

## TEMA 2. ESFUERZO Y DEFORMACIÓN.

En este capítulo se analizarán y describirán varios conceptos y diferentes clases de criterios referentes al fracturamiento y fallamiento de las masas de roca y suelos. Donde los conceptos de esfuerzo y deformación, están intrínsecamente relacionados.

Se tratarán algunos antecedentes conceptuales de particular relevancia para entender el variado espectro de problemas que se pueden encontrar dentro del estudio de la mecánica del fracturamiento en las rocas y suelos. La mayor parte de estos antecedentes por lo general se emplean en el estudio de la hidráulica de las fracturas, modos o formas de rompimiento y propagación, factores de intensidad de esfuerzo, etc. Comenzamos definiendo los conceptos físicos fundamentales para el estudio del comportamiento mecánico de las rocas.

### 2.1.- Fuerzas.

La fuerza es una magnitud vectorial (con dirección y sentido) que tiende a producir un cambio en la dirección de un cuerpo o como modificación de su estructura interna, es decir tiende a producir una deformación.

Debido a su carácter vectorial, se puede decir que una fuerza está compuesta de varias fuerzas y se puede descomponer en ellas. Se considera la existencia de dos tipos de fuerzas principales: de cuerpo o másicas y las de superficie.

### 2.2.- Tipos de fuerzas.

Con base a su estudio las fuerzas han sido clasificadas como fuerzas de cuerpo o másicas y las fuerzas de superficie; estas últimas divididas en simples y compuestas.

**2.2.1.- Las fuerzas de cuerpo o másicas** están en relación directa con la masa del cuerpo al cual se aplican, aunque su origen puede ser debido a causas externas.

Como ejemplos de este tipo de fuerzas de cuerpo tenemos a las inducidas por la gravedad, las centrífugas y las creadas por los campos magnéticos. Para este trabajo la más importante es la de gravedad ya que afecta a suelos y rocas.

**2.2.2.- Las fuerzas de superficie** dependen siempre de causas externas al cuerpo, y no guardan relación alguna con la masa del mismo. Se llaman así porque se puede considerar que son aplicadas a una superficie de algún cuerpo, como ocurre con las fracturas originadas por eventos tectónicos; a su vez las fuerzas de superficie se dividen en simples y compuestas.

Las fuerzas simples tienden a producir movimiento y las compuestas tienden a producir distorsión (cambio de forma).

El que una fuerza o sistema de fuerzas produzcan o no deformación, dependerá de su intensidad, de las propiedades del cuerpo, del tiempo y de su situación.

Las fuerzas compuestas que consisten en dos fuerzas actuando en sentidos contrarios sobre la misma línea recta de acción se dividen en tensionales, cuando son divergentes; y compresivas o compresionales cuando convergen hacia el cuerpo.

Cuando dos fuerzas actúan en sentido contrario a lo largo de dos rectas paralelas constituyen lo que se llama un par de fuerzas. Estas fuerzas compuestas pueden ser aun más complicadas como en el caso de dos pares de fuerzas representadas esquemáticamente en la (fig.2.1), cuando se rebasa el límite plástico de los materiales rocosos se tiende a producir cizalla (torsión).

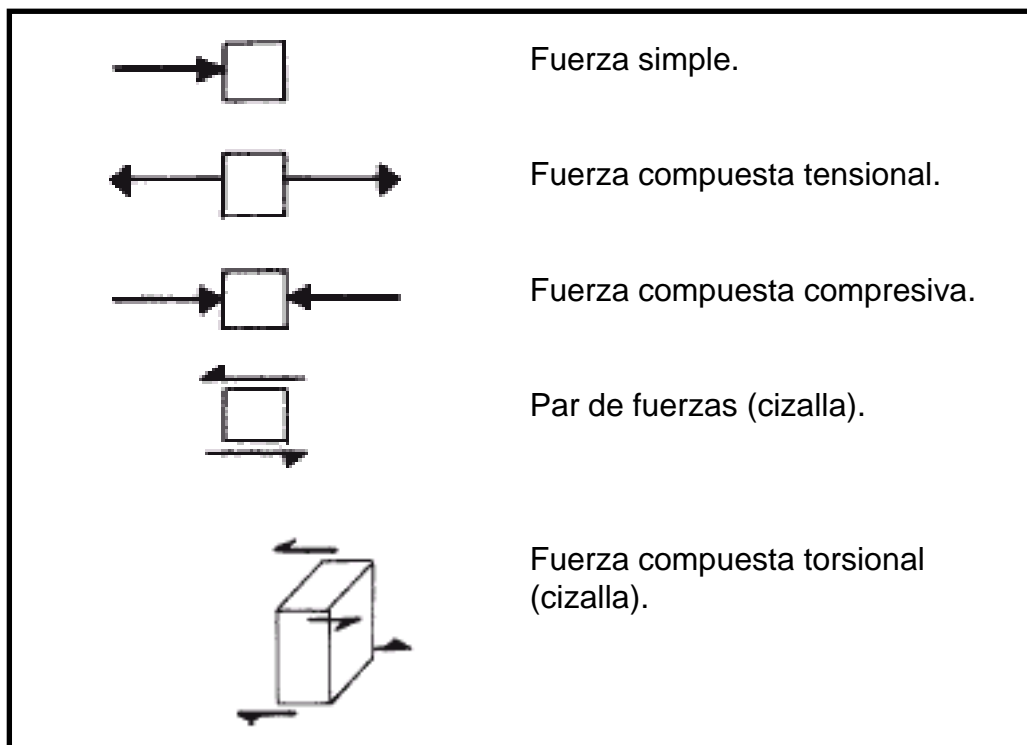


Figura 2.1.- Esquema que muestra los diferentes tipos de fuerzas de superficie (Tomado de <http://Web.usal.es/~gabi/apuntes>. Curso 2002/20003).

### 2.3.- Unidades de Fuerza.

En el sistema de unidades Inglés e internacional, la fuerza no es una unidad fundamental, la unidad fundamental es la masa (gr y Kg respectivamente). La unidad de Fuerza en cada uno de estos sistemas se define respectivamente como: la fuerza que es necesario aplicar a un cuerpo de masa con una unidad para que adquiera una aceleración igual a una unidad de longitud por cada unidad de tiempo elevada al cuadrado, por lo que, desde el punto de vista matemático la fuerza se puede expresar como:

$$F = m \cdot a, \quad \text{donde: } F = \text{fuerza, } m = \text{masa, } a = \text{aceleración.}$$

En el sistema Inglés (c g s) la unidad de fuerza es **la dina**.

$$1 \text{ dina} = 1 \text{ gr cm} / \text{s}^2$$

En el sistema internacional (S I ó M K S) la unidad de fuerza es **el newton (N)**.

$$1 \text{ N} = 1 \text{ Kg m} / \text{s}^2$$

En el **sistema técnico o terrestre**, la fuerza es una unidad fundamental a diferencia de los dos anteriores.

**1 Kilo Fuerza u Kilopondio:** Se define como la fuerza con la cual la Tierra atrae a un cuerpo cuya masa es de 1 Kgf (en el sistema internacional). La cual le haría adquirir una aceleración de  $9.81 \text{ m/s}^2$  si cayera libremente en el vacío.

La equivalencia en el sistema inglés es la siguiente: 1 Kilo Fuerza = 9.81 N. Esto es debido a que un newton es la fuerza necesaria para someter una masa a una aceleración de  $9.81 \text{ m/s}^2$ . La masa es una unidad secundaria en el sistema técnico.

## 2.4.- Esfuerzo.

Se define como la fuerza por unidad de superficie que soporta ó se aplica sobre un cuerpo, es decir es la relación entre la fuerza aplicada y la superficie en la cual se aplica.

Una fuerza aplicada a un cuerpo no genera el mismo esfuerzo sobre cada una de las superficies del cuerpo, pues al variar la superficie varía la relación fuerza / superficie, lo que comprende el esfuerzo.

**2.4.1.- Unidades de Esfuerzo.** Las unidades de esfuerzo se definen como la unidad de fuerza en cada sistema dividida por la unidad de superficie.

En el sistema inglés se utiliza el baria como unidad para expresar la magnitud del esfuerzo

$$1 \text{ baria} = 1 \text{ dina} / \text{cm}^2.$$

Esta unidad representa un esfuerzo demasiado pequeño para ser utilizado en geología, por lo que se usan generalmente múltiplos denominados bar y Kilobar.

$$1 \text{ bar} = 10^6 \text{ barias}$$

$$1 \text{ Kbar} = 10^3 \text{ bars} = 10^9 \text{ barias.}$$

En el sistema internacional, la unidad fundamental es el Pascal (Pa):

$$1 \text{ pascal} = 1 \text{ newton} / \text{m}^2.$$

Esta unidad también es demasiado pequeña por lo que generalmente se utilizan sus múltiplos megapascal y gigapascal:

$$1 \text{ Mpa} = 10^6 \text{ Pa.}$$

$$1 \text{ Gpa} = 10^9 \text{ Pa.}$$

Calculando: 1 Pa = 10 barias, 1 Mpa = 10 bars, y 1 Gpa = 10 Kbars.

Una unidad de esfuerzo utilizada comúnmente es la Atmósfera, que se define como el esfuerzo ejercido sobre su base por una columna de mercurio a 76 cm de altura, que equivale a 1.033 kilos fuerza por cada centímetro cuadrado.

$$1 \text{ Atm} = 1.033 \text{ kilos fuerza / cm}^2.$$

Corresponde aproximadamente a la presión media sobre el nivel del mar, su equivalencia es la siguiente: 1 Atm = 1.0337 Barias. Que son aproximadamente a 0.1 Mpa.

**2.4.2.- Tipos de esfuerzo.** En geología nos interesan los esfuerzos que se aplican a las rocas, como por ejemplo las que se asocian a las fuerzas de gravedad y los que son causados por fuerzas independientes a la masa del cuerpo en cuestión, es decir, fuerzas de superficie, como las que se originan por actividad tectónica.

La gravedad crea el esfuerzo llamado presión litostática. Que es el esfuerzo que sufre determinado punto en el subsuelo debido al peso de las rocas que le sobreyacen, de tal modo, que solo tiene una componente vertical.

En comparación con la presión hidrostática en los líquidos, la cual es igual al esfuerzo creado por la columna de líquido que hay encima de un punto del mismo; esta presión hidrostática se manifiesta con igual intensidad en todas las direcciones, bajo estas condiciones se genera el fenómeno de compresión global. La presión litostática (P) se calcula mediante la fórmula:

$$P = \rho g z$$

Donde ( $\rho$ ) es la densidad media de las rocas que se encuentran por encima del punto, ( $g$ ) el valor de la aceleración de la gravedad y ( $z$ ) la profundidad. En la figura 2.2, se ilustra la variación geométrica de los componentes de la fuerza al ser aplicada sobre alguna superficie inclinada.

De la figura 2.2, se deduce que una fuerza de superficie (F), actuando sobre diferentes planos crea diferentes esfuerzos. El esfuerzo que esa fuerza produce sobre la superficie (S) perpendicular a ella, es ( $E_s$ ) y el producido sobre otra superficie ( $S''$ ) que forma con la fuerza un ángulo ( $\theta$ ) es ( $E_{s''}$ ), dado que el esfuerzo es la relación entre la fuerza y la superficie sobre la que actúa,

$E_s = F / S$ . La fuerza F puede expresarse en función del esfuerzo que actúa sobre S; expresándose como:  $F = E_s \cdot S$ .

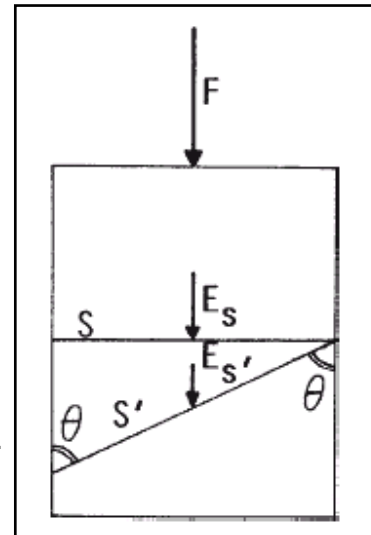


Fig. 2.2.- Esfuerzo que actúa sobre una superficie inclinada. (Tomado de <http://Web.usal.es/-gabi/apuntescurso>, 2002/2003).

El esfuerzo que actúa sobre  $S''$ , puede ahora, expresarse en función del que actúa sobre  $S$ , por lo que se puede expresar como:

$E_{s''} = E_s \cdot S / S''$  pero dado que:  $\text{sen } \theta = S / S''$  puede escribirse que:

$$E_{s''} = E_s \text{ sen } \theta. \quad (2.2)$$

Obsérvese que  $F$  es máximo cuando  $\theta = 90^\circ$  y nulo cuando  $\theta = 0^\circ$ .

**2.4.3.- Componentes del esfuerzo.** Los esfuerzos originados por fuerzas de superficie son también magnitudes de tipo vectorial que se pueden descomponer y componerse como tales. En el caso general, un vector esfuerzo que actúa sobre un plano lo hace en forma oblicua a él. Un esfuerzo que actúe perpendicularmente a un plano se denomina esfuerzo normal, y uno que actúe paralelamente a un plano se denomina esfuerzo de cizalla.

Un vector de esfuerzo oblicuo "n" puede descomponerse en uno perpendicular al plano y otro paralelo a él (Fig. 2.3). Esta descomposición da lugar a las componentes del esfuerzo que se llaman, respectivamente normales y de cizalla, denotándose con las letras griegas sigma ( $\sigma$ ) y tau ( $\tau$ ) Respectivamente.

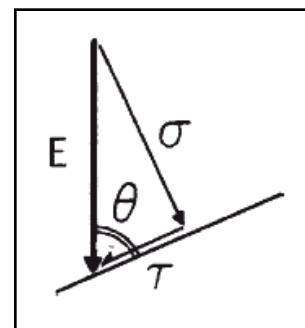


Fig. 2.3.- Esquema en el que se indican los componentes del esfuerzo (Tomada de <http://Web.usal.es/-gabi/apuntescurso>, 2002/2003).

El esfuerzo normal ( $\sigma_n$ ) es el que tiende a comprimir o separar (según sea compresivo o tensional), las dos partes del cuerpo que quedan a ambos lados del plano sobre el que actúa. En cambio con el esfuerzo de cizalla, tiende a romper el cuerpo por ese plano, y a desplazar las dos mitades del cuerpo uno

junto a la otra. Las componentes de un esfuerzo ( $E$ ) que actúa sobre un plano con el que forma un ángulo, son:

$$\sigma = \text{sen } \theta \quad \text{y} \quad \tau = \text{cos } \theta$$

En el caso de la Fig. 2.2. El esfuerzo ( $E_s$ ) que actúa sobre la superficie ( $S$ ) solo tiene componente normal.

$$\sigma = E_s, \quad \text{y} \quad \tau = 0$$

#### 2.4.4.- Estado de esfuerzo, el tensor de esfuerzo y el elipsoide de esfuerzo.

Se define como estado de esfuerzo al conjunto de los infinitos vectores esfuerzo que actúan sobre los infinitos planos que pasan por un punto en un instante dado. Esto no es ya una magnitud vectorial, sino una cantidad física compuesta de una infinidad de vectores y se denominan tensor de segundo orden.

Los tensores son cantidades físicas que expresan diferentes cosas. Los tensores de orden cero, representan escalares. Los de primer orden representan vectores en el espacio. Donde el módulo expresa la intensidad y dos argumentos ó ángulos que forma con dos de los ejes coordenados en el espacio. Los tensores de segundo orden generalmente representan infinitos vectores y expresan una propiedad que permite establecer una relación entre dos vectores. Normalmente, un tensor de segundo orden necesita de 9 cantidades o componentes para ser definido. Para definir espacialmente al tensor de esfuerzo se eligen los tres planos perpendiculares a cada uno de los tres ejes cartesianos de coordenadas, y se escogen en cada plano tres componentes del vector esfuerzo que actúa sobre él: la componente normal y dos componentes de cizalla que actúan según las direcciones paralelas a los ejes de coordenadas paralelas al plano (Fig. 2.4).

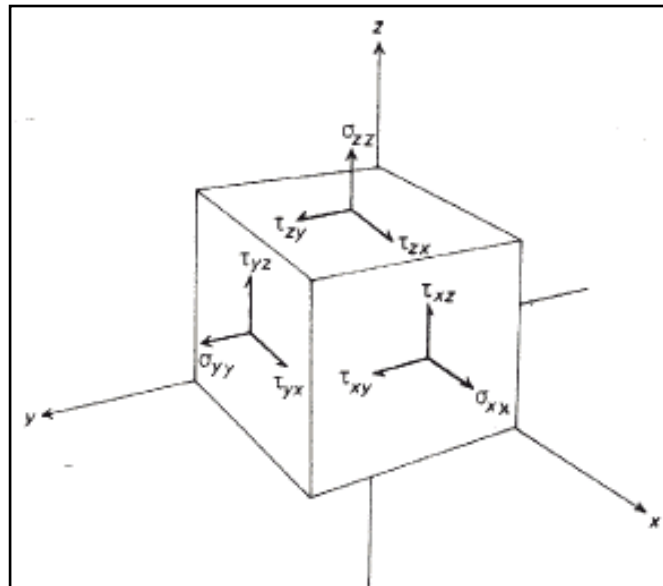


Fig. 2.4.- Las nueve componentes de un estado de esfuerzo (Tomado de Ramsay, J. G. 1977).

Las componentes se denotan como  $(a_{ij})$ , donde (i) es el eje de coordenadas al cual es perpendicular al plano en cuestión, y (j) es el eje al cual es paralela la componente. El tensor de esfuerzos se expresa entonces como:

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix}, \quad \text{ó bien} \quad \sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$

Para las componentes de cizalla; aquellas en las que (i) es distinto de (j) se denotan a menudo con la letra ( $\tau$ ). Las componentes se expresan solo por su intensidad, ya que en el Elipsoide de esfuerzos las orientaciones son fijas y cada una es paralela a los esfuerzos principales y cada uno de estos, es perpendicular entre sí. Y las direcciones que estos poseen son las direcciones principales.

Los valores mayor, intermedio y menor de esfuerzo, son representados en la (fig. 2.5), por: los ejes  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$ , respectivamente.

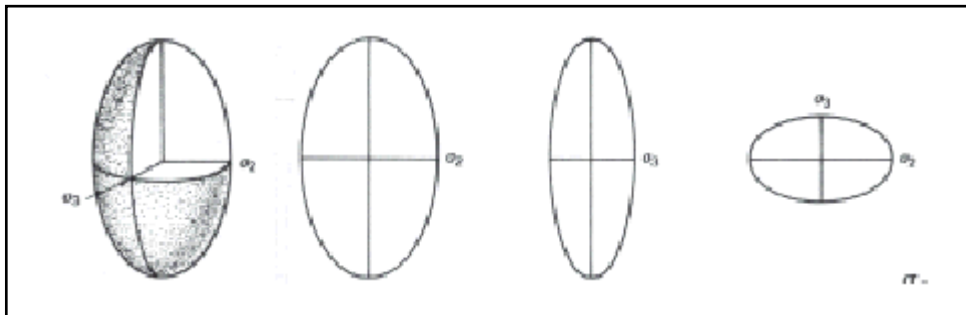


Fig. 2.5.- Un Elipsoide de esfuerzo triaxial y sus planos principales (Tomado de Ramsay, J. G. 1977).

Los planos principales son perpendiculares entre si y contienen a los ejes del elipsoide por donde actúan los esfuerzos principales. En estos planos nunca suceden esfuerzos de cizalla. Si hacemos los ejes coordenados paralelos a los ejes del elipsoide el tensor de esfuerzos se reduce a:

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix}$$

Pues las componentes de cizalla son cero en este caso. La magnitud y orientación de los esfuerzos principales caracterizan completamente el estado de esfuerzo.

**2.4.5.- Clases de estados de esfuerzo.** Los estados de esfuerzo se clasifican en: uniaxial, biaxial y triaxial, en función de que dos, uno ó ninguno de los esfuerzos principales sea cero.

**2.4.5.1.- Estado de esfuerzos uniaxial.-** Sólo existe un esfuerzo principal. La figura geométrica que lo representa es un par de flechas de igual magnitud y sentidos opuestos.

**2.4.5.2.- Estado de esfuerzos biaxial.-** Sólo existen dos esfuerzos principales, por ejemplo  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ . La figura que los representa en este caso es, en el caso general una elipse, formada por las puntas de todos los vectores, si éstos son tensionales, ó por el extremo de las colas si estos son compresivos (Fig.2.6).

Si  $\sigma_1 = \sigma_2$ , la figura es una circunferencia, si  $\sigma_1$  es compresivo y  $\sigma_2$  tensional, entonces la figura que une las puntas ó las colas, no es una elipse y no puede hablarse de elipse de esfuerzos en este caso.

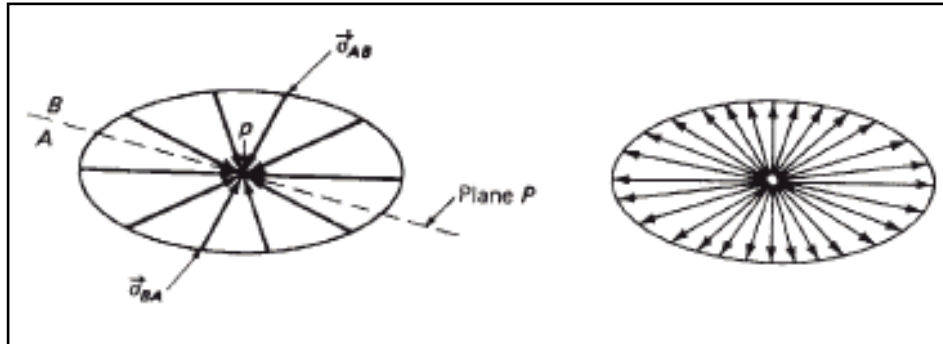


Fig. 2..6.- Elipses de esfuerzos en dos dimensiones, generados por las puntas o colas de vectores que actúan sobre los infinitos planos que pasan por un punto en un instante dado (Tomado de: Ramsay, J.G. 1977).

**2.4.5.3.- Estado de Esfuerzos Triaxial.-** Existen tres esfuerzos principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  diferentes de cero. La figura que representa en este caso particular es un elipsoide, salvo que  $\sigma_1$  sea compresivo y  $\sigma_2$  tensional, en cuyo caso no puede hablarse de elipsoide de esfuerzo, aunque sí de estado y de tensor de esfuerzos.

Los esfuerzos triaxiales son los comunes en la naturaleza y se subdividen en poliaxiales, axiales e hidrostáticos.

**2.4.5.4.- Estado de Esfuerzo Poliaxial.-**  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ . Los tres esfuerzos principales son diferentes y la figura que lo representa es un elipsoide de tres ejes (fig. 2.5).

**2.4.5.5.- Estado de Esfuerzo Axial.-**  $\sigma_1 = \sigma_2$ , ó bien  $\sigma_2 = \sigma_3$ , dos de los esfuerzos principales son iguales y la figura que lo representa es un elipsoide de revolución, cuya superficie es generada girando una elipse al rededor de sus ejes, en este caso hay infinitos planos principales: el perpendicular al eje de evolución y todos los que lo contienen.

**2.4.5.6.- Estado de Esfuerzo Hidrostático.-**  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ , los tres esfuerzos principales son iguales y la figura que lo representa es una superficie esférica. Este estado se da en fluidos en reposo, no hay ningún plano sometido a esfuerzos de cizalla, ya que los fluidos oponen poca resistencia a los esfuerzos. Para entender los procesos naturales de deformación y transformación que sufren los materiales sedimentarios después de ser depositados en depresiones de la corteza terrestre, ya sea en el fondo marino, lechos de lagos, lagunas, ríos, deltas, pantanos, bordes de los continentes etc. Los cuales al ser depositados y sepultados sucesivamente por materiales de igual ó diferente



naturaleza, ya sean clásticos, carbonatados o una alternancia de ambos, van experimentando cambios debidos a la presión litostática, y a otros procesos geológicos, por ejemplo los diagenéticos y el microfracturamiento.

En ocasiones, dentro de estas secuencias de depósitos se encuentra intercalada la materia orgánica constituida principalmente por restos de plantas y organismos, que posteriormente de ser sepultados junto con los sedimentos sufren procesos de transformación o diagénéticos, que resultan claves en la generación de los hidrocarburos, en donde la presión y la temperatura son factores importantes a considerar.

**2.4.6.- Origen de los esfuerzos.** Para entender el desarrollo de las estructuras geológicas como las fracturas, es necesario tomar en cuenta varios aspectos, comenzando con la idea que tanto el interior como en el exterior del planeta, los materiales pétreos se encuentran sujetos a una continua dinámica o movimiento debido a muchos factores, dentro de los cuales podríamos mencionar:

Que la Tierra dentro del Sistema Planetario Solar sufre los efectos físicos naturales (fuerzas gravitatorias, de radiación, centrífugas, de impacto o colisión, magnéticas, etc.), fuerzas que se producen y afectan a los planetas dentro de sus respectivas trayectorias u orbitas. Estas fuerzas se manifiestan con la intensidad de la luz solar, la atracción de la gravedad, el efecto de las mareas, el impacto de meteoritos etc.

En el análisis de las fuerzas se debe tomar en cuenta que al inicio, en el origen del planeta, este pudo haber empezado siendo una masa de materia heterogénea y no diferenciada, la cual ha estado evolucionando y transformándose, siendo evidente que actualmente la Tierra posee una dinámica muy activa tanto en las capas internas como externas. Lo que trae como consecuencia la deformación constante de los materiales de la corteza terrestre, provocada por los mecanismos de movimiento de las placas tectónicas, asociado a las corrientes de convección del magma en el manto superior que provocan la expansión del piso oceánico con la consecuente subducción y choque entre placas, en otros sitios; esta dinámica provoca el vulcanismo, la sismicidad, el levantamiento de cordilleras, el movimiento de los continentes, los ajustes corticales por Isostasia. etc.

La composición y diferenciación o disposición de los elementos minerales que constituyen el planeta, dentro de los cuales contamos con los que poseen densidades mayores y que por acción de la gravedad son atraídos al centro del planeta y los de inestabilidad nuclear o radiactivos, son generadores de la energía que mantiene las elevadas temperaturas en el interior del planeta y por consiguiente la permanencia del estado líquido o plástico en los materiales de algunas capas del subsuelo, como se muestra esquemáticamente en la figura 2.7.

Debido a los efectos generados por las fuerzas centrífugas naturales que han sido desarrolladas por el movimiento de la masa de la Tierra sobre sus trayectorias de traslación y rotación, se facilitó el desarrollo de la atracción molecular entre los elementos de la masa del protoplaneta, provocando que esta materia se fuera homogeneizando hasta llegar a cierto grado de equilibrio, donde

los elementos componentes actualmente han llegado a tener una marcada diferenciación.

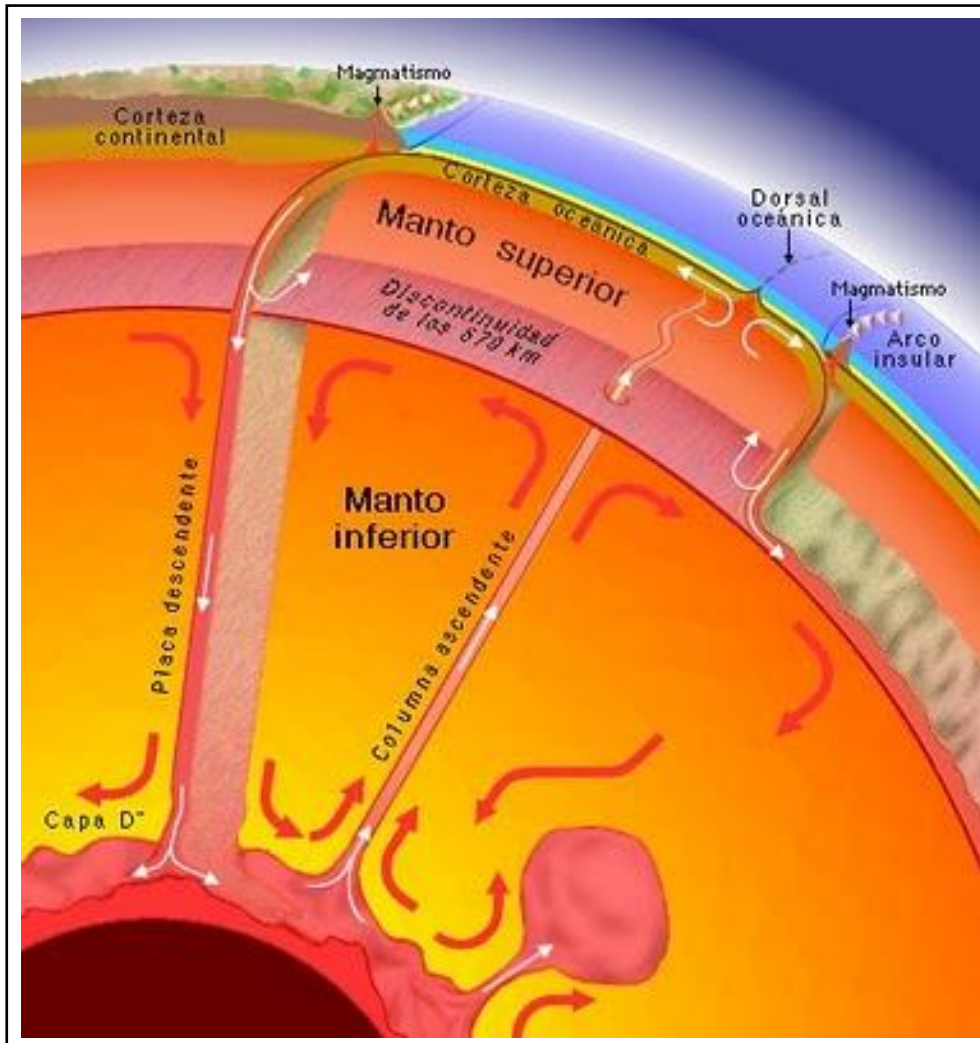


Figura .2.7.- Esquema de las capas concéntricas del interior de la Tierra. Estas se presentan en varios estados físicos que van desde sólido, líquido y gas. Incluyendo los núcleos, los mantos, las cortezas oceánica, y continental, la capa líquida (mares, lagos, ríos) (Tomado de <http://www.iviciclouniversitario.blogspot.com> 2004).

Basándose en estudios geofísicos se ha deducido cual es la distribución de los elementos y minerales en el interior del planeta, los cuales configuran su estructura interna, en donde los minerales más pesados de naturaleza férrica se acomodaron al centro o núcleo y subsecuentemente se dispusieron capas concéntricas de minerales más ligeros hacia la superficie del planeta, contando a las capas externas, la hidrosfera y la atmósfera, donde las fuerzas de atracción causadas por el campo gravitatorio del planeta se disipan. El campo es generado por la naturaleza electromagnética de los minerales férricos que en su mayoría componen los núcleos de la masa terrestre.

En la tabla 2.1 se muestran los espesores promedio y los estados físicos de las principales capas internas de la Tierra.

Tabla. 2.1.- Profundidad y estado físico de las capas internas de la Tierra (Tomado de <http://www.earth-pages.com>. 2004).

Capa interna	Espesor aproximado	Estado físico
Corteza	7-70 km	Sólido
Manto superior	650-670 km	Plástico
Manto inferior	2.230 km	Sólido
Núcleo externo	2.220 km	Líquido
Núcleo interno	1250 km	Sólido

Es importante considerar la relativa juventud del planeta en términos geológicos,  $\pm 4500$  Ma, de edad obtenida de fechamientos realizados en rocas crónicas de diferentes regiones del mundo. Quizá esta juventud geológica sea una razón por la cual aun continúan los procesos magmáticos en el interior del planeta.

La generación de reacciones nucleares, es otro factor considerable por el cual se mantienen aun calientes y en estado fluido las capas del interior del planeta. Se ha deducido que entre estas capas fluidas es muy probable que se genere un efecto de transferencia de calor en los magmas del manto superior, formando lo que se conoce como corrientes de convección del magma, lo cual se considera como la causa generadora de la expansión del fondo oceánico, de la actividad magmática, sísmica y volcánica.

Sobre el manto superior descansa la corteza terrestre, la cual se puede dividir en las denominadas cortezas continental y oceánica, las cuales a su vez están segmentadas en placas, las cuales incluyen parte del manto superior. Estas placas se encuentran en movimiento, generado en los límites divergentes por los procesos de creación, expansión y subducción del fondo oceánico, siendo producidos estos por los movimientos de convección en el manto superior, lo cual genera una expansión aproximada del fondo oceánico de unos 4 a 5 cm al año (figura 2.8).

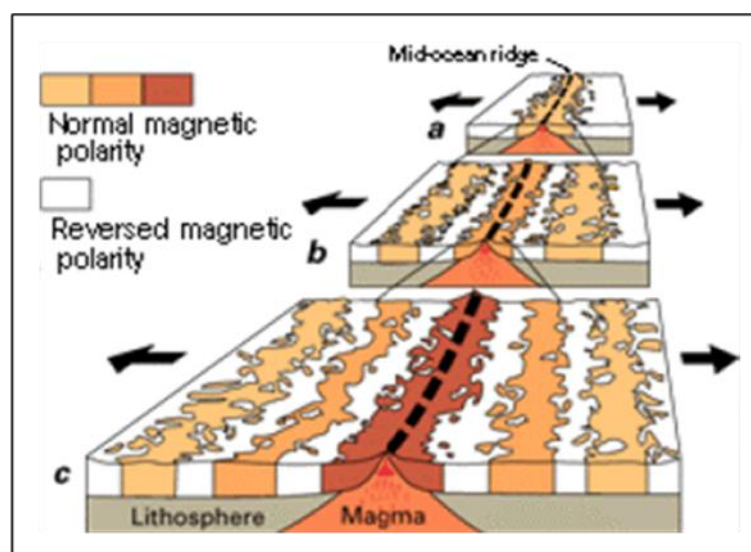


Fig.2.8.- Esquema del proceso de expansión del fondo oceánico de unos 4 a 5 cm al año, mostrando los cambios en la polaridad magnética (Tomado de Spalletti 2006).

Esta dinámica terrestre tiene por resultado la colisión entre placas en los límites convergentes, que tomando en cuenta la diferencia de densidades entre ellas y

sabiendo que las placas oceánicas son más densas que las continentales al chocar entre ellas, estas generan variados tipos de patrones de plegamiento, fracturamiento y fallamiento. Cuando chocan placas de igual densidad en el caso de las continentales se generan levantamientos de cordilleras tipo Himalayas, y cuando una placa oceánica subduce a una continental o a otra oceánica se generan arcos volcánicos. La figura 2.9, ejemplifica esquemáticamente las principales características de los límites convergentes de placas.

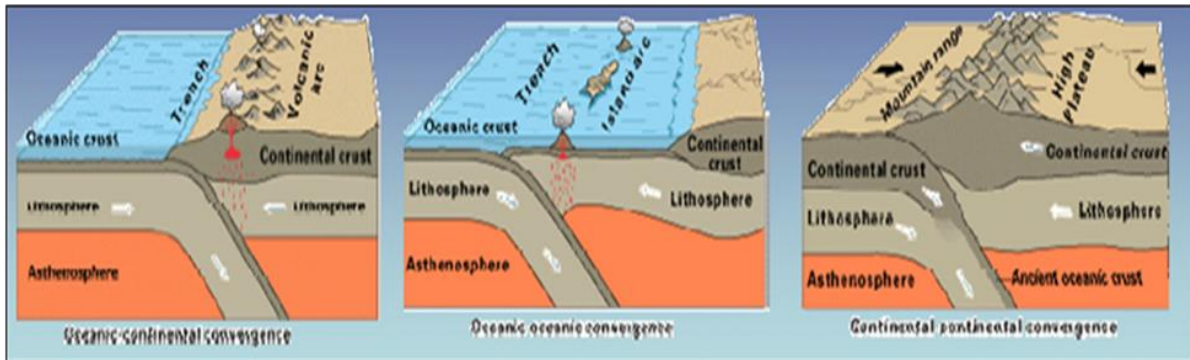


Fig.2.9.- Esquema que muestra las regiones convergentes de la corteza terrestre a la izq. Placa oceánica contra continental, al centro placa oceánica contra oceánica y a la derecha placa continental contra continental (Tomado de Spalletti 2006).

Donde existen procesos de subducción o acreción, se desarrollan procesos de intrusión, vulcanismo y levantamientos de cordilleras tipo Andino. Este conjunto de fenómenos involucra procesos de deformación de las rocas, lo cual da lugar al proceso de orogénesis, que significa literalmente creación del relieve.

## 2.5.- Causas del fracturamiento en las rocas y suelos.

Tomando en cuenta los procesos mencionados anteriormente, podemos dar paso a deducir las razones por las cuales se genera el fracturamiento y fallamiento en las rocas; siendo principalmente las siguientes:

- + Tectonismo es la principal causa de plegamiento, fracturamiento y fallamiento.
- + Cuando existe una profunda erosión de la sobrecarga en una secuencia de depósitos sedimentarios que estuvieron profundamente sepultados, esto origina que las unidades expuestas se expandan, y se levanten, fracturándose a lo largo de los planos de debilidad.
- + Contracción del volumen. En el caso de las rocas sedimentarias, principalmente se desarrolla en limos, arcillas y arenas finas que al perder agua en condiciones de desecación desarrollan grietas de desecación. Otro caso de pérdida de volumen que causa fracturamiento cuando las rocas ígneas sufren un proceso de rápido enfriamiento.
- + Por la liberación de la presión del fluido, el cual ocurre cuando la presión del fluido del poro se acerca a la presión litostática, siendo el caso de un estrato sedimentario geopresurizado.

- + Colapso por paleocarstificación y disolución en rocas carbonatadas.
- + El impacto por meteorito puede dejar un receptáculo complejo y extensamente brechado y fracturado, en la superficie terrestre.
- + En zonas urbanas desplantadas sobre suelos blandos compresibles, debido a la acción antropogénica (fugas de agua, incrementos en la carga estática y dinámica en el suelo, extracción de agua, etc.), se desarrollan desajustes en la estabilidad de los suelos lo cual se manifiesta con hundimiento y agrietamiento de estos, y los cuales están controlados mayormente por las irregularidades del subsuelo, tanto paleotopográficas como estratigráficas.

## **2.6.- Factores que permiten determinar las propiedades mecánicas del fracturamiento.**

Las principales características o condiciones, de los materiales y el medio ambiente donde se originan o se integran, se comentan a continuación.

Las propiedades Intrínsecas, que incluyen la composición, estructura de la roca, tamaño del grano, cantidad de matriz, porosidad y permeabilidad de la matriz, espesor del cuerpo y discontinuidades previas.

Las propiedades ambientales, que incluyen la presión efectiva, la diferencia entre las presiones confinante y del fluido de poro, tiempo (velocidad de deformación), la tensión diferencial y la composición del fluido de poro.

Las propiedades mecánicas que están determinadas por la interacción de las propiedades intrínsecas de la roca y de las condiciones ambientales que les afectan. Estas determinan los factores de plasticidad y rigidez propias de cada tipo de roca.

**2.6.1.- Propiedades intrínsecas.** El efecto que ejerce la composición mineral en la estructura de la roca es determinante, pues dependiendo de la rigidez o debilidad con que estén adheridos los componentes, se manifestara el grado de fracturamiento de estas. Esto también se relaciona con la isotropía o anisotropía de la composición del material.

Los parámetros geológicos que influyen sobre la intensidad del fracturamiento muestran cuan eficiente se encuentran las fracturas dentro del área de un yacimiento, su valor es de gran importancia porque a mayor cantidad de fracturas o intensidad de fracturamiento, es mayor el área de matriz que está expuesta o en contacto con las fracturas, lo cual es muy importante para una buena ubicación de los pozos al perforar a lo largo del yacimiento. Al aumentar la intensidad de fracturamiento los bloques de la matriz se van haciendo cada vez más pequeños lo que asegura que el hidrocarburo alojado en ellos, se conducirá más fácilmente a las fracturas y a través de ellas a los pozos productores. Esto resulta así porque, en este tipo de yacimientos naturalmente fracturados la permeabilidad de la matriz es baja y es más rápido desalojar el fluido de un bloque pequeño que de uno grande.



**La Composición.** Las rocas están compuestas por distintos minerales, unos más dúctiles que otros. Si una roca es sometida a un estado de esfuerzos y está compuesta por materiales más quebradizos, esta desarrollará una mayor cantidad de fracturas las cuales están más cercanas entre sí, en comparación a una dúctil sometida al mismo régimen de esfuerzos.

Varios autores, entre ellos Stearms y Friedman 1972, Currie 1974; han coincidido en considerar las relaciones entre el espaciamiento de las fracturas, la densidad y la litología. Esta observación característicamente está relacionada con la intensidad de la fuerza y la ductilidad propia de la roca (figura 2.10). En general las rocas cuando contienen un alto porcentaje de minerales o constituyentes frágiles y de granulometría fina, podrá tener un espaciamiento muy próximo de las fracturas, e inversamente si su contenido es bajo, el espaciamiento será más distante. Esto considerando condiciones ambientales y de esfuerzo semejantes (Nelson 2001).

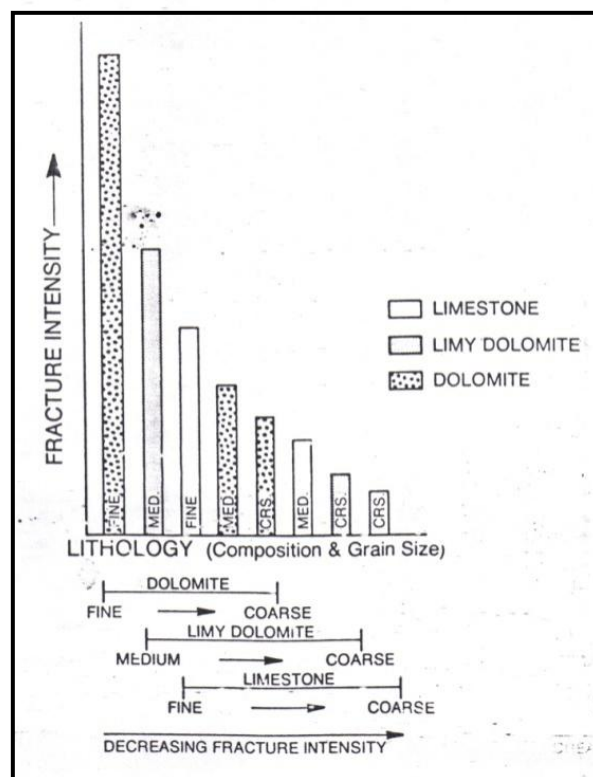


Fig. 2.10.- Histograma que muestra la intensidad relativa de fracturas tectónicas, en función de la litología (Composición mineral y tamaño de grano) (Tomado de Nelson 2001, adaptado de Sinclair 1980).

**La Porosidad.** El porcentaje de porosidad es inversamente proporcional a la intensidad de fracturamiento, es decir, una roca con una baja porosidad va a estar más fracturada (las fracturas más cercanas unas de otras) que otra en el mismo ambiente de esfuerzos con una porosidad mayor.

**Tamaño de Grano.** Cuando se está en presencia de rocas terrígenas bien seleccionadas, las resistencias de esas rocas a la tensión y compresión aumenta notablemente, lo cual como es de esperarse, aumentara la intensidad de fracturamiento.

**Espesor de La Capa y posición estructural.** Si se consideran en iguales condiciones los parámetros anteriores y solo se varía el espesor de la capa en estudio, se llega apreciar que las capas más delgadas presentan una intensidad de microfracturamiento mucho mayor que la más gruesas.

Algunos sistemas de fracturas pueden ser debidos a fuerzas que actúan sobre sectores específicos de la formación como sería el caso de los pliegues y fallas, por lo cual la consideración de la posición estructural inicial y final de las formaciones es importante en deducción de los lugares con mayor ocurrencia de fracturamiento. En el caso de las fallas, lo que sucede con más frecuencia, es que en sus cercanías se encuentran la mayor cantidad de fracturas, mientras que los sistemas con esfuerzos regionales por lo general desarrollan fracturas en todas las secuencias a nivel de una cuenca.

Un factor que influye en la localización de fracturas es la diagénesis, proceso que puede afectar preferencialmente a algunos sectores de una formación con respecto a otros, es causa de reducción de volumen y de la ductilidad de las calizas, lo que predispone al fracturamiento ante un cambio en el estado de esfuerzos al cual se somete la formación. Por lo tanto, la ubicación de los pozos para explotar yacimientos petroleros debe hacerse de forma cuidadosa, prestando atención a la historia de diagénesis y estructural, la cual puede proveer información sobre los sitios en los cuales se encuentra la mayor densidad de fracturas.

**Cuando la roca es isotrópica**, puede ser competente y tener la capacidad de absorber esfuerzos sin deformarse y por consiguiente es rígida.

**Cuando la roca es anisotrópica**, hay que relacionar lo contrario pues hay deformación, expresando su plasticidad y la heterogeneidad de sus constituyentes.

Por otro lado se ha constatado que existe un incremento del fracturamiento con el aumento de la rigidez de la roca, y que el tamaño de grano condiciona la abundancia de la fracturas (Sinclair, 1980); entre menor es el tamaño del grano, mayor es el fracturamiento, principalmente en rocas carbonatadas.

También, cuando la porosidad de matriz y la permeabilidad de la matriz decrecen, la intensidad del fracturamiento, se incrementa. En cuanto al espesor del cuerpo se ha documentado por McQuillan, 1980, que en rocas carbonatadas de espesores delgados, se presentan fracturas con espaciamentos muy cercanos, lo cual también está documentado por los investigaciones de Narr y Lerche, 1984.

Las investigaciones indican que el espaciamiento de las fracturas comúnmente es observado como función lineal del espesor del cuerpo fracturado.

**2.6.2.- Propiedades ambientales.** La diferencia entre las presiones confinantes y del fluido de poro, juega un papel muy importante en la generación de fracturas. Robertson, (1955) y R. Aguilera, (1995); estos autores consideran que:

- La fortaleza de las rocas se incrementa con el aumento de la presión neta confinante el punto donde las rocas podrían fracturarse más fácilmente es cerca de la superficie puesto que a grandes profundidades se comportan mas plásticamente, por lo que se facilita la deformación dúctil.

- El efecto de la temperatura radica en que con su incremento, hay un aumento en la plasticidad de la roca y con su disminución, la roca se torna más rígida. A su vez la temperatura se incrementa con la profundidad por el gradiente térmico terrestre.
- El efecto del contenido de fluido en la roca se ejemplifica en el caso de las arcillas, que estando secas se comportan en forma rígida pero mojadas se comportan plásticamente. Por analogía la humedad disminuye la rigidez de las rocas y aumenta su plasticidad. La presencia de fluidos como el incremento de la temperatura aumenta el campo de deformación reduciendo la respuesta elástica y desplazando el límite de rompimiento para esfuerzos cada vez mayores.
- El tiempo de actuación de las fuerzas. Para este factor se asocia la velocidad de deformación de las rocas; por ejemplo, si la velocidad de deformación es alta, nos indica que el tiempo será breve y el material responderá con rigidez; en el caso contrario sí la deformación se desarrolla a una velocidad lenta y durante más tiempo responderá más plásticamente. Debe tomarse en cuenta que la unidad de tiempo geológico es el millón de años.

## **2.7.- Mecanismos de deformación de las rocas.**

Como se ha mencionado anteriormente, diversos son los factores en la dinámica del planeta que generan fuerzas, las cuales producen los esfuerzos y en consecuencia la deformación de los materiales terrestres. Ahora, considerando los efectos de estas fuerzas directamente en las estructuras internas de los materiales pétreos consolidados y conforme a lo que se ha observado y experimentado, se han podido determinar las diferentes formas de deformación intrínseca de las rocas (Nelson., 2001), las cuales están representadas por:

**2.7.1.- Movimientos Íntergranulares.** Los desplazamientos entre granos minerales son función del tamaño de los granos, de su forma cristalina y de su grado de consolidación y cementación.

**2.7.2.- Movimientos intragranulares.** Se asocian a la deformación interna de la red cristalina, con las que se desarrollan microfracturas a favor de las cuales se produce el desplazamiento de las caras contiguas de las estructuras cristalinas en los minerales.

**2.7.3.- Disolución y recristalización.** Fenómeno debido a la presión y temperaturas elevadas a las cuales se someten los minerales componentes de las rocas, estos se disuelven en una solución fluida, la cual al enfriarse recristaliza con la misma estructura cristalina.

**2.7.4.- Deformación elástica.** Es la que se da en la profundidad en el subsuelo como producto de las ondas sísmicas y de marea, en la cual el material recupera la forma después del efecto.



**2.7.5.- Deformación plástica.** Son los pliegues producidos en las rocas que han sido sometidos a esfuerzos más allá de la zona elástica y antes del límite plástico.

**2.7.6.- Ruptura.** Generación de fallas y diaclasas (fracturas), cuando los esfuerzos en el material superan el límite plástico.

## **2.8.- Principios de la mecánica del fracturamiento.**

Este subtema tiene un enfoque cualitativo en relación a los tópicos más importantes en el estudio de la mecánica de las fracturas, por lo que se apoyan en los conceptos matemáticos sobre el esfuerzo, deformación y su interrelación; se toman en cuenta los conceptos de Fung, 1969; Means, 1976 y Nelson, 2001.

**2.8.1.- Conceptos de esfuerzo y deformación.** Los conceptos de esfuerzo y deformación en su forma simple involucran una abstracción matemática para explicar la interacción entre una parte de un cuerpo de material continuo y otra; esta abstracción involucra a los conceptos de escalar y vector, a partir de los cuales se determina el concepto de tensor. El cual ejemplificaremos tomando en cuenta, que las cantidades escalares implican una magnitud, por ejemplo la temperatura, que es tomada como un tensor de "rank" cero.

Las magnitudes vectoriales que tienen magnitud y dirección de acción, como la velocidad, son consideradas como tensores de "rank" 1. En tanto los vectores que pueden referir el trazado de un punto en el espacio matemáticamente, son los tensores de "rank" 2.

El estado de esfuerzo, es una forma simplificada de describir el infinito arreglo de fuerzas vectoriales, con respecto a un punto infinitesimal dentro de un cuerpo. Esta descripción matemática del arreglo de vectores, requiere de la definición de solo 9 componentes vectoriales del infinito arreglo en orden para definir todos los restantes.

Para lograr el equilibrio de las 9 componentes vectoriales que se necesitan para definir el estado de esfuerzo, se reduce a 6, de esos 6, 3 son definidos como las componentes normales del esfuerzo ( $\sigma$ ) y 3 son definidos como componentes del esfuerzo de cizalla ( $\tau$ ).

En una particular estructura de referencia, los esfuerzos normales pueden tomarse como los esfuerzos principales normales ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ , como los componentes máximo, intermedio y mínimo); por lo que se reduce al tensor en tres componentes.

El estado de deformación utiliza un tratamiento similar utilizando un tensor de Rank 2, para definir el infinito arreglo de vectores de desplazamiento con respecto a un punto infinitesimal dentro de un cuerpo deformado; las generalidades para el tensor de esfuerzo ( $\sigma_{ij}$ ) que son similares para el tensor de deformación ( $\epsilon_{ij}$ ) (Nelson, 2001) y son las siguientes:

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \sigma_{33} \end{vmatrix} \quad \text{en general.}$$

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \text{----} & \sigma_{22} & \tau_{23} \\ \text{----} & \text{----} & \sigma_{33} \end{vmatrix} \quad \text{donde:} \quad \begin{aligned} \tau_{12} &= \tau_{21} \\ \tau_{13} &= \tau_{31} \\ \tau_{23} &= \tau_{32} \end{aligned}$$

Para el equilibrio, donde los ejes coordenados son los ejes principales y las mismas componentes son los esfuerzos principales.

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix}$$

Las entidades que describen los cambios en los estados de esfuerzo y deformación y sus componentes vectoriales de punto a punto dentro de un cuerpo son los campos de esfuerzo y deformación (campos de los tensores).

**2.8.2.- Relación entre el esfuerzo y la deformación.** La deformación se define como cualquier cambio en la posición o en las relaciones geométricas internas sufridas por un cuerpo siendo consecuencia de la aplicación de un campo de esfuerzos, por lo que se manifiesta como un cambio de forma, de posición, de volumen o de orientación. Puede tener todos estos componentes, cuando esto ocurre se dice que la deformación es total.

Dependiendo de la naturaleza del material y las condiciones bajo las que se encuentre, existen varios tipos de deformación. Se dice que un cuerpo sufre una deformación elástica cuando la relación entre esfuerzo y deformación es constante, y el cuerpo puede recuperar su forma original al cesar el esfuerzo deformante. Cuando dicha relación no es constante se produce una deformación plástica y aunque se retire el esfuerzo, el cuerpo quedará con una deformación permanente.

En la práctica, las rocas presentan un comportamiento intermedio, deformándose inicialmente de una manera elástica, hasta alcanzar el límite elástico; a partir de este punto se produce la deformación plástica. El comportamiento plástico también tiene un límite, alcanzado el cual se produce la ruptura. Las deformaciones elásticas, al no producir deformaciones permanentes, no generan estructuras geológicas, estas son producidas por la componente de deformación plástica o bien por la ruptura. Por ello en Geología las estructuras tectónicas se consideran producto de una deformación dúctil o

continua o de una deformación frágil o discontinua. Los principales factores que condicionan la deformación son:

**Duración del esfuerzo.** Los materiales que se comportan elásticamente frente a un esfuerzo de una determinada intensidad, pueden deformarse plásticamente, o incluso fracturarse, si dicho esfuerzo actúa durante un periodo largo de tiempo.

Experimentalmente se ha podido comprobar que las rocas se comportan más plásticamente bajo una presión de confinamiento elevada.

La temperatura también hace variar el comportamiento de las rocas frente a los esfuerzos, aunque el efecto es diferente en cada tipo de roca.

La presencia de agua aumenta la plasticidad de las rocas. Si la presión de fluidos es muy elevada, la roca se vuelve más frágil.

La existencia de planos de estratificación o esquistosidad hace variar el comportamiento de las rocas dependiendo de la dirección del esfuerzo en relación con estos planos.

En las mismas condiciones, los distintos tipos de rocas se comportan de manera diferente. Los materiales que ante esfuerzos crecientes se rompen, sin sufrir apenas deformación plástica, se dice que son frágiles o competentes; si sufren una deformación amplia antes de romperse, se dice que son dúctiles, plásticos o incompetentes.

Se considera que la deformación puede constar de hasta cuatro componentes: translación, rotación, dilatación y distorsión. En el caso la general una deformación las incluye a todas, pero deformaciones particulares pueden constar de tres, dos o una de las componentes. Las deformaciones son causadas por sistemas esfuerzos, de forma que esfuerzo y deformación son conceptos que están ligados por una relación de causa a efecto. Aparte de ser conceptos distintos hay una diferencia en el tratamiento de unos y otras que merece la pena destacar. Los esfuerzos se definen y analizan para un instante dado, mientras que las deformaciones se miden por los cambios producidos en un intervalo de tiempo y se analizan comparando un estado final con uno inicial.

Las dos primeras componentes de la deformación producen cambios en la posición del cuerpo, pero no de su forma ni de sus relaciones geométricas internas. Ante deformaciones de ese tipo, el cuerpo se mueve como un objeto rígido y por ello, se llaman deformaciones de cuerpo rígido o movimientos rígidos.

Las dos últimas componentes producen cambios en la forma y/o en las relaciones geométricas internas. Por ejemplo, una dilatación no cambia la forma, pero aproxima o aleja unas partículas y otras, con lo que las relaciones geométricas internas resultan modificadas.

La distorsión cambia la forma general del cuerpo y sus relaciones geométricas internas. Las partículas se alejan o se aproximan y las líneas cambian el ángulo que forman entre sí. Esto produce translaciones y rotaciones dentro del cuerpo

que ya no se está comportando rígidamente. Por tanto, estas translaciones y rotaciones son diferentes de las que producen una translación o rotación de todo el cuerpo y que llamábamos movimientos rígidos y se engloban dentro del término deformación interna.

La figura 2.11. Muestra las distintas componentes de la deformación con el ejemplo de la cabeza de un trilobite. En la parte superior se muestra una translación rígida, en el centro, de izquierda a derecha, una rotación rígida, una distorsión y una dilatación y debajo una deformación general con las cuatro componentes. Obsérvese que en el caso de la rotación rígida, todas las líneas del fósil han girado el mismo ángulo con respecto a una referencia externa, por ejemplo una línea horizontal, mientras que en la distorsión, la línea de simetría central y su normal, han dejado de formar un ángulo de 90°, lo que implica que han girado un ángulo distinto. Esto se aprecia mejor en el caso de la deformación general, en la parte inferior de la figura 2.11.

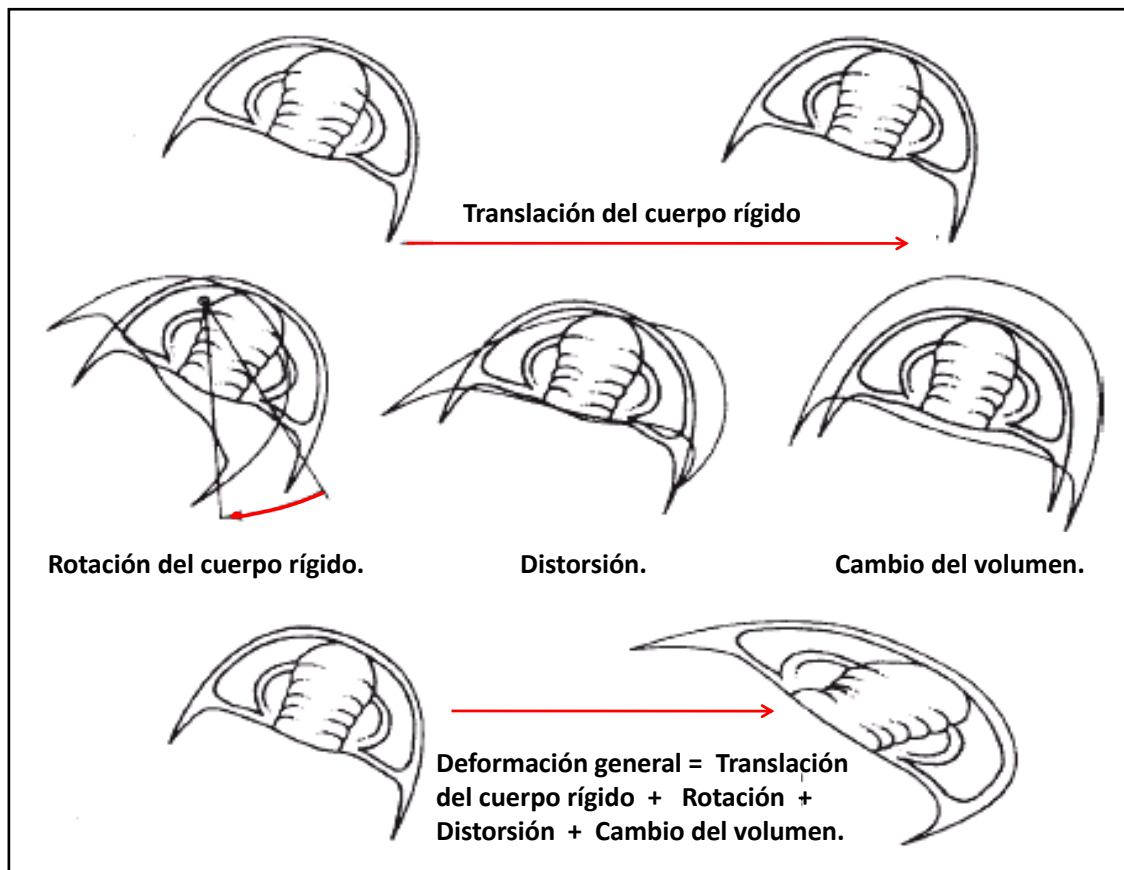


Fig. 2.11.- Esquema en el que se muestran las cuatro componentes de la deformación ilustradas con la cabeza de un trilobite junto a un trilobite completo deformado (Tomado de Beach, A. 1979).

La deformación interna puede clasificarse atendiendo a distintos criterios. El primero de ellos es la continuidad, en la que se considera que: si una deformación interna no separa ningún par de puntos materiales que estuvieran juntos antes de la deformación se dice que es continua o afín. En el caso contrario se denomina discontinua o no afín (Fig.2.12). Este último caso implica que se tienen discontinuidades o que bien porque han sido creadas por la

deformación en cuestión, que ya existían o que han sido utilizadas por la deformación.

Otro criterio que se utiliza para clasificar la deformación interna es el de los resultados físicos, de acuerdo a este criterio, se clasifican en frágil y dúctil.

2.8.2.1.- **La deformación frágil** es la que produce ruptura, mientras que la deformación dúctil origine cambios sin que el cuerpo se fracture. Es obvio que la deformación frágil es discontinua y que la dúctil es continua.

2.8.2.2.- **La deformación dúctil** puede subdividirse en elástica y permanente; deformación elástica es aquella en la cual se produce deformación por aplicación de un campo de esfuerzos pero si los esfuerzos se retiran, la deformación se pierde, recuperando el cuerpo su forma original.

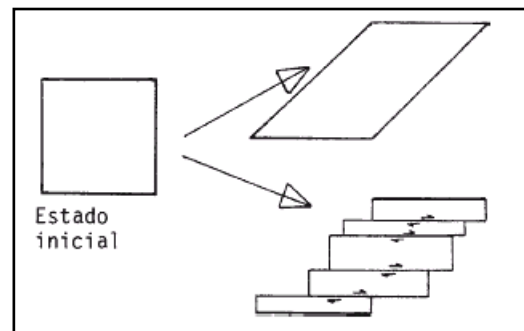


Figura 2.12.-- Deformación continua o afín (arriba) y discontinua o no afín (abajo) (Tomado de Ramsay J.G.1973).

2.8.2.3.- **La deformación plástica y viscosa** corresponden con dos tipos de deformación continua, en los que ésta permanece aun cuando el esfuerzo sea retirado, por lo que se denomina deformación permanente. Según la geometría, de la deformación interna, ésta se clasifica en homogénea y en heterogénea. En una deformación homogénea, las líneas que eran rectas antes de la deformación siguen siéndolo después y las rectas paralelas siguen siendo paralelas (Fig.2.13).

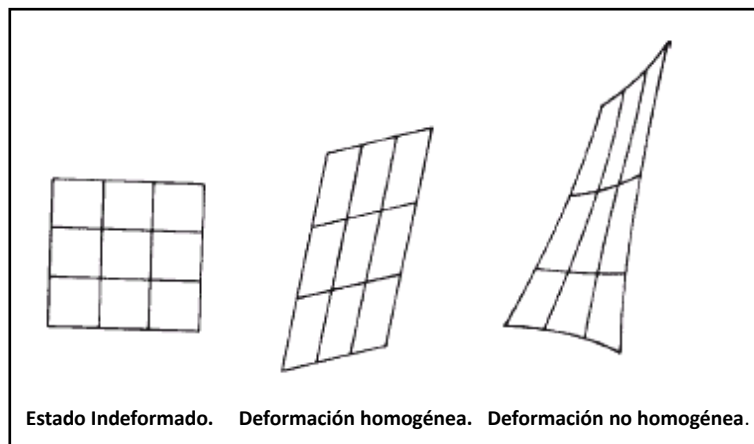


Figura 2.13.- Deformación homogénea y heterogénea. (Tomado de Ramsay J.G. 1973).

En la deformación no homogénea, las condiciones anteriores no se cumplen. La Fig.2.14 representa el plegamiento de dos capas con espesor uniforme. La deformación en este caso es continua y heterogénea. Los flancos de los pliegues han experimentado una rotación rígida y además una cierta distorsión, marcada por la diferencia entre la forma cúbica del pequeño elemento dibujado

en la capa sin deformar y el paralelepípedo en el que se ha transformado en la capa deformada. Obsérvese que ese pequeño elemento ha sufrido un desplazamiento desde su posición inicial, que se ha expresado por un vector. Cualquier deformación puede especificarse por los desplazamientos experimentados por los puntos de referencia del cuerpo antes y después de la deformación.

Se define el vector desplazamiento como el vector que une la posición de un punto antes y después de la deformación. Ese vector no indica el camino seguido por el punto, sino que se limita a relacionar sus posiciones inicial y final con respecto a un sistema de referencia.

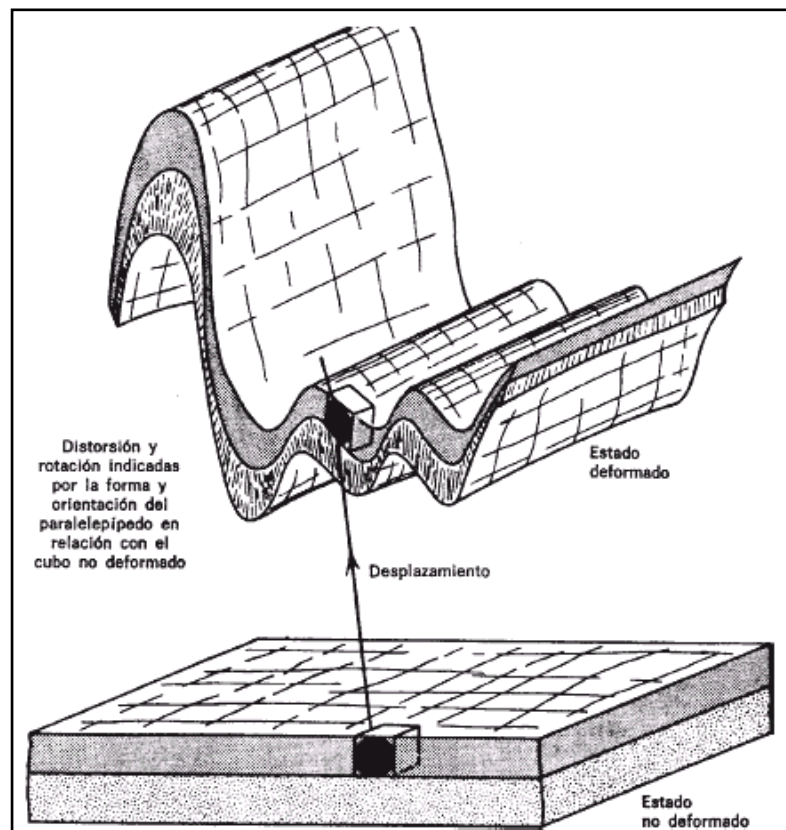


Fig. 2.14.-- Deformación por plegamiento de dos capas de espesor constante, la deformación es continua y heterogénea. Se ha dibujado un pequeño elemento cúbico en el estado no deformado para apreciar la distorsión. El vector desplazamiento para un punto de ese elemento ha sido también representado (Tomado de: <http://web.usal.es/~gabi/apuntes curso 2002/2003>).

El conjunto de los vectores de desplazamiento para todos los puntos del cuerpo, definen lo que se llama un campo de desplazamiento, (fig.2.15). Cuando actúan campos de esfuerzos suficientemente grandes de forma prolongada, puede provocar la deformación permanente de las rocas, la cual se va acumulando a lo largo del proceso, lo que corresponde con la deformación progresiva, lo que corresponde con un concepto que engloba prácticamente a cualquier deformación natural. Dado que las deformaciones tratan sobre cambios producidos a lo largo de un tiempo y se analizan comparando dos estados, se definen los conceptos de deformación finita e infinitesimal según la cantidad de deformación interna acumulada.

**2.8.2.4.- Deformación finita**, es la que se experimentada a lo largo de todo el proceso y por tanto es la que se analiza comparando los estados inicial y final, resultando mayor al 1% de elongación.

**2.8.2.5.- Deformación infinitesimal** se refiere a incrementos de deformación interna infinitamente pequeños ( elongación menor al 1%);. La integración de todos esos incrementos infinitesimales daría la deformación finita. Cuando los incrementos son finitos, pero representan sólo una parte de la deformación, se habla de deformación incremental.

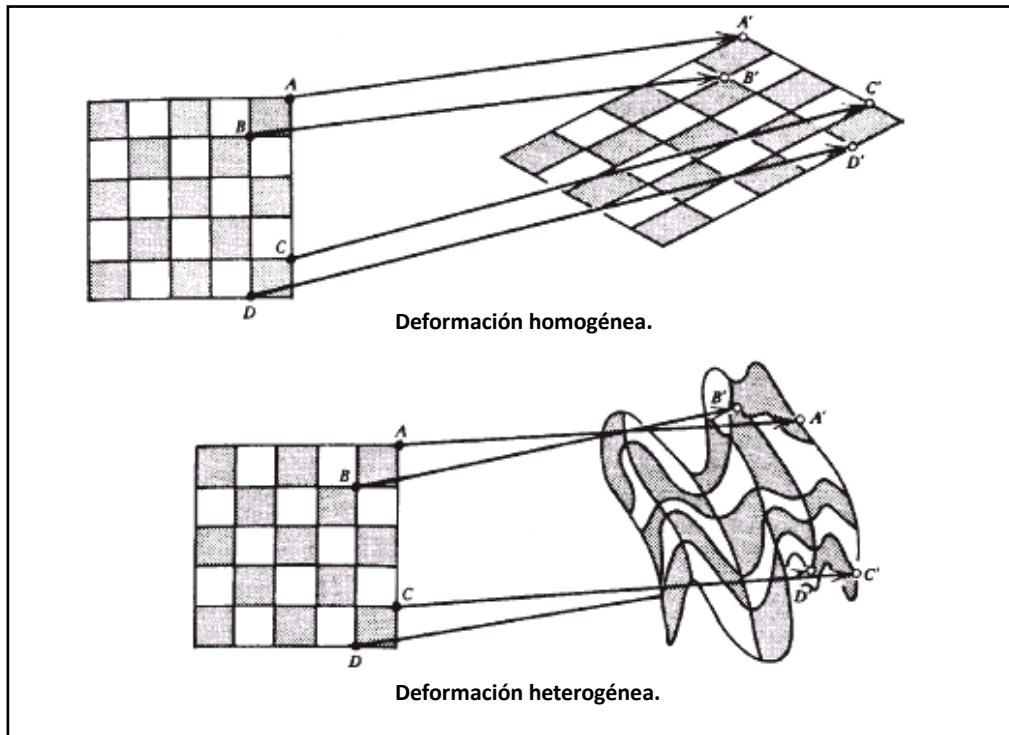


Fig. 2.15.-- Campos de desplazamiento para la deformación homogénea (arriba) y heterogénea (abajo) (Tomado de <http://web.usal.es/~gabi/apuntes curso 2002/2003>).

**2.8.2.6.- El estado de esfuerzo en un punto y el campo de esfuerzo.** A través de un cuerpo, corresponden con la descripción matemática de las fuerzas dentro de un cuerpo, tomando en cuenta como estas fuerzas interactúan y cambian de punto a punto. Los desplazamientos originados por la deformación dentro de un cuerpo son causados por esfuerzos. Las fuerzas que causen esfuerzo y deformación así como sus campos, dentro de un cuerpo están relacionados directamente una con otra. La interacción funcional entre ambas radica en una relación constitutiva que varía de acuerdo con el tipo de materiales, y con las teorías físicas como son la de la elasticidad, plasticidad y viscosidad.

Apoyándose en estas teorías, se relacionan las ecuaciones constitutivas basándose en fundamentos empíricos y de experimentación, donde muestras de material han sido sometidas a cargas de variadas magnitudes y configuraciones, las cuales subsecuentemente han dado desplazamientos particulares, que han sido medidos y estudiados.



Las cargas y los desplazamientos se toman como equivalentes al esfuerzo y la deformación respectivamente, donde los resultados de esta relación son representados gráficamente en la fig.2.16, donde se muestra la curva tipo esfuerzo-deformación, que es la base de la mayoría de las ecuaciones constitutivas.

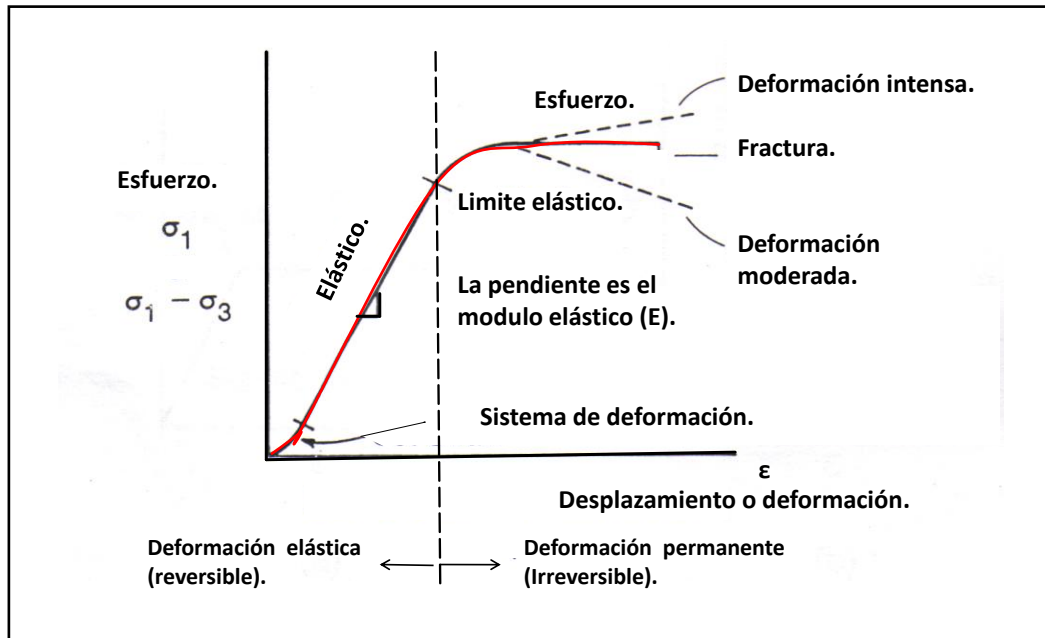


Fig. 2.16.- Grafica que muestra en forma general las curvas esfuerzo-deformación, para rocas (Tomado de Nelson, 2001).

**2.8.3.- Elasticidad.** La teoría de la elasticidad implica una relación constitutiva para un cuerpo sólido, lo que obedece la ley de Hooke, ya que se comporta elásticamente. Los estados de esta ley como son el tensor de esfuerzo (estado de esfuerzo en un punto infinitesimal), es lineal y proporcional al tensor de deformación (estado de deformación en un punto infinitesimal (Fig. 2.17).

Los tensores de esfuerzo y deformación contienen 9 componentes vectoriales cada uno, mientras que el tensor del modulo elástico 81 de tales componentes, asumiendo que haya equilibrio, simetría e isotropía. Matemáticamente el tensor de esfuerzos se representa como:

$$\sigma_{ij} = E_{ijk} \cdot \epsilon_k$$

(Tensor de esfuerzo = tensor del modulo elástico x tensor de deformación)

Los tensores de esfuerzo y deformación pueden reducirse a 6 componentes independientes y el tensor del modulo elástico será constante y tendrá 2 componentes (constantes de Lamé). Un comportamiento puramente elástico puede ser caracterizado por una curva de esfuerzo–deformación la cual presenta una forma lineal y de pendiente positiva (modulo de Young constante y positivo) e inmediatamente regresa a su punto inicial de esfuerzo-deformación en completa descarga (fig. 2.17).



**2.8.4.- Plasticidad.** La teoría de la plasticidad involucra una relación constitutiva para un cuerpo sólido que se comporta de una manera totalmente dúctil (fluye) o es plásticamente ideal. Con el incremento de la carga el material se deforma elásticamente por encima del campo de esfuerzos, pasando el cual, este material se desplaza o deforma indefinidamente sin sostener una carga adicional ( $\sigma$  = campo de esfuerzo), (fig. 2.17).

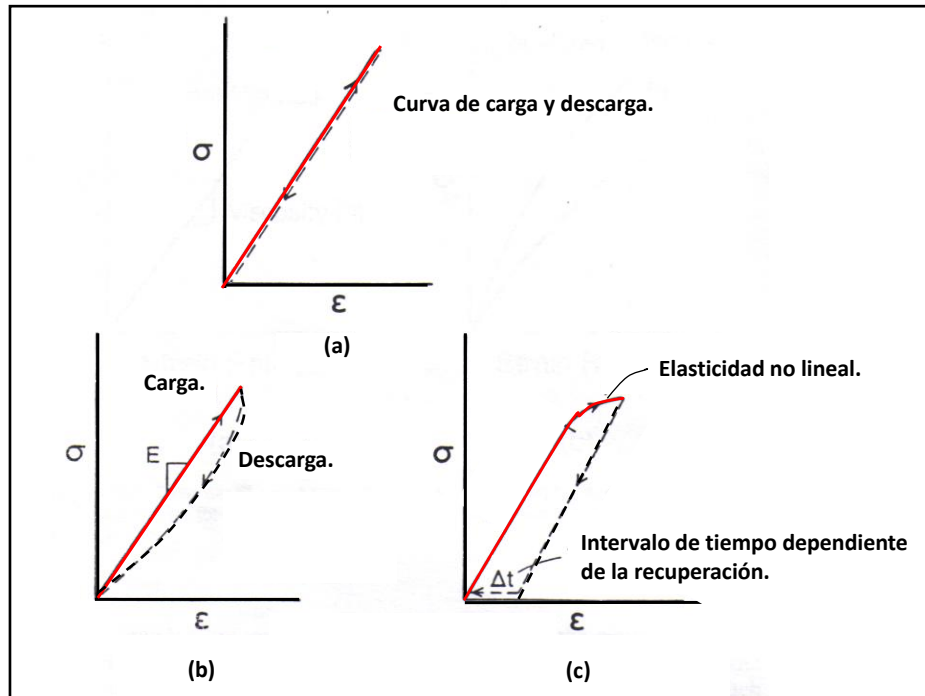


Fig. 2.17.- Generalización de las curvas esfuerzo-deformación para un comportamiento elástico; (a) comportamiento elástico completamente lineal, (b) comportamiento elástico con histéresis en la curva de descarga, (c) comportamiento no lineal con recuperación dependiente del tiempo (Tomado de Nelson, 2001).

**2.8.5.- Viscosidad.** La teoría de la viscosidad implica una relación constitutiva para un cuerpo sólido, el cual se comporta como un fluido newtoniano viscoso o en forma viscosa ideal. La viscosidad en las rocas es difícil de determinar. Su estudio usualmente se ha basado en pruebas de deslizamiento de larga duración para cualquier constante de carga ó coeficiente de deformación constante.

Por simplicidad, asumiendo isotropía e incompresibilidad, es posible que el tensor de viscosidad se reduzca a un solo valor para cualquier roca en particular.

Esta relación constitutiva de viscosidad es generalmente aplicada para una respuesta en rocas bajo pruebas de carga a largo plazo. Matemáticamente el tensor de esfuerzo puede ser función del tensor de viscosidad por el tensor coeficiente de deformación, tal como se representa en la siguiente ecuación.

$$\sigma_{ij} = n_{ijk} \cdot \epsilon_k$$

(Tensor de esfuerzo = tensor de viscosidad x tensor coeficiente de deformación)

## 2.9.- Conceptos de fracturamiento y fallamiento.

Existen tres importantes y particulares conceptos que se relacionan el reconocimiento del fracturamiento y fallamiento de las rocas. Dos son generados del estudio del fracturamiento de materiales sólidos en general y el otro es derivado del estudio del fallamiento en particular (Nelson, 2001). Tales conceptos son:

- (1) El modo o forma de fracturamiento.
- (2) Criterios de rompimiento y generación de agrietamiento.
- (3) Microfracturamiento precursorio o presencia de este en la zona de proceso.

A continuación se presenta una breve descripción de los conceptos.

**2.9.1.- El modo o forma de fracturamiento.** El frente de una fractura es el vértice que conecta los puntos adyacentes donde ocurren o pueden ocurrir separaciones subsecuentes. Durante un proceso de separación continua, esta línea se mueve a lo largo de un plano llamado superficie de fracturamiento, (Aubinet G; y Arias A. 1991).

Los estudios más recientes en el campo de la ciencia de los materiales tienen identificados tres formas o modos de propagación o crecimiento del fracturamiento en un medio sólido. Lawn y Wilshaw (1975), definieron las diferentes combinaciones de carga y las diferentes direcciones de propagación de las fracturas. Y de acuerdo con (Hellan, 1984), existen tres Modos básicos en el desarrollo del fracturamiento. Las cuales las consideran como los Modos I, II y III (fig. 2.18).

El modo I de propagación de fracturamiento, es generado por un esfuerzo tensional que actúa perpendicularmente con respecto al plano de fracturamiento y a la dirección de propagación. Se presenta una abertura simétrica; el desplazamiento relativo entre las caras correspondientes es perpendicular a la superficie de la fractura; las fracturas se generan por tensión.

En el modo II la propagación es realizada por un esfuerzo cortante o de cizalla que actúa dentro del plano de falla y es paralelo a la dirección de propagación. La separación es simétrica con desplazamientos tangenciales relativos y perpendiculares al frente de la fractura, las caras de la grieta se deslizan una sobre otra en dirección perpendicular al vértice.

El modo III involucra en su propagación esfuerzos de cizalla actuando dentro del plano de fractura pero perpendicularmente a la dirección de propagación. La separación nuevamente es asimétrica, con desplazamientos tangenciales relativos paralelos al frente de la fractura, bajo el efecto de esfuerzos inducidos por torsión, las superficies de las grietas deslizan una sobre la otra, en dirección paralela al vértice.

Las fracturas se distinguen por los movimientos relativos que ocurren a lo largo de la superficie durante su formación. En las fracturas de extensión o modo I el movimiento relativo es perpendicular a la pared de la fractura, éstas se conocen

como juntas o diaclasas (Figura 2.18). Las fracturas Modo II y III se conocen como fracturas de cizalla, el movimiento relativo es paralelo a la superficie y son clasificadas en: modo II con movimiento relativo paralelo a la fractura y perpendicular al borde de la fractura, modo III con desplazamiento paralelo a la superficie de la fractura y el borde (Figura 2.18)

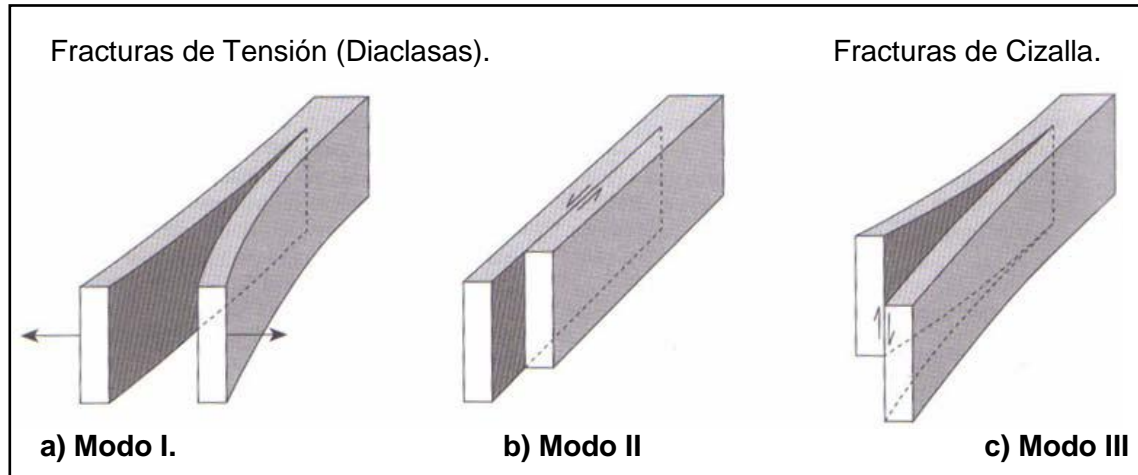


Figura 2.18.- Esquema que muestra los diferentes tipos de fracturas dependiendo de su desplazamiento relativo. a) Fracturas de extensión o modo I, el movimiento relativo es perpendicular a la pared de la fractura. b) modo II, Fractura de cizalla donde el movimiento relativo es paralelo a la fractura y perpendicular al borde de la fractura, c) modo III, el desplazamiento es paralelo a la superficie de la fractura y al borde (Tomado de Twiss & Moores, 1992).

La propagación de las fracturas en cada uno de los tres modos corresponde con la intensidad del esfuerzo. Este factor de intensidad de esfuerzo es función de la carga, longitud del rompimiento y de la constante geométrica. Por lo general para un cuerpo homogéneo, el fracturamiento puede ser descrito por alguno de estos modos o sus combinaciones, sin embargo el crecimiento de la fractura tiene usualmente ocurrencia en el modo I.

Los conceptos de propagación del fracturamiento son usados ampliamente en la literatura de mecánica de rocas e hidráulica en fracturas y en el estudio de la morfología de las fracturas naturales del subsuelo para determinar la relación entre el fracturamiento con extensión y de cizalla. Se puede decir que cuando ocurren las fracturas de cizalla (Modos II y III); nos estamos refiriendo a fallas y cuando ocurren las fracturas de tensión (Modo I), cuyo desplazamiento es nulo o mínimo; nos referimos a las diaclasas. En este tipo de fracturamiento modo I, o de tensión: Las partes del cuerpo a ambos lados de la fractura tienden a separarse. El espacio puede ser ocupado por precipitados minerales o por material fundido, por lo que se puede aplicar la siguiente terminología:

- Si la fractura es demasiado grande y no se rellena: fractura y si es pequeña, fisura.
- Si la fractura está rellena de material por precipitación a partir de fluidos: si es demasiado grande filón o veta y si es pequeña vena o vetilla.
- Fractura ocupada por emplazamiento de magma: Dique.

**2.9.2.- Teorías y criterios de rompimiento y/o fallamiento.** Son variadas las teorías y criterios enfocados a predecir el fracturamiento de las rocas con base en el comportamiento de los materiales bajo ensayos de tensión y compresión simple (Nelson, 2001). Dentro de las teorías más recurrentes encontramos:

**Teoría de Rankine.** La teoría del esfuerzo máximo propuesta por este autor es la más antigua y sencilla de todas, se basa en la hipótesis de que la falla tiene lugar u ocurre cuando el esfuerzo principal mayor alcanza un valor límite que puede ser el punto de fluencia determinado en un ensayo de tensión simple, o el esfuerzo último si el material es frágil.

**Teoría de Saint Venant.** La teoría de la deformación máxima, establece que la falla comienza cuando la deformación principal máxima alcanza el valor necesario para que comience la fluencia en un ensayo de tensión simple.

**2.9.2.1.- Rompimientos Griffith (1921).** En investigaciones con materiales principalmente vidrio, postula que las pequeñas imperfecciones (microscópicas en tamaño y de forma elípticas y alargadas), inherentes a todos los materiales, resultan ser los "apices" ó puntos donde los esfuerzos encuentran la reducción en la resistencia de los materiales y en consecuencia se genera la propagación del rompimiento en el material; considera que la concentración y propagación de estos esfuerzos ocurre cuando estas imperfecciones presentan una optima orientación con respecto a la carga aplicada (Fig. 2.19).

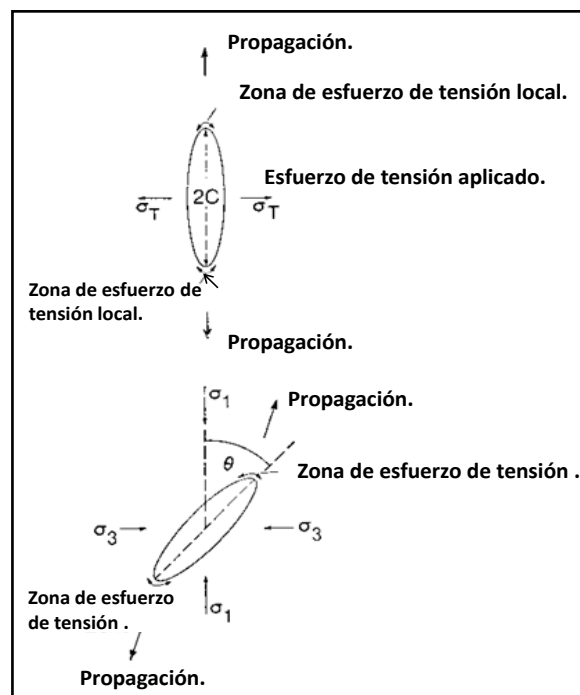


Fig. 2.19.- Esquema que muestra la propagación de fracturas por propagación de las imperfecciones internas o rompimientos Griffith, bajo cargas ténsales y compresibles (Tomado de Price, 1966).

Tomando como referencia a esta teoría, se puede considerar lo siguiente:

- Cuando el esfuerzo menor es tensional, los ángulos que las fracturas forman con el esfuerzo mayor se apartan bastante de los previstos por el criterio de Coulomb.

- En la realidad, se necesita mucho menos valor del esfuerzo tensional para romper las rocas que el que este criterio predice.
- Aunque el esfuerzo principal tensional medio a lo largo de la roca tenga un determinado valor, en detalle se producen concentraciones de esfuerzos tensionales anormalmente altas en los extremos de las fracturas en una posición aproximadamente normal al esfuerzo mayor
- Esa concentración de esfuerzos hace que la fractura se propague en esos extremos cuando el esfuerzo en ellos es suficiente, esto se ilustra en el diagrama de la figura 2.20.
- La propagación de varias fracturas o imperfecciones microscópicas hace que se unan unas con otras provocando fracturas macroscópicas.

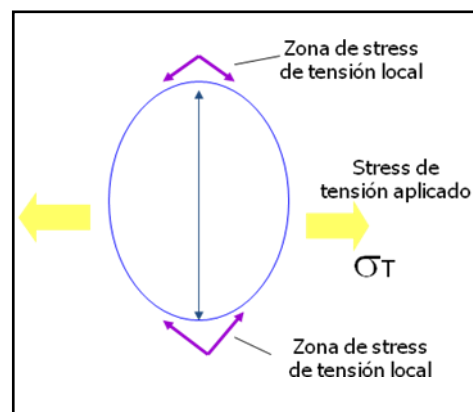


Fig.2. 20.- Esquema del patrón de apertura inicial al aplicarse un esfuerzo de tensión en las rocas (Tomado de [www.cursos.cl/ingenieria/2005/GL55C/1/material\\_docente/objeto2005](http://www.cursos.cl/ingenieria/2005/GL55C/1/material_docente/objeto2005)).

**2.9.3.- Microfracturamiento precursor o previo en la zona de proceso o (afectada).** Hallbauer (1973), Lockner y Byerlee (1977), determinado a partir de estudios controlados de laboratorio determinaron que el fallamiento macroscópico en las rocas, es usualmente precedido por un periodo de microfracturamiento de intensidad creciente por encima del punto de fallamiento.

Este microfracturamiento es previo al fracturamiento macroscópico producido por cizalla en la roca bajo experimentos de laboratorio. Con la aplicación inicial de pequeñas cargas compresivas, las microfracturas preexistentes en el material se comienzan a cerrar y si la carga se incrementa nuevas microfrazuras se comienzan a formar, estas tienden a distribuirse a través de la muestra y generalmente son microrrompimientos de extensión (modo I).

Estas microfracturas de extensión son estadísticamente paralelas a la máxima carga o al máximo esfuerzo local. Con el incremento de la carga, la intensidad del microfracturamiento se incrementa llegándose a concentrar a lo largo de una banda con cierto ángulo en relación a la carga máxima, la cual eventualmente puede formarse asociado a una fractura de cizalla macroscópica.

Esta banda precursora de microfracturamientos o enjambre de microfracturas es lo que se denomina zona de proceso (afectada). La figura 2.21 muestra esquema del microfracturamiento precursor, que fue deducido por pruebas con muestras de roca en laboratorio, los diagramas superiores muestran el contorno de la intensidad del microfracturamiento; los diagramas de la parte media muestran las

condiciones de carga de la prueba durante el tiempo y los diagramas inferiores muestran los mapas del microfracturamiento de las muestras para las porciones correlativas respecto a las curvas de carga.

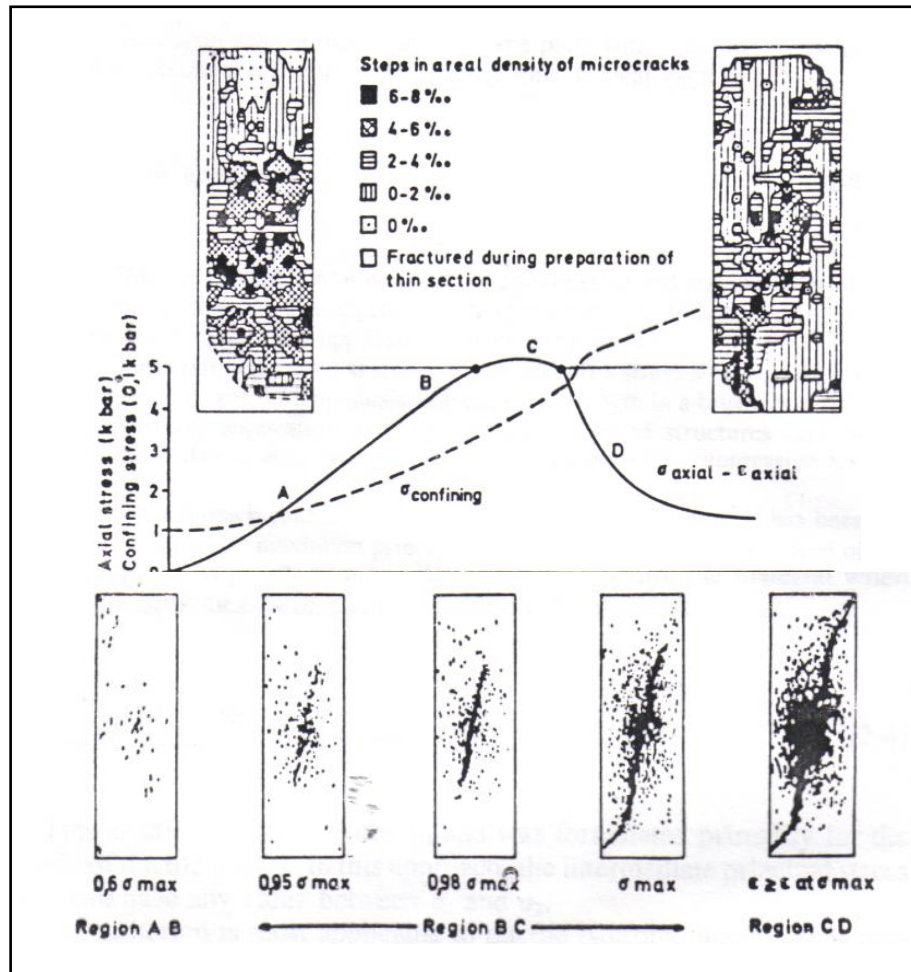


Fig. 2.21- Imagen esquemática que muestra graficas de la banda precursora de microfracturamientos (Tomado de J. Hallbeuer, 1978).

## 2.10.- Criterios sobre fallamiento.

Para la predicción del fallamiento en las rocas, se han desarrollado muy diversas técnicas y criterios que parten del rango de lo simple a lo muy complejo, cada uno de estos criterios son usados para distinguir un parámetro útil para predecir el fallamiento. Todos están altamente relacionados y enfocados a describir el mismo fenómeno, pero con diferentes desarrollos. Los múltiples criterios de predicción del fallamiento obtenidos se pueden agrupar en clases generales bajo las bases de los parámetros particulares de esfuerzo y deformación (Nelson 2001).

**2.10.1.- Esfuerzo normal máximo.** Conociendo sus características se puede predecir el rompimiento en algún punto dentro del material cuando el máximo esfuerzo normal alcanza un valor crítico.

$$\sigma = \text{constante.}$$

Esta condición puede tanto para los esfuerzos principales máximo de compresión y máximo de tensión; esto aplica a los materiales quebradizos y es aplicable para materiales isotrópicos. El esfuerzo principal máximo se puede obtener de la curva de esfuerzo-deformación (Fig.2.16) y corresponde con la última resistencia del material. Este planteamiento no se puede aplicar bien para materiales dúctiles pero puede ser modificado, para usar la diferencia entre los esfuerzos máximos principales ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) en vez del principal máximo ( $\sigma_1$ ). Esta aproximación es análoga al de máximo esfuerzo de cizalla.

**2.10.2.- Esfuerzo de cizalla máximo.** Con este tipo de criterio se predice el rompimiento o fallamiento para algún punto dentro del material cuando el esfuerzo máximo de cizalla se acerca a algún valor crítico; esta relación se conoce como **criterio de Tresca**, el cual fue formulado para el estudio de los materiales dúctiles. En este criterio ( $\sigma_2$ ) puede tomar cualquier valor entre  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$ .

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \text{constante.}$$

Este criterio es más aplicable para el estudio de los materiales dúctiles e Isotrópicos, además predice el rompimiento solo para la diferencia de esfuerzos ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) y es independiente de los valores absolutos de los esfuerzos normales.

Las rocas sujetas a cargas hidrostáticas (iguales en todas las direcciones) nunca fallan utilizando este criterio, aun cuando se aplican grandes cargas hidrostáticas compresivas en pruebas de laboratorio.

**2.10.3.- Deformación máxima.** Este criterio predice el rompimiento ó fallamiento del material en algún punto dentro del cuerpo, cuando el esfuerzo principal máximo alcanza algún valor crítico.

$$\varepsilon_1 = \text{constante.}$$

Este criterio es solo aplicable para materiales isotrópicos y predice el rompimiento para grandes esfuerzos hidrostáticos triaxiales, tiene un limitado uso en los estudios de mecánica de rocas pero es muy similar al criterio de esfuerzo máximo normal en rocas quebradizas las cuales se deforman en una manera coaxial por ejemplo cuando los ejes principales del esfuerzo y deformación son coincidentes).

**2.10.4.- Energía de deformación.** Este criterio permite predecir el rompimiento en algún punto dentro del material cuando la energía total de deformación o energía potencial por unidad de volumen alcanzan algún valor crítico; la energía de deformación (W) es:

$$W = \frac{\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3}{2}$$

Este criterio se puede relacionar con todos los esfuerzos, y deformaciones principales que pueden ser aplicados con éxito en materiales anisotrópicos. La energía de deformación por unidad de volumen se deriva de un término de Ingeniería denominado dureza de la fractura; esta se calcula tomando el área bajo la curva de esfuerzo–deformación del origen de la fractura (Fig.2.22), esta puede ser desarrollada por una carga uniaxial tomando la integral (área bajo la curva,  $\sigma_1-\epsilon_1$ . El área debajo de la curva representa el origen de las fractura, tan grande sea el área, tan grande será la resistencia al fracturamiento) de la grafica correspondiente a la relación triaxial generada por los tres principales pares  $(\sigma_1-\epsilon_1, \sigma_2-\epsilon_2, \sigma_3-\epsilon_3)$  y así mismo para las pruebas biaxiales y uniaxiales con sus respectivas parejas de la relación  $\sigma - \epsilon$ ; este criterio se emplea principalmente en la ingeniería civil en la predicción de la intensidad del fracturamiento.

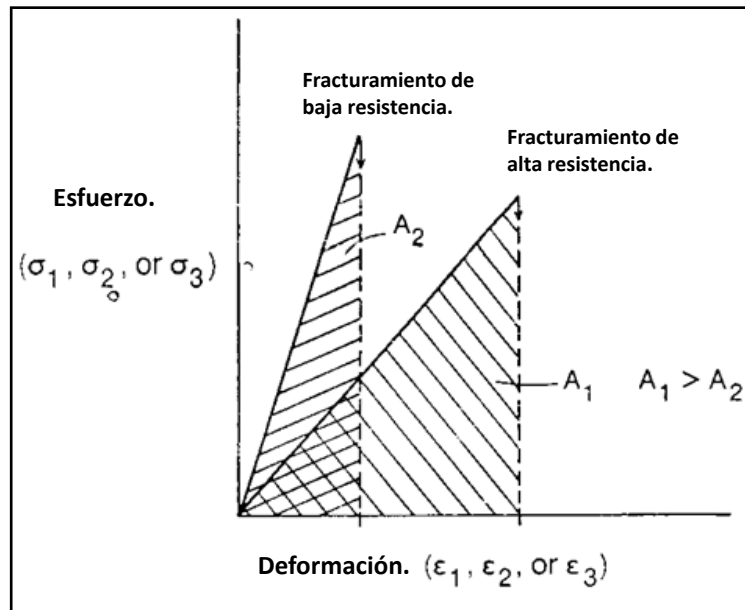


Fig. 2.22.- Diagrama generalizado de la relación Esfuerzo-Deformación de la resistencia al fracturamiento (Tomado de Nelson, 2001).

**2.10.5.- Energía de deformación o distorsión.** Este criterio ayuda a predecir el fracturamiento para algún punto dentro de un material, cuando la fuerza de deformación es alta y desarrollada por la componente hidrostática del estado de esfuerzo alcanzando un valor crítico. La energía de deformación y distorsión es generalmente determinada o calculada por un esfuerzo de cizalla octahedral. Esta es la forma del **criterio de Von Moisés** para un esfuerzo plano y es equivalente al **criterio de Tresca** del esfuerzo máximo de cizalla, (esfuerzo de cizalla octahedral).

$$\tau_{oct.} = \frac{\{ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \}^{1/2}}{3}$$

Este acercamiento de predicción a falla es muy popular y se emplea en el estudio de la deformación dúctil; los valores pueden cambiar por una substracción en las componentes de energía debidas a un esfuerzo hidrostático, en cuyo caso hay cambio de volumen pero no existe distorsión del material (Nelson, 2001).



**2.10.6.- Esfuerzo normal en función del esfuerzo de cizalla.** Este criterio predice el rompimiento en algún punto dentro del material, originados por una combinación de esfuerzos del tipo normal y de cizalla. Se considera que el fallamiento ocurre cuando el resultado del esfuerzo de cizalla a lo largo de algún plano dentro del material alcanza un valor crítico, lo cual es función de los esfuerzos normales principales. En esencia este criterio es similar al del esfuerzo máximo de cizalla variando al integrar la magnitud del esfuerzo normal.

El antecedente de toda esta clase de criterios es el criterio de Coulomb, en el cual los estados, como el estado crítico de cizalla ( $\tau_{crit.}$ ) es igual a la inherente fortaleza en la cohesión del material ( $\tau_0$ ); otro termino adicional se genera como el producto de esfuerzo normal a través del plano ( $\sigma_n$ ) y el coeficiente de la fricción interna del material ( $\mu$ ).

$$\tau_{crit.} = \tau_0 + \mu \sigma_n$$

Esta relación es importante porque muestra como  $\tau$  y  $\sigma$  se relacionan en términos análogos de deslizamiento fraccional, que es el fundamento teórico del criterio Mohr-Coulomb (Una extensión grafica del criterio de Coulomb). Cuando los datos experimentales se grafican en una forma fácil de desplegar, los lugares geométricos de los puntos de rompimiento, se denomina cobertura de Mohr.

**2.10.7.- Circulo de Mohr para esfuerzos.** Aunque en la naturaleza los estados de esfuerzo siempre son triaxiales en la práctica solo se trabaja con dos, para definir el plano en el que interactúan y así poder definir la geometría y las componentes de los esfuerzos.

Si definimos un plano P en la Fig. 2.23, con  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , calculamos los esfuerzos y componentes de esfuerzo en los planos paralelos a  $\sigma_3$  que aparece en el plano P definido anteriormente como líneas rectas, es decir, trabajaremos en dos dimensiones en uno de los planos principales del elipsoide.

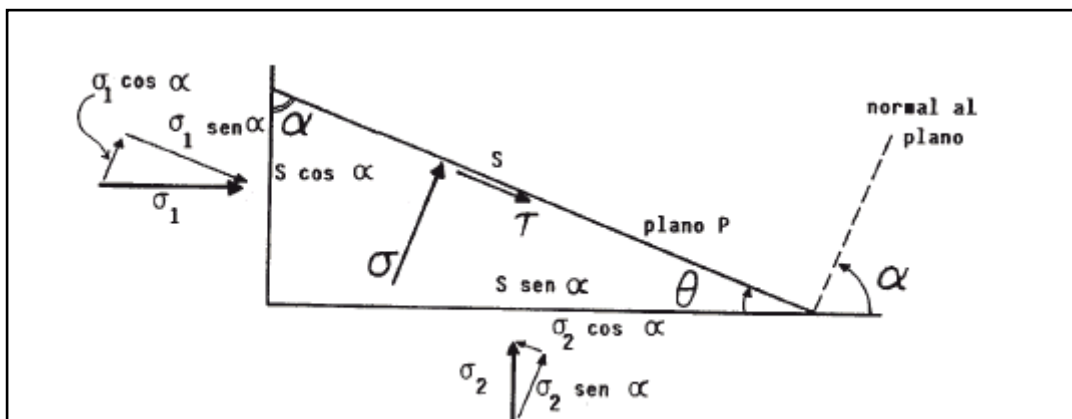


Fig. 2.23.- Esquema que proporciona la información suficiente para el cálculo de las componentes normales y de cizalla sobre un plano cualquiera en dos dimensiones (Tomado de <http://web.usal.es/~gabi/apuntes> Curso 2002-03).

Para calcular las componentes del esfuerzo normal y de cizalla,  $\sigma$  y  $\tau$ , sobre un plano P en dos dimensiones (que contiene al esfuerzo principal  $\sigma_3$ ). Es necesario conocer los dos esfuerzos principales que actúan sobre ese plano.

En la figura 2.23, se pueden apreciar las direcciones de los esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  así como su magnitud. La dirección de aplicación de  $\sigma_1$  forma con el plano P un ángulo  $\theta$  con su normal un ángulo  $\alpha$ .

Cada uno de los esfuerzos principales puede descomponerse en dos esfuerzos actuando sobre el mismo plano principal, uno en dirección paralela al plano P y otro en dirección perpendicular.

Las componentes perpendiculares a P son:  $\sigma_1 \cos \alpha$  y  $\sigma_2 \sin \alpha$ .  
y las componentes paralelas a P son:  $\sigma_1 \sin \alpha$  y  $\sigma_2 \cos \alpha$

Para calcular las componentes  $\sigma$  y  $\tau$  sobre un plano P necesitamos calcular las fuerzas que originan los esfuerzos principales y sus componentes, por lo que debe multiplicar cada esfuerzo por la superficie sobre la que actúa. después, la suma de las fuerzas perpendiculares al plano P divididas por su superficie nos darán la componente normal y la suma de las fuerzas paralelas al plano P divididas por su superficie, nos darán la componente de cizalla, si el plano P tiene una superficie S, entonces la superficie sobre la que actúa  $\sigma_1$  es  $S \cos \alpha$  y la superficie sobre la que actúa  $\sigma_2$  es  $S \sin \alpha$ . Según el razonamiento anterior y desarrollando las ecuaciones se tiene:

$$\sigma = (\sigma_1 \cos \alpha \cdot S \cos \alpha + \sigma_2 \sin \alpha \cdot S \cdot \sin \alpha) / S$$

$$t = (\sigma_1 \cdot \sin \alpha \cdot S \cdot \cos \alpha - \sigma_2 \cos \alpha \cdot S \cdot \sin \alpha) / S$$

Como las dos fuerzas que intervienen tienen sentidos contrarios se deben restar, por lo que la ecuación se puede simplificar de la siguiente manera:

$$\sigma = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha$$

$$t = (\sigma_1 - \sigma_2) \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

Si se ponen esas ecuaciones en función del ángulo doble, utilizando las siguientes igualdades trigonométricas:

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = 1/2 \sin 2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = 1/2 (1 - \cos 2\alpha)$$

$$\cos^2 \alpha = 1/2 (1 + \cos 2\alpha)$$

Sustituyendo en las dos ecuaciones de arriba estas expresiones se obtiene:

$$\sigma = 1/2 (\sigma_1 + \sigma_2) + 1/2 (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot \cos 2 \alpha$$

$$t = 1/2 (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot \sin 2 \alpha$$

Estas dos ecuaciones permiten calcular las componentes normal y de cizalla del esfuerzo que actúa sobre un plano cualquiera en dos dimensiones, conociendo los esfuerzos principales.

Además, son la base para la construcción de un artificio que permite efectuar esos cálculos de modo gráfico y que se utiliza mucho en geología estructural; el llamado círculo o diagrama de Mohr, inventado por el ingeniero alemán Otto Mohr en 1882. La construcción gráfica parte de un par de ejes de coordenadas (Fig.2.24), en el de abscisas se representan los esfuerzos normales y en el de ordenadas los de cizalla. Los esfuerzos principales al ser normales, se colocan sobre el eje de abscisas, con su valor correspondiente y se calcula el punto medio entre los dos, que equivale a su media aritmética:

$$1/2 (\sigma_1 + \sigma_2).$$

Haciendo centro en ese punto, se traza una circunferencia que pase por los esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  y ese es el círculo de Mohr. Su radio vale  $1/2 (\sigma_1 - \sigma_2)$  y cada punto de la circunferencia representa un plano. El plano que forma respecto al eje  $\sigma_1$  con un ángulo  $\theta$ , se representa trazando el ángulo  $\theta$  desde el eje de abscisas, con su vértice en el esfuerzo principal  $\sigma_1$ . También puede trazarse el ángulo  $\alpha$ , que forma la normal al plano con  $\sigma_1$  este ángulo se traza con el vértice en  $\sigma_2$  (Fig.2.24). La recta obtenida al trazar el ángulo  $\sigma$  o  $\alpha$  corta a la circunferencia en un punto que representa las componentes del esfuerzo en ese plano; su abscisa es la componente normal  $\sigma$  y su ordenada la de cizalla  $t$ . Cuando se aplican las relaciones trigonométricas puede apreciarse que la abscisa del punto es:

$$1/2 (\sigma_1 + \sigma_2) + 1/2 (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha$$

y su ordenada:  $1/2 (\sigma_1 - \sigma_2) \sen 2\alpha$

Que son los valores de  $\sigma$  y  $t$  obtenidos previamente. Para mayor claridad, en la Fig.2.24 se han representado los ángulos  $\theta$  y  $\alpha$ , así como los ángulos dobles  $2\theta$  y  $2\alpha$ , que son los ángulos centrales.

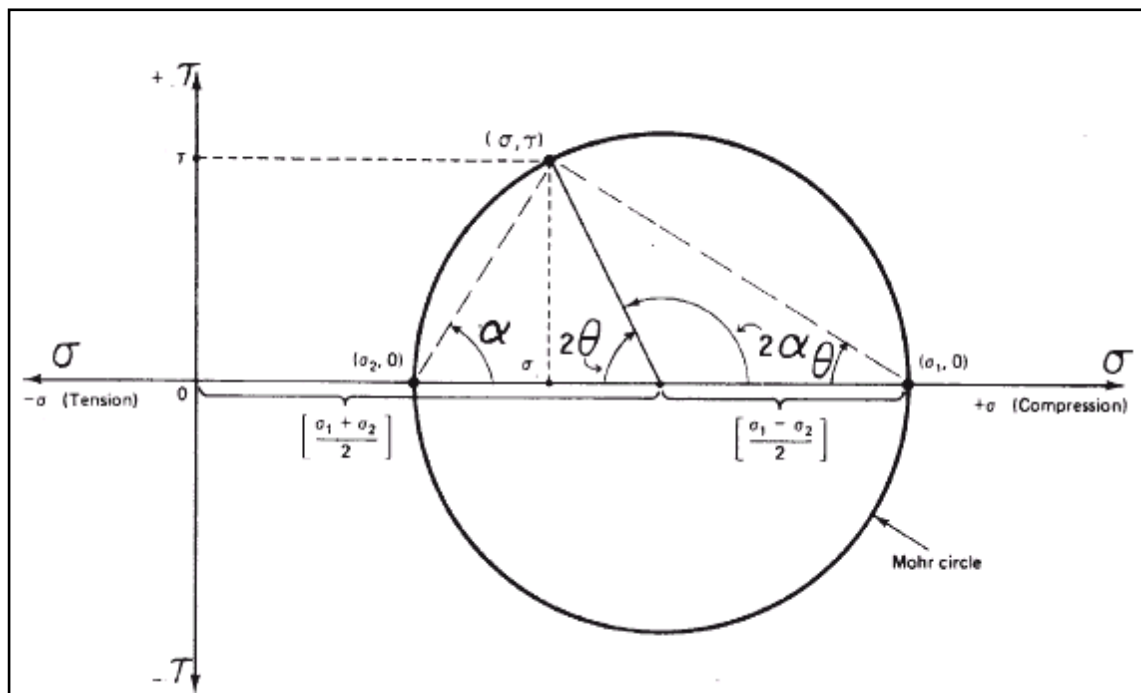


Fig. 2.24.- Esquema del círculo de Mohr para esfuerzos (Tomado de <http://web.usal.es/gabi/apuntes> Curso 2002-03).

**-Esfuerzos normales:** Los compresivos son positivos y los tensionales negativos.

**-Esfuerzos de cizalla:** Los izquierdos son positivos y los derechos son negativos. Se entiende por esfuerzo de cizalla izquierdo, por ejemplo, al par de esfuerzos de cizalla que tiende a romper el cuerpo en dos bloques y desplazar cada bloque hacia la izquierda del otro.

-Los esfuerzos positivos: Se proyectan en el lado positivo de los ejes de coordenadas y los esfuerzos negativos en el lado negativo (Fig.2.25).

Para poder trabajar con el círculo de Mohr es necesario establecer un convenio de signos. Que por lo regular es el siguiente:

**-El ángulo ( $\theta$ )** se mide desde  $\sigma_1$  hacia el plano en cuestión y el ( $\alpha$ ) desde  $\sigma_1$  hacia la normal al plano (Fig.2.25), donde sólo uno de ellos es necesario; son positivos cuando el sentido es antihorario y negativos cuando es horario.

-Para trasladarlos al diagrama de Mohr, se parte del eje de abscisas y se sitúa el vértice del ángulo en  $\sigma_2$  si se trata de  $\alpha$  y en  $\sigma_1$  si se trata de  $\theta$ . Desde el eje de abscisas hacia la otra línea que define el ángulo, se va en sentido antihorario u horario según que el ángulo sea positivo o negativo (Fig.2.25).

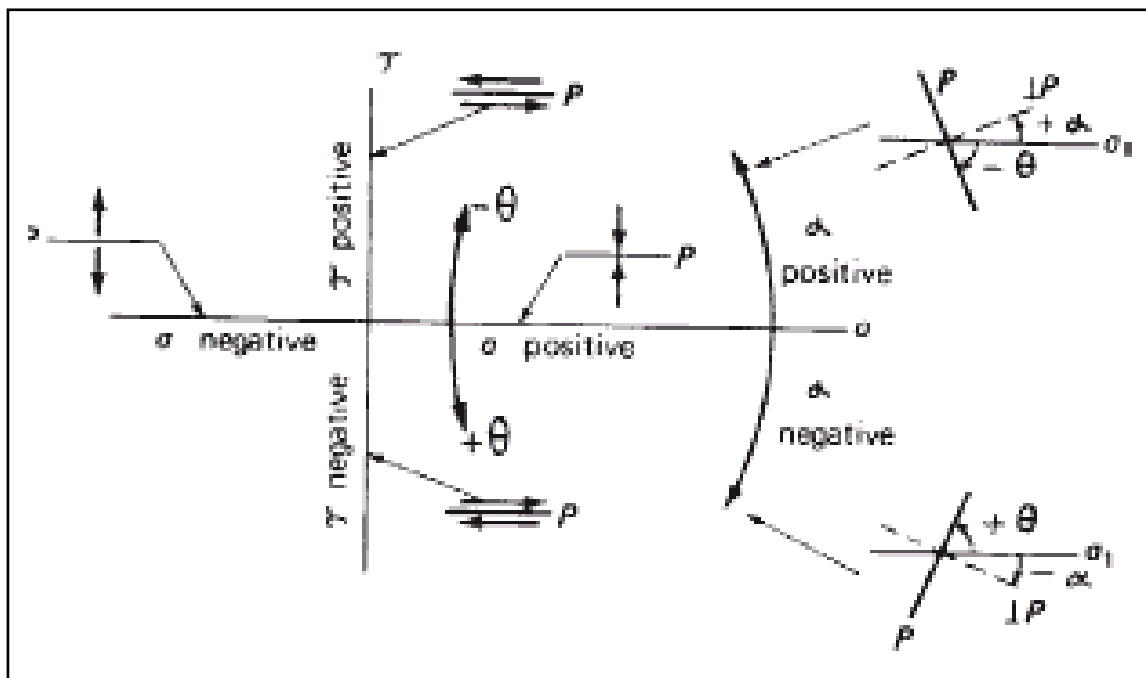


Fig. 2.25.- Convenio de signos para la utilización del círculo de Mohr. P es el plano, (Tomado de <http://web.usal.es/~gabi/apuntes> Curso 2002-03).

La Fig.2.26 se muestra un ejemplo de proyección de un plano P en el círculo de Mohr. El valor de  $\theta$  es  $60^\circ$  y el de  $\alpha$  es  $+30^\circ$ . A la izquierda puede apreciarse la orientación del plano con respecto a los esfuerzos principales.

Una vez obtenidos los valores de  $\sigma_p$  y  $\tau_p$  en el círculo, pueden llevarse sobre el plano,  $\sigma_p$  perpendicular y  $\tau_p$  paralelo al mismo (izquierda de la Fig.2-26) y sumándolos vectorialmente se calcula la resultante  $E_p$ .

Hay que tener cuidado con los signos a la hora de llevar las componentes sobre el plano:  $\sigma_p$  es positivo y por tanto, compresivo y  $\tau_p$  es también positivo, es decir, tiende a desplazar el bloque hacia la izquierda.

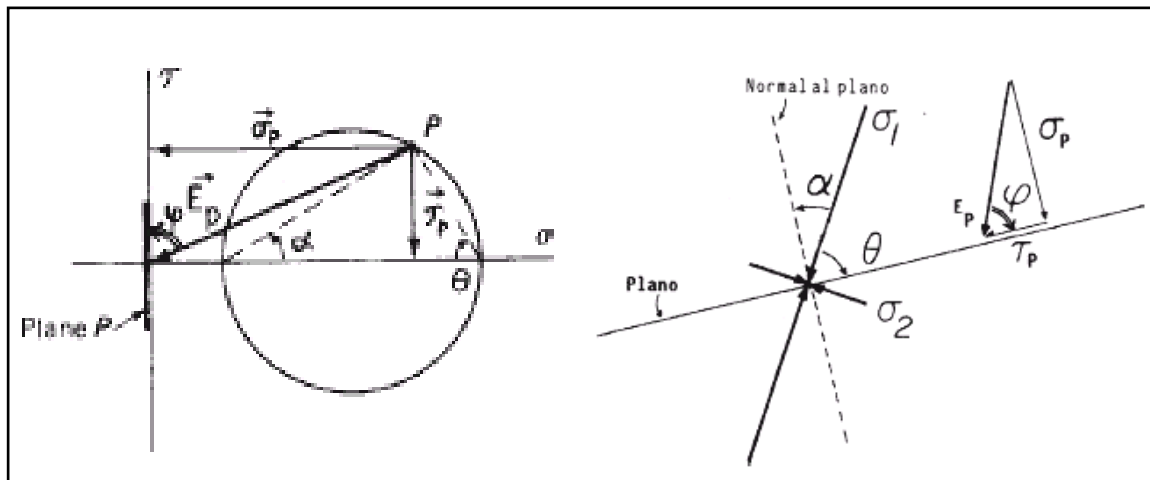


Figura 2-26- Componentes normal y de cizalla de un plano P que forma con el esfuerzo principal mayor un ángulo de  $-60^\circ$ , se muestra la orientación del plano y de las componentes obtenidas del círculo de Mohr (Tomado de <http://web.usal.es/~gabi/apuntes> Curso 2002-03).

La resultante puede también calcularse en el propio círculo de Mohr sumando vectorialmente las componentes. Obsérvese que el ángulo ( $\varphi$ ) que forma la resultante ( $E_p$ ) con el plano es, en este caso, horario si se mide desde el esfuerzo al plano (ver a la izquierda de la Fig.2-26), pero en el círculo de Mohr aparece como antihorario. Esto sucede siempre que el vector resultante se dibuje en el diagrama de Mohr desde P al origen de coordenadas.

La Fig.2.27 representa un caso parecido al anterior, pero ha sido concebida como un ejercicio para aprender a manejar el círculo de Mohr y al mismo tiempo, como una comprobación gráfica de que los vectores resultantes que actúan sobre cada uno de los planos que pasan por un punto definen una elipse con sus extremos. Tenemos un estado de esfuerzo en dos dimensiones en el cual  $\sigma_1 = 5$  bars y está orientado horizontalmente y  $\sigma_2 = 2$  bars y actúa en dirección vertical.

El propósito principal de estos conceptos es tratar de calcular por medio del círculo de Mohr las componentes y el esfuerzo resultante que actúa sobre varios planos, p.ej. los que tienen valores de  $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, -15^\circ, -30^\circ, -45^\circ, -60^\circ$  y  $-75^\circ$ .

Una vez calculada la resultante, se lleva al plano que contiene  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  y se dibuja, formando con el plano en cuestión el correspondiente ángulo ( $\varphi$ ). No olvidar que hay que cambiar el sentido con respecto al que se obtiene directamente sobre el propio diagrama de Mohr o bien obtener el vector como el dibujado a trazos, no desde P al origen sino desde  $\sigma$  a  $\tau$ .

En la figura .2.27 se ha calculado la resultante para el plano  $\theta = +30^\circ$  y se ha dibujado en el plano de los esfuerzos principales como  $E_{30}$ . Una vez dibujados los esfuerzos resultantes, hay que unir sus extremos. Se comprueba así en dos

dimensiones, que el conjunto de los vectores que actúan sobre los infinitos planos que pasan por el punto dibujan con sus extremos una elipse y que el conjunto de esos infinitos vectores, es decir, el estado de esfuerzo está perfectamente definido sólo con los esfuerzos principales

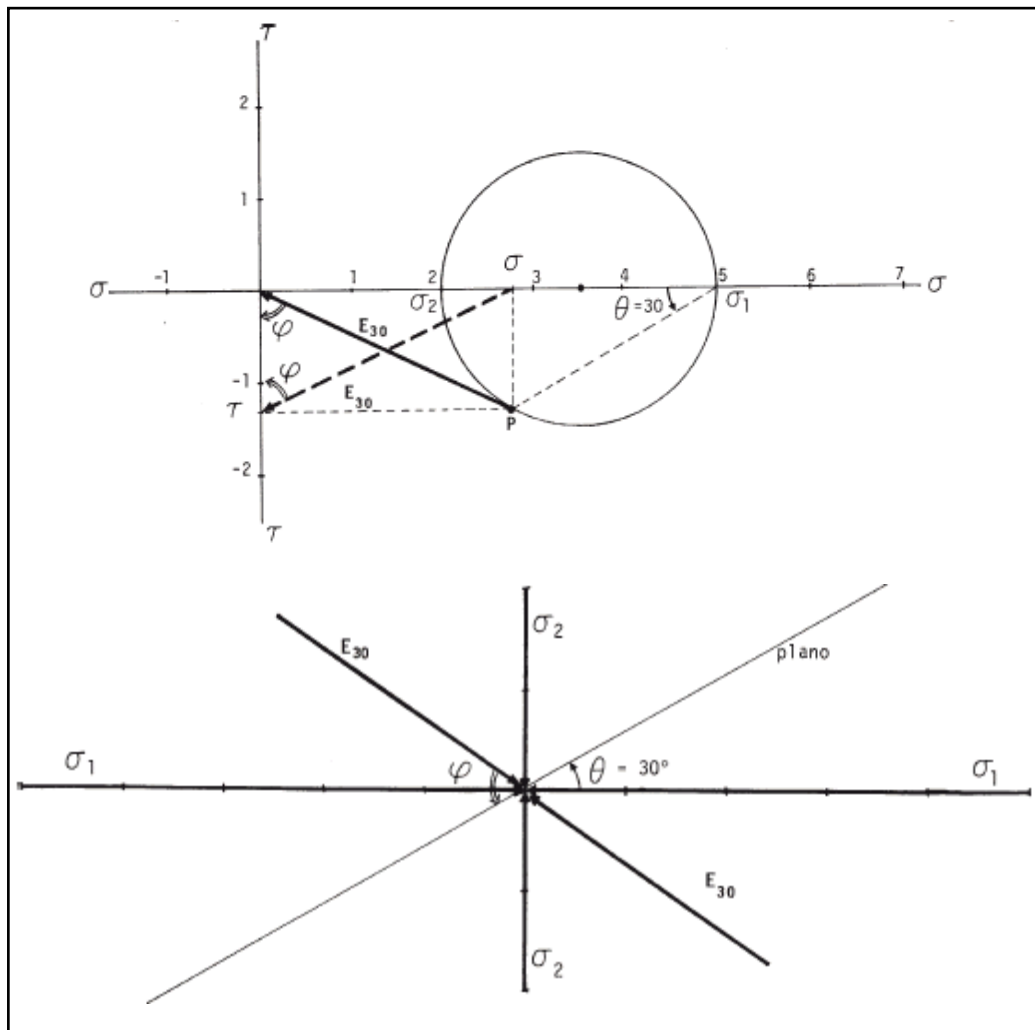


Figura 2-27- Cálculo de la resultante sobre un plano cualquiera utilizando el círculo de Mohr (Tomado de <http://web.usal.es/~gabi/apuntes> Curso 2002-03).

Además de permitir calcular las componentes y la resultante del esfuerzo que actúa sobre un plano cualquiera, el círculo de Mohr resulta una manera cómoda y práctica de representar estados de esfuerzo. La Fig.2.28 muestra cómo el círculo de Mohr sirve para representar distintos tipos de estados de esfuerzo bidimensionales.

Un estado hidrostático se representa por un punto, pues todos los esfuerzos son iguales y todos son principales. En esta Figura 2.28 se muestra la representación de diversos estados de esfuerzo en dos dimensiones utilizando los círculos de Mohr. a) tensión hidrostática, b)- tensión general, c)- tensión uniaxial, d)- tensión y compresión, e) cizallamiento puro, f)- compresión uniaxial, g)- compresión general, h)- compresión hidrostática.

Un estado uniaxial se representa por un círculo que pasa por el origen, pues uno de los esfuerzos principales vale cero. Obsérvese que en c,  $\sigma_1 = 0$  y  $\sigma_2$  es negativo, mientras que en f,  $\sigma_2 = 0$  y  $\sigma_1$  es positivo. En ambos casos,  $\sigma_1 > \sigma_2$ .

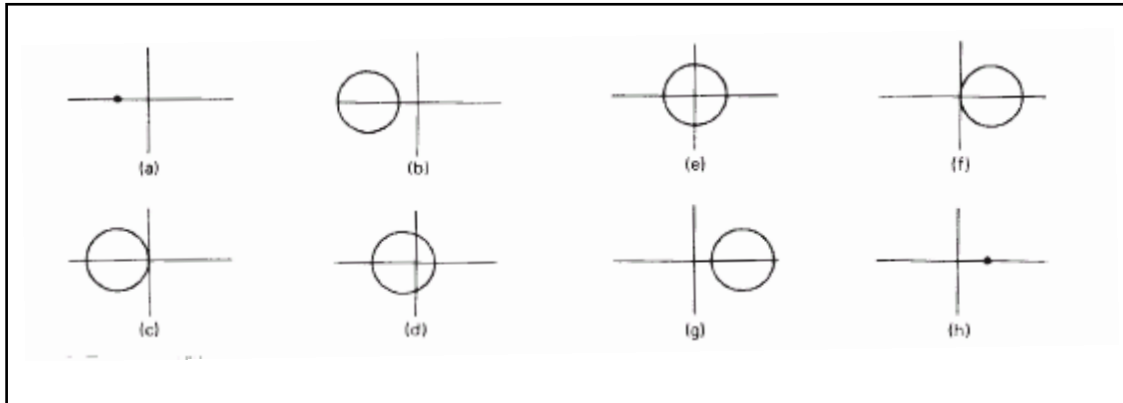


Figura 2-28- representación de diversos estados de esfuerzo en dos dimensiones utilizando los círculos de Mohr (Tomado de <http://web.usal.es/~gabi/apuntes> Curso 2002-03).

En el estado uniaxial se ha representado un estado particular denominado cizallamiento puro («pure shear») el cual se representa esquemáticamente en la Fig. 2.29. Los planos que sufren un esfuerzo de cizalla máxima son los que están representados por los puntos más alto y más bajo del círculo de Mohr, es decir, los que están a  $45^\circ$  de  $\sigma_1$  ( $2\alpha = \pm 90^\circ$ ), los cuales se denominan P y Q.

En el caso de la Fig.2.28-e, esos dos planos tienen una componente de cizalla que es máxima, pero su componente normal es cero (la abscisa de los puntos más alto y más bajo es cero). Por eso, los planos a  $45^\circ$  sufren en ese caso, un esfuerzo de cizalla puro, sin componente normal. En valor absoluto, el máximo esfuerzo de cizalla equivale al radio del círculo de Mohr.

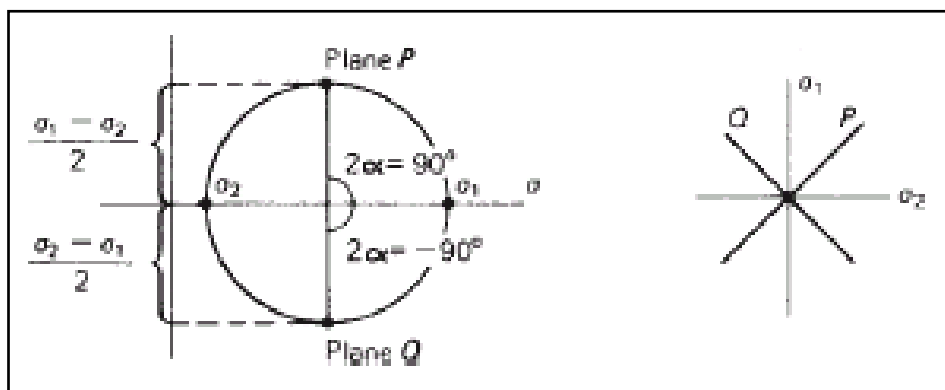


Fig. 2-29- Los dos planos que sufren el máximo esfuerzo de cizalla a  $45^\circ$  de  $\sigma_1$ . (Tomado de <http://web.usal.es/~gabi/apuntes> Curso 2002-03).

La Fig.2.30 muestra un estado de esfuerzo triaxial, poliaxial por medio de tres círculos de Mohr, correspondientes a los tres planos principales del elipsoide. Obsérvese que siempre, el círculo correspondiente al plano que contiene a  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  engloba a los correspondientes al plano de  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  y al de  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$ .

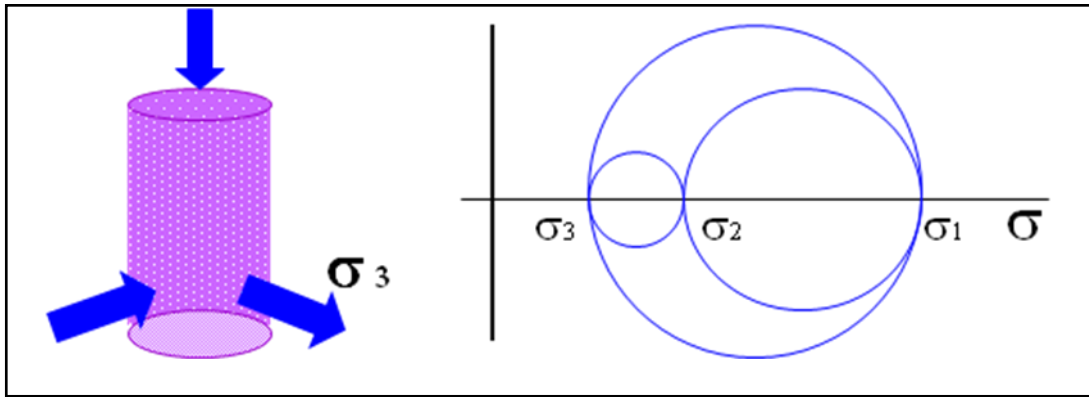


Fig. 2-30- Estado de esfuerzos tridimensional representado por los tres círculos de Mohr correspondientes a sus planos principales (Tomado de [www.u-cursos.cl/ingenieria/2005/2/GL55C/1/material\\_docente/objeto](http://www.u-cursos.cl/ingenieria/2005/2/GL55C/1/material_docente/objeto), 2006).

La figura 2.31, muestra la equivalencia de los estados de esfuerzo, realizando la descomposición de un estado de esfuerzo general compresivo.

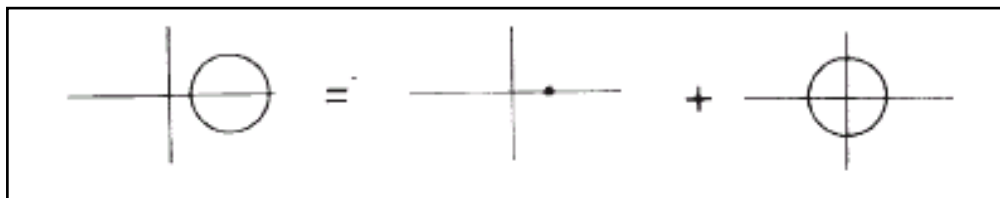


Fig. 2-31- Descomposición de un estado de esfuerzo general compresivo (Tomado de <http://web.usal.es/~gabi/apuntes> Curso 2002-03).

En general, los planos sometidos al máximo esfuerzo de cizalla, están bajo la acción de un esfuerzo normal bastante fuerte, actuando perpendicularmente al plano de posible fractura. La figura 2.32, a la izquierda muestra el estado de esfuerzos tridimensional representado por los tres círculos de Mohr correspondientes a sus planos principales; a la derecha es la representación del plano que sufre el máximo esfuerzo de cizalla a  $45^\circ$ .

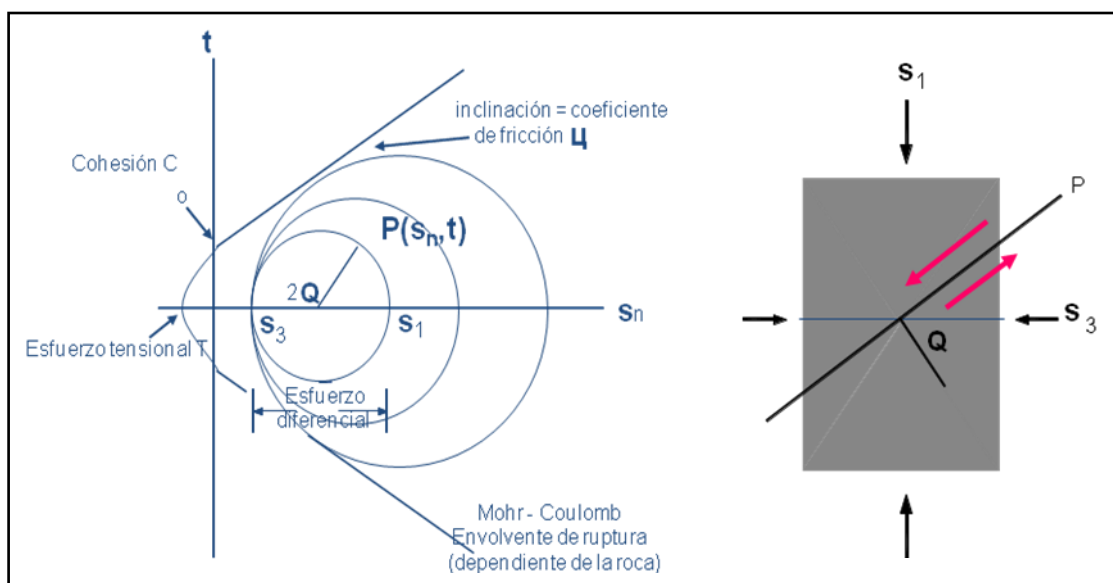


Fig. 2-32- Estado de esfuerzos tridimensional (Tomado de [www.cursos.cl/ingenieria/2005/2/GL55C/material\\_docente/objeto](http://www.cursos.cl/ingenieria/2005/2/GL55C/material_docente/objeto). Comportamiento frágil de la corteza, 2008).



Si en un plano de la roca el esfuerzo de cizalla supera la resistencia de la roca (cohesión entre las partículas componentes), esta se romperá, en una dirección preferencial (Fig.3.33) la cual es la representación de la envolvente del fracturamiento v/s los tipos característicos de fracturas asociadas.

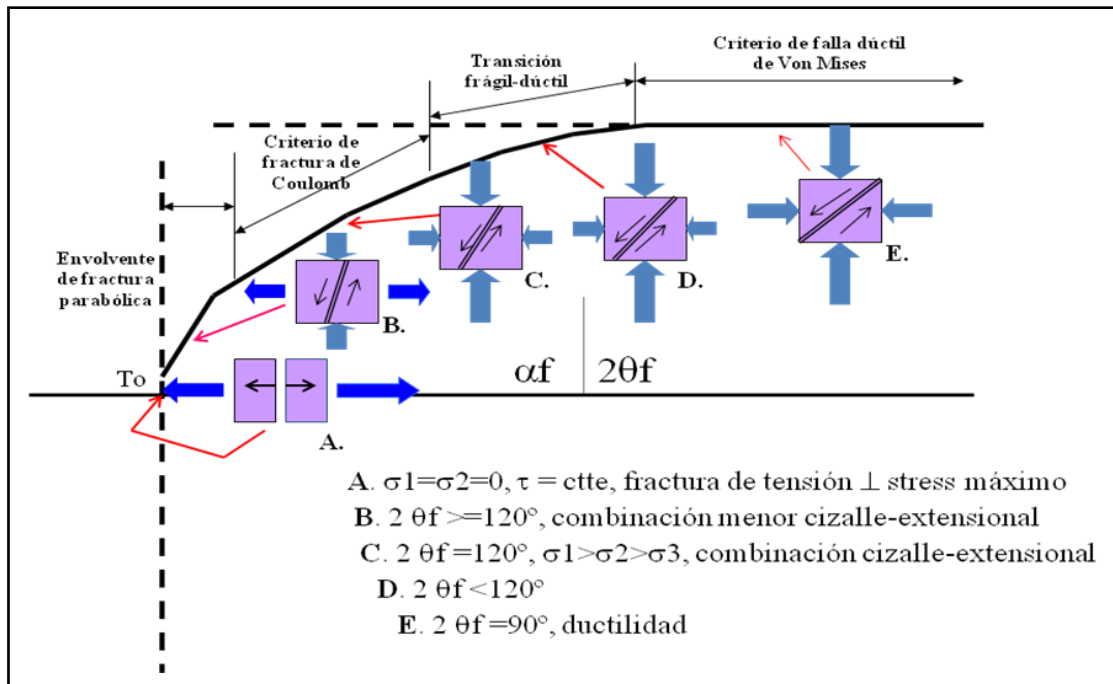


Fig.3.33.- Representación de la envolvente del fracturamiento v/s los tipos característicos de fracturas asociadas (Tomado de [www.u-cursos.cl/ingenieria/2005/2GL55C/1/material/Docente/objeto](http://www.u-cursos.cl/ingenieria/2005/2GL55C/1/material/Docente/objeto), 2005).

En el modelo de Anderson para las principales formas de fracturamiento (figura 3.34), podemos definir los principales modos de fracturamiento A) Fracturas de tensión (Modo I) movimiento perpendicular a la superficie de fractura. B) Fracturas de cizalla (Modo II) movimiento paralelo a la superficie de fractura y perpendicular al borde de propagación de la misma. C).- Fracturas de cizalla (Modo III); Donde el movimiento es paralelo a la superficie de fractura y al borde según el que se propaga.

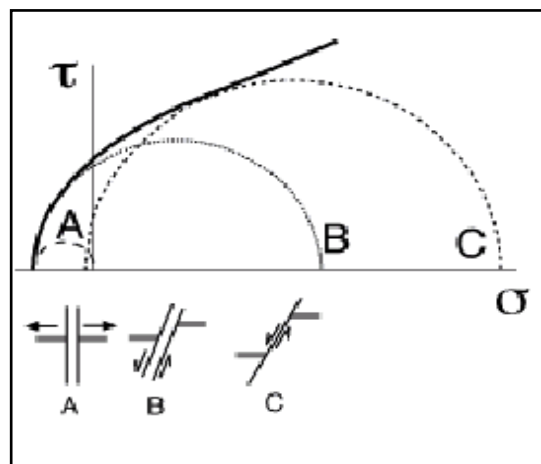


Fig. 3.34.-Modelo de Anderson para las principales formas de fracturamiento: (Tomado de [http://web.usal.es/~gabi/apuntes/Curso 2002-03](http://web.usal.es/~gabi/apuntes/Curso%202002-03)).

**2.10.8.- Esfuerzo medio y desviatorio.** De una forma similar a los vectores que pueden descomponerse en otros vectores, un estado de esfuerzo puede

descomponerse en otros estados de esfuerzo. La descomposición más utilizada es la que divide un estado de esfuerzo cualquiera en dos estados diferentes, llamados esfuerzo medio y esfuerzo desviatorio.

**Esfuerzo medio** es un estado de esfuerzo hidrostático cuyo valor es la media aritmética de los esfuerzos principales:  $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$  y en dos dimensiones:  $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$ .

El esfuerzo medio se representa en el círculo de Mohr por un punto en el eje de abscisas. Si se trabaja en dos dimensiones, ese punto es el centro del círculo de Mohr que representa el estado de esfuerzo total.

**Esfuerzo desviatorio.** Es un estado de esfuerzo caracterizado por tres esfuerzos principales cuyos valores son los siguientes:

$$\sigma_1' = \sigma_1 - \sigma_m = \sigma_1 - (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 = (\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)/3$$

$$\sigma_2' = \sigma_2 - \sigma_m = \sigma_2 - (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 = (\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)/3$$

$$\sigma_3' = \sigma_3 - \sigma_m = \sigma_3 - (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 = (\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2)/3$$

En dos dimensiones, los esfuerzos principales del esfuerzo desviatorio son:

$$\sigma_1' = \sigma_1 - \sigma_m = \sigma_1 - (\sigma_1 + \sigma_2)/2 = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$$

$$\sigma_2' = \sigma_2 - \sigma_m = \sigma_2 - (\sigma_1 + \sigma_2)/2 = (\sigma_2 - \sigma_1)/2$$

El esfuerzo desviatorio se representa por tres círculos de Mohr, uno para cada plano principal. En dos dimensiones es un sólo círculo centrado en el origen de coordenadas (Fig.2.30). El esfuerzo medio es la parte hidrostática del estado de esfuerzo, es decir, la que tiende a producir cambios de volumen pero no cambios de forma.

El esfuerzo desviatorio en cambio, es la parte del esfuerzo que tiende a producir distorsión. En la (Fig.2.30) puede verse cómo un estado de esfuerzo bidimensional compresivo (a la izquierda) se descompone en un esfuerzo medio (al centro) más un esfuerzo desviatorio (a la derecha). Es importante anotar que el esfuerzo desviatorio tiene un esfuerzo principal positivo y otro negativo siendo, por tanto, uno de esos estados de esfuerzo que no admiten ser representados por una elipse ó un elipsoide. Obsérvese también que se trata de un estado de tipo cizallamiento puro.

El esfuerzo medio se llama también a veces presión confinante, un término que expresa muy bien su significado; a cualquier profundidad en la tierra es siempre positivo y tiende a reducir el volumen de las rocas. El esfuerzo medio es igual en cualquier dirección, dado que es hidrostático. El esfuerzo desviatorio, en cambio, varía. Dado que es un estado de esfuerzo no hidrostático, con su esfuerzo principal mayor positivo y el menor negativo, el esfuerzo en cualquier dirección puede ser positivo o negativo, es decir, compresivo o tensional.

Todo esfuerzo en el interior de la Tierra a partir de una pequeña profundidad (unas pocas decenas de metros) es compresivo, debido a la presión litostática. Sin embargo, lo que determina si en una dirección dada tenderá a producirse acortamiento o alargamiento es el esfuerzo desviatorio en esa dirección. Si el esfuerzo desviatorio es negativo en una dirección, las rocas tenderán a estirarse en esa dirección, aun cuando el esfuerzo total en esa dirección sea compresivo.

Una cantidad que se usa a menudo es el llamado esfuerzo diferencial que es la diferencia entre los esfuerzos mayor y menor:  $\sigma_d = \sigma_1 - \sigma_3$ . Es el diámetro del círculo de Mohr correspondiente al plano que contiene a los esfuerzos mayores y menor por lo tanto, es el doble del máximo esfuerzo de cizalla posible en ese estado de esfuerzo.

**2.10.9.- Campos y trayectorias de los esfuerzos.** El estado de esfuerzo se define para un sólo punto en un instante. Dado que los cuerpos se componen de infinitos puntos, hay que introducir un nuevo concepto que describa la situación, en lo que a esfuerzo se refiere, para todo el cuerpo. Esto es el campo de esfuerzos: la distribución del estado de esfuerzo en todos los puntos del cuerpo. Si el estado de esfuerzo es igual en todos los puntos, se dice que el campo de esfuerzos es homogéneo. Esto implica que los esfuerzos principales tienen igual orientación e intensidad en todos los puntos. Si esto no sucede, se dice que el campo es heterogéneo o inhomogéneo.

La representación del campo de esfuerzos es difícil, normalmente se representa sólo parte de él, p. ej. Las orientaciones de los esfuerzos principales en algunos puntos distribuidos en algunos planos, a menudo la superficie terrestre o bien planos principales. Una forma usual de representar las direcciones de los esfuerzos principales es mediante el uso de las trayectorias de esfuerzo: líneas que son paralelas a las direcciones principales en cada punto.

A menudo se utiliza una línea gruesa para uno de los esfuerzos principales y una línea fina para el otro, en dos dimensiones. Las trayectorias de esfuerzo correspondientes a dos esfuerzos principales son siempre perpendiculares entre sí, pero pueden ser curvas. En la Fig. 2.35 se ha representado el campo de esfuerzos en el kilómetro superior de la Tierra, representado por las trayectorias de esfuerzo y algunas elipses de esfuerzo. El esfuerzo  $S_1 (= S_{zz})$  es igual a la presión litostática y el  $S_2 (= S_{xx}$  ó  $S_{yy})$  es siempre menor, debido a que las rocas no se comportan como líquidos.

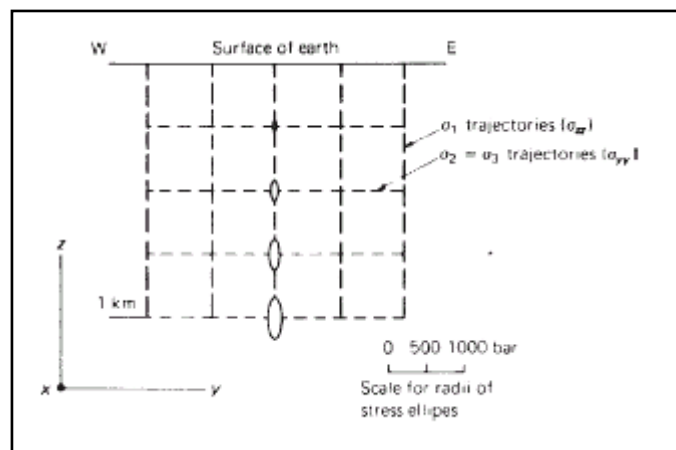


Fig. 2-35- Campo de esfuerzos en el Km. más superior de la Tierra, (Tomado de <http://web.usal.es/~gabi/apuntes>, Curso 2002-03).

Se han representado también algunas elipses de esfuerzo en las que se puede apreciar la relación entre los esfuerzos principales mayor y menor. La Fig.2.36 muestra las trayectorias de esfuerzos calculadas en el interior de un bloque empujado por uno de sus lados que pretende simular el caso de un cabalgamiento horizontal. Obsérvese que las trayectorias son paralelas y perpendiculares a la superficie en la misma superficie, pero que hacia abajo se inclinan.

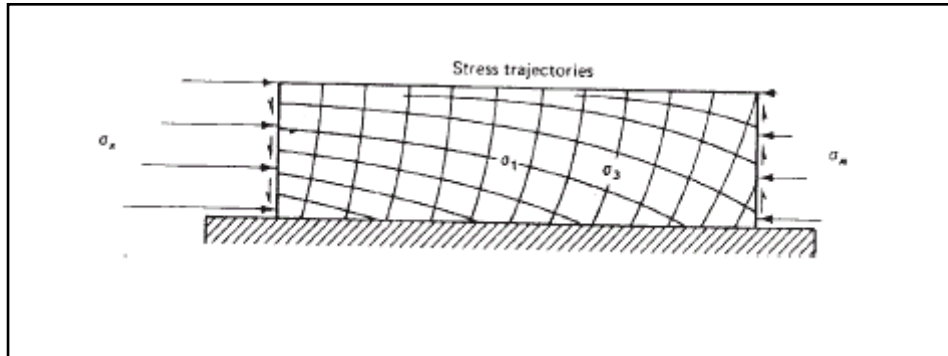


Fig. 2-36- Trayectorias de esfuerzos teóricas en un bloque empujado lateralmente. El modelo pretende simular las trayectorias de esfuerzo en un cabalgamiento (Tomado de <http://web.usal.es/~gabi/apuntes> Curso 2002-03).

Las trayectorias de esfuerzos son siempre paralelas y perpendiculares a la superficie topográfica por una razón muy sencilla: la superficie no está sometida nunca a esfuerzos de cizalla (los esfuerzos de cizalla transmitidos por corrientes de agua o aire son despreciables) y por tanto, la superficie es siempre un plano principal del elipsoide de esfuerzo.

La Fig.2-37 muestra dos ejemplos de trayectorias de esfuerzos curvadas. Pese a su curvatura, las trayectorias correspondientes a dos esfuerzos principales son siempre perpendiculares entre sí en cada punto. En configuraciones de este tipo es frecuente la existencia de puntos en los que los dos (ó los tres) esfuerzos principales son iguales, es decir, puntos en los que el estado de esfuerzo es hidrostático. En este caso se llaman puntos isotrópicos y si el valor de los esfuerzos es cero, se llaman puntos singulares.

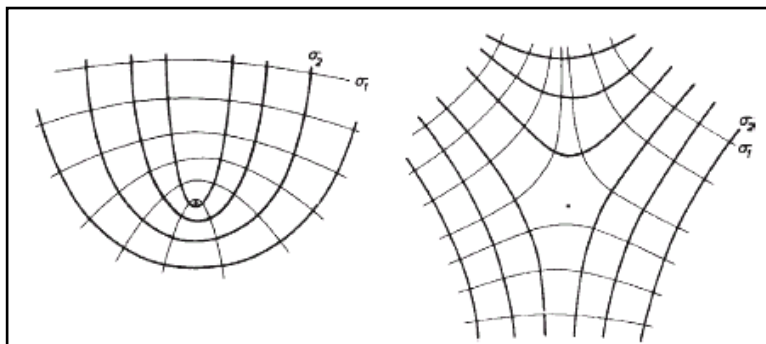


Figura 2-37- Dos ejemplos de trayectorias de esfuerzos curvos que incluyen puntos isotrópicos (Tomado de <http://web.usal.es/~gabi/tes> Curso 2002-03).