FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

DESARROLLO EMPRESARIAL

DIPLOMADO

FINANZAS CORPORATIVAS

Del 24 de mayo al 14 de junio

MOD. 3.- "MATEMATICAS FINANCIERAS"

C.P. y Lic. Juan Manuel Esteban H.

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 Primer piso Deleg. Cuauhtemoc 06000 Mexico, D.F. APDO. Postal M-2285
Telefonos: 512-8955 512-5121 521-7335 521-1987 Fax 510-0573 521-4020 AL 26

MATEMÁTICAS FINANCIERAS.

INTERES.

Es el precio por la utilización del dinero y representa la capacidad que tiene el recurso financiero de generar riqueza cuando se invierte en alternativas productivas. Sirve para medir la oportunidad que el dinero tiene de crecer en manos de distintas personas y entidades que lo poseen o controlan.

Generalmente se causa sobre la base de un porcentaje del capital y la unidad de tiempo puede ser anual, semestral, trimestral o mensual.

La idea básica del análisis de inversiones es el rendimiento o interés que se obtiene de colocar dinero en un instrumento específico. Cuando se habla de porcentaje se hace referencia a una tasa de interés y cuando se habla de moneda se señala la cantidad de dinero.

En el mercado de valores, de acuerdo al instrumento específico que se negocie, se pueden obtener rendimientos por los siguientes conceptos:

1.- Ganancias de capital. Estas se obtienen al comprar un título a determinado precio y al venderlo, tiempo después, a otro precio más alto. La diferencia entre los dos precios se conoce como ganancia de capital (Por supuesto, también puede haber pérdidas de capital).

2.-Pago de interés. Como se verá más adelante, algunos valores pagan intereses de acuerdo a una tasa convenida desde la emisión. Esta tasa se expresa generalmente como porcentaje, aunque al hacer cálculos se le debe manejar en tantos por unidad (por ejemplo, a una tasa porcentual del 80% le corresponde, en tantos por unidad, un valor de 0.80, o sea, 80/100).

3.-Pago de dividendos. Son las cantidades que las sociedades anónimas entregan a los propietarios de sus acciones por concepto de utilidades, cuando las hay.

Aunque estos tres conceptos son, en principio, bastante diferentes, para el análisis de rendimientos, es prácticamente más sencillo considerarlos a los tres como "intereses", ya que esto no altera los cálculos y es conceptualmente más accesible

<u>Periodo de capitalización.-</u> Es el intervalo al final del cual se reinvierten los intereses.
Ejemplo 1.- Si un interés se capitaliza 2 veces al año, el periodo de capitalización es de 6 meses.
Ejemplo 2.- Si un interes se capitaliza 4 veces al año, el periodo de capitalización es de 3 meses.

<u>Frecuencia de capitalización.-</u> Es el número de veces por año en que el interés se suma al capital.
Ejemplo 1.- Si un interés se capitaliza bimestralmente, la frecuencia de capitalización es 6.
Ejemplo 2.- Si un interés se capitaliza trimestralmente, la frecuencia de capitalización es de 4.

Tasa Nominal.- Cuando el interés es convertible más de una vez al año, la tasa anual dada se conoce como tasa nominal, se le llama así porque representa al porcentaje de ren[illegible]nto aparente.

Ejemplo 1.- Se tiene un capital de $ 1,000 invertidos a una tasa de interés del 30% anual convertible trimestralmente; 30% es la tasa nominal anual.

Ejemplo 2.- Se tiene un capital de $500,000 invertidos a una tasa de interés del 25% convertible semestralmente; 25% es la tasa nominal anual.

INTERES SIMPLE.

Supóngase la siguiente situación:
El Señor López solicita a un banco un préstamo por $2,000 que obtiene y acuerda pagar después de dos meses entregándole al banco $ 2,280. Este caso permite ejemplificar una operación en la que interviene el interés simple.

El supuesto fundamental de que se parte es que el dinero aumenta su valor con el tiempo: el Señor López obtuvo inicialmente $2,000 y pagó dos meses después, $2,280; los $2,000 que obtuvo inicialmente más $280 de interés que, de acuerdo con el supuesto básico, es la cantidad que aumentó el valor del préstamo original en dos meses. Desde el punto de vista del banco, esos intereses son su ganancia al haber invertido su dinero en el préstamo y desde el punto de v[illegible]lel Señor López, son el costo de haber utilizado los $2,000 durante dos meses.

Los elementos que intervienen en una operación de interés simple son, de acuerdo con el mismo ejemplo:

C	=	El capital que se invierte	=	$2,000
t	=	El tiempo o plazo	=	dos meses.
I	=	El interés simple	=	$280.
M	=	El monto = capital más intereses	=	$2,280.
I	=	La tasa de interés.		?

La tasa de interés refleja la relación que existe entre los intereses y el capital; en el ejemplo;

$$i = \frac{280}{2{,}000} = 0.14$$

Este cociente indica, si se le multiplica por 100, que el capital ganó 14% de interés en dos meses; $280 es 14% de $2,000. Luego, para convertir a la misma base, se acostumbra expresar tanto la tasa de interés i como el tiempo t en unidades de año, por lo que según el ejemplo t = 2 meses, y si el año tiene 12 meses, el tiempo expresado en unidades de año es t = 2/12 = 1/6 .

Y la tasa de interés, si es de 0.14 por bimestre en 6 bimestres será:

$i = 0.14\,(6) = 0.84$ ó expresado en porcentaje:
$0.84 \times 100 = 84\,\%$ anual.

INTERES COMPUESTO.

La idea del interés considerado como el rendimiento que se obtiene al invertir un capital, puede resumirse simbólicamente como:

$$M = C + I$$

en donde: M = Monto.
C = Capital.
I = Interés ($)

Ejemplo 1.- Si un capital de $1,000 genera intereses por $100 en un mes, se dice que el monto al cabo de ese tiempo es de $1,100.

Hablando en términos de la tasa de interés (i), se puede ver que $I = Ci$.
Ejemplo 2.- El interés que genera un capital de $100, al cabo de un mes, si la tasa es del 10% mensual es:

$$I = 100\,(0.10) = \$\,10$$

Se puede establecer la relación de la fórmula de la siguiente manera:

$M = C + I$ y, como $I = Ci$
$M = C + Ci$ o factorizando
$M = C\,(1 + i)$

y, de los ejemplos anteriores;

$M = 100\,(1 + 0.10) = 110$
$M = \$110$

Ejemplo 3.- Al cabo del primer mes, el monto es igual a $110 y es al mismo tiempo, el capital sobre el que se calculan los intereses para el segundo mes (capitalizando los intereses del primer mes). Por ello, el monto al segundo mes es:

$$M = 110\,(1.1) = \$121$$

Se puede apreciar también que los intereses (\$21) no son únicamente la suma de los intereses simples de \$10 mensuales sobre el capital de \$100; los \$1 extra son, precisamente el 10% de los \$10 de intereses que se capitalizaron al final del primer mes. Este efecto multiplicador caracteriza al interés compuesto o, en otras palabras, a la capitalización de intereses.

Repasando los ejemplos anteriores, **M = C (1 + i)** es el monto al primer mes y **C (1+i)** = 110, se convirtió en el capital sobre el que se calculó el interés para el segundo mes y utilizando **n** para representar el número de periodos de capitalización, al segundo mes:

$$M = 100\,(1 + i) \qquad M = C\,(1 + i)\,(1 + i)$$
$$M = 110\,(1.1)$$
$$= \$121$$

De donde puede facilmente verse que el monto para n periodos de capitalizacion es:

$$M = C\,(1 + i)^{n}$$

Ejemplo 4.- ¿Cuánto es el monto de \$200, con intereses al 10% mensual en un año?:
Ejemplo 5.- Determinar el monto de \$ 1,500 con interés al 3.5% mensual en tres años?
Ejemplo 6.- Determinar el monto de \$2,250 con interés del 4% mensual en un año?

Con la misma fórmula, se puede obtener cualquiera de sus otros elementos, conociendo los tres restantes, mediante los despejes pertinentes, que conducen a:

$$C = M\,(1 + (i/100))^{-n} \qquad \text{ó} \qquad C = \frac{M}{(1 + (i/100))^{n}}$$

$$n = \frac{\log. M - \log C}{\log\,(1 + (i/100))}$$

$$i = \left(\left(\frac{M}{C} \right)^{1/n} - 1 \right) X\,100$$

Ejemplo 7.- La empresa Alemán Ortega y Asoc. invirtió en un banco en un instrumento que paga el 7.85% mensual. Si reinvirtió sus intereses durante 6 meses y al cabo de este tiempo recibió $ 3,934.25 ¿Cuál fué el capital que invirtió inicialmente?

Ejemplo 8.- La empresa "X" S.A. invirtió en un instrumento bursatil que paga el 9.35% mensual. Se reinvirtieron los intereses durante 4 meses y al cabo de este tiempo recibieron $ 8,475.50.¿Cuál fué el capital inicial?

Ejemplo 9.- La empresa Contreras Jiménez y Asoc.invirtió $15,000 en pagarés a un plazo de 7 días. En su vencimiento recibió $15,495.00. ¿Qué tasa de rendimiento se obtuvo sobre el capital? (Considerar los 7 días como un período).

Ejemplo 10.- Claudia Alemán O. invirtió dinero en un banco en un instrumento que paga el 7.85% mensual. Si reinvirtió sus intereses durante 6 meses y al cabo de este tiempo recibió $3,934.40. ¿Cuál fué el capital que invirtió inicialmente?

Ejemplo 11.- Susana Cuevas invirtió $1,000 en Certificados de la Tesorería, a plazo de cuatro semanas (28 días), el jueves 2 de mayo. Si el 30 de mayo recibió $1,073.00. ¿Qué tasa de interés (rendimiento) obtuvo sobre su capital? (Considerar los 28 días como un periodo).

Ejemplo 12.- Si el 25 de agosto se recibieron $586.44 por una inversión de $500 contratada al 8.3% mensual y se reinvirtieron los intereses, ¿cuándo se contrató la inversión?

Ejemplo 13.- La empresa "X" S.A. recibió en total $ 5,864.44 por una inversión de $5,000.00 a una tasa del 12% mensual y se reinvirtieron los intereses ¿Cuándo se contrató la inversión si tal cantidad fué recibida el 15 de junio?

TASAS NOMINALES Y TASAS EFECTIVAS.

En los medios comercial, financiero y bursátil se habla de diversas tasas: real, anualizada global, nominal, mensual, anual, de rendimiento, de descuento y otras más, con esto se quiere señalar que las tasas de rendimiento que se usen para comparar diferentes alternativas de inversión deben ser calculadas sobre la misma base y estas tasas son, precisamente, las tasas efectivas

En los primeros ejemplos, vimos que un capital colocado al 10% mensual compuesto produce el 21% bimestral. En este caso, 10% es la tasa efectiva mensual, 21% es la tasa efectiva bimestral y "20% bimestral, capitalizable mensualmente", sería la tasa nominal bimestral.

Las expresiones como la anterior de " X % cada tiempo Y, con capitalizacion cada Z tiempo " se utilizan comúnmente en matemáticas financieras para describir tasas nominales y se puede apreciar que el elemento que permite encontrar la tasa efectiva es la mención de la capitalización.

Por otra parte, observamos que el elemento importante de las tasas efectivas (aparte, por supuesto, de la tasa misma) es el plazo: el 10% <u>es efectivo</u> a un mes, en tanto que el 21% es efectivo a dos meses. La razón por la que se les llama tasas efectivas es evidente: $100 producen <u>efectivamente</u> $10 de intereses en un mes y $21 en dos.

Se acostumbra utilizar i para representar tasas efectivas y j para las nominales. Sin embargo, resulta más facil utilizar las siglas de las tasas para identificarlas y por ello utilizaremos las siguientes:

TE = Tasa Efectiva.
TN = Tasa Nominal.

Si se utiliza **c** (minúscula para diferenciarla de **C** o **Capital**) para representar el número de capitalizaciones en las tasas nominales, es fácil advertir que la relación entre una de estas últimas y una efectiva es la siguiente:

$$TE = \left(\left(1 + \frac{(TN/100)}{c} \right)^{c} - 1 \right) X\ 100$$

o bien

$$TN = c\,[(1 + (TE/100))^{1/c} - 1]\ X\ 100$$

Ejemplo 14.- La tasa nominal del 20% bimestral con capitalización mensual (es decir, z capitalizaciones de un mes cada una) equivale a una tasa efectiva del 21% bimestral:

$$TE = \left(1 + \frac{0.20}{2} \right) - 1 \qquad TN = 2[(1 + 0.21)^{1/2} - 1]$$

$$= 2[(1.21)^{1/2} - 1)]$$

$$\begin{aligned} &= (1.10)^{2} - 1 & &= 2(1.10 - 1) \\ &= 1.21 - 1 & &= 2\ (0.10) \\ &= 0.21\ X\ 100 & &= 0.20\ X\ 100 \\ TE &= 21\ \% & TN &= 20\ \% \end{aligned}$$

Ejemplo 15.- El Banco de México anunció el viernes 3 de abril de 1987 que la tasa que pagarían los bancos durante la siguiente semana por pagarés a un mes con rendimiento liquidable al vencimiento sería de 92.85% (neto para personas físicas) Si se asume una tasa fija a ese nivel durante un año. ¿a qué tasa efectiva anual equivale?

O sea, 144% efectivo anual, que es bastante superior a la cifra mencionada en la tasa nominal (92.85%). No está de más insistir en que el 144% ya incluye las capitalizaciones que en la tasa nominal se mencionan aparte, o simplemente no se mencionan.

Ejemplo 16.- ¿Cuál será la tasa efectiva de interés equivalente a una tasa nominal del 5% anual convertible bimestralmente?

Ejemplo 17.- ¿Cuál será la tasa efectiva de interés equivalente a una tasa nominal del 3% anual convertible trimestralmente?

Ejemplo 18.- Encontrar la tasa nominal convertible trimestralmente equivalente a una tasa efectiva del 5% anual.

Ejemplo 19.- ¿Cuál será la tasa efectiva de interés anual equivalente a una tasa nominal del 8% anual convertible bimestralmente?

Ejemplo 20.- ¿Cuál sera la tasa nominal anual convertible mensualmente equivalente a una tasa efectiva anual del 10% ?

Ejemplo 21.- Encontrar el monto sobre $ 1,000 al final de 3 años si la tasa de interés es del 3% anual?

Ejemplo 22.- Encontrar el monto de $1,500 al final de 2 años, si se aplica una tasa de interés del 5% anual?

Ejemplo 23.- ¿Cuál será el monto de $ 1,030 al final de 9 años a una tasa de interés del 8% convertible semestralmente?

Fórmula:

$$M = C\left(1 + \frac{(TN/100)}{c}\right)^{cn}$$

Sustitución:

$$M = 1{,}030\left(1 + \frac{0.08}{2}\right)^{2 \times 9}$$

$$M = 1{,}030\ (1 + 0.04)^{18}$$

$$M = 1{,}030\ (2.0258165)$$

$$M = 2{,}086.591$$

Ejemplo 24.- ¿Cuál será el monto de $13,500 invertidos durante 5 años, si la tasa de interés es del 18% convertible trimestralmente?

Fórmula:

$$M = C\left(1 + \frac{(TN/100)}{c}\right)^{cn}$$

Ejemplo 25.- ¿Cuál será el monto de $25,000 invertidos durante 2 años, si la tasa de interés es del 12% convertible bimestralmente?

Ejercicios:

Núm.	¿Cuál será el monto compuesto de? ($)	al final de (años)	a una tasa de interés nominal del (%)	convertible (?)
1	22,500	5	15	semestralmente
2	25,000	4	18	trimestralmente
3	18,750	3	13	bimestralmente
4	15,850	2	12.5	cuatrimestralmente
5	13,900	3	14.6	cuatrimestralmente

TASAS COMERCIALES Y TASA EFECTIVAS.

En matemáticas financieras se conoce como tasa comercial la que se calcula con base en a... de 360 días y es sobre esta base que se hacen una gran cantidad de cálculos en el medio bursatil.

Ejemplo 26.- Los certificados de depósito a plazo fijo en bancos (Cedes) se anunciaron en cierta semana, con tasa neta de 93.05% anual para personas físicas, si el plazo fuera entre 90 y 175 días. Esta tasa es nominal, ya que este instrumento paga intereses mensualmente que pueden reinvertirse para obtener una tasa efectiva mayor. Pero, además es una tasa comercial, pues los cálculos que se realizan con ella son con base en años de 360 días. Si se hubiera contratado un certificado por $500 a 30 días los cálculos serían:

Fórmula:

$$TD = \left(\frac{TN/100}{360}\right) X\ 100$$

$$\frac{0.9305}{360} = 0.00258472 \text{ X } 100 = 0.258472\ \%$$ es la "tasa diaria"

pero esta tasa diaria no es efectiva, ya que no se capitalizan los intereses diarios; de modo que, para obtener la tasa a 30 días (efectiva), se calcula;

Fórmula:

TERP = ((TD/100) X Días del período) X 100

0.00258472 (30) = 0.0775416 X 100 = 7.75416 % = TERP a 30 días.

Ahora bien, como estos Cedes pagan intereses cada mes y hay meses de 28,29,30 y 31 días, se propone lo siguiente; <u>Calcular tasas efectivas utilizando meses de 30.417 días, que es el número promedio de días por mes en un año real (365/12) de 365 días (exceptuando los bisiestos)</u> y si el plazo fué de 30 días, el número efectivo de capitalización en el mes es:

$$\frac{30.417}{30} = 1.0139$$

por lo que la tasa efectiva mensual es:

Fórmula:

$$\mathbf{TERM = [(1 + (TERP/100))^{n} - 1] X 100}$$

$$TERM = (1.0775416)^{1.0139} - 1 = 0.07866076 \text{ X } 100 = 7.87\%$$

y la tasa efectiva anual:

Fórmula:

$$\mathbf{TERA = [(1 + (TERM/100))^{n} - 1] X 100}$$

$$TERA = (1.07866076)^{12} - 1 = 1.48093 \text{ X } 100 = 148.09\%$$

Nótese también que se puede obtener directamente la TERA

Fórmula:

$$\mathbf{TERA = [(1 + (TERP/100))^{365/PLAZO} - 1] X 100}$$

$$TERA = [(1.0775416)^{365/30} - 1] \times 100 = [((1.0775416)^{12.166667} - 1] \times 100$$

$$TERA = 1.48093 \times 100 = 148.093\ \%$$

que es el mismo resultado obtenido antes y en donde 12.166667 es el número real o efectivo de capitalización en una año (a partir de aquí, "tasa nominal" se referirá a cualquier tasa que no sea efectiva).

Ejercicios: Determinar la Tasa Efectiva de Rendimiento Mensual (TERM) y la Tasa Efectiva de Rendimiento Anual (TERA) de las siguientes Tasas Netas (Anuales): NOTA Considerar el plazo de 30 días.

NUM	DATOS: Tasas Netas (anuales) %	RESPUESTAS: TERM %	TERA %
1	30.20		
2	27.92		
3	38.70		
4	43.62		
5	29.38		

TASAS DE DESCUENTO, TASAS ANUALIZADAS Y TASAS EFECTIVAS.
La tasa de descuento es un concepto que se utiliza en la comercialización de diversos valores en el mercado bursátil; por ello es necesario comprender con claridad a que se refiere.

En primer lugar, hay que entender que la tasa de descuento no es una tasa de rendimiento, sino una cifra que sirve para calcular el precio al que debe venderse un documento para que al revenderse éste posteriormente a un precio mayor, produzca ahora sí, un determinado rendimiento.

El concepto "descuento" se refiere a una práctica financiera bastante común, que consiste en vender un documento antes de su vencimiento, a un precio inferior a su valor al término de su plazo.

FORMULA DE DESCUENTO Y DE RENDIMIENTO.

Fórmula de descuento:

$$d = \left(\frac{i/100}{1 + [((i/100)/360)t]} \right) \times 100$$

Fórmula de rendimiento:

$$i = \left(\frac{d/100}{1 - [((d/100)/360)t]} \right) \times 100$$

En donde: d = tasa de descuento
i = tasa de rendimiento
t = días del periodo

Ejemplo 31.- El 30 de octubre la empresa "Ponderosa Industrial S.A. de C.V." realizó una oferta pública de Papel Comercial con valor nominal de $ 100 y sus múltiplos, a un plazo de 15 días a una tasa de descuento de 40.21%. Determine la tasa de rendimiento.

Ejemplo 32.- El 30 de octubre el "Grupo Chihuahua S.A. de C.V." realizó una oferta pública, a un plazo de 28 días a una tasa de descuento de 40.35%. Determinar la tasa de rendimiento.

Ejemplo 33.- El 30 de octubre la "Casa Rodoreda S.A. de C.V.", realizó una oferta pública de Papel Comercial con valor nominal de $ 100 y sus múltiplos, a un plazo de 28 días a una tasa de rendimiento de 43.16%. Determinar la tasa de descuento.

Ejercicios:

	D A T O S :				R E S P U E S T A S :	
NUM	**EMPRESA**	**PLAZO**	**TASA DE**	**%**	**DETERMINAR**	**%**
1	Grupo Domit	28	Descuento	45.19	Rendimiento	
2	Carabela	28	Rendimiento	46.84	Descuento	
3	Vitro	28	Rendimiento	45.39	Descuento	
4	Mabesa S.A.	28	Descuento	44.45	Rendimiento	
5	Las Américas	21	Descuento	45.36	Rendimiento	

CERTIFICADOS DE LA TESORERIA DE LA FEDERACION Y PAGARES DE LA TESORERIA DE LA FEDERACION.

CETES.-Fueron creados mediante un decreto publicado en el Diario Oficial el lunes 28 de noviembre de 1977. La primera emisión se hizo en enero de 1978 y en el decreto que los creó se establece que:

- Son títulos de crédito al portador, a cargo del Gobierno Federal.
- Amortizables mediante una sola exhibición.
- Plazo máximo de un año, sin embargo a partir del tercer trimestre de 1993 se colocaron a 728 días.
- No contienen estipulación de pago de intereses, ya que la SHyCP da facultad para colocarlos bajo la par (con descuento).
- El Banco de México, S.A. es el agente exclusivo del Gobierno Federal para su colocación y redención.

La SHyCP determina las condiciones de colocación de Cetes considerando los objetivos y posibilidades de:

☆ Regulación monetaria.
☆ Financiamiento de la inversión productiva del Gobierno Federal.
☆ Influencia sobre las tasas de interés.
☆ Propiciamiento de un sano desarrollo del mercado de valores.
☆ Se mantiene en todo momento depositados en administración en el Banco de México, S.A., por cuenta de los tenedores.

FORMULAS BASICAS.

En la circular 10-20 del 11 de enero de 1978 que la Comisión Nacional de Valores envió a las casas de bolsa, se especifica que las fórmulas para determinar los precios de los Cetes y su tasa de descuento anual deben ser:

$$P = VN\ 1 - \frac{DT}{360} \qquad \frac{V-P}{V} \quad \frac{360}{T}$$

en donde: P = precio del certificado.
VN = valor nominal del título.
D = tasa de descuento anual, expresada en fracciones de unidad
T = número de días que faltan para el vencimiento del certificado.

El número 360 que aparecen en las dos fórmulas anteriores indica que para los cálculos oficiales se considera un año de 360 días (año comercial) y no el año real de 365 ó 366 días. Para estandarizar y hacer más fácilmente identificables los símbolos que se utilizan, las fórmulas se convierten en:

$$P = VN\left(1 - \frac{(TD/100) \times N}{360}\right) \quad ó \quad P = VN\left(1 - \left((TD/100)\left(\frac{N}{360}\right)\right)\right)$$

en donde: VN = valor nominal.
TD = tasa de descuento.
N = número de días de plazo.

Ejemplo 27.- Cada jueves el Gobierno Federal por conducto de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público se efectúa la colocación de Cetes. Suponiendo que se realiza una oferta a tres plazos: 28, 91 y 182 días. En el caso de la oferta a 28 días, se señala que la tasa de descuento es de 86.71% y el "rendimiento" de 92.98% "Rendimiento" aparece entre comillas ya que no es la tasa efectiva de rendimiento. Como se verá en seguida, es más bien una tasa nominal, a la que se conoce en el medio bursatil como "tasa anualizada".

La tasa de descuento, como se mencionó antes, se utiliza para calcular el precio al que se venden los Cetes y que es inferior (o "descontado") a su valor nominal.

Este precio se debe calcular utilizando la siguiente fórmula (establecida por la Comisión Nacional de Valores).

$$\mathbf{P = VN\left(1 - \frac{TD \times D}{360}\right)}$$

en donde;

VN = valor nominal = \$10 o múltiplos
TD = tasa de descuento
D = días de plazo al vencimiento.

Con los datos del presente ejemplo procederemos al cálculo del precio del cete:

Fórmula:

$$P = VN \left(1 - \frac{TD \times D}{360} \right)$$

$$P = 10 \left(1 - \frac{0.8671\ (28)}{360} \right)$$

$$P = 10\ (0.93255889)$$
$$P = \$\ 9.32559$$

Si el cete se redime en \$10, 28 días después, la ganancia de capital es:

Fórmula:

$$GC = VN - P$$

$$GC = 10 - 9.32559 = \$0.67441$$

que para efectos prácticos se puede considerar como el interés ganado sobre la inversión de \$ 9.32559. Con estos datos, la forma en que se calcula la tasa de "rendimiento" es:

Fórmula:

$$TERP = \left(\frac{GC}{P} \right) X\ 100$$

$$TERP = \frac{.67441}{9.32559} = 0.072318213 \times 100 = 7.23\%$$

que es la tasa efectiva de rendimiento al plazo (TERP) de 28 días. Luego se calcula la "tasa diaria":

Fórmula:

$$\mathbf{TERD} = \left(\frac{\mathbf{TERP}}{\mathbf{DIAS\ DE\ PLAZO}} \right) \mathbf{X\ 100}$$

$$\mathrm{TERD} = \frac{0.072318213}{28} = 0.002582793 \times 100 = 0.25\%$$

para calcular finalmente la "tasa anual de rendimiento"

Fórmula:

TAR = (TERD X 360) X 100

TAR = 0.002582793 (360) = 0.92980559 X 100 = 92.98%

que es la tasa que se anuncia como tal pero que, como puede verse fácilmente, no es la tasa efectiva sino una tasa nominal. A esta tasa se le denomina "anualizada" y se obtiene, por ejemplo, multiplicando una tasa diaria (que también es nominal) por 360.

La verdadera tasa efectiva se puede calcular con base en la tasa efectiva de rendimiento al plazo, considerando reinversión de intereses en la misma tasa.

La tasa efectiva de rendimiento mensual (TERM).

Fórmula:

$$\mathbf{TERM} = \left[\left(1 + (\mathrm{TERP}/100) \right)^{30.417/\mathrm{PLAZO}} - 1 \right] \mathbf{X\ 100}$$

$$\mathrm{TERM} = (1.072318213)^{30.417/28} - 1 = 0.07880082 \times 100 = 7.880082\%$$

La tasa efectiva de rendimiento anual.

Fórmula:

$$\mathbf{TERA} = \left[\left(1 + \mathrm{TERP} \right)^{365/\mathrm{PLAZO}} - 1 \right] \mathbf{X\ 100} =$$

$$TERA = (1.072318213)^{365/28} - 1 = 1.48479669 \text{ X } 100 = 148.48\%$$

Los cálculos para los Cetes a otros plazos se hacen de la misma manera, aunque utilizando el número de días pertinente.

Ejemplo 28.- Si una oferta de Cetes a 28 días señala que la tasa de descuento es de 49.13% y el rendimiento de 51.08% determinar:

a.-) Precio del Cete.(P)
b.-) Ganancia del capital.(GC)
c.-) Tasa efectiva de rendimiento al plazo.(TERP)
d.-) Tasa efectiva de rendimiento diario.(TERD)
e.-) Tasa anual de rendimiento.(TAR)
f.-) Tasa efectiva de rendimiento mensual.(TERM)
g.-) Tasa efectiva de rendimiento anual.(TERA)

a.-) Fórmula:

$$P = VN\left(1 - \frac{TD \times D}{360}\right)$$

b.-) Fórmula:

$$GC = VN - P$$

c.-) Fórmula:

$$TERP = \left(\frac{GC}{P}\right) \text{ X } 100$$

d.-) Fórmula:

$$TERD = \left(\frac{TERP}{\text{días plazo}}\right) \text{ X } 100$$

e.-) Fórmula:

TAR = (TERD x 360) X 100

f.-) Fórmula:

$$TERM = [\,(1 + (TERP/100))^{30.417/PLAZO} - 1\,] \times 100$$

(se anotan los días del período)

g.-) Fórmula:

$$TERA = [\,(1 + (TERP/100))^{365/PLAZO} - 1\,] \times 100$$

(se anotan los días del periodo)

Ejemplo 29.- Si una oferta de cetes a 28 días señala que la tasa de descuento es de 49.96% y el rendimiento de 51.98% determinar:
a.-) Precio del cete.(P)
b.-) Ganancia de capital.(GC)
c.-) Tasa efectiva de rendimiento al plazo (TERP)
d.-) Tasa efectiva de rendimiento diario (TERD)
e.-) Tasa anual de rendimiento.(TAR)
f.-) Tasa efectiva de rendimiento mensual.(TERM)
g.-) Tasa fectiva de rendimiento anual.(TERA)

Ejemplo 30.- Si una oferta de cetes a 28 días señala que la tasa de descuento es de 37.11% y el rendimiento de 38.33% determinar:
a.-) Precio del cete.(P)
b.-) Ganancia de capital.(GC)
c.-) Tasa efectiva de rendimiento al plazo (TERP)
d.-) Tasa efectiva de rendimiento diario (TERD)
e.-) Tasa anual de rendimiento.(TAR)
f.-) Tasa efectiva de rendimiento mensual.(TERM)
g.-) Tasa fectiva de rendimiento anual.(TERA)

Ejercicios:

NUM.	CETES A "X" DIAS	TASA DE DESCUENTO %
1	91	39.98
2	14	28.83
3	21	35.48
4	7	21.10
5	182	35.50

CUANDO LAS TASAS SUBEN.

Los cetes del 4 de diciembre de la emisión 1-49-86, con 82.20% de tasa de descuento y 91 días de plazo comprados el día de su emisión y conservados hasta su vencimiento, indicaron los siguientes resultados:

a.-) Fórmula:

$$\mathbf{P = VN\left(1 - \frac{TD \times D}{360}\right)}$$

$$P = 10.000\left(1 - \frac{0.822\,(91)}{360}\right) = 7{,}922.17$$

b.-) Fórmula:

$$\mathbf{GC = VN - P}$$

$$GC = 10{,}000 - 7{,}922.17 = 2{,}077.83$$

c.-) Fórmula:

$$\mathbf{TERP = \left(\frac{GC}{P}\right) X\ 100}$$

$$TERP = \frac{2{,}077.83}{7{,}922.17} = 0.262280411 \text{ X } 100 =$$

$$TERP = 26.22\ \%$$

d.-) Fórmula:

$$\mathbf{TERM = \left[\,(1 + (TERP/100))^{30.417/PLAZO\ \text{(se anotan los días del período)}\ =\ 30.417\,/\,91} - 1\,\right] x\ 100}$$

$$TERM = (1.262280411)^{.334252747} - 1 = 0.080964965 \times 100 =$$

TERM = 8.0964 %

e.-) Fórmula:

$$\mathbf{TERA = ((1 + (TERP/100))^{365/PLAZO} - 1) \times 100}$$

(se anotan los días del periodo)

$$TERA = [(1 + (TERP/100))^{365/91} -1] \times 100$$

$$TERA = (1.262280411)^{365/91} - 1 = 1.54527653 \times 100 =$$

TERA = 154.527 %

Por otra parte, el 18 de diciembre se hizo la emisión 1-51-86, con 83.64% de tasa de descuento y 91 días de plazo. Si en esta fecha se hubieran vendido los Cetes de la emisión 1-49-86, de acuerdo con la nueva tasa, el resultado habría sido:

Días por vencer 91 - 14 = 77

$$P = 10,000 \left(1 - \frac{0.8364(77)}{360} \right) = 8,211.03$$

Es decir, a los 14 días se habría vendido en \$ 8.211.03 un documento con precio original de \$7.92217; habría habido una ganancia de capital de:

GC = 8,211.03 - 7,922.17 = 288.86 en 14 días.

Por ello, la tasa efectiva de rendimiento al plazo:

$$TERP = \frac{288.86}{7,922.17} = 0.03646223 \times 100 = 3.646223\%$$

la tasa de rendimiento mensual será:

$$TERM = [\,(1 + (TERP/100)\,)^{30.417/PLAZO \;=\; 30.417\,/\,14} - 1\,] \times 100$$

$$TERM = (1.03646223)^{2.1726428} - 1 = 0.08091653 \times 100 =$$

TERM = 8.0916 %

y la tasa efectiva de rendimiento anual:

$$TERA = (1.03646223)^{365/14} - 1 = 1.543908445 \times 100 = 154.3908445\ \%$$

que como puede verse, es inferior a la que se habría obtenido de haber conservado los Cetes hasta su vencimiento. La conclusión sería entonces que, al subir la tasa, el rendimiento se reduce.

CUANDO LAS TASAS BAJAN.

Las condiciones de la emisión 1-51-86 son:

Tasas de descuento: 83.64%

Plazo: 91 días.

$$\text{Precio: } 10{,}000 \left(1 - \frac{0.8364\,(\,91\,)}{360} \right) = 7{,}885.77$$

GC = VN - P

GC = 10,000 - 7,885.77 = 2,114.23

$$\frac{2{,}114.23}{7{,}885.77} = 0.268106983 \times 100 = 26.81\ \%$$

$$\text{TERP} = \left(\frac{10{,}000 - 7{,}885.77}{7{,}885.77} \right) = 0.268106983$$

la tasa de rendimiento mensual será:

$$\text{TERM} = [\,(1 + (\text{TERP}/100))^{30.417/\,91} - 1\,] \times 100$$

$$\text{TERM} = (1.268106983)^{0.334252747} - 1 = 0.082630 \text{ X } 100 =$$

TERM = 8.2630 %

y la tasa efectiva de rendimiento anual:

$$\text{TERA} = (\,1 + (\text{TERP}/100)\,)^{365\,/\,91} - 1 =$$

$$\text{TERA} = (1.268106983)^{4.01098901} - 1 =$$

TERA = 1.592729 X 100 = 159.2729%

La emisión 1-02-87 tuvo una tasa de descuento de 82.74%, que es menor que la emisión 1-51-86. Si se vendieron los Cetes de esta emisión a la nueva tasa más baja, el resultado sería:

Días de vencimiento: 91 - 21 = 70

$$P = 10{,}000 \left(1 - \frac{0.8274\,(70)}{360} \right) = 8{,}391.17$$

La ganancia de capital obtenida en los 21 días que se conservaron los Cetes sería:

GC = 8,391.17 - 7,885.77 = 505.40

por lo que:

$$TERP = \frac{505.40}{7,885.77} = 0.064090127 \times 100 = 6.4090127\% \text{ a 21 días}$$

la tasa de rendimiento mensual será:

$$TERM = [(1 + (TERP/100))^{30.417/21} - 1] \times 100$$

$$TERM = (1.064090127)^{1.448428571} - 1 = 0.094148 \times 100 =$$

TERM = 9.4148 %

y la tasa efectiva de rendimiento anual:

$$TERA = (1.064090127)^{365/21} - 1 = 1.943815064 \times 100 = 194.3815064$$

que es considerablemente superior a la que se habría obtenido si se hubieran conservado los Cetes hasta su vencimiento.

CALCULO DE LAS COMISIONES Y CUOTAS POR LA COLOCACION DE OFERTA PUBLICA DE PAPEL COMERCIAL QUE DEBE REALIZAR LA EMPRESA EMISORA.

Ejemplo: Oferta pública de papel comercial por un importe de $2'000,000 a un plazo de 31 días, del 4 de mayo al 4 de junio de 1995, con una tasa de rendimiento del 17.02% y una tasa de descuento de 16.77%

Calculos:

IMPORTE DE LA EMISION: $ 2'000,000.00

PLAZO 31 DIAS. DEL 4 DE MAYO DE 1996 AL 4 DE JUNIO DE 1996.

COMISION PARA EL INTERMEDIARIO COLOCADOR 1.25% ANUAL.

$$\frac{\$\,2'000,000 \times (1.25/100)}{360} \times 31 \text{ DIAS} \qquad \$\,2,152.78$$

15% IVA	322.92	$ 2,475.70

COMISION AL INDEVAL 0.0132 AL MILLAR MENSUAL

$$\frac{\$\,2'000,000 \times (0.0132/1,000)}{30} \times 31 \text{ DIAS} \qquad \$\,27.28$$

15% IVA	4.09	31.37

COMISION A LA B.M.V. 0.17% ANUAL DEL PRIMER $ 1'000,000 0.085% ANUAL PARA LOS SUBSECUENTES.

$$\frac{\$\,1'000,000 \times (0.17/100)}{360} \times 31 \text{ DIAS} \qquad \$\,146.39$$

$$\frac{\$\,1'000,000 \times (0.085/100)}{360} \times 31 \text{ DIAS} \qquad 73.19$$

	$ 219.58	
15% IVA	32.94	252.52

CUOTA COMISION NACIONAL DE VALORES
POR ESTUDIO Y TRAMITE DE SOLICITUD. $ 3,540.00

15% IVA 531.00 4,071.00

COMISION POR INSCRIPCION EN EL REGISTRO NACIONAL
DE VALORES E INTERMEDIARIOS.
POR LOS PRIMEROS $ 184'000,000 AL 0.9 AL MILLAR ANUAL Y
0.045% POR EXCEDENTE ANUAL.

$$\frac{\$\ 2'000,000 \times (0.9/1000)}{360} \times 31 \text{ DIAS} \qquad \$\ 155.00$$

15% IVA 23.25 178.25

ANUNCIO EN EL PERIODICO (IVA INCLUIDO) 2,415.00

CALCULO DE INTERESES:

TASA DE RENDIMIENTO 17.02%
TASA DE DESCUENTO 16.77%

$$\frac{\$\ 2'000,000 \times (16.77/100)}{360} \times 27 \text{ DIAS} \qquad \$\ 25,155.00$$

$$\frac{\$\ 2'000,000 \times (16.77/100)}{360} \times 4 \text{ DIAS} \qquad 3,726.67 \qquad 28,881.67$$

TOTAL A CUBRIR $ 38,305.51
(SIN INCLUIR LA CALIFICACION)

CALIFICADORA DE VALORES
PAPEL COMERCIAL

LÍMITE INFERIOR		LÍMITE SUPERIOR	CUOTA FIJA	% SOBRE EXCEDENTE LIMITE INFERIOR.
HASTA $ 2'000,000			15,000	....
DE $ 2'000,001	HASTA	$ 5'000,000	15,000	0.0750
DE $ 5'000,001	HASTA	$ 15'000,000	17,250	0.0625
DE $ 15'000,001	HASTA	$ 50'000,000	23,500	0.0500
DE $ 50'000,001	HASTA	$100'000,000	41,000	0.0375
DE $ 100'000,001	HASTA	$250'000,000	59,750	0.0250
DE $ 250'000,001		EN ADELANTE	97,250	0.0100

CALIFICADORA DE VALORES.

Pasos a seguir:

1.-) Localizo el monto de la Oferta Pública, por lo tanto siguiendo el caso que estamos calculando la oferta de $2'000,000 está en el primer renglón.

2.-) A $2'000,000 le corresponde una cuota fija por el monto de $15,000 al año.

3.-) Divido en este caso en particular, los $15,000 entre 360, dando un total de $41.6666667 diario.

4.-) Multiplico el monto diario de $41.6666667 X los días del período que serían 31, dando un total de $1,291.6666667

5.-) Le agrego lo correspondiente al 15% del I.V.A. $1,291.6666667 X 1.15 = $1,485.4166667

Se realiza la suma del total de pagos que realiza la empresa:

1.-) COMISION PARA EL INTERMEDIARIO COLOCADOR.	$ 2,475.70
2.-) COMISION AL INDEVAL.	31.37
3.-) COMISION A LA B.M.V.	252.52
4.-) CUOTA COMISION NACIONAL DE VALORES POR ESTUDIO Y TRAMITE DE SOLICITUD.	4,071.00
5.-) COMISION POR INSCRIPCION EN EL REGISTRO NACIONAL DE VALORES E INTERMEDIARIOS.	178.25
6.-) ANUNCIO EN EL PERIODICO (IVA INCLUIDO)	2,415.00
7.-) CALCULO DE INTERESES:	28,881.67
8.-) CALIFICADORA DE VALORES	1,485.42

TOTAL PAGADO POR LA EMPRESA	**$ 39,790.93**

El paso siguiente será el calcular el **Importe Recibido** por la empresa derivado de la Oferta Pública de Papel Comercial, para lo cual será necesario determinar el número de unidades de Papel Comercial vendido el cual será:

a.-) La Oferta Pública es de $2'000,000 que dividida entre el valor nominal de Papel Comercial sera:

$2'000,000 dividido entre $100 = 20,000 unidades de papel Comercial que se colocan a la venta

b.-) Se calcula el Precio unitario del papel comercial con la siguiente fórmula:

PRECIO $$P = VN \left(1 - \frac{(TD/100) \text{ X } PLAZO}{360} \right)$$

Sustituyendo:

PRECIO $$P = 100 \left(1 - \frac{(16.77/100) \text{ X } 31}{360} \right)$$

PRECIO UNITARIO DEL PAPEL COMERCIAL = $ 98.5559167

Que multiplicado por el número de unidades de Papel Comercial que se pondrán a la venta será:

$ 98.5559167 X 20,000 unidades = $ 1'971,118.33

Total recibido derivado de la venta de 20,000 unidades = $ 1'971,118.33

Si al total recibido se le suman los intereses debe dar de resultado el monto de la Oferta Pública:

Total Recibido $ 1'971,118.33 + INTERESES: 28,881.67 = $ 2'000,000

Teniendo los datos anteriores se procede a determinar el Costo de Financiamiento real del Período

$$C.F.R.P. = \left(\frac{\text{Total Pagado } \$\ 39{,}790.93}{\text{Total Recibido } \$\ 1'971{,}118.33} \right) \text{X } 100 = 2.0186982\ \%$$

Posteriormente se determina el Costo de Financiamiento Anualizado que será:

$$\text{C.F.A.} = \left(\frac{\text{C.F.R.P.}}{\text{Días del Período}} \right) 360 \qquad \frac{2.0186982}{31} \text{ X } 360 = 23.4429467\ \%$$

Este último resultado será comparado con los Indicadores Macroeconómicos Líderes de referencia que serán la T.I.I.P., T.I.I.E., Cetes a 28 días y C.P.P., la mayor que sería la líder, a la que posteriormente le agregamos el No. de puntos que irían en relación directa al factor de riesgo, ya que este es el criterio utilizado por la banca con la finalidad de comparar el costo de financiamiento a través de la Oferta Pública de Papel Comercial contra el Costo de Financiamiento que ofrece la Banca Comercial, en nuestro País.

PAGARE DE MEDIANO PLAZO Y OBLIGACIONES

	CUOTA FIJA	% SOBRE EXCEDENTE LIMITE INFERIOR.
HASTA $ 5'000,000	$ 17,250	....
DE $ 5'000,001 HASTA $ 15'000,000	17,250	0.0625
DE $ 15'000,001 HASTA $ 50'000,000	23,500	0.0500
DE $ 50'000,001 EN ADELANTE	41,000	0.0375

PRINCIPALES FORMULAS PARA EL CALCULO DE CETES, PAPEL COMERCIAL Y ACEPTACIONES BANCARIAS.

FORMULA DE DESCUENTO

$$d = \frac{i/100}{1 + [((i/100)/ 360) t]} \times 100$$

FORMULA DE RENDIMIENTO

$$i = \frac{d/100}{1 - [((d/100) / 360) t]} \times 100$$

PRECIO

$$P = VN \left(1 - \frac{(TD/100 \text{ X PLAZO}}{360} \right)$$

GANANCIA DE CAPITAL

$$GC = VN - P$$

TASA EFECTIVA DE RENDIMIENTO EN EL PLAZO

$$TERP = \frac{GC}{P} \text{ X } 100$$

TASA EFECTIVA DE RENDIMIENTO DIARIO

$$TERD = \frac{TERP/100}{\text{DIAS DEL PLAZO}} \text{ X } 100$$

TASA ANUAL DE RENDIMIENTO

$$TAR = ((TERD/100) \text{ X } 360) \text{ X } 100$$

TASA EFECTIVA DE RENDIMIENTO MENSUAL

$$TERM = [(1 + (TERP/100))^{30.417/PLAZO} - 1] \text{ X } 100$$

TASA EFECTIVA DE RENDIMIENTO ANUAL

$$TERA = [(1 + (TERP/100))^{365/PLAZO} - 1] \text{ X } 100$$

6

$$TERA = [(1 + (TERM/100))^{12} - 1] \text{ X } 100$$

CERTIFICADOS DE DEPOSITO (CEDES).
Los certificados de depósito son depósitos a plazo fijo.

Ejemplo 34.- Se tienen Certificados de Depósito a 30 días con una tasa nominal anual del 31.30% y Cedes a 90 días con una tasa nominal anual del 29.25%. Calcular:

a.-) Tasa diaria.(TD)
b.-) Tasa efectiva de rendimiento al plazo a 30 días.(TERP)
c.-) Tasa efectiva mensual (TERM) y,
d.-) Tasa efectiva anual.(TERA)
CEDE a 30 días:

a.-) Tasa Diaria:
Fórmula:

$$TD = \frac{TN}{360} \times 100$$

b.-) Tasa Efectiva a 30 días:
Fórmula:

TERP = (TD X DIAS) X 100 =

c.-) Tasa Efectiva de Rendimiento Mensual:

$$TERM = [(1 + TERP)^{30.417/30} - 1] \times 100$$ **(se anotan los días del periodo)**

NOTA: SI SE DESEA CALCULAR EL RENDIMIENTO DE MANERA BIMESTRAL, TRIMESTRAL, CUATRIMESTRAL Y SEMESTRAL SE APLICARÍAN LAS SIGUIENTES FÓRMULAS, TOMANDO COMO BASE EL RESULTADO MENSUAL;

$$\text{bimestral} = (1 + TERM)^2 - 1$$

$$\text{trimestral} = (1 + TERM)^3 - 1$$

cuatrimestral $= (1 + \text{TERM})^{4} - 1$

semestral $= (1 + \text{TERM})^{6} - 1$

a) Tasa mensual (30.417 días) efectiva

$(1.0260833)^{30.417/30} - 1 = (1.0260833)^{1.0139} - 1 = .0264506 \times 100 = 2.64\%$

b) Tasa bimestral (60.834 días) efectiva

$(1.0264506)^{2} - 1 = .0536008 \times 100 = 5.36\%$

c) Tasa trimestral (91.251 días) efectiva

$(1.0264506)^{3} - 1 = .0814692 \times 100 = 8.14\%$

d) Tasa cuatrimestral (121.668 días) efectiva

$(1.0264506)^{4} - 1 = .1100747 \times 100 = 11.00\%$

e) Tasa semestral (182.502 días) efectiva

$(1.0264506)^{6} - 1 = .1695756 \times 100 = 16.95\%$

f) Tasa anual (365 días) efectiva

$(1.0264506)^{12} - 1 = .3679072 \times 100 = 36.79\%$

d.-) Tasa Efectiva de Rendimiento Anual:

Fórmula:

$$TERA = [(1 + TERM)^{12} - 1] \times 100$$

Comprobación.

Fórmula:

365/30 (se anotan los días del período)

$$TERA = [(1 + TERP)^{365/30} - 1] \times 100$$

Ejercicios:

Con los siguientes datos de CEDES determinar:

a.-) Tasa diaria.(TD)

b.-) Tasa efectiva de rendimiento al plazo a 30 días.(TERP)

c.-) Tasa efectiva de rendimiento mensual (TERM) y,

d.-) Tasa efectiva de rendimiento anual.(TERA)

NUM.	P L A Z O S (días)	TASA NOMINAL ANUAL %
1.-)	30	29.50
	90	28.10
2.-)	30	30.70
	90	28.90
3.-)	30	27.80
	90	25.90
4.-)	30	28.30
	90	27.20
5.-)	30	31.12
	90	30.07

PLAZO A 30 DIAS

R E S P U E S T A S	1	2	3
a.-) Tasa diaria.(TD)			
b.-) Tasa efec. rend. plazo a 30 días.(TERP)			
c.-) Tasa efec. rend. mensual (TERM) y,			
d.-) Tasa efec. rend. anual.(TERA)			

R E S P U E S T A S : 4 5

a.-) Tasa diaria.(TD)
b.-) Tasa efec. rend. plazo a 30 días.(TERP)
c.-) Tasa efec. rend. mensual (TERM) y,
d.-) Tasa efec. rend. anual.(TERA)

Ejemplo 35.- Si suponemos un depósito de $10,000 realizado el 13 de noviembre de 1993 al 13 de diciembre, es decir un plazo de 30 días. Suponiendo que la tasa nominal sea del 31.30% sería su cálculo como sigue:

a.-) Tasa Diaria:

Fórmula:

$$TD = \frac{TN}{360} \times 100 =$$

¿Cuánto se pagarían de los intereses el 1° de diciembre correspondiendo al periodo del 13 al 30 de noviembre (17 días);

El 13 de diciembre se recuperan los $10,000 invertidos más los intereses del 1° al 13 de diciembre (13 días), ¿Cuánto sería lo que se recupera en la fecha de su vencimiento?

Para su mejor comprensión, conviene representar este ejemplo con un diagrama de tiempo y valor:

```
13/nov./93
$ 10,000          30/nov./93            13/dic./93
  |-----------------|---------------------|
                  $ 147.798        $ 113.022 + $10,000
```

Puede presentarse el caso, en que el pago de intereses devengados no puedan cobrarse el día indicado por ser inhábil. El hecho de que no se puedan cobrar los intereses sino hasta dos días después, causa un impacto sobre la tasa efectiva que se obtiene. Este efecto aunque pueda parecer pequeño, con montos grandes de inversión, puede resultar significativo y se le debe tomar en cuenta.

PAGARES CON RENDIMIENTO LIQUIDABLE AL VENCIMIENTO.
PAGARES A UN MES.

Ejemplo 36.- Se deposita $1,000 el 27 de noviembre de 1993 en un pagaré a un mes que vence el 27 de diciembre. Su tasa nominal es de 35.25%.

Fórmula:

$$\mathbf{TERP = \frac{TN}{12} \; X\,100}$$

La tasa efectiva a 30 días:

$$\frac{.3525}{12} = 0.029375 \;\; X \;\; 100 = 2.93\%$$

Que es la tasa efectiva pagada en 31 días. La tasa efectiva a 30.417 días (el número promedio de días al mes en años de 365 días) sería:

Fórmula:

$$\mathbf{TERM = [(1 + TERP)^{30.417\,/\,DIAS\ DEL\ PLAZO} - 1\,]\; X\,100}$$

$$(1.029375)^{30.417\,/\,31} - 1 = (1.029375)^{0.9811935} - 1 = 0.0288146 \;\; X \;\; 100 = 2.88\%$$

La tasa efectiva trimestral sería:

$$(1.0288146)^{3} - 1 = 0.0889585 \;\; X \;\; 100 = 8.89\%$$

La tasa efectiva anual sería:

$$(1.0288146)^{12} - 1 = 0.4061946 \;\; X \;\; 100 = 40.61\%$$

Realizar el cálculo con meses de 30 y con meses de 28 días, considerando la tasa nominal de 35.25% :

a) 30 días $\dfrac{.3525}{12} = 0.029375 \text{ x } 100 = 2.93\%$ (tasa efectiva a 30 días)

La tasa efectiva mensual (meses de 30 días)

$$(1.029375)^{30.417/30} - 1 = (1.029375)^{1.0139} - 1 = 0.0297893 \times 100 = 2.978\%$$

b) 28 días

$$\frac{.3525}{12} = 0.029375 \times 100 = 2.93\% \text{ (tasa efectiva a 30 días)}$$

La tasa efectiva mensual (mes de 28 días)

$$(1.029375)^{30.417/28} - 1 = (1.029375)^{1.0863214} - 1 = 0.0319507 \times 100 = 3.19\ \%$$

Resulta claro que, conforme menos dure el mes, mayor será la tasa efectiva que se obtenga. Además, al analizar casos particulares, es necesario tener presente si el día del vencimiento es hábil o no, ya que en caso de no serlo, los depósitos se recuperan hasta el día hábil siguiente y esto hace que la tasa efectiva disminuya.

MÉTODOS DE EVALUACIÓN QUE TOMAN EN CUENTA EL VALOR DEL DINERO A TRAVÉS DEL TIEMPO.

El estudio de evaluación económica es la parte final de toda la secuencia de análisis de la factibilidad de un proyecto. Si no han existido contratiempos, se sabrá hasta este punto que existe un mercado potencial atractivo; se habrán determinado un lugar óptimo para la localización del proyecto y el tamaño más adecuado para este último, de acuerdo con las restricciones del medio; se conocerá y dominará el proceso de producción, así como todos los costos en que se incurrirá en la etapa productiva, además de que se habrá calculado la inversión necesaria para llevar a cabo el proyecto.

Sin embargo, a pesar de conocer incluso las utilidades probables del proyecto durante los primeros cinco años de operación, aún no se habrá demostrado que la inversión propuesta será económica rentable.

En este momento surge el problema sobre el método de análisis que se empleará para comprobar la rentabilidad económica del proyecto. Se sabe que el dinero disminuye su valor real con el paso del tiempo, a una tasa aproximadamente igual al nivel de inflación vigente. Esto implica que el método de análisis empleado deberá tomar en cuenta este cambio de valor real del dinero a través del tiempo. También se analizarán las ventajas y desventajas de los métodos de análisis que no toman en cuenta este hecho.

Esto introduce el concepto de equivalencia. Si se pregunta a cuánto equivalen $ 1,000 de hoy a $ 1,000 dentro de un año, es cierto suponer que con base en la fórmula anterior, para calcular cantidades equivalentes del presente al futuro y sabiendo que **P** = 1,000 (cantidad en tiempo presente) y **n** = 1, la cantidad equivalente de $1,000 dentro de un año dependerá exclusivamente de la "i" o tasa de interés que se aplique. Tómese una tasa de referencia; por ejemplo, la tasa inflacionaria. En México, en 1985, fue cercana al 90% ($i = 0.9$), entonces:

$$F_1 = 1{,}000\,(1 + 0.9)^1 = 1{,}900$$

Esto significa que si la tasa inflacionaria en un año es de 90%, da exactamente lo mismo tener $ 1,000 al principio de un año que $ 1,900 al final de él. Si se puede comparar un articulo al principio de año (por ejemplo, un libro), por $ 1,000 al final de ese año, solo se podrá adquirir el mismo libro aunque se tenga aparentemente casi el doble de dinero.

Así, pues, las comparaciones de dinero en el tiempo deben hacerse en términos del valor adquisitivo real o de su equivalencia en distintos momentos, no con base en su valor nominal.

Supóngase otro ejemplo. Una persona pide prestados $ 1,000 y ofrece pagar $1,900 dentro de un año. Si se sabe que la tasa de inflación en el próximo año será de 90% y se despeja la P tenemos:

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} = \frac{1{,}900}{(1+0.9)^1} = 1{,}000$$

El resultado indica que si se acepta hacer el préstamo en esas condiciones, no se estará ganando nada sobre el valor real del dinero, ya que solo será reintegrada una cantidad exactamente equivalente al dinero prestado. Por lo anterior, se puede concluir que siempre que se hagan comparaciones de dinero a través del tiempo se deben hacer en un solo instante, usualmente el tiempo cero o presente y siempre deberá tomarse en cuenta una tasa de interés, pues ésta modifica el valor del dinero conforme transcurre el tiempo.

VALOR PRESENTE NETO (VPN). DEFINICIÓN VENTAJAS Y DESVENTAJAS.

Ahora será explicada claramente la definición, partiendo del estado de resultados se ve la gran utilidad al llegar a la estimación de los flujos netos de efectivo (FNE), y que de esta manera sirve para realizar la evaluación económica. Si se quiere representar los FNE por medio de un diagrama, éste podria quedar de la siguiente manera: tómese para el estudio un horizonte de tiempo de, por ejem., cinco años. Trácese una línea horizontal y divídase ésta en cinco partes iguales, que representan cada uno de los años. A la extrema izquierda colóquese el momento en el que se origina el proyecto o tiempo cero. Represéntense los flujos positivos o ganancias anuales de la empresa con la flecha hacia arriba y los desembolsos o flujos negativos, con una flecha hacia abajo.

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

DESARROLLO EMPRESARIAL

Diplomado
FINANZAS CORPORATIVAS
Del 15 de marzo al 22 de noviembre de 1997

Curso
- MATEMATICAS FINANCIERAS -
24 de mayo al 14 de junio de 1997

Lic. y C.P. Juan Manuel Esteban H.
Palacio de Minería

ANUALIDADES SIMPLES, CIERTAS, VENCIDAS E INMEDIATAS.

En general anualidad es un conjunto de pagos iguales realizados a intervalos iguales de tiempo. Se conserva el nombre de anualidad por estar ya muy arraigado en el tema, aunque no siempre se refieran a períodos anuales de pago. Algunos ejemplos de anualidades son:

* Los pagos mensuales por renta.
* El cobro quincenal o semanal de sueldos.
* Los abonos mensuales a una cuenta de crédito.
* Los pagos anuales de primas de pólizas de seguro de vida.

Se conoce como **intervalo o período de pago** al tiempo que transcurre entre un pago y otro y se denomina **plazo** de una anualidad al tiempo que pasa entre el inicio del primer periodo de pago y el final de último. **Renta** es el nombre que se da al pago periodico que se hace. También hay ocasiones en las que se habla de anualidades que, o no tienen pagos iguales, o no se realizan todos los pagos en intervalos iguales.

TIPOS DE ANUALIDADES.

La variación de los elementos que intervienen en las anualidades hace que existan diferentas tipos de ellas, Conviene, por ello, clasificarlas de acuerdo con diversos criterios.

Criterio	Tipos de anualidades
a) Tiempo	Ciertas Contingentes
b) Intereses	Simples Generales
c) Pagos	Vencidas Anticipadas
d) Iniciación	Inmediatas Diferidas

a.-) Este criterio de clasificación se refiere a las fechas de iniciación y terminación de las anualidades.

* Anualidad cierta.- Sus fechas son fijas y se estipulan de antemano. Por ejemplo: Al realizar una compra a crédito se fija tanto la fecha en que se debe hacer el primer pago, como la fecha para efectuar el último.

* Anualidad contingente.- La fecha del primer pago, la fecha del último pago, o ambas, no fijan de antemano; depende de algún hecho que se sabe que ocurrirá, pero no se sabe cuá. . Un caso común de este tipo de anualidad son las rentas vitalicias que se otorgan a un cónyuge y se sabe que éste morirá, pero no se sabe cuándo.

b.-) En este caso:

* Anualidad simple.- Cuando el período de pago coincide con el de capitalización de los intereses. Un ejemplo muy simple sería: el pago de una renta mensual "X" con intereses al 48% anual capitalizable mensualmente.

* Anualidad general.- A diferencia de la anterior, el período de pago no coincide con el período de capitalización: el pago de una renta semestral con intereses al 60% anual capitalizable trimestralmente.

c.-) De acuerdo con los pagos:

* Anualidad vencida.- También se le conoce como anualidad ordinaria y como su primer nombre lo indica, se trata de casos en los que los pagos se efectúan a su vencimiento, es decir, al final de cada período.

* Anualidad anticipada.- Es aquella en la que los pagos se realizan al principio de cada período.

d.-) De acuerdo con el momento en que se inicia:

* Anualidad inmediata.- Es el caso más común. La realización de los cobros o pagos tiene lugar en el período inmediatamente siguiente a la formulación del trato: se compra a crédito hoy un artículo que se va a pagar con mensualidades, la primera de las cuales habrá de realizarse en ese momento o un mes después de adquirida la mercancía (anticipada o vencida).

* Anualidad diferida.- Se pospone la realización de los cobros o pagos: se adquiere hoy un artículo a crédito, para pagar con abonos mensuales; el primer pago habrá de hacerse seis meses después de adquirida la mercancía.

Dada su importancia, vale la pena destacar las características de este tipo de anualidades.

*** Simples:**	El período de pago coincide con el de capitalización.
*** Ciertas:**	Las fechas de los pagos son conocidas y fijadas con anticipación.
*** Vencidas:**	Los pagos se realizan al final de los correspondientes períodos.
*** Inmediatas:**	Los pagos se comienzan a hacer desde el mismo período en el que se realiza la operación.

Los elementos que intervienen en este tipo de anualidades son:

R La renta o pago por periodo

C El valor actual o capital de la anualidad. Es el valor total de los pagos en el momento presente.

M El valor en el momento de su vencimiento, o monto. Es el valor de todos los pagos al final de la operación.

Para ilustrar la deducción de las fórmulas del monto de una anualidad se utilizará un ejemplo (a partir de aquí al mencionar sólo el término anualidad se estará hablando de simples, ciertas, vencidas e inmediatas).

$$M = R\,\frac{(1+i)^{n} - 1}{i}$$

$$C = R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Ejemplo 45.- Qué cantidad se acumularía en un semestre si se deposita \$1,000 al finalizar cada mes en una inversión que reditúa 66% anual convertible mensualmente?

Ejemplo 46.- Cuál es el monto de \$2,000 semestrales depositados durante cuatro años y medio en un instrumento bursátil que reditua el 48% capitalizable semestralmente?

Ejemplo 47.- El doctor González deposita \$100 al mes de haber nacido su hijo. Continúa haciendo depósitos mensuales por esa cantidad hasta que su hijo cumple 18 años de edad para, que en ese día le entregue lo acumulado como herencia. Si durante los primeros seis años de vida del hijo la cuenta le pagó 36% anual convertible mensualmente y durante los doce años restantes pagó el 2.5% mensual. Cuánto recibió el hijo del doctor González a los 18 años?

Ejemplo 48.- Cuál es el valor actual de una renta bimestral de \$5,450 depositados al final de cada uno de 7 bimestres, si la tasa de interés es de 9% bimestral?

Fórmula :

$$C = R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Ejemplo 49.- ¿Cuál es el valor en efectivo de una anualidad de $ 1,000 al final de cad tres meses durante cinco años, suponiendo un interés anual de 26% convertible trimestralmente

Ejemplo 50.- ¿Qué es más conveniente para comprar un automóvil:
a.-) Pagar $ 26,000 de contado ó
b.-) $ 13,000 de enganche y $ 1,300 al final de cada uno de los 12 meses siguientes, si el interés se calcula a razón del 42% convertible mensualmente?

Ejemplo 51.- Encuéntrese el importe pagado, en valor actual, por un aparato electrónico por el cuál se entregó un enganche de $ 1,400.00 se hicieron siete pagos mensuales vencidos por $ 160.00 y un último pago al final del octavo mes por $ 230.00 si se considera un interés del 27% anual con capitalización mensual.

Ejemplo 52.- Durante los próximos 4 años, una persona depositará $15,000 al final de cada año en una inversión que paga el 28% anual efectivo. ¿Cuánto dinero tendrá después de haber hecho el cuarto depósito?

Datos:

R = $15,000
i = 0.28
n = 4

Fórmula:

$$S = R\,\frac{(1+i)^{n} - 1}{i}$$

Sustitución:

$$S = 15{,}000\,\frac{(1.28)^{4} - 1}{.28} = 15{,}000\,\frac{2.6843546 - 1}{.28}$$

$$S = 15{,}000\,\frac{1.6843546}{.28} = 15{,}000 \times 6.015552 = \$\,90{,}233.28$$

Ejemplo 53.- Calcular el monto acumulado que se obtiene invirtiendo $2,500 al final de cada uno de los próximos diez años, si el dinero trabaja al 25% anual efectivo.

Datos:

R = $ 2,500
i = 0.25
n = 10

Fórmula:

$$S = R\,\frac{(1+i)^{n} - 1}{i}$$

Sustitución:

$$S = 2{,}500 \frac{(1.25)^{10} - 1}{.25} = 2{,}500 \frac{9.3132257 - 1}{.25}$$

$$S = 2{,}500 \frac{8.3132257}{.25} = 2{,}500 \text{ X } 33.252903 = \$ 83{,}132.26$$

Ejercicios:

1.- Calcular el monto que tendrá una persona al final de 8 años si ha estado invirtiendo anualmente $ 3,500 a una tasa de interés del 26.50% anual.

2.- Calcular el monto acumulado que se obtiene invirtiendo $400,000 anuales durante 5 años, si el dinero trabaja al 28.79% anual.

Cálculo de la Renta.

Se conoce como renta al pago periódico con intervalos iguales de tiempo

Ejemplo 54.- Una persona adquiere hoy a crédito una máquina de escribir. La máquina cuesta $975.00 y conviene en pagarla con cuatro mensualidades vencidas. ¿Cuánto tendrá que pagar cada mes si le cobran 3.5% mensual de interés?

Fórmula:

$$R = \frac{C\, i}{- (1 + i)^{-n}}$$

Ejemplo 55.- ¿Cuánto debe invertir el señor Juárez al final de cada mes durante los próximos siete años en un fondo que paga el 33% convertible mensualmente con el objeto de acumular $ 100,000 al realizar el último depósito?

$$R = \frac{Si}{(+ i)^{n} - 1}$$

Ejemplo 56.- Una persona desea acumular $ 50,000 dentro de tres años para adquirir un terreno en un fraccionamiento que tiene estimado realizar su preventa en ese tiempo. ¿Cuánto [illegible]erá depositar al final de cada año, si el instrumento bancario le otorga un interés efectivo del 25.50% anual ?

Ejemplo 57.- Determínese la renta anual necesaria para acumular la cantidad de $ 45,000 al final de 5 años, si la tasa efectiva de interés es del 22% anual.

Ejemplo 58.- ¿Cuánto debe invertir el señor Juárez al final de cada mes durante los próximos siete años en un fondo que paga 33% convertible mensualmente con el objeto de acumular $ 100,000 al realizar el último depósito?

Ejemplo 59.- Una persona debe pagar $ 3,000 al final de cada año, durante varios años ¿Cuánto tendría que pagar a fines de cada mes para sustituir el pago anual, si se consideran intereses a razón de 25% anual convertible mensualmente?

Cálculo del plazo.

El plazo o el tiempo de una anualidad se calcula por medio del número de períodos de pago, n:

Fórmula:

$$n = \frac{\text{Log.} \dfrac{1}{1 - (C(i) / R)}}{\text{Log}(1 + i)}$$

Ejemplo 60.- ¿Cuántos pagos de $ 94.80 al final de mes tendría que hacer el comprador de una lavadora que cuesta $ 850, si dá $ 350 de enganche y acuerda pagar 45.6 % de interés capitalizable mensualmnete sobre el saldo?

Ejemplo 61.- ¿Cuántos pagos bimestrales vencidos de $ 145 se tendrían que hacer para saldar una deuda, pagadera hoy, de $ 800 si el primer pago se realiza dentro de dos meses y el interés es de 11% bimestral?

Cálculo del tiempo.

Para determinar el número de años requeridos para que una renta anual acumule cierta cantidad a una tasa de interés anual, es necesario despejar el valor del tiempo **n**, de las fórmulas del monto:

Fórmula:

$$n = \frac{\log\left(\dfrac{Si}{R} + 1\right)}{\log\ (1 + i)} \qquad ó \qquad n = \frac{\log\ ((\ M\ X\ i / R\ ) + 1\ )}{\log\ (\ 1\ +\ i\ )}$$

Ejemplo 62.- Una persona desea acumular \$ 30,000. Para reunir esa cantidad decide hacer depósitos trimestrales vencidos en un fondo de inversiones que rinde 32% anual convertible trimestralmente. Si deposita \$ 500 cada fin de trimestre. ¿dentro de cuánto tiempo habrá acumulado la cantidad que desea?.

Ejemplo 63.- ¿Cuántos pagos anuales completos de \$ 2,000 deben cubrirse con el objeto de acumular al 21.50% anual la cantidad de \$35,000?

Ejemplo 64.- El presidente de la compañía "Z" desea crear un fondo de pensiones para sus empleados por \$750,0000. Para ello autoriza el pago de \$12,000 al fondo al final de cada año; si el fondo paga el 19.5% de interés anual, ¿cuánto tiempo se necesitará para acumular el monto deseado?

Ejercicios:

1.- ¿Cuántos pagos de \$40,414.40 deben hacerse para acumular \$400,000 si el dinero se invierte a una tasa de interés del 22.50% anual ?

2.- ¿Por cuánto tiempo se necesitan invertir \$ 2,500 anualmente a fin de acumular \$25,000, si la tasa de interés que nos conceden es del 26.7% anual?

<u>Cálculo de la tasa de Interés.</u>

Ejemplo Celia Gutiérrez Ruvalcaba debe pagar hoy \$ 3,500.00. Como no tiene esa cantidad disponible, platica con su acreedor y acuerda pagarle mediante seis abonos mensuales de \$680.00; el primero de ellos dentro de un mes. ¿Qué tasa de interés va a pagar?

Datos:

R = \$ 680.00
C = \$ 3,500.00
n = 6
i = ?

$$3{,}500 = 680\ \frac{1 - (\ 1 + i\ )^{-6}}{i}$$

$$\frac{1-(1+i)^{-6}}{i} = \frac{3{,}500}{680} = 5.14705882$$

Como no es posible despejar la *i* , se tiene que seguir un procedimiento de aproximación para encontrar su valor. Este procedimiento consta de dos pasos:

1.- Ensayar valores en la expresión donde se encuentra la:

$$i = \frac{1-(1+i)^{-6}}{i}$$

para encontrar dos valores de ella que estén cercanos a 5.14705882, uno mayor y otro menor.

2.- Interpolar entre los dos valores encontrados en **1** para determinar el valor de *i.*

Entonces, en primer lugar se ensayan valores para: $\frac{1-(1+i)^{-6}}{i}$

Si **i = 0.05** $\frac{1-(1+i)^{-6}}{i} = \frac{1-(1.05)^{-6}}{0.05} = 5.07569207$

que es bastante cercano al valor de 5.14705882 que se busca. Se continúa ensayando valores para aproximar más:

Si **i = 0.045** $\frac{1-(1+0.045)^{-6}}{0.045} = 5.15787248$

Este es mayor que el valor que se busca; ahora uno un poco menor:

$$\text{Si } i = \mathbf{0.046} \quad \frac{1 - (1 + 0.046)^{-6}}{0.046} = 5.14127181$$

$$\text{Si } i = \mathbf{0.455} \quad \frac{1 - (1 + 0.0455)^{-6}}{0.0455} = 5.14956176$$

Ahora ya se tienen dos valores muy cercanos al valor deseado, uno mayor y otro menor. El segundo paso es interpolar entre estos dos valores para determinar en forma más exacta la tasa de interés que se necesita.

El razonamiento es el siguiente:

* Se necesita encontrar el valor de *i* que haga que $\frac{1 - (1 + i)^{-6}}{i}$ sea igual a 5.14705882, porque esta *i* es la

que hace que se cumplan las condiciones planteadas en el ejemplo y es, por lo tanto, la *i* que se busca.

* Ya se determinó en el paso anterior que:

$$\text{Si } i = \mathbf{0.0455} \quad \frac{1 - (1 + 0.0455)^{-6}}{0.0455} = 5.14956176$$

y que :

$$\text{Si } i = \mathbf{0.046} \quad \frac{1 - (1 + 0.046)^{-6}}{0.046} = 5.14127181$$

De donde se concluye que la tasa *i* que se busca está entre **0.046 y 0.0455**.

Para ilustrar el procedimiento se muestran las condiciones descritas en los párrafos a iores mediante un diagrama:

```
5.14127181                     5.14705882                     5.14956176
|------------------------------|------------------------------|
0.046                          i                              0.0455
```

Lo que se va a hacer a partir de este diagrama para encontrar un valor más preciso de *i* es plantear una proporción y, para comprender mejor lo que se hace, se repasarán las relaciones existentes entre las cantidades que aparecen en el esquema anterior:

Puede calcularse:

5.14956176 - 5.14127181 = 0.00828995 que es la **distancia total** entre estas dos cantidades;

5.14705882 - 5.14127181 = 0.00578701 que es también la **distancia** que hay entre estas dos cantidades.

y:

$$\frac{5.14705882 - 5.14127181}{5.14956176 - 5.14127181} = \frac{0.00578701}{0.00828995} = 0.69807538$$

Lo que significa que 0.00578701 (el numerador) representa aproximadamente 69.8% de la distancia total, y como esta proporción debe ser cierta también para la **distancia total** entre las tasas, entonces la tasa que se busca debe (véase el diagrama) ser igual a 0.046 menos 69.8% de la **distancia total** entre las tasas.

0.046 - 0.0455 = .005 X 0.69807538 = .00034904

Restar a 0.046

0.00034904

0.04565096

Se puede verificar que esta tasa da una mejor aproximación del factor:

$$\frac{1 - (1.04565096)^{-6}}{0.04565096} = 5.14705667$$

que es prácticamente igual al valor que se busca:

Por ello, entonces, la respuesta del ejemplo es que la persona pagará 4.57% mensual.

El procedimiento de interpolación se puede resumir de la siguiente manera:

$$\frac{5.14705882 - 5.14127181}{5.14956176 - 5.14127181} = \frac{i - 0.046}{0.0455 - 0.046} = \frac{0.00578701}{0.00828995} = \frac{i - 0.046}{-0.0005}$$

En esta expresión 0.0005 es la **distancia total** entre las tasas, y lo que se hizo entonces fu´e igualar la proporción de las distancias.

$$0.69807538 = \frac{i - 0.046}{-0.0005}$$

$$i - 0.046 = -0.0005\ (0.69807538)$$

$$i = 0.046 - 0.00034904$$

$$i = 0.04565096$$

65.- Dos almacenes, **A** y **B**, venden el mismo producto que es una lavadora, al mismo precio de $ 1,250.00

A la vende con $125 mensuales durante 12 meses, y **B**, mediante un pago de $1,800 dentro de un año. Determínese cuál es el plan más conveniente comparando las tasas anuales de las dos alternativas.

66.- ¿A qué tasa nominal convertible semestralmente se acumulan $50,000 en el momento de realizarse el último de 15 depósitos semestrales de $1,000 ?

Cálculo del valor presente.

Fórmula:

$$\mathbf{A = R\ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}}$$

Ejemplo 67.- Determínese el valor presente de 20 pagos anuales iguales de $1,500 al final de cada año, si se trabaja con una tasa de interés efectiva del 23%.