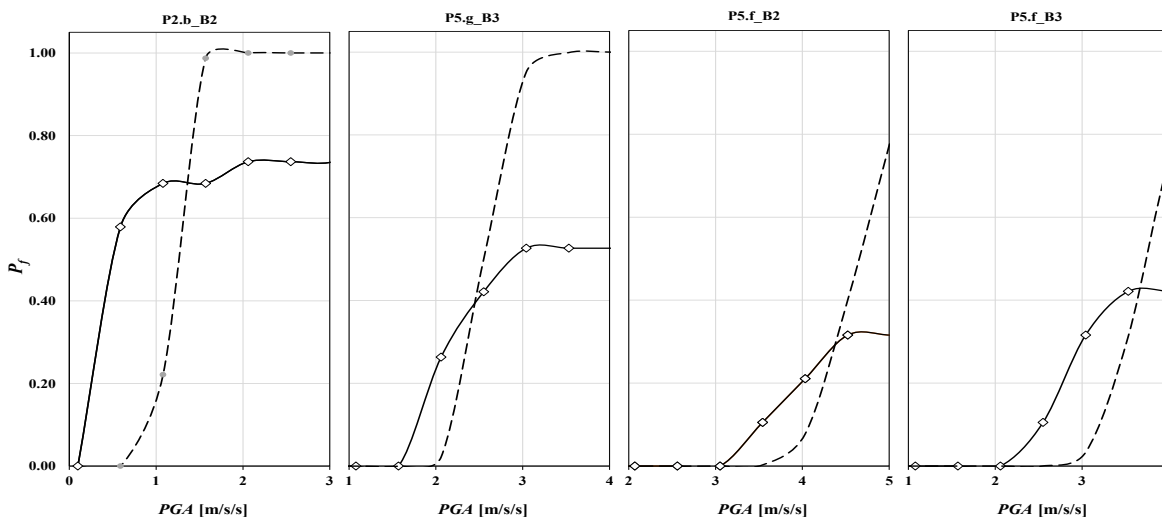


Figura 4.2 *Desajuste de las curvas de probabilidad de falla (líneas continuas con marcadores), con curvas de fragilidad (líneas segmentadas) de los prototipos que presentaron desplazamientos*

Es evidente que la curva de fragilidad no puede tener valores que se encuentren por debajo de la curva de probabilidad de falla, si se requiere evaluar los daños que sufren los prototipos, se debe de proponer un análisis que permita estimar el modo de respuesta que sea el más desfavorable y que a su vez, sea el más crítico si lo comparamos con los resultados que fueron

determinados por los ensayos experimentales de los bloques, es por ello que la expresión paramétrica es una alternativa para estimar el daño en los prototipos.

4.2.1.2 Casos particulares en la estimación de daños de los prototipos

Una de las características que tiene la función de distribución lognormal, es que suele hacer un análisis de la situación más crítica que pueda presentarse en cualquier sistema mecánico, haciendo que la función sea pesimista al momento de estimar su daño (propiedades de la función de fragilidad descritas en el capítulo tres).

De lo anterior, es importante mencionar que en algunos prototipos, su curva de fragilidad está sobrestimando con respecto a la curva de probabilidad de falla, es decir, las probabilidades de falla estimadas por la función, son valores elevados con respecto a las probabilidades de falla obtenidas por las pruebas realizadas a un bloque, cuando este requiere de una mínima intensidad de movimiento sísmico para llevarlo a su volteo.

Por ejemplo, en la figura 4.3, para el caso del prototipo *P5.c_B2*, su curva de fragilidad estima que la probabilidad de que el bloque presente su volteo, a una mínima intensidad pico de aceleración de 2.06 [m/s²], es del 86%, mientras que las probabilidades de falla obtenidas por los ensayos hechos al prototipo, a la misma intensidad mínima de aceleración del suelo, prácticamente es nula, por lo tanto existe un desajuste entre ambas curvas, no obstante, la función de fragilidad cumple con el objetivo de poder estimar el comportamiento más desfavorable que puede llegar a tener el bloque rígido.

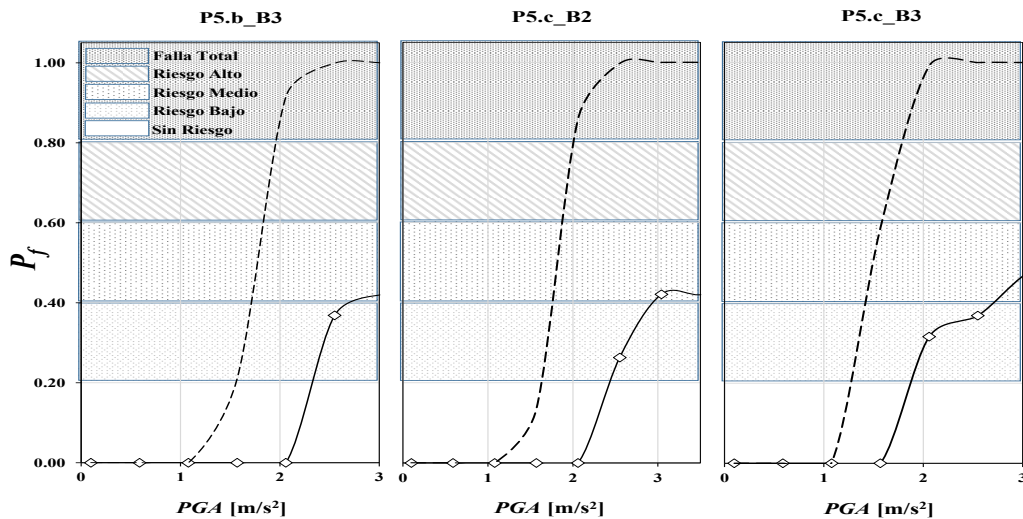


Figura 4.3 Curvas de fragilidad (líneas segmentadas) y curvas de probabilidades de falla (líneas continuas con marcadores) para los prototipos *P5.b_B3*; *P5.c_B2* y *P5.c_B3*.

Si bien los prototipos con dimensiones de mayor volumen (*P5*), tienen más dificultad para llegar a fallar por volteo, estos bloques también pueden ser los más vulnerables a los efectos de sismo debido a su distribución de masa, pues esto ocasiona que los bloques en movimiento, experimenten otros modos de respuesta que no son contemplados en este

trabajo, tal es el caso de las rotaciones y levantamientos generados por el movimiento sísmico, los cuales no permiten a la función de fragilidad estimar adecuadamente el daño de estos prototipos, es por ello que los valores obtenidos por este modelo probabilístico, resultan elevados si se comparan con las probabilidades de falla obtenidas por las pruebas realizadas a cada uno de los prototipos.

4.2.2 Análisis de otros parámetros que ayuden a mejorar a la función de fragilidad

Al hacer un análisis del comportamiento dinámico de los prototipos, estos manifiestan otros modos de respuesta que previamente se han mencionado en este capítulo, los cuales pueden ayudar a la función de fragilidad en mejorar la estimación de la vulnerabilidad de los bloques rígidos.

Por ejemplo, si se desea considerar el desplazamiento de algunos prototipos (U_{max}), es necesario un parámetro que indique la oposición que tiene el bloque a deslizarse, como es el caso del coeficiente de fricción cinético (μ), si bien son cuatro los prototipos que no pueden ser estimados por la función, se debe de reconsiderar el coeficiente de fricción para las superficies portantes de todos los bloques, aunque en teoría los materiales utilizados para las bases de los bloques (madera, caucho y acero), no deberían de permitir su desplazamiento cuando son sometidos a una intensidad de movimiento sísmico.

En otros trabajos dedicados al estudio de contenidos (Makris y Konstantinidis, 2005), es común el uso de la frecuencia angular de un pulso trigonométrico (ω_p^2), el cual pueda aproximarse al pulso predominante del movimiento sísmico del suelo, a esta frecuencia se le relaciona con el periodo de retorno del movimiento sísmico (T_s) y se expresa como $\omega_p = 2\pi/T_s$; cuyas unidades se encuentran en [rad/s²].

Para la función de fragilidad utilizada, se presenta una estimación de la frecuencia característica de la intensidad de movimiento sísmico elegido, la cual es dada por la relación de PGA/PGV . Este parámetro es útil para indicar la duración del sismo, por ejemplo, si se tiene una intensidad de movimiento sísmico con un valor de PGA/PGV alto, el periodo de duración es corta, por el otro lado si se tiene un valor de PGA/PGV bajo, su movimiento sísmico es de larga duración.

Al hacer un análisis de la curva de fragilidad para cada uno de los prototipos ensayados, esta muestra el mismo comportamiento con su correspondiente curva de probabilidad de falla, la cual es obtenida de la metodología del capítulo dos, es decir, se presentan tendencias similares en ambas curvas, independientemente del desajuste que pueda existir, por lo tanto, la función de fragilidad para este trabajo, es el adecuado para estimar el daño en los prototipos ensayados en la mesa vibradora.

4.3 Análisis de la expresión paramétrica

El análisis de regresión permite relacionar a los parámetros que estén involucrados en el comportamiento dinámico de los bloques, con un modelo empírico el cual, pueda ajustarse con las probabilidades de falla de cada uno de los prototipos que fueron expuestos en la mesa

vibradora, mediante una curva de regresión estimada que permita obtener la media o el promedio de estos valores.

No obstante, es necesario establecer ciertos criterios que permitan saber si dicho modelo es fiable para estimar la vulnerabilidad de los bloques rígidos.

4.3.1 Evaluación del modelo de regresión

La expresión paramétrica determinada por la ecuación (3.9), podría resultar útil si se dispone de algún indicador preciso, el cual permita saber el grado en que la curva de regresión, se ajusta con las probabilidades de falla obtenidas por los ensayos experimentales de cada bloque rígido, es por ello que en este capítulo se utiliza una medida de ajuste, cuyo propósito es determinar si el modelo de regresión es el adecuado para estimar el daños en los prototipos.

4.3.1.1 Coeficiente de determinación (R^2)

Una medida de ajuste que ha recibido gran aceptación en el análisis de regresión, es el uso del coeficiente de determinación (R^2). Este coeficiente es el que determina que porcentaje de la variación total de las probabilidades de falla obtenidas por la metodología del capítulo dos, están descritos por el modelo de regresión no lineal.

El análisis de regresión que define a la expresión paramétrica utilizada, establece que para que el modelo sea el adecuado para estimar la probabilidad de daño en los prototipos, el coeficiente de determinación de cada bloque debe de cumplir con un valor mayor al 60% ($R^2 > 0.60$; planteamiento propuesto por Jaimes et al. 2014).

Con frecuencia, R^2 es utilizado para saber cuánto varían los datos que se encuentran dispersos alrededor de una línea de tendencia, la cual es generada por un modelo de regresión. Para este trabajo, se utiliza este análisis para saber que tanto varían las probabilidades de falla obtenidas por la metodología empírica, con respecto a la curva de regresión generada por la expresión paramétrica.

Es importante mencionar que esta medida de ajuste no determina si los parámetros geométricos y dinámicos propios de cada bloque, sean los apropiados para determinar si la expresión paramétrica, es la más adecuada para estimar el daño que sufren los prototipos cuando se encuentran sometidos a una acción sísmica.

En el siguiente tema se hace un análisis de cómo se determinó el coeficiente de determinación para la expresión paramétrica utilizada.

4.3.1.2 Variación de las probabilidades de falla de la metodología empírica con la expresión paramétrica

Para cada prueba realizada a un bloque rígido en la mesa vibradora, sus probabilidades de falla (P_f) van en aumento cuando hay un incremento en la intensidad de movimiento sísmico, estos valores se representan como si se tratase de un diagrama de dispersión y posteriormente se ajustan con una curva de regresión, la cual permite minimizar las distancias que hay entre todos los valores de P_f , con los valores de dicha curva, a estas distancias elevadas al cuadrado

se les conoce como *residuo o el error cuadrático de la curva*, y esto no es más que la falta de ajuste que tiene el modelo de regresión con los valores obtenidos por los ensayos hechos a los bloques.

A los valores obtenidos por la curva de regresión, se denotan con la nomenclatura (\hat{P}_f) , y no es más que los valores esperados de las probabilidades de falla de un bloque sometido a una excitación sísmica (capítulo tres).

A la suma de los residuos de la gráfica de un prototipo, se le denomina como *el cuadrado del error total de la curva de regresión* (CE_R), siendo la distancia entre los valores de (P_f) con su correspondiente valor de la curva (\hat{P}_f) , quedando expresado como:

$$CE_R = \sum (P_f - \hat{P}_f)^2 \quad (4.1)$$

Al cuadrado del error total con respecto a la curva de regresión, se considera como la desviación de todos los valores de P_f que no pueden ser explicados por el modelo de regresión, siendo una medida que ayude a conformar al coeficiente de determinación.

Por otro lado, si se requiere por saber cuánto es la variación total de todos los valores de P_f , los cuales se encuentran dispersos en la gráfica de un prototipo, simplemente es la suma del cuadrado de las distancias de estos valores, con respecto a una medida de tendencia central, como lo es su media aritmética o promedio denotado por (\bar{P}_f) , obteniendo el cuadrado del error de todos los valores de (P_f) , expresado como:

$$CE_{\bar{y}} = \sum (P_f - \bar{P}_f)^2 \quad (4.2)$$

De esta manera, para cada una de las gráficas de los prototipos, le corresponde su media aritmética de las probabilidades de falla determinadas por la metodología del capítulo dos. La siguiente tabla muestra el promedio de cada uno de los bloques rígidos, el cual permite obtener el error cuadrático de los valores de P_f , respecto a esta medida de tendencia central.

Tabla 4.1 Promedio de las probabilidades de falla obtenidas por los ensayos de cada prototipo

Media	<i>P1a_B1</i>	<i>P1a_B3</i>	<i>P2a_B2</i>	<i>P2a_B3</i>	<i>P2b_B2</i>	<i>P2b_B3</i>	<i>P2c_B2</i>	<i>P2c_B3</i>	<i>P2d_B2</i>	<i>P2d_B3</i>	<i>P3a_B2</i>
ȳ	0.10	0.02	0.23	0.42	0.61	0.63	0.39	0.45	0.56	0.56	0.49
Media	<i>P3a_B3</i>	<i>P5a_B2</i>	<i>P5a_B3</i>	<i>P5b_B2</i>	<i>P5b_B3</i>	<i>P5c_B2</i>	<i>P5c_B3</i>	<i>P5f_B2</i>	<i>P5f_B3</i>	<i>P5.g_B2</i>	<i>P5.g_B3</i>
ȳ	0.54	0.34	0.39	0.08	0.18	0.17	0.23	0.07	0.14	0.27	0.23

Una vez obtenidos el cuadrado del error, tanto para la curva de regresión, como para la media de las probabilidades de falla obtenidas por la metodología del capítulo dos, se determina el coeficiente R^2 con la ecuación 4.3, el cual esta medida de ajuste indica que porcentaje de la

variación total de los valores de P_f , pueden ser explicados por la expresión paramétrica utilizada en este trabajo, para cada uno de los prototipos ensayados.

$$R^2 = 1 - \frac{CE_R}{CE_{\bar{y}}} \quad (4.3)$$

A manera de ejemplo, la siguiente figura muestra la variación total de las probabilidades de falla (P_f) con respecto a la curva de regresión y a la media del prototipo P2.a_B2, donde el promedio, al ser constante, se grafica como una línea recta horizontal, cuyo valor es de 0.23.

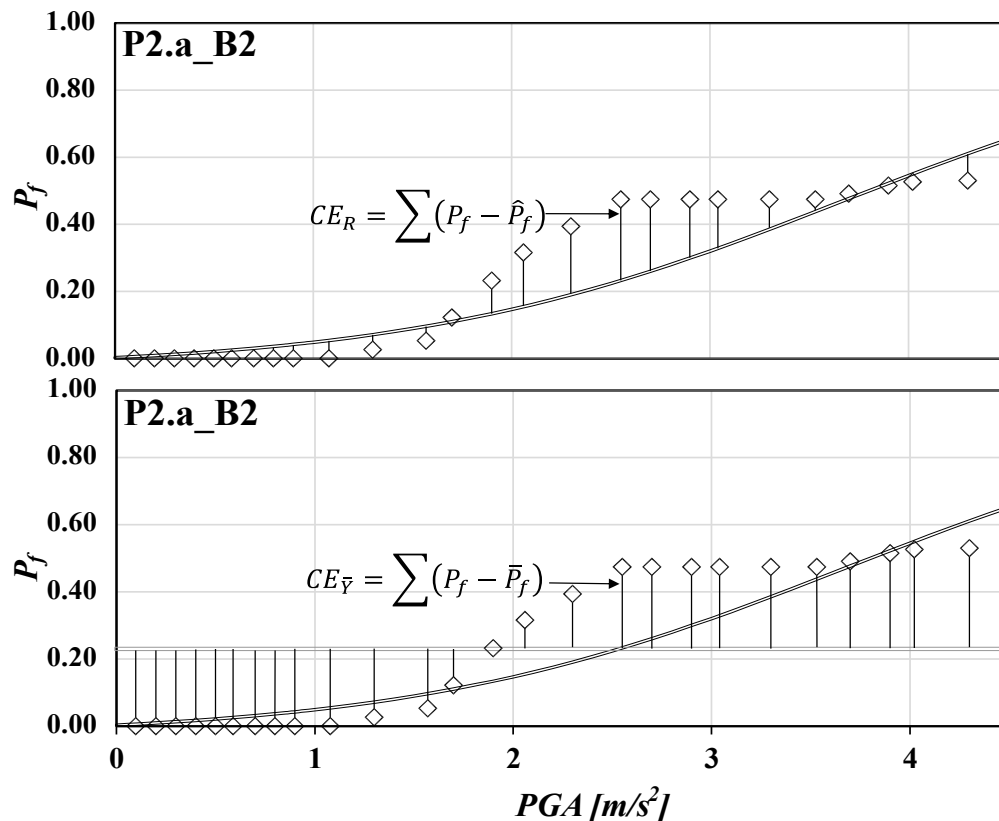


Figura 4.4 Errores cuadráticos totales con respecto a la curva de regresión ajustada y la media (línea gris continua) para el prototipo P2.a_B3

De esta manera, se puede obtener el coeficiente de determinación (R^2) que permita saber que tan ajustado es la expresión paramétrica, con las probabilidades de falla determinadas por las pruebas hechas a los prototipos en la mesa vibradora.

La siguiente tabla muestra los valores de R^2 para cada prototipo ensayado, destacando que estos valores fueron determinados por el análisis que describe al error cuadrático de la variación de los valores de P_f (ecuación 4.3).

Tabla 4.2 Valores del coeficiente de determinación (R^2) para cada prototipo

	<i>P1a</i> <i>B1</i>	<i>P1a</i> <i>B3</i>	<i>P2.a</i> <i>B2</i>	<i>P2.a</i> <i>B3</i>	<i>P2b</i> <i>B2</i>	<i>P2b</i> <i>B3</i>	<i>P2c</i> <i>B2</i>	<i>P2c</i> <i>B3</i>	<i>P2d</i> <i>B2</i>	<i>P2d</i> <i>B3</i>	<i>P3a</i> <i>B2</i>
R^2	98.97%	94.99%	81.20%	69.06%	62.67%	75.77%	75.76%	76.12%	77.76%	82.83%	77.50%
	<i>P3a</i> <i>B3</i>	<i>P5a</i> <i>B2</i>	<i>P5a</i> <i>B3</i>	<i>P5b</i> <i>B2</i>	<i>P5b</i> <i>B3</i>	<i>P5c</i> <i>B2</i>	<i>P5c</i> <i>B3</i>	<i>P5f</i> <i>B2</i>	<i>P5f</i> <i>B3</i>	<i>P5.g</i> <i>B2</i>	<i>P5.g</i> <i>B3</i>
R^2	77.85%	80.13%	68.84%	83.88%	80.77%	84.23%	84.69%	91.03%	85.78%	90.70%	82.44%

4.3.1.3 Análisis de la curva de regresión estimada

Las curvas de probabilidad de falla obtenidas por la metodología del capítulo dos, ahora serán representadas como valores que se encuentran dispersos alrededor de la curva de regresión estimada, como se muestra en la siguiente figura para los prototipos *P1a_B1* y *P1a_B3*.

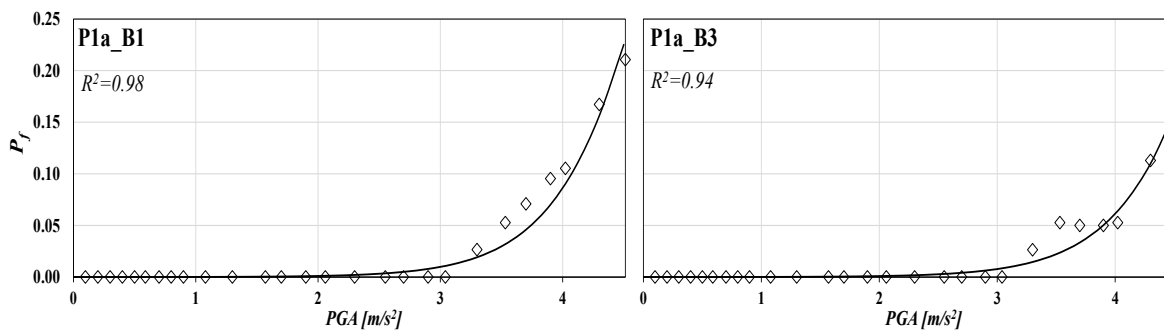


Figura 4.5 Curvas de regresión estimadas (líneas negras continuas), ajustados a las probabilidades de falla (marcadores) de la metodología empírica

Al evaluar R^2 para los prototipos *P1a_B1* y *P1a_B3*, mediante el uso de la ecuación (4.3), los valores estimados para ambos prototipos fueron de 98.97% y 94.99% respectivamente, estos coeficientes justifican que la expresión paramétrica es un buen ajuste para los valores obtenidos de las pruebas realizadas de cada uno de los prototipos.

Para el valor de R^2 en el prototipo *P1a_B1*, se puede deducir que el 98.97% de la variación total de las probabilidades de falla determinados por los ensayos experimentales del prototipo, se pueden explicar con el modelo de regresión no lineal descrito por su curva.

Por otra parte, la expresión paramétrica cumple con la condición de $R^2 > 0.60$, de hecho si el valor del coeficiente es cercano al 100%, su curva de regresión estimada se ajusta de forma adecuada a los resultados obtenidos por los ensayos experimentales del bloque, y de esta manera el modelo estima las probabilidades de falla esperadas del bloque rígido.

Analizando la relación entre las curvas de regresión estimadas, con las probabilidades de falla generadas por los ensayos experimentales, la figura de abajo muestra las gráficas para el grupo de prototipos *P2* y *P3* (prototipos esbeltos y de dimensiones de menor tamaño), con sus respectivas distribuciones de masa y superficies portantes.

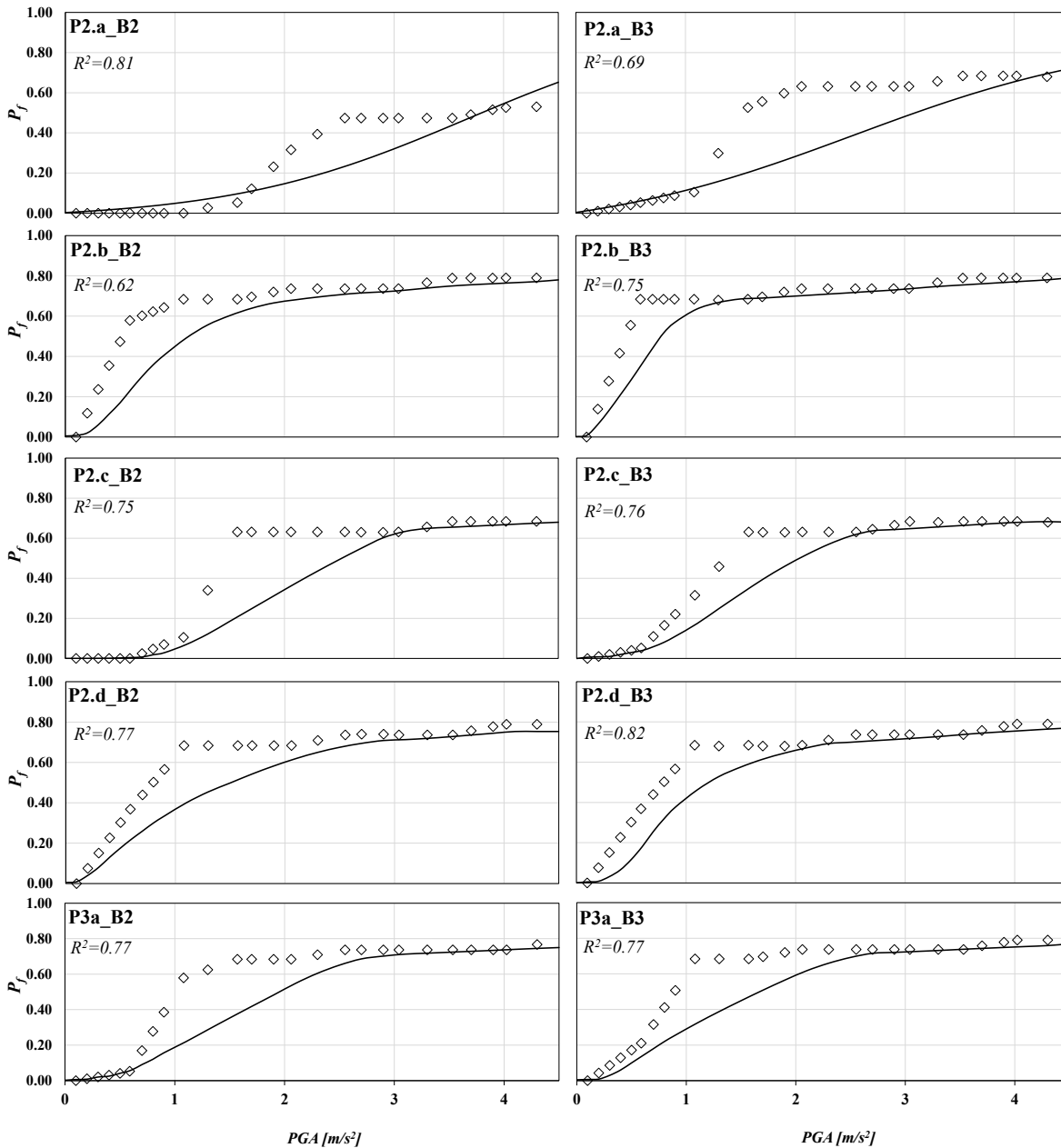


Figura 4.6 Curvas de regresión generadas por la expresión paramétrica propuesta (líneas negras continuas), las cuales estiman los valores esperados de las probabilidades de falla (\hat{P}_f) de cada uno de los bloques rígidos

Para dar lectura al valor de R^2 , en el caso del prototipo $P2d_B2$, se estima que el 77.76% de la variación total de las probabilidades de falla (P_f), se pueden justificar por la curva de regresión generada por la expresión paramétrica, para cada incremento de intensidad de movimiento sísmico escalado.

En el caso del prototipo $P2b_B2$, su coeficiente R^2 tiene un valor del 62.67%, se puede observar que la expresión paramétrica, apenas cumple con la condición mínima de $R^2 > 0.60$,

si bien esto indica que el modelo de regresión no es malo para estimar el daño de este prototipo, existe un 37.33% de que las probabilidades de falla de los ensayos hechos al bloque, no estén ajustadas a su curva de regresión estimada, demostrando que la expresión paramétrica apenas es el óptimo para este prototipo, ya que en problemas aleatorios, no siempre resulta practico utilizar un modelo que este pensado en estimar un seceso en particular, si este cumple con las condiciones mínimas para su eficiencia.

Por último se presentan las curvas de regresión estimadas para el grupo de prototipos P5.

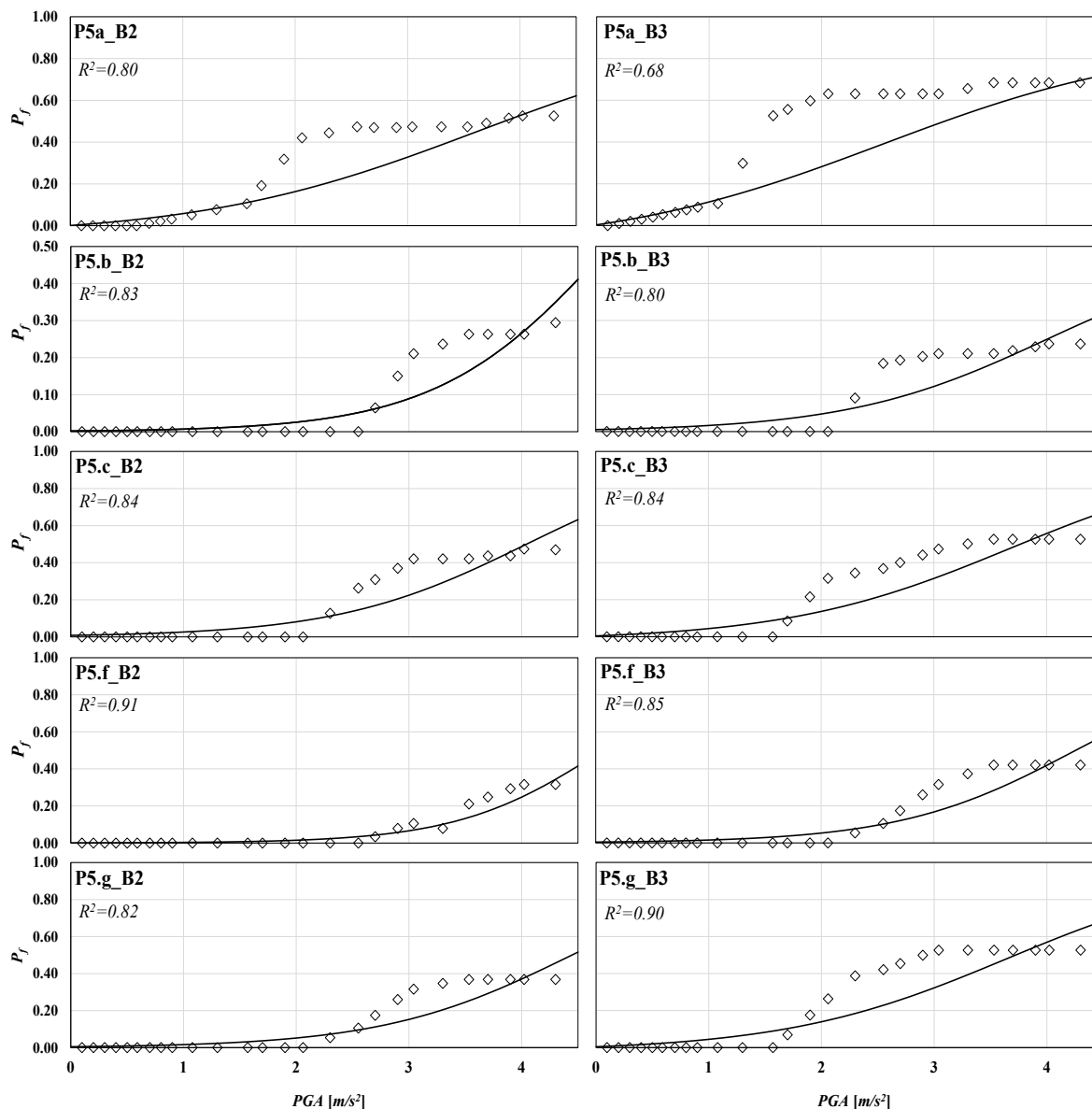


Figura 4.9 Probabilidades de falla (P_f) obtenidos por los ensayos experimentales para el grupo de prototipos P5g (marcadores), los cuales se encuentran dispersos alrededor de la curva de regresión estimada (líneas negras continuas) de cada uno de los bloques rígidos

Si bien la expresión paramétrica cumple con la condición establecida del coeficiente de determinación ($R^2 > 0.60$), al observar la curva de regresión correspondiente al grupo de prototipos $P2$ y $P3a$, las probabilidades de falla determinadas por esta curva, están por debajo de los valores obtenidos por la metodología empírica, lo que significa que la expresión paramétrica subestima la probabilidad de daño de estos prototipos.

Es evidente que la expresión paramétrica tiene un mejor ajuste para aquellos prototipos que tienen más dificultad para llegar a su volteo ($P1a$ y $P5$), de esta manera si se decidiera por confiar en el modelo de regresión no lineal, para los prototipos que apenas cumplen con la condición mínima de $R^2 > 0.60$, esto no quiere decir que el modelo sea el adecuado para poder estimar sus probabilidades de falla, ya que existe un error considerable en la regresión de estos prototipos y por lo tanto, se requiere de utilizar un análisis más complejo como el uso intervalos de confianza para los parámetros, medidas de incertidumbre, así como pruebas de bondad de ajuste.

4.3.1.4 Errores comunes en el uso del coeficiente de determinación

El coeficiente de determinación es considerado como una herramienta estadística que permite cuantificar el ajuste de la curva de regresión, con los datos que se encuentran dispersos en la gráfica, R^2 debe de emplearse con precaución, pues existe algunos inconvenientes en el uso de esta herramienta.

Por ejemplo, el coeficiente de determinación siempre aumenta si se añade una variable (parámetros que rigen el comportamiento dinámico en los contenidos) al modelo de regresión, lo que no necesariamente implica que el nuevo modelo sea mejor que el anterior, debido a la pérdida de un grado de libertad en el error.

El coeficiente R^2 no mide la magnitud de la pendiente de la línea de regresión ajustada, ya que muchas veces se tiene esta idea errónea sobre el uso de esta herramienta, ni mucho menos el coeficiente no mide cuán apropiado resulta ser el modelo de regresión al proporcionar predicciones precisas sobre el modo de respuesta que más desfavorezca a un prototipo cuando es sometido a un evento sísmico.

4.4 Comparación entre la función de fragilidad y la expresión paramétrica

El uso de dos modelos matemáticos determinados por los trabajos de Jaimes (2014), es una forma práctica de estimar la probabilidad de daño en los prototipos expuestos a una intensidad de movimiento sísmico, no obstante, ambos modelos son determinados por diferentes análisis, los cuales se detallaron tanto en el capítulo tres, como en este capítulo.

Tanto la función de fragilidad, como la expresión paramétrica, ambas utilizadas en este trabajo, tienen la misma finalidad, la cual es la de ajustarse con los resultados de las pruebas realizadas a cada uno de los bloques rígidos en movimiento, sin embargo, como ya se analizó en este capítulo, presentan sus ventajas y desventajas al momento de evaluar la probabilidad de falla.

La diferencia más notable entre ambos modelos, está en el comportamiento de sus respectivas curvas, por ejemplo, en la curva de fragilidad generada por el modelo probabilístico, sus valores tienden aproximarse a la curva de probabilidad de falla de cada uno de los prototipos ensayados, además, el comportamiento entre ambas curvas se asemejan entre sí, donde la curva de fragilidad siempre busca estimar el comportamiento más desfavorable que pueda presentar un bloque rígido.

Para el caso de la curva de regresión, este es un análisis que trata de ajustarse a las probabilidades de falla obtenidas por los ensayos hechos a cada uno de los prototipos, estimando el valor esperado de estas probabilidades de falla. Por otra parte, la curva de regresión utiliza la suma de mínimos cuadrados, la cual permite saber si la expresión paramétrica es un buen modelo para evaluar la vulnerabilidad de los prototipos, sin tener que recurrir a los resultados obtenidos por las pruebas realizadas en la mesa vibradora.

Ambos modelos son viables para los objetivos planteados en este trabajo, aunque si se decidiera por una de las dos formas, la función de fragilidad ofrece una mejor manera de estimar la probabilidad de daño en los prototipos, debido a las características mencionadas en el capítulo tres, así como el hecho de que este análisis probabilístico, ya se ha utilizado en otros trabajos relacionados al estudio de contenidos (Makris y Zhang 1999; Jaimes et al. 2014).

CONCLUSIONES

El propósito de realizar pruebas experimentales a cada uno de los bloques rígidos puestos en la mesa vibradora, tuvo como finalidad el poder estudiar el comportamiento dinámico que tiene un contenido, cuando este es afectado por un evento sísmico particular, sin embargo, muchas ocasiones, debido a la falta de tiempo o presupuesto, no se pueden realizar este tipo de ensayos, es por ello que se elige utilizar modelos matemáticos, los cuales permiten estimar el modo de respuesta que más desfavorezca a los contenidos.

El primer enfoque estudiado fue a través de un modelo probabilístico determinado por una función de distribución lognormal, el cual está compuesta de los parámetros que intervienen en el comportamiento dinámico de los bloques. De este análisis se puede deducir lo siguiente:

- 1) De los 22 prototipos que presentaron su modo de respuesta más desfavorable (volteo), 18 de ellos pueden ser estimados por la función de fragilidad (ver punto 3), por lo tanto la probabilidad de falla de cada uno de estos bloques, pueden ser representadas por una curva de fragilidad.
- 2) A través de la curva de fragilidad generada por la función, es posible asignar niveles de riesgo a cada uno de los prototipos, de modo que se pueda proponer recomendaciones que sirvan para mitigar el daño, mediante el uso de medidas preventivas (el contenido debe resistir un sismo sin riesgo alguno).
- 3) La función de fragilidad debe de considerar otros modos de respuesta que no son contemplados en este modelo, tal es el caso del desplazamiento y de la rotación, los cuales se presentaron en cuatro bloques rígidos que no pudieron ser estimados por la curva de fragilidad (*P2.b_B2*; *P5.g_B3*; *P5.f_B2* y *P5.f_B3*).
- 4) Del punto anterior se puede decir que la función de fragilidad propuesta, debe de considerar otros parámetros que determinan el comportamiento dinámico de los contenidos como los mencionados en el capítulo anterior, si se requiere que este modelo probabilístico, sea el ideal para estimar la probabilidad de falla de todos los prototipos que fueron expuestos a una intensidad de movimiento sísmico.

Con base en lo anterior, se hizo un análisis del comportamiento dinámico de los bloques rígidos, donde se puede inferir que:

- 1) La distribución de masa es un factor que determina el comportamiento dinámico de cada uno de los bloques rígidos, debido a esto, los parámetros geométricos propios de un prototipo se ven modificados.
- 2) Del punto anterior, cuanto más grande es el parámetro relacionado a la altura de un bloque (R), su frecuencia característica (p) será menor y por lo tanto la disposición que tiene el bloque rígido a balancearse, tendrá periodos de duración muy cortos, debido a la dificultad que tienen para el volteo (caso particular del grupo de prototipos robustos en sus dimensiones; *P5*).
- 3) Si el parámetro relacionado al tamaño de un prototipo (R), es mayor a su ángulo de esbeltez (α), el prototipo será más propenso a fallar por volteo ($\alpha < R$), por el contrario, si

la esbeltez del bloque es mayor a su tamaño ($\alpha > R$), será más difícil que el bloque alcance su volteo cuando se presenta una acción sísmica sobre su base.

El segundo enfoque para estimar la probabilidad de daño en los bloques rígidos, fue por medio de una expresión paramétrica determinada por un análisis de regresión. Esta ecuación utiliza el coeficiente de determinación (R^2) como una medida estadística, la cual, indica el ajuste o fiabilidad que tiene dicha expresión, con las probabilidades de falla obtenidas por la metodología del capítulo dos, para cada uno de los prototipos ensayados. Al haber utilizado este análisis, se argumenta lo siguiente:

- 1) La expresión paramétrica mediante su curva de regresión, se ajusta a las probabilidades de falla, las cuales fueron obtenidas por los ensayos realizados a cada uno de los prototipos puestos en la mesa vibradora, lo que significa que el coeficiente de determinación de cada bloque, cumple con la condición establecida de $R^2 > 0.60$ (Jaimes, 2014).
- 2) No obstante, la expresión paramétrica presenta problemas en el grupo de prototipos $P2$ y $P3a$, si bien los valores de sus correspondientes coeficientes R^2 cumplen con la condición mínima establecida, la esperanza matemática de las probabilidades de falla generadas por la expresión, subestiman a las probabilidades de daño obtenidas por la metodología del capítulo dos, como se puede apreciar en las gráficas de los capítulos tres y cuatro.
- 3) El coeficiente de determinación que se encarga de evaluar a la expresión paramétrica, para los prototipos mencionados anteriormente, cuyos valores se encuentran en el rango de $0.60 < R^2 < 0.80$, pueden presentar errores en el modelo de regresión, al momento de estimar el daño en los prototipos ensayados, ya que en problemas aleatorios, no siempre es recomendable usar este análisis de regresión, si apenas cumple con las condiciones mínimas establecidas.
- 4) La expresión paramétrica tiene un mejor ajuste para los valores obtenidos de las pruebas realizadas al grupo de prototipos $P1a$ y $P5$, estos bloques presentan mayor dificultad para llegar a su volteo, cuando se encuentran bajo la acción de un sismo.
- 5) Al igual que en la función de fragilidad, la expresión paramétrica debe de considerar otros parámetros geométricos y dinámicos que intervienen en el comportamiento de los prototipos, con el fin de mejorar la estimación de las probabilidades de falla en los bloques.
- 6) La expresión paramétrica debería utilizar otros indicadores que permitan saber si este modelo es el adecuado para estimar la probabilidad de daño en los prototipos (p. e. el uso intervalos de confianza para los parámetros, medidas de incertidumbre y pruebas de bondad de ajuste), no obstante, para fines prácticos de este trabajo, se utilizó el coeficiente de determinación, debido a que es una medida comúnmente utilizada en el análisis de regresión.

La contribución del presente trabajo, es proponer una metodología alternativa que permita entender el comportamiento más desfavorable que presentan los contenidos cuando están bajo los efectos de un sismo. Por otra parte el uso de modelos matemáticos, los cuales permitan estimar de forma práctica y sencilla, las probabilidades de falla de cada uno de los prototipos, proporciona una forma de mitigar los daños producidos a un contenido y de esta manera, se pueda asegurar su integridad y reducir los costos de su pérdida.

ANEXO A

Datos seleccionados para la estimación del comportamiento dinámico en los prototipos ensayados

<i>Objeto</i>	<i>Sismo</i>	<i>PGA falla [m/s²]</i>	<i>PGV falla [m/s]</i>	<i>PGD falla [m]</i>	<i>α_l [radianes]</i>	<i>P²_l [1/s²]</i>
P1a_B1	CU01ENE04-0.02.EW	10.05	2.37	0.81	0.443	31.510
	CU03FEB98-0.02.EW	5.62	1.38	0.86	0.443	31.510
	CU07JUN76-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.443	31.510
	CU07JUN82-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.443	31.510
	CU09AGO00-0.02.EW	15.52	4.15	2.76	0.443	31.510
	CU10DIC94-0.02.EW	25.25	3.57	1.12	0.443	31.510
	CU14MAR79-0.02.EW	4.05	0.77	0.74	0.443	31.510
	CU14SEP95-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.443	31.510
	CU15JUL96-0.02.EW	18.85	1.62	1.35	0.443	31.510
	CU19MAR78-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.443	31.510
	CU19SEP85-0.02.EW	4.08	1.19	52.40	0.443	31.510
	CU21SEP85-0.02.EW	3.33	0.54	1.16	0.443	31.510
	CU22ENE03-0.02.EW	17.38	7.25	6.57	0.443	31.510
	CU23AGO65-0.03.EW	0.00	0.00	0.00	0.443	31.510
	CU24OC T93-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.443	31.510
	CU25ABR89-0.02.EW	3.72	1.06	2.12	0.443	31.510
	CU29NOV78-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.443	31.510
CU30ABR86-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.443	31.510	
CU31MAY90-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.443	31.510	
P1a_B3	CU01ENE04-0.02.EW	10.48	2.47	0.85	0.458	32.513
	CU03FEB98-0.02.EW	5.87	1.45	0.90	0.458	32.513
	CU07JUN76-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.458	32.513
	CU07JUN82-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.458	32.513
	CU09AGO00-0.02.EW	16.20	4.33	2.88	0.458	32.513
	CU10DIC94-0.02.EW	26.35	3.72	1.17	0.458	32.513
	CU14MAR79-0.02.EW	4.19	0.80	0.77	0.458	32.513
	CU14SEP95-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.458	32.513
	CU15JUL96-0.02.EW	19.67	1.69	1.41	0.458	32.513
	CU19MAR78-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.458	32.513
	CU19SEP85-0.02.EW	4.34	1.27	55.75	0.458	32.513
	CU21SEP85-0.02.EW	3.39	0.55	1.18	0.458	32.513
	CU22ENE03-0.02.EW	18.13	7.56	6.86	0.458	32.513
	CU23AGO65-0.03.EW	0.00	0.00	0.00	0.458	32.513
	CU24OC T93-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.458	32.513
	CU25ABR89-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.458	32.513
	CU29NOV78-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.458	32.513
CU30ABR86-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.458	32.513	
CU31MAY90-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.458	32.513	
P2.a_B2	CU01ENE04-0.02.EW	6.49	1.53	0.52	0.295	21.397
	CU03FEB98-0.02.EW	3.63	0.89	0.55	0.295	21.397
	CU07JUN76-0.02.EW	2.21	0.38	0.46	0.295	21.397
	CU07JUN82-0.02.EW	2.03	0.41	0.22	0.295	21.397
	CU09AGO00-0.02.EW	10.02	2.68	1.78	0.295	21.397
	CU10DIC94-0.02.EW	16.31	2.30	0.73	0.295	21.397
	CU14MAR79-0.02.EW	1.90	0.36	0.35	0.295	21.397
	CU14SEP95-0.02.EW	1.83	0.45	0.30	0.295	21.397
	CU15JUL96-0.02.EW	12.17	1.05	0.87	0.295	21.397
	CU19MAR78-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.295	21.397
	CU19SEP85-0.02.EW	1.95	0.57	25.06	0.295	21.397
	CU21SEP85-0.02.EW	1.98	0.32	0.69	0.295	21.397
	CU22ENE03-0.02.EW	11.22	4.68	4.24	0.295	21.397
	CU23AGO65-0.03.EW	1.39	0.37	0.26	0.295	21.397
	CU24OC T93-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.295	21.397
	CU25ABR89-0.02.EW	2.08	0.59	1.18	0.295	21.397
	CU29NOV78-0.02.EW	2.33	0.63	0.40	0.295	21.397
P2.a_B3	CU01ENE04-0.02.EW	5.46	1.29	0.44	0.252	18.318
	CU03FEB98-0.02.EW	3.05	0.75	0.47	0.252	18.318
	CU07JUN76-0.02.EW	1.72	0.29	0.35	0.252	18.318
	CU07JUN82-0.02.EW	1.39	0.28	0.15	0.252	18.318
	CU09AGO00-0.02.EW	8.43	2.25	1.50	0.252	18.318
	CU10DIC94-0.02.EW	13.72	1.94	0.61	0.252	18.318
	CU14MAR79-0.02.EW	1.28	0.24	0.23	0.252	18.318
	CU14SEP95-0.02.EW	1.34	0.33	0.22	0.252	18.318
	CU15JUL96-0.02.EW	10.24	0.88	0.73	0.252	18.318
	CU19MAR78-0.02.EW	1.34	0.22	0.21	0.252	18.318
	CU19SEP85-0.02.EW	1.50	0.44	19.31	0.252	18.318
	CU21SEP85-0.02.EW	1.37	0.22	0.48	0.252	18.318
	CU22ENE03-0.02.EW	9.44	3.94	3.57	0.252	18.318
	CU23AGO65-0.03.EW	0.51	0.14	0.10	0.252	18.318
	CU24OC T93-0.02.EW	0.97	0.23	0.15	0.252	18.318
	CU25ABR89-0.02.EW	1.33	0.38	0.76	0.252	18.318
	CU29NOV78-0.02.EW	1.76	0.48	0.30	0.252	18.318
CU30ABR86-0.02.EW	1.27	0.36	1.07	0.252	18.318	
CU31MAY90-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.252	18.318	

Objeto	Sismo	PGA falla [m/s ²]	PGV falla [m/s]	PGD falla [m]	α [radianes]	P ² _L [1/s ²]
P2.b_B2	CU01ENE04-0.02.EW	3.20	0.75	0.26	0.245	17.845
	CU03FEB98-0.02.EW	1.79	0.44	0.27	0.245	17.845
	CU07JUN76-0.02.EW	0.53	0.09	0.11	0.245	17.845
	CU07JUN82-0.02.EW	0.37	0.07	0.04	0.245	17.845
	CU09AGO00-0.02.EW	4.94	1.32	0.88	0.245	17.845
	CU10DIC94-0.02.EW	8.05	1.14	0.36	0.245	17.845
	CU14MAR79-0.02.EW	0.59	0.11	0.11	0.245	17.845
	CU14SEP95-0.02.EW	0.47	0.12	0.08	0.245	17.845
	CU15JUL96-0.02.EW	6.01	0.52	0.43	0.245	17.845
	CU19MAR78-0.02.EW	0.48	0.08	0.08	0.245	17.845
	CU19SEP85-0.02.EW	0.51	0.15	6.60	0.245	17.845
	CU21SEP85-0.02.EW	0.38	0.06	0.13	0.245	17.845
	CU22ENE03-0.02.EW	5.54	2.31	2.09	0.245	17.845
	CU23AGO65-0.03.EW	0.10	0.03	0.02	0.245	17.845
	CU24OCT93-0.02.EW	0.27	0.06	0.04	0.245	17.845
	CU25ABR89-0.02.EW	0.44	0.12	0.25	0.245	17.845
	CU29NOV78-0.02.EW	0.39	0.11	0.07	0.245	17.845
	CU30ABR86-0.02.EW	0.39	0.11	0.33	0.245	17.845
	CU31MAY90-0.02.EW	0.67	0.09	0.03	0.245	17.845
	P2.b_B3	CU01ENE04-0.02.EW	3.05	0.72	0.25	0.142
CU03FEB98-0.02.EW		1.71	0.42	0.26	0.142	10.405
CU07JUN76-0.02.EW		0.36	0.06	0.07	0.142	10.405
CU07JUN82-0.02.EW		0.29	0.06	0.03	0.142	10.405
CU09AGO00-0.02.EW		4.72	1.26	0.84	0.142	10.405
CU10DIC94-0.02.EW		7.67	1.08	0.34	0.142	10.405
CU14MAR79-0.02.EW		0.41	0.08	0.08	0.142	10.405
CU14SEP95-0.02.EW		0.34	0.08	0.06	0.142	10.405
CU15JUL96-0.02.EW		5.73	0.49	0.41	0.142	10.405
CU19MAR78-0.02.EW		0.52	0.08	0.08	0.142	10.405
CU19SEP85-0.02.EW		0.46	0.13	5.89	0.142	10.405
CU21SEP85-0.02.EW		0.57	0.09	0.20	0.142	10.405
CU22ENE03-0.02.EW		5.28	2.20	2.00	0.142	10.405
CU23AGO65-0.03.EW		0.17	0.04	0.03	0.142	10.405
CU24OCT93-0.02.EW		0.32	0.07	0.05	0.142	10.405
CU25ABR89-0.02.EW		0.31	0.09	0.18	0.142	10.405
CU29NOV78-0.02.EW		0.42	0.11	0.07	0.142	10.405
CU30ABR86-0.02.EW		0.28	0.08	0.23	0.142	10.405
CU31MAY90-0.02.EW		0.43	0.06	0.02	0.142	10.405
P2.c_B2		CU01ENE04-0.02.EW	5.60	1.32	0.45	0.257
	CU03FEB98-0.02.EW	3.14	0.77	0.48	0.257	18.724
	CU07JUN76-0.02.EW	1.43	0.25	0.30	0.257	18.724
	CU07JUN82-0.02.EW	1.39	0.28	0.15	0.257	18.724
	CU09AGO00-0.02.EW	8.66	2.31	1.54	0.257	18.724
	CU10DIC94-0.02.EW	14.08	1.99	0.63	0.257	18.724
	CU14MAR79-0.02.EW	1.10	0.21	0.20	0.257	18.724
	CU14SEP95-0.02.EW	0.88	0.22	0.15	0.257	18.724
	CU15JUL96-0.02.EW	10.51	0.90	0.75	0.257	18.724
	CU19MAR78-0.02.EW	1.42	0.23	0.23	0.257	18.724
	CU19SEP85-0.02.EW	1.49	0.44	19.17	0.257	18.724
	CU21SEP85-0.02.EW	1.10	0.18	0.38	0.257	18.724
	CU22ENE03-0.02.EW	9.69	4.04	3.67	0.257	18.724
	CU23AGO65-0.03.EW	0.64	0.17	0.12	0.257	18.724
	CU24OCT93-0.02.EW	1.31	0.31	0.21	0.257	18.724
	CU25ABR89-0.02.EW	1.33	0.38	0.76	0.257	18.724
	CU29NOV78-0.02.EW	1.49	0.41	0.25	0.257	18.724
	CU30ABR86-0.02.EW	1.22	0.34	1.03	0.257	18.724
	CU31MAY90-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.257	18.724
	P2.c_B3	CU01ENE04-0.02.EW	5.35	1.26	0.43	0.245
CU03FEB98-0.02.EW		2.99	0.74	0.46	0.245	17.845
CU07JUN76-0.02.EW		1.10	0.19	0.23	0.245	17.845
CU07JUN82-0.02.EW		1.22	0.24	0.13	0.245	17.845
CU09AGO00-0.02.EW		8.26	2.21	1.47	0.245	17.845
CU10DIC94-0.02.EW		13.44	1.90	0.60	0.245	17.845
CU14MAR79-0.02.EW		1.00	0.19	0.18	0.245	17.845
CU14SEP95-0.02.EW		0.82	0.20	0.14	0.245	17.845
CU15JUL96-0.02.EW		10.03	0.86	0.72	0.245	17.845
CU19MAR78-0.02.EW		1.47	0.24	0.23	0.245	17.845
CU19SEP85-0.02.EW		1.36	0.40	17.42	0.245	17.845
CU21SEP85-0.02.EW		1.04	0.17	0.36	0.245	17.845
CU22ENE03-0.02.EW		9.25	3.86	3.50	0.245	17.845
CU23AGO65-0.03.EW		0.55	0.15	0.10	0.245	17.845
CU24OCT93-0.02.EW		0.91	0.22	0.14	0.245	17.845
CU25ABR89-0.02.EW		1.29	0.37	0.73	0.245	17.845
CU29NOV78-0.02.EW		1.25	0.34	0.21	0.245	17.845
CU30ABR86-0.02.EW		1.00	0.28	0.84	0.245	17.845
CU31MAY90-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.245	17.845

Objeto	Sismo	PGA falla [m/s ²]	PGV falla [m/s]	PGD falla [m]	α [radianes]	P ² _L [1/s ²]
P2.d_B2	CU01ENE04-0.02.EW	3.83	0.90	0.31	0.18	13.16
	CU03FEB98-0.02.EW	2.14	0.53	0.33	0.18	13.16
	CU07JUN76-0.02.EW	0.76	0.13	0.16	0.18	13.16
	CU07JUN82-0.02.EW	0.58	0.12	0.06	0.18	13.16
	CU09AGO00-0.02.EW	5.92	1.58	1.05	0.18	13.16
	CU10DIC94-0.02.EW	9.64	1.36	0.43	0.18	13.16
	CU14MAR79-0.02.EW	0.49	0.09	0.09	0.18	13.16
	CU14SEP95-0.02.EW	0.48	0.12	0.08	0.18	13.16
	CU15JUL96-0.02.EW	7.19	0.62	0.51	0.18	13.16
	CU19MAR78-0.02.EW	0.87	0.14	0.14	0.18	13.16
	CU19SEP85-0.02.EW	0.84	0.24	10.74	0.18	13.16
	CU21SEP85-0.02.EW	0.59	0.09	0.20	0.18	13.16
	CU22ENE03-0.02.EW	6.63	2.76	2.51	0.18	13.16
	CU23AGO65-0.03.EW	0.12	0.03	0.02	0.18	13.16
	CU24OCT93-0.02.EW	0.47	0.11	0.07	0.18	13.16
	CU25ABR89-0.02.EW	0.47	0.13	0.27	0.18	13.16
	CU29NOV78-0.02.EW	0.59	0.16	0.10	0.18	13.16
	CU30ABR86-0.02.EW	0.44	0.12	0.37	0.18	13.16
	CU31MAY90-0.02.EW	0.93	0.13	0.05	0.18	13.16
	P2.d_B3	CU01ENE04-0.02.EW	3.73	0.88	0.30	0.174
CU03FEB98-0.02.EW		2.09	0.51	0.32	0.174	12.714
CU07JUN76-0.02.EW		0.69	0.12	0.14	0.174	12.714
CU07JUN82-0.02.EW		0.59	0.12	0.06	0.174	12.714
CU09AGO00-0.02.EW		5.76	1.54	1.02	0.174	12.714
CU10DIC94-0.02.EW		9.38	1.33	0.42	0.174	12.714
CU14MAR79-0.02.EW		0.70	0.13	0.13	0.174	12.714
CU14SEP95-0.02.EW		0.50	0.12	0.08	0.174	12.714
CU15JUL96-0.02.EW		7.00	0.60	0.50	0.174	12.714
CU19MAR78-0.02.EW		0.50	0.08	0.08	0.174	12.714
CU19SEP85-0.02.EW		0.56	0.16	7.20	0.174	12.714
CU21SEP85-0.02.EW		0.83	0.13	0.29	0.174	12.714
CU22ENE03-0.02.EW		6.45	2.69	2.44	0.174	12.714
CU23AGO65-0.03.EW		0.27	0.07	0.05	0.174	12.714
CU24OCT93-0.02.EW		0.42	0.10	0.07	0.174	12.714
CU25ABR89-0.02.EW		0.53	0.15	0.30	0.174	12.714
CU29NOV78-0.02.EW		0.52	0.14	0.09	0.174	12.714
CU30ABR86-0.02.EW		0.65	0.18	0.55	0.174	12.714
CU31MAY90-0.02.EW		0.68	0.10	0.04	0.174	12.714
P3a_B2		CU01ENE04-0.02.EW	0.76395	4.19	0.0234	0.99
	CU03FEB98-0.02.EW	0.78037	2.35	0.0418	0.58	0.36
	CU07JUN76-0.02.EW	0.82760	1.05	0.0930	0.18	0.22
	CU07JUN82-0.02.EW	0.74898	0.67	0.1454	0.13	0.07
	CU09AGO00-0.02.EW	0.55124	6.48	0.0151	1.73	1.15
	CU10DIC94-0.02.EW	0.90082	10.54	0.0093	1.49	0.47
	CU14MAR79-0.02.EW	0.78317	0.94	0.1042	0.18	0.17
	CU14SEP95-0.02.EW	0.57947	0.88	0.1115	0.22	0.15
	CU15JUL96-0.02.EW	1.45842	7.87	0.0125	0.68	0.56
	CU19MAR78-0.02.EW	0.99023	1.04	0.0944	0.17	0.17
	CU19SEP85-0.02.EW	0.55941	0.92	0.1063	0.27	11.85
	CU21SEP85-0.02.EW	1.07308	1.11	0.0881	0.18	0.39
	CU22ENE03-0.02.EW	0.43113	7.25	0.0135	3.02	2.74
	CU23AGO65-0.03.EW	0.60827	0.55	0.1777	0.15	0.10
	CU24OCT93-0.02.EW	0.64039	0.64	0.1522	0.15	0.10
	CU25ABR89-0.02.EW	0.57293	0.87	0.1122	0.25	0.50
	CU29NOV78-0.02.EW	0.52566	0.89	0.1106	0.24	0.15
	CU30ABR86-0.02.EW	0.50910	1.04	0.0939	0.29	0.88
	CU31MAY90-0.02.EW	1.03955	1.11	0.0884	0.16	0.06
	P3a_B3	CU01ENE04-0.02.EW	0.76395	3.65	0.0269	0.86
CU03FEB98-0.02.EW		0.78037	2.04	0.0481	0.50	0.31
CU07JUN76-0.02.EW		0.82760	0.70	0.1392	0.12	0.15
CU07JUN82-0.02.EW		0.74898	0.53	0.1857	0.11	0.06
CU09AGO00-0.02.EW		0.55124	5.63	0.0174	1.50	1.00
CU10DIC94-0.02.EW		0.90082	9.16	0.0107	1.29	0.41
CU14MAR79-0.02.EW		0.78317	0.73	0.1347	0.14	0.13
CU14SEP95-0.02.EW		0.57947	0.65	0.1498	0.16	0.11
CU15JUL96-0.02.EW		1.45842	6.84	0.0143	0.59	0.49
CU19MAR78-0.02.EW		0.99023	0.73	0.1335	0.12	0.12
CU19SEP85-0.02.EW		0.55941	0.74	0.1320	0.22	9.54
CU21SEP85-0.02.EW		1.07308	0.85	0.1157	0.14	0.30
CU22ENE03-0.02.EW		0.43113	6.30	0.0156	2.63	2.39
CU23AGO65-0.03.EW		0.60827	0.32	0.3020	0.09	0.06
CU24OCT93-0.02.EW		0.64039	0.45	0.2174	0.11	0.07
CU25ABR89-0.02.EW		0.57293	0.27	0.3603	0.08	0.15
CU29NOV78-0.02.EW		0.52566	0.62	0.1594	0.17	0.10
CU30ABR86-0.02.EW		0.50910	0.67	0.1459	0.19	0.56
CU31MAY90-0.02.EW		1.03955	0.82	0.1195	0.12	0.04

Objeto	Sismo	PGA falla [m/s ²]	PGV falla [m/s]	PGD falla [m]	α_L [radianes]	P^2_L [1/s ²]
P5.a_B2	CU01ENE04-0.02.EW	15.91	3.75	1.28	0.48	11.34
	CU03FEB98-0.02.EW	10.48	2.58	1.60	0.48	11.34
	CU07JUN76-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.48	11.34
	CU07JUN82-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.48	11.34
	CU09AGO00-0.02.EW	24.58	6.57	4.37	0.48	11.34
	CU10DIC94-0.02.EW	39.99	5.65	1.78	0.48	11.34
	CU14MAR79-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.48	11.34
	CU14SEP95-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.48	11.34
	CU15JUL96-0.02.EW	29.86	2.57	2.13	0.48	11.34
	CU19MAR78-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.48	11.34
	CU19SEP85-0.02.EW	8.51	2.49	109.26	0.48	11.34
	CU21SEP85-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.48	11.34
	CU22ENE03-0.02.EW	27.52	11.47	10.41	0.48	11.34
	CU23AGO65-0.03.EW	0.00	0.00	0.00	0.48	11.34
	CU24OCT93-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.48	11.34
	CU25ABR89-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.48	11.34
	CU29NOV78-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.48	11.34
	CU30ABR86-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.48	11.34
	CU31MAY90-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.48	11.34
	P5.a_B3	CU01ENE04-0.02.EW	11.88	2.80	0.96	0.47
CU03FEB98-0.02.EW		6.89	1.70	1.05	0.47	11.12
CU07JUN76-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.47	11.12
CU07JUN82-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.47	11.12
CU09AGO00-0.02.EW		18.35	4.90	3.26	0.47	11.12
CU10DIC94-0.02.EW		29.85	4.22	1.33	0.47	11.12
CU14MAR79-0.02.EW		6.43	1.22	1.18	0.47	11.12
CU14SEP95-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.47	11.12
CU15JUL96-0.02.EW		22.28	1.92	1.59	0.47	11.12
CU19MAR78-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.47	11.12
CU19SEP85-0.02.EW		5.85	1.71	75.15	0.47	11.12
CU21SEP85-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.47	11.12
CU22ENE03-0.02.EW		20.54	8.56	7.77	0.47	11.12
CU23AGO65-0.03.EW		0.00	0.00	0.00	0.47	11.12
CU24OCT93-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.47	11.12
CU25ABR89-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.47	11.12
CU29NOV78-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.47	11.12
CU30ABR86-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.47	11.12
CU31MAY90-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.47	11.12
P5.b_B2		CU01ENE04-0.02.EW	0.76395	7.20	0.0136	1.70
	CU03FEB98-0.02.EW	0.78037	4.03	0.0244	0.99	0.62
	CU07JUN76-0.02.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	CU07JUN82-0.02.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	CU09AGO00-0.02.EW	0.55124	11.12	0.0088	2.97	1.98
	CU10DIC94-0.02.EW	0.90082	18.10	0.0054	2.56	0.81
	CU14MAR79-0.02.EW	0.78317	3.00	0.0327	0.57	0.55
	CU14SEP95-0.02.EW	0.57947	2.82	0.0347	0.69	0.47
	CU15JUL96-0.02.EW	1.45842	13.51	0.0073	1.16	0.97
	CU19MAR78-0.02.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	CU19SEP85-0.02.EW	0.55941	2.81	0.0350	0.82	36.04
	CU21SEP85-0.02.EW	1.07308	3.40	0.0288	0.55	1.19
	CU22ENE03-0.02.EW	0.43113	12.45	0.0079	5.19	4.71
	CU23AGO65-0.03.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	CU24OCT93-0.02.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	CU25ABR89-0.02.EW	0.57293	2.94	0.0334	0.83	1.67
	CU29NOV78-0.02.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	CU30ABR86-0.02.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	CU31MAY90-0.02.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	P5.b_B3	CU01ENE04-0.02.EW	0.76395	6.42	0.0153	1.51
CU03FEB98-0.02.EW		0.78037	3.59	0.0273	0.88	0.55
CU07JUN76-0.02.EW		0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
CU07JUN82-0.02.EW		0.74898	2.30	0.0427	0.46	0.25
CU09AGO00-0.02.EW		0.55124	9.91	0.0099	2.65	1.76
CU10DIC94-0.02.EW		0.90082	16.13	0.0061	2.28	0.72
CU14MAR79-0.02.EW		0.78317	2.26	0.0435	0.43	0.41
CU14SEP95-0.02.EW		0.57947	2.29	0.0429	0.56	0.38
CU15JUL96-0.02.EW		1.45842	12.04	0.0081	1.04	0.86
CU19MAR78-0.02.EW		0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
CU19SEP85-0.02.EW		0.55941	2.33	0.0421	0.68	29.94
CU21SEP85-0.02.EW		1.07308	3.03	0.0324	0.49	1.06
CU22ENE03-0.02.EW		0.43113	11.10	0.0088	4.63	4.20
CU23AGO65-0.03.EW		0.60827	2.09	0.0470	0.55	0.39
CU24OCT93-0.02.EW		0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
CU25ABR89-0.02.EW		0.57293	2.39	0.0410	0.68	1.36
CU29NOV78-0.02.EW		0.52566	2.55	0.0384	0.70	0.43
CU30ABR86-0.02.EW		0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
CU31MAY90-0.02.EW		0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00

Objeto	Sismo	PGA falla [m/s ²]	PGV falla [m/s]	PGD falla [m]	α [radianes]	P ² _r [1/s ²]
P5.e_B2	CU01ENE04-0.02.EW	6.55	1.54	0.53	0.300	7.246
	CU03FEB98-0.02.EW	3.67	0.90	0.56	0.300	7.246
	CU07JUN76-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.300	7.246
	CU07JUN82-0.02.EW	2.61	0.52	0.28	0.300	7.246
	CU09AGO00-0.02.EW	10.12	2.70	1.80	0.300	7.246
	CU10DIC94-0.02.EW	16.47	2.33	0.73	0.300	7.246
	CU14MAR79-0.02.EW	2.20	0.42	0.40	0.300	7.246
	CU14SEP95-0.02.EW	2.44	0.60	0.40	0.300	7.246
	CU15JUL96-0.02.EW	12.30	1.06	0.88	0.300	7.246
	CU19MAR78-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.300	7.246
	CU19SEP85-0.02.EW	2.42	0.71	31.03	0.300	7.246
	CU21SEP85-0.02.EW	2.59	0.42	0.90	0.300	7.246
	CU22ENE03-0.02.EW	11.33	4.73	4.29	0.300	7.246
	CU23AGO65-0.03.EW	2.08	0.55	0.39	0.300	7.246
	CU24OCT93-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.300	7.246
	CU25ABR89-0.02.EW	2.36	0.67	1.34	0.300	7.246
	CU29NOV78-0.02.EW	2.71	0.74	0.46	0.300	7.246
	CU30ABR86-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.300	7.246
	CU31MAY90-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.300	7.246
	P5.e_B3	CU01ENE04-0.02.EW	6.03	1.42	0.49	0.276
CU03FEB98-0.02.EW		3.37	0.83	0.52	0.276	6.679
CU07JUN76-0.02.EW		2.66	0.46	0.55	0.276	6.679
CU07JUN82-0.02.EW		1.97	0.39	0.21	0.276	6.679
CU09AGO00-0.02.EW		9.32	2.49	1.66	0.276	6.679
CU10DIC94-0.02.EW		15.16	2.14	0.68	0.276	6.679
CU14MAR79-0.02.EW		1.83	0.35	0.34	0.276	6.679
CU14SEP95-0.02.EW		2.04	0.50	0.34	0.276	6.679
CU15JUL96-0.02.EW		11.32	0.97	0.81	0.276	6.679
CU19MAR78-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.276	6.679
CU19SEP85-0.02.EW		1.92	0.56	24.59	0.276	6.679
CU21SEP85-0.02.EW		2.57	0.41	0.90	0.276	6.679
CU22ENE03-0.02.EW		10.43	4.35	3.95	0.276	6.679
CU23AGO65-0.03.EW		1.69	0.45	0.32	0.276	6.679
CU24OCT93-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.276	6.679
CU25ABR89-0.02.EW		1.72	0.49	0.98	0.276	6.679
CU29NOV78-0.02.EW		2.23	0.61	0.38	0.276	6.679
CU30ABR86-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.276	6.679
CU31MAY90-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.276	6.679
P5.f_B2		CU01ENE04-0.02.EW	0.76395	6.11	0.0161	1.44
	CU03FEB98-0.02.EW	0.78037	3.54	0.0277	0.87	0.54
	CU07JUN76-0.02.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	CU07JUN82-0.02.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	CU09AGO00-0.02.EW	0.55124	9.43	0.0104	2.52	1.68
	CU10DIC94-0.02.EW	0.90082	15.34	0.0064	2.17	0.68
	CU14MAR79-0.02.EW	0.78317	3.49	0.0281	0.66	0.64
	CU14SEP95-0.02.EW	0.57947	2.98	0.0330	0.73	0.49
	CU15JUL96-0.02.EW	1.45842	11.45	0.0086	0.98	0.82
	CU19MAR78-0.02.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	CU19SEP85-0.02.EW	0.55941	2.74	0.0358	0.80	35.18
	CU21SEP85-0.02.EW	1.07308	3.61	0.0272	0.58	1.26
	CU22ENE03-0.02.EW	0.43113	10.56	0.0093	4.40	3.99
	CU23AGO65-0.03.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	CU24OCT93-0.02.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	CU25ABR89-0.02.EW	0.57293	3.12	0.0314	0.89	1.77
	CU29NOV78-0.02.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	CU30ABR86-0.02.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	CU31MAY90-0.02.EW	0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
	P5.f_B3	CU01ENE04-0.02.EW	0.76395	5.53	0.0177	1.30
CU03FEB98-0.02.EW		0.78037	3.09	0.0317	0.76	0.47
CU07JUN76-0.02.EW		0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
CU07JUN82-0.02.EW		0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
CU09AGO00-0.02.EW		0.55124	8.54	0.0115	2.28	1.52
CU10DIC94-0.02.EW		0.90082	13.90	0.0071	1.96	0.62
CU14MAR79-0.02.EW		0.78317	2.39	0.0410	0.45	0.44
CU14SEP95-0.02.EW		0.57947	2.62	0.0374	0.64	0.43
CU15JUL96-0.02.EW		1.45842	10.38	0.0095	0.89	0.74
CU19MAR78-0.02.EW		0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
CU19SEP85-0.02.EW		0.55941	2.65	0.0370	0.78	34.07
CU21SEP85-0.02.EW		1.07308	3.07	0.0319	0.50	1.07
CU22ENE03-0.02.EW		0.43113	9.56	0.0103	3.99	3.62
CU23AGO65-0.03.EW		0.60827	2.30	0.0427	0.61	0.43
CU24OCT93-0.02.EW		0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
CU25ABR89-0.02.EW		0.57293	2.66	0.0369	0.75	1.51
CU29NOV78-0.02.EW		0.52566	2.74	0.0358	0.75	0.47
CU30ABR86-0.02.EW		0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00
CU31MAY90-0.02.EW		0.00000	0.00	0.0000	0.00	0.00

Objeto	Sismo	PGA falla [m/s ²]	PGV falla [m/s]	PGD falla [m]	α [radianes]	P ² .t. [1/s ²]
P5.g_B2	CU01ENE04-0.02.EW	5.86	1.38	0.47	0.396	7.892
	CU03FEB98-0.02.EW	3.28	0.81	0.50	0.396	7.892
	CU07JUN76-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.396	7.892
	CU07JUN82-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.396	7.892
	CU09AGO00-0.02.EW	9.05	2.42	1.61	0.396	7.892
	CU10DIC94-0.02.EW	14.72	2.08	0.66	0.396	7.892
	CU14MAR79-0.02.EW	2.59	0.49	0.47	0.396	7.892
	CU14SEP95-0.02.EW	2.65	0.65	0.44	0.396	7.892
	CU15JUL96-0.02.EW	10.99	0.94	0.79	0.396	7.892
	CU19MAR78-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.396	7.892
	CU19SEP85-0.02.EW	2.74	0.80	35.12	0.396	7.892
	CU21SEP85-0.02.EW	3.01	0.48	1.05	0.396	7.892
	CU22ENE03-0.02.EW	10.13	4.22	3.83	0.396	7.892
	CU23AGO65-0.03.EW	2.36	0.63	0.44	0.396	7.892
	CU24OCT93-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.396	7.892
	CU25ABR89-0.02.EW	2.47	0.70	1.40	0.396	7.892
	CU29NOV78-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.396	7.892
	CU30ABR86-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.396	7.892
	CU31MAY90-0.02.EW	0.00	0.00	0.00	0.396	7.892
	P5.g_B3	CU01ENE04-0.02.EW	5.05	1.19	0.41	0.360
CU03FEB98-0.02.EW		2.83	0.70	0.43	0.360	7.151
CU07JUN76-0.02.EW		2.65	0.45	0.55	0.360	7.151
CU07JUN82-0.02.EW		1.98	0.40	0.21	0.360	7.151
CU09AGO00-0.02.EW		7.80	2.08	1.39	0.360	7.151
CU10DIC94-0.02.EW		12.69	1.79	0.57	0.360	7.151
CU14MAR79-0.02.EW		1.98	0.38	0.36	0.360	7.151
CU14SEP95-0.02.EW		1.99	0.49	0.33	0.360	7.151
CU15JUL96-0.02.EW		9.48	0.81	0.68	0.360	7.151
CU19MAR78-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.360	7.151
CU19SEP85-0.02.EW		2.19	0.64	28.13	0.360	7.151
CU21SEP85-0.02.EW		2.43	0.39	0.85	0.360	7.151
CU22ENE03-0.02.EW		8.73	3.64	3.30	0.360	7.151
CU23AGO65-0.03.EW		1.83	0.49	0.34	0.360	7.151
CU24OCT93-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.360	7.151
CU25ABR89-0.02.EW		1.91	0.54	1.09	0.360	7.151
CU29NOV78-0.02.EW		2.40	0.66	0.41	0.360	7.151
CU30ABR86-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.360	7.151
CU31MAY90-0.02.EW		0.00	0.00	0.00	0.360	7.151

REFERENCIAS

Bibliografía

1. Arredondo Cesar, Jaimes Miguel y Reinoso Eduardo (2013), “**Comportamiento dinámico experimental por balanceo de bloques rígidos irregulares simplemente apoyados**”, *Memorias XIX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Boca del Río, Veracruz.
2. Arredondo Cesar y Reinoso Eduardo (2008), “**Influence of Frequency Content and Peak Intensities in the Rocking Seismic Response of Rigid Bodies**”, *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 12, No. 4, pp. 517-533.
3. Buendía Luis (2012), “**Estimación de daños a contenidos de museos por sismo: caso Museo Soumaya y Museo Nacional de Antropología de la Ciudad de México**”, *Tesis de Licenciatura*, UNAM, México.
4. Gould C. Nathan, Griffin J. Michael (2003), “**Earthquake Performance of Non - structural Components**”, *Report of International Risk Management Institute*.
5. Housner George W. (1963), “**The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes**”, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 53, No. 2, pp. 403-417.
6. Ishiyama Yuji (1983), “**Motions of rigid bodies and criteria for overturning by earthquake excitations**”, *Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering*, Vol. 17, No. 1.
7. Konstantinidis Dimitrios and Makris Nicos (2005), “**Experimental and Analytical Studies on the Seismic Response of Freestanding and Anchored Laboratory Equipment**”, *Pacific Earthquake Engineering Research Center Report 2005/7*.
8. Makris Nicos and Jian Zhang (1999), “**Rocking Response and Overturning of Anchored Equipment under Seismic Excitations**”, *Pacific Earthquake Engineering Research Center Report 1999/06*.
9. Reinoso Eduardo, Jaimes Miguel y Esteva Luis (2009), “**Seismic vulnerability of an inventory of overturning objects**”, *Journal of Earthquake Engineering*, Vol 14, No. 7, pp. 1008-1021
10. Triola Mario F. (2010), “**Estadística**”, *Ed. Pearson Addison Wesley décima edición*