



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Comparación de la modelación  
matemática de un puente  
atirantado, empleando  
elementos barra y cable como  
tirantes**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero Civil**

**P R E S E N T A**

Saúl Hernández Ramos

**DIRECTOR DE TESIS**

Adrián Pozos Estrada



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2016



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA  
COMITÉ DE TITULACIÓN  
FING/DICyG/SEAC/UTIT/081/15

Señor  
SAÚL HERNÁNDEZ RAMOS  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor DR. ADRIÁN POZOS ESTRADA, que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

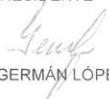
**"COMPARACIÓN DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DE UN PUENTE ATIRANTADO, EMPLEANDO ELEMENTOS BARRA Y CABLE COMO TIRANTES"**

- INTRODUCCIÓN
- I. PUENTES ATIRANTADOS Y SU COMPORTAMIENTO ANTE FUERZAS DEL VIENTO
- II. MODELACIÓN MATEMÁTICA DE UN PUENTE CON TIRANTES  
MODELADOS COMO ELEMENTOS BARRA Y CABLE
- III. ANÁLISIS DE RESULTADOS DE UN MODELO MATEMÁTICO DE UN  
PUENTE ATIRANTADO CON ELEMENTOS BARRA Y CABLE COMO TIRANTES
- IV. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"  
Cd. Universitaria a 21 de septiembre del 2015.  
EL PRESIDENTE

  
M.I. GERMÁN LÓPEZ RINCÓN

GLR/MTH\*gar.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: **M.I. AGUSTIN DEMENEGHI COLINA**

Secretario: **ING. HECTOR ALFREDO LEGORRETA CUEVAS**

Vocal: **DR. ADRIAN POZOS ESTRADA**

1<sup>er</sup>. Suplente: **M.I. MIGUEL ANGEL ZUÑIGA BRAVO**

2<sup>do</sup>. Suplente: **M.I. RODRIGO TAKASHI SEPULVEDA HIROSE**

Tesis realizada en:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

**DR. ADRIÁN POZOS ESTRADA**

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'A. Pozos Estrada', written over a horizontal line. The signature is stylized and includes a small 'G.X.' mark at the end.

**FIRMA**

## DEDICATORIAS

*Agradezco a mi familia y mi novia por todo el apoyo brindado, ya que ellos son mi mayor motivación para seguir adelante.*

## **AGRADECIMIENTOS**

A mis padres por todo el apoyo que me han brindado a lo largo de mi trayectoria académica y de mi vida, por cada palabra de aliento que en los momentos difíciles me hacían seguir adelante, por el aprendizaje que me han brindado y sobre todo por el amor incondicional.

A mi madre por cada día madrugar para brindarme un desayuno, por cada palabra de motivación y de aliento, por cada una de las enseñanzas que me ha brindado para poder ser mejor persona y por el amor que día a día me brinda. Gracias mamá.

A mi padre por todos esos días que estuvo al pendiente de que llegara temprano, por todos esos consejos y charlas llenas de sabiduría, y por todo el apoyo que me ha brindado. Gracias papá.

A mis hermanos por el apoyo incondicional de cada uno de ellos y estar ahí cuando los he necesitado.

A Andrea ya que ha estado a mi lado a lo largo de este proceso brindándome en cada momento su apoyo incondicional y escucharme en los momentos difíciles, por cada uno de los consejos que me ha brindado. Simplemente gracias por estar ahí, ya que sin ti hubiera sido más difícil este proceso, te amo.

A mis tíos y familiares que estuvieron presentes con su apoyo en este camino.

A mi facultad y mis profesores que gracias a ellos pude completar mi formación académica para poder desarrollar este trabajo.

Al Dr. Adrián Pozos Estrada por el apoyo para poder llevar a cabo este trabajo, ya que sin su ayuda no hubiera sido posible. Gracias

Esta investigación fue realizada gracias al programa UNAM-DGAPA-PAPIIT IA100614.

Al grupo de INGENIERÍA DEL VIENTO del IIUNAM.

**¡GRACIAS!**

## Índice

<b>Resumen .....</b>	<b>1</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>2</b>
<b>CAPÍTULO 1. Puentes atirantados y su comportamiento ante fuerzas del viento .....</b>	<b>6</b>
1.1. Características de los puentes atirantados.....	6
1.1.1 Clasificación de los puentes atirantados .....	7
1.2. Pilonos .....	8
1.2.1 Clasificación de los Pilonos .....	9
1.2.1.1 Diseño Longitudinal .....	10
1.2.1.2 Diseño Transversal .....	11
1.3 Cables .....	12
1.3.1 Tipos de Cables.....	13
1.3.2 Cables de barras paralelas.....	13
1.3.3 Cables de alambres paralelos.....	14
1.3.4 Cables trenzados .....	16
1.3.5 Cables de bobina cerrada.....	18
1.4. Tablero.....	19
1.4.1. Tableros de acero .....	20
1.4.2. Tableros compuestos .....	21
1.4.3. Tableros de concreto .....	21
1.5. Definición de cargas de diseño sobre los puentes atirantados .....	22
1.5.1 Acciones permanentes.....	22
1.5.2 Acciones variables .....	23
1.5.3. Acciones accidentales.....	24
1.5.3.1 Efecto sísmico .....	24
1.5.3.2 Efecto del viento en puentes atirantados.....	25
1.5.3.3 Efectos Aerodinámicos .....	26
1.5.3.4 Pruebas experimentales en túnel de viento .....	27
<b>Capítulo 2. Modelación matemática de un puente con tirantes modelados como elementos barra y cable.....</b>	<b>27</b>
2.1. Antecedentes de modelación matemática de puentes .....	27
2.1.1 Sistemas Estructurales.....	29

2.1.2 Elementos estructurales individuales .....	30
2.1.3 Modelación de los componentes de un puente .....	32
2.1.3.1 Superestructura .....	32
2.1.3.2 Apoyos de Columna Simple.....	34
2.1.3.3 Apoyos de multicolumnas .....	35
2.2. El elemento barra como tirante .....	36
2.2.1 Propiedades de la sección.....	38
2.2.2 Propiedades no lineales .....	40
2.3. El elemento cable como tirante .....	41
2.3.1 Cálculo de la deformada del elemento cable bajo peso propio.....	42
2.3.2 El elemento cable recto .....	43
2.3.3 Propiedades de la Sección .....	44
2.3.4 Propiedades no lineales .....	45
2.4. Modelo matemático de un puente atirantado con elementos barra como tirante .....	45
2.4.1 Módulo de elasticidad corregido.....	46
2.4.2 Definición del estado de cargas de deformación .....	48
2.5. Modelo matemático de un puente atirantado con elementos cable como tirante .....	50
2.6 Definición de carga inducida por el viento.....	50
<b>CAPÍTULO 3. Análisis de resultados de un modelo matemático de un puente atirantado con elementos barra y cable como tirantes .....</b>	<b>52</b>
3.1. Resultados del modelo matemático de un puente atirantado con elementos barra como tirante	54
3.1.1 Análisis de resultados ante estados de cargas gravitacionales.....	54
3.1.2 Análisis de resultados considerando estado de cargas de deformaciones en los tirantes .....	57
3.1.3 Análisis de resultados ante acciones de viento .....	61
3.2 Resultados del modelo matemático de un puente atirantado con elementos cable como tirante .	62
3.2.1 Análisis de resultados en condiciones iniciales y de linealidad.....	62
3.2.2 Análisis de resultados en condiciones no lineales .....	65
3.2.3 Análisis de resultados ante acciones de viento en modelo con elementos cable como tirantes .....	75
3.3 Comparación del comportamiento dinámico del puente de los modelos anteriores.....	75
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>77</b>
Conclusiones.....	77

Recomendaciones .....	78
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA .....	79

## **Resumen**

En este trabajo se muestran los resultados de dos tipos de modelos matemáticos del puente Baluarte, en estos modelos los tirantes se modelaron con elementos barra, en uno, y elementos cable, en el otro. Además, para cada modelo se agregaron estados de cargas con la finalidad de tener un modelo más adecuado a las condiciones reales.

Uno de los estados de carga son las tensiones iniciales con las cuales los tirantes adoptan la configuración recta, otro son las cargas permanentes y el último corresponde a una fuerza debida al viento.

La comparación de los resultados muestra que el modelo que utiliza elementos cable es más preciso, debido a que se asemeja más a la realidad. Sin embargo, el modelo que utiliza elementos barra como tirantes puede emplearse en proyectos de menor magnitud o en condiciones menos desfavorables con el fin de realizar un diseño adecuado.

## **Abstract**

This work presents the results of two types of mathematical models of the Baluarte bridge, in these models the stay cables were modeled with beam elements, in one of them, and cable elements, in the other. Also, for each model load states with the aim of having a more appropriate model to the actual conditions were added.

One of the load states are the initial tensions with which the stay cables take the straight configuration, other are the permanent loads and the last corresponds to a wind force.

Comparison of the results shows that the model that uses cable elements is more precise, because it is closer to reality. However, the model that uses frame elements can be used in projects of less magnitude or less unfavorable conditions with the aim of carrying out an appropriate design.

## INTRODUCCIÓN

Un puente es una estructura destinada a salvar obstáculos naturales como ríos, valles, lagos, brazos de mar o montañas; y obstáculos artificiales, como vías férreas o carreteras, con el fin de unir comunidades para propiciar la actividad comercial y turística.

Los puentes atirantados, también llamados traveses atirantados, consisten de un tablero soportado por cables rectos e inclinados (tirantes) fijados en los pilones con el objeto de proporcionar apoyo intermedio. Su uso hoy en día en puentes de claros medios y largos es mayor debido a su bajo costo económico, rigidez, cualidades estéticas y facilidad de montajes sin obra falsa, no olvidemos que estos brindan una apariencia atractiva por poseer una estructura que permite grandes claros de camino sin la necesidad de apoyos intermedios por ello son utilizados en lugares de difícil acceso o de accidentes naturales.

La historia de los puentes atirantados se remonta al siglo XVIII, cuando en el año de 1784 un carpintero alemán propuso una estructura de madera. Sin embargo, el primer puente con este concepto fue un diseño híbrido (parte suspendida- parte atirantada). En el siglo XIX, en Europa, se construyeron algunos puentes que consideraban elementos de atirantamiento con barras o cadenas, además se observó, en el año de 1818, que el puente Dryburgh Abbey (en Escocia) sufrió grandes daños en sus cadenas y su tablero debido a una ráfaga de viento, por lo que a partir de este momento el factor del viento fue indispensable para el diseño de estas estructuras. A partir del siglo XX, en la segunda mitad, se comenzaron a construir puentes en Alemania y gran parte de Europa, con el sistema de atirantamiento con cables que se desarrolló antes y durante la segunda guerra mundial, además el gran atractivo arquitectónico que representaron los convirtió en estructuras especiales y llamativas. En esta época destacaron los puentes Theodor Heuss construido en 1958 (Fig. 1a) y el Friedrich Ebert en Alemania, construido en 1967 (Fig. 1b).



a) Puente Theodor Heuss



b) Puente Friedrich Ebert

**Figura 1. Puentes atirantados alemanes**

En general, los puentes atirantados se ocuparon para claros de 100 m a 500 m; sin embargo, el rápido avance tecnológico que se ha presentado en los últimos años ha permitido que los claros vayan desde 800 m a 1200 m, en la Tabla 1.1 se muestran los puentes con mayor longitud en el mundo.

**Tabla 1.1. Puentes con mayor longitud en el mundo**

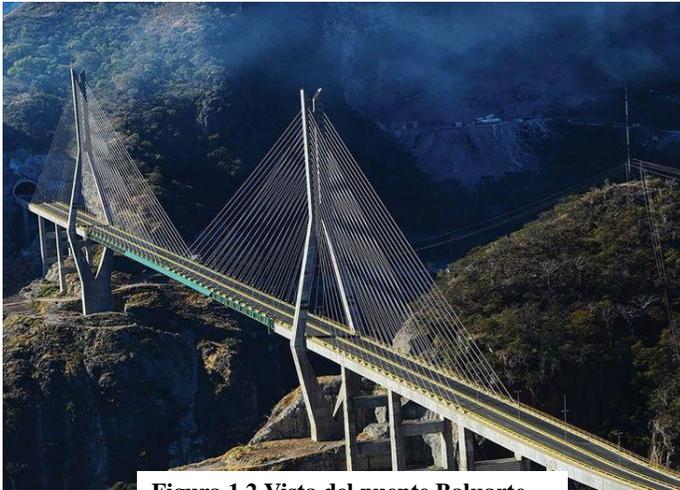
Nombre del Puente	País	Longitud del claro (m)	En servicio desde
Isla de Russki	Rusia	1104	2012
Sutong	China	1088	2008
Stonecutters	Hong Kong	1018	2009
Edong	China	926	2010
Tatara	Japón	890	1999
Normandía	Francia	856	1994
Jiujiang Fuyin	China	818	2009
Jingyue	China	816	2010
Incheon	Corea del Sur	800	2009
Quingzhou Minjiang	China	605	1996
Yangpu	China	602	1993
Xupu	China	590	1996
Meiko Chuo	Japón	590	1997
Skarnsundet	Noruega	530	1991
Baluarte	México	520	2012
Tsurumi Tsubasa	Japón	510	1995
Ikuchi	Japón	490	1994
Öresund	Suecia	490	2000
Higashi-Kobe	Japón	485	1992
Ting Kau	Hong Kong	475	1997
Seohae	Corea del Sur	470	1997
Annacis Island	Canadá	465	1986
Yokohama Bay	Japón	460	1989
Second Hooghly	India	457	1992
Second Severn	Inglaterra	456	1992

México cuenta con algunos puentes atirantados, que aportan principalmente al desarrollo del país. Para realizar este tipo de proyectos se considera la importancia en la obra de servicio, la economía disponible para este tipo de proyectos y la estética, en la Tabla 1.2 se muestran los puentes atirantados con mayor longitud en México.

**Tabla 1.2. Puentes con mayor longitud en México**

Nombre del Puente	Estado	Longitud del claro (m)	En servicio desde
Baluarte	Durango-Sinaloa	520	2012
Tampico	Tamaulipas	360	1998
Mezcala	Guerrero	311	1993
Dovalf Jaime	Veracruz	288	1984
Quetzalapa	Guerrero	213	1993
Río Papaloapan	Veracruz	203	1995
Barranca el Zapote	Guerrero	176	1993
Barranca el Cañón	Guerrero	166	1993
Grijalva	Tabasco	116	2001

El puente Baluarte Bicentenario es la estructura más destacada en la autopista Durango-Mazatlán, está ubicado en el llamado “Espinazo del diablo”, cruce entre la autopista y el río Baluarte, límite de los estados de Durango y Sinaloa (Figura. 1.2 y 1.3). Tiene una longitud de 1124 m para librar una barranca de 403.4 m de profundidad, lo que lo convierte en el puente atirantado más alto del mundo. El claro central es de 520 m, que corresponde al tramo atirantado. La sección transversal del tablero es de 19.8 m y aloja 4 carriles.



**Figura 1.2 Vista del puente Baluarte**



**Figura 1.3 Localización del puente Baluarte**

## **CAPÍTULO 1. Puentes atirantados y su comportamiento ante fuerzas del viento**

### **1.1. Características de los puentes atirantados**

Los puentes atirantados son estructuras de ingeniería, construidos de diferentes materiales, algunos de ellos (los más comunes) son: el acero y el concreto. Estas estructuras tienen la finalidad de conectar ciudades, pueblos o zonas comerciales que se encuentran situados a una distancia corta pero que los separan las condiciones de la naturaleza o artificiales, hechas por el hombre.

En general, los puentes atirantados consisten en un tablero que es soportado por cables rectos e inclinados (también llamados tirantes) fijados en los pilones. El grado de hiperestaticidad, en estas estructuras, es alto, bastante sensible a los métodos constructivos, sin embargo acepta una amplia gama de fuerzas de instalación y operación en los tirantes debido a la flexibilidad del tablero. Para el diseño de la distribución de los tirantes es importante considerar una distribución adecuada para las fuerzas sobre carga permanente, tales que la flexión en el tablero sea la mínima.

Las partes principales de los puentes se clasifican en superestructura y subestructura. La superestructura incluye todos aquellos componentes que hacen parte de su tablero tales como: losas, vigas, armaduras, cables, anclajes, barandales, pavimentos, drenes, etc.

La subestructura abarca: pilas, pilones y cimentaciones, también entran en esta clasificación los caminos de acceso al sitio.

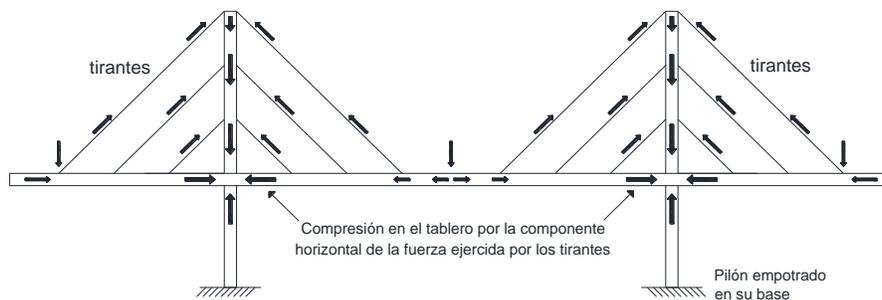
Los elementos básicos que componen estas estructuras son tres principalmente:

- Los Pilones y Pilares.
- Los cables o tirantes.
- El tablero.

Cada uno de estos elementos es fundamental para la subestructura y superestructura de este tipo de puentes, además tienen un papel fundamental para la vida útil de toda la estructura, sin olvidar la seguridad y nivel de servicio que tendrá. Más adelante se estudiarán a detalle estos elementos, mencionando las características principales y la función que desempeñan cada uno de ellos.

Los puentes atirantados tienen grandes ventajas, al usar traveses cajón o múltiples, se obtiene gran rigidez torsional y lateral. Estos factores influyen en la estabilidad de la estructura contra los efectos del viento y aerodinámicos.

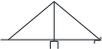
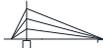
La manera de comportarse de un puente atirantado se reduce a una trabe continua sobre los pilares con soportes adicionales intermedios elásticos en el claro, esto debido a los tirantes rígidos inclinados que ofrecen puntos de apoyo relativamente estables en el claro principal (Figura. 1.4). Las fuerzas en los cables están equilibradas, por concepto, entre los claros principales y laterales.



**Figura 1.4 Flujo de cargas en el sistema de un puente atirantado**

### 1.1.1 Clasificación de los puentes atirantados

Los puentes atirantados han sufrido constantes cambios en la superestructura, disminuyendo la cantidad de elementos, con la finalidad de brindar un panorama más estético hacia la vista de los usuarios. Esto ha generado una gran variedad de tipos posibles de puentes atirantados o con distinto arreglo estructural, mediante el uso de tirantes sencillos o múltiples, incluyendo las configuraciones de haz, arpa, abanico y estrella (Fig. 1.5), además de que pueden ser simétricas o asimétricas.

	SENCILLO	DOBLE	TRIPLE	MÚLTIPLE	VARIABLE
HACES (CONVERGENTES)					
ARPA					
ABANICO					
ESTRELLA					

**Figura 1.5 Clasificación de los puentes atirantados por su disposición de cables**

Se dispone también de una amplia gama de posibilidades para la sección transversal de los pilones y de sus formas que se usan, que van desde secciones circulares, rectangulares o de algún otro polígono, para las secciones transversales; mientras que en las formas más usadas se encuentran, los de un solo pylon, pilones gemelos, en sección “A”, sección portal o incluso en rombo. En el punto 1.2 se describirán más a detalle este tipo de elementos.

### 1.2. Pilones

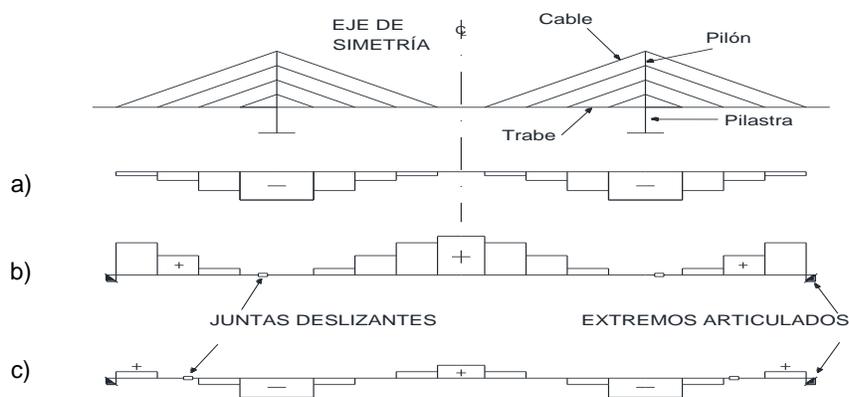
Los pilones juegan un papel fundamental dentro del diseño de un puente atirantado, son una de las partes más importantes de la estructura, por tal motivo se dedicará este punto para hablar de la importancia que tienen, la función principal que desempeñan, así como algunas características y clasificaciones de los pilones.

En la actualidad estas estructuras también juegan un rol muy importante en cuestión de la estética del puente, se busca que la vista del usuario sea más agradable, haciéndolo posible con secciones transversales de diferentes geometrías, como elípticas, hexagonales entre otros polígonos de mayor orden.

Otro aspecto importante es el número de pilones y el tipo que se usará, esto depende de muchos factores, tales como, la longitud, la altura, la accidentalidad del lugar, entre otros.

Los pilones se encargan de soportar y transmitir todas las cargas, provenientes de los tirantes, hacia la cimentación de la estructura, recordando que los tirantes toman las cargas del tablero para que este sufra las menores deformaciones posibles (Figura. 1.6).

Estos elementos deben cumplir, de una manera adecuada, con los lineamientos de estabilidad establecidos y con las condiciones de servicio apropiadas para el funcionamiento de la estructura ante efectos del viento o acciones sísmicas.



**Figura 1.6 Fuerzas axiales en traveses rigidizantes de puentes atirantados: a) autoanclados, b) totalmente anclados y c) parcialmente anclados**

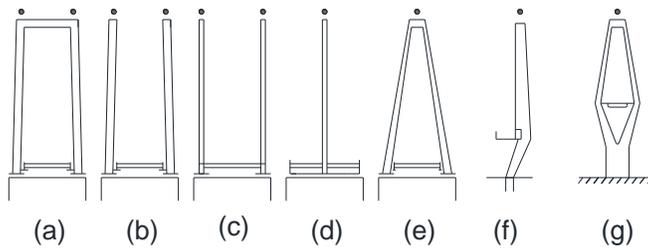
### 1.2.1 Clasificación de los Pilones

Los pilones se clasifican de acuerdo a la sección transversal del puente en los pilones (Figura. 1.7), varía de acuerdo a las necesidades del proyecto. Además de brindar una vista agradable, la elección de la sección transversal del puente en los pilones se determina por la longitud, la altura, las condiciones naturales, el tipo de riesgo por desastre natural y la economía.

Las diferencias más importantes ocurren entre los pilones gemelos y pilones únicos; los pilones únicos requiere de una trabe cajón grande para resistir los efectos de torsión debida a cargas excéntricas, y ésta se construye, por lo general, de acero, mientras que los pilones gemelos evitan

las cargas excéntricas y son más resistentes ante el efecto de torsión. El pilón único es ventajoso porque permite una visión más clara del panorama.

Los pilones pueden estar empotrados o articulados en sus bases. Si se empotran, pueden hacerse con las traveses o, de manera directa, con las pilastras.



**Figura 1.7 Formas de los pilones usados en los puentes atirantados: a) Estructura tipo portal con miembro transversal superior (m.t.s.), b) Torre fija sin m.t.s., c) Torre fija a la superestructura y sin m.t.s., d) Torre axial fija a la superestructura, e) Torre en A, f) Torre lateral, g) Torre tipo diamante**

### 1.2.1.1 Diseño Longitudinal

Los pilones de los puentes atirantados están sujetos a un alto nivel de compresión, debido a que soportan casi todo su peso propio y las cargas vivas de la estructura.

Para el diseño longitudinal, generalmente los pilones son reforzados de una manera adecuada o cuidadosa en la dirección longitudinal, esto con el propósito de permitir efectos de segundo orden. Además, la compresión causada por las acciones de las cargas permanentes y vivas normalmente es suficiente para mantener a todo el sistema de una manera homogénea. En la mayoría de los casos que se presentan cargas extraordinarias, tales como efectos sísmicos, se puede conducir a la formación de grietas en las zonas más cargadas. El comportamiento estructural longitudinal se diseña con el estado de servicio, por ello, se recomienda utilizar modelos de diseño elástico.

Para el diseño preliminar de los pilones se ha establecido un modelo de marco plano, estos resultados en general pueden ser utilizados para el diseño final de los pilones de alta tensión en flexión longitudinal. Se ha visto que el uso de un modelo de marco plano es esencial para el análisis de múltiples casos de cargas estáticas y sistemas parciales durante la erección.

El diseño longitudinal ante el estado de servicio está enfocado básicamente a determinar las deflexiones que puedan presentarse en el elemento. Estos resultados no solo abarcan las fuerzas debidas a la carga viva, sino también efectos hiperestáticos de los cambios de temperatura y con ello la contracción y dilatación del concreto. Es posible que los momentos flexionantes longitudinales bajo cargas permanentes se desprecien siempre que se cuente con un diseño adecuado del acomodo de los tirantes, con el fin de reducir el efecto de fluencia tanto como sea posible.

#### **1.2.1.2 Diseño Transversal**

El diseño de la sección transversal del pilón es debido a la acción del viento y cualquier otra fuerza fuera de las transmitidas por los tirantes, a esto se le añade dos condiciones de pilones que se verán afectados por diferentes acciones.

- Pilones de brazos independientes

El uso de pilones de brazos independientes, ya sean verticales o inclinados, se les ha caracterizado por su eficacia en suspensión central o lateral.

Cuando la suspensión es lateral se debe contar con una atención especial, debido a que puede presentarse una flexión transversal importante producida por la transmisión de la carga permanente a través de los cables.

Cuando la altura de los brazos es muy grande, es necesario cancelar o disminuir la flexión transversal por medio de cables en planos verticales, para evitar efectos de tensión que provoquen deformaciones muy grandes y problemas ante la capacidad de carga del elemento.

El efecto del viento es generalmente la fuerza predominante en el diseño. Si la altura, por encima del tablero, es muy grande, se debe contar con un análisis cuidadoso de la intensidad de viento para el diseño, teniendo en cuenta la ubicación geográfica del sitio donde se construirá la estructura. Un factor importante para las fuerzas de diseño por viento es el factor de resistencia dinámica, a veces difícil de determinar por medio de reglamentos, código o manuales, por lo que se recomienda ser calculado experimentalmente en un modelo a escala y simulado en un túnel de viento. Dependiendo del tamaño de la estructura, la distribución transversal de las fuerzas del viento en los pilones y la cubierta se puede realizar un diseño manual o por medio de un software de análisis estructural.

Otro aspecto importante es la esbeltez del elemento, en general es muy difícil que se cuente con un diseño esbelto esto debido a que los pilones tienden a ser muy altos, por lo tanto se busca un modelo de diseño en donde se considere la no linealidad geométrica.

Sin embargo, se puede despreciar la no linealidad geométrica, ya que los miembros se someten a flexión transversal de corta duración debido al efecto del viento.

- Pilones compuestos por brazos enlazados transversalmente.

En general el factor del viento se considera despreciable, sin embargo, la carga decisiva es la flexión transversal causada por alguna desviación de los cables con respecto a los brazos de los pilones.

Cuando la estructura cuenta con una altura media y el número de tirantes es reducido, las fuerzas de desviación de los tirantes se puede calcular manualmente por medio de interpolaciones apropiadas, y la flexión en la sección transversal se puede calcular mediante un modelo de marco plano.

Los modelos estáticos empleados ofrecen un diseño con la capacidad transversal suficiente, tal que evitan efectos de segundo orden en el estado de servicio de la estructura. Sin embargo, la flexión transversal de los pilones bajo cargas permanentes generalmente es un factor importante en la flexión total del elemento y la deformación.

La elaboración de los diagramas de interacciones ante la flexión transversal de los pilones puede ser de utilidad para la comprobación de la capacidad de carga del elemento.

### **1.3 Cables**

En un inicio los puentes atirantados tenían una baja calidad en el anclaje y tipo de acero que se utilizaba, esto debido al poco estudio que se tenía de ellos, sin embargo en las últimas décadas el desarrollo del acero de alta resistencia y anclajes adecuados en el concreto pretensado han permitido superar de manera satisfactoria los problemas en este tipo de estructura, considerando este tipo de problema fundamental para la funcionalidad de la estructura debido al papel tan importante que juegan los tirantes.

### **1.3.1 Tipos de Cables**

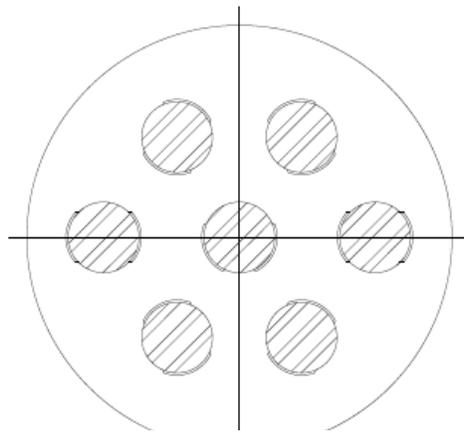
Los tipos de cables que se ocupan actualmente en el sistema de suspensión de un puente atirantado se clasifican de la siguiente manera:

- Cables de barras paralelas
- Cables de alambres paralelos.
- Cables trenzados.
- Cables de bobina cerrada

### **1.3.2 Cables de barras paralelas**

Los cables de barras paralelas están formados por varillas de acero o barras, paralelas entre sí y con los conductos de metal, estos logran mantener su posición por medio de espaciadores de polietileno que restringen el movimiento en dirección transversal del conducto pero si permite el movimiento longitudinal de las barras, lo que simplifica y favorece al proceso de tensado de las varillas o barras de manera individual. Posteriormente de la erección, se realiza una inyección de lechada de cemento con la finalidad de que el conducto juegue el papel deseado en la resistencia a los esfuerzos debidos a las cargas vivas.

Debido a que el uso de varillas continuas o de gran longitud se limita a diámetros menores de 16 mm, el método de unión que se aplica para este tipo de cables son los acopladores (Figura.1.8) sin embargo por la discontinuidad que se presenta la resistencia a la falla se reduce considerablemente.



**Figura 1.8. Cables de barras paralelas**

El uso de aceros de mediana resistencia (Tabla 1.3) exige secciones más grandes de las que normalmente se requerirían con aceros de alta resistencia. Esto conlleva a una reducción en los esfuerzos de tensión, producidos en las barras, y por lo tanto reduce el riesgo de falla por fatiga.

**Tabla 1.3 Características del acero de mediana resistencia**

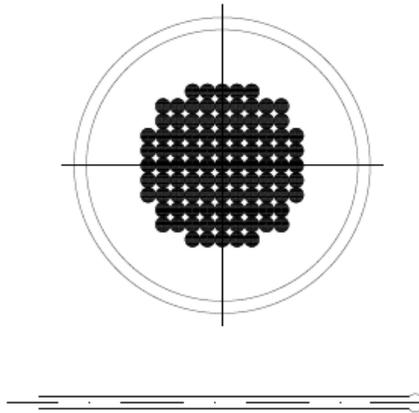
Clase de acero	St 85/105			St 110/125		
	26.5	32	36	26.5	32	36
Díametro Nominal (mm)	26.5	32	36	26.5	32	36
Área de acero nominal (mm <sup>2</sup> )	551.5	804.2	1017.9	551.5	804.2	1017.9
0.2% Prueba de Tensión $\sigma_{0.2\%}$ (N/mm <sup>2</sup> )	835	835	835	1080	1080	1080
resistencia a la falla, $\beta_z$ (N/mm <sup>2</sup> )	1030	1030	1030	1230	1230	1230
Carga última por barra (kN)	568	828.4	1048.8	678.4	989.2	1252
Carga de servicio por barra (0.45 $\beta_z$ ) (kN)	225.6	372.7	471.8	305.3	445.1	563.4

### 1.3.3 Cables de alambres paralelos

En el siglo 19 se desarrolló una técnica de hila de cables parabólicos que se utilizó en primeramente en puentes colgantes, sin embargo su estudio ha permitido grandes mejoras hoy en día. Principalmente, se componen del tensado de un grupo de alambres de baja resistencia y diámetro entre dos torres, utilizando un carro que se desplaza hacia los miembros ya tensados. En la actualidad, el uso de estos cables se ha intensificado, incluso los encontramos en otros campos, para puentes atirantados y concreto pretensado. Son de alta resistencia, de acero tensado y se encuentran en conductos de metal o polietileno. Los conductos generalmente se inyectan de lechada de cemento después de la erección de los alambres (Figura. 1.9)

Cada conducto cuenta con alambres de 7 o 6 mm y varían entre 50 y 350. Los conductos se forman de tal manera que se puedan presentar en paquetes y que sean capaces de resistir las fuerzas actuantes que varían entre 1300 hasta 9000 kN (130 hasta 900 kg<sub>F</sub>, Tabla 1.4). La resistencia que presentan es muy satisfactoria debido a las buenas propiedades mecánicas que presentan.

De acuerdo a las pruebas realizadas a especímenes de este tipo, se obtuvieron resultados en los cables de 350 a 400 N/mm<sup>2</sup> (3500 a 4000 kg<sub>F</sub>/cm<sup>2</sup>) en esfuerzos de tensión.



**Figura 1.9 Cables de alambres paralelos**

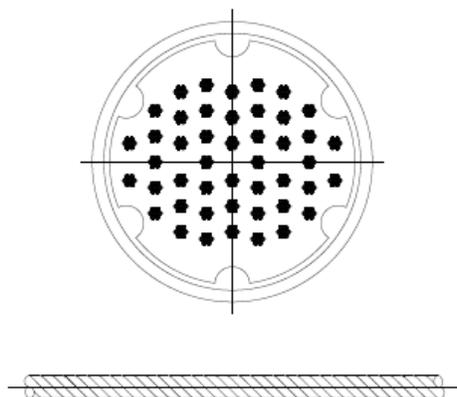
**Tabla 1.4 Características de los cables de alambres paralelos**

Número de alambres	1	61	91	121	163	211	253	313
Área de acero nominal (mm <sup>2</sup> )	38.5	2348.5	3503.5	4658.5	6275.5	8123.5	9740.5	12050.5
0.2% Prueba de Tensión $\sigma_{0.2\%}$ (N/mm <sup>2</sup> )	1520	1520	1520	1520	1520	1520	1520	1520
resistencia a la falla, $\beta_z$ (N/mm <sup>2</sup> )	1670	1670	1670	1670	1670	1670	1670	1670
Carga última (kN)	64.3	3922	5850.8	7779.7	10480.1	13566.3	16266.6	20124.3
Carga de servicio (0.45 $\beta_z$ ) (kN)	18.9	1764.9	2632.9	3500.9	4716	6104.8	7320	9056

### 1.3.4 Cables trenzados

Los cables trenzados se componen por hebras, que a su vez éstas se forman por siete cables trenzados, con un diámetro exterior de 12.7 mm (0.5 in) o 17.78 mm (0.7 in) (Figura. 1.10, Tablas 1.5 y 1.6). Cuando los cables se tensan, las fuerzas laterales que se producen tienen efectos negativos a la resistencia. Además la sensibilidad a la corrosión aumenta debido a que para sección transversal, cualquiera, el perímetro es mayor cuando se construye de varios hilos que si fuera de un solo miembro. Sin embargo, los métodos para evitar este problema han sido satisfactorios gracias al avance tecnológico de hoy en día.

Otra problemática de la que es importante mencionar, es la variante que existe entre las hebras, ya que, existen varios fabricantes que cuentan con distintos métodos de elaboración y formas de tratar el acero, así como las distintas aleaciones que se encuentran en las zonas cercanas a la obra. Por ello, es importante realizar pruebas de laboratorio a las hebras con la finalidad de asegurar las condiciones necesarias para el proyecto en las que se usarán.



**Figura 1.10 Cables trenzados**

**Tabla 1.5 Características de los cables trenzados**

Diámetro Nominal mm pulgadas código	12.7 0.5 SIA 162	15.2 0.6 ASTM A 416-74 Grado 270	15.7 0.6 Euro código 138-79	26.5 17.8 0.7 SIA 162
Área de acero nominal (mm <sup>2</sup> )	100	140	150	195
0.2% Prueba de Tensión $\sigma_{0.2\%}$ (N/mm <sup>2</sup> )	(1500)* 1640 (1700)*	(1500)* 1670 (1700)*	(1500)* 1570 (1700)*	(1500)* 1590 (1700)*
resistencia a la falla, $\beta_z$ (N/mm <sup>2</sup> )	(1700)* 1820 (1900)*	(1700)* 1860 (1900)*	(1700)* 1770 (1900)*	(1700)* 1770 (1900)*
Carga última por trenza (kN)	182	260.4	265.5	345.2
Carga de servicio por trenza ( $0.45\beta_z$ ) (kN)	81.9	117.2	119.5	155.3

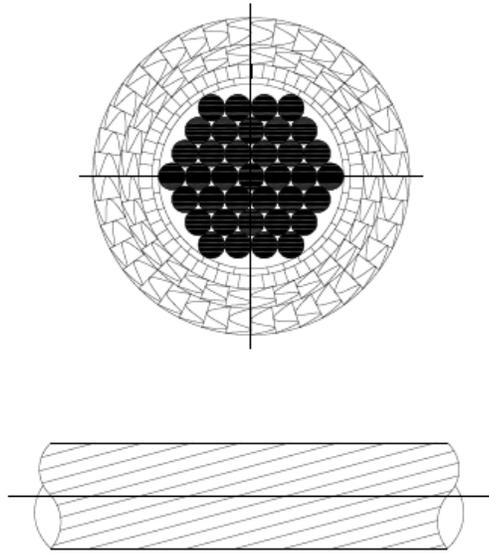
**Tabla 1.6 Características de los cables trenzados**

	37 trenzas		61 trenzas		91 trenzas	
	Carga última ( $\beta_z$ ) (kN)	Carga de servicio ( $0.45\beta_z$ ) (kN)	Carga última ( $\beta_z$ ) (kN)	Carga de servicio ( $0.45\beta_z$ ) (kN)	Carga última ( $\beta_z$ ) (kN)	Carga de servicio ( $0.45\beta_z$ ) (kN)
Diámetro nominal (mm):						
12.7	6734	3030.3	11102	4995.9	16562	7452.9
15.2	9634.8	4335.7	15884.4	7148	23696.4	10663.4
15.7	9823.5	4420.6	16195.5	7288	24160.5	10872.2
17.8	12772.4	5747.6	21057.2	9475.7	31413.2	14135.9

### 1.3.5 Cables de bobina cerrada

Los cables de bobina cerrada están acomodados por capas sucesivas, enrolladas alrededor de un núcleo central en alambres paralelos circulares (Figura. 1.11). En la parte exterior, se utilizan secciones “S” alargadas, debido a la magnitud de su superposición se forma una envoltura casi impermeable (de ahí el nombre de cables de bobina cerrada). El efecto se intensifica en el momento en que aparecen fuerzas laterales que se producen a la hora del tensado de los cables. Cada cable se compone de ocho o nueve capas de 4.7 mm de diámetro por cable, alcanzando una carga de rotura de 6000 a 12900 kN (600 a 1290 Ton<sub>F</sub>), como se indica en la Tabla 1.7.

Este tipo de cables cuentan con algunas ventajas que a los constructores les agradan, como son, la fácil colocación, se omite la inyección de lechada, el espacio de anclaje reducido, la flexibilidad permitiendo el uso de guías en los pilones de alta tensión en lugar de anclajes intermedios y el bajo costo que todo esto genera. Sin embargo, pueden ser muy vulnerables a la corrosión si no se manejan de una manera cuidadosa.



**Figura 1.11 Cables de bobina cerrada**

**Tabla 1.7 Características de cables de bobina cerrada**

Diametro del cable +3%, -1% (mm)	75	80	85	90	95	100	105	110
Área de acero nominal (mm <sup>2</sup> )	3821	4348	4908	5502	6131	6793	7489	8220
Resistencia a la falla $\beta_z$ (N/mm <sup>2</sup> )	1570	1570	1570	1570	1570	1570	1570	1570
Carga última (KN)	5999	6826	7706	8638	9626	10665	11758	12905
Carga de servicio (0.45 $\beta$ ) (KN)	2700	3072	3468	3887	4332	4799	5291	5807

#### 1.4. Tablero

El tablero es una de las partes fundamentales de un puente, debido a que tiene que satisfacer las condiciones de servicio ante las cargas vivas. Sobre el tablero se encontrará la zona de rodamiento que dará función al puente permitiendo que se conecten las zonas de interés del proyecto, como por ejemplo, puentes, ciudades, zonas industriales, etc.

Por esta razón, debe de contar con las características necesarias para brindar un estado de servicio adecuado con las medidas de seguridad necesarias. La sección transversal del tablero dependerá del tipo de suspensión del tablero; suspensión central: los momentos torsionantes son muy grandes por lo que requiere de un tablero con alta resistencia a la torsión; o suspensión lateral: los efectos de torsión son menores. El peso propio también será un factor indispensable, ya que influirá directamente en la capacidad requerida de los torones, pilones y cimentación de la estructura. Existen tres tipos de tableros:

- Tablero de Acero, 2.05-3.05 kN/m<sup>2</sup>.
- Tablero de Compuesto, 6.5-8.5 kN/m<sup>2</sup>.
- Tablero de Concreto, 10-15 kN/m<sup>2</sup>.

Es clara la diferencia que existe entre los pesos, observando que el tablero de acero es solo el 20% del peso del tablero de concreto.

La función estructural del tablero es soportar los momentos de flexión longitudinales y trasversales producidos por las fuerzas actuantes predominantes, además da rigidez al puente y transmite cargas puntuales a los cables.

En general, el tablero se encuentra en un estado elástico por lo que las bases de diseño están claramente definidas y en la actualidad existen software de análisis estructural que nos permiten conocer más detalladamente el comportamiento estático. En resumen, el diseño elástico sigue siendo fundamental ante el dimensionamiento del tablero de un puente atirantado.

#### **1.4.1. Tableros de acero**

La principal ventaja del tablero de acero es su bajo peso propio, esto permite su uso en puentes donde existen claros muy grandes. Sin embargo, el costo de este sistema es muy elevado, llegando a ser de dos a cuatro veces su equivalente en concreto, aunque se puede considerar, ya que al contener un peso propio menor que el tablero de concreto los cables, pilones y cimentación presentarían menor carga que se refleja en menor costo.

En puentes donde los claros son pequeños o medianos el costo de los cables solo llega a representar del 10 al 20 por ciento del valor del proyecto, mientras que en claros largos su valor

se incrementa. Por ello los tableros de acero se utilizan en puentes de claros largos para reducir el peso de la estructura y así poder tener menos cables o de menor capacidad de carga.

#### **1.4.2. Tableros compuestos**

Consiste de un tablero de vigas de acero con losa de concreto. La losa puede ser fabricada o colada in situ. El peso propio de este sistema está intermedio entre el tablero de acero y el de concreto. Sin embargo, su uso no es muy frecuente debido a su alto costo económico.

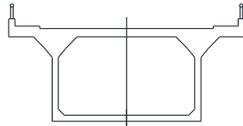
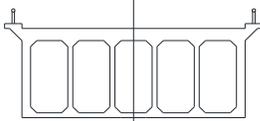
En la actualidad no hay estudios profundos acerca de este tipo de tablero, aunque es un tema interesante por considerar un peso propio menor al del concreto así como la facilidad de erección de las partes de acero.

#### **1.4.3. Tableros de concreto**

Los tableros de concreto son los más utilizados, esto reside, en el bajo costo económico, gran rigidez en la sección transversal y el tiempo reducido de construcción. Este sistema puede ser de elementos prefabricados o colados in situ debido a su alto peso propio. El uso de estos tableros se presenta en puentes donde los claros son pequeños o medianos.

El costo del concreto suele ser bajo pero al presentar un peso propio muy alto el número de cables o la capacidad de carga de los mismos puede aumentar, elevando su costo considerablemente, además el aumento de esfuerzos en los pilones y cimentación conlleva a un dimensionamiento de mayores proporciones. Por estas razones, los tableros de concreto no son muy usuales en puentes con claros muy grandes.

Aproximadamente hace 40 años, el uso de vigas principales y losa de concreto reforzado o pretensado para los tableros era muy popular por su bajo costo económico, su alta rigidez y los desplazamientos tan pequeños que se prestaban. En la actualidad aún se siguen usando. Otros aspectos importantes de estos elementos monolíticos son el efecto de amortiguamiento y las bajas vibraciones, en la figura 1.12 se muestra algunas secciones típicas de este sistema.

TIPO DE VIGA	SECCIÓN TRASVERSAL DE TABLERO
VIGA DE CAJÓN SIMPLE	
VIGA DE CAJÓN DOBLE	
VIGA DE CAJÓN DOBLE	
VIGA DE CAJÓN SIMPLE	

**Figura 1.12 Tipos de tableros de concreto reforzado y presforzado**

### 1.5. Definición de cargas de diseño sobre los puentes atirantados

Las acciones que actúan sobre un puente atirantado se clasifican de la siguiente manera:

- Acciones permanentes
- Acciones variables
- Acciones accidentales

#### 1.5.1 Acciones permanentes

Son aquellas que obran de forma continua sobre la estructura y cuya intensidad varía de manera despreciable con el tiempo. Las principales acciones que pertenecen a esta categoría son:

- Carga muerta

Se considera carga muerta al peso propio de los elementos estructurales y no estructurales. Por ejemplo, pilones, tablero, cables, acero, banquetas, parapetos, conductos, tuberías u algún tipo de instalación.

- Empuje de suelo y/o líquidos.

El empuje de suelo y/o líquidos se presenta por lo general en las pilas, ya que éstas pueden estar sobre el cauce de un río. Debido a que el empuje de tierras suele ser el más significativo, podemos hacer uso de las fórmulas de la mecánica de suelos para determinar el empuje.

### **1.5.2 Acciones variables**

Son aquellas que obran en la estructura con una intensidad que varía significativamente con el tiempo. Las principales acciones que entran en esta categoría son:

- Cargas vivas

Las cargas vivas son las debidas al peso de cargas móviles aplicadas que corresponden a camiones, autobuses, automóviles, equipos para construcción y trabajos agrícolas, peatones, ganado, etc. Las cargas vivas de diseño podrán variar de acuerdo al uso de la estructura.

De acuerdo a estudios realizados por la Secretaria de Comunicaciones y Transportes (SCT) y el Instituto Mexicano del Transporte (IMT) demostraron que los sistemas o modelos de cargas vivas vehiculares especificados en los reglamentos de la AASHTO, que usualmente se han empleado en México para el diseño estructural de puentes carreteros, establecen cargas inferiores a las que transportan los vehículos mexicanos.

A partir de este análisis la SCT y el IMT realizaron cambios en las Normas de diseño de puente con la finalidad de representar con mayor exactitud la realidad de las cargas vivas que circulan en los puentes de nuestro país

- Impacto debido a la carga viva

Se denomina impacto por carga viva al amento en porcentaje que se aplica a las cargas vivas vehiculares sobre la estructura con el propósito de conocer los efectos de vibración, que es

causada por su respuesta dinámica como conjunto, a la excitación producida por las ruedas, la suspensión de los vehículos y el golpeteo producido por las irregularidades en la zona de rodamiento.

Este efecto no se considera en elementos como los estribos, muros de retención, pilotes que no sean de acero o concreto y estructuras de madera.

### **1.5.3. Acciones accidentales**

Son aquellas que no se deben al funcionamiento normal de la estructura y pueden llegar a presentar intensidades muy grandes en lapsos breves de tiempo. A esta categoría pertenecen las siguientes acciones:

#### **1.5.3.1 Efecto sísmico**

Los puentes atirantados deben tener la capacidad de sufrir grandes deformaciones sin presentar daños que pongan en peligro la estructura durante y después de un sismo. La flexibilidad de la estructura es caracterizada por la frecuencia natural de la estructura. El análisis dinámico hace posible modelar la interacción que hay entre la superestructura, subestructura y el medio en el que se establece.

De acuerdo a estudios realizados, la estimación de las fuerzas debidas al efecto sísmico sobre puentes atirantados se puede clasificar de la siguiente manera:

- Aproximación Estática o Pseudo-Dinámica.

Esta metodología puede usarse para efectos de análisis preliminares, donde se requieren valores muy aproximados de esfuerzos y desplazamiento inducidos por las fuerzas sísmicas. Dentro de esta clasificación se pueden destacar los siguientes métodos de análisis sísmico:

- Método Sísmico Estático: puede ser útil en el diseño preliminar, ya que da una aproximación de las fuerzas cortantes horizontales en proporción de las masas de la estructura y en función del comportamiento del suelo impuesto, conocido como coeficiente sísmico.
- Método Multi-Modal Espectral: determina las fuerzas en cada dirección ortogonal para cada modo de frecuencia de la estructura, utilizan un espectro de respuesta, que es el

medio por el cual se trata de caracterizar al suelo en un rango de frecuencias y niveles de amortiguamiento de la estructura. Debido a que no todos los modos de vibración (respuestas máximas) se presentan en un mismo instante, se propone una combinación de todos los modos; el Dr. Rosenblueth fue el primero en introducir la combinación SRSS que se debe a la raíz cuadrada de la suma de todas las fuerzas de cada modo; otra combinación que resulta ser muy satisfactoria es la CQC combinación cuadrática de combinaciones.

- **Análisis de Respuesta Dinámica**

Es tipo de análisis es más complejo y detallado que el primero, además de que su semejanza con la realidad es más cercano. En este análisis es posible modelar la estructura incorporando la tridimensionalidad de problemas, la no linealidad, la interacción suelo-estructura, la propagación de ondas de un apoyo a otro, la excitación sísmica y dispositivos para aumentar el amortiguamiento. Para esta categoría es recomendable usar el método de análisis:

- **Método de análisis historia a través del tiempo:** se utiliza cuando la estructura se encuentra en una zona de alto riesgo sísmico, con este análisis se evalúa un sismo a través de la aceleración que produce en función de la historia del tiempo.

### **1.5.3.2 Efecto del viento en puentes atirantados**

El viento se define normalmente por la velocidad y turbulencia del viento. La velocidad del viento se caracteriza por la variación de la velocidad en un periodo de tiempo determinado, generalmente se conoce como la velocidad media. La velocidad media del viento se incrementa conforme la altura respecto a la superficie del suelo aumenta alcanzando un máximo cuando la pendiente del gradiente de velocidad es casi horizontal. El gradiente de velocidad es la altura a la cual la velocidad del viento ya no se perturba por la superficie terrestre.

La turbulencia del viento depende principalmente de la rugosidad del terreno así como de la altura a la que se encuentra la cubierta del tablero por encima del suelo. La respuesta a la turbulencia del viento se divide en un componente de velocidad media y la componente de la fluctuación del viento. Los componentes de la fluctuación del viento se pueden separar en dos respuestas:

- Respuesta de banda ancha, se puede evaluar mediante la frecuencia de las turbulencias y normalmente puede ser referenciada como una carga Pseudo-estática.
- Respuesta de banda angosta, esta puede producir significativas fuerzas de oscilación en uno o más periodos naturales de la estructura. Dado que, las cargas del viento turbulento se producen aleatoriamente la respuesta dinámica de la estructura debe expresarse en términos probabilísticos, existen métodos que nos sugieren determinar esta respuesta.

### 1.5.3.3 Efectos Aerodinámicos

El comportamiento estructural de un puente atirantado ante la respuesta del viento es fundamental para el proceso de diseño. Para determinar el comportamiento aerodinámico de un puente es necesario entender el régimen del viento que actúa en la estructura de acuerdo al sitio donde se encuentra o encontrará. Las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre el puente dependen de la velocidad y dirección del viento así como de las características del puente (tamaño y forma).

Las fuerzas aerodinámicas ejercidas por el viento sobre la superestructura de un puente dependen de la forma y tamaño de la sección transversal del tablero así como del ángulo de inclinación de ataque del viento.

Para determinar las cargas debidas al viento sobre la estructura, se utilizan los siguientes métodos de análisis:

- Método Estático

Se analizan los efectos estáticos, mediante la idealización de un objeto que se encuentra sujeto a un flujo de viento de velocidad y dirección constante que no varía con el tiempo.

- Método Dinámico

Se analizan los efectos dinámicos a partir de un flujo provocado por la turbulencia de un viento, por la separación de vórtices, y por los cambios de dirección del flujo principal que actúa sobre un objeto, las causas principales son las variaciones de la fuerza del viento con respecto al viento.

#### **1.5.3.4 Pruebas experimentales en túnel de viento**

Cuando el puente es de mucha importancia y cae fuera de los casos prácticos para emplear los métodos de códigos o manuales, se recomienda realizar estudios experimentales en túnel de viento. Las pruebas que se pueden realizar a un puente atirantado son de dos tipos:

- Pruebas a modelos aeroelásticos.
- Pruebas de modelos seccionales.

Las pruebas a modelos aeroelásticos permiten conocer la respuesta estructural del puente ante fuerzas turbulentas del viento. Asimismo, las pruebas a modelos seccionales permiten calcular los coeficientes aerodinámicos de la sección del tablero del puente.

Es recomendable realizar este tipo de pruebas en túneles de viento con una sección transversal lo suficientemente grande para evitar efectos del bloqueo de la sección por la presencia del modelo.

## **Capítulo 2. Modelación matemática de un puente con tirantes modelados como elementos barra y cable**

### **2.1. Antecedentes de modelación matemática de puentes**

El objetivo básico de la modelación de un puente es proporcionar la formulación matemática más sencilla del comportamiento verdadero del puente para evaluar elementos en particular o satisfacer requisitos de diseño que nos permitan determinar respuestas cuantitativas del funcionamiento de la estructura. Otros factores que deben ser considerados en la modelación de un puente son las interacciones físicas y mecánicas del sitio en donde estará el puente, esto con

la finalidad de conocer la respuesta de la estructura ante las diferentes solicitaciones que nos impone el sitio del proyecto en estudio.

El objetivo del modelo analítico es describir la geometría, las cargas debidas a efectos accidentales del sitio (sismo y viento), las conexiones entre la estructura, las condiciones del entorno, cargas de servicio y el peso de la estructura lo más cerca de la realidad para llegar a una aproximación más certera de la respuesta numérica. Para lograr esto, la geometría que se describe en el modelo de la superestructura debe tener hasta el más mínimo detalle que asemeje lo más posible al proyecto, los elementos individuales que conforman partes estructurales o componentes completos del puente se tiene que conectar mediante nodos y respetar los grados de libertad que describan mejor el proceso de análisis.

Además de las características geométricas, es importante conocer las cargas correctas debido al sismo y viento asociadas al sitio, en condiciones usuales y extremas. Otro aspecto que es de gran importancia es la conexión entre los marcos del puente, los pilones y la cimentación que consiste en modelos complejos y algunas veces no se cuenta con esta información, por ello es necesario realizar estudios para poder contar con una aproximación de éstos o modelos más simplificados que nos permitan realizar la modelación del puente sin muchas complicaciones.

En el caso del suelo se debe realizar un estudio más detallado, con la ayuda de otras ramas de la ingeniería, que nos permita conocer el tipo y las características de suelo con la finalidad de poder modelar el suelo de una mejor manera, en algunos casos se modela a través de resortes y en otras se considera al suelo como un medio continuo.

En particular con puentes muy altos o muy largos surgen preguntas acerca de la modelación global del puente o la modelación de ciertos componentes estructurales como lo es la superestructura o algún elemento estructural del puente, ya que si la altura es un factor importante también los efectos de viento y sismo se verán afectados y esto puede llevar al caso en donde los valores de respuesta obtenidos no sean confiables y existe la posibilidad de incurrir en un error de diseño.

En general, para proyectos de esta magnitud se realiza una modelación separada del sistema total, que es el puente, y se maneja mediante subsistemas conformados por elementos estructurales individuales, realizando los siguientes métodos de modelación.

### 2.1.1 Sistemas Estructurales

El sistema estructural del puente consiste en dos componentes principales, que son la superestructura y la subestructura. La superestructura está formada por todos los elementos que están en la parte superior como el tablero, los elementos de erección, los tirantes, el sistema de anclaje, así como cualquier elemento que sirva para el funcionamiento y uso del puente. Para su análisis, el puente se separa por secciones que se unen mediante juntas de expansión o de construcción, que es donde se presentan discontinuidades y por lo tanto respuestas importantes ante las diferentes solicitaciones a las que está sometido el puente.

Para enfatizar en la importancia y diferencias en estos subsistemas individuales en términos de modelación analítica para la cuantificación numérica de la respuesta estructural del puente, se realiza una distinción entre los siguientes modelos:

- Modelos globales: estos modelos tienen una utilidad limitada, sin embargo para los casos en que (1) el puente es corto y consiste de un solo marco, (2) la respuesta esperada del puente está en el rango elástico-lineal y (3) para valores de movimiento del suelo a lo largo del puente que se pueden establecer sin mucha incertidumbre, se pueden obtener resultados bastante buenos y confiables.

Estos modelos primordialmente se utilizan para análisis sísmicos que buscan una respuesta elástica-lineal, para determinar desplazamientos elásticos y fuerzas que entran en el rango elástico de los elementos. Esos resultados se utilizan principalmente para conocer el comportamiento del puente en general y poder aplicarlo a procesos de diseño o verificar los parámetros individuales del puente que en otros modelos no se consideraron.

En modelos en donde se espera una respuesta inelástica y en sistemas de puentes con geometrías particulares, como puentes curvos, los resultados de la modelación pueden no ser de gran confiabilidad y será necesario recurrir a otro tipo de modelación.

- Modelos de Marcos: este método de análisis consiste en estudiar el puente por medio de marcos, se separa el puente en secciones donde existen juntas o discontinuidades y se toma como un subsistema. Este modelo de análisis es una herramienta poderosa para determinar las características de respuesta dinámica ante las diferentes acciones a las que

está sometida la estructura. Otro aspecto importante que se simula, es el comportamiento del marco en función del movimiento variable que puede presentar el suelo.

La evaluación independiente de los marcos y el resultado numérico no solo nos permiten llegar a concluir un diseño general del puente, sino que nos facilita conocer mejor el comportamiento del puente y la respuesta dinámica a distintas secciones que nos ayudara a identificar puntos débiles que pueda presentar nuestro modelo, lo cual es difícil conocer con el modelo de análisis global.

Este modelo, como todos, tiene sus limitaciones y para este caso la geometría de los elementos no debe ser tan detallada, es decir, no podremos conocer las características de un elemento con una geometría muy peculiar, para ello tendremos que utilizar otro tipo de modelado o combinarlos.

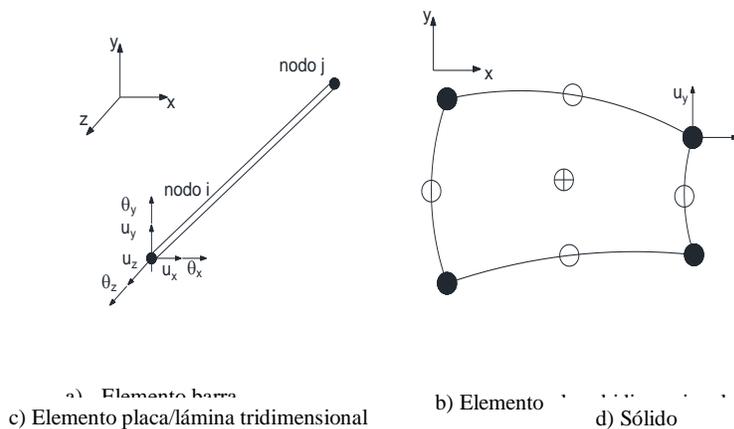
- Modelos de apoyos: En la actualidad, el desarrollo de modelos a base de marcos requiere de una caracterización detallada de cada apoyo, debido a que generalmente, la rigidez lateral de estos modelos la aportan los apoyos. Por lo que, los modelos de apoyos simples son utilizados para desarrollar proyectos con una rigidez efectiva en los apoyos ante solicitaciones laterales y ante estados límite de deformación.

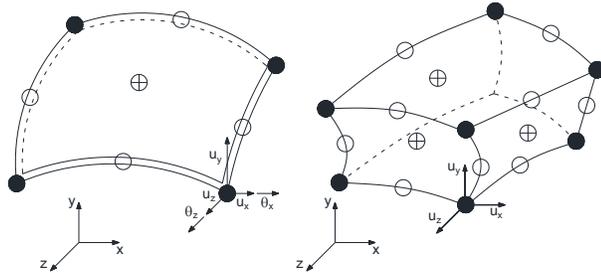
Los modelos de apoyos pueden ser combinados en modelos de marcos por medio de elementos de la superestructura. Es por ello que la combinación de los modelos de marcos con el de apoyos es de gran utilidad para la modelación de puentes.

### **2.1.2 Elementos estructurales individuales**

Los elementos estructurales individuales son parte fundamental de un modelo, en caso de los modelos antes descritos (global, marcos y apoyos) es necesario conocer las características físicas de los elementos por separado que están unidos entre sí por medio de nodos o articulaciones que describimos en el sistema de modelado del proyecto. Pueden clasificarse de acuerdo a su geometría y uso estructural. Para el caso de los elementos del modelo de un puente se clasifican en: (1) elementos línea, (2) placas o láminas, y (3) elementos sólidos, ver Figura 2.1.

1. Elemento Línea: Los elementos línea se utilizan en forma de resortes, amortiguadores o columnas, en la Figura 2.1(a) se representa por medio de un elemento barra y se muestra que puede tener seis grados de libertad por cada nodo. Estos elementos se caracterizan principalmente por su representación geometría unidimensional, sin embargo son elementos de gran utilidad, ya que pueden modelar elementos bidimensionales y tridimensionales, además pueden ser orientados arbitrariamente. Para una respuesta elástica-lineal son los más utilizados para modelar vigas y columnas.
2. Elementos placa o lámina: estos elementos se utilizan principalmente en la superestructura, para modelar el comportamiento del tablero y los cajones que lo conforman. En la Figura 2.1 (b) se muestra el modelo de un elemento placa en un plano bidimensional, puede describirse por medio de 4 a 9 nodos, aunque esto conllevará a un mayor número de grados de libertad y por lo tanto un análisis más complejo, en este caso solo tiene dos grados de libertad. En la Figura 2.1(c) se representa el estado de tensión-deformación de una lámina en un plano tridimensional, en este caso se manejan cinco grados de libertad.
3. Elementos sólidos: estos elementos se representan en planos tridimensionales, como se muestra en la Figura 2.1(d) con tres grados de libertad de desplazamiento por nodo y así como los elementos placa pueden formarse por varios nodos o simplemente con nodos en las esquinas del elemento. Son utilizados solo en casos limitados en forma de modelos elásticos lineales.





**Figura 2.1. Elementos estructurales**

### 2.1.3 Modelación de los componentes de un puente

En este punto haremos referencia a los modelos específicos para cada uno de los componentes de un puente, proporcionando información básica para la modelación y descripción geométrica de los elementos del puente. Los componentes que se mencionarán a continuación son los siguientes:

- Superestructura.
- Apoyos de columna simple.
- Apoyos de multicolumnas.
- Cimentación.

#### 2.1.3.1 Superestructura

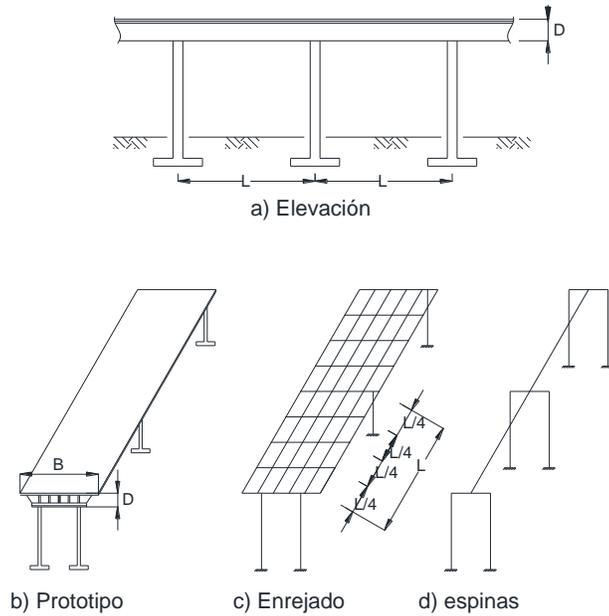
La superestructura se compone principalmente del tablero y el sistema de apoyo del tablero, en nuestro caso es el sistema de atirantamiento del puente, esto hace que la modelación de la superestructura sea pieza clave para el análisis del puente.

En el modelado de la superestructura, se consideran los detalles de la geometría y efectividad de las características de los miembros, la definición de los soportes y conexiones y los efectos de las cargas permanentes.

En este tipo de puentes se considera la distancia entre apoyos ( $L$ ) en relación con el ancho del puente ( $B$ ) y el espesor del tablero ( $D$ ) y de ser posible se trata de modelar una estructura proporcional, de tal manera que se presente un comportamiento lineal en la superestructura. Para el análisis sísmico y de viento no necesariamente se usan modelos tridimensionales con elementos finitos, se pueden usar modelos más simples siempre que cumpla con las características necesarias de rigidez y distribución de cargas.

En algunos casos, la superestructura, debido a su rigidez en el plano de estudio, se puede suponer como un cuerpo rígido por el movimiento que presenta bajo cargas sísmicas y de viento, por lo que el modelo se reduce a un análisis de rigideces en los apoyos cuidando las restricciones geométricas que simulan la superestructura.

En los casos en que la superestructura no puede considerarse como cuerpo rígido, se realiza un modelo de enrejado a base de elementos línea o barra como se muestra en la Figura 2.2 (c) o como elementos línea continuos unidos a una viga por el centro de gravedad de los elementos transversales a lo largo del puente, conocido como modelo de espigas como el que se observa en la Figura 2.2 (d). Las propiedades de ambos modelos deben ser equivalentes a la rigidez global de la estructura.



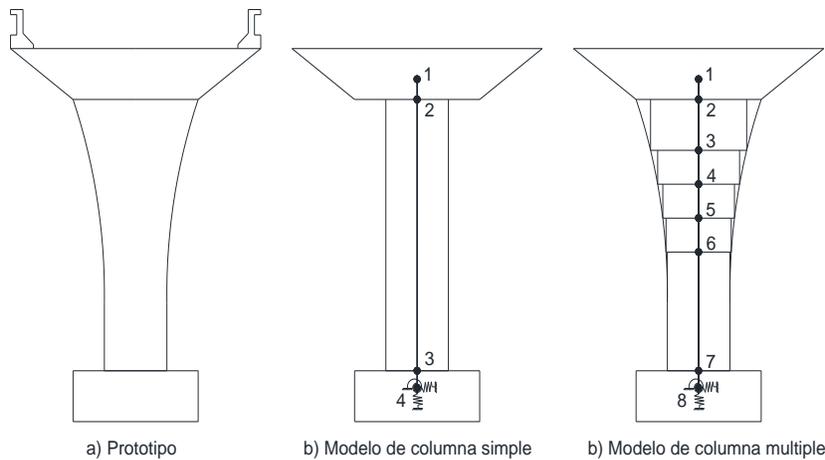
**Figura 2.2. Modelos de superestructura**

### 2.1.3.2 Apoyos de Columna Simple

Para el análisis de respuesta sísmica de un puente, hablar de los apoyos es parte fundamental del comportamiento estructural siendo estos elementos estructurales con la capacidad de transmitir las cargas gravitacionales y las fuerzas sísmicas a la cimentación, que posteriormente llegarán al suelo.

Para un caso general de un apoyo de columna simple como se muestra en la Figura 2.3 (a), es necesario tener en cuenta diferentes consideraciones en función de la geometría y la respuesta sísmica que se espera. Si se desea una respuesta elástica en una columna prismática como se muestra en la Figura 2.3 (b) es suficiente modelar la columna como un elemento barra conectado en los nodos 2 y 3 en la parte superior la superestructura y en la parte inferior a la zapata, siempre y cuando exista una distribución de masas adecuada. Cuando se espera una respuesta inelástica significativa en forma de articulaciones plásticas en los nodos 2 y 3, se puede modelar mediante

elementos barra de diferentes características entre los nodos 2 y 3 como se muestra en la Figura 2.3 (c).



**Figura 2.3. Modelos de apoyos de columnas simples**

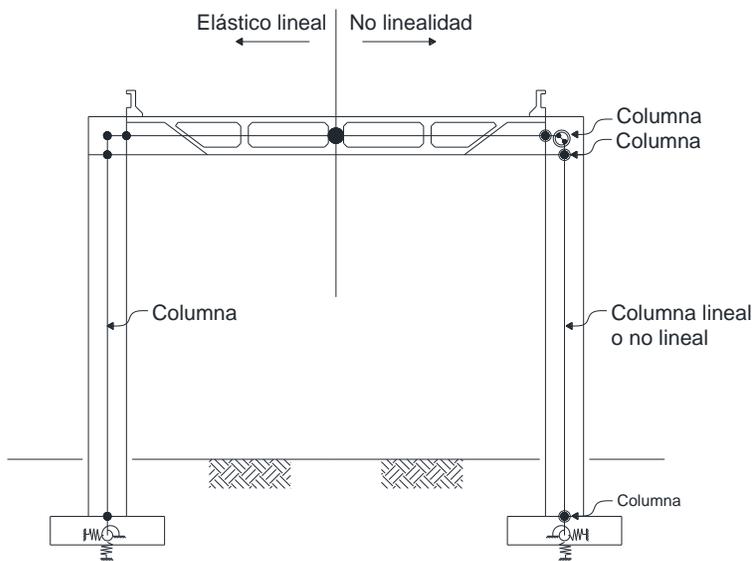
### 2.1.3.3 Apoyos de multicolumnas

En este caso el apoyo consiste en un marco de dos o más columnas que se unen a través de vigas, por esta razón el acoplamiento de todos los elementos contribuye a la respuesta sísmica en términos de rigidez, capacidad y niveles de carga axial en los distintos elementos que conforman el apoyo. En el modelo analítico, todos los efectos pueden ser incorporados en un modelo de marco plano a lo largo de los ejes de los elementos, el modelo constará de elementos barra verticales y horizontales de tal manera que representen las columnas y vigas, además todas las propiedades de los miembros deben tomarse en cuenta así como el tipo de unión que tendrán y los grados de libertad que se utilizarán como se muestra en la Figura. 2.4.

Para los modelos lineales elásticos es suficiente describir la columna con un solo elemento barra unido en la parte inferior con la cimentación y en la parte superior con el apoyo horizontal (viga), en estos modelos se deben incluir las propiedades adecuadas de rigidez debido al tipo de unión que se empleara para garantizar la influencia adecuada de la carga axial, de flexión y de cortante.

El elemento horizontal (viga) se modela mediante un elemento barra con las características apropiadas al proyecto y unido a las columnas, es importante mencionar que se agregan dos nodos al nivel de paño de columna y viga esto con la finalidad de detectar respuestas críticas en términos de momentos máximos de flexión.

Para modelos no lineales se incluyen en los elementos articulaciones plásticas en zonas de flexión, especialmente en zonas de juntas y en la base, como se muestra en la Figura. 2.4, con la finalidad de representar las características de respuesta no lineal apropiada.



**Figura 2.4. Modelo de apoyo múltiple**

## 2.2. El elemento barra como tirante

El elemento barra es un instrumento que nos permite realizar una modelación de sistemas estructurales de una manera simple y certera, esto lo convierte en un elemento muy poderoso de análisis que nos facilita la modelación de elementos como vigas, columnas, armaduras bidimensionales y tridimensionales, hablando de sistemas en donde el comportamiento del

materiales es lineal; sin embargo, es posible realizar una modelación en donde el comportamiento de los materiales no es línea, por ejemplo cables y tirantes.

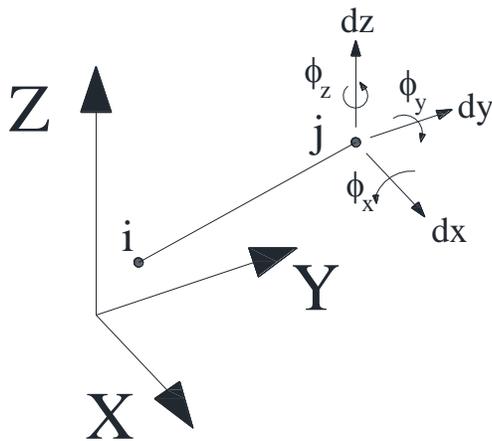
En términos muy prácticos, el elemento barra se modela mediante la unión de una línea recta que une dos puntos, esto hace posible que los sistemas estructurales diseñados con figuras geométricas a base de rectas sean de gran facilidad para su modelación. Sin embargo, es posible modelar superficies curvas a través de la división del elemento en varios elementos rectos consecutivos.

El elemento barra generalmente se usa para la modelación de vigas y columnas por ello realiza un análisis en tres dimensiones que incluyen efectos de flexión biaxial, cortante biaxial, deformación axial y momentos de torsión, gracias a esto es posible modelar estructuras y conocer los efectos, ante diferentes tipos de cargas, que tiene cada elemento de la estructura y así conocer el comportamiento general.

Debido a que cada elemento de un sistema estructural se modela mediante un elemento barra, es posible seleccionar un sistema de coordenadas locales a cada uno, esto con la finalidad de asignar propiedades geométricas y mecánicas al elemento, así como aplicar las cargas debidas para su análisis y poder realizar una interpretación adecuada y ordenada.

Como ya se mencionó con anterioridad, el elemento barra se representa mediante una línea recta que conecta dos articulaciones (puntos),  $i$  y  $j$ . Así, el eje neutro corre a lo largo de dichas articulaciones. La complejidad de un modelo con elemento barra radicará en el número de grados de libertad que se requiere en las articulaciones; estos desplazamientos serán los causantes de inducir las diferentes deformaciones en los elementos o sistemas estructurales, las cuales se consideran como los parámetros fundamentales en la selección del modelo más adecuado.

Si analizamos una de las articulaciones del elemento barra (Figura 2.5) en una visión tridimensional y con referencia a un sistema de coordenadas locales, observamos que existen seis grados de libertad: tres desplazamientos lineales en dirección de cada eje y tres rotaciones alrededor de cada dirección principal. Estos seis desplazamientos pueden inducir seis movimientos de cuerpo rígido en cada elemento conectado a esa articulación, por ello el elemento barra es una herramienta que nos permite modelar sistemas muy sencillos hasta modelos muy complejos.



**Figura 2.5 Articulaciones del elemento barra**

En el caso de la modelación de cables por medio del elemento barra es importante recordar que no se transmiten los momentos en los extremos, para ello se recomienda:

- Establecer las propiedades adecuadas a la sección geométrica, es decir, los momentos de inercia en dirección de los ejes locales y la constante de inercia deben ser cero.
- Otra forma, es liberar las rotaciones de flexión en ambos extremos, así como la rotación torsional.

### 2.2.1 Propiedades de la sección

Dentro de la modelación de un elemento barra existe un conjunto de propiedades geométricas y de materiales que describen la sección transversal de uno o más elementos, estas características son independientes de los elementos barra y se asignan a cada uno. Las propiedades son de dos tipos:

- Prismáticas: todas las propiedades son constantes a lo largo de todo el elemento.
- No prismáticas: las propiedades varían a lo largo del elemento

Las secciones de propiedades prismáticas, por lo general, son especificadas por referencia a un material definido previamente. Se utiliza el principio de un material isotrópico, aun cuando se ha definido un material ortotrópico o anisotrópico. Las propiedades de los materiales usadas son:

- Módulo de elasticidad: relacionado a la rigidez axial y rigidez a la flexión.
- Módulo de corte: relacionado a la rigidez a cortante transversal y rigidez torsional.
- Coeficiente de expansión térmica: para la expansión axial y la tensión a la flexión térmica.
- Densidad: para el cálculo de la masa.
- Peso específico: para el cálculo del peso propio y cargas por gravedad.

Además se cuentan con seis propiedades geométricas básicas, que en conjunto con las propiedades de los materiales, ofrecen una rigidez adecuada a la sección del elemento, esto con el objeto de crear un elemento que contenga las características necesarias para su uso en los proyectos de ingeniería. Las propiedades geométricas son:

- Área de la sección transversal
- Momentos de inercia: con respecto a los ejes locales del plano de la sección transversal, se consideran dos momentos por cada sección.
- Constante de torsión: relacionado a la rigidez torsional de la sección dada.
- Áreas de cortante: con respecto a los ejes locales del plano de la sección transversal, se consideran dos áreas de cortante por cada sección. Las secciones no prismáticas se pueden definir para los elementos que presentan una variante en las propiedades geométricas y/o de materiales a lo largo del elemento. Es posible dividir el elemento en cualquier número de segmentos, no precisamente de la misma longitud, que nos permita tener un panorama más amplio de éste para su análisis.

La variación de la rigidez a flexión puede ser lineal, parabólica o cúbica para cada segmento; así como el comportamiento axial, a cortante, a torsión, la masa y el peso. En conjunto de las variantes de las propiedades de los materiales, se puede incluir la variación geométrica en cada segmento, como se muestra en la Figura 2.6.

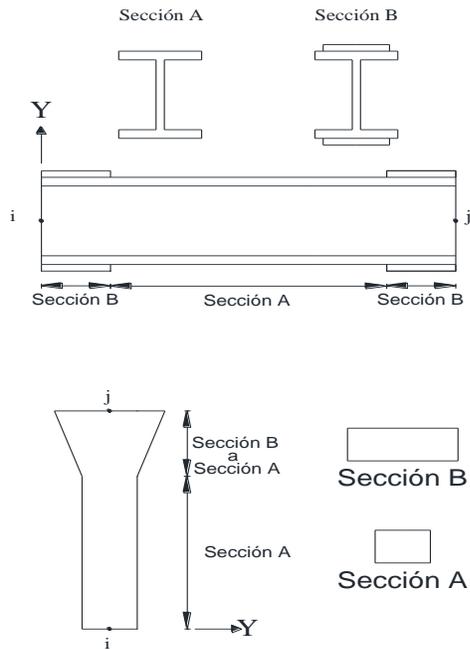


Figura 2.6 Variación geométrica del elemento

### 2.2.2 Propiedades no lineales

Hay dos tipos de propiedades no lineales que pueden ser usadas para el elemento barra/cable: límites de tensión/compresión y las articulaciones plásticas.

Los límites de tensión/compresión, especifican la existencia de tensión y/o compresión máxima que un elemento barra/cable puede tomar. En este caso, haremos referencia al elemento barra como tirante suponiendo que éste es incapaz de resistir efectos de compresión o especificando el límite de compresión igual a cero.

De acuerdo a la convención de signos utilizada, podemos especificar que el límite de tensión acepte valores de cero o positivos y el límite de compresión valores de cero y negativos. Si se definen con cero ambos límites el elemento no considerará ninguna fuerza axial.

El comportamiento del límite tensión/compresión es elástico. Es decir, cualquier alargamiento más allá del límite de tensión y acortamiento más allá del límite de compresión corresponderá a un valor de rigidez axial nulo y estas deformaciones se recuperan elásticamente.

El comportamiento a la flexión, al cortante y a la torsión no se ve afectado por la no linealidad axial.

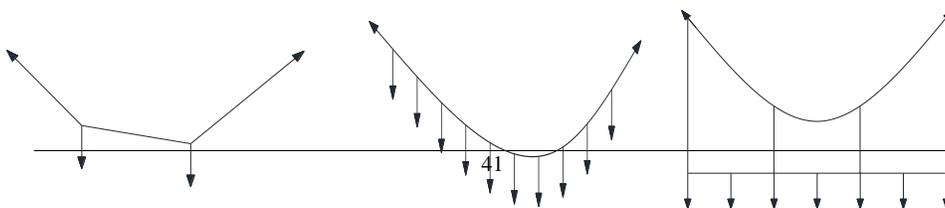
### 2.3. El elemento cable como tirante

El cable es un elemento que por su comportamiento se considera altamente no lineal, en la mayoría de los casos, se utiliza para modelar el comportamiento de catenaria de cables delgados bajo la influencia de su propio peso.

El elemento cable adopta formas en función a la carga que se le aplica; para cargas concentradas el cable presenta una forma poligonal; en el caso del peso propio describe una trayectoria curva o de catenaria; y para cargas uniformemente distribuidas adopta una forma parabólica (Figura 2.7 a,b,c). Sin embargo, al realizar una combinación de cargas el elemento describirá la forma de acuerdo a las cargas que predominen.

Los cables representan una solución económica puesto que el área requerida para resistir esfuerzos de tensión es menor a la requerida para efectos de compresión, sin embargo, estos elementos son de poco uso dentro de estructuras pequeñas debido a la inestabilidad del cable.

El puente atirantado y el puente colgante son estructuras en donde se presentan sistemas estructurales basados en el uso del elemento cable, sin embargo existen otras estructuras en donde podemos ver este tipo de sistemas como el techo de estadios.



a)

b)

c)

**Figura 2.7 Deformadas de un elemento cable**

### 2.3.1 Cálculo de la deformada del elemento cable bajo peso propio

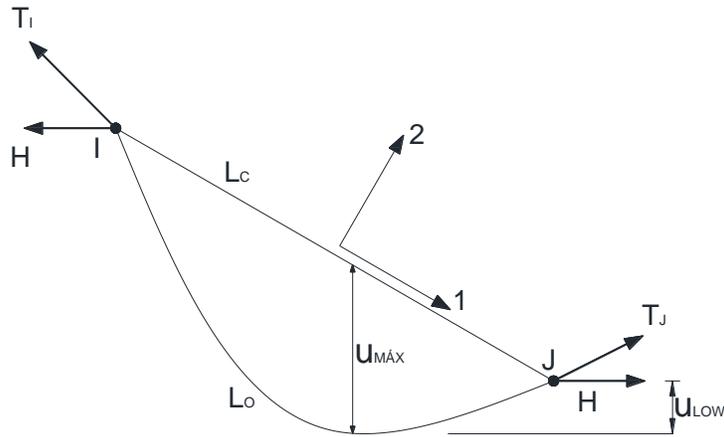
El cálculo de la deformada del cable bajo los efectos de su peso propio nos ayudará a entender cómo se comporta si solo está sujeto en sus extremos y sometido a su peso propio. Calcularemos la condición no deformada de un cable, esto, suponiendo que la longitud es igual a la del cable unido a los extremos de la condición no deformada (Figura 2.8). Para el cálculo se pueden especificar las siguientes cargas que actúan sobre el cable:

- Peso propio.
- Cargas por unidad de longitud a lo largo del elemento.

Es importante mencionar que estas cargas solo sirven para determinar la condición no deformada del elemento y no para realizar un análisis más complejo.

Mediante este cálculo podemos obtener características de los cables que nos permitan realizar el diseño del elemento adecuado para el proyecto, algunas de estas características son:

- La longitud no deformada ( $L_0$ ), ya sea absoluta o relativa entre los extremos.
- El pandeo máximo vertical ( $U_{\text{máx}}$ ), medido de la línea recta trazada a extremos ( $L$ ).
- El pandeo bajo máximo ( $U_{\text{bm}}$ ), medido desde el punto más bajo referenciado al sistema de coordenadas.
- La componente horizontal de tensión ( $H$ ).
- La tensión en cada extremo ( $T_i$  y  $T_j$ ).
- Además de proporcionar la tensión mínima requerida para que la forma del cable sea recta.



**Figura 2.8. Elemento cable bajo peso**

Por ello es importante conocer este cálculo, ya que en un puente atirantado los cables presentan una forma recta y es necesario determinar que tensión se requiere para que el cable presente esta forma, además de que las tensiones en los extremos servirán para el diseño de los sistemas de anclaje y empotramiento

### 2.3.2 El elemento cable recto

Como se expresó anteriormente, el elemento cable cuando está sometido a cargas concentradas superiores al peso propio, pierden la forma curva y toman formas rectas, semejantes a un polígono. Para el estudio de estos elementos se supone que los tramos entre los puntos de aplicación de las cargas son rectos, por lo que la tensión del cable se puede determinar mediante un modelo similar al usado en armaduras (método de los nudos). La tensión es axial y sigue la trayectoria de los cables. La tensión en cada tramo del cable se puede encontrar mediante un simple equilibrio de fuerzas en cada nudo, el cual mediante los vectores puede manejarse de manera sencilla. Se supone que no existe fricción entre el cable y el apoyo cuando se cambia la dirección del cable, como sucede en la parte superior de las torres de los puentes atirantados, y por lo tanto la componente horizontal de la tensión del cable será la misma en todos los puntos

del cable. Con esta hipótesis, la tensión del cable depende del ángulo ( $\alpha$ ) que hace el cable con la horizontal.

Comentado [A1]: Es  $\alpha$  o alfa?

Para realizar el análisis de este elemento se deben realizar las consideraciones pertinentes que nos permitan describir el comportamiento que tendrá debido a las diferentes sollicitaciones que se presenten a lo largo de la vida de la estructura. Los grados de libertad del elemento cable es un punto esencial que tenemos que tener en mente para evaluar el comportamiento que tendrá el elemento en conjunto con la estructura, para este análisis solo consideramos los grados de traslación, ya que nos interesa conocer los desplazamientos del elemento cuando la estructura está sometida a un acción de cualquier tipo, por otro lado, no se consideran los grados de rotación, debido a que el comportamiento del cable no permite o se consideran los efectos de flexión nulos.

### 2.3.3 Propiedades de la Sección

La sección transversal del elemento cable se describe mediante una sección circular, en donde se especifica el diámetro o el área de acero de la sección; para el caso de los puentes atirantados las secciones de los tirantes varían de acuerdo a su longitud y tensión de servicio, ya que sería un desperdicio de material y dinero si colocamos un diámetro estándar para todos los elementos.

Las propiedades de la sección son definidas con referencia a materiales ya establecidos en el mercado, esta selección se realiza mediante el análisis previo del modelo a estudiar. Algunas de las propiedades que son de nuestro interés son:

- El módulo de elasticidad.
- El coeficiente de expansión térmica.
- El peso específico.
- Rigidez axial, para el cálculo de la de la deformada por peso propio (catenaria).

Con estas propiedades podemos conocer con más certeza el comportamiento real del elemento, es importante mencionar el manejo de estas, ya que un error nos puede conducir a resultados

muy diferentes a los que deseamos y por consiguiente un mal diseño en la estructura que se puede reflejar en pérdidas humanas y de gran capital.

#### **2.3.4 Propiedades no lineales**

De acuerdo a las características del elemento cable para cargas axiales podemos deducir que pertenece a una no-linealidad geométrica, esto se debe a que el elemento sufre grandes deformaciones al estar sometido a ligeras cargas de compresión por ello se considera un elemento altamente no-lineal.

Para su análisis es requerido un método no-lineal en donde se contemplen estas características y se realice una modelación adecuada, con la intención de acercarnos más al comportamiento real del elemento.

El software que se utilizará en este análisis considera el análisis no-lineal, tomando como nulos los esfuerzos de compresión y las deformaciones que estos producen.

#### **2.4. Modelo matemático de un puente atirantado con elementos barra como tirante**

El modelo que se estudiará corresponde al proyecto del Puente Baluarte, es un puente atirantado localizado en los límites de los estados de Durango y Sinaloa sobre la autopista Durango-Mazatlán en México. Tiene una longitud total de 1120 m, un ancho de 20 m que con 4 carriles vehiculares, y posee un claro central de 520 m el cual se encuentra suspendido sobre el río Baluarte. La característica principal del puente Baluarte es su altura de 402.57 m del tablero al fondo del río, esto logró la distinción del record del puente atirantado más alto del mundo en el año de su inauguración (2012).

Dentro de la clasificación de los puentes atirantados, el puente Baluarte es considerado de tipo abanico múltiple, esto se refiere a la configuración de los tirantes y la inclinación en ambos márgenes del apoyo siendo el ángulo de inclinación de los tirantes de la margen de acceso mayor a la margen suspendida; además, la suspensión es lateral por medio de pilones en forma de “Y” invertida.

El puente se modeló mediante un modelo de espinas (Spine model), que consiste en simular los elementos por medio de elementos línea continuos y unidos por el centro, para la simulación de este modelo fue necesario describir 1,332 elementos que conforman los componentes principales del puente antes mencionados (tablero, pilas y pilones y tirantes). El modelo del puente consta de 10 apoyos, 2 pilones, 11 claros entre apoyos, 152 tirantes. Además se necesitó definir 78 materiales con características diferentes y 327 propiedades geométricas distintas.

Para la modelación matemática se utilizó el software de análisis estructural SAP2000, para ello se requirió definir información geométrica y de materiales para poder realizar una simulación adecuada. Para este caso solo se realizaron modelaciones para el análisis modal ante cargas verticales como lo son el peso propio y el de sobrecargas debidas a materiales asfálticos, banquetas, etc; y ante tensiones de diseño en los cables.

#### 2.4.1 Módulo de elasticidad corregido

Debido a que los cables (tirantes) presentan una baja rigidez a la flexión, estos elementos pueden (equilibrar) soportar su peso propio tomando la forma de una catenaria.

Ahora, supongamos un tirante con un módulo de elasticidad  $E = \infty$ , apoyado en sus extremos a una separación  $s$ . Si aumentamos la fuerza  $N$  hasta tender a infinito (Figura 2.9), la forma del cable se aproximará a una línea recta y el punto  $B$  se mueve hacia  $B'$  siguiendo una trayectoria  $\Delta s = l_1 - s$ . Si la fuerza se incrementa a partir de  $N$  a  $N_1 = N + \Delta N$ , la trayectoria se convierte en  $\Delta \Delta s = \Delta s - \Delta s_1$ . Este desplazamiento corresponde a una extensión  $\Delta \Delta s$  del cable, sometido a un incremento en la fuerza  $\Delta N$ .

Por lo tanto, podemos definir una extensión (deformación) unitaria de la siguiente manera:

$$\epsilon_f = \frac{\Delta \Delta s}{s}$$

y de la ley de Hooke:

$$\sigma = \epsilon_f E_f$$

Pero como  $\sigma$  es un dato la ecuación se escribe de la siguiente forma:

$$E_f = \frac{\sigma}{\varepsilon_f}$$

Por otro lado, la relación tensión-deformación específica de un cable cuya deflexión es impedida por una serie de apoyos sin fricción, se caracteriza a esto por su módulo de elasticidad ahora llamado  $E_e$ .

Gracias a esto es posible calcular un módulo de elasticidad idealizado  $E_i$  que permite describir los fenómenos antes mencionados.

$$E_f = \frac{\sigma}{\varepsilon_f + \varepsilon_e}$$

Debido a lo antes mencionado, en el modelo de elementos barra como tirantes estudiado se definieron materiales de acero para cada tirante con el módulo de elasticidad idealizado que corresponde a cada una de las características de los tirantes. Es importante mencionar que todos varían ya que poseen longitudes diferentes y por lo tanto la tensión necesaria para poder considerarlos rectos es mayor.

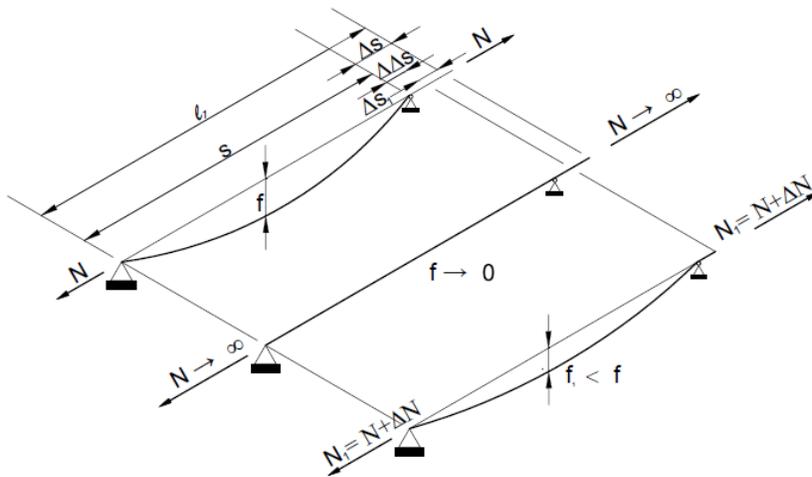


Figura 2.9. Comportamiento geométrico de un cable con módulo de elasticidad  $E = \infty$

#### 2.4.2 Definición del estado de cargas de deformación

Para el análisis del puente fue necesario establecer tensiones en los tirantes, las cuales corresponden a las tensiones iniciales que se infringen en los tirantes para la configuración recta que los caracteriza en los puentes atirantados. En la Tabla 2.1 se muestran las tensiones que se proporcionaron de los tirantes 1 al 19.

**Tabla 2.1 Tensiones en los tirantes**

N° de Tirante	Tensión (N)	Tensión (Kg)	N° de Tirante	Tensión (N)	Tensión (Kg)
1	1665169.17	169742.02	11	2822353.87	287701.72
2	1521011.42	155047.04	12	2959646.97	301696.94
3	1543566.71	157346.25	13	3073404.11	313292.98
4	1639671.88	167142.90	14	3228349.18	329087.58
5	1825998.23	186136.41	15	3315628.37	337984.54
6	1991730.62	203030.64	16	3476457.43	354378.94
7	2123139.73	216426.07	17	3589233.90	365875.02
8	2297698.10	234219.99	18	3723585.01	379570.34
9	2475198.46	252313.81	19	3866762.10	394165.35
10	2645834.17	10	-	-	-

Una vez conocidas las tensiones de servicio, se planteó la expresión de esfuerzo y la Ley de Hooke.

$$\sigma = \frac{T}{A}$$

$$\sigma = \varepsilon E$$

donde:

$\varepsilon$ : es la deformación unitaria, adimensional.

T: tensión de servicio, kg.

E: módulo de elasticidad, kg/cm<sup>2</sup>.

A: área transversal, cm<sup>2</sup>.

$\sigma$ : esfuerzo, kg/cm<sup>2</sup>.

Realizando la igualdad en ambas expresiones y despejando la deformación unitaria llegamos a la siguiente expresión.

$$\varepsilon = \frac{T}{EA}$$

Con esta expresión se determinaron las deformaciones unitarias que se presentan en cada tirante producido por la tensión de diseño. En la Tabla 2.2 se muestran las deformaciones unitarias de los tirantes 1 al 19

**Tabla 2.2 Deformaciones unitarias en los tirantes analizados**

N° de Tirante	T (ton)	E (ton/m2)	A (m2)	$\epsilon$
1	169.74	19871094.21	0.0019	0.0044
2	155.05	19870197.88	0.0016	0.0047
3	157.35	19869111.88	0.0016	0.0050
4	167.14	19864289.64	0.0018	0.0047
5	186.14	19861091.81	0.0020	0.0047
6	203.03	19860930.70	0.0020	0.0050
7	216.43	19854353.53	0.0023	0.0048
8	234.22	19854328.04	0.0023	0.0051
9	252.31	19847708.04	0.0026	0.0049
10	269.71	19847115.58	0.0027	0.0051
11	287.70	19839985.73	0.0029	0.0050
12	301.70	19838669.27	0.0029	0.0052
13	313.29	19830955.12	0.0031	0.0051
14	329.09	19828982.99	0.0032	0.0052
15	337.98	19820744.70	0.0033	0.0051
16	354.38	19818867.41	0.0034	0.0052
17	365.88	19810292.61	0.0036	0.0052
18	379.57	19805236.86	0.0037	0.0052
19	394.17	19801048.88	0.0038	0.0053

Posteriormente se agregó al modelo un estado de carga adicional para las deformaciones asignadas a cada tirante y así poder conocer la respuesta del modelo ante las cargas de deformación y sin ellas.

Para verificar el nivel de tensado y poder considerar que el tirante es un cable recto se recurrió a la siguiente expresión:

$$\lambda^2 \leq 4\pi^2$$

donde:

$$\lambda^2 = \frac{\Gamma^2 \cos^2 \theta}{\epsilon}$$

$$\Gamma = \frac{mgL}{T}$$

$$\epsilon = \frac{T}{EA}$$

m: masa del cable,  $kg \frac{s^2}{m}$ .

g: aceleración de la gravedad,  $\frac{m}{s^2}$ .

L: longitud del cable, m.

T: tensión de servicio, Ton.

A: área de la sección transversal del cable, m<sup>2</sup>.

θ: ángulo de inclinación del cable, grados.

## 2.5. Modelo matemático de un puente atirantado con elementos cable como tirante

Para este modelo del puente baluarte se realizó un cambio, el cual consistió en realizar un análisis considerado elementos cables como tirantes. Para la modelación se requirió definir cada uno de los cables (tirantes) con las características geométricas señaladas por el proyecto, además, se le asignó la tensión de servicio, antes mencionada, para que el tirante tuviera la configuración recta que se desea.

En este caso, no hubo la necesidad de calcular un módulo de elasticidad corregido, como lo fue en el caso anterior, debido a que en el software (SAP2000) se creó una nueva sección, la cual tiene las características integradas de un cable, es decir, la no linealidad geométrica que presenta. Además, se asignaron las tensiones antes mencionadas a cada tirante y se juntaron en un estado de cargas que se definió para poder realizar el análisis no lineal en el modelo.

Se consideraron dos análisis para este modelo:

- El primero corresponde a un análisis modal, bajo el estado de cargas verticales y en condiciones iniciales, esto quiere decir que solo se tomó en cuenta el peso propio de la estructura y el de la sobre cargas, además se tomó en cuenta la configuración recta del tirante.
- El segundo, corresponde a un análisis modal con la diferencia de que se consideró un estado no lineal en el modelo y se agregó el estado de cargas debido a las tensiones en los tirantes, esto debido a la gran aportación que tienen los cables sobre la estructura.

## 2.6 Definición de carga inducida por el viento

Para determinar la fuerza del viento se empleó la siguiente expresión:

$$F(z) = \frac{1}{2} \rho \bar{V}_D^2 h C_D$$

en donde:

$\rho$ : densidad del aire, 1.23 kg/m<sup>3</sup>.

$\overline{V}_D$ : velocidad media del viento, 36 m/s.

$h$ : peralte de la sección transversal del tablero, 2.85m.

$C_D$ : coeficiente de arrastre, 2.

Debido a que sólo se incluye el peralte y no toda el área de la sección transversal la fuerza calculada corresponde a una carga distribuida a lo largo del tablero del puente.

$$F(z) = \frac{1}{2}(1.23)(36^2)(2.85)(2)$$

$$F(z) = 4543.128 \frac{N}{m}$$

Esta fuerza se empleará para los modelos antes descritos con el fin de determinar las acciones del viento en los modelos en estudio.

### CAPÍTULO 3. Análisis de resultados de un modelo matemático de un puente atirantado con elementos barra y cable como tirantes

El análisis modal se emplea en una estructura para determinar las diferentes formas de vibrar que presenta (modos de vibrar) ante diferentes solicitaciones que se presentarán en la estructura. Estos modos son de gran utilidad para poder tener una comprensión más adecuada del comportamiento de la estructura. Además, sirven de base para el método de la superposición modal en respuesta al espectro y casos de análisis modal en la historia en el tiempo. En la Figura 3.1 se muestran algunos modos de vibrar de una estructura simple.

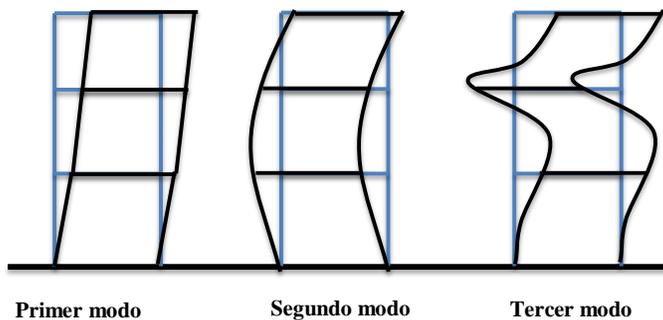


Figura 3.1. Modos de vibrar

El análisis modal es el proceso para determinar las características dinámicas del sistema en forma de frecuencias naturales, factores de amortiguamiento y forma de los modos, para poder determinar una formulación de un modelo matemático y así poder conocer su comportamiento dinámico.

El análisis modal puede ser teórico y experimental. El teórico se basa en técnicas analíticas o simulaciones. El experimental en ensayos y tiene 4 puntos fundamentales: 1) la excitación de la estructura, 2) mediciones mediante acelerogramas, 3) tratamiento digital y 4) análisis de las señales y aplicación de modelos. Para nuestro caso el análisis que realizamos fue de tipo teórico. Existen dos tipos de análisis modal:

- **Análisis de Vector Propio o característico**

En este análisis se determinan las vibraciones no amortiguadas libres, formas modales y frecuencias del sistema. Estos modos naturales proporcionan una excelente visión

sobre el comportamiento de la estructura. Este análisis, también, se puede utilizar como base de la respuesta del espectro sísmico o el análisis de historia en el tiempo, aunque el análisis mediante Vectores Ritz se recomienda más para este tipo de análisis.

El análisis de Vector Propio involucra la solución de los valores propios, partiendo de la ecuación de movimiento con vibración libre sin amortiguamiento:

$$\begin{aligned}m\ddot{X} + kX &= 0 \\X &= X_0 \sin \omega t \\ \ddot{X} &= -X_0 \omega^2 \sin \omega t\end{aligned}$$

donde:

m: matriz de masa.

X: matriz de desplazamiento.

$\ddot{X}$ : matriz de aceleración.

$\omega$ : frecuencia natural del sistema.

t: tiempo.

k: matriz de rigideces.

Al sustituir:

$$(k - m\omega^2)X_0 = 0$$

Ahora multiplicamos por la  $m^{-1}$ .

$$(A - I\omega^2)X_0 = 0$$

Reacomodando:

$$(A - I\lambda)V = 0$$

donde

$A = m^{-1}k$

I: matriz identidad.

$\lambda = \omega^2$

$V = X_0$ : matriz de vectores propios.

- **Análisis del Vector de Ritz**

En este análisis se trata de encontrar modos que son producidos por un tipo de carga en particular. Los Vectores de Ritz pueden proporcionar un panorama más amplio de los modos cuando se utilizan para respuestas del espectro sísmico o el análisis de historia en el tiempo que se basa en la superposición modal.

Dentro del análisis modal se pueden determinar un número mínimo y máximos de modos de vibrar, sin embargo, en las estructuras no todos los modos nos interesan debido a que se busca la condición más crítica de la estructura. Es por esto que solo elegimos aquellos en donde se presente una vibración global de la estructura en donde participen la mayoría de los elementos, así como aquellos que presenten mayor participación de las masas establecidas en la estructura para el análisis.

### 3.1. Resultados del modelo matemático de un puente atirantado con elementos barra como tirante

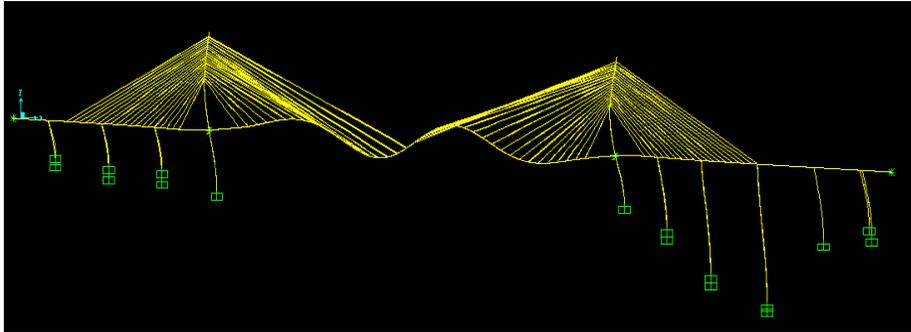
#### 3.1.1 Análisis de resultados ante estados de cargas gravitacionales

El análisis que se realizó corresponde a un análisis modal considerando solo el peso propio de los elementos y la sobrecarga debida a barandales, banquetas, carpeta asfáltica, etc., se analizaron 100 modos de vibrar con la finalidad de conocer aquellos modos que tuvieran mayor participación de las masas en dirección de los ejes X, Y y Z.

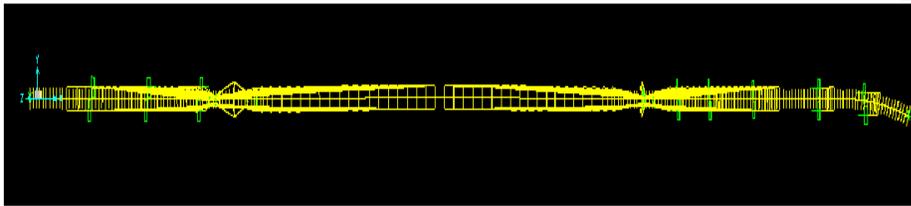
Además se identificaron los parámetros de respuesta dinámica que son el periodo y la frecuencia.

A continuación se muestran los modos de vibrar que más participan en la estructura en dirección de los ejes globales.

Modo de vibrar 7 (Figura 3.2)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
1.94	0.52	3.24	0.65	0.0004	0.0003



Elevación

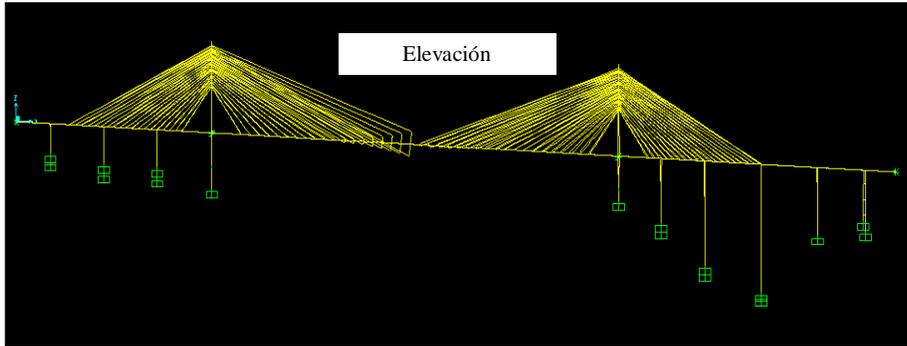


Planta

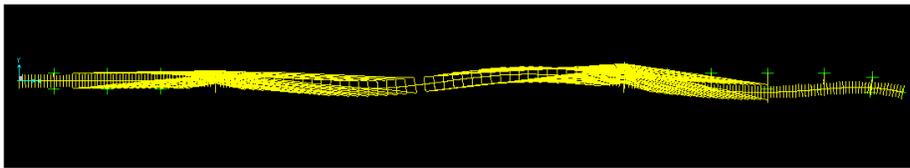
**Figura 3.2 Modo de vibrar 7**

En este modo de vibrar la participación en la dirección X es importante, como se puede constatar en la Figura 3.2, mientras que en las demás direcciones la participación de la masa es muy baja.

Modo de vibrar 9 (Figura 3.3)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
1.43	0.70	4.39	0.00017	0.25	0.0000017



Elevación

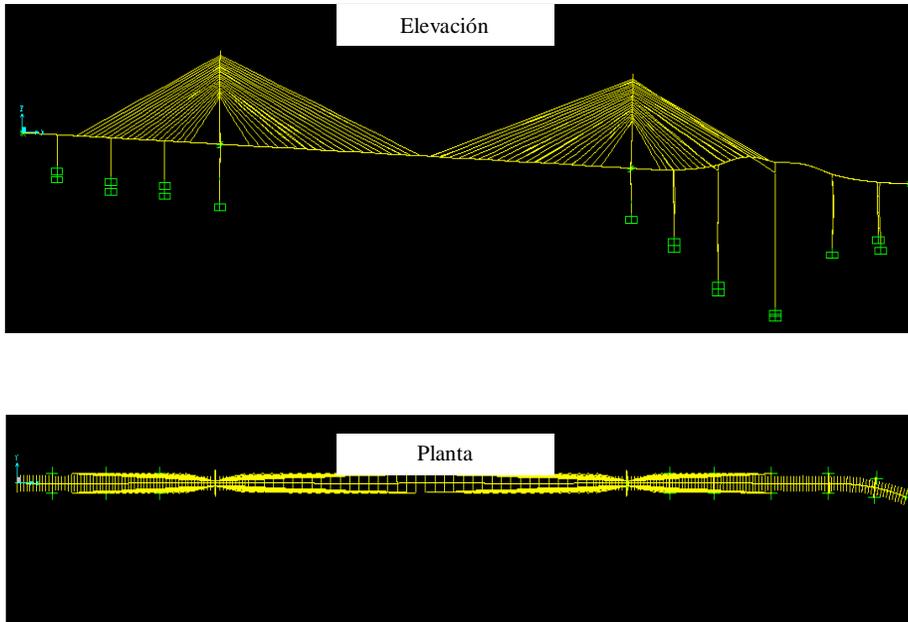


Planta

**Figura 3.3 Modo de vibrar 9**

En este modo de vibrar la participación del modo en la dirección Y es más importante que el resto de las direcciones consideradas.

Modo de vibrar 9 (Figura 3.4)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
0.40	2.52	15.85	0.000033	0.000004	0.12



**Figura 3.4 Modo de vibrar 64**

La mayor contribución al movimiento de este modo es en la dirección Z.

### **3.1.2 Análisis de resultados considerando estado de cargas de deformaciones en los tirantes**

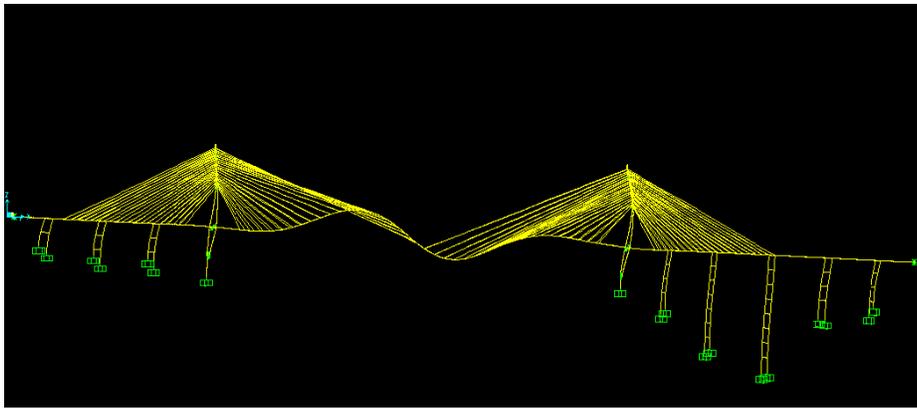
Para este caso la simulación que se llevó a cabo, se consideró el estado de carga de deformaciones antes mencionado, y se analizaron los modos de vibración obtenidos con el análisis modal.

Para el análisis modal se consideraron 100 modos de vibrar, esto con la finalidad de conocer más a detalle la participación de la masa en dirección de los ejes globales del sistema. Además,

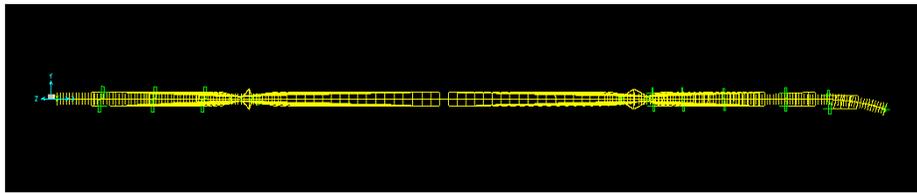
nos ayuda a identificar cuáles de estos tienen mayor participación. Para este caso se analizaron aquellos modos de vibrar que presentaron mayor participación en las direcciones de los ejes X, Y y Z de la estructura. Al igual que en el caso anterior, también se identificaron el periodo y la frecuencia.

A continuación se muestran los modos de vibrar que más participan en la estructura en dirección de los ejes globales

Modo de vibrar 7 (Figura 3.5)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
2.25	0.45	2.80	0.59	0.000017	0.0012



Elevación

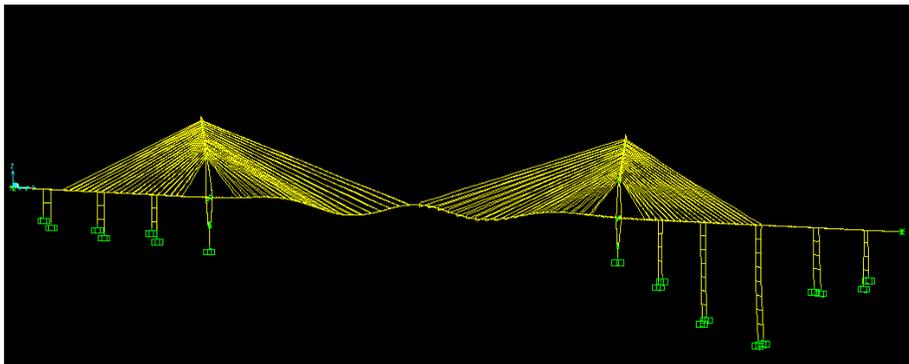


Planta

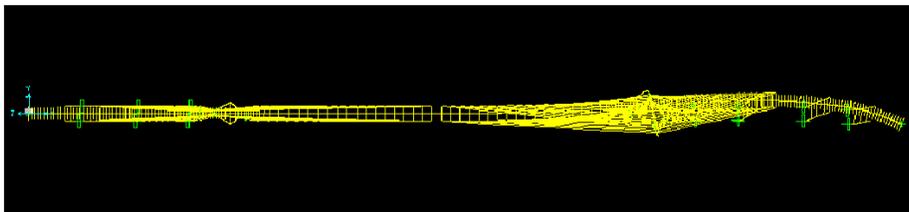
**Figura 3.5 Modo de vibrar 7**

Se observa en la Figura 3.5 que el puente se mueve en dirección X (longitudinal), por lo que su factor de participación en esta dirección es mayor que el de las otras direcciones.

Modo de vibrar 11 (Figura 3.6)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
1.50	0.67	4.19	0.0057	0.24	0.00079



Elevación

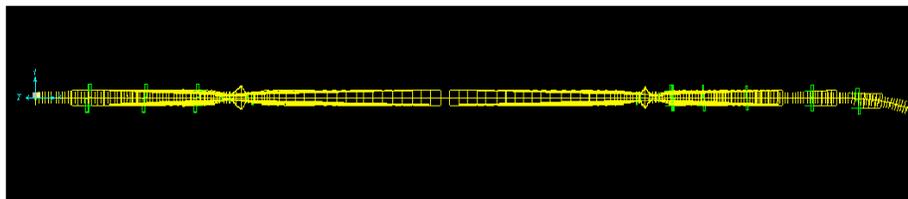
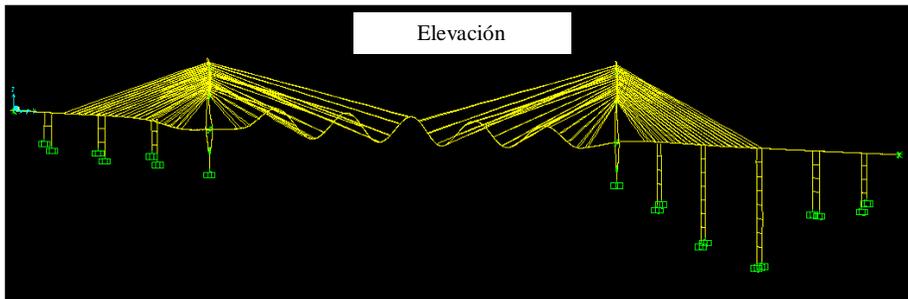


Planta

**Figura 3.6 Modo de vibrar 11**

Para este modo se observa una considerable contribución de la masa en dirección del eje Y, del orden de 24%, superior a la del resto de las direcciones.

Modo de vibrar 41 (Figura 3.7)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
0.42	2.41	15.12	0.00001	0.0000007	0.16



Planta

**Figura 3.7 Modo de vibrar 41**

En este modo, observamos una participación considerable en dirección del eje Z, mientras que en los demás es casi nula.

Una comparación de los factores de participación y periodos de vibrar para los análisis modales sin y con estado de carga de deformaciones se presenta en la siguiente tabla.

**Tabla 3.1 Comparación de propiedades modales**

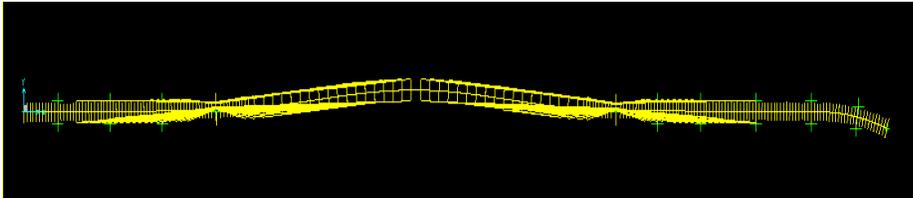
Modelo ante cargas gravitacionales			
N° Modo	Eje de participación	Factor de participación	T (S)
7	x	0.65	1.94
9	y	0.25	1.43
64	z	0.12	0.40
Modelo con estado de carga de deformaciones			
7	x	0.59	2.25
11	y	0.24	1.50
41	z	0.16	0.42

La tabla 3.1 muestra que los factores de participación de la masa modal y periodos para los casos comparados son similares. Lo anterior indica que el efecto de considerar el tensado de los cables para el cálculo de las propiedades dinámicas del puente puede impactar los resultados de los análisis.

### 3.1.3 Análisis de resultados ante acciones de viento

Al modelo que considera las deformaciones se le agregó un estado de carga adicional debido a la fuerza del viento. Es importante mencionar que la carga del viento se tomó como una carga distribuida aplicada a lo largo del tablero.

Para esta modelación se revisó el desplazamiento que tuvo el puente en el centro del claro, ya que en este punto es donde se presentaron los desplazamientos mayores. En la Figura 3.8 se muestra la deformación que presenta el puente debido a la fuerza producida por el viento.



**Figura 3.8 Deformación debida a fuerzas del viento**

El desplazamiento al centro del claro del puente fue de 6.43 cm.

### **3.2 Resultados del modelo matemático de un puente atirantado con elementos cable como tirante**

#### **3.2.1 Análisis de resultados en condiciones iniciales y de linealidad.**

El análisis que se realizó fue para 100 modos de vibrar y se buscaron aquellos modos que tuvieron mayor participación en dirección de los ejes globales de la estructura (X,Y,Z). Los parámetros que nos interesa conocer el periodo y las frecuencias, ya que con ellas podemos conocer las características dinámicas de la estructura, además de que podemos realizar una comparación entre los diferentes métodos de modelación.

A continuación se muestran los modos de vibrar que mayor participación tuvieron en este análisis.

Modo de vibrar 24 (Figura 3.9)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
1.86	0.53	3.33	0.60	0.0129	0.00024

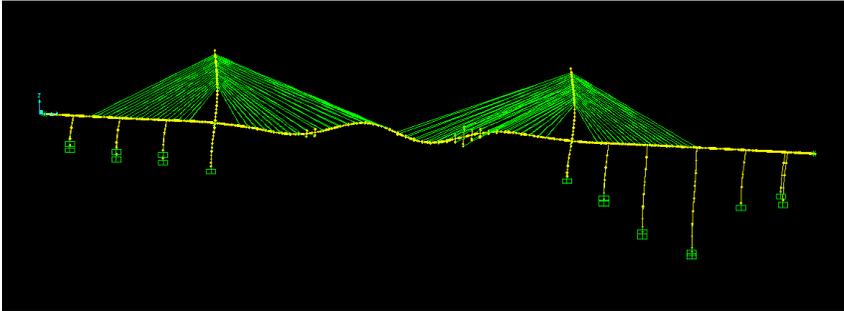


Figura 3.8. Modo de vibrar 24

Elevación

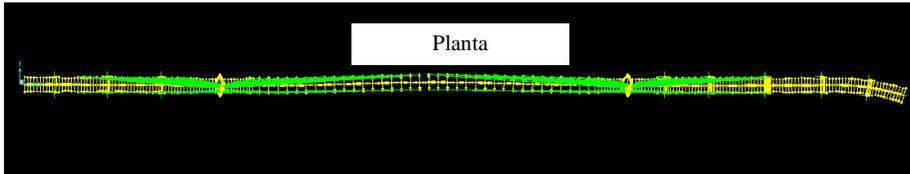
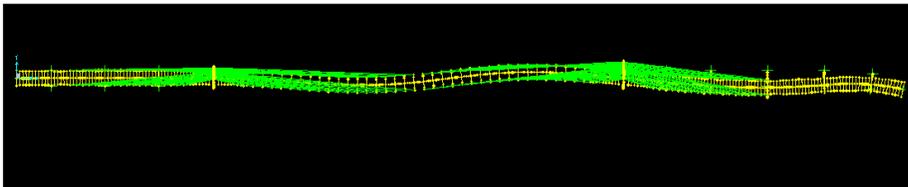
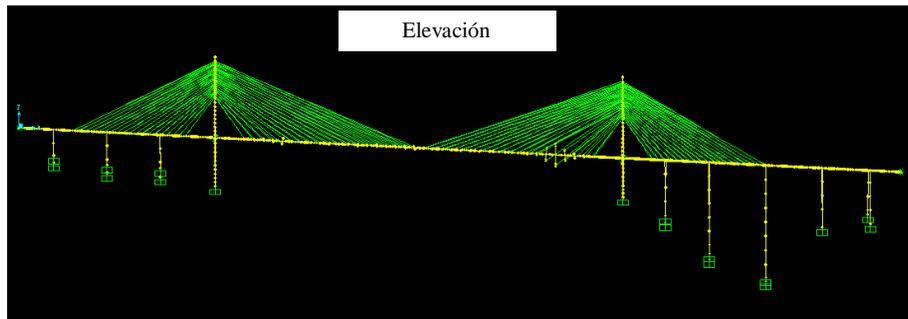


Figura 3.9 Modo de vibrar 24

En este modo se observa que existe una deformación en dirección del eje X, además se observa un ligero desplazamiento en dirección del eje Y.

Modo de vibrar 38 (Figura 3.10)

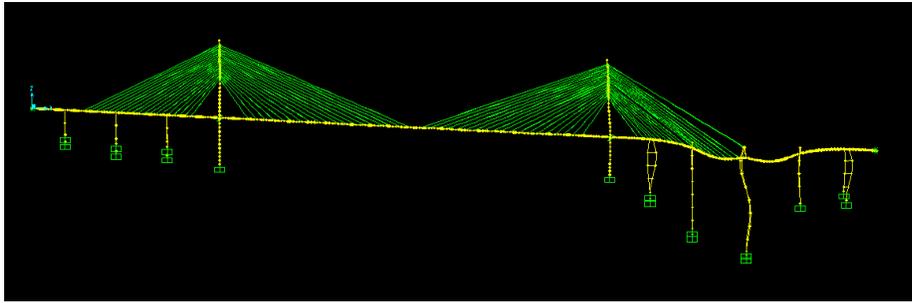
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
1.39	0.72	4.51	0.0001	0.21	0



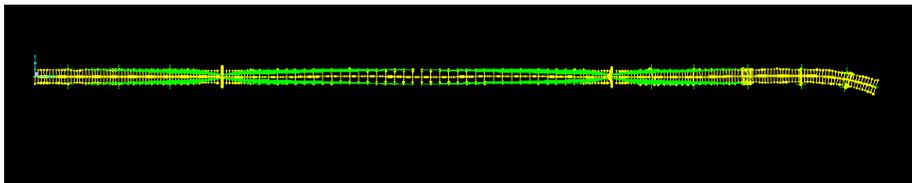
Planta

**Figura 3.10 Modo de vibrar 38**

Modo de vibrar 77 (Figura 3.11)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
0.38	2.63	16.5	0.0035	0	0.094



Elevación



Planta

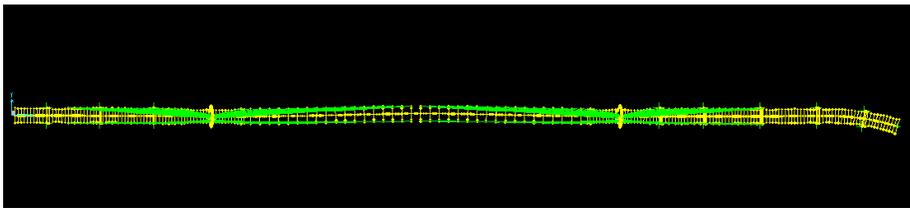
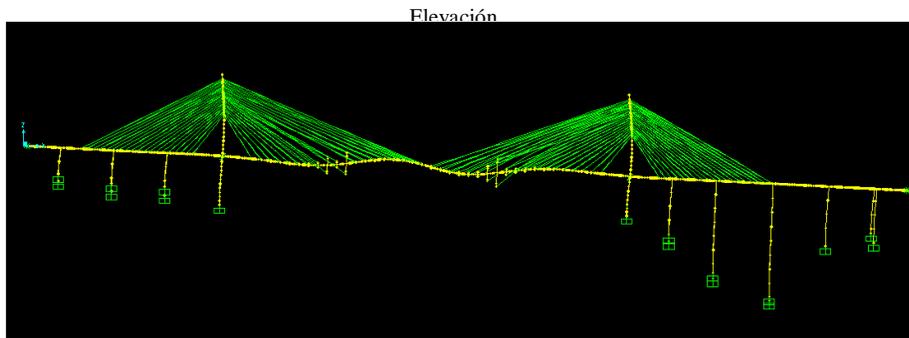
**Figura 3.11 Modo de vibrar 77**

### 3.2.2 Análisis de resultados en condiciones no lineales

Para este análisis, como ya se mencionó, se tomó en cuenta la no linealidad de los cables, además de que se añadió al análisis el estado de cargas debido las tensiones en los cables. Se analizaron 100 modos de vibrar, esto con la finalidad de conocer con mejor aproximación aquellos que participen más en dirección de las ejes globales de la estructura. Además, para este análisis presentaremos los 3 modos que mayor participación.

A continuación se muestran los modos de vibrar que mayor participación tuvieron en este análisis.

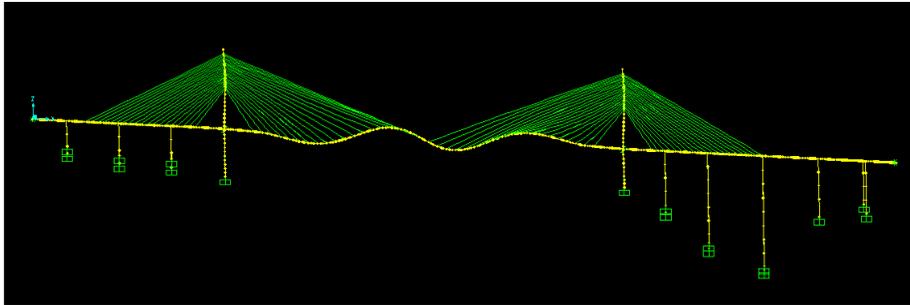
Modo de vibrar 22 (Figura 3.12)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
1.88	0.53	3.34	0.56	0.019	0.0003



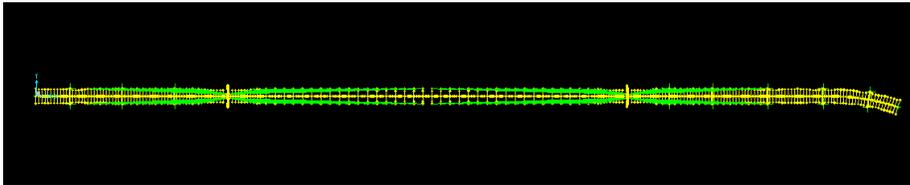
Planta

**Figura 3.12 Modo de vibrar 22**

Modo de vibrar 32 (Figura 3.13)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
1.63	0.61	3.85	0.093	0	0



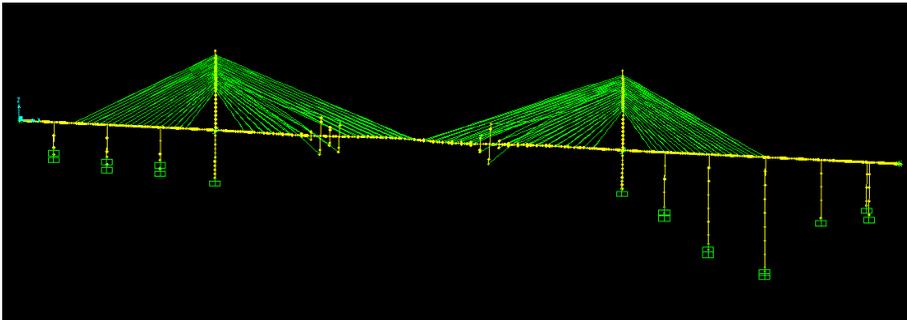
Elevación



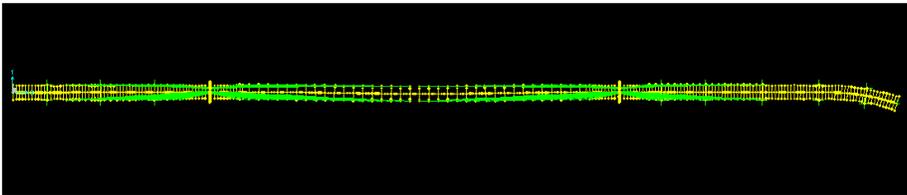
Planta

**Figura 3.13 Modo de vibrar 32**

Modo de vibrar 23 (Figura 3.14)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
1.63	0.61	3.85	0.084	0.028	0



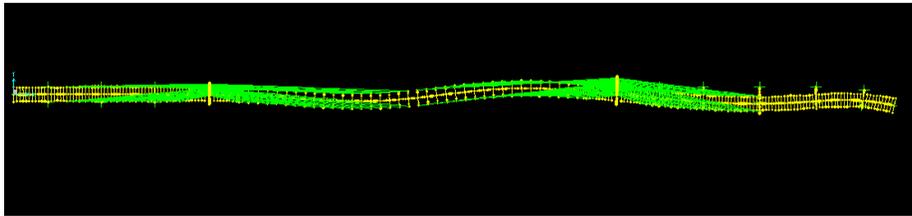
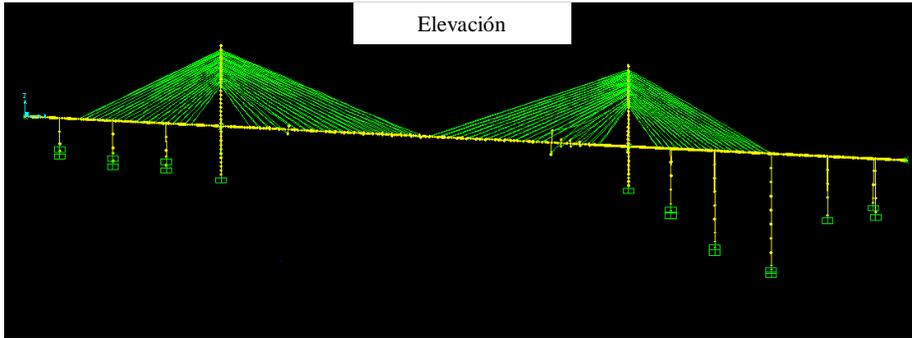
Elevación



Planta

**Figura 3.14 Modo de vibrar 23**

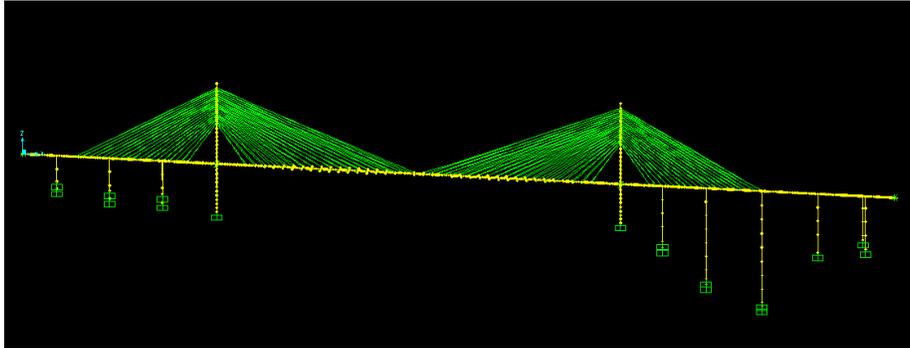
Modo de vibrar 38 (Figura 3.15)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
1.39	0.72	4.51	0.0001	0.21	0



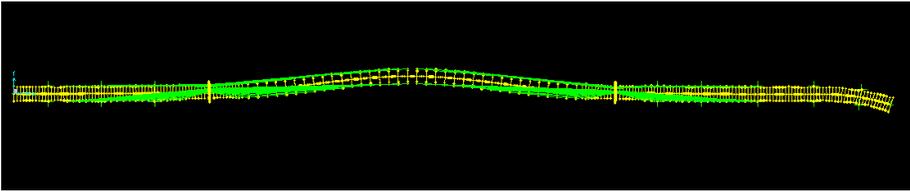
Planta

**Figura 3.15 Modo de vibrar 38**

Modo de vibrar 2 (Figura 3.16)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
3.11	0.32	2.02	0	0.16	0



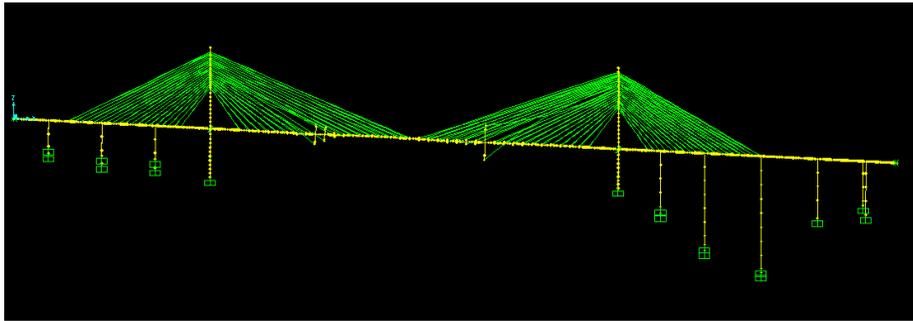
Elevación



Planta

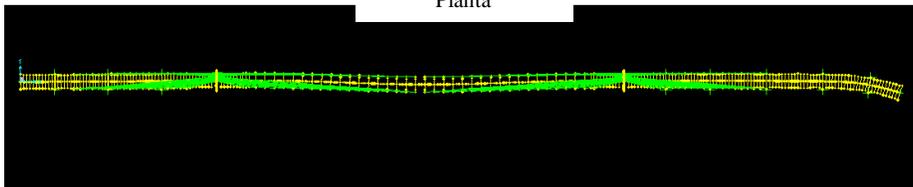
**Figura 3.16 Modo de vibrar 2**

Modo de vibrar 25 (Figura 3.17)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
1.86	0.54	3.39	0.014	0.158	0



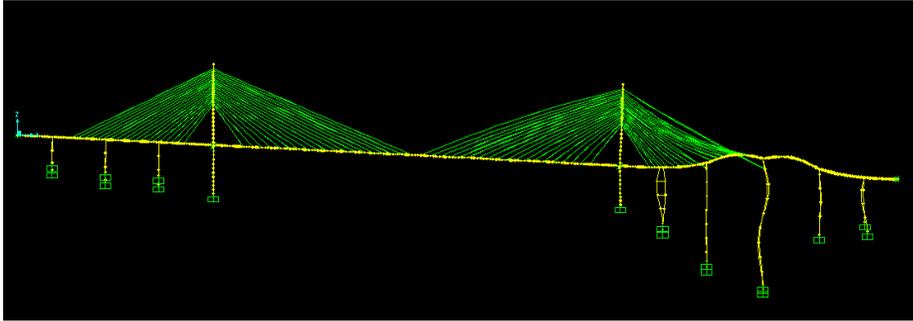
Elevación

Planta

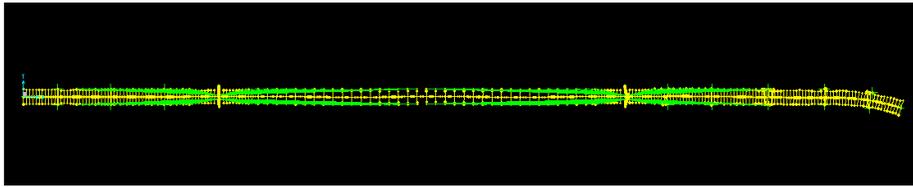


**Figura 3.17 Modo de vibrar 25**

Modo de vibrar 77 (Figura 3.18)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
0.38	2.63	16.50	0.003	0	0.095



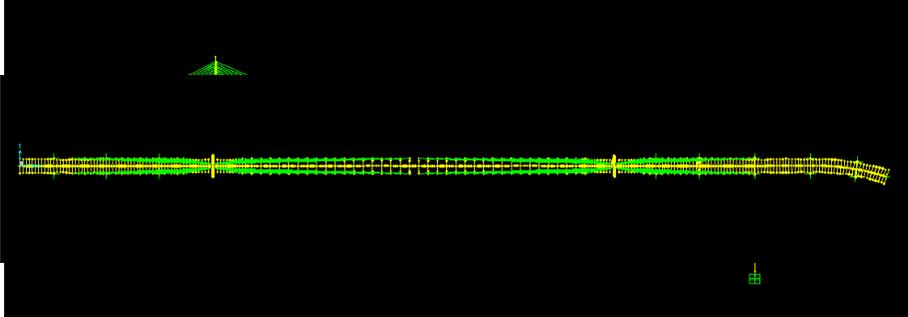
Elevación



Planta

Figura 3.18 Modo de vibrar 77

Modo de vibrar 92 (Figura 3.19)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
0.31	3.25	20.40	0	0	0.068

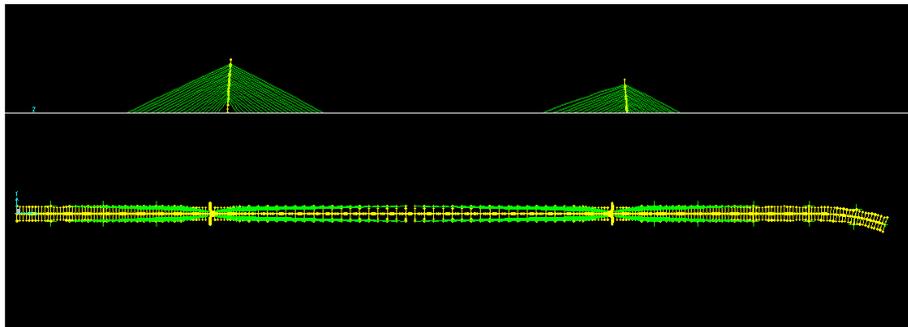


Elevación

Planta

**Figura 3.19 Modo de vibrar 92**

Modo de vibrar 1 (Figura 3.20)					
T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	Factor de participación de la masa		
			X	Y	Z
4.01	0.25	1.57	0	0	0.065



Elevación

**Figura 3.20 Modo de vibrar 1**

Se observa como en cada uno de los casos la deformación que presenta la estructura depende de la participación con respecto al eje correspondiente.

**Tabla 3.4. Resultados de modelo no lineal**

Modelo lineal			
N° de Modo	Eje de participación	Factor de participación	T (s)
24	x	0.60	1.89
38	y	0.21	1.39
77	z	0.094	0.38
Modelo no lineal			
22	x	0.559	1.88
32	x	0.093	1.63
23	x	0.084	1.87
38	y	0.208	1.39
2	y	0.161	3.11
25	y	0.159	1.86
77	z	0.095	0.38
92	z	0.068	0.31
1	z	0.065	4.01

### 3.2.3 Análisis de resultados ante acciones de viento en modelo con elementos cable como tirantes

Para este caso al modelo en condiciones no lineales (no linealidad en los cables) se le agregó un estado de carga adicional debido a la fuerza del viento.

Para esta modelación se revisó el desplazamiento que tuvo el puente en al centro del claro, este desplazamiento fue igual a 6.34 cm.

En la Figura 3.21 se muestra la deformación que presenta el puente debido a la fuerza producida por el viento.

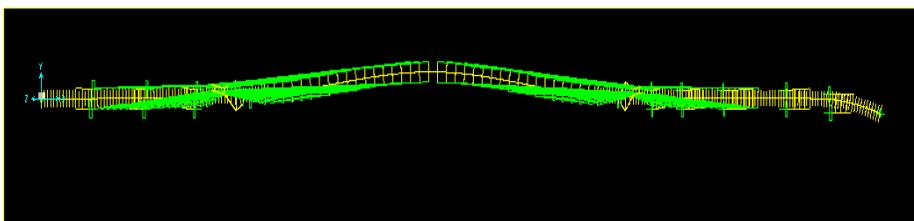


Figura 3.21. Deformación debida a fuerzas de viento

### 3.3 Comparación del comportamiento dinámico del puente de los modelos anteriores

La comparación de resultados de los modelos antes expuestos se realiza entre aquéllos que tengan condiciones similares, es decir, que tengan condiciones de carga similares. En la Tabla 3.5 se muestran las comparaciones que se realizan.

Tabla 3.5. Casos de comparación

N° de caso de comparación	Modelo con elementos barra como tirantes	Modelo con elementos cable como tirantes
1	Ante estado de cargas gravitacionales	Condiciones iniciales y de linealidad
2	Ante estado de cargas de deformación	Condiciones no lineales

3	Ante acciones de viento	Ante acciones de viento
---	-------------------------	-------------------------

Para poder realizar una comparación adecuada de ambos modelos se plantearon las siguientes ecuaciones de la dinámica estructural:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$k = \omega^2 m$$

en donde:

$\omega$ : es la frecuencia circular, en rad/s.

$T$ : es el periodo, en s.

$k$ : rigidez de la estructura, en kg/m.

#### *Caso 1 de comparación*

Los resultados de ambos modelos se muestran en las Tablas 3.1 y 3.3, respectivamente, en estos modelos podemos observar que se obtuvieron los modos de vibrar que presentaron mayor participación en dirección de los ejes globales de la estructura. Los valores que se obtuvieron para su comparación son los factores de participación y el periodo, debido a que son propiedades de la estructura.

Para los factores de participación de masa, observamos que en las tres direcciones los factores del modelo que utiliza elementos cable como tirantes son ligeramente menores a los obtenidos al modelo con barras, lo anterior indica que la participación de la respuesta dinámica de la estructura para el modelo con barras se distribuye en el resto de los modos de vibrar (modos superiores).

Por otra parte, con el periodo podemos determinar qué tan rígida es la estructura, en el caso del modelo que utiliza elementos barra como tirantes los periodos obtenidos son mayores a los del modelo con cables, esto quiere decir que entre mayor es el periodo la rigidez disminuye, por lo que podemos concluir que el puente presenta mayor rigidez cuando se modela con elementos cable.

#### *Caso 2 de comparación*

Los resultados de ambos modelos se muestran en las Tablas 3.2 y 3.4, respectivamente. Para la comparación se analizaron nuevamente los modos de vibrar que mayor contribución presentaron en la dirección de los ejes globales de la estructura.

Se volvió a observar un factor de participación menor en el modelo que utiliza elementos cable como tirantes, además de que el periodo se mantiene por debajo de los que presentan los modos en el modelo que utiliza elementos barra como tirante. Lo anterior indica que para obtener la respuesta total es necesario considerar más modos de vibrar de la estructura (modos superiores), además la rigidez que presenta la estructura en dichos modos es mayor.

#### *Caso 3 de comparación*

Para este caso se consideró la fuerza del viento que actúa en ambos modelos, la cual se aplicó de forma distribuida a lo largo del tablero, con la finalidad de conocer la respuesta en el mismo con la contribución de los tirantes.

Para el modelo con barras como tirantes, se obtuvo un desplazamiento de 6.43 cm, mientras que para el modelo con elementos cable como tirantes, el desplazamiento fue de 6.34 cm. La diferencia entre los resultados obtenidos no supera el 5%, lo cual indica que la modelación con elementos barra o cable ante un análisis estático proporciona resultados muy similares.

## **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

### **Conclusiones**

Al realizar las modelaciones antes expuestas, se estudió el comportamiento de un puente atirantado con elementos cable como tirante y se comparó con uno que consideró elementos barra como tirantes, determinando que el que utiliza cables presenta un mejor comportamiento dinámico, además de que ante fuerzas del viento ambos modelos presentan una respuesta muy similar. Lo anterior permite concluir que una modelación con elementos cable como tirantes en proyectos de este tipo permitirá conocer y determinar la respuesta de la estructura con mejor precisión.

Para poder tener una mejor aproximación del comportamiento de este tipo de puentes es necesario realizar un estudio más completo de los factores que se presentan en el sitio de estudio, como lo es la interacción suelo-estructura, eventos climatológicos y eventos accidentales.

Otras conclusiones que se derivan de este trabajo son:

- La modelación matemática es una herramienta útil para conocer el comportamiento estructural de una estructura.
- Es importante caracterizar el comportamiento de los elementos estructurales, como son los tirantes, lo anterior permitirá obtener una respuesta estructural con mayor precisión.
- Los análisis para identificar las formas modales de una estructura son útiles e indispensables para conocer la forma de vibrar de estructuras regulares e irregulares.
- Los efectos del viento en puentes con tirante pueden ser muy importantes y dependiendo de las características dinámicas del puente, como su periodo de vibrar, el puente podría sufrir amplificaciones dinámicas de su respuesta.

### **Recomendaciones**

En general, se recomienda utilizar modelos que presenten elementos cable como tirantes y realizar el análisis no lineal correspondiente, ya que nos acerca más al comportamiento real de la estructura y así poder realizar las consideraciones pertinentes para realizar un diseño adecuado que se encuentre en los términos de seguridad, funcionalidad y economía.

Se recomienda que para puentes de gran longitud, gran altura o que se encuentren en lugares con características de suelo peculiares o vientos, realizar un análisis más completo en donde se consideren todas las variables existentes para poder realizar una modelación adecuada.

Para puentes de menor longitud, altura o de menor riesgo ante acciones accidentales la modelación del puente considerando elementos barra como tirantes es muy acertada y podemos obtener resultados adecuados que sirvan para un diseño preliminar con buenas características ante la respuesta de las acciones a considerar.

## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

R. Walther, B. Houriet, W. Isler, P. Moia, J.F. Klein (1999). *Cable stayed bridges*. London: Thomas Telford Limited.

Chen, Wai-Fah. Duan, Lian (2000). *Bridge engineering handbook*. Florida: CRC Prees LLC.

Rascón Chávez, Octavio A (2004). *Formulación de la norma SCT de cargas vehiculares para diseño estructural de puentes carreteros*. Querétaro: Instituto Mexicano del Transporte.

Carrión Viramontes, Francisco J., Hernández Jiménez, José R., Terán Guillén, J (2005). *Estudio experimental de un puente atirantado, evaluación de cables*. Querétaro: Instituto Mexicano del Transporte.

Juvani, J., Lipponen, O. (1998). *Cable stayed bridge*. U.S.A. California: School of Engineering.

Frederick S. Merritt, M. Kent Loftin., Jonathan T. Ricketts (1999). *Manual del ingeniero civil*. México: McGraw-Hill.

M. J. N. Priestley, F. Seible, G. M. Calvi (1996). *Seismic design and retrofit of bridges*. New York: JHON WILEY & SONS, INC.

Pozos Estrada, A. (2002) *Aspectos básicos en el diseño y análisis de puentes atirantados*. Tesis. México: Universidad Nacional Autónoma de México.

Computers and Structures, Inc., *Chapter VII: The frame element* For SAP2000®, Estados Unidos, 2011.

Computers and Structures, Inc., *Chapter IX: The cable element* For SAP2000®, Estados Unidos, 2011.

**Páginas Web Consultadas**

<http://puentes.galeon.com/tipos/pontstirante.htm>

<http://infraestructura.ingenet.com.mx/2013/07/15-datos-interesantes-sobre-el-puente-baluarte-el-mexicano-mas-alto-de-latinoamerica/>

<http://imt.mx/archivos/Publicaciones/PublicacionTecnica/pt265.pdf>