



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**MODELOS MECANICISTAS PARA FLUJO TIPO  
BACHE EN TUBERÍAS HORIZONTALES**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**Ingeniero Petrolero**

**P R E S E N T A N :**

**MARTINEZ CABAÑAS BERENICE ANELL  
MIGUEL RAMÍREZ ANA KAREN**



**DIRECTOR DE TESIS:  
Dr. T. Iván Guerrero Sarabia**

**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2016**

# Agradecimientos

Ana Karen Miguel Ramírez

*Gracias:*

A quienes con su fuerza y amor, me han preparado para la vida y con su ejemplo han formado a la persona en la me he convertido, dándome la oportunidad de crecer cada día. **Mis padres.**

A quienes crecieron conmigo y no sólo han sido **mis hermanas**, sino también las mejores amigas, mi apoyo.

A la **familia Martínez Ramírez** por brindarme cariño y apoyo.

A quien no sólo fue **mi compañera de tesis**, sino la mejor de las confidentes, amiga y hermana.

**A mis amigos**, que se convirtieron en mi familia y parte fundamental de mi vida. Con quienes viví una de la mejores etapas de mi vida y conocí las cosas más locas y divertidas. Quienes estuvieron conmigo en las buenas y en las malas, y jamás me abandonaron.

**A mis profesores** que a lo largo de la carrera impulsaron mi desarrollo y colaboraron con mi formación. En especial a mi asesor **T. Iván Guerrero Sarabia**, quien me ha dado su apoyo y su invaluable confianza.

A todas la personas que me han brindado su apoyo y han impulsado mi crecimiento.

A las personas que han dejado conmigo grandes recuerdos.

Y finalmente a la **Universidad Nacional Autónoma de México**, que me abrió sus puertas para darme la mejor oportunidad de mi vida.

## Berenice Anell Martinez Cabañas

*Gracias:*

**A Dios**, por permitirme llegar hasta aquí a pesar de los tropiezos.

**A mis padres**, por todo el esfuerzo, dedicación y entusiasmo que han puesto para que yo sea quien soy, pero sobre todo por el gran amor y ejemplo que me han brindado a lo largo de toda mi vida, los amo infinito.

**A mi hermano**, porque desde tu llegada mi vida tuvo otro sentido y pude sonreír acompañada, te amo.

**A mis segundos padres**, Roberto y Josefina porque han llenado mi vida de bendiciones desde pequeña, no hay palabras que describan el infinito amor y respeto que tengo por ustedes.

**A mis abuelitos** que desde lejos siempre sentí su cariño y apoyo, los llevo siempre conmigo y esto también es suyo.

**A todos mis familiares** que siempre me han dado su calor y apoyo; muy en especial a mis tíos Gus y Oscar pues mi vida nunca hubiera sido la misma sin ustedes....un millón de gracias.

**A Edson** por estar siempre sin dudar, por acompañarme en los momentos más felices y en los más crudos, eres, fuiste y serás mi mejor amigo. ¡Gracias por siempre, reflejo fiel!

**A Karen** por su amistad, confianza y locura desde el primer día de clases, por este pedacito de vida...y por el enorme esfuerzo en este trabajo. *Te quiero sinceramente, hermana.*

**A Eli** por enseñarme que *existen los días magros porque son el contrapeso de los que traen milagros*, muchas gracias.

**A Lalo** por mostrarme que *la meta principal es la autorrealización íntima del ser*, y por las grandes aventuras que vivimos juntos.

**A mis amigos** que estuvieron siempre presentes cuando los necesite para reír y llorar, gracias por este maravilloso viaje juntos (Rafa, Rosco, Carlos, Alan, Oscar, Luis, Iker, Capo, Nicanor).

**A todos mis profesores**, por el sello que cada uno imprimió en mi formación; en especial al **Dr. T. Iván Guerrero Sarabia** por todo su empeño y dedicación en este trabajo pero sobre todo por la confianza que me ha brindado y por el feliz proceso de realizar la tesis.

**A la UNAM**, por brindarme lo necesario para lograr todos mis sueños.... Por mi raza hablará el espíritu.

# RESUMEN

---

En el presente trabajo se desarrolla una herramienta de cómputo basada en modelos mecanicistas que permite caracterizar la hidrodinámica del flujo tipo bache en tuberías horizontales.

En principio, se presenta una revisión de conceptos y definiciones importantes en el estudio del flujo multifásico en tuberías. Se describen los diferentes tipos de patrones de flujo gas-líquido en tuberías horizontales, y se presenta un resumen de los avances en su estudio. Se abordan los diferentes tipos de bacheo y sus implicaciones en los sistemas de producción; asimismo, se describen los mecanismos que lo originan, y se discuten sus principales parámetros hidrodinámicos.

Posteriormente, se presenta una revisión de la literatura en relación al estudio de algunos de los parámetros hidrodinámicos más importantes del flujo bache. Se mencionan métodos para calcular la frecuencia, longitud y colgamiento del cuerpo del bache. Asimismo, se describen las características principales de los modelos mecanicistas seleccionados para estudiar la hidrodinámica del flujo bache, de acuerdo a los objetivos del presente trabajo.

Adicionalmente, se presentan los conjuntos de ecuaciones que conforman los modelos mecanicistas seleccionados para la caracterización y obtención de los parámetros que describen el flujo tipo bache en tuberías horizontales.

Finalmente, se presentan los detalles del programa computacional realizado para estudiar la hidrodinámica del flujo bache en tuberías horizontales, con base en modelos mecanicistas seleccionados. Donde se indican los parámetros de entrada y de salida del programa, y se describen las funcionalidades de los módulos que lo integran.

Concluyendo con el reporte de los resultados y gráficos obtenidos a partir de los casos de estudio propuestos, así como una comparación entre dichos casos con el fin de mostrar los efectos que tuvieron lugar debido a la variación del diámetro, velocidades superficiales de las fases y la viscosidad del líquido, en diversos factores como el colgamiento, la longitud de las diferentes zonas de la unidad bache, la frecuencia de los baches, el gradiente de presión, y la altura de la película.

# ABSTRACT

---

This paper is focused on the development of a computational tool based on mechanistic models to characterize the hydrodynamics of slug flow in horizontal pipes.

At first, a reviewed of concepts and the most important definitions of multiphase flow in pipelines is presented, furthermore, the main patterns of two-phase flow in horizontal pipes are described, including a compilation of the main works related to the evolution of flow pattern maps. The main slug types and their implications for production systems are also explained; thereby, the mechanisms that originate this pattern and its main hydrodynamic parameters are discussed.

Subsequently, a review of the literature related to the study of some of the most important hydrodynamic parameters of slug flow is submitted. Additionally, methods to calculate the frequency, length and holdup in the slug body are mentioned. The main mechanistic models' features selected to study the hydrodynamics of the slug flow, according to the objectives of this work are also described.

In addition, sets of equations that define the mechanistic models selected in order to characterize and obtain the parameters that describe the slug flow in horizontal pipes are presented.

At last, the details of the computer program performed to study the hydrodynamics of slug flow in horizontal pipes, based on selected mechanistic models are presented. In that section the input and output parameters of the program are indicated, and the functionality of the modules that integrate is described.

Summarizing with report of results and graphs obtained from the proposed case studies, and a comparison between such cases in order to show the effects that occurred due to the variation in diameter, superficial velocities of the phases and liquid viscosity, on several aspects such as holdup, length in the different zones of the slug unit, slug frequency, pressure gradient, and height of the film.

# CONTENIDO

RESUMEN.....	i
ABSTRACT .....	ii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	vi
ÍNDICE DE TABLAS .....	vii
NOMENCLATURA.....	vii
INTRODUCCIÓN .....	1
OBJETIVO .....	2
ALCANCES .....	2
CONTENIDO DE LA TESIS .....	2
<b>Capítulo 1 FUNDAMENTOS DE FLUJO MULTIFÁSICO.....</b>	<b>4</b>
1.1 Conceptos y definiciones .....	4
1.1.1 Gastos máxicos.....	4
1.1.2 Gastos volumétricos.....	4
1.1.3 Fenómeno de resbalamiento y colgamiento .....	5
1.1.4 Colgamiento .....	5
1.1.5 Fracciones volumétricas de entrada y colgamiento sin resbalamiento.....	6
1.1.6 Densidad de la mezcla.....	7
1.1.7 Viscosidad de la mezcla.....	7
1.1.8 Velocidades superficiales .....	7
1.1.9 Velocidad de la mezcla.....	7
1.1.10 Velocidades reales.....	8
1.1.11 Velocidad de resbalamiento.....	8
1.1.12 Velocidad de deriva.....	8
1.2 Patrones de flujo bifásico en tuberías horizontales.....	8
1.2.1 Estratificado .....	9
1.2.2 Intermitente .....	9
1.2.3 Anular .....	10
1.2.4 Burbuja dispersa.....	10
1.3 Predicción de patrones de flujo .....	11
1.4 Flujo tipo bache en tubería horizontales .....	13
1.4.1 Tipos de Bacheo .....	13

1.4.2 Mecanismos de formación de un bache .....	15
1.4.3 Elementos hidrodinámicos de una unidad bache .....	16
<b>Capítulo 2 REVISIÓN A LA LITERATURA .....</b>	<b>21</b>
2.1 Estudios y métodos de cálculo de variables hidrodinámicas características del flujo bache 21	
2.1.1 Frecuencia .....	21
2.1.2 Colgamiento en el cuerpo del bache.....	22
2.1.3 Longitud del bache .....	24
2.2 Modelado mecanicista de la hidrodinámica del flujo bache .....	25
2.2.1 Modelo de Dukler y Hubbard (1975) .....	25
2.2.2 Modelo de Taitel y Barnea (1990).....	26
2.2.3 Modelo de Xiao et al. (1990).....	27
2.2.4 Modelo de Gomez et al. (2000).....	27
<b>Capítulo 3 MODELOS HIDRODINÁMICOS MECANICISTAS PARA FLUJO TIPO BACHE.....</b>	<b>28</b>
3.1 Modelo Mecanicista de Dukler y Hubbard (1975) .....	28
3.2 Modelo Mecanicista de Taitel y Barnea (1990).....	31
3.3 Modelo Mecanicista de Xiao et al. (1990).....	35
3.4 Modelo Mecanicista de Gomez et al. (2000). .....	36
<b>Capítulo 4 DESARROLLO DE UN PROGRAMA DE CÓMPUTO .....</b>	<b>39</b>
4.1 Descripción del programa .....	39
4.1.1 Unidad principal .....	40
4.1.2 Módulo Modelos .....	41
4.1.3 Módulo D&H (Dukler y Hubbard).....	41
4.1.4 Módulo T&B (Taitel y Barnea).....	43
4.1.5 Módulo Xiao et al. ....	44
4.1.6 Módulo Gomez et al. ....	45
<b>Capítulo 5 ESTUDIOS PARAMÉTRICOS.....</b>	<b>46</b>
5.1 Casos analizados.....	46
5.2 Comparación entre modelos.....	47
5.2.1 Longitudes características ( $LF, LS, LU$ ).....	47
5.2.2 Frecuencia de los baches ( $v$ ) .....	48
5.2.3 Altura adimensional de la película ( $hF$ ) .....	49
5.2.4 Colgamiento ( $HLLS, HLTB, HLU$ ).....	50

5.2.5	Gradiente de presión.....	51
5.3	Efecto del diámetro.....	52
5.3.1	Longitudes características ( $LS, LF, LU$ ).....	52
5.3.2	Frecuencia de los baches ( $\nu$ ) .....	52
5.3.3	Altura adimensional de película ( $hF$ ).....	53
5.3.4	Colgamiento ( $HLLS, HLTB, HLSU$ ).....	53
5.3.5	Gradiente de Presión.....	54
5.4	Efecto de la velocidad superficial del líquido ( $usL$ ) .....	55
5.4.1	Longitud ( $LF, LS, LU$ ) .....	55
5.4.2	Frecuencia ( $\nu$ ).....	55
5.4.3	Altura adimensional de la película ( $hF$ ) .....	56
5.4.4	Colgamiento ( $HLLS, HLTB, HLSU$ ).....	56
5.4.5	Gradiente de presión.....	57
5.5	Efecto de la velocidad superficial del gas ( $usG$ ) .....	57
5.5.1	Longitud ( $LS, LF, LU$ ) .....	57
5.5.2	Frecuencia .....	58
5.5.3	Altura adimensional de la película ( $hF$ ) .....	58
5.5.4	Colgamiento ( $HLLS, HLTB, HLSU$ ).....	59
5.5.5	Gradiente de presión.....	59
5.6	Efecto de la viscosidad del líquido .....	60
5.6.1	Longitud ( $LS, LF, LU$ ) .....	60
5.6.2	Frecuencia .....	60
5.6.3	Altura adimensional de la película ( $hF$ ) .....	61
5.6.4	Colgamiento ( $HLLS, HLTB, HLSU$ ).....	61
5.6.5	Gradiente de presión.....	62
	<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>63</b>
	<b>RECOMENDACIONES.....</b>	<b>65</b>
	<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>66</b>
	<b>Apéndice A: Métodos Numéricos .....</b>	<b>69</b>



# ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1.1 RESBALAMIENTO Y COLGAMIENTO DE LÍQUIDO (SHOHAM, 2006)	6
FIGURA 1.2 PATRONES DE FLUJO EN TUBERÍAS HORIZONTALES Y CASI HORIZONTALES (BRILL ET AL., 1990)	10
FIGURA 1.3 MAPA DESARROLLADO POR BAKER EN 1954 PARA PATRONES DE FLUJO BIFÁSICO GAS-LÍQUIDO EN TUBERÍAS HORIZONTALES (ADAPTADO DE SHOHAM 2006)	12
FIGURA 1.4 MAPA DE PATRONES DE FLUJO PARA TUBERÍAS HORIZONTALES	13
FIGURA 1.5 BACHEO HIDRODINÁMICO (REDONDA, 2013)	14
FIGURA 1.6 BACHEO PROVOCADO POR TERRENO SINUOSO (REDONDA, 2013)	14
FIGURA 1.7 BACHEO SEVERO (REDONDA, 2013)	14
FIGURA 1.8 FORMACIÓN DE UN BACHE	16
FIGURA 1.9 ELEMENTOS DE UNA UNIDAD BACHE (TITTEL & DUKLER, 1976)	17
FIGURA 1.10 PRINCIPALES CAÍDAS DE PRESIÓN EN EL FLUJO BACHE	19
FIGURA 1.11 GRADIENTE DE PRESIÓN	20
FIGURA 4.1 MÓDULOS DEL PROGRAMA DE CÓMPUTO.	39
FIGURA 4.2 DATOS DE ENTRADA	40
FIGURA 4.3 MODULO MODELOS	41
FIGURA 4.4 DATOS DE SALIDA PARA EL MODELO MECANICISTA DE DUKLER Y HUBBARD (1975)	42
FIGURA 4.5 MÉTODOS NUMÉRICOS PARA LA OBTENCIÓN SIMULTÁNEA DE LA LONGITUD Y PERFIL DE ALTURAS DE LA PELÍCULA, DUKLER Y HUBBARD (1975)	42
FIGURA 4.6 DATOS DE SALIDA PARA EL MODELO MECANICISTA DE TITTEL Y BARNEA (1990)	43
FIGURA 4.7 MÉTODOS NUMÉRICOS PARA LA OBTENCIÓN SIMULTÁNEA DE LA LONGITUD Y PERFIL DE ALTURAS DE LA PELÍCULA, TITTEL Y BARNEA (1990)	44
FIGURA 4.8 PROPIEDADES OBTENIDAS EN EL CASO 1 PARA EL MODELO MECANICISTA DE XIAO ET. AL (1990)	44
FIGURA 4.9 PROPIEDADES OBTENIDAS EN EL CASO 1 PARA EL MODELO MECANICISTA DE GOMEZ ET AL (2000)	45
FIGURA 5.1 LONGITUD DE LA UNIDAD BACHE PARA $usL = 1.11 [m/s]$ , $usG = 3.5 [m/s]$ , y $D = 0.0512 [m]$	48
FIGURA 5.2 FRECUENCIA DE LOS BACHES PARA $usL = 1.11 [m/s]$ , $usG = 3.5 [m/s]$ y $D = 0.0512 [m]$	48
FIGURA 5.3 ALTURA DE LA PELÍCULA PARA $usL = 1.11 [m/s]$ , $usG = 3.5 [m/s]$ y $D = 0.0512 [m]$	49
FIGURA 5.4 PERFIL DE ALTURAS PARA $usL = 1.11 [m/s]$ , $usG = 3.5 [m/s]$ y $D = 0.0512 [m]$	50
FIGURA 5.5 COLGAMIENTOS PARA $usL = 1.11 [m/s]$ , $usG = 3.5 [m/s]$ y $D = 0.0512 [m]$	50
FIGURA 5.6 COLGAMIENTOS PROMEDIO PARA $usL = 1.11 [m/s]$ , $usG = 3.5 [m/s]$ y $D = 0.0512 [m]$	51
FIGURA 5.7 GRADIENTE DE PRESIÓN PARA $usL = 1.11 [m/s]$ , $usG = 3.5 [m/s]$ y $D = 0.0512 [m]$	51
FIGURA 5.8 EFECTO DEL DIÁMETRO EN LA LONGITUD DE LA UNIDAD BACHE PARA $usL = 1.11 [m/s]$ y $usG = 3.5 [m/s]$	52
FIGURA 5.9 EFECTO DEL DIÁMETRO EN LA FRECUENCIA DE LOS BACHES PARA $usL = 1.11 [m/s]$ y $usG = 3.5 [m/s]$	53
FIGURA 5.10 EFECTO DEL DIÁMETRO EN LA ALTURA DE LA PELÍCULA PARA $usL = 1.11 [m/s]$ y $usG = 3.5 [m/s]$	53
FIGURA 5.11 EFECTO DEL DIÁMETRO EN EL COLGAMIENTO DE CADA ZONA EN LA UNIDAD DEL BACHE	54
FIGURA 5.12 EFECTO DEL DIÁMETRO EN EL GRADIENTE DE PRESIÓN PARA $usL = 1.11 [m/s]$ y $usG = 3.5 [m/s]$	54
FIGURA 5.13 EFECTO DE LA $usL$ EN LAS LONGITUDES DE CADA ZONA PARA $D = 0.0512 [m]$ y $usG = 3.5 [m/s]$	55
FIGURA 5.14 EFECTO DE LA $usL$ EN LA FRECUENCIA PARA $D = 0.0512 [m]$ y $usG = 3.5 [m/s]$	55
FIGURA 5.15 EFECTO DE LA $usL$ EN LA ALTURA DE LA PELÍCULA PARA $D = 0.0512 [m]$ y $usG = 3.5 [m/s]$	56
FIGURA 5.16 EFECTO DE LA $usL$ EN EL COLGAMIENTO DE LAS DIFERENTES ZONAS PARA $D = 0.0512 [m]$ y $usG = 3.5 [m/s]$	56
FIGURA 5.17 EFECTO DE LA $usL$ EN EL GRADIENTE DE PRESIÓN PARA $D = 0.0512 [m]$ y $usG = 3.5 [m/s]$	57
FIGURA 5.18 EFECTO DE LA $usG$ EN LA LONGITUD DE LA UNIDAD DEL BACHE PARA $usL = 1.1 [m/s]$ y $D = 0.0512 [m]$	57
FIGURA 5.19 EFECTO DE LA $usG$ EN LA FRECUENCIA DE LOS BACHES PARA $usL = 1.1 [m/s]$ y $D = 0.0512 [m]$	58
FIGURA 5.20 EFECTO DE LA $usG$ EN LA ALTURA DE LA PELÍCULA PARA $usL = 1.1 [m/s]$ y $D = 0.0512 [m]$	58
FIGURA 5.21 EFECTO DE LA $usG$ EN EL COLGAMIENTO CORRESPONDIENTE A CADA ZONA PARA $usL = 1.11 [m/s]$ y $D = 0.0512 [m]$	59

FIGURA 5.22 EFECTO DE $usG$ EN EL GRADIENTE DE PRESIÓN PARA $usL = 1.11 [m/s]$ Y $D = 0.0512 [m]$	59
FIGURA 5.23 EFECTO DE LA VISCOSIDAD EN LA LONGITUD DE LA UNIDAD BACHE PARA $usL = 1.11 [m/s]$ , $usG = 3.5 [m/s]$ Y $D = 0.0512 [m]$	60
FIGURA 5.24 EFECTO DE LA VISCOSIDAD EN LA FRECUENCIA DE LOS BACHES PARA $usL = 1.11 [m/s]$ , $usG = 3.5 [m/s]$ Y $D = 0.0512 [m]$	61
FIGURA 5.25 EFECTO DE LA VISCOSIDAD EN LA ALTURA DE LA PELÍCULA PARA $usL = 1.11 [m/s]$ , $usG = 3.5 [m/s]$ Y $D = 0.0512 [m]$	61
FIGURA 5.26 EFECTO DE LA VISCOSIDAD EN EL COLGAMIENTO DE LAS DIFERENTES ZONAS DE LA UNIDAD DEL BACHE PARA $usL = 1.11 [m/s]$ , $usG = 3.5 [m/s]$ Y $D = 0.0512 [m]$	62
FIGURA 5.27 EFECTO DE LA VISCOSIDAD EN EL GRADIENTE DE PRESIÓN PARA $usL = 1.11 [m/s]$ , $usG = 3.5 [m/s]$ Y $D = 0.0512 [m]$	62

## ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1.1: AVANCES EN EL ESTUDIO DE PATRONES DE FLUJO GAS-LÍQUIDO EN TUBERÍAS HORIZONTALES.	11
TABLA 2.1: ESTUDIOS Y MÉTODOS DE CÁLCULO PARA LA FRECUENCIA DE LOS BACHES	21
TABLA 2.2: ESTUDIOS Y MÉTODOS DE CÁLCULO PARA EL COLGAMIENTO EN EL CUERPO DEL BACHE.	22
TABLA 2.3: ESTUDIOS Y MÉTODOS DE CÁLCULO PARA LA LONGITUD DEL BACHE.	24
TABLA 5.1 CASOS DE APLICACIÓN.	46
TABLA 5.2 PROPIEDADES FÍSICAS DE LAS FASES.	47

## NOMENCLATURA

<b>A:</b> Área
<b>B:</b> Factor de volumen
<b>C:</b> Coeficiente del factor de fricción de la correlación de Blasius
<b>D:</b> Diámetro
<b>f:</b> Factor de fricción
<b><math>f_o</math>:</b> Flujo fraccional de aceite
<b><math>f_w</math>:</b> Flujo fraccional de agua
<b>g:</b> Gravedad
<b><math>g_c</math>:</b> Parámetro de conversión
<b>h:</b> Altura de la película
<b>H:</b> Colgamiento
<b>L:</b> Longitud
<b>M:</b> Masa molar
<b>n :</b> Coeficiente del factor de fricción de la correlación de Blasius
<b>NRe:</b> Número de Reynolds
<b>q:</b> Gasto
<b>S:</b> Perímetro
<b>T:</b> Periodo
<b>u:</b> Velocidad
<b>V:</b> Volumen
<b>W:</b> Gasto másico

$x$ : Calidad

$\frac{\Delta P_U}{L_U}$ : Gradiente de presión total

$\Delta P$ : Caída de presión

### **ALFABETO GRIEGO**

$\gamma$ : Densidad relativa

$\theta$ : Ángulo de inclinación

$\lambda$ : Colgamiento sin resbalamiento

$\mu$ : Viscosidad

$\nu$ : Frecuencia del bache

$\rho$ : Densidad

$\sigma$ : Tensión superficial

$\tau$ : Esfuerzo cortante

$\nu$ : Viscosidad cinemática

### **Subíndices**

$a$ : Aceleración

$b$ : Burbujas dispersas en el bache

$C$ : Crítico

$D$ : Deriva ó arrastre

$e$ : Antes de ser arrastrado

$E$ : Equilibrio

$F$ : Película de líquido

$f$ : Fricción

$G$ : Gas

$I$ : Interfacial

$L$ : Líquido

$M$ : Mezcla

$Ns$ : Sin resbalamiento

$O$ : Aceite

$P$ : Tubería

$S$ : Bache/superficial

$SLIP$ : Resbalamiento

$TB$ : Traslacional/ Burbuja de Taylor

$U$ : Unidad bache

$W$ : Agua

# INTRODUCCIÓN

---

Los fluidos de los yacimientos petroleros son mezclas complejas de compuestos hidrocarburos que pueden encontrarse en fase líquida, gaseosa, o una mezcla de ambas, dependiendo de su composición, la presión y la temperatura. En su trayecto desde el yacimiento hasta la superficie, estos fluidos experimentan una reducción de presión y temperatura que eventualmente deriva en el flujo simultáneo de gas y aceite.

El flujo multifásico en tuberías es un fenómeno complejo que en general no puede modelarse de manera rigurosa. Esto se debe a la diversidad de formas en que pueden distribuirse el líquido y el gas, y la consecuente imposibilidad de predecir la forma y posición de la interfase en todo momento. Las configuraciones geométricas que exhiben las fases se denominan patrones de flujo, y tienen efectos importantes sobre los gradientes de presión y la transferencia de calor en las tuberías.

Uno de los patrones de flujo más comunes en ductos que transportan mezclas de gas y aceite es el flujo tipo bache; como se describe de manera detalla en los siguientes capítulos, éste se caracteriza por la alternancia de lotes de líquido y de gas.

En la actualidad se identifican tres diferentes tipos de bacheo: el *bacheo hidrodinámico o normal*, el *bacheo provocado por terreno sinuoso*, y el *bacheo severo*. En el primer caso, las dimensiones de los baches son del orden de decenas de metros y tienen su origen en inestabilidades hidrodinámicas locales que no afectan la continuidad del flujo. En los otros dos tipos, los baches se forman por la acumulación de líquido en las secciones donde hay cambios pronunciados de dirección (descendente-ascendente), y pueden alcanzar una longitud de cientos de metros.

Cuando el flujo en ductos es del tipo bache hidrodinámico, generalmente se utilizan correlaciones para calcular los gradientes de presión. Debido a su naturaleza empírica, su rango de aplicación es limitado, y el error en los cálculos puede ser de más de 30%. Además, las correlaciones son cajas negras que no explican los aspectos relevantes del flujo.

Por lo tanto, y como resultado de los avances en las industrias nuclear y química en relación al entendimiento y modelado del flujo multifásico, surgieron los *Modelos Mecanicistas*. Como su nombre lo indica, con este enfoque se busca capturar los principales mecanismos que gobiernan el comportamiento hidrodinámico de cada patrón de flujo. Debido a que están basados en los principios de conservación de materia, momento y energía, su rango de aplicación es más amplio que el de las correlaciones empíricas, y sólo depende de las simplificaciones realizadas en la descripción del problema y de la validez de las ecuaciones constitutivas utilizadas.

De esta manera, en el presente trabajo se estudia el flujo tipo bache hidrodinámico en tuberías horizontales, con el objetivo y alcances que se describen a continuación.

## OBJETIVO

---

Desarrollar una herramienta de cómputo basada en modelos mecanicistas que permita caracterizar la hidrodinámica del flujo tipo bache en tuberías horizontales.

## ALCANCES

---

- Realizar una revisión exhaustiva de la literatura referente al flujo gas-líquido tipo bache en tuberías horizontales.
- Identificar y estudiar modelos mecanicistas que permitan caracterizar la hidrodinámica del flujo tipo bache hidrodinámico en tuberías horizontales.
- Desarrollar una herramienta computacional para caracterizar el flujo tipo bache hidrodinámico con base en modelos mecanicistas seleccionados.
- Comparar los resultados de los modelos mecanicistas seleccionados, en cuanto a los parámetros hidrodinámicos más importantes en la descripción del flujo tipo bache.
- Realizar estudios paramétricos para cuantificar el efecto de variables selectas sobre los parámetros característicos del flujo bache.

## CONTENIDO DE LA TESIS

---

En el Capítulo 1, se presenta una revisión de conceptos y definiciones importantes en el estudio del flujo multifásico en tuberías. Se describen los diferentes tipos de patrones de flujo gas-líquido en tuberías horizontales, y se presenta un resumen de los avances en su estudio. Se abordan los diferentes tipos de bacheo y sus implicaciones en los sistemas de producción; asimismo, se describen los mecanismos que lo originan, y se discuten sus principales parámetros hidrodinámicos.

En el Capítulo 2, se presenta una revisión de la literatura en relación al estudio de algunos de los parámetros hidrodinámicos más importantes del flujo bache. Se mencionan métodos para calcular la frecuencia, longitud y colgamiento del cuerpo del bache. Asimismo, se describen las características principales de los modelos mecanicistas seleccionados para estudiar la hidrodinámica de este patrón de flujo, de acuerdo a los objetivos del presente trabajo.

En el Capítulo 3, se presentan los conjuntos de ecuaciones que conforman los modelos mecanicistas seleccionados.

En el Capítulo 4, se indican las características del programa computacional realizado para estudiar la hidrodinámica del flujo bache en tuberías horizontales, con base en modelos mecanicistas seleccionados. Se indican los parámetros de entrada y de salida del programa, y se describen las funcionalidades de los módulos que lo integran.

En el Capítulo 5, se comparan y analizan los valores calculados de los principales parámetros hidrodinámicos obtenidos con los modelos mecanicistas seleccionados. Asimismo, se estudian los efectos del diámetro de la tubería, las velocidades superficiales de las fases, y la viscosidad del líquido sobre: la longitud y el colgamiento en las diferentes zonas de la unidad bache, la altura adimensional de la película y el gradiente de presión.

Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones de este trabajo.

# Capítulo 1

## FUNDAMENTOS DE FLUJO MULTIFÁSICO

En este capítulo se presenta una revisión de conceptos y definiciones importantes en el estudio del flujo multifásico en tuberías. Se describen los diferentes tipos de patrones de flujo gas-líquido en tuberías horizontales, y se presenta un resumen de los avances en su estudio. Se abordan los diferentes tipos de bacheo y sus implicaciones en los sistemas de producción; asimismo, se describen los mecanismos que lo originan, y se discuten sus principales parámetros hidrodinámicos.

### 1.1 Conceptos y definiciones

A continuación se presentan algunos de los conceptos y definiciones más importantes en el estudio del flujo gas-líquido en tuberías.

#### 1.1.1 Gastos másicos

El gasto másico indica la cantidad de masa que pasa por una sección transversal de la tubería, en una unidad de tiempo. El gasto másico total es la suma de los gastos másicos de cada fase:

$$W = W_L + W_G \quad (1.1)$$

donde:

$W$ : gasto másico total

$W_L$ : gasto másico del líquido

$W_G$ : gasto másico del gas

#### 1.1.2 Gastos volumétricos

El gasto volumétrico indica el volumen que pasa por una sección transversal de la tubería, en una unidad de tiempo. El gasto volumétrico total es la suma de los gastos volumétricos de cada fase:

$$q_T = q_L + q_G \quad (1.2)$$

donde:

$q_T$ : Gasto volumétrico total

$q_L$ : Gasto volumétrico del líquido

$q_G$ : Gasto volumétrico del gas

### 1.1.3 Fenómeno de resbalamiento y colgamiento

Durante el flujo simultáneo de gas y líquido en tuberías, en general las fases no se desplazan a la misma velocidad. Este fenómeno se origina debido a las diferencias en las fuerzas de fricción, la densidad y la compresibilidad de las fases. Por un lado, los esfuerzos cortantes son menores en la fase gas, por lo que experimenta una menor resistencia al flujo y tiende a fluir a una mayor velocidad que el líquido; por otra parte, las fases tienden a segregarse por la acción de la gravedad; finalmente, la mayor compresibilidad del gas promueve que éste se desplace a una mayor velocidad. Así, en términos coloquiales se habla de que el gas “resbala” y el líquido se “cuelga” (Guerrero, 2012). Si las fases tienen la misma velocidad, se dice que el flujo es homogéneo.

Una de las consecuencias de que las fases viajen a diferente velocidad es que el área transversal que ocupa cada una de ellas cambia a lo largo de la tubería (Figura 1.1). De esta manera, surge uno de los parámetros fundamentales del flujo multifásico: el colgamiento.

### 1.1.4 Colgamiento

El colgamiento ( $H_L$ ) se define como la relación del área transversal ocupada por el líquido ( $A_L$ ) con respecto al área transversal total de la tubería ( $A_P$ ).

$$H_L = \frac{A_L}{A_P} \quad (1.3)$$

Al complemento del colgamiento se le denomina fracción de vacío,  $H_g$ , de tal manera que:

$$H_g = \frac{A_L}{A_P} = 1 - H_L \quad (1.4)$$



### 1.1.5 Fracciones volumétricas de entrada y colgamiento sin resbalamiento

La fracción volumétrica de entrada de una fase indica la relación de su gasto volumétrico con respecto al gasto volumétrico total. En el caso de la fase líquida, también suele denominársele “colgamiento sin resbalamiento” ( $\lambda_L$ ).

Para el líquido:

$$\lambda_L = \frac{q_L}{q_L + q_G} \quad (1.4)$$

Para el gas:

$$\lambda_G = \frac{q_G}{q_L + q_G} \quad (1.5)$$

Observar que:

$$\lambda_G + \lambda_L = 1 \quad (1.6)$$

La relación cualitativa entre el colgamiento y la fracción volumétrica de líquido se ilustra en la **Figura 1.1**.

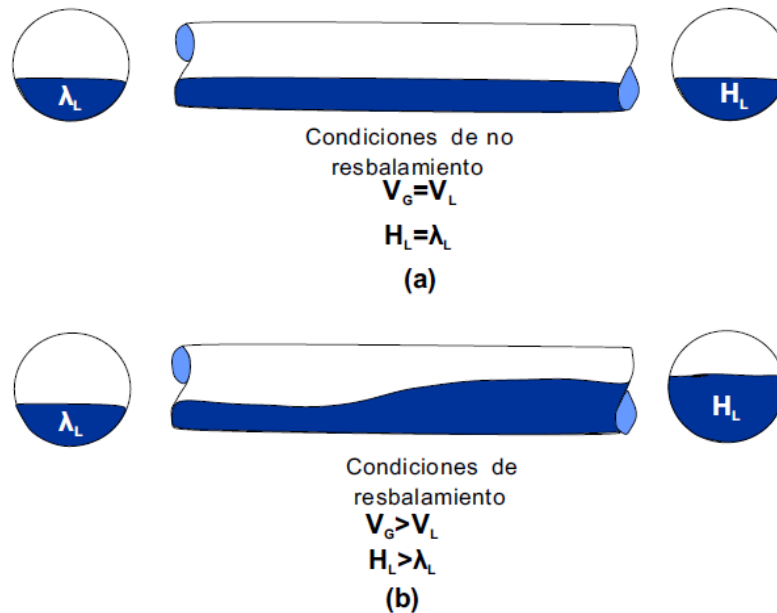


Figura 1.1 Resbalamiento y colgamiento de líquido (Shoham, 2006)

### 1.1.6 Densidad de la mezcla

La densidad de la mezcla ( $\rho_m$ ) se obtiene a partir del colgamiento y las densidades de las fases como:

$$\rho_m = \rho_L H_L + \rho_g(1 - H_L) \quad (1.7)$$

También suele utilizarse la densidad de la mezcla sin resbalamiento ( $\rho_{ns}$ ), definida a partir de la fracción volumétrica del líquido:

$$\rho_{ns} = \rho_L \lambda_L + \rho_g(1 - \lambda_L) \quad (1.8)$$

### 1.1.7 Viscosidad de la mezcla

Existen diversas formas de calcular la viscosidad de una mezcla de gas y líquido (*Shoham, 2006*). Las dos más comunes se obtienen ponderando las viscosidades de las fases con el colgamiento ( $\mu_m$ ) y con la fracción volumétrica de entrada de líquido ( $\mu_{ns}$ ), respectivamente, como:

$$\mu_m = \mu_L H_L + \mu_G(1 - H_L) \quad (1.9)$$

$$\mu_{ns} = \mu_L \lambda_L + \mu_g(1 - \lambda_L) \quad (1.10)$$

### 1.1.8 Velocidades superficiales

La velocidad superficial (o flujo volumétrico) de la fase es aquella que ésta tendría si fluyera sola ocupando la totalidad de la tubería. Por lo tanto, las velocidades superficiales del líquido y gas pueden expresarse, respectivamente, como:

Para el líquido

$$u_{sL} = \frac{q_L}{A_p} \quad (1.11)$$

Para el gas:

$$u_{sG} = \frac{q_G}{A_p} \quad (1.12)$$

### 1.1.9 Velocidad de la mezcla

La velocidad de la mezcla ( $u_M$ ) se refiere al gasto volumétrico total por unidad de área transversal de la tubería. Por lo tanto:

$$\mathbf{u}_M = \frac{q_L + q_G}{A_P} = \mathbf{u}_{sL} + \mathbf{u}_{sG} \quad (1.13)$$

### 1.1.10 Velocidades reales

Las velocidades con que se desplazan las fases se conocen también como velocidades actuales, in-situ o reales. Se relacionan con la velocidad superficial y el colgamiento a través de las ecuaciones (1.14) y (1.15).

Para el líquido:

$$\mathbf{u}_L = \frac{q_L}{A_L} = \frac{\mathbf{u}_{sL}}{H_L} \quad (1.14)$$

Para el gas:

$$\mathbf{u}_G = \frac{q_G}{A_G} = \frac{\mathbf{u}_{sG}}{1 - H_L} \quad (1.15)$$

### 1.1.11 Velocidad de resbalamiento

Es la velocidad relativa del gas con respecto a la del líquido:

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_G - \mathbf{u}_L \quad (1.16)$$

### 1.1.12 Velocidad de deriva

Es la velocidad de una fase relativa a la velocidad de la mezcla.

Para el líquido:

$$\mathbf{u}_{DL} = \mathbf{u}_L - \mathbf{u}_M \quad (1.17)$$

Para el gas:

$$\mathbf{u}_{DG} = \mathbf{u}_G - \mathbf{u}_M \quad (1.18)$$

## 1.2 Patrones de flujo bifásico en tuberías horizontales

Al fluir dos fases simultáneamente, éstas pueden distribuirse de maneras diferentes al interior de la tubería, por lo que la caracterización del flujo es más compleja que en el caso monofásico. Tales configuraciones geométricas que adquieren las fases se denominan patrones de flujo, y afectan de manera diferente la hidrodinámica y los procesos de transferencia de calor en el sistema (*Guerrero, 2012*).

Los patrones de flujo dependen de:

- a) Condiciones de operación: gastos de gas y líquido, presión y temperatura.
- b) Características geométricas: diámetro, ángulo de inclinación, y sentido del flujo.
- c) Propiedades fisicoquímicas de las fases: densidad, viscosidad, y tensión superficial.

A continuación se describen las características principales de los patrones de flujo gas-líquido más comunes en tuberías horizontales, mostrados en la **Figura 1.2** (Shoham, 2006; Guerrero, 2012).

### 1.2.1 Estratificado

Este patrón de flujo ocurre para gastos relativamente bajos de gas y líquido. Las dos fases se segregan por la acción de la gravedad, de tal manera que el líquido fluye en el fondo de la tubería y el gas en la parte superior. Este patrón de flujo se subdivide en:

#### Estratificado liso

La interfase gas-líquido es lisa.

#### Estratificado ondulado

La interfase presenta ondas.

### 1.2.2 Intermitente

Como su nombre lo indica, se caracteriza por el flujo alternado de líquido y gas. Se distinguen dos zonas: la región ocupada por el tapón o bache de líquido, el cual ocupa la totalidad de la sección transversal de la tubería y puede contener una dispersión de burbujas pequeñas que tienden a concentrarse hacia el frente del bache y en la parte superior de la tubería; y la región ocupada por una burbuja larga en contacto con una película de líquido fluyendo en el fondo. El mecanismo de flujo de este patrón es un movimiento rápido de los tapones, con arrastre y desprendimiento de líquido de y hacia la zona de la película, respectivamente.

El patrón de flujo intermitente es subdividido en:

#### Burbuja elongada

Es considerado el caso límite del flujo tipo bache, cuando el bache de líquido está libre de burbujas.

## Bache

Ocurre a altos gastos de gas, y se caracteriza porque el bache está aireado como consecuencia de la alta turbulencia en el frente del mismo.

### 1.2.3 Anular

El flujo anular se presenta a gastos de gas grandes. La fase gaseosa fluye como un núcleo a alta velocidad, y el cual puede llevar gotas de líquido atrapadas. La fase líquida fluye como una película que recubre la pared interna de la tubería, y que tiende a ser más gruesa en las partes bajas. La película de líquido puede presentar ondas, en cuyo caso se habla de flujo anular ondulado.

### 1.2.4 Burbuja dispersa

Para altos gastos de líquido, éste constituye la fase continua y el gas se encuentra disperso como pequeñas burbujas. Debido a la alta velocidad del líquido, las burbujas son arrastradas por éste; al no haber resbalamiento entre las fases, el flujo es homogéneo.

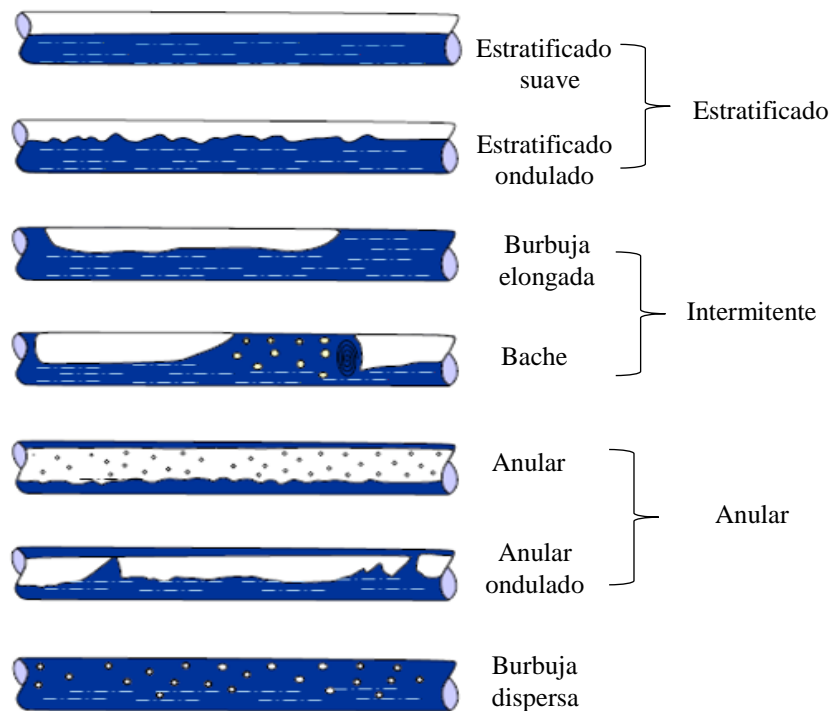


Figura 1.2 Patrones de flujo en tuberías horizontales y casi horizontales (Brill et al., 1990)

### 1.3 Predicción de patrones de flujo

Uno de los pasos fundamentales en los cálculos de flujo multifásico es conocer el patrón de flujo. Inicialmente, esto se llevaba a cabo mediante el uso de mapas experimentales; en ellos se muestran las condiciones en que ocurre cada patrón de flujo, en términos de coordenadas seleccionadas por el investigador. Para construir los mapas experimentales generalmente se utilizaba agua y aire como fluidos de trabajo, y tuberías de diámetro reducido. Se establecían los gastos volumétricos y se identificaba el patrón de flujo generado mediante observación directa o con mediciones indirectas (*Bouza et al., 1999*). Posteriormente, con suficientes datos recopilados se desarrollaban correlaciones para predecir el patrón de flujo. Ya que no se tomaban en cuenta principios físicos fundamentales, el rango de aplicación de tales correlaciones era limitado (*González, 2014*)

Con los avances en el entendimiento y modelado del flujo multifásico en tuberías, a partir de la segunda mitad del siglo XX se han propuesto diversos modelos teóricos para predecir las fronteras de transición entre los diferentes patrones de flujo. Al estar basados en principios fundamentales de la física, su rango de aplicación es más amplio que las correlaciones empíricas.

A continuación, en la **Tabla 1.1** se presenta un resumen de algunos de los trabajos más relevantes en relación al estudio de los patrones de flujo gas líquido en tuberías horizontales (*Leal, 2001; Zhang et al., 2003*), tanto experimentales como a través del modelado mecanicista.

**Tabla 1.1: Avances en el estudio de patrones de flujo gas-líquido en tuberías horizontales**

Autor	Aportación
Baker, 1954	Desarrolló una correlación para predecir el patrón de flujo, con coordenadas adimensionales que dependen de los gastos másicos y las propiedades de los fluidos ( <b>Figura 1.3</b> ).
Hubbard y Dukler, 1966	Realizaron estudios experimentales e identificaron tres patrones básicos: separado (flujo anular y flujo estratificado), intermitente, y distribuido (flujos dispersos).
Beggs y Brill, 1973	Desarrollaron una correlación para identificar patrones de flujo que toma en cuenta el ángulo de inclinación de la tubería y el sentido del flujo (ascendente/descendente). Identificaron los patrones segregado, intermitente, distribuido, y uno de transición entre los dos primeros. Utilizaron la fracción volumétrica de entrada de líquido y el número de Froude como parámetros de correlación.
Mandhane et al., 1974	Construyeron mapas experimentales para flujo gas-líquido en tuberías horizontales y cercanas a la horizontal.

Continuación	
Autor	Aportación
Taitel y Dukler, 1976; y Taitel et al., 1980	Identificaron los mecanismos físicos que gobiernan las transiciones entre los patrones de flujo, y propusieron criterios mecanicistas para identificarlos. Consideraron cinco regímenes: estratificado suave, estratificado ondulado, intermitente (burbuja elongada y bache), anular, y burbujas dispersas (Figura 1.4).
Barnea et al., 1982 y 1987	Generalizaron el modelado mecanicista de las transiciones entre patrones de flujo gas-líquido, e integraron un modelo unificado aplicable para cualquier ángulo de inclinación.
Xiao et al., 1990	Propusieron un modelo mecanicista conformado por criterios de transición entre patrones de flujo, y un conjunto de modelos para calcular los gradientes de presión según el patrón de flujo actual.
Zhang et al., 2003	Desarrollaron un modelo hidrodinámico unificado para predecir la transición de los patrones de flujo, gradiente de presión, colgamiento de líquido y características del flujo bache en tuberías para diferentes ángulos de inclinación desde 290 a 90 grados. El modelo está basado en la dinámica del flujo bache, el cual comparte fronteras de transición con todos los otros patrones de flujo. Mediante el uso de toda la zona de película como volumen de control, el intercambio de momento entre el cuerpo del bache y la zona de la película se introduce en las ecuaciones de momento para el flujo bache, las cuales son utilizadas para conocer las características del flujo y predecir la transición de flujo bache a otros patrones de flujo.

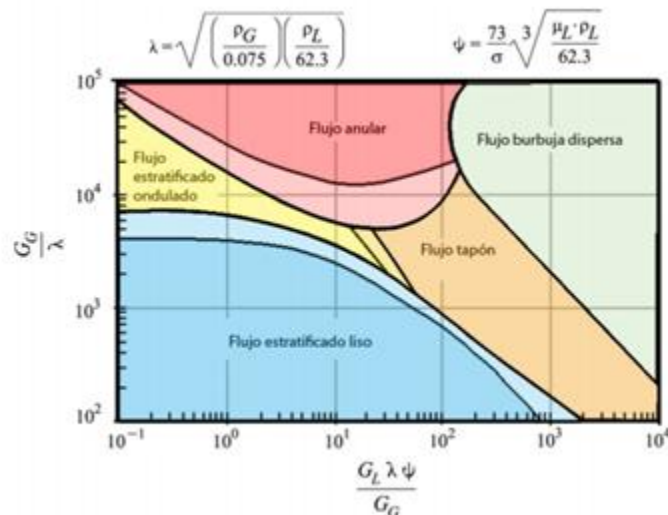


Figura 1.3 Mapa desarrollado por Baker en 1954 para patrones de flujo bifásico gas-líquido en tuberías horizontales (Adaptado de Shoham 2006)

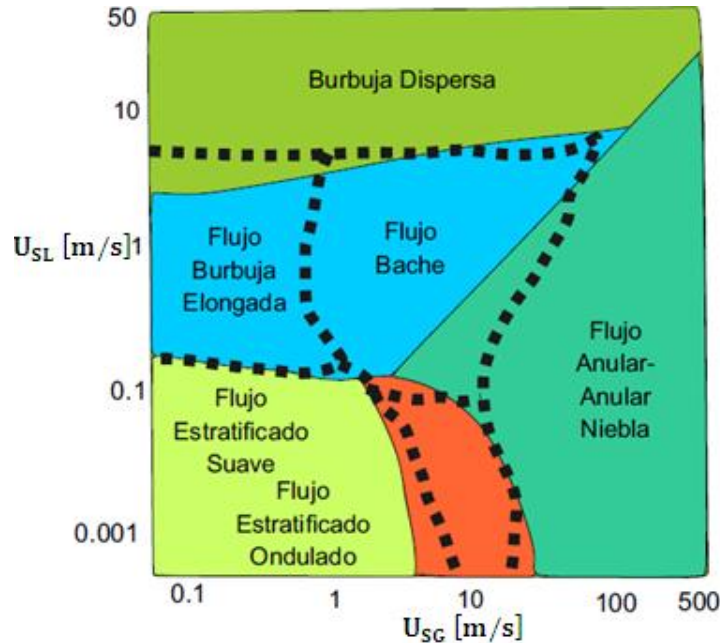


Figura 1.4 Mapa de patrones de flujo para tuberías horizontales (Adaptado Taitel & Dukler, 1976)

## 1.4 Flujo tipo bache en tubería horizontales

El régimen tipo bache es un flujo intermitente caracterizado por la alternancia de lotes de líquido aireados, y de burbujas largas que fluyen por encima de una película de líquido (Al-Safran, 2009a). Siendo uno de los patrones de flujo más comunes en ductos que transportan mezclas de gas y aceite, es importante que el ingeniero petrolero conozca los diferentes tipos de bacheo y sus implicaciones en los sistemas de producción; asimismo, que identifique los mecanismos que lo originan, y se familiarice con sus principales parámetros hidrodinámicos. Por lo tanto, en las siguientes secciones se abordan estos tópicos.

### 1.4.1 Tipos de Bacheo

En la literatura se reconocen tres tipos de bacheo (Redonda, 2013):

- ❖ *Bacheo hidrodinámico o normal.* Se caracteriza porque los lotes de líquido son cortos y fluyen con alta frecuencia. Este tipo de bache puede ser manejado adecuadamente en el separador de primera etapa debido a que el volumen de líquido es relativamente pequeño (Figura 1.5).



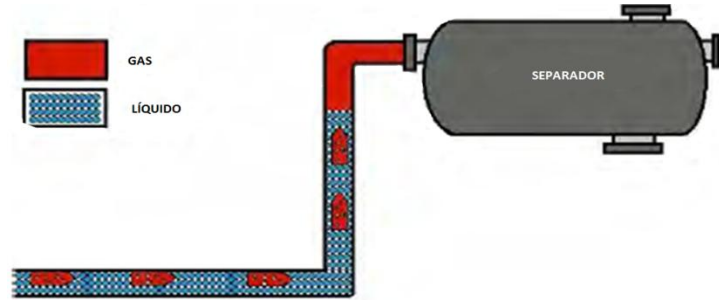


Figura 1.5 Bacheo Hidrodinámico (Redonda, 2013)

- ❖ *Bacheo provocado por terreno sinuoso.* Se genera por la acumulación de líquido en las secciones de tubería con cambios pronunciados en el perfil topográfico (Figura 1.6). Se presenta a gastos bajos de líquido y gas, y está dominado por efectos gravitacionales.

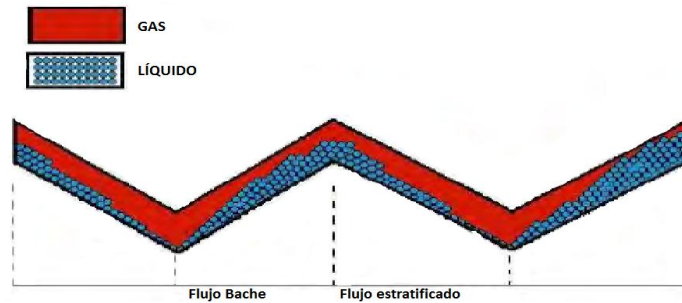


Figura 1.6 Bacheo provocado por terreno sinuoso (Redonda, 2013)

- ❖ *Bacheo severo.* Ocurre en instalaciones costa afuera, y se genera por un proceso de acumulación y descarga de líquido en la línea submarina en el punto de conexión con el riser-tubería vertical (Figura 1.7). Debido a la longitud que alcanzan los baches ocasiona problemas importantes en las instalaciones de producción.

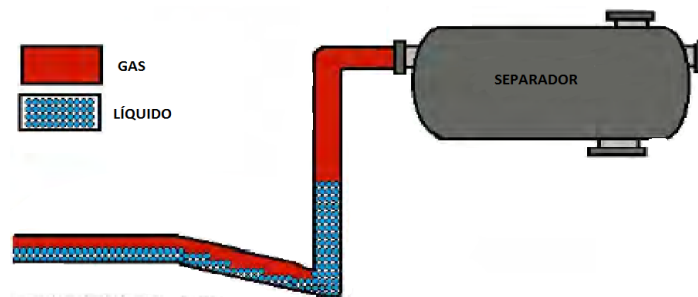


Figura 1.7 Bacheo severo (Redonda, 2013)

Debido a sus repercusiones en la integridad mecánica de las tuberías e instalaciones de producción, algunas acciones para contrarrestar el bacheo severo son (McKetta, 1992; González, 2014):

1. Reducir el tamaño de las líneas al mínimo permitido por las presiones diferenciales disponibles.
2. Diseñar tuberías paralelas que incrementen la capacidad de flujo sin incrementar las pérdidas de presión totales.
3. Usar una válvula auxiliar en la tubería para regular los gastos.
4. Aumentar la contrapresión en la línea.

Antes de finalizar esta sección, es importante señalar que en este trabajo únicamente se estudia el *bacheo hidrodinámico*. Por lo tanto, cuando se haga referencia a flujo bache, deberá entenderse que se trata de este tipo.

### 1.4.2 Mecanismos de formación de un bache

Los baches hidrodinámicos se inician por la inestabilidad de las ondas en la interfase gas-líquido en el flujo estratificado. Existen diversas versiones acerca del proceso de formación de un bache hidrodinámico; una de ellas es la siguiente (*Bai & Bai, 2005; Guerrero, 2012*):

- a) Conforme aumenta la velocidad del gas en el flujo estratificado se forman ondas en la interfase. El crecimiento de las ondas está controlado por la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.
- b) Si el flujo estratificado es inestable, las ondas crecen hasta alcanzar la parte superior de la tubería. Esto ocasiona el bloqueo del paso de gas, y la formación de un lote de líquido o bache. Debido a que el bache se acelera por el empuje del gas, comienza a arrastrar líquido de la película. Por otra parte, conforme avanza desprende líquido en la parte posterior, el cual se va desacelerando por los esfuerzos cortantes interfaciales y con la superficie de la tubería. El nuevo bache que se forma barre el líquido desprendido por el anterior.
- c) El gas arrastrado reduce el colgamiento promedio de líquido en el bache, incrementando la turbulencia dentro del bache.

En la **Figura 1.8** se observa el proceso de formación del flujo tipo bache, anteriormente descrito.

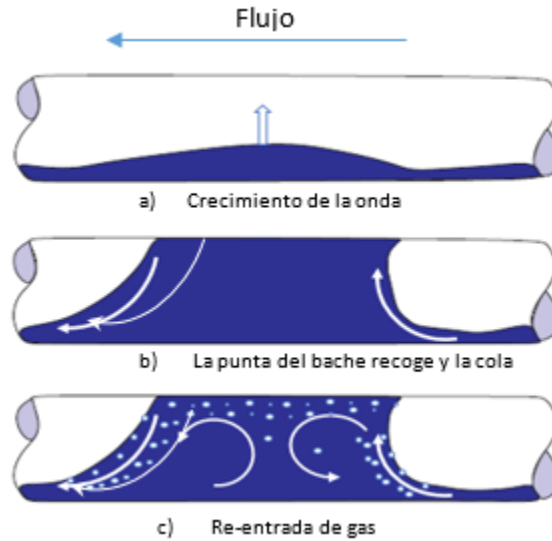


Figura 1.8 Formación de un bache

### 1.4.3 Elementos hidrodinámicos de una unidad bache

Para el estudio de la hidrodinámica de este patrón de flujo, es útil el concepto de unidad bache. Ésta consiste en dos zonas principales (**Figura 1.9**): el cuerpo del bache de líquido, con longitud  $L_S$ ; y la región estratificada de longitud  $L_F$ , conformada por una película fluyendo en la parte baja de la tubería, y una burbuja larga en la parte superior. Existe una zona de mezclado en el frente del bache, de longitud  $L_M$ . La longitud total de la unidad es  $L_u = L_S + L_F$ .

- **Velocidades características**

En una unidad bache, el gas y el líquido se desplazan a diferentes velocidades, tanto en la zona del bache de líquido como en la zona de la película. De esta manera,  $U_{LLS}$  y  $U_{GLS}$  corresponden a las velocidades de las fases líquido y gas, respectivamente, en la zona del bache; y  $U_{LTB}$  y  $U_{GTB}$  son las velocidades correspondientes en la zona de la película. Cabe mencionar que la velocidad de la película varía localmente, de tal manera que alcanza sus valores máximo y mínimo en el frente (igual a la velocidad del bache,  $U_{LLS}$ ) y en la cola ( $U_{LTBe}$ ), respectivamente.

Además de las velocidades referidas, en el estudio de la hidrodinámica del flujo bache se diferencian la de traslación,  $U_{TB}$ , y la del cuerpo del bache,  $u_s$ . En el primer caso,  $U_{TB}$  es la velocidad a la que se desplaza el frente de la burbuja; en general,  $u_s$  es igual a la velocidad de la mezcla.

Con base en la definición de la velocidad de traslación podría pensarse que el gas y el líquido, tanto en la zona de la película como del bache, se mueven a esa velocidad. En realidad, esto no es cierto ya que los fluidos en las diferentes zonas de la unidad se mueven a velocidades distintas. De hecho, en general se cumple que:  $U_{TB} > U_{GTB} > U_{GLS} > U_{LTB}$ .

La clave para entender la relación entre la velocidad del bache y la velocidad traslacional radica en el proceso continuo de arrastre y desprendimiento de líquido. Este proceso puede entenderse mejor al darle seguimiento al movimiento de una partícula de líquido en la zona de la película, la cual fluye delante de un bache a una menor velocidad,  $u_{LTB}$ . Debido a que el cuerpo del bache se mueve más rápido,  $u_s$ , la partícula eventualmente es arrastrada e incorporada al cuerpo del bache. Después de haber sido acelerada a la velocidad del bache y haber viajado con el cuerpo de éste, la partícula finalmente se desprende hacia la película, desacelerándose hasta alcanzar la velocidad de ésta (Shoham, 2006).

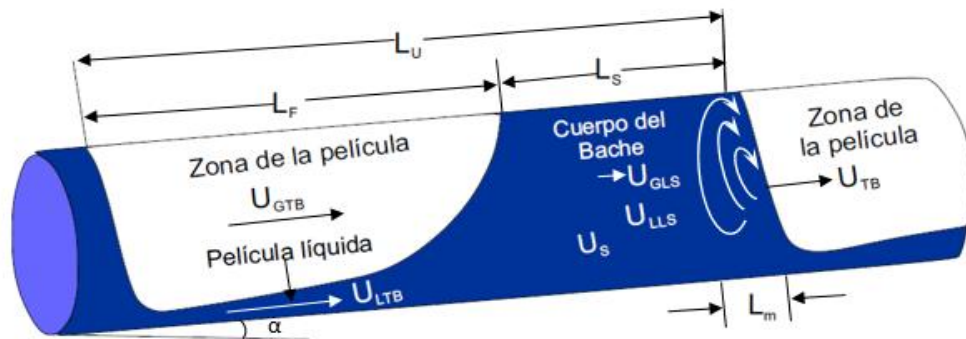


Figura 1.9 Elementos de una unidad bache (Taitel & Dukler, 1976)

- **Colgamiento**

En cuanto al colgamiento del líquido, es necesario diferenciar entre el colgamiento en el cuerpo del bache,  $H_{LLS}$ , y el colgamiento en la zona de la película,  $H_{LTB}$ . El colgamiento en la región estratificada varía localmente al igual que la velocidad de la película (Shoham, 2006).

- **Frecuencia**

Otro parámetro hidrodinámico relevante del flujo bache es la frecuencia. Ésta indica el número de baches que pasan por un punto específico a lo largo de la tubería durante un cierto periodo de tiempo.

De acuerdo a diferentes autores, algunos problemas de operación están correlacionados con este parámetro. Por ejemplo, *Al-Safran (2009a)* menciona que la velocidad de corrosión de los ductos es directamente proporcional al número de baches.

En general, la frecuencia de los baches aumenta y la longitud del bache disminuye cuando aumenta la velocidad superficial de líquido. Por otra parte, la frecuencia disminuye a medida que aumenta la velocidad superficial del gas, y aumenta conforme la viscosidad del aceite se incrementa (Brito et al, 2014). Adicionalmente, la caída de presión es directamente proporcional a la frecuencia del bache.

- **Longitud del bache**

Las longitudes de los baches tienen una naturaleza probabilística que plantea varios retos en el diseño de tuberías y de instalaciones de separación. Así, independientemente de que las condiciones de operación a la entrada sean las mismas, la longitud de los baches presenta variaciones, en general siguiendo una distribución logarítmica normal. De esta manera, en el diseño de tuberías se considera la longitud media del bache para calcular las pérdidas de presión. Por otro lado, al considerar la longitud máxima de los baches en el diseño de las instalaciones de separación generalmente se utiliza un valor correspondiente a una probabilidad predeterminada (*Sarica et al., 2011*).

Existen diversos factores que intervienen en la propagación y evolución de la longitud del bache; de acuerdo a González (2014), algunos de los principales factores son:

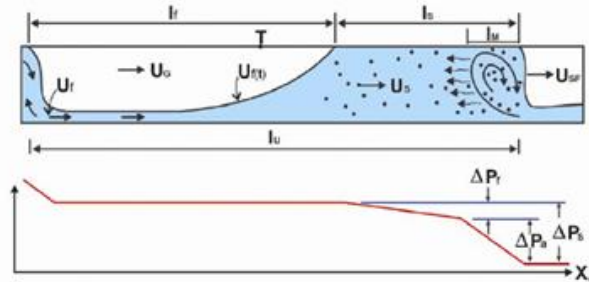
1. Rápido crecimiento lineal inicial.
2. Expansión del gas.
3. Accidentes topográficos y cambios de pendiente.
4. Arrastres y desprendimientos diferenciales de líquido del bache según su longitud.

En cuanto al efecto de algunas variables sobre la longitud de los baches, Barnea y Taitel (1993) determinaron experimentalmente con sistemas agua-aire que la longitud promedio del bache de líquido estable es relativamente insensible a las velocidades superficiales de las fases, y que depende principalmente del diámetro de la tubería. En este sentido, en 1990 Taitel y Barnea encontraron que las longitudes promedio del bache para el flujo horizontal son de 12 a 32 veces el diámetro de la tubería (*Sarica, et al., 2011*). Otros autores (Dukler y Hubbard en 1975; Nicholson et al., en 1978; Barnea y Brauner en 1985; Fabre y Liné en 1992) sugieren una relación de 15 a 40 veces el diámetro.

- **Caída de presión**

En cuanto a la caída de presión total durante el flujo bache en tuberías horizontales, algunos autores (Dukler y Hubbard 1975; Taitel y Barnea 1990; Whang, 2014; Cruz, 2005), han determinado que ésta ocurre principalmente en el cuerpo del bache, donde dominan

las pérdidas de energía por aceleración en la zona de mezclado y por la fricción (**Figura 1.10**). De esta manera, el gradiente de presión depende en gran medida del colgamiento y la longitud del cuerpo del bache.



*Figura 1.10 Principales caídas de presión en el flujo bache (Dukler & Hubbard , 1975)*

En 1990, Taitel y Barnea presentaron seis métodos para cuantificar la caída de presión al realizar diversas simplificaciones (**Figura 1.11**). A continuación se explican brevemente cada uno de ellos.

- ✚ **Método 1.** La forma de la película es calculada por la formulación más general de flujo en un canal unidimensional. Este método es considerado por los autores como el más exacto.
- ✚ **Método 2.** Debido a que la densidad y la viscosidad del gas son mucho más bajas que la del líquido, y a que la burbuja de Taylor se encuentra a una presión constante, la caída de presión en la zona de la película se considera despreciable. La película es tratada como una superficie libre en un canal de flujo.
- ✚ **Método 3.** La forma de la película es evaluada como en el método 2, pero despreciando el cambio en el nivel del líquido.
- ✚ **Método 4.** La forma de la película es evaluada como en el método 2 y 3. Únicamente se considera la caída de presión en la zona del bache, debido elementalmente a tres factores: a las pérdidas por fricción, a las pérdidas en la zona de mezcla y a las pérdidas por la carga hidrostática.
- ✚ **Método 5.** Se considera que la película es uniforme a lo largo de la zona de la burbuja. La caída de presión se calcula usando un balance de cantidad de movimiento a lo largo de la unidad del bache. La caída de presión resultante no incluye el término de mezcla.

- ✚ Método 6. Se considera que la película es uniforme a lo largo de la zona de la burbuja. La unidad del bache es subdividida en dos secciones: la zona de la película y la zona del bache. En este caso sí se considera la caída de presión en la zona de mezcla. Este método es usado para flujo vertical.

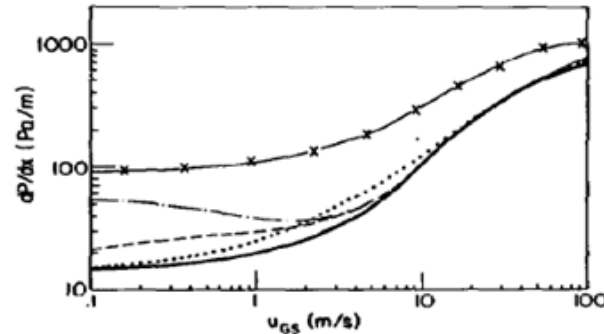


Figura 1.11 Gradiente de presión

$\theta = 0^\circ$ ,  $D = 0.5 [m]$ ,  $u_{LS} = 1 \left[ \frac{m}{s} \right]$ . (—) Método 1: exacto; ( — ) Método 2 exacto para  $\tau_i = \tau_G = 0$ ; (-----) Método 3: para  $\tau_i = \tau_G = 0$  omitiendo el término de nivel de líquido; ( — ) Método 4: Dukler y Hubbard; (.....) Método 5:  $h_F = h_E$ , sin término de mezcla; (x-x-x-x-x) Método 6:  $h_F = h_E$ , con término de mezcla. (Taitel y Barnea, 1990)

### Efecto de la viscosidad del líquido

En los últimos años, debido al agotamiento de las reservas de crudo ligero en el mundo, se ha dado gran importancia al estudio de explotación de los crudos pesados y extrapesados, caracterizados por su alta viscosidad. De esta manera, algunos investigadores han realizado estudios sobre el efecto que tiene éste parámetro sobre la hidrodinámica del flujo tipo bache.

Los primeros estudios se realizaron con aceites ligeros de baja viscosidad. Sin embargo, ya desde 1984, Crowley et al., mostraron que la viscosidad del líquido tiene un efecto significativo sobre las características de este patrón de flujo (Jepson & Zhou, 1993). De la misma manera, Nadler y Mewes (1995) investigaron el efecto de la viscosidad sobre el colgamiento en el cuerpo del bache en una tubería horizontal de 5.9 cm; utilizaron sistemas aceite ligero/aire (aceite de 17 y 34 cp) y agua/aire. Encontraron diferencias significativas en la distribución del líquido y el gas entre los sistemas aceite/aire y agua/aire.

Por otra parte, Kora (2010) utilizó aceites de diferente viscosidad (181, 257, 378, y 589 cp), y determinó que el colgamiento en la zona del bache se incrementa con la viscosidad del líquido (Pereyra, et al., 2014). En 2013, Brito et al., observaron experimentalmente que el flujo bache es el patrón de flujo más frecuente para viscosidades medias del aceite (Brilo et al., 2014).

## Capítulo 2

# REVISIÓN A LA LITERATURA

En este capítulo se presenta una revisión de la literatura en relación al estudio de algunos de los parámetros hidrodinámicos más importantes del flujo bache. Se mencionan métodos para calcular la frecuencia, longitud y colgamiento del cuerpo del bache. Asimismo, se describen las características principales de los modelos mecanicistas seleccionados para estudiar la hidrodinámica del flujo bache, de acuerdo a los objetivos del presente trabajo.

### 2.1 Estudios y métodos de cálculo de variables hidrodinámicas características del flujo bache

En las siguientes secciones se presenta un resumen de los trabajos más relevantes en cuanto al estudio de algunos de los parámetros hidrodinámicos más importantes del flujo bache, y sobre el desarrollo de ecuaciones constitutivas para estimarlos; en particular, se abordan la frecuencia, la longitud y el colgamiento en el cuerpo del bache.

#### 2.1.1 Frecuencia

En la **Tabla 2.1** se resumen las aportaciones de algunos autores sobre el estudio y métodos de predicción de la frecuencia de los baches (Modificado de Al-Safran, 2009b).

**Tabla 2.1: Estudios y métodos de cálculo para la frecuencia de los baches**

Autor	Año	Aportación
Gregory y Scott	1969	Mostraron que la frecuencia es proporcional a la velocidad superficial del líquido e inversamente proporcional con el diámetro. Desarrollaron una correlación en términos del número de Froude basado en la velocidad superficial del líquido.
Taitel y Dukler	1977	Desarrollaron un modelo mecanicista que relaciona la frecuencia con el tiempo requerido en el proceso de formación de un bache.
Heywood y Richardson	1979	Realizaron experimentos y desarrollaron una correlación para la frecuencia en términos del número de Froude para la velocidad de la mezcla y el colgamiento sin resbalamiento



Continuación		
Autor	Año	Aportación
Hill y Wood	1990 y 1994	Desarrollaron una correlación con bases mecanicistas que toma en cuenta la altura de equilibrio del líquido en flujo estratificado, así como las velocidades superficiales y el diámetro.
Nydal	1992	Con base en pruebas experimentales con un sistema aire-agua en una tubería horizontal de 5.3 y 9 cm, encontraron que la longitud del cuerpo del bache sigue una distribución log-normal.
Manolis et al.	1995	Adquirieron datos experimentales de frecuencia del bache bajo condiciones de alta presión, y modificaron la correlación de Gregory y Scott (1969).
Zabaras et al.	2000	Modificó la correlación de Gregory y Scott (1969), incluyendo el efecto del ángulo de inclinación.
Shea et al.	2004	Desarrollaron una correlación para la frecuencia del bache como función de la longitud de la tubería, la velocidad superficial del líquido y el diámetro.
Al-Safran et al.	2009	Desarrolló una correlación en términos del diámetro y las velocidades de resbalamiento, del líquido, y la mezcla.

### 2.1.2 Colgamiento en el cuerpo del bache

El colgamiento en el cuerpo del bache es un parámetro fundamental en los modelos mecanicistas. En la **Tabla 2.2** se recopilaron algunas de las correlaciones y modelos más utilizados para estimarlo (*Al-safran, 2009a, Arismendi et al., 2012, Zhang, 2003, Zhang, et al., 2011*).

**Tabla 2.2: Estudios y métodos de cálculo para el colgamiento en el cuerpo del bache**

Autor	Año	Aportación
Gregory et al.	1978	Realizaron pruebas experimentales y concluyeron que el diámetro de la tubería tiene un efecto insignificante en el colgamiento en el cuerpo del bache. Propusieron una correlación en función de la velocidad de la mezcla únicamente. Es una de las correlaciones más utilizadas debido a su simplicidad y exactitud razonable.
Mukherjee	1979	Con base en resultados experimentales, concluyó que el colgamiento de líquido promedio en la unidad bache exhibe una pequeña dependencia a la inclinación, para ángulos pequeños.
Malnes	1982	A partir de la base de datos experimentales de Gregory et al. (1978), desarrollaron una correlación que incorpora la tensión superficial y la densidad del líquido.
Barnea y Brauner	1985	Propuso un método basado en principios mecanicistas para estimar el colgamiento en la zona del bache. En su análisis consideran que la fracción de vacío en el cuerpo del bache es la misma que ocurre en la frontera de transición entre el flujo bache y el flujo burbuja dispersa, para la misma velocidad de la mezcla.

Continuación		
Autor	Año	Aportación
Andreussi y Bendiksen	1989	Investigaron experimentalmente el efecto de diámetro, el ángulo de inclinación y las propiedades de los fluidos sobre el colgamiento en el cuerpo del bache. Desarrollaron una correlación que toma en cuenta estos parámetros.
Nydal y Andreussi	1991	Estudiaron la tasa de arrastre de gas en los baches de líquido en tuberías cercanas a la horizontal.
Nydal	1992	Con base en el análisis de resultados experimentales, determinó que el colgamiento en el cuerpo del líquido es una función débil de la velocidad superficial del líquido y el diámetro de la tubería.
Nadler y Mewes	1995	Realizaron pruebas experimentales con sistemas aire/agua y aire/aceite para estudiar el efecto de la viscosidad del líquido sobre los colgamientos en las diferentes regiones de la unidad bache. Determinaron que los colgamientos de la unidad bache y en la región de la película se incrementan si aumenta la viscosidad del líquido.
Pliaganti et al.	1993	Investigaron experimentalmente el efecto de la presión, la tensión superficial, la velocidad del líquido, y el diámetro sobre el colgamiento en el cuerpo del bache. Determinaron que la presión sí afecta el colgamiento; que éste se incrementa conforme aumenta el la tensión interfacial; y que no es afectado de manera significativa por el diámetro.
Felizola* y Felizola y Shoham	(1992*), (1995)	Desarrollaron una correlación para predecir el colgamiento en el cuerpo del bache para ángulos de inclinación de 0 a 90 grados.
Marcano	1996	Propuso una correlación para el colgamiento en el cuerpo del bache, la cual es función únicamente de la velocidad de la mezcla.
Abdul-Majeed	2000	Desarrolló una correlación basada en la velocidad de la mezcla, las viscosidades de las fases, la tensión interfacial, y el ángulo de inclinación.
Gómez et al.	2000	Propusieron una correlación para predecir el colgamiento de líquido en el cuerpo del bache para ángulos de inclinación desde la horizontal hasta la vertical. Mostraron que varía apreciablemente con el ángulo de inclinación, la velocidad de la mezcla, y la viscosidad del líquido.
Zhang et al.	2003	Presentaron un modelo mecanicista unificado basado en el balance entre energía cinética, turbulencia de la fase líquida y la energía libre superficial de las burbujas dispersas.
Brauner y Ulman	2004	Propusieron un modelo que atribuye la aireación del bache líquido a la constante re-entrada de burbujas a partir de la burbuja de Taylor.
Al-Safran	2009	Propuso una correlación para calcular el colgamiento en el cuerpo del bache en función del ritmo de transferencia de cantidad de movimiento adimensional para el líquido.

### 2.1.3 Longitud del bache

En la **Tabla 2.3** se presenta un resumen de las correlaciones más comunes para determinar la longitud de los baches. (*Al-safran et al., 2004; Sarica, et al., 2011; Al-Safran et al, 2003; Al-Shareef & Bagci, 2003*).

**Tabla 2.3: Estudios y métodos de cálculo para la longitud del bache**

Autor	Año	Aportación
Brill et al.	1981	Con base en datos experimentales y de campo, desarrollaron una correlación para calcular la longitud del bache en términos de la velocidad de la mezcla y el diámetro de la tubería. Consideraron que la longitud del bache sigue una distribución log-normal.
Norris, L.	1981	Modificó la correlación de Brill et al., (1981) usando un conjunto de datos más amplio. En la correlación propuesta eliminó la velocidad de la mezcla, al determinar que no tiene un efecto significativo sobre la longitud de los baches.
Scott, S.	1987	Estudió el crecimiento de los baches en ductos largos y de gran diámetro del campo Prudhoe Bay, que operaban cerca de la frontera de transición estratificado-bache. Sugirió que el crecimiento del bache era debido a la interacción entre el bache y la onda en la película precedente.
Scott y Kouba.	1990	Estudiaron el flujo bache generado por cambios en el terreno. Propusieron un modelo para estimar la longitud del bache, considerando que no había cambio en el colgamiento del bache, y que la altura de la película era constante.
Bernicot et al.	1991	Desarrollaron una correlación probabilística para determinar la longitud promedio del bache. Encontraron que la distribución gaussiana inversa es la que mejor se ajusta cuando se compara con otras.
Andreussi et al.	1992	Investigaron las características promedio del bache (longitud, colgamiento y velocidad) y su distribución estadística. Encontraron que la longitud promedio del bache es insensible a los gastos de las fases.
Zheng	1994	Propuso un modelo de seguimiento de baches que permite predecir su crecimiento, generación y disipación.
Gopal, M.	1998	Desarrolló un modelo mecanicista para predecir la longitud promedio del bache e investigó el efecto de las propiedades del líquido en ésta. El modelo usa los números de Froude para la película y el cuerpo del bache.
Al-safran et al.	2004	Desarrollaron un modelo de flujo transitorio para el seguimiento de los baches generados por cambios en el terreno, a partir del cual puede calcularse la longitud de éstos.

## 2.2 Modelado mecanicista de la hidrodinámica del flujo bache

Con la finalidad de capturar los principales mecanismos que gobiernan el comportamiento hidrodinámico de los diferentes patrones de flujo multifásico en tuberías, surgieron los modelos mecanicistas en las industrias nuclear y química en la segunda mitad del siglo XX. Este enfoque ha permeado en la industria petrolera en las últimas décadas.

Debido a que los modelos mecanicistas están basados en los principios de conservación de materia, momento y energía, su rango de aplicación es más amplio que el de las correlaciones comúnmente utilizadas en cálculos de ingeniería; sólo depende de las simplificaciones realizadas en la descripción geométrica e hidrodinámica del patrón de flujo, y de la validez de sus ecuaciones constitutivas empleadas (Guerrero, 2012; Leal Lemus, 2001).

En el caso del patrón de flujo tipo bache, se ha buscado extender el entendimiento físico de los mecanismos que controlan su formación y evolución. Esto con el objetivo de desarrollar modelos predictivos que permitan calcular los parámetros hidrodinámicos más relevantes, tales como el gradiente de presión, los esfuerzos cortantes, velocidades y colgamiento en las diferentes regiones de una unidad bache.

De esta manera, la literatura referente al modelado mecanicista del flujo bache en tubería ha crecido sustancialmente desde la década de 1970. Para los alcances del presente trabajo sólo se abordan cuatro de los modelos más representativos para el flujo horizontal. A continuación se presenta un resumen de sus principales características, y en el capítulo siguiente se indican las ecuaciones que los conforman.

### 2.2.1 Modelo de Dukler y Hubbard (1975)

Uno de los primeros modelos mecanicistas para el flujo bache en tuberías horizontales fue propuesto por Dukler y Hubbard en 1975. Partiendo del concepto de unidad bache, aplicaron balances de materia y de cantidad de movimiento para el líquido y el gas en régimen estacionario, en las zonas del cuerpo del bache y de la película (*Firouzfard et al., 2012*). En su formulación tomaron en cuenta la existencia de una zona de mezclado en el frente del bache, altamente turbulenta y que contribuye de manera importante a la caída de presión total.

En el modelo físico consideraron la transferencia de masa entre el cuerpo del bache y la película por procesos de arrastre y desprendimiento de líquido. Al desplazarse a una mayor velocidad, el bache arrastra la película que fluye más lento corriente abajo. Este

volumen de líquido se acelera desde la velocidad de la película hasta la velocidad promedio del bache. Por otra parte, al mismo tiempo se desprende líquido por la parte posterior del tapón, el cual se desacelera al incorporarse a la película que viaja corriente arriba. Estos ritmos de transferencia de masa serán iguales en condiciones de flujo desarrollado, de tal manera que la longitud del bache se mantendrá constante. Los autores propusieron una correlación para estimar este ritmo de transferencia de masa de líquido.

Una de las características distintivas del modelo de Dukler y Hubbard, es que permite calcular el perfil de la película de líquido, así como la longitud de la zona de mezclado en el frente del tapón. Por otra parte, puede mencionarse que la frecuencia y el colgamiento en el cuerpo del bache se consideran como parámetros de entrada.

### 2.2.2 Modelo de Taitel y Barnea (1990)

En 1990, Taitel y Barnea presentaron un modelo mecanicista que, al igual que el Dukler y Hubbard, predice el perfil de la altura de la película de líquido. En su estudio destacaron la importancia de tomar en cuenta la caída de presión en la zona de película, ya que no hacerlo puede derivar en inexactitudes importantes de los modelos, sobre todo cuando la longitud de la película es considerable.

En el desarrollo del modelo consideraron que la velocidad promedio del líquido en la zona del bache ( $U_{LLS}$ ) y la velocidad de las burbujas dispersas en el bache ( $U_{GLS}$ ) no son necesariamente iguales, en particular cuando la tubería tiene cierta inclinación respecto a la horizontal (Barnea & Taitel, 1990).

Otra característica distintiva en el modelo es que el colgamiento en el cuerpo del bache se considera como aquel que ocurre en la transición entre los patrones de flujo bache y burbuja dispersa, para una misma velocidad de la mezcla. La expresión para calcular el colgamiento depende de la densidad y viscosidad de las fases, la tensión interfacial, el diámetro, y la velocidad de la mezcla.

En cuanto a la predicción del perfil de película de líquido, presentaron criterios que permiten determinar bajo qué condiciones es plano; cuando esto ocurre, la altura de la película se calcula como en el flujo estratificado suave a partir de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento combinada.

### 2.2.3 Modelo de Xiao et al. (1990)

En 1990, Xiao et al., retomaron los trabajos de otros autores en relación a criterios mecanicistas para predecir la existencia de los diferentes patrones de flujo multifásico en tuberías horizontales, y los integraron en su modelo con algunas modificaciones. Los regímenes de flujo considerados son: estratificado (suave y ondulado), intermitente (sin diferenciar entre el tipo burbuja elongada y el bache), anular, y burbuja dispersa. Asimismo, presentaron modelos hidrodinámicos mecanicistas para calcular los gradientes de presión en cada uno de ellos.

En cuanto al modelo hidrodinámico para el flujo bache, estos autores simplificaron la descripción geométrica de la película al considerarla como plana. Por otra parte, utilizaron la correlación de Gregory et al. (1978) para estimar el colgamiento en el cuerpo del bache.

En el contexto petrolero, este método es uno de los utilizados para calcular caídas de presión en ductos que transportan líquido y gas, y ha sido implementado en las herramientas computacionales más conocidas en la industria para tal efecto.

### 2.2.4 Modelo de Gomez et al. (2000)

Gómez et al., integraron un conjunto de criterios mecanicistas para la predicción de los patrones de flujo, y modelos hidrodinámicos para determinar colgamientos y gradientes de presión en cada uno de ellos. Debido a que el modelo de estos autores toma en cuenta el ángulo de inclinación, desde el flujo horizontal hasta el vertical ascendente, se le clasifica como modelo unificado.

Los autores propusieron criterios para eliminar las discontinuidades en el cálculo de los perfiles de presión en tuberías, como consecuencia de las transiciones entre patrones de flujo. Además de otras aportaciones en cuanto a la predicción de los patrones de flujo y de sus correspondientes aspectos hidrodinámicos, en el caso particular del flujo bache propusieron una nueva correlación para calcular el colgamiento en el cuerpo del tapón. La correlación depende del ángulo de inclinación y el número de Reynolds del líquido con la velocidad de la mezcla (Gómez et al., 2000b), y fue desarrollada a partir de 283 datos recopilados de seis diferentes estudios de flujo bache que cubren un amplio rango de diámetros de tubería, propiedades de los fluidos y ángulos de inclinación (*Al-Safran E., 2009b*). Como en el caso del modelo de Xiao et al. (1990), se considera que la película es plana.

## Capítulo 3

# MODELOS HIDRODINÁMICOS MECANICISTAS PARA FLUJO TIPO BACHE

En este capítulo se presentan los conjuntos de ecuaciones que conforman los modelos mecanicistas seleccionados para la caracterización y obtención de los parámetros que describen el flujo tipo bache en tuberías horizontales.

Los modelos seleccionados en el presente estudio son:

- Dukler y Hubbard (1975)
- Taitel y Barnea (1985)
- Xiao et al. (1990)
- Gómez et al. (2000)

### 3.1 Modelo Mecanicista de Dukler y Hubbard (1975)

- **Velocidad de la mezcla ( $u_M$ )**

$$u_M = \frac{1}{A_p} \left( \frac{W_L}{\rho_L} + \frac{W_G}{\rho_G} \right) = \frac{q_L + q_G}{A_p} = u_{sL} + u_{sG} = u_M \quad (3.1)$$

$$A_p = \frac{\pi D^2}{4} \quad (3.2)$$

- **Gasto másico recogido para el flujo másico en el bache ( $C$ )**

$$c = c(Re_s) \approx 0.021 \times \ln(Re_s) + 0.022 \quad (3.3)$$

donde el número de Reynolds, se obtiene a partir de:

$$NRe_s = Du_s \frac{\rho_L H_{LLS} + \rho_G (1 - H_{LLS})}{\mu_L H_{LLS} + \mu_G (1 - H_{LLS})} \quad (3.4)$$

- **Velocidad traslacional ( $u_{TB}$ )**

$$U_{TB} = U_M + \frac{x}{\rho_L A_p H_{LLS}} \quad (3.5)$$

$$C = \frac{x}{\rho_L A_p H_{LLS} U_M} \quad (3.6)$$

$$U_{TB} = (1 + C)u_M \quad (3.7)$$

- **Colgamiento del líquido en la zona del cuerpo del bache ( $H_{LLS}$ )**

La correlación desarrollada para el colgamiento de líquido en el cuerpo del bache por Gregory et al., (1978), es usada en este estudio.

$$H_{LLS} = \frac{1}{1 + \left(\frac{u_M}{8.66}\right)^{1.39}} \quad (3.8)$$

donde  $u_M = u_S \left[\frac{m}{s}\right]$  y el cálculo de  $H_{LLS}$  es limitado entre 1.0 y 0.48.

- **Transferencia de masa de líquido entre la zona de la película y el cuerpo del bache ( $x$ )**

$$x = \rho_L A_p H_{LTBe} (u_{TB} - u_{LTBe}) \quad (3.9)$$

- **$H_{LTB}$ ,  $H_{LTBe}$ ,  $u_{LTB}(z)$  y  $u_{LTBe}$**

W se integra numéricamente desde  $H_{LTBe}$  hasta  $H_{LLS}$ , haciendo que la integral sea igual a  $\frac{L_f}{D}$

$$W(H_{LTB}) = \frac{\frac{C^2 H_{LLS}^2}{H_{LTB}^2} - \frac{1}{Fr} \left[ \frac{\frac{\pi}{2} H_{LTB} \text{sen} \left(\frac{\theta}{2}\right) + \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 - \cos \theta} - \frac{1}{2} \cos \left(\frac{\theta}{2}\right) \right]}{f_F B^2 \frac{\theta}{\pi}} dH_{LTB} \quad (3.10)$$



Donde:

$$B = 1 - C \left[ \frac{H_{LLS} - H_{LTB}}{H_{LTB}} \right] = u_{LTBe} \quad (3.11)$$

$$NR_{ef} = \frac{2\pi B H_{LTB} NRe_s}{\theta} \quad (3.12)$$

$$H_{LTB} = \frac{\theta - \text{seno}\theta}{2\pi} \quad (3.13)$$

$$\theta = 2\cos^{-1}(2h_F - 1) \quad (3.14)$$

$$dH_{LTBe} = \sqrt{1 - (2h_F - 1)^2} \quad (3.15)$$

$$Fr = \frac{U_M^2}{g_L D} \quad (3.16)$$

Las variables son separadas e integradas resultando:

$$\int_{H_{LTBe}}^{H_{LLS}} W(H_{LTB}) dH_{LTB} = \frac{L_F}{D} \quad (3.17)$$

La integración de la ecuación (3.17) debe llevarse a cabo numéricamente y requiere un valor de  $L_F$ . El procedimiento se inicia mediante la evaluación de  $W$  en el límite superior y añadiendo incrementos de  $\Delta H_{LTB}$  hasta un valor de  $H_{LTB}$  para el cual la integral es igual a  $L_F / D$ . Este valor de  $H_{LTB} = H_{LTBe}$ .

- **Longitud del bache ( $L_S$ )**

$L_S$  es obtenida mediante un proceso iterativo de prueba y error:

$$L_S = \frac{u_M}{v_S(H_{LLS} - H_{LTBe})} \left[ \frac{W_L}{\rho_L A_p u_M} - H_{LTBe} + c(H_{LLS} - H_{LTBe}) \right] \quad (3.18)$$

- **Longitud de la película ( $L_F$ )**

$$L_F = (L_U - L_S) = \frac{u_{TB}}{v_s} - L_S \quad (3.19)$$

- Longitud de la unidad bache ( $L_U$ )

$$L_U = \frac{U_{TB}}{v_s} = \frac{(1 + C)U_S}{v_s} \quad (3.20)$$

- Longitud de la zona de mezclado ( $l_m$ )

$$l_m = 0.15(u_M - u_{LTBe})^2 \frac{\rho_L}{S_L} \quad (3.21)$$

$$S_L = \rho_L g \quad (3.22)$$

- Caída de presión en la unidad del bache ( $-\Delta P_U$ )

La caída de presión por aceleración se obtiene a partir de:

$$-\Delta P_a = \frac{x}{A_p} (u_s - u_{LTBe}) \quad (3.23)$$

Donde la caída de presión por fricción se obtiene, como:

$$-\Delta P_f = \frac{2f_s[\rho_L H_{LLS} + \rho_G(1 - H_{LLS})]u_s^2}{g_c D} (l_s - l_m) \quad (3.24)$$

$$-\Delta P_U = \Delta P_a - \Delta P_f \quad (3.25)$$

## 3.2 Modelo Mecanicista de Taitel y Barnea (1990)

- **Velocidad de la mezcla ( $u_M$ ):** Sigue el mismo procedimiento de Dukler y Hubbard (1975)
- **Velocidad traslacional ( $u_{TB}$ )**

$$u_{TB} = c_o u_M + u_D \quad (3.26)$$

Donde:  $c_o = 1.2$  para flujo turbulento y  $c_o = 2$  para flujo laminar.

Basado en el análisis de Benjamin (1968), donde se dice que la velocidad de propagación es la misma a la velocidad de deriva en el flujo bache, la velocidad de deriva en tuberías horizontales es:

$$u_D = 0.54\sqrt{gD} \quad (3.27)$$

Combinando las ecuaciones (3.26) y (3.27) se obtiene:

$$u_{TB} = c_o u_M + 0.54\sqrt{gD} \quad (3.28)$$

$$u_{TB} = c_o u_M + 0.54\sqrt{gD}\cos\theta + 0.35\sqrt{gD}\operatorname{seno}\theta \quad (3.29)$$

Para  $0 \leq \theta \leq 90^\circ$

- **Velocidad de las burbuja gas en el cuerpo del bache ( $u_{GLS}$ )**

$$u_{GLS} = B u_M \quad (3.30)$$

Donde  $B=1$

- **Colgamiento del líquido en la zona del cuerpo del bache ( $H_{LLS}$ )**

$$H_{LLS} = 1 - 0.058 \left[ 2 \sqrt{\frac{0.4\sigma}{(\rho_L - \rho_G)g} \left(\frac{\rho_L}{\sigma}\right)^{0.6} \left(\frac{2}{D} f_s u_M^3\right)^{0.4}} \right] \quad (3.31)$$

- **Velocidad del líquido en el bache ( $u_{LLS}$ )**

$$u_{LLS} = \frac{u_M - u_{GLS}(1 - H_{LLS})}{H_{LLS}} \quad (3.32)$$

- **Longitud de la zona del bache ( $L_S$ )**

$$\ln(L_S) = -26.6 + 28.5[\ln(D) + 3.67]^{0.1} \quad (3.33)$$

Donde:  $D$ [m] y  $L_S$  [m].

Si  $D < 1.5$  pulg., se utiliza un valor aproximado de  $L_S = 30 D$ .

- $H_{LTB}$ ,  $H_{LTBe}$ ,  $u_{LTB}(z)$ ,  $u_{LTBe}$ ,  $h_F(z)$ ,  $L_F$ ,  $L_U$ : La ecuación diferencial (3.34) es resuelta numéricamente para un  $h_F(z)$  y la correspondiente  $u_{LTB}(z)$ .

$$\frac{dh_F}{dz} = \frac{-\tau_G \left(\frac{S_G}{A_G}\right) + \tau_F \left(\frac{S_F}{A_L}\right) - \tau_I S_I \left(\left(\frac{1}{A_L}\right) + \left(\frac{1}{A_G}\right)\right)}{(\rho_L - \rho_G)g - \rho_L u_{LTB} \left(\frac{(u_{TB} - u_{LLS})H_{LLS}}{H_{LTB}^2}\right) \left(\frac{dH_{LTB}}{dh_F}\right) - \rho_G u_{GTB} \left(\frac{(u_{TB} - u_{GLS})(1 - H_{LLS})}{(1 - H_{LTB})^2}\right) \left(\frac{dH_{LTB}}{dh_F}\right)} \quad (3.34)$$

Donde:

$$\left(\frac{dH_{LTB}}{dh_F}\right) = \left(\frac{4}{\pi D}\right) \sqrt{1 - \left(2 \frac{h_F}{D} - 1\right)^2} \quad (3.35)$$

$S_L$ ,  $S_G$  y  $S_I$  son los perímetros del líquido gas y de la interface obtenidos a partir de las siguientes ecuaciones:

$$S_L = \pi - \cos^{-1} \left(2 \frac{h_F}{D} - 1\right) \quad (3.36)$$

$$S_G = \cos^{-1} \left(2 \frac{h_F}{D} - 1\right) \quad (3.37)$$

$$S_I = \sqrt{1 - \left(2 \frac{h_F}{D} - 1\right)^2} \quad (3.38)$$

El factor de fricción utilizado en este método está dado por la siguiente ecuación:

$$f = \left( \frac{1}{(3.48 - 4 \log \left(2 \frac{\varepsilon}{D} + \frac{9.35}{Re \sqrt{f}}\right))} \right)^2 \quad (3.39)$$

El valor del factor de fricción interfacial utilizado es  $f = 0.0142$ .

Finalmente  $A_L$  Y  $A_G$  se calculan a partir de las ecuaciones:

$$A_L = 0.25 \left[ \pi - \cos^{-1} \left(2 \frac{h_F}{D} - 1\right) + \left(2 \frac{h_F}{D} - 1\right) \sqrt{1 - \left(2 \frac{h_F}{D} - 1\right)^2} \right] \quad (3.40)$$

$$A_G = 0.25 \left[ \cos^{-1} \left(2 \frac{h_F}{D} - 1\right) - \left(2 \frac{h_F}{D} - 1\right) \sqrt{1 - \left(2 \frac{h_F}{D} - 1\right)^2} \right] \quad (3.41)$$

Donde  $\tau_F$ ,  $\tau_G$  y  $\tau_S$  se obtienen a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\tau_F = f_F \frac{\rho_L |u_{LTB}| u_{LTB}}{2} \quad (3.42)$$

$$\tau_G = f_G \frac{\rho_G |u_{GTB}| u_{GTB}}{2} \quad (3.43)$$

$$\tau_I = f_I \frac{\rho_G |u_{GTB} - u_{LTB}| (u_{GTB} - u_{LTB})}{2} \quad (3.44)$$

$$\tau_S = f_S \frac{\rho_S u_S^2}{2} \quad (3.45)$$

Además:

$$u_{LTB} = u_{TB} + \frac{(u_{TB} - u_{LLS}) H_{LLS}}{H_{LTB}} \quad (3.46)$$

$$u_{GTB} = \frac{u_M - u_{LTB} H_{LTB}}{1 - H_{LTB}} \quad (3.47)$$

Obteniendo simultáneamente  $L_F$  a través de un método numérico

$$L_F = u_{sL} - (u_{LLS} H_{LLS}) + \left( \frac{u_{TB}}{L_U} \int_0^{L_F} H_{LTB} \right) \left( \frac{L_U}{u_{TB} (1 - H_{LLS})} \right) \quad (3.48)$$

Y

$$L_U = L_S + L_F \quad (3.49)$$

- **Altura de equilibrio, crítica y del frente de la película.** La altura de equilibrio ( $h_e$ ) se obtiene resolviendo el numerador de la ec. 3.34, igualado a cero. Por otra parte, la altura crítica ( $h_c$ ) se calcula a partir del denominador de la ecuación referida, también igualada a cero. La altura del frente de la película ( $h_s$ ) se determina a partir del colgamiento promedio en el cuerpo del bache.

- **Colgamiento de líquido promedio de la unidad del bache  $H_{LU}$**

Considerando equilibrio en la película de líquido:

$$H_{LU} = \frac{u_{TB} H_{LLS} - u_{LLS} H_{LLS} + u_{sL}}{u_{TB}} \quad (3.50)$$

o sustituyendo  $u_{sL}$  por  $u_{sG}$  se tiene:

$$H_{LU} = \frac{u_{TB} H_{LLS} + u_{GLS} (1 - H_{LLS}) - u_{sG}}{u_{TB}} \quad (3.51)$$

- **Caída de presión total** ( $-\Delta P_U$ )

Para una condición de equilibrio de la película de líquido puede determinarse como:

$$-\Delta P_U = \int_0^{L_F} \left( \frac{\tau_F S_L + \tau_G S_G}{A_p} \right) dz + \frac{\tau_S \pi D}{A_p} L_S \quad (3.52)$$

### 3.3 Modelo Mecanicista de Xiao et al. (1990)

- **Velocidad de la mezcla** ( $u_M$ ): Sigue el mismo proceso que Dukler y Hubbard (1975)
- **Colgamiento del líquido en la zona del cuerpo del bache**, ( $H_{LLS}$ ): Sigue el mismo proceso que Dukler y Hubbard (1975)
- **Velocidad traslacional** ( $u_{TB}$ ): Sigue el mismo proceso que Taitel y Barnea (1990).
- **Velocidad de la burbuja dispersa en el bache** ( $u_{GLS}$ )

La velocidad de las burbujas dispersas en el cuerpo del bache es dada por:

$$u_{GLS} = B u_S \quad (3.53)$$

Donde  $B = 1.2$  para flujo turbulento y  $B = 2$  para flujo laminar según Nicklin y Fabre respectivamente

- **Velocidad de la zona de la película de líquido** ( $u_{LTB}$ ): Sigue el mismo proceso que Taitel y Barnea (1990).
- **Velocidad de la zona del cuerpo del bache de líquido** ( $u_{LLS}$ )

$$u_{LLS} = \frac{u_S - u_{GLS}(1 - H_{LLS})}{H_{LLS}} \quad (3.54)$$

- **Velocidad del gas en la zona de la burbuja de Taylor** ( $u_{GTB}$ )

$$u_{GTB} = \frac{u_S - u_{LTB} H_{LTB}}{1 - H_{LTB}} \quad (3.55)$$

- **Longitud de la unidad del bache** ( $L_U$ )

Sigue el mismo proceso que Taitel y Barnea (1990).

A excepción del cálculo de  $L_S$ , Xiao utiliza la correlación de Scott (1987) cuando el  $D > 1.5$  [pulg.]:

$$\ln(L_S) = -26.6 + 28.5[\ln(D) + 3.67]^{0.1} \quad (3.56)$$

$$H_{LU} = \frac{H_{LLS}L_S + H_{LTB}L_F}{L_U} \quad (3.57)$$

Donde  $D$  [pulg.] y  $L_S$  [m].

Cuando el  $D < 1.5$  pulg., se utiliza un valor aproximado de  $L_S = 30D$ .

- Colgamiento de la unidad del bache ( $H_{LU}$ )

O bien:

$$H_{LU} = \frac{u_{TB}H_{LLS} + u_{GLS}(1 - H_{LLS}) - u_{SG}}{u_{TB}} \quad (3.58)$$

- Caída de presión promedio ( $-\Delta P_U$ ):

$$\Delta P_U = \frac{1}{L_u} \left[ \frac{\tau_s \pi D}{A_p} L_S + \frac{\tau_F S_L + \tau_G S_G}{A_p} L_F \right] \quad (3.59)$$

Donde  $\tau_F$ ,  $\tau_G$  y  $\tau_s$  se obtienen a partir de las ecuaciones (3.42), (3.43) y (3.45), respectivamente;  $S_F$  y  $S_G$  se obtienen por las ecuaciones (3.36) y (3.37). El factor de fricción empleado en este método es obtenido a partir de la ecuación (3.39).

### 3.4 Modelo Mecanicista de Gomez et al. (2000).

- Velocidad de la mezcla ( $u_M$ ): Sigue el mismo proceso que Dukler y Hubbard (1975).
- Colgamiento del líquido en la zona del cuerpo del bache, ( $H_{LLS}$ )

Para el cálculo del colgamiento del líquido en la zona del cuerpo del bache  $H_{LLS}$ , este modelo utiliza la correlación unificada de Gomez et al., (2000), y se calcula de la siguiente manera:

$$H_{LLS} = 1.0e^{-(7.85 \times 10^{-3} \theta + 2.48 \times 10^{-6} N_{ResL})} \quad (3.60)$$

$$0 \leq \theta \leq 90^\circ$$

Donde el número de Reynolds superficial del bache es calculado como:

$$NRe_{SL} = \frac{\rho_L u_M D}{\mu_L} \quad (3.61)$$

- **Velocidad traslacional** ( $u_{TB}$ ): Sigue el mismo proceso que Taitel y Barnea (1990).
- **Velocidad de la burbuja dispersa en el bache** ( $u_{GLS}$ )

$$u_{GLS} = B u_M \quad (3.62)$$

B es el coeficiente de distribución de la velocidad.

Para este modelo  $B = 1.15$ , como sugiere Chokshi (1987).

- **Velocidad de la zona de la película de líquido** ( $u_{LTB}$ ): Sigue el mismo procedimiento de Taitel y Barnea (1990).
- **Velocidad de la zona del cuerpo del bache de líquido** ( $u_{LLS}$ ): Sigue el mismo procedimiento de Taitel y Barnea (1990).
- **Velocidad del gas en la zona de la burbuja de Taylor** ( $u_{GTB}$ ): Sigue el mismo procedimiento de Xiao et al. (1990).
- **Longitud de la unidad del bache** ( $L_U$ ) **y Longitud de la zona del bache y la zona de la película**: Sigue el mismo proceso que Xiao et al. (1990).
- **Colgamiento de la unidad del bache** ( $H_{LU}$ ): Sigue el mismo proceso que Taitel y Barnea (1990).
- **Caída de presión promedio** ( $-\Delta P_U$ )

Sigue el mismo proceso que Xiao et al., (1990).

A excepción de las expresiones para el factor de fricción, es decir:

$$f_F = \frac{1.6291}{N_{Ref}^{0.5161}} \left( \frac{U_{sG}}{U_{sL}} \right)^{0.0926} \quad (3.63)$$

Para  $N_{ReG} > 2300$

$$f_G = \frac{16}{N_{ReG}} \quad (3.64)$$



Donde:

$$N_{ReF} = \frac{(\rho_L U_{LTB} D_L)}{\mu_L} \quad (3.65)$$

$$N_{ReG} = \frac{(\rho_G U_{GTB} D_G)}{\mu_G} \quad (3.66)$$

$D_L$  y  $D_G$  son los diámetros hidráulicos del líquido y gas, respectivamente y son obtenidos a partir de las siguientes ecuaciones:

$$D_L = \frac{4A_L}{s_L} \quad (3.67)$$

$$D_G = \frac{4A_G}{(s_G + s_i)} \quad (3.68)$$

Mientras que el número de Reynolds del bache es calculado como:

$$NRe_{SL} = \frac{\rho_L u_M D}{\mu_L} \quad (3.69)$$

Finalmente:

$$f_i = 0.01$$

## Capítulo 4

# DESARROLLO DE UN PROGRAMA DE CÓMPUTO

Conforme a los alcances de la presente tesis, en este capítulo se presentan los detalles de un programa computacional realizado para estudiar la hidrodinámica del flujo bache en tuberías horizontales, con base en modelos mecanicistas seleccionados. Se indican los parámetros de entrada y de salida del programa, y se describen las funcionalidades de los módulos que lo integran.

### 4.1 Descripción del programa

Se desarrolló un programa de cómputo que permite calcular los principales parámetros hidrodinámicos del flujo bache en tuberías horizontales mediante modelos mecanicistas. Se consideraron los modelos de Dukler y Hubbard (1975), Taitel y Barnea (1990), Xiao et al. (1990), y Gómez et al. (2000). Está integrado por una unidad principal y cinco módulos (Figura 4.1), con las funcionalidades que se describen en las secciones siguientes. Como lenguaje de programación se utilizó FORTRAN 95.

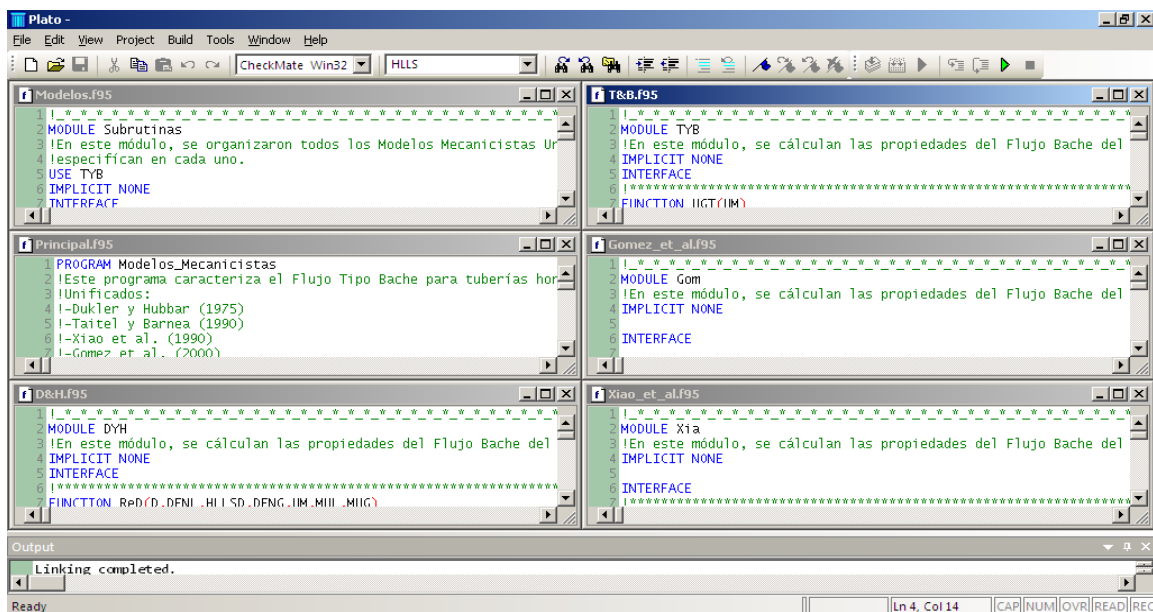


Figura 4.1 Módulos del programa de cómputo.

### 4.1.1 Unidad principal

La unidad principal del programa tiene las funciones de lectura de datos, llamada a los procedimientos de cálculo, e impresión de resultados (**Figura 4.2**).

#### DATOS DE ENTRADA:

- Densidad del líquido y del gas [ $kg/m^3$ ],  $\rho_L$  y  $\rho_G$ .
- Viscosidad del líquido y del gas [ $Pa \cdot s$ ],  $\mu_L$  y  $\mu_G$ .
- Tensión interfacial [ $N/m$ ],  $\sigma$ .
- Diámetro y rugosidad de la tubería [ $m$ ],  $D$  y  $\varepsilon/D$ .
- Velocidad superficial del líquido y del gas [ $m/s$ ],  $u_{SL}$  y  $u_{SG}$ .
- Frecuencia de los baches [bache/s],  $v$ .

#### DATOS DE SALIDA

- Altura del frente de la película [ $m$ ],  $h_s$ .
- Altura de la película [ $m$ ],  $h_F$ .
- Colgamiento en el cuerpo del bache,  $H_{LLS}$ , y en la zona de la película,  $H_{LTB}$ .
- Colgamiento de la unidad bache  $H_{LSU}$ .
- Velocidad [ $m/s$ ] del líquido ( $u_{LLS}$ ) y del gas ( $u_{GLS}$ ) en el cuerpo del bache.
- Velocidad del líquido ( $u_{LTB}$ ) y del gas ( $u_{GTB}$ ) en la zona de la película.
- Velocidad de traslación,  $u_{TB}$ .
- Frecuencia [bache/s],  $v$ .
- Longitud del cuerpo del bache [ $m$ ],  $L_S$ .
- Longitud de la película [ $m$ ],  $L_F$ .
- Longitud de la unidad bache,  $L_U$ .
- Gradiente de presión total [ $Pa/m$ ],  $\frac{dP_u}{dx}$ .

DATOS DE ENTRADA								
PROPIEDADES DEL LIQUIDO			PROPIEDADES DEL GAS			OTRAS PROPIEDADES		
UsL	1.1100	[m/s]	UsG	3.5000	[m/s]	Rug.	0.0000127	[N/m]
DENL	1000.4500	[kg/m3]	DENG	1.2200	[kg/m3]	D	0.0512000	[m]
qL	0.0023	[m3/s]	qG	0.0072	[m3/s]	Frec	0.9100000	[1/s]
VISL	0.0001	[Pa.s]	VISG	0.0001	[Pa.s]	Ten.	0.0250000	[N/m]

Figura 4.2 Datos de entrada

## 4.1.2 Módulo Modelos

En este módulo se encuentran contenidas las llamadas a los procedimientos principales correspondientes a cada uno de los cuatro modelos mecanicistas considerados en el programa como se muestra en la **Figura 4.3**.

```

1  ! *****
2  MODULE Subrutinas
3  ! En este módulo, se organizaron todos los Modelos Mecanicistas Unificados, otorgando todas las propiedades que se
4  ! especifican en cada uno.
5  USE TYB
6  IMPLICIT NONE
7  INTERFACE
8  ! *****
9  SUBROUTINE MXiao(UsL, UsG, UM, D, DENL, DENG, MUL, MUG, E, AP, PI, HLLS, UTB, UGLS, ULLS, HL, HLTB, ULTB, UGTB, LS, LU, LF, HLSU, Ts, Tf, Tg, Dp, hSX)
10 ! En esta subrutina se calculan las propiedades del Modelo Mecanicistico Unificado de Xiao et al.
11 IMPLICIT NONE
12 REAL(KIND=2), INTENT(IN)::UsL, UsG, UM, D, DENL, DENG, MUL, MUG, E, AP, PI
13 REAL(KIND=2), INTENT(INOUT)::HLLS, UTB, UGLS, ULLS, HL, HLTB, ULTB, UGTB, LS, LU, LF, HLSU, Ts, Tf, Tg, Dp, hSX
14 END SUBROUTINE
15 ! *****
16 SUBROUTINE MGomez(UsL, UsG, UM, MUL, MUG, DENL, DENG, D, PI, E, AP, HLLSG, hSG, UTBG, UGLSG, ULLSG, hLG, HLTBG, ULTBG, UGTBG, LSG, LUG, LFG, HLSUG, DPG)
17 ! En esta subrutina se calculan las propiedades del Modelo Mecanicistico Unificado de Gomez et al.
18 IMPLICIT NONE
19 REAL(KIND=2), INTENT(IN)::UsL, UsG, UM, MUL, MUG, DENL, DENG, D, PI, E, AP
20 REAL(KIND=2), INTENT(INOUT)::HLLSG, hSG, UTBG, UGLSG, ULLSG, hLG, HLTBG, ULTBG, UGTBG, LSG, LUG, LFG, HLSUG, DPG
21 END SUBROUTINE
22 ! *****
23 SUBROUTINE MDH(UM, D, DENL, DENG, MUL, MUG, Frec, PI, E, Ap, WL, HLLSD, C, hSD, UTBD, hLD, LFD, HLTBe, LSD, LUD, ULTBe, X, dPa, lm, dPF, dPS, hP, HLTBD, LFP)
24 IMPLICIT NONE
25 ! En esta subrutina se calculan las propiedades del Modelo Mecanicistico Unificado de Dukler y Hubbard
26 REAL(KIND=2), INTENT(IN)::UM, D, DENL, DENG, MUL, MUG, Frec, PI, E, Ap, WL
27 REAL(KIND=2), INTENT(INOUT)::HLLSD, C, hSD, UTBD, hLD, LFD, HLTBe, LSD, LUD, ULTBe, X, dPa, lm, dPF, dPS
28 REAL(KIND=2), DIMENSION(100), INTENT(INOUT)::hP, HLTBD, LFP
29 END SUBROUTINE
30 ! *****
31 SUBROUTINE MTB(UM, D, FREC, DENL, DENG, MUL, MUG, UsL, E, PI, AP, UTBT, LFi, UGLST, HLLST, ULLST, LST, hS, hC, hE, LUT, ST, LFT, IT, DT, ULTBT, hLT, X0, HLTBT)
32 ! En esta subrutina se calculan las propiedades del Modelo Mecanicistico Unificado de Taitel y Barnea.
33 IMPLICIT NONE
34 REAL(KIND=2), INTENT(IN)::UM, D, FREC, DENL, DENG, MUL, MUG, UsL, E, PI, AP
35 REAL(KIND=2), INTENT(INOUT)::UTBT, LFi, UGLST, HLLST, ULLST, LST, hS, hC, hE, LUT, ST, LFT, IT, DT
36 REAL(KIND=2), DIMENSION(100), INTENT(INOUT)::hLT, X0, HLTBT, ULTBT
37 END SUBROUTINE

```

Figura 4.3 Modulo Modelos

## 4.1.3 Módulo D&H (Dukler y Hubbard)

Este módulo cuenta con funciones y subrutinas para calcular los parámetros hidrodinámicos del flujo bache con base en el modelo de Dukler y Hubbard (1975). Además de los datos de salida referidos en la sección 4.1.1, también se calculan (**Figura 4.4**):

- Longitud de la zona de mezclado [m],  $L_m$ .
- Perfil de la altura de la película [m],  $h_F(x)$ .
- Colgamiento ( $H_{LTBe}$ ) y velocidad [m/s] en la cola de la película,  $u_{LTBe}$ .
- Gasto másico de líquido arrastrado/desprendido del cuerpo del bache [kg/s],  $X$ .

Para generar el perfil de la altura de líquido se resolvieron las ecuaciones no lineales descritas en la sección (3.1); para tal efecto, se implementaron métodos numéricos de integración, bisección y sustituciones sucesivas (Figura 4.5).

ZONA DEL BACHE			PROPIEDADES EN LA: ZONA DE LA PELICULA			UNIDAD DEL BACHE		
hS	0.6649	[Adim]	hF	0.2143	[Adim]			
HLLS	0.7061	[Adim]	HLTBe	0.1572	[Adim]			
			ULTBe	0.0870	[m/s]			
LS	2.1949	[m]	LF	4.2944	[m]	LU	6.4893	[m]
lm	0.3128	[m]				UTB	5.9053	[m/s]
						C	0.2810	[Adim]
						X	1.8838	[kg/s]
						Frec	0.9100	[1/s]
						Dp	80.1792	[Pa/m]

Figura 4.4 Datos de salida para el modelo mecanicista de Dukler y Hubbard (1975)

```

322 !Valor equivalente a cero
323 TOL=1.e-8
324
325
326 !Longitud inicial del bache propuesta
327 LSD=UTBD/(2*FREC) ! [m]
328 DO i=1,m
329 !Longitud de la película
330 LFD=LFDukler(LSD,i,UTBD,FREC) ! [m]
331 fh1D1=INTEGRAL(hLD1,hSD,HLLSD,D,UM,ResD,C,PI,E,AP,ErrorD)-LFD/D ! [Adimensional]
332
333
334 !Evaluación de la función objetivo en las condiciones de frontera
335 DO
336 fhLD0=INTEGRAL(hLD0,hSD,HLLSD,D,UM,ResD,C,PI,E,AP,ErrorD)-LFD/D ! [Adimensional]
337
338 !Incremento de hL, para evitar que B sea negativa
339 IF (ErrorD==0) THEN
340
341 IF (fhLD1*fhLD0 > 0.) then
342 hLD0=hLD0+1.e-5 ! [Adimensional]
343 IF (hLD0>hSD) THEN
344 WRITE(*,*)"EXCEDIO",hLD0
345 EXIT
346 ELSE
347 END IF
348 ELSE
349 EXIT
350 END IF
351

```

Output  
Creating executable: CheckMate\Win32\Flujo\_Bache.exe  
Linking completed.

Figura 4.5 Métodos numéricos para la obtención simultánea de la longitud y perfil de alturas de la película, Dukler y Hubbard (1975)

#### 4.1.4 Módulo T&B (Taitel y Barnea)

El módulo T&B está conformado por funciones y subrutinas que permiten estimar los parámetros hidrodinámicos considerados en el modelo mecanicista de Taitel y Barnea (1990). Además de los datos de salida referidos en la sección 4.1.1, también se calculan (Figura 4.6):

- Perfil de la altura de la película [m],  $h_F(x)$ .
- Colgamiento ( $H_{LTBe}$ ) y velocidad [m/s] en la cola de la película,  $u_{LTBe}$ .
- Alturas crítica,  $h_e$ , y de equilibrio,  $h_c$ , de la película [m].
- Frecuencia [bache/s],  $v$ .

Para calcular el perfil de la altura de la película, la ecuación diferencial no-lineal (3.34) se resuelve mediante el método de Runge-Kutta de cuarto orden. Las condiciones de frontera ( $h_e$ ,  $h_c$  y  $h_s$ ) para los casos considerados en el modelo se obtienen mediante un método de bisección para la función objetivo correspondiente. Las ecuaciones de conservación para la fase líquida se resuelven con un algoritmo de sustituciones sucesivas. En el proceso de cálculo se obtienen simultáneamente las longitudes de la película y de la unidad (Figura 4.7).

ZONA DEL BACHE			PROPIEDADES EN LA: ZONA DE LA PELICULA			OTRAS PROPIEDADES		
hS	0.8678	[Adim]	hLTBe	0.4180	[Adim]	hE	0.2816	[Adim]
HLLS	0.9217	[Adim]	HLTBe	0.3961	[Adim]	hc	1.0000	[Adim]
ULLS	4.6100	[m/s]	ULTBe	2.8765	[m/s]			
UGLS	4.6100	[m/s]						
LS	2.4436	[m]	LF	8.8143	[m]	LU	11.2579	[m]
						UTB	5.9161	[m/s]
						Frec	0.5255	[1/s]
						Dp	236.1195	[Pa/m]

Figura 4.6 Datos de salida para el modelo mecanicista de Taitel y Barnea (1990)

```

632 | *****
633 | SUBROUTINE Long_F(hS,hC,D,AP,MUL,MUG,DENG,DENL,HLLST,UTBT,UGLST,ULLST,PI,hE,LUT,LF1,hLT,X0,HLTBT,ST,UsL,LFT,LST,E,FREC)
634 | !Cálculo de la longitud de la película (LFT), por un método iterativo
635 | IMPLICIT NONE
636 | REAL(KIND=2),INTENT(IN)::D,AP,MUL,MUG,DENG,DENL,HLLST,UTBT,UGLST,ULLST,PI,UsL,LST,E,FREC
637 | REAL(KIND=2),INTENT(INOUT),DIMENSION(101)::hLT,X0,HLTBT
638 | REAL(KIND=2),INTENT(INOUT)::hS,hC,hE,ST,Lf1,LFT,LUT
639 | REAL(KIND=2)::Tol,FUNT,FUNTI
640 | INTEGER::i,n
641 |
642 | n=101
643 | Tol=1.e-8
644 | !Inicialización del vector posición
645 | X0(1)=0.d0! [m]
646 |
647 | FUNT=FUNT(hS,D,AP,MUL,MUG,DENG,DENL,HLLST,UTBT,UGLST,ULLST,PI,E) !Evaluación de hS en la derivada
648 | LUT=UTBT/FREC
649 | DO i=2,n
650 | IF(FUNT>0)THEN!Caso 1: La derivada es positiva
651 | IF(hC<hS)THEN !La altura crítica es mayor que la altura referente al colgamiento del líquido en la zona del bache
652 | CALL hLTaite1(hLT,hC,D,AP,MUL,MUG,DENG,DENL,HLTBT,HLLST,UTBT,UGLST,ULLST,PI,X0,Lf1,E)! [Adimensional]
653 | CALL METOD(HLTBT,X0,Lf1,PI,hS,ST)! [m]
654 | LFT=(UsL-(ULLST*HLLST)+((UTBT/LUT)*ST))*(LUT/(UTBT*(1-HLLST)))! [m]
655 | !Evaluación de la tolerancia
656 | IF (ABS(LFT-Lf1)>Tol)THEN
657 | Lf1=LFT
658 |
659 |
660 |

```

Output  
Compilation completed with no errors.  
Linking...  
Creating executable: CheckMate\Win32\Flujo\_Bache.exe  
Linking completed.

Figura 4.7 Métodos numéricos para la obtención simultánea de la longitud y perfil de alturas de la película, Taitel y Barnea (1990)

#### 4.1.5 Módulo Xiao et al.

Las funciones y subrutinas que conforman este módulo permiten calcular los parámetros hidrodinámicos del flujo bache de acuerdo al modelo de Xiao et al. (1990) – **Figura 4.8**. En este modelo se considera que el flujo en la zona de la burbuja es estratificado suave, por lo cual la altura de la película es constante e igual a la de equilibrio. Para calcularla se utilizó un algoritmo de bisección.

ZONA DEL BACHE		PROPIEDADES EN LA ZONA DE LA PELICULA		UNIDAD DEL BACHE	
hS	0.6649 [Adim]	hF	0.2799 [Adim]		
HLLS	0.7061 [Adim]	HLTBT	0.2290 [Adim]	HLSU	0.3893 [Adim]
ULLS	4.2262 [m/s]	ULTBT	0.7065 [m/s]		
UGLS	5.5320 [m/s]	UGTBT	5.7697 [m/s]		
LS	2.4436 [m]	LF	4.8294 [m]	LU	7.2730 [m]
				UTB	5.9161 [m/s]
				Frec	0.8134 [1/s]
				Dp	176.1110 [Pa/m]

Figura 4.8 Propiedades obtenidas en el Caso 1 para el modelo mecanicista de Xiao et. al (1990)

#### 4.1.6 Módulo Gomez et al.

En este módulo se implementaron las funcionalidades correspondientes al modelo de Gómez et al. (2000). Como en el caso del modelo de Xiao, se considera que la altura de la película es constante. La altura de equilibrio se obtiene con la resolución de la ecuación de momento combinada mediante un algoritmo de bisección. Los datos de salida se indican en la **Figura 4.9**.

ZONA DEL BACHE			ZONA DE LA PELICULA			UNIDAD DEL BACHE		
hS	0.5446	[Adim]	hF	0.2462	[Adim]			
HLLS	0.5568	[Adim]	HLTB	0.1914	[Adim]	HLSU	0.3623	[Adim]
ULLS	4.0595	[m/s]	ULTB	0.5141	[m/s]			
UGLS	5.3015	[m/s]	UGTB	5.5792	[m/s]			
LS	2.4436	[m]	LF	2.7782	[m]	LU	5.2218	[m]
						UTB	5.9161	[m/s]
						Frec	1.1330	[1/s]
						Dp	215.2080	[Pa/m]

Figura 4.9 Propiedades obtenidas en el Caso 1 para el modelo mecanicista de Gomez et al (2000)



## Capítulo 5

# ESTUDIOS PARAMÉTRICOS

En este capítulo se comparan y analizan los resultados obtenidos con cuatro modelos mecanicistas de flujo tipo bache en tuberías horizontales; en el estudio se consideran los modelos de Dukler y Hubbard (1975), Taitel y Barnea (1990), Xiao et al. (1990), y Gómez et al. (2000). Con base en el programa de cómputo descrito en el **Capítulo 4**, y considerando un mismo conjunto de datos de entrada, se comparan los valores calculados de los principales parámetros hidrodinámicos del flujo tipo bache.

Por otra parte, también se estudian los efectos del diámetro de la tubería, las velocidades superficiales de las fases, y la viscosidad del líquido sobre: la longitud y el colgamiento en las diferentes zonas de la unidad bache, la altura adimensional de la película, y el gradiente de presión. Los estudios realizados se basaron en el modelo de Xiao et al. (1990), al ser uno de los más conocidos en la industria petrolera.

### 5.1 Casos analizados

Para realizar los estudios comparativos entre modelos, así como los paramétricos, se utilizaron los datos experimentales correspondientes al flujo bache reportados por Taylor y Yepson (1993). Esta información puede consultarse en la **Tabla 5.1**; cabe señalar que los casos 5 a 8 se incluyeron sólo para ampliar el análisis, verificando previamente que también correspondieran a flujo bache. La densidad y viscosidad del líquido y del gas se indican en la **Tabla 5.2**.

**Tabla 5.1 Casos de aplicación**

Caso	$u_{SG}$ [m/s]	$u_{SL}$ [m/s]	Diámetro [m]
1	3.5	0.77	0.0512
2	7		
3	3.5	1.11	
4	7		
5	3.5	0.77	0.15
6	7		
7	3.5	1.11	
8	7		
9	3.5	0.77	0.30
10	7		
11	3.5	1.11	
12	7		

**Tabla 5.2 Propiedades físicas de las fases**

Propiedad	Líquido	Gas
$\rho$ [ $kg/m^3$ ]	1000.45	1.22
$\mu$ [ $Pa\ s$ ]	0.001	0.0001

## 5.2 Comparación entre modelos

Se realizó un estudio comparativo entre los resultados obtenidos con los modelos mecanicistas analizados, en relación a las longitudes y colgamientos en las regiones de la película y del cuerpo del bache, la altura de la película, la frecuencia de los baches, y el gradiente de presión total.

Para simplificar la lectura de las siguientes secciones, los modelos se identifican como:

- **DH:** Modelo de Dukler y Hubbard, 1975.
- **TB:** Modelo de Taitel y Barnea, 1990.
- **XA:** Modelo de Xiao et al., 1990.
- **GO:** Modelo de Gómez et al., 2000.

Sólo se presentan los resultados obtenidos para las condiciones correspondientes al caso tres de la **Tabla 5.1**. No obstante, cabe señalar que se encontraron resultados similares para los casos restantes.

### 5.2.1 Longitudes características ( $L_F, L_S, L_U$ )

En la **Figura 5.1** se muestra un comparativo de las longitudes de la película, el tapón y la unidad bache. En cuanto a las longitudes de la película y la unidad bache, el modelo **TB** es el que predice los valores más grandes (8.81 [m] y 11.25 [m], respectivamente); los más pequeños se obtienen con el modelo **GO** (2.48 [m] y 5.22 [m], respectivamente). Los modelos **DH** y **XA** predicen valores similares de estos parámetros (aproximadamente 4.5 [m] y 7 [m], respectivamente). Debe observarse que la longitud del bache es la misma en los modelos **TB**, **XA** y **GO**, debido a que utilizan la misma ecuación constitutiva para estimarla.

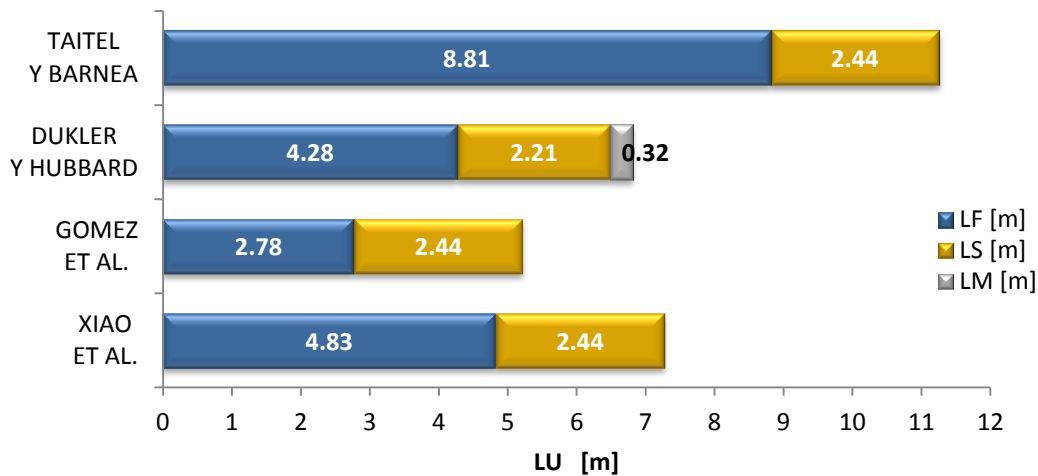


Figura 5.1 Longitud de la unidad bache para  $u_{sL} = 1.11 \left[ \frac{m}{s} \right]$ ,  $u_{sG} = 3.5 \left[ \frac{m}{s} \right]$ , y  $D = 0.0512 [m]$

### 5.2.2 Frecuencia de los baches ( $\nu$ )

En la **Figura 5.2** se comparan las frecuencias del bache calculadas con cada uno de los modelos. Cabe mencionar que este parámetro es dato de entrada en el modelo **DH**; el valor utilizado en la comparación se estimó con base en los datos experimentales de Taylor y Yepson, (1993), utilizados en el presente estudio (Tabla 5.1).

De acuerdo a la **Figura 5.2**, el valor de frecuencia más grande se obtiene con el modelo **GO** (1.133 [baches/s]); éste se reduce prácticamente a la mitad con el modelo **TB**, posicionándolo como el valor más pequeño (0.526 [baches/s]). Estos resultados son consistentes con los obtenidos para la longitud de la unidad bache; entre más largo sea el bache, menor es su frecuencia.

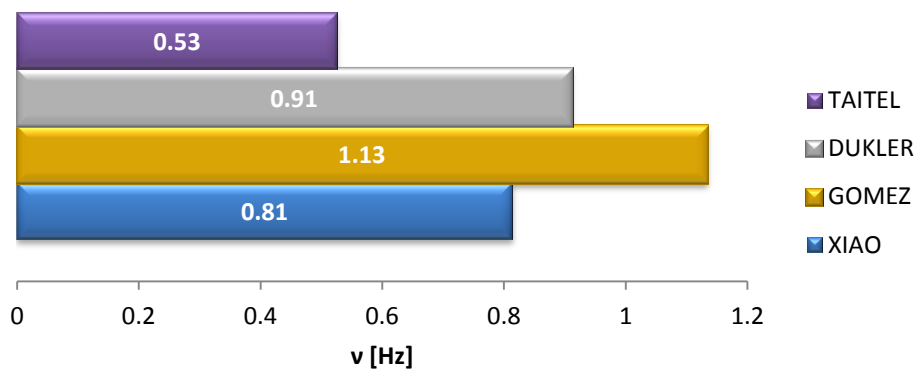


Figura 5.2 Frecuencia de los baches para  $u_{sL} = 1.11 \left[ \frac{m}{s} \right]$ ,  $u_{sG} = 3.5 \left[ \frac{m}{s} \right]$ , y  $D = 0.0512 [m]$

### 5.2.3 Altura adimensional de la película ( $h_F$ )

Primeramente, sólo se compararon los valores calculados de la altura adimensional de la película (referida al diámetro) con los modelos **GO** y **XA**; como se mencionó en el **Capítulo 3**, estos modelos consideran que la película es plana, a diferencia de **DH** y **TB**. Los resultados comparativos se muestran en la **Figura 5.3**.

Como puede verse en la **Figura 5.3**, con el modelo **XA** se obtiene el valor más grande de altura adimensional de la película, 0.279 (equivalente a 0.0143 [m]); con el modelo **GO** se obtiene un valor de 0.246 (equivalente a 0.0130 [m]).

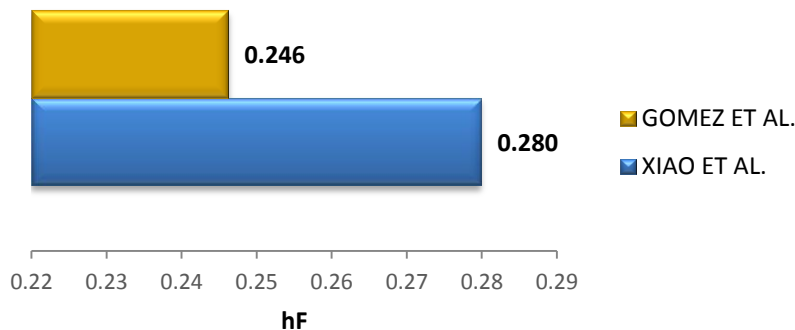


Figura 5.3 Altura de la película para  $u_{sL} = 1.11 \left[ \frac{m}{s} \right]$ ,  $u_{sG} = 3.5 \left[ \frac{m}{s} \right]$  y  $D = 0.0512 [m]$

Por otra parte, en la **Figura 5.4** se presenta la comparación de los perfiles de la película generados con los modelos **DH** y **TB**. Se grafica la altura adimensional de la película (referida al diámetro) contra la posición adimensional, tomando como longitud característica para ésta última la longitud de los baches obtenida con cada modelo, según corresponda.

Con base en la **Figura 5.4**, el modelo **TB** predice una altura local mayor que en **DH**. Es importante destacar que la altura local máxima es diferente en los modelos ya que depende del valor de colgamiento en el cuerpo del bache, el cual es calculado con diferentes ecuaciones constitutivas, como se describió en el **Capítulo 3**. Los puntos mínimos corresponden al punto de contacto de la película con el frente del siguiente bache corriente arriba. Es interesante observar que el perfil correspondiente al modelo **TB** no presenta puntos de inflexión, y crece suavemente. En el caso del modelo **DH**, el perfil inicialmente es plano, y eventualmente crece presentando un punto de inflexión. Debido a que estas curvas no presentan un comportamiento similar, se recomienda investigar sobre el comportamiento de las mismas, en especial la generada por el modelo de **DH**.

### Perfil de alturas

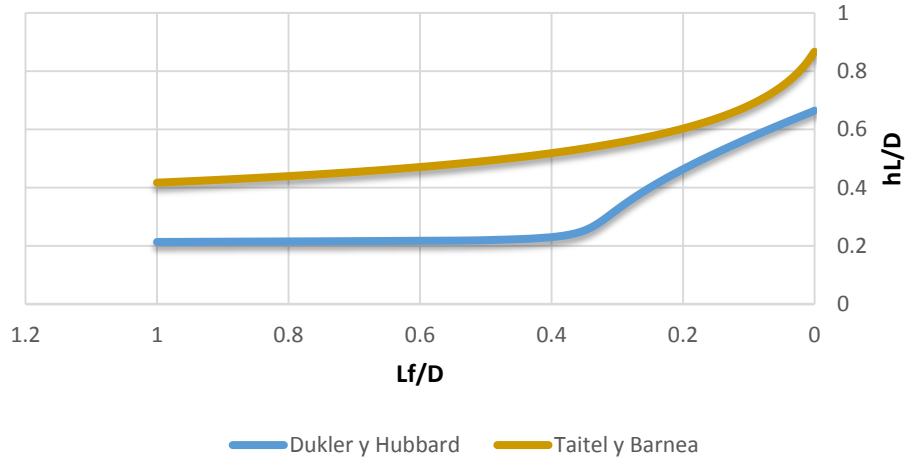


Figura 5.4 Perfil de alturas para  $u_{sL} = 1.11 \left[ \frac{m}{s} \right]$ ,  $u_{sG} = 3.5 \left[ \frac{m}{s} \right]$  y  $D = 0.0512 [m]$

### 5.2.4 Colgamiento ( $H_{LLS}$ , $H_{LTB}$ , $H_{LU}$ )

En la **Figura 5.5** se comparan los valores de colgamiento en el cuerpo del bache (HLLS), en la región de la película (HLTB), y el global en la unidad bache (HL), para los diferentes modelos.

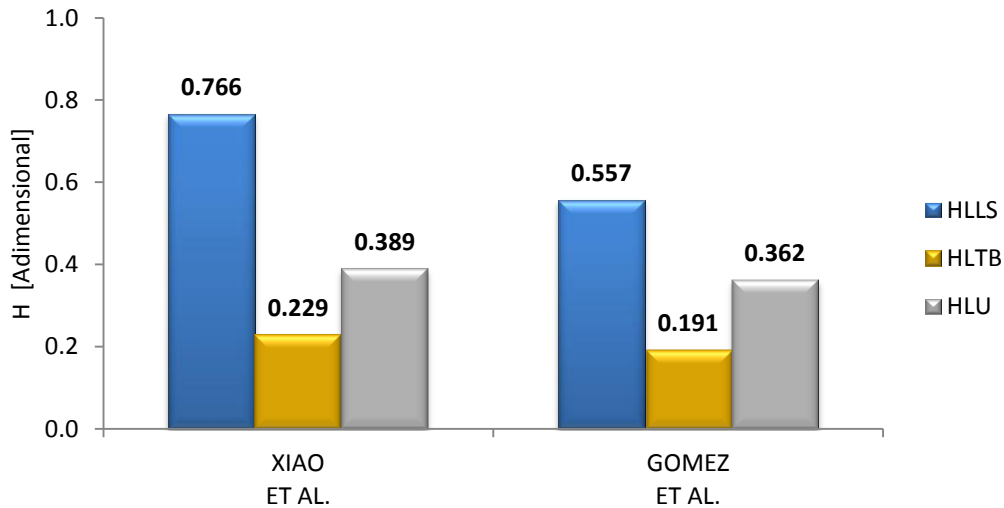


Figura 5.5 Colgamientos para  $u_{sL} = 1.11 \left[ \frac{m}{s} \right]$ ,  $u_{sG} = 3.5 \left[ \frac{m}{s} \right]$  y  $D = 0.0512 [m]$

En la **Figura 5.6** se presentan los valores del colgamiento en el cuerpo del bache (HLLS), el global en la unidad del bache (HLU), así como los valores de colgamiento promedio en la región de la película (HLTB), los cuales se obtuvieron a través de la integración de los

perfiles obtenidos. Como era de esperarse el colgamiento presenta un comportamiento similar a la altura de la película, debido a su estrecha relación. Por un lado HLLS muestra una variación debido a que fue calculado a partir de diferentes relaciones constitutivas presentadas por cada autor y cuyas expresiones matemáticas se presentaron en el **Capítulo 3**, lo anterior propicio que el valor de HLTB promedio también difiriera entre modelos.

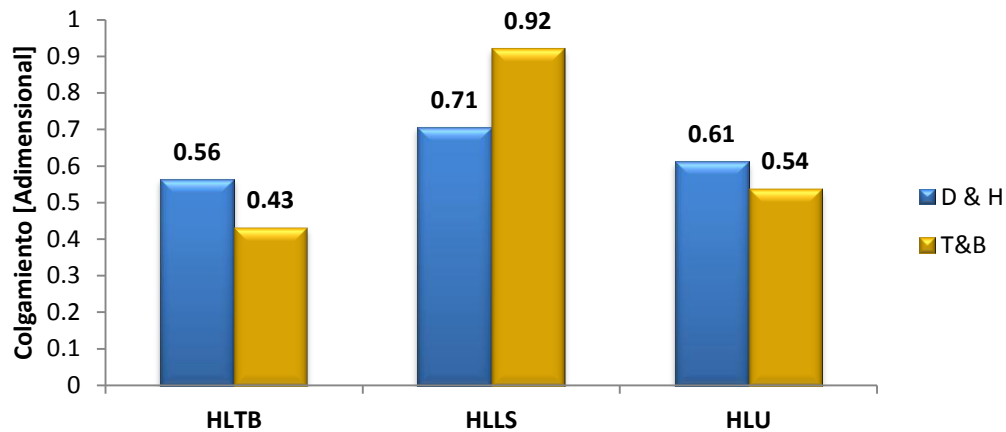


Figura 5.6 Colgamientos promedio para  $u_{sL} = 1.11 \left[ \frac{m}{s} \right]$ ,  $u_{sG} = 3.5 \left[ \frac{m}{s} \right]$  y  $D = 0.0512 [m]$

### 5.2.5 Gradiente de presión

Se compararon los gradientes de presión calculados con los modelos. Los resultados se presentan en la **Figura 5.7**. Como puede observarse, el gradiente de presión más grande se obtiene con el modelo **TB**, seguido en orden decreciente por **GO**, **XA** y **DH**. El que el modelo **DH** prediga el menor gradiente de presión puede atribuirse a que no considera la caída de presión en la zona de la película; al compararlo con el valor calculado con el modelo de **TB**, es tres veces menor.

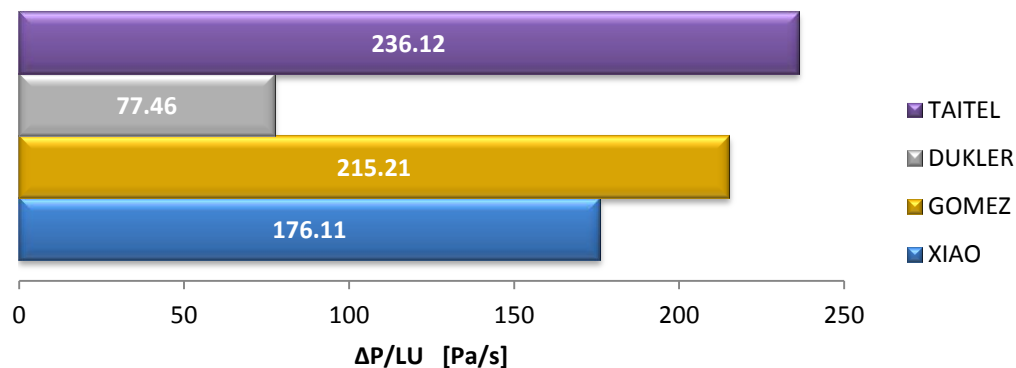


Figura 5.7 Gradiente de presión para  $u_{sL} = 1.11 \left[ \frac{m}{s} \right]$ ,  $u_{sG} = 3.5 \left[ \frac{m}{s} \right]$  y  $D = 0.0512 [m]$

## 5.3 Efecto del diámetro

En el presente análisis se consideró el efecto del diámetro sobre los parámetros hidrodinámicos del flujo bache. Para llevar a cabo el análisis se consideraron los casos 1, 5 y 9 de la Tabla 5.1.

### 5.3.1 Longitudes características ( $L_S, L_F, L_U$ )

El efecto del diámetro sobre las longitudes de las regiones de la película y del cuerpo del bache se presenta en la **Figura 5.8**.

La Figura 5.8 muestra que la longitud de la unidad bache se incrementa conforme aumenta el diámetro. Considerando como caso base el diámetro de 0.05 [m], puede observarse que al aumentar el diámetro 3 veces, la longitud de la unidad del bache aumenta 15 veces (de 7.3 [m] a 110.6 [m]); si el diámetro se incrementa 6 veces, la longitud de la unidad del bache aumenta 43 veces (de 7.3 [m] a 315.4 [m]).

En los tres casos, la longitud de la película representa aproximadamente el 70% de la longitud total de la unidad.

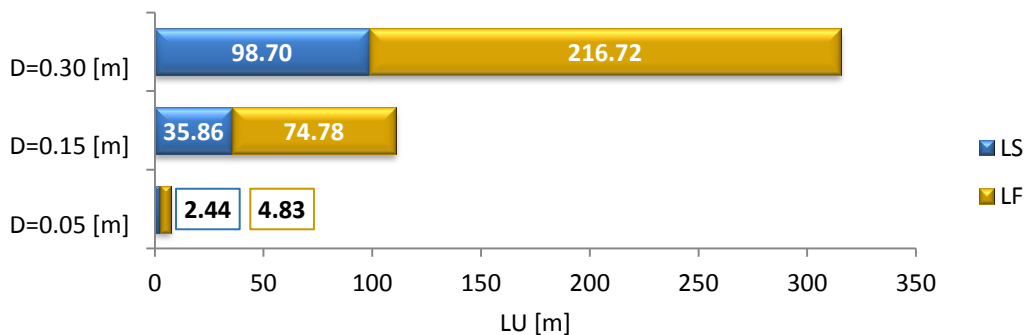


Figura 5.8 Efecto del diámetro en la longitud de la unidad bache para  $u_{sL} = 1.11 \left[ \frac{m}{s} \right]$  y  $u_{sG} = 3.5 \left[ \frac{m}{s} \right]$

### 5.3.2 Frecuencia de los baches ( $\nu$ )

En la **Figura 5.9** se muestra el efecto del diámetro sobre la frecuencia de los baches. Como puede observarse, la frecuencia disminuye si el diámetro se incrementa. Al incrementar el diámetro tres veces, de 0.05 [m] a 0.15 [m], la frecuencia disminuye un orden de magnitud (de 0.813 a 0.056 baches/s); si el diámetro continúa incrementándose, el efecto sobre la frecuencia disminuye; así, al incrementar el diámetro dos veces (0.15 [m] a 0.30 [m]), la frecuencia se redujo aproximadamente a la mitad (de 0.056 a 0.021 baches/s).

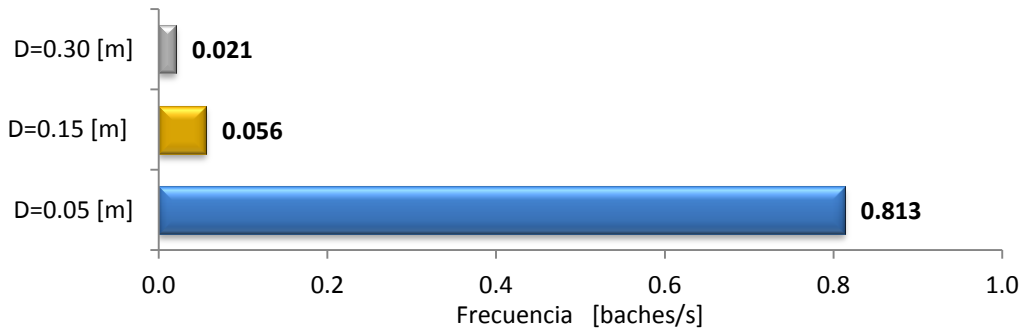


Figura 5.9 Efecto del diámetro en la frecuencia de los baches para  $u_{sL} = 1.11 \left[ \frac{m}{s} \right]$  y  $u_{sG} = 3.5 \left[ \frac{m}{s} \right]$

### 5.3.3 Altura adimensional de película ( $h_F$ )

De acuerdo a lo resultados mostrados en la **Figura 5.10**, se observa que la altura adimensional de la película se incrementa si el diámetro aumenta. No obstante, su efecto es relativamente pequeño. Al examinar los datos presentados, se ve que la altura adimensional aumenta 9% si el diámetro se incrementa de 0.05 [m] a 0.15 [m] (tres veces); y 17%, si éste aumenta seis veces (0.05 [m] a 0.30 [m]).

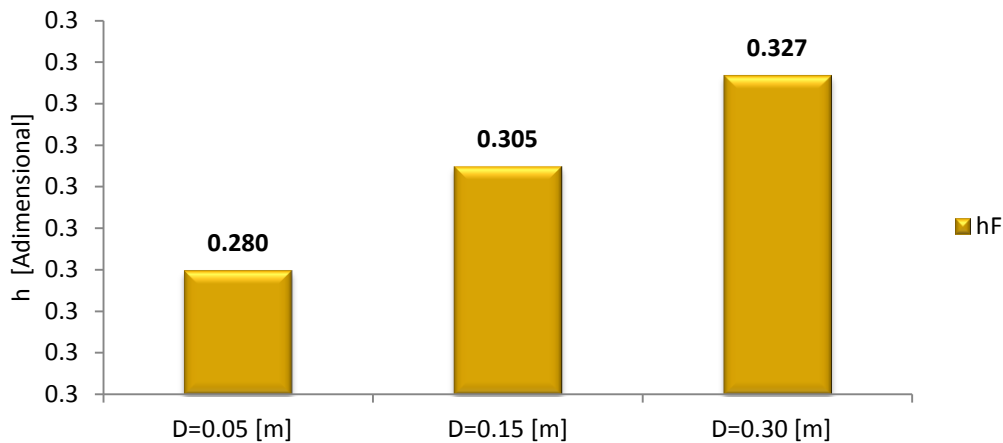


Figura 5.10 Efecto del diámetro en la altura de la película para  $u_{sL} = 1.11 \left[ \frac{m}{s} \right]$  y  $u_{sG} = 3.5 \left[ \frac{m}{s} \right]$

### 5.3.4 Colgamiento ( $H_{LLS}$ , $H_{LTB}$ , $H_{LSU}$ )

Los efectos del diámetro sobre los colgamientos en el cuerpo del bache, la película y la unidad, se muestran en la **Figura 5.11**. Primeramente, debe notarse que el colgamiento en el cuerpo del bache (HLLS) permanece constante en un valor de 0.706, porque la ecuación constitutiva correspondiente no depende del diámetro. Por otra parte, se observa que el colgamiento en la zona de la película aumenta (HLTB), y en consecuencia



también el de la unidad en su conjunto (HLU), al incrementarse el diámetro. En ambos casos, el efecto es relativamente pequeño; considerando el diámetro de 0.05 [m], si éste aumenta tres y seis veces, HLLS aumenta 13% y 25%, respectivamente. Estos resultados son consistentes con los resultados obtenidos para la altura adimensional de la película (sección 5.3.3).

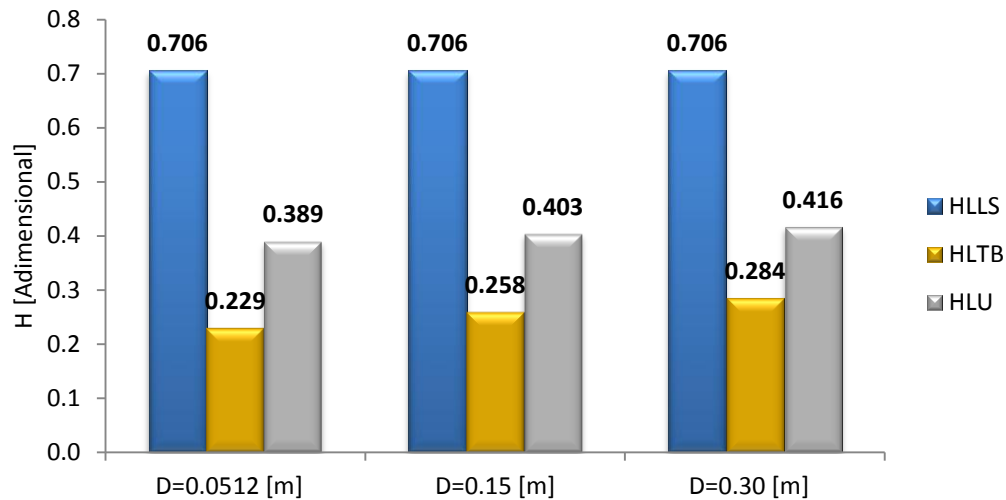


Figura 5.11 Efecto del diámetro en el colgamiento de cada zona en la unidad del bache

### 5.3.5 Gradiente de Presión

Al visualizar la **Figura 5.12** puede observarse que el gradiente de presión decrece significativamente conforme el diámetro aumenta. Si el diámetro se amplía de 0.05 [m] a 0.15 [m], el gradiente de presión se reduce 75%. Por otra parte, se observa que si el diámetro aumenta seis veces (de 0.05 [m] a 0.30 [m]), el gradiente de presión se reduce en un orden de magnitud (de 176 [Pa/m] a 19.6 [Pa/m]).

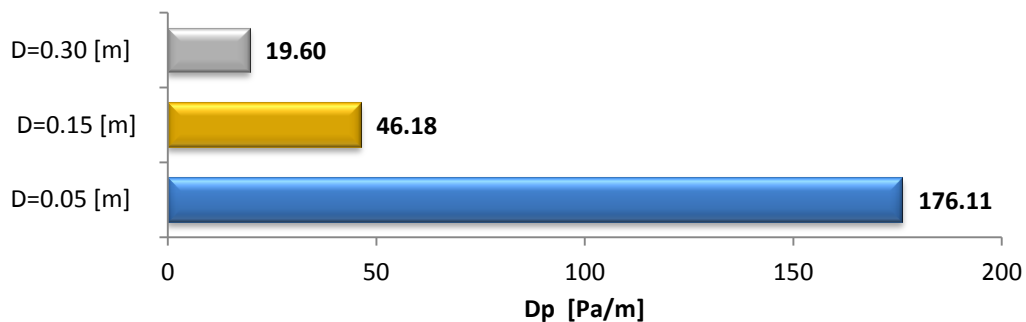


Figura 5.12 Efecto del diámetro en el gradiente de presión para  $u_{sL} = 1.11 \left[ \frac{m}{s} \right]$  y  $u_{sG} = 3.5 \left[ \frac{m}{s} \right]$

## 5.4 Efecto de la velocidad superficial del líquido ( $u_{sL}$ )

Se estudió el efecto de la velocidad superficial del líquido sobre la hidrodinámica del flujo bache. Para tal efecto, se consideraron los casos 1 y 3 de la Tabla 5.1.

### 5.4.1 Longitud ( $L_F, L_S, L_U$ )

Como puede verse en la **Figura 5.13**, la longitud del cuerpo del bache (LS) es constante porque la ecuación constitutiva correspondiente no depende de la velocidad superficial del líquido. Por otro lado, se ve que ésta tiene un efecto importante sobre la longitud de la película (LF); de esta manera, si la velocidad superficial del líquido aumenta de 0.77 [m/s] a 1.11 [m/s], la longitud de la película disminuye aproximadamente a la mitad (de 8.35 [m] a 4.83 [m]); en consecuencia, la longitud de la unidad también se reduce.

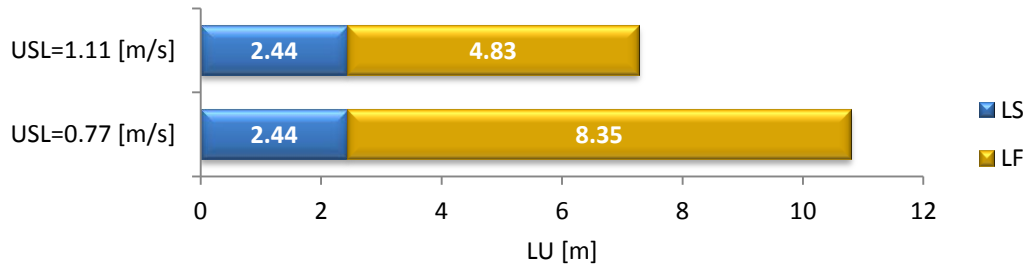


Figura 5.13 Efecto de la  $u_{sL}$  en las longitudes de cada zona para  $D = 0.0512$  [m] y  $u_{sG} = 3.5$  [m/s]

### 5.4.2 Frecuencia ( $\nu$ )

De acuerdo a los resultados mostrados en la **Figura 5.14**, la frecuencia aumenta si la velocidad superficial se incrementa. Esto se explica al considerar que la zona de la burbuja se acorta (y en consecuencia, toda la unidad) conforme el gasto de líquido aumenta, de tal manera que crece el número de tapones que pasan por unidad de tiempo a través de una sección transversal de tubería. Así, al disminuir la velocidad superficial del líquido de 1.11 [m/s] a 0.77 [m/s], la frecuencia disminuye 35% (de 0.813 a 0.51 baches por segundo).

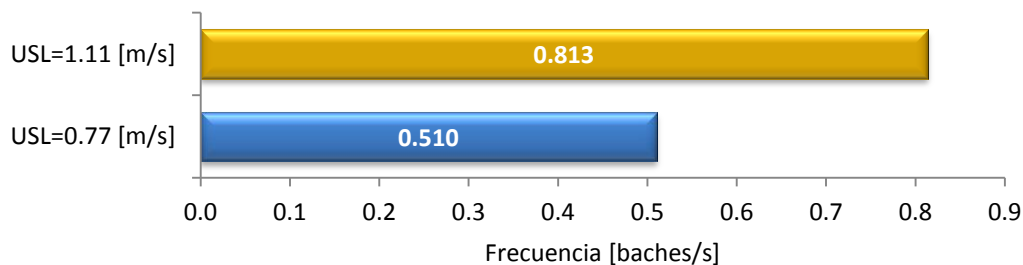


Figura 5.14 Efecto de la  $u_{sL}$  en la frecuencia para  $D = 0.0512$  [m] y  $u_{sG} = 3.5$  [m/s]

### 5.4.3 Altura adimensional de la película ( $h_F$ )

Como se muestra en la **Figura 5.15** a medida que aumenta la velocidad superficial del líquido, la altura adimensional de la película aumenta. En consecuencia, el área transversal ocupada por la burbuja se reduce.

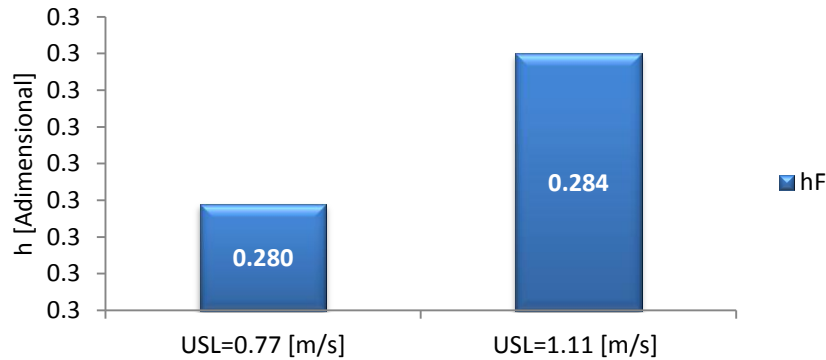


Figura 5.15 Efecto de la  $u_{sL}$  en la altura de la película para  $D = 0.0512$  [m] y  $u_{sG} = 3.5$  [m/s]

### 5.4.4 Colgamiento ( $H_{LLS}$ , $H_{LTB}$ , $H_{LSU}$ )

El efecto de la velocidad superficial del líquido sobre los colgamientos característicos se presenta en la **Figura 5.16**. Se ve que al aumentar la velocidad superficial del líquido, tanto el colgamiento de líquido en la zona del bache (HLLS) como el colgamiento en la zona de la burbuja (HLTB), disminuyen; sin embargo, es interesante notar que el colgamiento en la unidad aumenta. Esto puede atribuirse al efecto combinado del incremento de la longitud de la unidad bache y el aumento del resbalamiento en el cuerpo del bache, conforme disminuye la velocidad superficial del líquido.

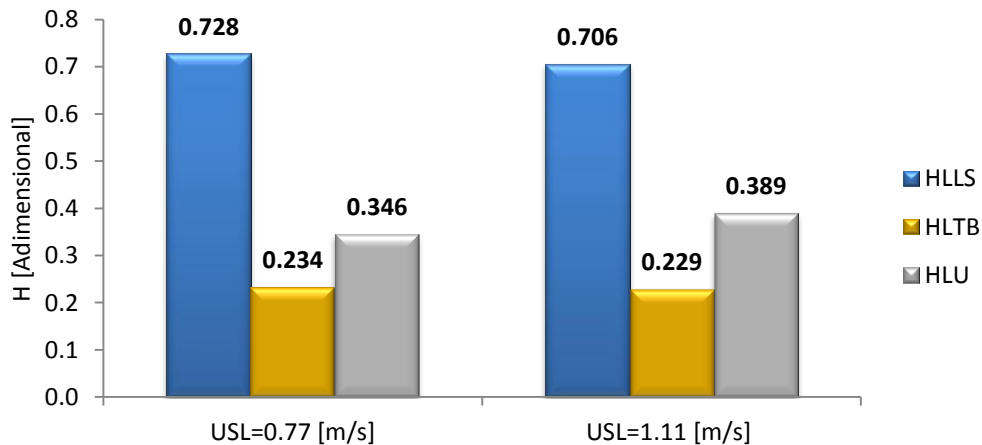


Figura 5.16 Efecto de la  $u_{sL}$  en el colgamiento de las diferentes zonas para  $D = 0.0512$  [m] y  $u_{sG} = 3.5$  [m/s]

### 5.4.5 Gradiente de presión

De acuerdo a la **Figura 5.17**, el gradiente de presión aumenta si la velocidad superficial del líquido aumenta. Esto se atribuye al incremento de las pérdidas de presión por fricción.

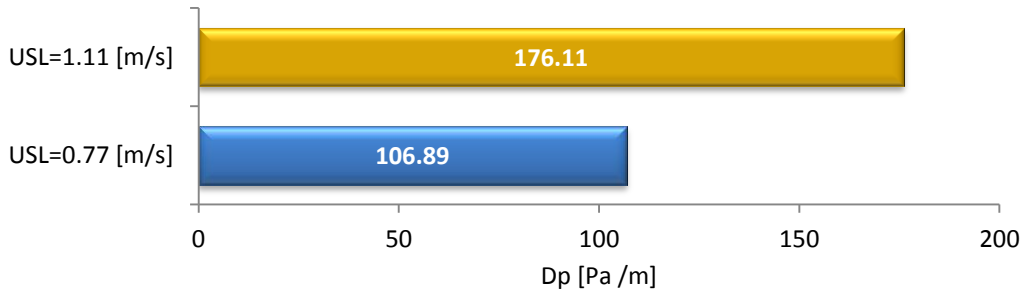


Figura 5.17 Efecto de la  $u_{sL}$  en el gradiente de presión para  $D = 0.0512$  [m] y  $u_{sG} = 3.5$  [m/s]

## 5.5 Efecto de la velocidad superficial del gas ( $u_{sG}$ )

En los siguientes análisis se presentan los resultados correspondientes a los casos 3 y 4 de la Tabla 5.1.

### 5.5.1 Longitud ( $L_S, L_F, L_U$ )

Como puede observarse en la **Figura 5.18**, la longitud del cuerpo del bache no depende de la velocidad superficial del gas; la longitud de la película, y en consecuencia también la longitud total de la unidad, se incrementa conforme aumenta el gasto de gas. De acuerdo a los resultados mostrados, la relación de la longitud de la película con respecto a la de la unidad representa el 66% y el 73% para  $u_{sG} = 3.5$  [m/s] a  $u_{sG} = 7$  [m/s], respectivamente. Este incremento de la velocidad superficial del gas (dos veces), se refleja en un incremento de la longitud de la unidad en 25%.

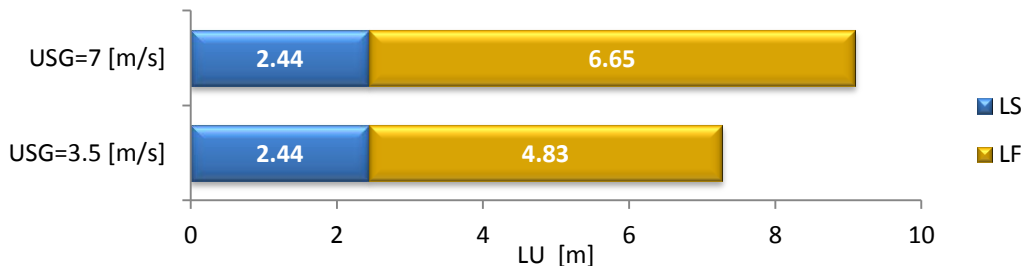


Figura 5.18 Efecto de la  $u_{sG}$  en la longitud de la unidad del bache para  $u_{sL} = 1.1$  [m/s] y  $D = 0.0512$  [m]

### 5.5.2 Frecuencia

El efecto de la velocidad superficial del gas sobre la frecuencia se muestra en la **Figura 5.19**. Se observa que la frecuencia se incrementa conforme aumenta el flujo volumétrico de gas. Para las condiciones analizadas, la frecuencia se incrementa 37% si la velocidad superficial se duplica, de 3.5 [m] a 7 [m]. El incremento del flujo volumétrico de gas ocasiona que la unidad bache sea más larga y fluya más rápido.

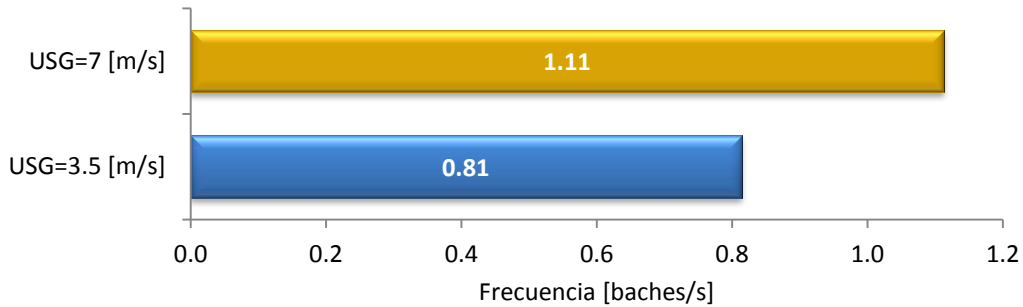


Figura 5.19 Efecto de la  $u_{sG}$  en la frecuencia de los baches para  $u_{sL} = 1.1$  [m/s] y  $D = 0.0512$  [m]

### 5.5.3 Altura adimensional de la película ( $h_F$ )

La **Figura 5.20** indica que la altura adimensional de la película del líquido se reduce si la velocidad superficial del gas se incrementa. De acuerdo a los resultados mostrados, la altura adimensional se reduce de 0.28 a 0.258 (disminución del 8%), si la velocidad aumenta de 3.5 [m] a 7 [m].

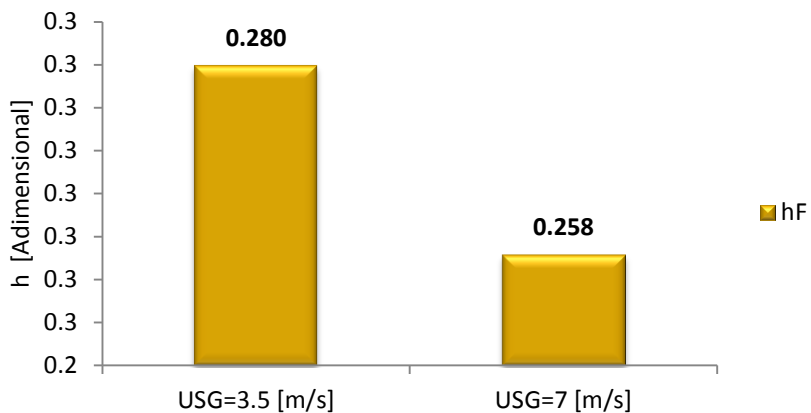


Figura 5.20 Efecto de la  $u_{sG}$  en la altura de la película para  $u_{sL} = 1.1$  [m/s] y  $D = 0.0512$  [m]

### 5.5.4 Colgamiento ( $H_{LLS}$ , $H_{LTB}$ , $H_{LSU}$ )

En la **Figura 5.21** se muestra que los colgamientos en el cuerpo del bache (HLLS), en la región de la película (HLTB), y el global (HLU), todos disminuyen si aumenta el flujo volumétrico de gas. Para los casos analizados, al incrementar la velocidad superficial del gas de 3.5 [m/s] a 7 [m/s], HLLS se reduce en un 26%, HLTB en 12%, y HLU en 25%. De acuerdo a estos resultados, los efectos más importantes del incremento de la velocidad superficial del gas se manifiestan en el colgamiento en el cuerpo del bache y el de la unidad en su conjunto.

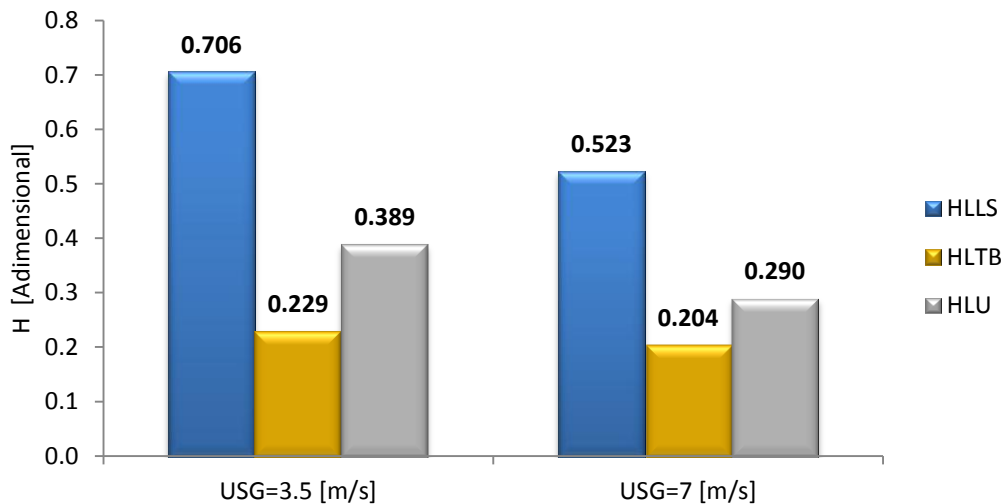


Figura 5.21 Efecto de la  $u_{sG}$  en el colgamiento correspondiente a cada zona para  $u_{sL} = 1.11$  [m/s] y  $D = 0.0512$  [m]

### 5.5.5 Gradiente de presión

Con base en la **Figura 5.22** puede observarse que el gradiente de presión aumenta con el incremento del flujo volumétrico de gas. Si la velocidad superficial del gas se aumenta la doble, de 3.5 [m/s] a 7 [m/s]), el gradiente de presión prácticamente se duplica.

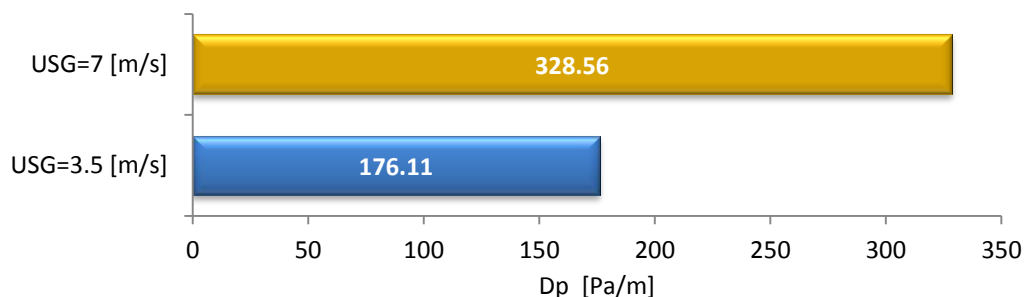


Figura 5.22 Efecto de  $u_{sG}$  en el gradiente de presión para  $u_{sL} = 1.11$  [m/s] y  $D = 0.0512$  [m]

## 5.6 Efecto de la viscosidad del líquido

En esta sección se examina el efecto de la viscosidad sobre los parámetros hidrodinámicos del flujo bache. Para tal efecto, se utiliza el modelo mecanicista de Gómez et al. (2000) debido a que el colgamiento en el cuerpo del bache se calcula con una correlación que toma en cuenta la viscosidad del líquido. Cabe mencionar que el modelo de Taitel y Barnea (1990) también considera el efecto de esta propiedad termodinámica, pero para efectos de los siguientes estudios se seleccionó el de Gómez et al., por su semejanza con el de Xiao et al. (1990).

### 5.6.1 Longitud ( $L_S, L_F, L_U$ )

La **Figura 5.23** indica que la longitud de la película se incrementa si la viscosidad del líquido aumenta. La longitud del cuerpo del bache no depende de la viscosidad en el modelo **GO**. Para las condiciones analizadas, la longitud de la película aumenta casi tres veces si la viscosidad del líquido aumenta un orden de magnitud, de 1 [cp] a 10 [cp]. Por otra parte, la longitud de la unidad aumenta dos veces.

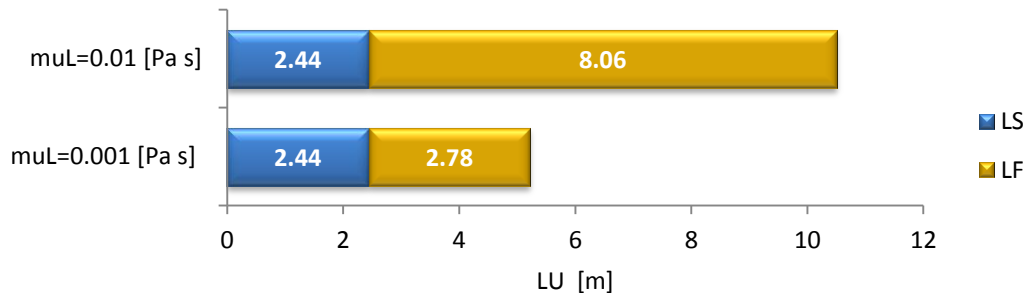


Figura 5.23 Efecto de la viscosidad en la longitud de la unidad bache para  $u_{sL} = 1.11$  [m/s],  $u_{sG} = 3.5$  [m/s] y  $D = 0.0512$  [m]

### 5.6.2 Frecuencia

La **Figura 5.24** muestra que la frecuencia de los baches disminuye al incrementar la viscosidad de la fase líquida; esto se atribuye a que la unidad bache se hace más larga y le toma más tiempo atravesar una sección transversal de tubería, si el líquido se hace más viscoso. Bajo las condiciones analizadas, al incrementar diez veces la viscosidad del líquido, de 1 [cp] a 10 [cp], la frecuencia disminuye en un 50%.

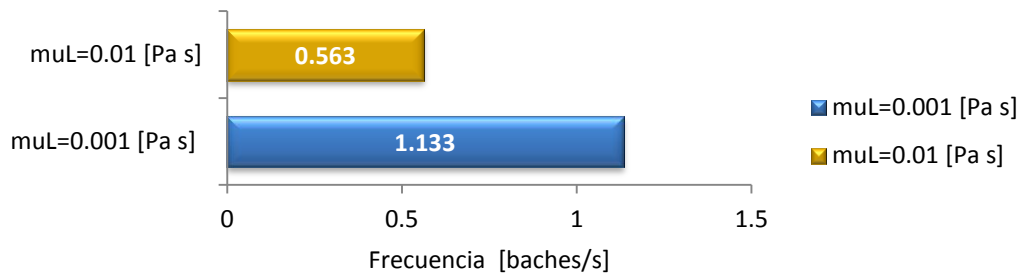


Figura 5.24 Efecto de la viscosidad en la frecuencia de los baches para  $u_{sL} = 1.11$  [m/s],  $u_{sG} = 3.5$  [m/s] y  $D = 0.0512$  [m]

### 5.6.3 Altura adimensional de la película ( $h_F$ )

Al observar la **Figura 5.25** puede notarse que el incremento de la viscosidad de la fase líquida ocasiona que la altura adimensional de la película se incremente. De acuerdo a los resultados mostrados, la altura adimensional aumenta 17% con el incremento de la viscosidad del líquido, de 1 [cp] a 10 [cp].

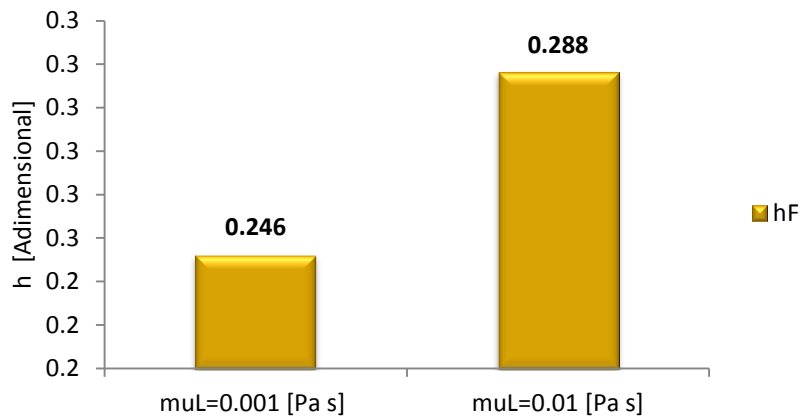


Figura 5.25 Efecto de la viscosidad en la altura de la película para  $u_{sL} = 1.11$  [m/s],  $u_{sG} = 3.5$  [m/s] y  $D = 0.0512$  [m]

### 5.6.4 Colgamiento ( $H_{LLS}$ , $H_{LTB}$ , $H_{LSU}$ )

El efecto de la viscosidad del líquido sobre los colgamientos en el cuerpo del bache (HLLS), la región de la película (HLTB), y el global (HLU), se muestra en la **Figura 5.26**. Puede observarse que todos ellos se incrementan si el líquido se hace más viscoso. De acuerdo al modelo **GO**, el efecto más importante se produce sobre el colgamiento en la zona del bache; para la variación de viscosidad considerada (de 1 [cp] a 10 [cp]), éste aumenta un



70%. En el caso de HLTB, éste aumenta en una menor proporción (25%). Por otra parte, el colgamiento global de la unidad aumenta 10%.

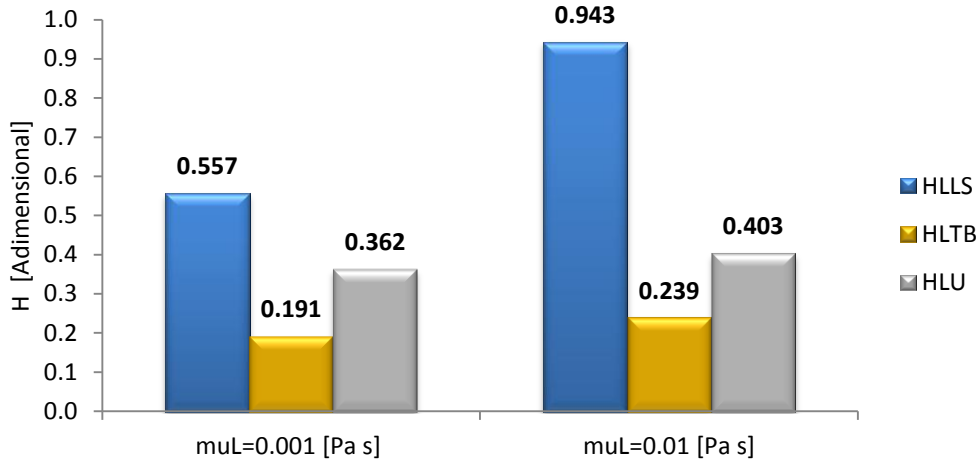


Figura 5.26 Efecto de la viscosidad en el colgamiento de las diferentes zonas de la unidad del bache para  $u_{sL} = 1.11$  [m/s],  $u_{sG} = 3.5$  [m/s] y  $D = 0.0512$  [m]

### 5.6.5 Gradiente de presión

El efecto del incremento de la viscosidad del líquido sobre el gradiente de presión se presenta en la **Figura 5.27**. Como es de esperar, el gradiente de presión se incrementa conforme el líquido se hace más viscoso. Para las condiciones analizadas, el gradiente de presión se incrementa casi un 40%, si la viscosidad aumenta de 1 [cp] a 10 [cp]. Es claro que el incremento de las pérdidas de presión se deben al incremento de la fricción.

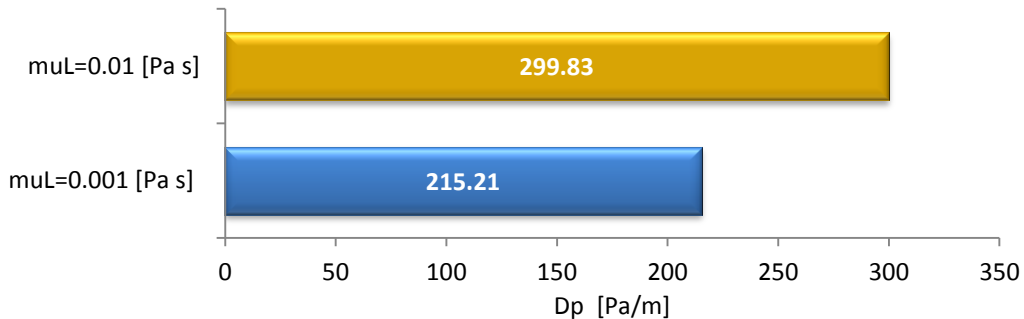


Figura 5.27 Efecto de la viscosidad en el gradiente de presión para  $u_{sL} = 1.11$  [m/s],  $u_{sG} = 3.5$  [m/s] y  $D = 0.0512$  [m]

# CONCLUSIONES

---

1. Se desarrolló una herramienta de cómputo basada en modelos mecanicistas que permite caracterizar la hidrodinámica del flujo tipo bache en tuberías horizontales. El programa fue desarrollado en FORTRAN 95, y está conformado por una unidad principal y cinco módulos. Los modelos mecanicistas incorporados en la herramienta fueron: Dukler y Hubbard, Taitel y Barnea, Xiao et al., y Gómez et al.
2. Se realizó una revisión de conceptos y definiciones importantes en el estudio del flujo multifásico en tuberías. Se describieron los diferentes tipos de patrones de flujo gas-líquido en tuberías horizontales, y se presentó un resumen de los avances en su estudio. Se abordaron los diferentes tipos de bacheo y sus implicaciones en los sistemas de producción; asimismo, se describieron los mecanismos que lo originan, y se discutieron sus principales parámetros hidrodinámicos.
3. Se presentó una revisión de la literatura en relación al estudio de algunos de los parámetros hidrodinámicos más importantes del flujo bache. Se mencionaron métodos para calcular la frecuencia, longitud y colgamiento del cuerpo del bache. Asimismo, se describieron las características principales de los modelos mecanicistas seleccionados para estudiar la hidrodinámica del flujo bache, de acuerdo a los objetivos del presente trabajo.
4. Se compararon los resultados de los modelos mecanicistas seleccionados, en cuanto a los parámetros hidrodinámicos más relevantes del flujo tipo bache. Algunas de las conclusiones del estudio fueron las siguientes:
  - a. El modelo de Taitel y Barnea predice la mayor longitud de la unidad del bache; la longitud más pequeña se obtuvo con el modelo de Dukler y Hubbard.
  - b. La frecuencia de los baches más grande se obtuvo con el modelo de Gómez et al. Por otra parte, la menor frecuencia se determinó con el modelo de Taitel y Barnea.
  - c. En comparación con el modelo de Gómez et al., el modelo de Xiao et al. predice la mayor altura adimensional de la película.

- d. Al comparar los perfiles de la altura de la película, el modelo de Taitel y Barnea predice valores más grandes que el de Dukler y Hubbard.
  - e. El gradiente de presión más grande se obtuvo con el modelo de Taitel y Barnea. El menor se determinó con el de Dukler y Hubbard.
5. Se realizaron estudios paramétricos para cuantificar el efecto de las variables selectas sobre los parámetros característicos del flujo bache, obteniéndose los siguientes resultados con base en el modelo de Xiao et al.:
- a. Conforme aumenta el diámetro de la tubería: las longitudes del cuerpo del bache, la película, y de la unidad, todas aumentan; la frecuencia disminuye; la altura adimensional de la película aumenta; el colgamiento en la región de la película, así como el global, ambos se incrementan; el gradiente de presión disminuye.
  - b. Si la velocidad superficial del líquido aumenta: la longitud de la película se reduce, al igual que la longitud de la unidad bache; la frecuencia se incrementa; la altura adimensional de la película crece; los colgamientos en la zona del bache y en la zona de la burbuja, disminuyen, pero el colgamiento global aumenta; el gradiente de presión se incrementa.
  - c. Al aumentar la velocidad superficial del gas: las longitudes de la película y de la unidad, aumentan; la frecuencia crece; la altura adimensional de la película se reduce; los colgamientos en el cuerpo del bache, en la zona de la película, y el global, todos disminuyen; el gradiente de presión aumenta.
  - d. Si el líquido se hace más viscoso: las longitudes de la película y de la unidad, se incrementan; la frecuencia disminuye; la altura adimensional de la película aumenta; los colgamientos en el cuerpo del bache, en la zona de la película, y el global, todos aumentan; el gradiente de presión se incrementa.

# RECOMENDACIONES

---

1. Obtener un mayor número de datos experimentales de flujo tipo bache para continuar con la verificación de los resultados del programa, así como validar los resultados de los modelos mecanicistas implementados.
2. Complementar la herramienta computacional desarrollada con funcionalidades para calcular las propiedades termodinámicas de las fases, así como para predecir el patrón de flujo actual.
3. Extender los estudios paramétricos realizados con otros modelos mecanicistas.
4. Investigar y comparar diferentes correlaciones para el colgamiento de líquido en la zona del bache.

## REFERENCIAS

---

1. Al-Safran, E. (2009). Investigation and Prediction of Slug Frequency in Gas/Liquid Horizontal Pipe Flow. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 143-155.
2. Al-Safran, E. (2009). Prediction of Slug Liquid Holdup in Horizontal Pipes. *Energy Resources*, 0230011-0230018.
3. Al-safran, E. M., Brill, J. P., & Taitel, Y. (2004). Prediction of Slug Length Distribution Along a Hilly Terrain Pipeline Using Slug Tracking Model. *Tulsa University Fluid Flow Projects*, 54-62.
4. Al-Safran, E. M., Brill, J. P., Jayawardena, S. S., Redus, C. L., Sarica, C., & Zhang, H.-Q. (2003). Modeling of Slug Dissipation and Generation in Gas-Liquid Hilly-Terrain Pipe Flow. *Journal of Energy Resources Technology*, 161-168.
5. Al-Shareef, A., & Bagci, S. (2003). Characterization of Slug Flow in Horizontal and Inclined Pipes. *SPE Production and Operations Symposium Held in Oklahoma City*, (págs. 1-10). Oklahoma, U.S.A.
6. Arismendi, R., Gomez, L. E., Kouba, G. E., Mohan, R. S., Pereyra, E., & Shoham, O. (2012). State of the Art of Experimental Studies and Predictive Methods for Slug Liquid Holdup. *Journal of Energy Resources Technology*, 0230011-0230019.
7. Bai, Q., & Bai, Y. (2005). *Subsea Pipelines and Risers*. Elsevier.
8. Barnea, D., & Taitel, Y. (1990). A Consistent Approach for Calculating Pressure Drop in Inclined Slug Flow. *Chemical Engineering Science*, 45(5), 1199-1206.
9. Barnea, D., & Taitel, Y. (1990). A Consistent Approach For Calculating Pressure Drop In Inclined Slug Flow. *Chemical Engineering Science*, 45(5), 1199- 1206.
10. Barnea, D., & Taitel, Y. (1993). A Model for Slug Length Distribution in Gas-Liquid Slug Flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 829-838.
11. Barnea, D., & Taitel, Y. (1998). Effect of GAs Compressibility on a Slug Tracking Model. *Chemical Engineering Science*, 2089-2097.
12. Bernal Huicochea, C., Garaicochea Petrirena, F., & López Ortiz, O. (1991). *Transporte de Hidrocarburos por Ductos*. México: División Editoreal.
13. Bouza Vincero, A. L., G. Ortíz, M., Montbrun Di-Filipp, J., & Sánchez Montero, Y. (1999). Método de Determinación de Patrones de Flujo en Tuberías Verticales A Través de Lógica Difusa. *Simpósio Brasileiro de Automatización Inteligente*, (pág. 10). Sao Paulo, Brazil.
14. Brill, J. P., Sarica, C., Wang, Q., & Zhang, H.-Q. (2003). A Unified Mechanistic Model for Slug Liquid Holdup and Transition Between Slug and Dispersed Bubble Flows. *International Journal Multiphase Flow*, 97-107.

15. Brill, J. P., Shoham, O., & Xiao, J. J. (1990). A Comprehensive Mechanistic Model for Two-Phase Flow. *65th Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers held*, (págs. 167-180). New Orleans.
16. Brill, J. P., Shoham, O., & Xiao, J. J. (1990). A Comprehensive Mechanistic Model for Two-Phase Flow in Pipelines. *Annual Technical and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers Held in New Orleans*, (págs. 1-14). New Orleans.
17. Brito, R., Pereyra, E., & Sarica, C. (2014). Experimental study to characterize slug flow for medium oil viscosities in horizontal pipes. *9th North American Conference on Multiphase Technology* (págs. 403-417). Canada: BHR Group.
18. Carpintero Rogero, E. (2009). *Experimental Investigation of Developing Plug y Slug Flows*.
19. Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). *Métodos Numéricos para Ingenieros*. Ciudad de México: Mc Graw Hill.
20. Chokshi, R. N., Gómez, L. E., Northug, T., Schmidt, Z., & Shoham, O. (2000). Unified Mechanistic Model for Steady-State Two-Phase Flow: Horizontal to Vertical Upward Flow. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition held*, (págs. 339-350). Houston.
21. Cruz Sánchez, M. (2005). *Estudio del Patrón de Flujo Bache en Tuberías de Gran Diámetro que Transportan Mezclas Trifásicas de Gas, Aceite y Agua*. México, D.F.
22. Dukler, A. E., & Taitel, Y. (1977). A Model for Slug Frequency During Gas-Liquid Flow in Horizontal and near Horizontal Pipes. *Int. J. Multiphase Flow*, 585-596.
23. Dukler, A., & Hubbard, M. (1975). A Model for Gas-Liquid Slug Flow in Horizontal and Near Horizontal Tubes. *Ind. Eng. Chem., Fundam*, 14(4), 337-346.
24. Firouzfard, H., Hassanlouei, R. N., Kasiri, N., & Khanof, M. H. (2012). *A Simple Mathematical Model for Slug Liquid Holdup in Horizontal Pipes*. Tehran, Iran: Scientia Iranica.
25. Gomez, L. E., Shoham, O., & Taitel, Y. (2000). Prediction of Slug Liquid Holdup: Horizontal to Upward Vertical Flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 517-521.
26. González Izaguirre, A. M. (Marzo de 2014). Estudio de flujo bache normal en un sistema de producción costa afuera. México, D.F., México: Universidad Nacional Autónoma de México.
27. Gopal, M., & Jepson, W. P. (1998). The Study of Dynamic Slug Flow Characteristics Using Digital Image Analysis—Part i: Flow Visualization. *Journal of Energy Resources Technology*, 97-101.
28. Guerrero Sarabia, T. I. (2012). Apuntes de Flujo Multifásico.
29. Jepson, W. P., & Zhou, X. (1993). Experimental Study of Flow Characteristics in Horizontal, Multiphase Flows. *International Offshore and Polar Engineering Conference Singapore*, (págs. 165-170). Singapore.

30. Leal Lemus, L. C. (Noviembre de 2001). MODELO MECANÍSTICO DEL PERFIL DE PRESIONES PARA FLUJO MULTIFÁSICO EN TUBERÍAS HORIZONTALES E INCLINADAS. México, Distrito Federal, México: Universidad Nacional Autónoma de México.
31. McKetta, J. J. (1992). *Piping Design Handbook*. New York: Marcel Dekker, Inc.
32. Pereyra, E., Sarica, C., Whang, S., & Zhang, H.-Q. (2014). A Mechanistic Slug-Liquid-Holdup Model for Different Oil Viscosities and Pipe-Inclination Angles. *Offshore Technology Conference*, (págs. 329-336). Houston.
33. Redonda Godoy, C. A. (2013). *Determinación de la Eficiencia del Separador en el Flujo Bache*. México, D.F.
34. Sarica, C., Wilkens, R. J., & Zhang, H. Q. (2011). Sensitivity of Slug Flow Mechanistic Models on Slug Length. *Journal of Energy Resources Technology*, 1-6.
35. Shoham, O. (2006). *Mechanistic Modeling of Gas-Liquid Two-Phase Flow in Pipes*. EUA.
36. Taitel, Y., & Dukler, A. (1976). A Model for Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near Horizontal Gas - Liquid Flow. *AIChE Journal*, 22(1), 47 - 54.
37. Taylor, R. E., & Yepsen, W. P. (1993). Slug Flow and Its Transitions in Large-Diameter Horizontal Pipes. *International Journal Multiphase*, 19(3), 411-420.
38. Vázquez Morín, J. (Noviembre de 2008). Estudio del flujo bache normal con inyección de gas en la base del riser, en un sistema de producción costa afuera. *Universidad Nacional Autónoma de México*. México, D.F., México.
39. Zhang, H., Wang, Q., Sarica, C., & Brill, J. (Diciembre de 2003). Unified Model for Gas-Liquid Pipe Flow via Slug Dynamics—Part 2: Model Validation. *Journal of Energy Resources Technology*, 125, 273-283.

# Apéndice A: Métodos Numéricos

## MÉTODO DE RUNGE- KUTTA

Los métodos de Runge-Kutta (RK) logran la exactitud del procedimiento de la serie de Taylor sin necesitar el cálculo de derivadas de orden superior. Existen muchas variantes pero todas tienen la forma generalizada de la ecuación A 1:

$$y_{i+1} = y_i + \phi(x_i, y_i, h)h \quad A-1$$

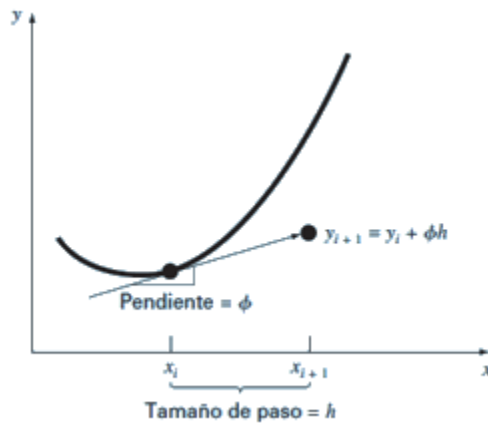


Figura A.1 Ilustración gráfica del método de un paso

Donde  $\phi(x_i, y_i, h)$  se conoce como *función incremento*, la cual puede interpretarse como una pendiente representativa en el intervalo. La función incremento se escribe en forma general como

$$\phi = a_1k_1 + a_2k_2 + \dots + a_nk_n \quad A-2$$

Donde las  $a$  son constantes y las  $k$  son

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad A-3$$

$$k_2 = f(x_i + p_1h, y_i + q_{11}k_1h) \quad A-4$$

$$k_3 = f(x_i + p_2h, y_i + q_{21}k_1h + q_{22}k_2h) \quad A-5$$

.

.

.

$$k_n = f(x_i + p_{n-1}h, y_i + q_{n-1,1}k_1h + q_{n-1,2}k_2h + \dots + q_{n-1,n-1}k_{n-1}h) \quad A-6$$

Donde las  $p$  y las  $q$  son constantes. Observe que las  $k$  son relaciones de recurrencia. Es decir,  $k_1$



aparece en la ecuación  $k_2$ , la cual aparece en la ecuación  $k_3$ , etcétera. Como cada  $k$  es una evaluación funcional, esta recurrencia vuelve eficientes a los métodos *RK* para cálculos en computadora.

El más popular de los métodos de *RK* es el de cuarto orden. Como en el caso de los procedimientos de segundo orden, hay un número infinito de versiones. La siguiente, es la más comúnmente usada y, por lo tanto, le llamamos *método clásico RK de cuarto orden*:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \quad A-7$$

Donde

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad A-8$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1h\right) \quad A-9$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2h\right) \quad A-10$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3h) \quad A-11$$

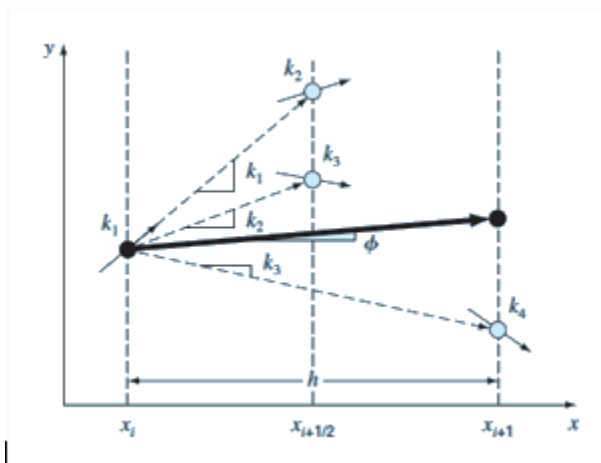


Figura A.2 Representación gráfica de las pendientes estimadas en el método *RK* de cuarto orden.

## MÉTODO DE BISECCIÓN

En general, si una función  $f(x)$  es real y continua en el intervalo que va desde  $x_l$  hasta  $x_u$  y  $f(x_l)$  y  $f(x_u)$  tienen signos opuestos, es decir,

$$f(x_l)f(x_u) < 0 \quad A-12$$

Entonces al menos hay una raíz real entre  $x_l$  y  $x_u$ .

El *método de bisección*, conocido también como de corte binario, de partición de intervalos o de Bolzano, es un tipo de búsqueda incremental en el que el intervalo se divide siempre a la mitad. Si

la función cambia de signo sobre un intervalo, se evalúa el punto medio. La posición de la raíz se determina situándola en el punto medio del subintervalo, dentro del cual ocurre un cambio de signo. El proceso se repite hasta obtener una mejor aproximación.

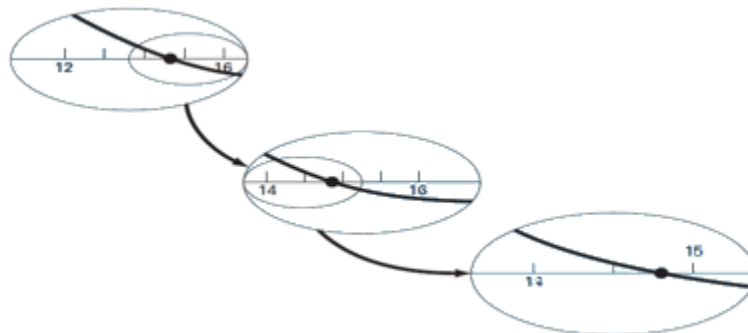


Figura A.3 Representación gráfica del método de bisección.

El algoritmo sencillo para efectuar este método numérico es el siguiente:

**Paso 1:** Elija valores iniciales inferior,  $x_l$ , y superior,  $x_u$ , que encierren la raíz, de forma tal que la función cambie de signo en el intervalo. Esto se verifica comprobando que  $f(x_l) f(x_u) < 0$ .

**Paso 2:** Una aproximación de la raíz  $x_r$  se determina mediante:

$$x_r = \frac{(x_l + x_u)}{2} \quad \text{A- 13}$$

**Paso 3:** Realice las siguientes evaluaciones para determinar en qué subintervalo está la raíz:

- Si  $f(x_l)f(x_r) < 0$ , entonces la raíz se encuentra dentro del subintervalo inferior o izquierdo. Por lo tanto, haga  $x_u = x_r$  y vuelva al paso 2.
- Si  $f(x_l)f(x_r) > 0$ , entonces la raíz se encuentra dentro del subintervalo superior o derecho. Por lo tanto, haga  $x_l = x_r$  y vuelva al paso 2.
- Si  $f(x_l)f(x_r) = 0$ , la raíz es igual a  $x_r$ ; termina el cálculo.

## LA REGLA DEL TRAPECIO

La *regla del trapecio* es la primera de las fórmulas cerradas de integración de Newton-Cotes. Corresponde al caso donde el polinomio de la ecuación es de primer grado:

$$I = \int_a^b f(x) dx \cong \int_a^b f_1(x) dx \quad \text{A- 14}$$

Ya que una línea recta se puede representar como:

$$f_1(x) = f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a) \quad \text{A- 15}$$

El área bajo esta línea recta es una aproximación de la integral de  $f(x)$  entre los límites  $a$  y  $b$ :

$$I = \int_a^b \left[ f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a} (x - a) \right] dx \quad A-16$$

El resultado de la integración es

$$I = (b - a) \frac{f(a) + f(b)}{2} \quad A-17$$

que se denomina *regla del trapecio*.

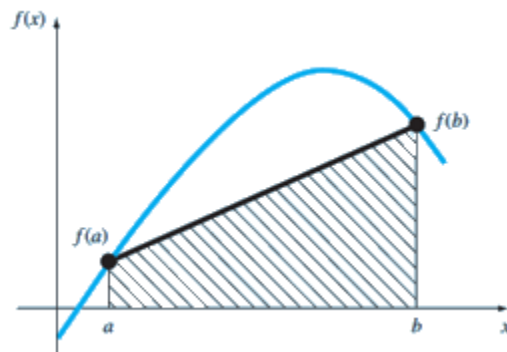


Figura A.4 Representación gráfica de la regla del trapecio.