



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VI CURSO INTERNACIONAL DE
SISTEMAS ELÉCTRICOS
DE POTENCIA**

MÓDULO II

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA II

TEMA:

**ESTABILIDAD DE SISTEMAS
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

1997

ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

CONTENIDO:

- 1 El problema de la estabilidad (FMC).
 - 2 Máquina Síncrona (FMC).
 - 3 Estabilidad transitoria. Máquina-bus infinito (FMC).
 - 4 Método de las áreas iguales (JLHG).

 - 5 Métodos de solución numérica (FMC).
 - 6 Sistemas multimáquina (JLHG).
 - 7 Estabilidad en estado estable (FMC).
 - 8 Estabilidad dinámica (JLHG).
- Conclusiones.

EXPOSITORES:

FMC - Ing. Felipe Martínez Cruz
Cía. de Luz y Fuerza del Centro, S.A.

JLHG - José Leonel Hernández Grimaldo
Cía. de Luz y Fuerza del Centro, S.A.

1 EL PROBLEMA DE LA ESTABILIDAD

1.1 ESTADO ESTABLE Y ESTADO DINAMICO.

El análisis de los sistemas de potencia implica el cálculo de algunas variables de la red, como voltajes, corrientes, potencias activa y reactiva, frecuencias, etc., bajo un conjunto de condiciones dadas. La figura 1.1 presenta una organización de los estudios sobre sistemas de potencia. La clase de problemas localizados en la parte izquierda de la figura son llamados de estado estable o régimen permanente (steady state) porque en ellos las magnitudes eléctricas del sistema son prácticamente constantes; en este caso la solución se obtiene mediante ecuaciones algebraicas. Esto no significa que el sistema esté estático o inalterable en el momento para el cual se obtiene la solución.

Por el contrario, el sistema puede sufrir cambios bruscos, por ejemplo, una condición de falla. El punto es que resulta mucho más fácil resolver ecuaciones algebraicas que ecuaciones diferenciales. Se ha aprendido a hacer buen uso de las soluciones en estado estable en la planeación del sistema y al determinar la protección de éste. Esto es semejante a tomar un grupo de fotografías del sistema bajo ciertas condiciones específicas. A partir de estas fotografías se pueden diseñar expansiones del sistema y esquemas de protección, y puede uno aprender bastante acerca de las debilidades y fortalezas del sistema.

En los problemas dinámicos mostrados en la parte derecha de la figura 1.1, se hace necesario resolver un grupo de ecuaciones diferenciales para determinar el comportamiento de voltajes, corrientes y otras variables como una función del tiempo.

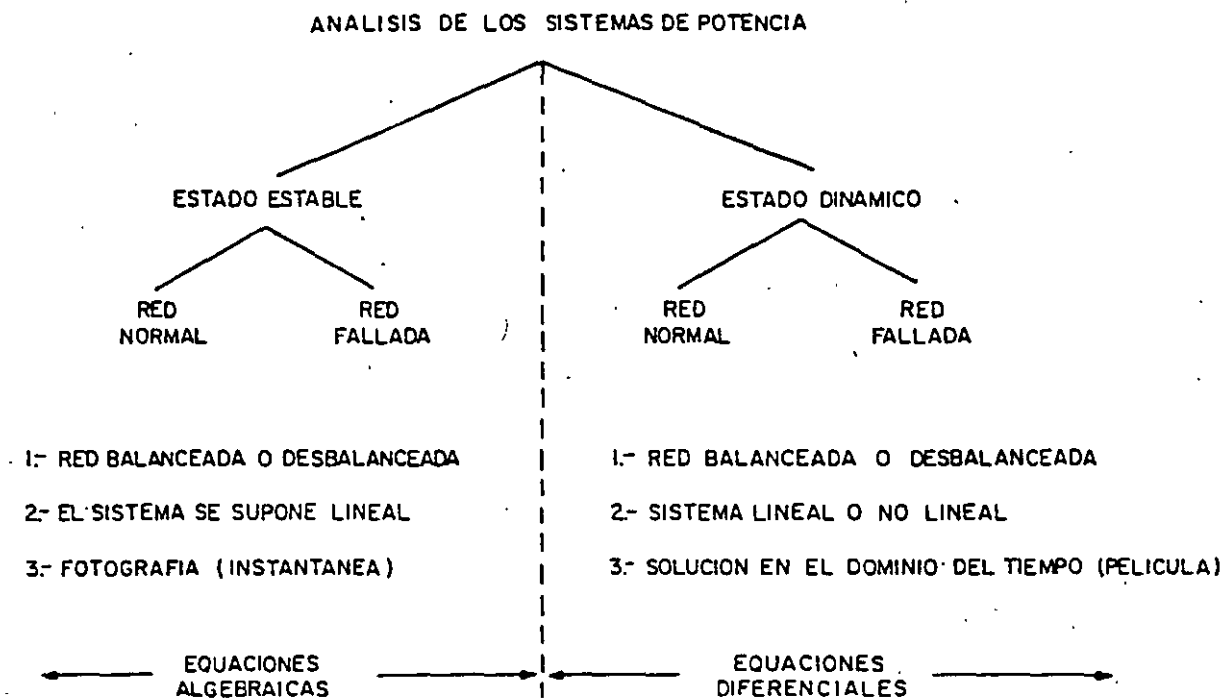


Figura 1.1 Organización de los estudios sobre sistemas de potencia.

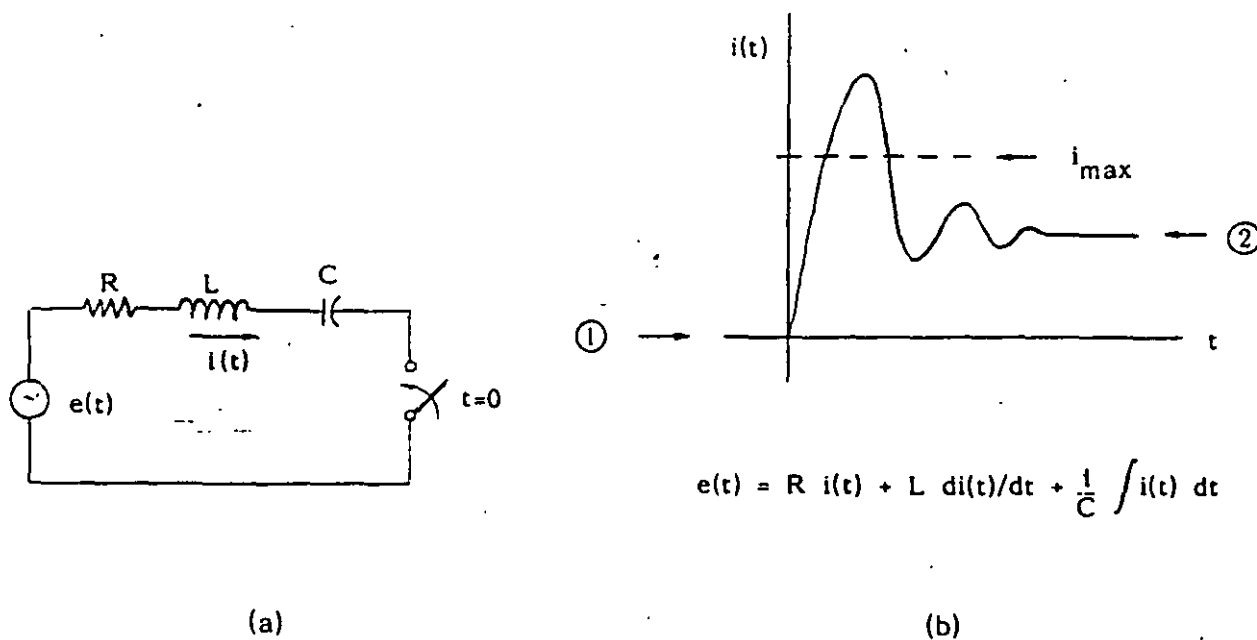


Figura 1.2 Estado transitorio de un circuito eléctrico.

$$e(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

Aunque los estudios en régimen permanente son muy útiles, con ellos no es posible reproducir y detectar condiciones especiales entre dos estados de operación del sistema, las cuales pudieran ser críticas. Esto solo se logra con los estudios dinámicos. A manera de analogía, se presenta el siguiente ejemplo: un circuito serie RLC, como el mostrado en la figura 1.2(a), se energiza en el tiempo $t=0$; después de que el transitorio ocurre, la corriente se estabiliza en un cierto valor. Si lo que uno desea es calcular el valor de estado estable de la corriente, basta con aplicar la ley de Ohm para fasores e impedancias, siendo ésta una ecuación algebraica. Pero si lo que uno desea es conocer el valor instantáneo de la corriente y determinar si rebasó cierto valor crítico $i_{m\acute{a}x}$, es necesario resolver la ecuación diferencial del circuito. La figura 1.2(b) ilustra de manera objetiva lo explicado.

La figura 1.3 muestra el conjunto de estudios dinámicos que generalmente se realiza para los sistemas de potencia, haciéndose hincapié en la diferencia de tiempos o velocidades de ocurrencia. Dentro de estos fenómenos se incluyen los llamados "problemas o estudios de estabilidad", los cuáles aparecen marcados con un asterisco.

Los estudios de estado estable y los estudios dinámicos son generalmente de una gran dimensión para el caso de los sistemas de potencia. Redes de pocos cientos de nodos y con varias decenas de generadores son muy comunes, ello hace que estos problemas deban orientarse a soluciones computacionales.

1.2 ESTABLECIMIENTO DEL PROBLEMA.

El problema de la estabilidad consiste en estudiar el comportamiento de las máquinas después de que en el sistema ocurre un disturbio. El disturbio puede ser pequeño, como la variación normal de la carga o mayor, como el disparo de un generador, la falla en una línea, etc.

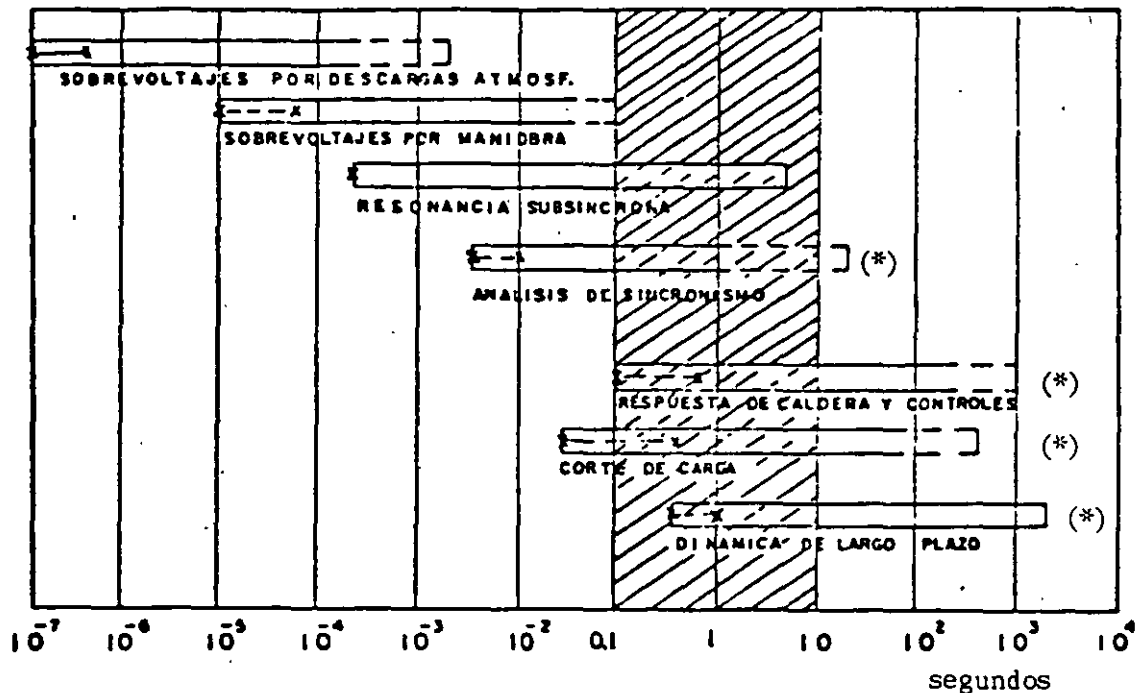


Figura 1.3 Clasificación de los estudios dinámicos.

Si el sistema es estable ante cierto disturbio, todas sus máquinas permanecerán en sincronismo, es decir, seguirán operando en paralelo y a la misma velocidad.

El periodo transitorio o dinámico siguiente al disturbio es oscilatorio por naturaleza, pero si el sistema es estable, estas oscilaciones se amortiguarán hasta dar origen a una nueva condición normal de operación. La figura 1.4 muestra, por ejemplo, la manera en que varía la frecuencia en varios puntos del Sistema Interconectado Mexicano después de cierto disturbio.

Los conceptos anteriores permiten plantear una primera definición de estabilidad de un sistema eléctrico:

"Si la respuesta oscilatoria de un sistema de potencia, durante el periodo transitorio posterior a cierto disturbio es amortiguada y el sistema alcanza en un tiempo finito una nueva condición normal de operación, se dice que el sistema es estable".

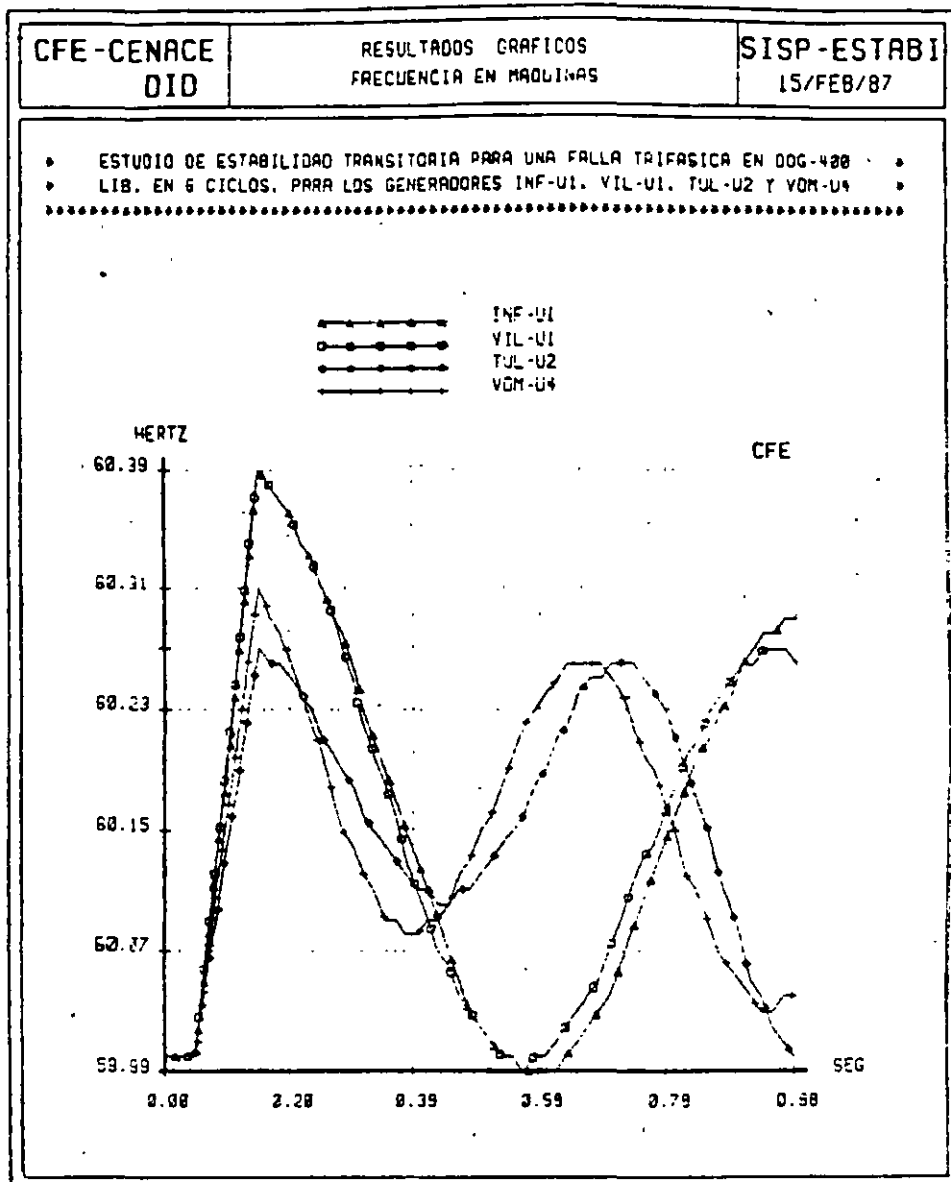


Figura 1.4 Comportamiento de la frecuencia en varios puntos del sistema después de una falla trifásica.

1.3 CLASIFICACION DE LOS ESTUDIOS DE ESTABILIDAD.

Los estudios de estabilidad pueden ser de tres tipos:

- a).- Estabilidad transitoria.
- b).- Estabilidad en régimen permanente o estado estable.
- c).- Estabilidad dinámica.

A continuación se da una breve descripción de cada uno de ellos.

Estabilidad transitoria.- Los estudios de estabilidad transitoria tienen por objeto analizar el sincronismo de las máquinas de un sistema de potencia después de un disturbio mayor. El criterio de estabilidad consiste en verificar si el desplazamiento angular relativo entre los rotóres de los generadores no crece indefinidamente. El tiempo de estudio comprende desde el instante del disturbio hasta unos 2 segundos. Dada la rapidez del fenómeno, generalmente se desprecia el efecto de los controles de velocidad y de voltaje de los generadores.

Estabilidad en estado estable.- Estos estudios permiten determinar la máxima transferencia de potencia que puede realizarse entre dos puntos del sistema. Su metodología se basa en considerar pequeños disturbios y determinar su efecto en la operación síncrona del sistema. En este tipo de estudios se supone que la acción de los controles ya tuvo lugar, con el fin de no considerar el estado transitorio o dinámico entre el estado inicial y el estado final.

Estabilidad dinámica.- Los estudios de estabilidad dinámica tienen la finalidad de analizar el comportamiento de las principales variables del sistema después de un disturbio, sobretodo la frecuencia. El resultado del disturbio son oscilaciones con frecuencias típicas de 2 a 4 hertz. En este tipo de estudios es fundamental incluir la respuesta de los controles de velocidad y de voltaje de las máquinas del sistema. Si las oscilaciones producidas por el disturbio se amortiguan por la acción de los controles, se dice que el sistema es dinámicamente estable.

1.4 METODOS DE SOLUCION.

Los estudios de estabilidad se resuelven principalmente mediante las técnicas siguientes:

- a).- Métodos gráficos.
- b).- Simulación digital.
- c).- Simulación analógica.
- d).- Simulación híbrida.

Las técnicas más utilizadas son las dos primeras, por lo que a continuación se explican éstas con mayor detalle.

Métodos gráficos.

En el caso de la estabilidad transitoria se utiliza con cierta frecuencia el método de la áreas iguales, el cual consiste básicamente en investigar si el área de aceleración es igual al área de desaceleración. Para ello se hace uso de las curvas "potencia-ángulo", las que se explicarán en los capítulos siguientes.

Por otro lado, en los estudios de estabilidad en estado estable se utiliza ampliamente el diagrama de Clarke, que permite obtener gráficamente los voltajes internos de las máquinas, valores que son necesarios para determinar el límite de estabilidad.

Simulación digital.

Si se estudia un sistema de potencia con bastantes máquinas, líneas y cargas y se trata de reproducir los efectos de un cierto disturbio, puede pensarse que el problema es de difícil solución. Afortunadamente, las constantes de tiempo de los diferentes componentes del sistema son apreciablemente diferentes, permitiendo que uno se concentre sólo en ciertos elementos clave que afectan el transitorio y el área bajo estudio.

El primer paso consiste en establecer un modelo del sistema para el estado dinámico. Los elementos incluidos en el modelo serán aquellos que afecten la aceleración o desaceleración de los rotores de las máquinas. La complejidad del modelo dependerá del tipo de transitorio y del sistema bajo estudio. Generalmente, los componentes del sistema que afectan los pares eléctricos y mecánicos de las máquinas deben incluirse en el modelo. Estos componentes son:

- 1.- La red (antes, durante y después del disturbio).
- 2.- Las cargas y sus características.
- 3.- Los parámetros de las máquinas síncronas.
- 4.- El sistema de excitación de las máquinas.
- 5.- Las turbinas y su regulador de velocidad.

Así, los ingredientes principales para la solución son: el conocimiento de las condiciones iniciales del sistema antes del disturbio y la descripción matemática de los principales componentes del sistema que afectan el comportamiento dinámico de las máquinas síncronas.

Las ecuaciones diferenciales que resultan del planteamiento matemático se resuelven mediante métodos numéricos, haciendo uso de la computadora digital.

La aparición de la computadora digital en los inicios de los años 50's y su aplicación a los problemas dinámicos de los sistemas de potencia desde el año de 1959, han permitido realizar análisis más completos, más precisos y de mayor magnitud, estimulando el desarrollo de nuevas técnicas de solución y mejorando los conceptos teóricos y filosóficos del comportamiento dinámico de los sistemas eléctricos.

2 MAQUINA SINCRONA

Los generadores síncronos, transformadores y líneas de transmisión constituyen los elementos fundamentales de un sistema eléctrico de potencia. De ellos, la máquina síncrona es el dispositivo más complejo. Esto se debe a que en la máquina se presentan fenómenos eléctricos, magnéticos y mecánicos, todos ellos interrelacionados. Por ejemplo, el campo magnético de la máquina es una variable que depende del tiempo y del espacio debido al movimiento del rotor y a la irregularidad del entrehierro, provocando que las inductancias propias y mutuas de sus devanados no sean constantes como en los transformadores y en las líneas de transmisión.

2.1 CONFIGURACION DE LA MAQUINA.

Una máquina síncrona está formada por dos partes fundamentales: una fija, llamada estator y una móvil, conocida como rotor. En ellas se alojan seis devanados:

- Tres en el estator, uno para cada fase. Estos devanados son idénticos y están simétricamente distribuidos; son de corriente alterna y se conectan al sistema eléctrico.
- Otro en el rotor, llamado "devanado de campo". Este devanado se excita con corriente directa proveniente de una fuente externa y es el que va a inducir las fuerzas electromotrices (fems) en los devanados del estator, al producirse el movimiento del rotor.

Este capítulo es un resumen, con algunas aportaciones personales, obtenido de varias referencias entre las que destaca la siguiente: ELECTRIC ENERGY SYSTEM THEORY de O. L. Elgerd. FMC-880920.

- Dos devanados más en el rotor, uno en cada cabeza polar. Estos, reciben el nombre de "devanados amortiguadores" y están constituidos por barras cortocircuitadas, en las que solo se inducen fems cuando se presenta en la máquina una velocidad diferente a la síncrona.

La figura 2.1 muestra de manera esquemática la disposición física de estos devanados.

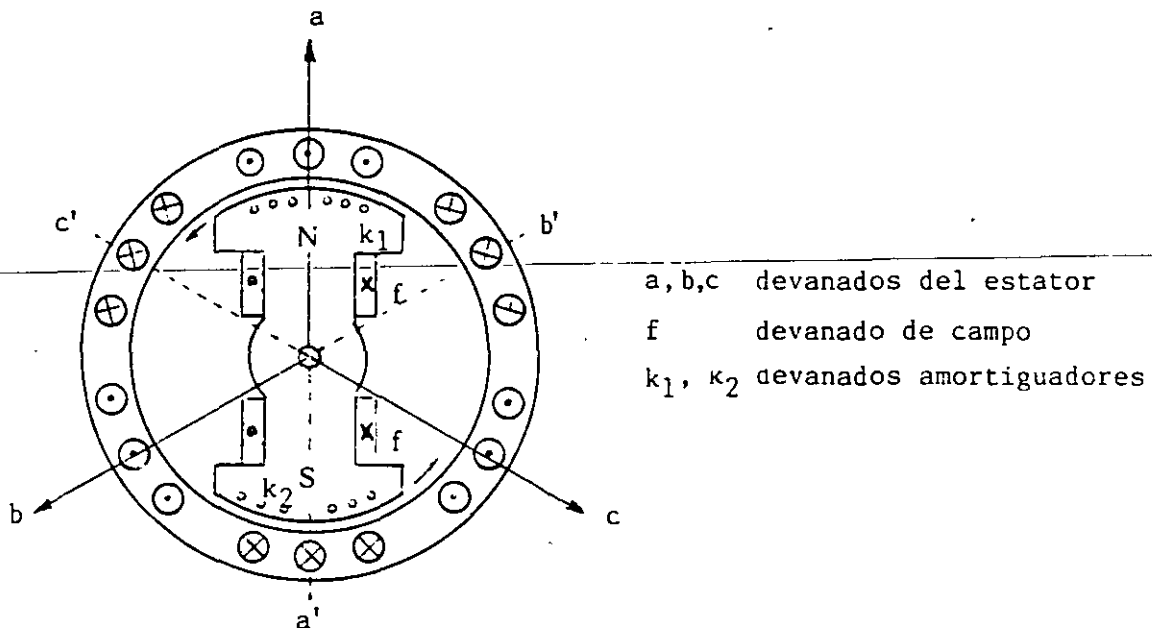


Figura 2.1 Devanados de una máquina síncrona.

2.2 LA MAQUINA SINCRONA Y EL SISTEMA ELECTRICO.

Si la máquina opera como generador, lo cual ocurre generalmente, el rotor es impulsado por un primotor; por ejemplo, una turbina de vapor o una turbina hidráulica.

Un generador síncrono puede operar alimentando una sola carga o en paralelo con otros generadores en una gran red; esto último es también lo más común. En la figura 2.2 se tiene un conjunto de n generadores conectados al sistema. El k-ésimo generador suministra al sistema su potencia

compleja $S_k = P_k + jQ_k$. En las terminales de la máquina se mantiene el voltaje en un valor $|V_k|$ y el sistema en su conjunto funciona en sincronía a la frecuencia f .

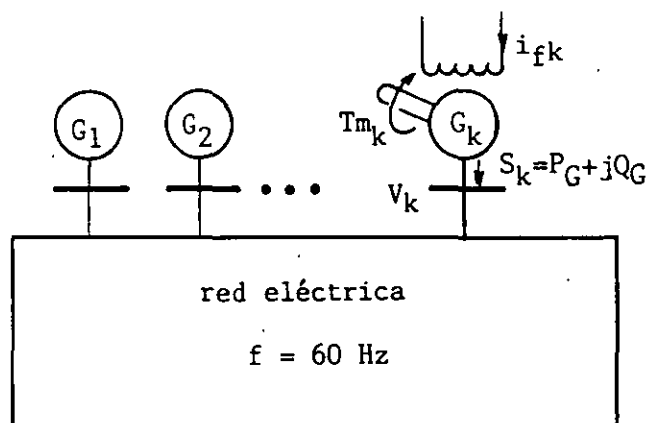
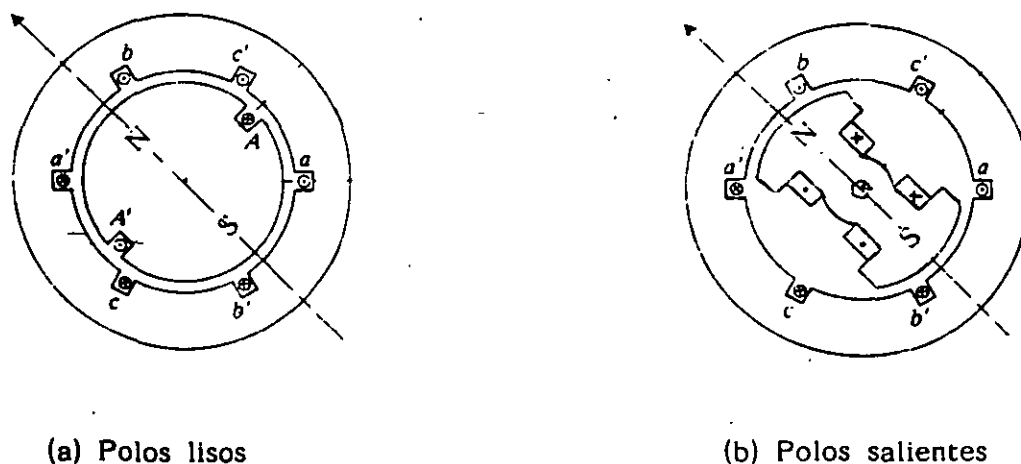


Figura 2.2 Típica operación en paralelo de n generadores.

Existen dos tipos de generadores síncronos, los de polos lisos y aquéllos de polos salientes. Los primeros se usan en velocidades altas, como los turbogeneradores que operan a unas 3600 rpm; los segundos, se utilizan en bajas velocidades, como los hidrogeneradores que operan a unas 400 rpm. La figura 2.3 muestra las diferencias fundamentales de estos dos tipos de máquinas.



(a) Polos lisos

(b) Polos salientes

Figura 2.3 Tipos de máquinas síncronas.

La ecuación que relaciona la velocidad de operación de las máquinas con la frecuencia del sistema es:

$$\omega_m = \frac{120 f}{p} \quad (2.1)$$

Donde:

- ω_m = velocidad (mecánica) de rotación, en rpm
- f = frecuencia del sistema, en hertz
- p = No. de polos de la máquina.

Así, si una máquina de dos polos se conecta a un sistema de 60 hertz, ésta debe girar a 3600 rpm.

Por último, la irregularidad del entrehierro entre el rotor y el estator en las máquinas de polos salientes, recibe el nombre de "saliencia", término que se utilizará más adelante.

2.3 CONTROL DE LAS MAQUINAS SINCRONAS.

Es útil analizar el comportamiento cualitativo de la máquina síncrona antes de intentar abordar sus modelos matemáticos.

Cada máquina del sistema puede controlarse mediante dos variables: la corriente de campo del rotor y el par mecánico del primotor T_m . Cuando una o ambas variables son alteradas, generalmente se producen cambios en las cuatro variables de salida: potencia activa generada P_G , potencia reactiva generada Q_G , voltaje terminal $|V|$ y la frecuencia de operación f. Esta interrelación se muestra en la figura 2.4.

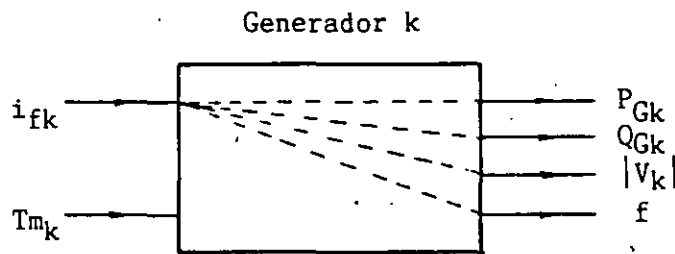


Figura 2.4 Variables de entrada y salida de un generador síncrono.

Desde el punto de vista del sistema, sería deseable tener un comportamiento no interactivo, de tal modo que al manipular una variable de entrada se produjera el cambio en solo una variable de salida. Esto generalmente no es posible. En primer lugar, porque se tienen cuatro variables de salida y solo dos de entrada; además, el comportamiento físico inherente de la máquina es tal que se presenta cierto acoplamiento entre las variables de entrada y las de salida. El grado de acoplamiento dependerá fundamentalmente de la magnitud del sistema. El mejor grado de desacoplamiento se logra cuando el sistema es muy grande, siendo el ideal, el caso denominado "red infinitamente fuerte" o simplemente "bus infinito".

Un bus infinito tiene las siguientes características:

- 1.- Una potencia de cortocircuito disponible infinita.- Lo que equivale a decir que tiene una reactancia de Thevenin igual a cero.
- 2.- Una masa y una inercia, infinitas.
- 3.- Un voltaje y una frecuencia invariables.

En el caso de la conexión de una máquina síncrona a un bus infinito, la frecuencia f del sistema y el voltaje terminal $|V_k|$ son independientes del control de la corriente de campo I_{fk} y el par mecánico de la máquina T_{mk} , y en tal caso las cuatro variables de salida de la figura 2.4 se reducen a dos: la potencia activa P_{Gk} y la potencia reactiva Q_{Gk} . En este caso particular, la condición de desacoplamiento casi está satisfecha. El manejo

de la corriente de campo afectará sólo a la potencia reactiva generada, mientras que un cambio en el par mecánico iniciado por la apertura o cierre de las válvulas de vapor o de agua en el primotor, afectará principalmente a la potencia activa generada. El cambio en el par también afectará, en menor medida a la potencia reactiva; es decir se tiene un pequeño acoplamiento entre T_m y Q_G .

El concepto de bus infinito representa un caso extremo del tamaño del sistema. El otro extremo es representado por un solo generador alimentando una carga única. En este caso, supóngase que se incrementa el par mecánico. Lo que sucede a continuación (si no actúan los controles de velocidad y de voltaje) es que la velocidad del rotor aumentará, y por lo tanto la frecuencia. El aumento de velocidad provocará que las fems inducidas en los devanados del estator se incrementen y entonces el voltaje terminal también se elevará. Finalmente, todos estos cambios producirán alteraciones en las potencias activa y reactiva. En resumen, la alteración en el par mecánico produce cambios en las cuatro variables de salida. Algo similar sucede si la alteración se efectúa en la corriente de campo.

Si en este último caso se considera la respuesta de los controles, la historia es muy diferente. La figura 2.5 servirá de auxiliar para la explicación. El regulador automático de voltaje (RAV) es el encargado de controlar el voltaje terminal del generador síncrono; su funcionamiento de una manera resumida, es el siguiente: cuando el voltaje terminal (medido a través de un transformador de potencial) es diferente a un cierto valor de referencia, se genera una señal que se envía a la fuente de corriente directa para ajustar el valor de la corriente de campo. Si el voltaje era mayor al deseado, el resultado de la acción del regulador automático de voltaje es una disminución de la corriente de campo.

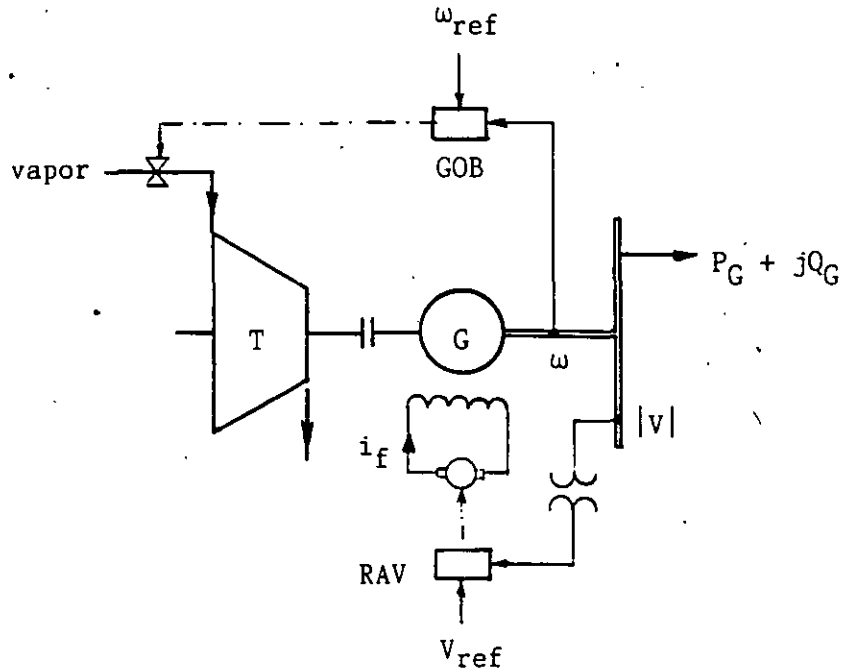


Figura 2.5 Controles de una máquina síncrona.

El gobernador o control de velocidad de una máquina síncrona, es el encargado por un lado, de mantener la velocidad de la máquina en un valor constante, y por el otro, variar la potencia activa de salida P_G . Funciona de manera similar al regulador de voltaje. Si la velocidad de rotación de la máquina es diferente a cierta velocidad de referencia, se generará una señal que abrirá o cerrará las válvulas de vapor o de agua para ajustar el par mecánico. Si la velocidad era menor a la deseada, el gobernador mandará abrir las válvulas para permitir la entrada de más vapor o de más agua.

Para el caso de una máquina conectada a un bus infinito ya se explicó que al cambiar el par mecánico, no se altera la velocidad, pero sí se varía la potencia activa generada. Por lo tanto, para aumentar o disminuir la potencia activa de salida, tendrá que manipularse el gobernador hasta lograr la apertura o cierre de válvulas, respectivamente.

2.4 ECUACIONES FUNDAMENTALES DE LA MAQUINA SINCRONA.

a) Planteamiento.

Existen básicamente dos formas de expresar las ecuaciones de una máquina síncrona: en términos de los enlaces de flujos (ψ) de cada devanado, o en función de los voltajes en los mismos. Aquí se seguirá esta última.

Las ecuaciones que se presentarán parten de las siguientes consideraciones fundamentales:

1.- Se supone que la máquina es magnéticamente lineal; esto significa que se desprecia la saturación del circuito magnético.

2.- Se supone que la máquina se puede representar como un conjunto de circuitos acoplados magnéticamente.

3.- Se desprecia el efecto de los devanados amortiguadores.

4.- Se suponen nulas las resistencias de los devanados.

Después de estos supuestos, la expresión que sirve como punto de partida para el desarrollo de las ecuaciones es:

$$v_{abc} = \frac{d}{dt} [L_{abc}(t)] i_{abc} \quad (2.2)$$

En la ecuación (2.2) la matriz de inductancias $[L_{abc}(t)]$ de 4x4 está formada por las inductancias propias y mutuas de los tres devanados del estator y las del devanado de campo. Todas ellas, a excepción de la inductancia propia del devanado de campo, son dependientes del tiempo, debido al movimiento del rotor y a la saliencia de la máquina.

Para resolver este problema se utiliza una herramienta matemática llamada transformación de Blondel, la cual ha sido aplicada por otros autores como Doherty, Park, etc. Esta transformación transporta el problema del marco de referencia "abc" al marco "dqo"; algo similar a lo que sucede cuando se utilizan las componentes simétricas al resolver circuitos trifásicos desbalanceados.

En el marco dqo existen dos ejes: el "eje directo (d)", que coincide con el eje polar, y el "eje en cuadratura (q)" que se localiza en la línea neutra magnética. Ver figura 2.6.

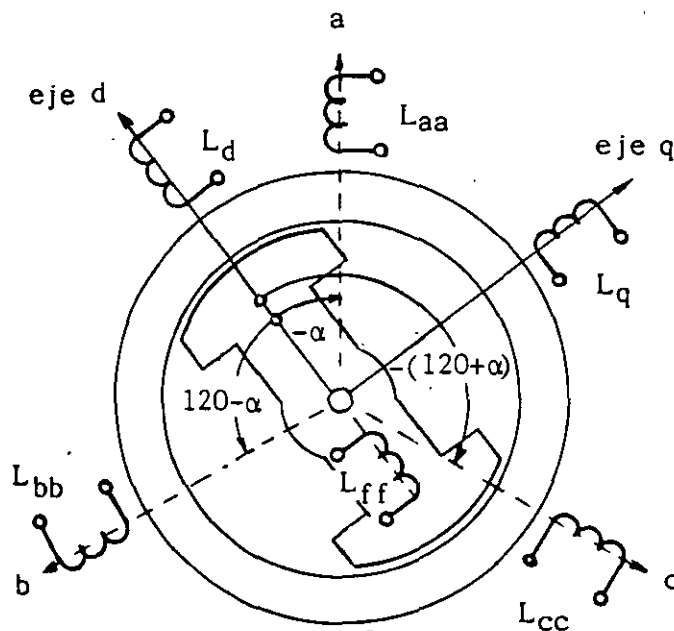


Figura 2.6 Reactancias en los marcos abc y dqo.

La transformación de Blondel simplifica notablemente las ecuaciones, ya que en el marco dqo las inductancias, las corrientes y los voltajes son constantes e independientes de la posición del rotor.

b) El generador con carga balanceada.

Después de establecer la ecuación (2.2) en el marco abc, de aplicar la transformación de Blondel y de expresar en forma fasorial las ecuaciones resultantes para el caso un generador operando con carga trifásica balanceada, se obtienen las siguientes expresiones:

$$V_a = E_a - jX_d I_d - jX_q I_q \quad (2.3)$$

$$I_a = I_d + I_q \quad (2.4)$$

Donde:

$$E_a = \frac{-\omega L_5 i_{f0}}{\sqrt{2}} \quad (2.5)$$

= fem inducida en vacío en la fase a.

$$I_d = j |I| \cos \Psi = \text{corriente de eje directo.} \quad (2.6)$$

$$I_q = -|I| \sin \Psi = \text{corriente de eje en cuadratura.} \quad (2.7)$$

I = Valor máximo de la corriente de cada devanado del estator.

$X_d = \omega L_d$ = reactancia de eje directo.

$X_q = \omega L_q$ = reactancia de eje en cuadratura.

L_5 = Valor máximo de la inductancia mutua entre el devanado de la fase a y el devanado de campo.

i_{f0} = corriente de campo nominal.

Los fasores anteriores se muestran en el diagrama de la figura 2.7. Este diagrama es extremadamente importante, dado que permite obtener de él toda la información esencial relacionada con la operación de una máquina síncrona en condiciones de estado estable equilibrado.

Puesto que existe simetría entre los fasores de cada fase, se ha retirado el subíndice a de los fasores E , V e I . Nótese que el ángulo ϕ es el existente entre el voltaje terminal y la corriente.

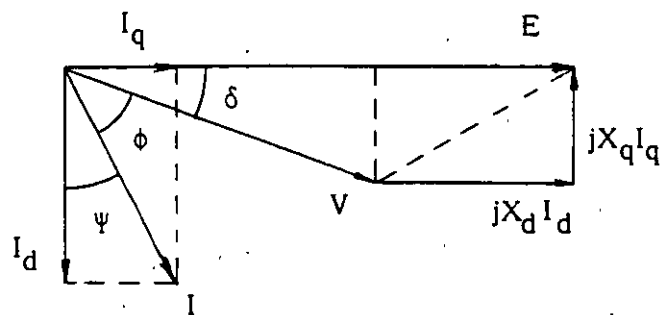


Figura 2.7 Diagrama fasorial de la máquina síncrona en condiciones balanceadas.

c) Potencia activa generada.

Las potencias activa y reactiva entregadas al sistema por un generador síncrono están dadas por:

$$P_G = |V| |I| \cos \phi \quad (2.8)$$

$$Q_G = |V| |I| \sen \phi \quad (2.9)$$

Donde V , I y ϕ están definidos en el diagrama fasorial anterior. P_G y Q_G se consideran positivas si salen del generador hacia el sistema. Del diagrama fasorial:

$$|E| - |I_d| X_d = |V| \cos \delta \quad (2.10.a)$$

$$|I_q| X_q = |V| \sen \delta \quad (2.10.b)$$

$$|I_q| = |I| \sen \psi \quad (2.11.a)$$

$$|I_d| = |I| \cos \psi \quad (2.11.b)$$

$$\phi + \delta + \psi = 90^\circ \quad (2.12)$$

De la ecuación (2.12) se deriva:

$$\cos \phi = \sen \psi \cos \delta + \cos \psi \sen \delta, \text{ por lo tanto:}$$

$$|I| \cos \phi = |I| \sen \psi \cos \delta + |I| \cos \psi \sen \delta \quad (2.13)$$

Haciendo uso de las ecuaciones (2.11), se tiene:

$$|I| \cos \phi = |I_q| \cos \delta + |I_d| \sin \delta \quad (2.14)$$

Sustituyendo (2.14) en (2.8):

$$P_G = |V| |I_q| \cos \delta + |V| |I_d| \sin \delta \quad (2.15)$$

Despejando las corrientes de las ecuaciones (2.10):

$$|I_d| = \frac{|E| - |V| \cos \delta}{X_d} \quad (2.16)$$

$$|I_q| = \frac{|V| \sin \delta}{X_q} \quad (2.17)$$

Sustituyendo (2.16) y (2.17) en (2.15):

$$P_G = |V| \cos \delta \left[\frac{|V| \sin \delta}{X_q} \right] + |V| \sin \delta \left[\frac{|E| - |V| \cos \delta}{X_d} \right]$$

$$= \frac{|V|^2 \cos \delta \sin \delta}{X_q} + \frac{|E| |V|}{X_d} \sin \delta - \frac{|V|^2 \cos \delta \sin \delta}{X_d}$$

$$P_G = \frac{|E| |V|}{X_d} \sin \delta + \frac{|V|^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta \quad (2.18)$$

ya que $\cos \delta \sin \delta = 1/2 \sin 2\delta$.

Se concluye que para todo propósito práctico, P_G es función únicamente del ángulo de carga δ , existente entre los fasores E y V . Esto se debe a que el voltaje terminal $|V|$ puede suponerse constante si la red es razonablemente grande y $|E|$, la fem inducida, es constante si se mantiene la corriente de campo en un valor fijo.

d) Reactancias típicas.

Si las reactancias de una máquina síncrona se expresan en por unidad de sus valores nominales, se obtienen valores semejantes para cada reactancia, independientemente de la capacidad de la máquina.

La tabla 2.1 muestra los valores de las reactancias principales para los diferentes tipos de máquinas síncronas: las reactancias síncronas de eje directo (X_d) y de eje en cuadratura (X_q); la reactancia transitoria de eje directo (X'_d), la reactancia subtransitoria de eje directo (X''_d), la reactancia de secuencia negativa (X_2) y la reactancia de secuencia cero (X_0).

TABLA 2.1
Reactancias típicas de máquinas síncronas en p.u.

Reactancia	Motores Síncronos	Condensadores Síncronos	Hidro- generadores	Turbo- generadores
X_d	1.00	1.60	1.00	1.15
X_q	0.75	1.00	0.65	1.00
X'_d	0.30	0.40	0.30	0.15
X''_d	0.20	0.25	0.20	0.10
X_2	0.25	0.25	0.20	0.13
X_0	0.06	0.08	0.07	0.04

2.5 MODELO CLASICO DE LA MAQUINA SINCRONA.

Consideración No. 5.- Si se supone que la máquina es de polos lisos, o bien, de polos salientes, pero se ignora el efecto de la saliencia, se tiene que $X_d = X_q$.

En estas condiciones, se obtiene lo que se conoce como el modelo clásico de la máquina síncrona. En este contexto, la ecuación (2.18) se convierte en:

$$P_G = \frac{|E||V|}{X_d} \operatorname{sen} \delta \quad (2.19)$$

Si siguiendo un procedimiento similar al usado para deducir la ecuación (2.18), y considerando saliencia despreciable, es posible obtener una expresión para la potencia reactiva Q_G . El resultado es:

$$Q_G = \frac{|E||V|}{X_d} \cos \delta - \frac{|V|^2}{X_d} \quad (2.20)$$

Por otro lado, si $X_d = X_q$, la ecuación (2.3) se transforma en:

$$V = E - j X_d (I_d + I_q) = E - j X_d I \quad (2.21)$$

El diagrama fasorial en estas condiciones se simplifica notablemente, como se observa en la figura 2.8.

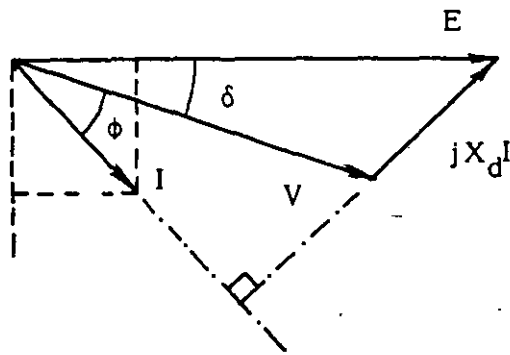


Figura 2.8 Diagrama fasorial para generadores síncronos de polos lisos.

El comportamiento de la máquina descrito por la ecuación (2.21) y el diagrama fasorial de la figura 2.8, es posible reproducirlo mediante un circuito equivalente sumamente simple. Ver figura 2.9.

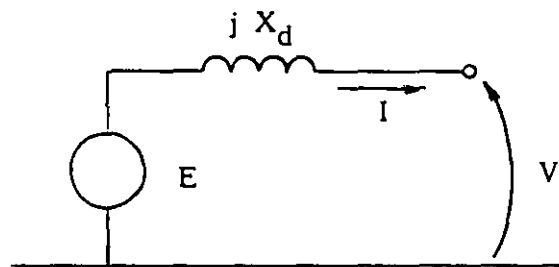


Figura 2.9 Circuito equivalente del generador de polos lisos.

2.6 OPERACION DE LA MAQUINA SINCRONA.

a) Modos de operación.

Las máquinas síncronas tienen tres modos de operación: como generador, cuando la potencia activa va de la máquina al sistema; como condensador síncrono, si la potencia activa es cero, o bien, como motor si la potencia activa va del sistema a la máquina.

Por lo que se refiere a la potencia reactiva, la máquina síncrona tiene dos posibilidades de operación: como capacitor o generador de reactivos, si la máquina entrega potencia reactiva al sistema; o bien, como inductancia o consumidor de reactivos, si absorbe potencia reactiva del sistema.

Es común usar los símbolos (\rightarrow) (\leftrightarrow) para indicar el sentido de la potencia activa y el de la potencia reactiva respectivamente; la figura 2.10 resume los diferentes modos de operación de una máquina síncrona, aclarando que en general los generadores, los condensadores y los motores síncronos, tienen características constructivas diferentes.

	GENERADOR	CONDENSADOR SINCRONO	MOTOR
CAPACITOR (entregando)			
INDUCTANCIA (absorbiendo)			

Figura 2.10 Modos de operación de una máquina síncrona.

b) Límites de operación.

Una "curva de capacidad" o carta de operación de un generador síncrono es una gráfica que contiene una serie de puntos (P,Q), que en conjunto constituyen los límites de funcionamiento de una máquina síncrona. Este documento es un auxiliar de gran utilidad, tanto para el personal de operación de la planta generadora, como para el personal de control y despacho que opera el sistema de potencia.

La figura 2.11 muestra una curva de capacidad típica, en la que pueden observarse los cuatro límites de un generador síncrono:

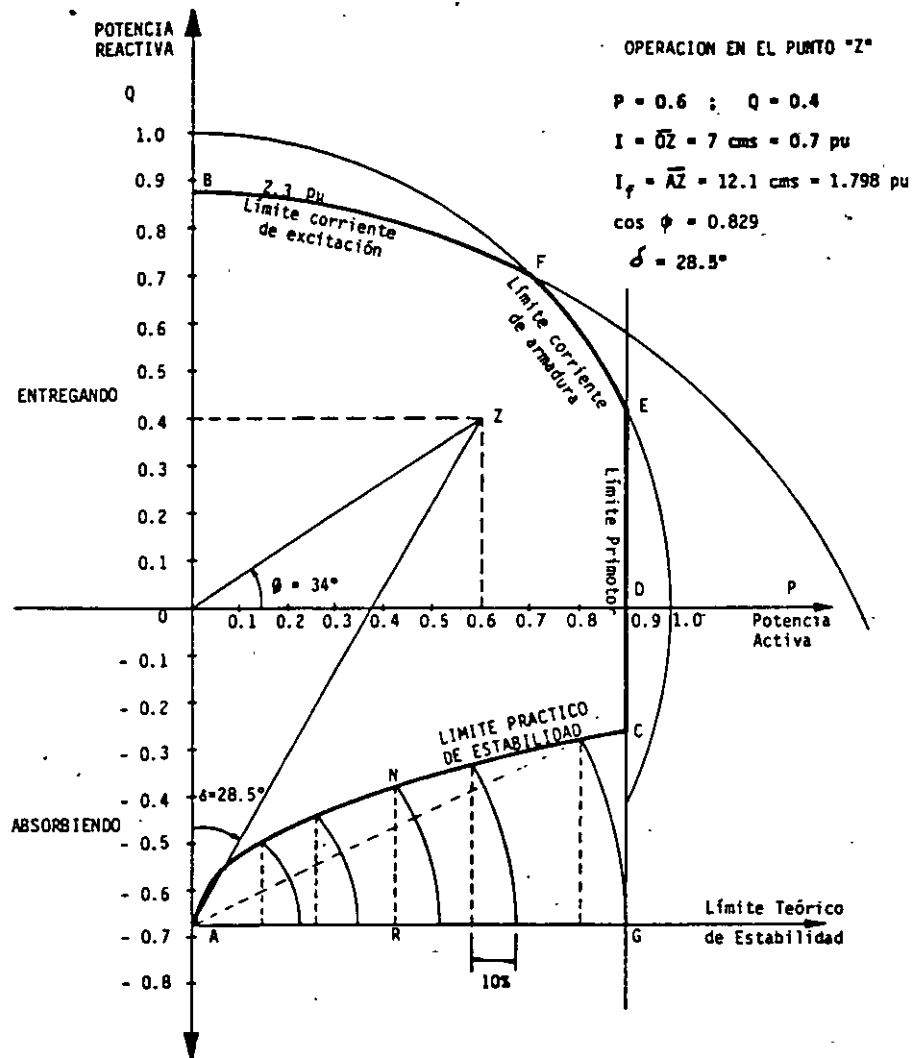


Figura 2.11 Curva de capacidad para un generador de rotor cilíndrico.

1) Arco BF - Límite por calentamiento en el rotor provocado por la corriente de campo o corriente de excitación.

2) Arco FE - Límite por calentamiento en el estator, provocado por la corriente de armadura.

3) Segmento EC - Límite por capacidad mecánica del primotor.

4) Arco CA - Límite por estabilidad de la máquina.

El área acotada por estos cuatro límites y el eje de las ordenadas, constituye la región permitida para operar el generador síncrono, dando lugar a una gran cantidad de combinaciones posibles (P,Q).

2.7 EJERCICIOS

Para finalizar el capítulo se presentan dos ejemplos numéricos que ilustran de manera objetiva el comportamiento de un generador síncrono. En ambos, se supone que la máquina es de polos lisos y está conectada a un gran sistema; esto es con el fin de simplificar los análisis y centrar la atención en los aspectos fundamentales.

Ejemplo 1.- Un generador con 400 MVA, 20 kV y 60 Hz nominales opera inicialmente con un ángulo de carga de 30° y una corriente de excitación tal que la fem inducida es de 1.25 pu. Si sus reactancias X_d y X_q son de 1.0 pu, determinar:

- P_G y Q_G para las condiciones iniciales.
- P_G y Q_G si se modifica la corriente de excitación de tal modo que la fem inducida se reduce a 0.7 pu.
- Mostrar el efecto del cambio de excitación mediante curvas "potencia-ángulo" y de diagramas fasoriales.

SOLUCION

- $S_r = 400 \text{ MVA}$
 $V_r = 20 \text{ kv} = 1.0 \text{ pu}$
 $\delta = 30^\circ$
 $|E| = 1.25 \text{ pu} = 1.25 \times 20 = 25 \text{ kV}$

Mediante las ecuaciones (2.19) y (2.20) de este capítulo y trabajando con valores por unidad, se tiene:

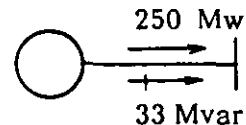
$$P_G = \frac{1.25 \times 1.0}{1.0} \sin 30^\circ = 0.625 \text{ pu}$$

$$Q_G = \frac{1.25 \times 1.0}{1.0} \cos 30^\circ - \frac{(1.0)^2}{1.0} = 1.0825 - 1 = 0.0825 \text{ pu}$$

En valores absolutos:

$$P_G = 0.625 \times 400 = 250 \text{ Mw}$$

$$Q_G = 0.0825 \times 400 = + 33 \text{ Mvar}$$

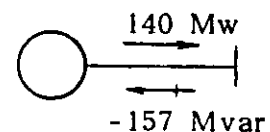


b) CONTROL DE LA EXCITACION

$$|E| = 0.70 \text{ pu}$$

$$P_G = \frac{0.7 \times 1.0}{1.0} \sin 30^\circ = 0.35 \text{ pu} = 140 \text{ Mw}$$

$$Q_G = \frac{0.7 \times 1.0}{1.0} \cos 30^\circ - \frac{(1.0)^2}{1.0} = -0.39 \text{ pu} = -157 \text{ Mvar}$$



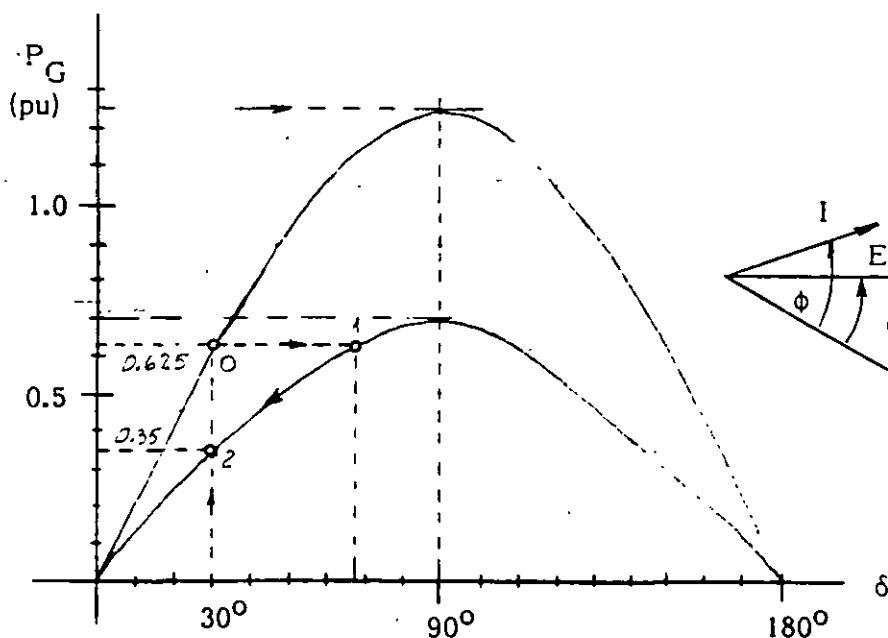
c) Efecto del control de la excitación:

Para el inciso (a):

$$P_{\max} = \frac{|E| |V|}{X_d} \sin 90^\circ = \frac{1.25 \times 1.0}{1.0} = 1.25 \text{ pu}$$

Para el inciso (b):

$$P_{\max} = \frac{0.7 \times 1.0}{1.0} = 0.70 \text{ pu}$$



Ejemplo 2.- El generador del ejemplo 1 está ahora operando con una fem de 1.5 pu y una potencia activa de 0.25 pu. En este caso determinar:

- El ángulo de carga δ y la potencia reactiva Q_G .
- Los mismos valores anteriores, pero después de incrementar el par mecánico al triple.
- Mostrar mediante curvas "potencia-ángulo" y diagramas fasoriales, el resultado del cambio en el par.

SOLUCION

$$|E| = 1.5 \text{ pu}$$

$$P_G = 0.25 \text{ pu} = 100 \text{ Mw}$$

De la ecuación (2.19):

$$\delta = \sin^{-1} \frac{P_G X_d}{|E| |V|} = \sin^{-1} \frac{0.25 \times 1.0}{1.5 \times 1.0} = 9.6^\circ$$

$$Q_G = \frac{1.5 \times 1.0}{1.0} \cos 9.6^\circ - \frac{(1.0)^2}{1.0} = 0.48 \text{ pu} = 192 \text{ Mvar}$$

b) CONTROL DEL PAR MECANICO.

Si T_m aumenta al triple, P_G se incrementa en la misma proporción. Por lo tanto:

$$P_G = 3 \times 0.25 = 0.75 \text{ pu} = 300 \text{ Mw}$$

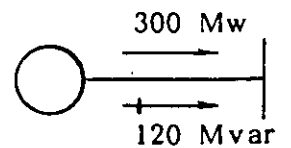
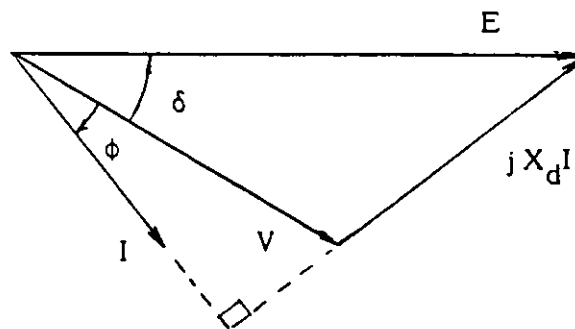
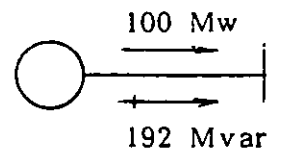
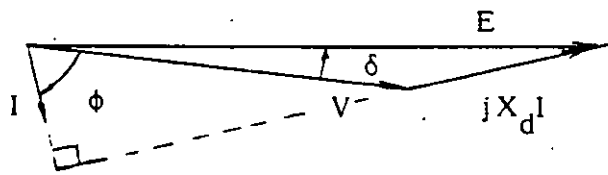
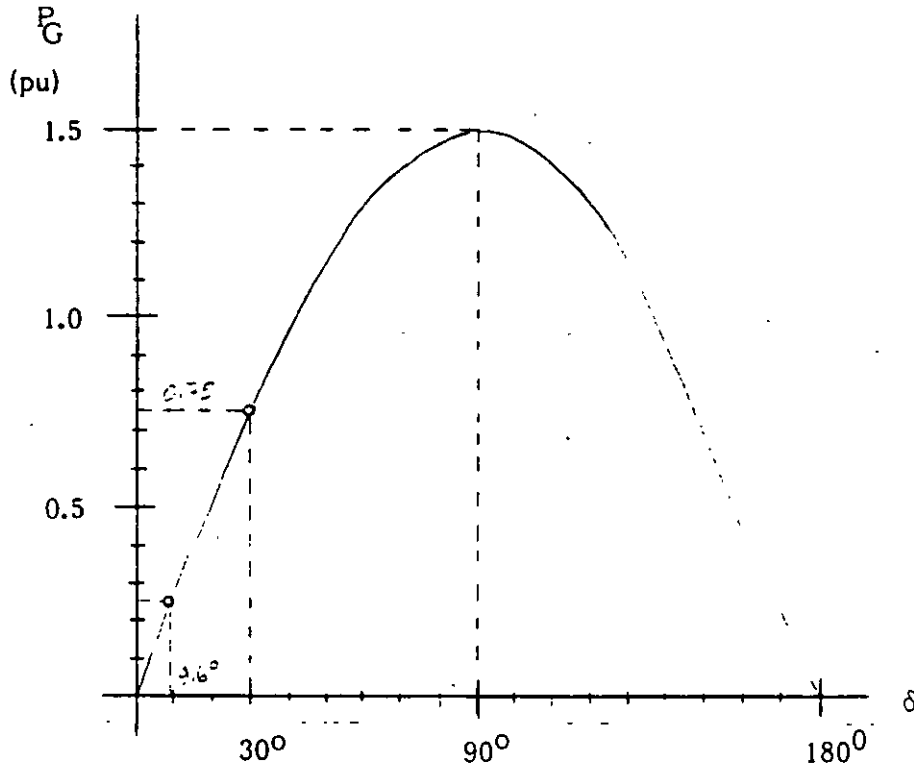
$$\delta = \sin^{-1} \frac{P_G X_d}{|E| |V|} = \sin^{-1} \frac{0.75 \times 1.0}{1.5 \times 1.0} = 30^\circ$$

$$Q_G = \frac{1.5 \times 1.0}{1.0} \cos 30^\circ - \frac{(1.0)^2}{1.0} = 0.30 \text{ pu} = 120 \text{ Mvar}$$

Nótese que la potencia reactiva se redujo de 0.48 a 0.30 pu; es decir, solo el 38%, contra el 200% de cambio en la potencia activa.

C) Efecto del control en el par mecánico.

$$P_{max} = \frac{|E||V|}{X_d} = \frac{1.5 \times 1.0}{1.0} = 1.5 \text{ pu}$$



3 ESTABILIDAD TRANSITORIA. SISTEMA "MAQUINA-BUS INFINITO"

En este capítulo se inicia el análisis de la estabilidad transitoria de un sistema eléctrico de potencia (SEP), llamada también "estabilidad a grandes disturbios" ó "estudios de primera oscilación", que consisten en fenómenos rápidos con duración del orden de 1 segundo. Se introduce también el modelo "máquina-bus infinito", representación simplificada del sistema real, pero que permite obtener conclusiones y resultados con alto grado de aproximación.

3.1 SISTEMA "MAQUINA - BUS INFINITO".

Un SEP está integrado por numerosos generadores síncronos y cargas interconectadas por medio de líneas de transmisión y transformadores. En el comportamiento dinámico del sistema eléctrico interactúan todos los elementos, resultando un problema de gran complejidad por la cantidad de elementos y por el número de ecuaciones necesarias para representarlos.

Sin embargo, es posible simplificar el problema, eliminando el mayor número de componentes y reduciendo al mínimo las ecuaciones representativas de los elementos que permanecen. Con este objetivo en mente, las simplificaciones básicas que dan origen al sistema idealizado llamado "máquina-bus infinito", son:

- 1.- Se eliminan los controles de velocidad y de voltaje de los generadores síncronos, dada la rapidez del fenómeno.
- 2.- Se separa el generador síncrono que se desea estudiar.
- 3.- Se agrupan los generadores restantes y la red eléctrica (líneas, transformadores y cargas), sustituyéndose por un bus infinito (definido en el punto 2.3 de estas notas).

La figura 3.1 muestra gráficamente la simplificación explicada anteriormente. En ella, la barra con pequeñas líneas diagonales representa al bus infinito.

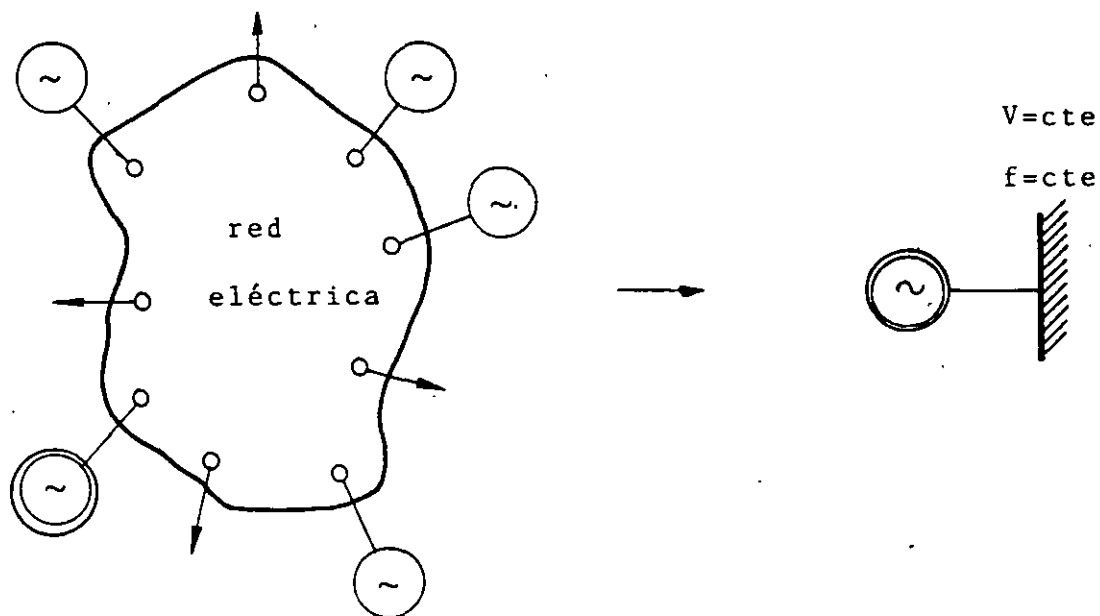


Fig. 3.1 Diagrama esquemático del sistema "máquina - bus infinito"

Este modelo idealizado significa que las unidades generadoras y la red del sistema son de un tamaño bastante mayor que el generador en estudio. Este tamaño relativo evita que eventos que ocurran en la máquina logren afectar el voltaje y la frecuencia del nodo del sistema al cual está conectada.

Es muy amplio el número de problemas que pueden resolverse y la cantidad de conceptos que pueden desarrollarse a partir de este modelo, cuya complejidad está reducida a su mínima expresión.

En el sistema "máquina-bus infinito" pueden también incluirse las líneas y transformadores a través de los cuales se conecta la máquina al sistema, como en el caso mostrado en la figura 3.2.

3.2 DESCRIPCION FISICA DEL FENOMENO DINAMICO.

Antes de incursionar en el análisis cuantitativo del modelo "máquina-bus infinito" se abordará brevemente una descripción del fenómeno dinámico en forma cualitativa.

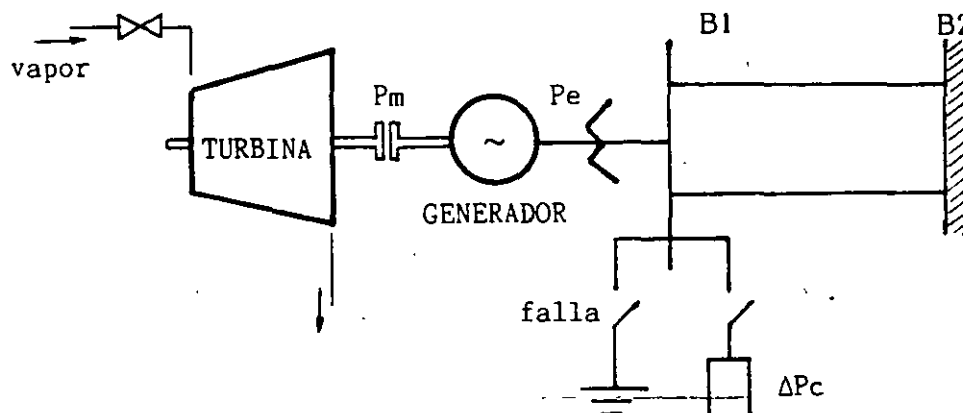


Fig. 3.2 Modelo "máquina-bus infinito" incluyendo primotor y elementos de conexión al sistema.

Cuando en la barra B_1 ocurre un cortocircuito trifásico se presenta la siguiente secuencia de acontecimientos:

- La potencia eléctrica (P_e) de la máquina se hace CERO inmediatamente, ya que el voltaje en ese punto se abate.
- Debido a la lentitud del control de velocidad, se supone que la potencia mecánica (P_m) permanece constante.
- Las masas rodantes de la MS (rotor, excitatriz, flechas, etc.) absorben la potencia mecánica en forma de energía cinética, aumentando su velocidad.
- El ángulo del rotor de la MS crece, pudiéndose presentar la pérdida de sincronismo, si la falla se prolonga indefinidamente.

El fenómeno opuesto ocurre si en lugar de la falla, se conecta la carga ΔP_c .

En estas circunstancias pueden presentarse tres casos importantes:

- 1.- Si $P_m = P_e$ la MS está en equilibrio y el ángulo de carga se mantiene constante.
- 2.- Si $P_m > P_e$ la MS se acelera y el ángulo de carga crece.
- 3.- Si $P_m < P_e$ la MS se desacelera y el ángulo de carga decrece.

3.3. GENERALIZACION DE LA ECUACION POTENCIA-ANGULO.

La potencia eléctrica de salida de una MS está dada por la ecuación (2.19), la cual por su importancia, aquí se repite:

$$P_e = P_G = \frac{|E| |V|}{X_d} \text{ sen } \delta \quad (2.19)$$

Si la fem E es constante, porque el nivel de la corriente de excitación no se ha alterado, y V también, por estar la máquina conectada a un gran sistema, las únicas variables que resultan son el ángulo de carga (δ) y la potencia eléctrica (P_e). Al graficar estas dos variables, se obtiene la llamada curva "potencia - ángulo" mostrada en la figura 3.3.

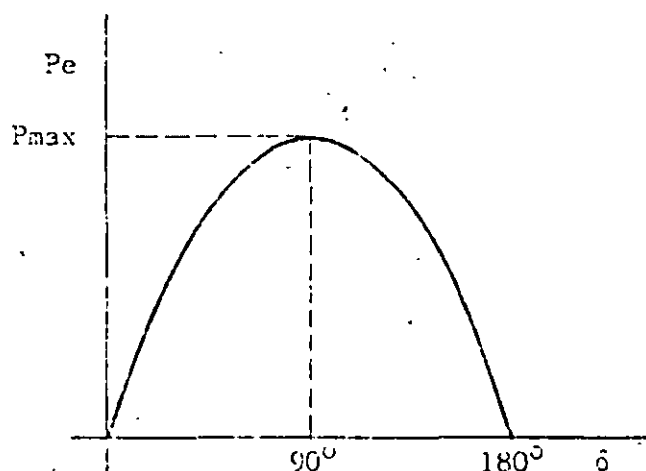


Fig. 3.3 Curva "Potencia-ángulo" para el sistema "máquina-bus infinito"

La potencia máxima de salida (P_{max}) ocurre cuando δ es igual a 90° , por lo tanto:

$$P_{max} = \frac{|E| |V|}{X_d'} \quad (3.1)$$

Las ecuaciones (2.19) y (3.1) son válidas también para el caso en que la MS se conecte al bus infinito a través de líneas de transmisión y transformadores, siendo necesario sustituir X_d por la reactancia equivalente serie (X) del circuito (ver figura 3.4b). Otra de las adecuaciones requeridas en los estudios de estabilidad transitoria es representar a la MS por su reactancia transitoria de eje directo (X'_d) y el voltaje atrás de ésta (E'). Con ello:

$$P_e = \frac{|E'| |V|}{X} \text{ sen } \delta \quad (3.2)$$

$$P_{max} = \frac{|E'| |V|}{X} \quad (3.3)$$

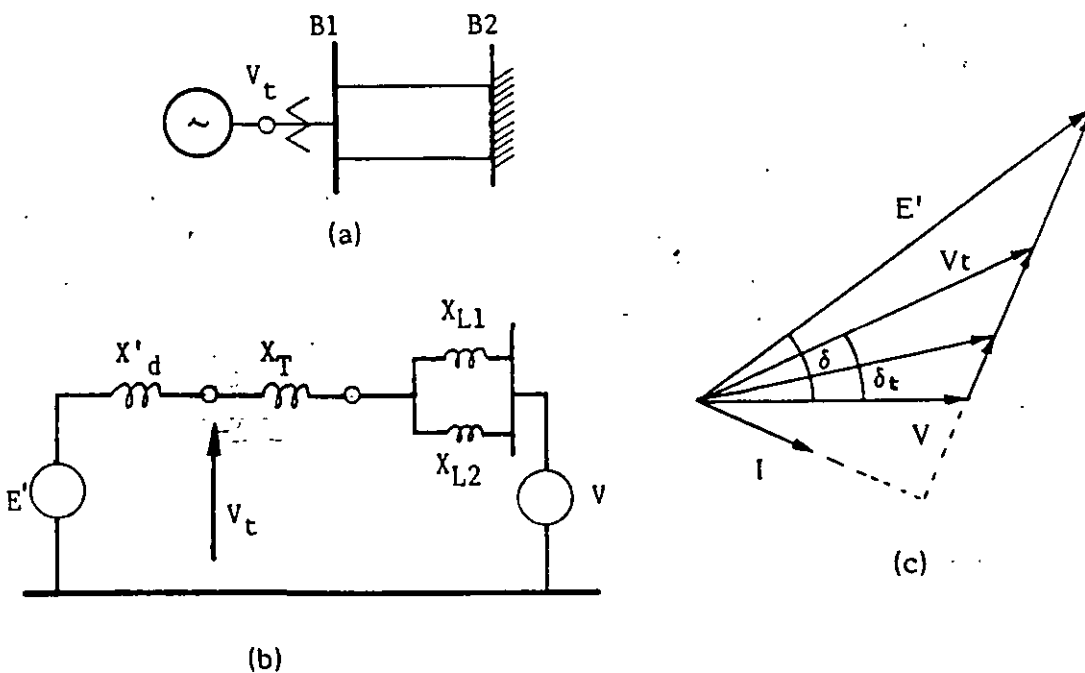


Fig 3.4. Circuito equivalente y diagrama fasorial de un sistema "máquina-bus infinito" que incluye líneas y transformador.

En estas condiciones, δ es el ángulo total existente entre los fasores E' y V (ver figura 3.4c).

La ecuación de la potencia eléctrica (3.2) se puede utilizar también cuando en lugar de conocer E' , se cuenta con el voltaje terminal (V_t) de la MS y el voltaje del bus infinito (V), teniéndose:

$$P_e = \frac{|V_t| |V|}{X_{t00}} \text{ sen } \delta_t \quad (3.4)$$

En este caso (δ_t) es el ángulo que existe entre los fasores V_t , V y la reactancia (X_{t00}) es el equivalente serie entre las terminales del generador y el bus infinito.

3.4. BASES PARA EL ESTUDIO CUANTITATIVO DEL MODELO.

El objeto de esta sección es establecer la ecuación que reproduzca el comportamiento del ángulo del rotor de la MS en el tiempo, después de presentarse un desbalance de potencia.

A dicha ecuación se le llama "ecuación de oscilación" y se arribará a ella después de repasar algunos conceptos físicos.

a. - DINAMICA DE TRANSLACION Y DINAMICA DE ROTACION.

Por lo general, existe mucha familiaridad con los fenómenos asociados a movimientos de cuerpos en una sola dirección, pero cuando el movimiento de los cuerpos es giratorio cuesta un poco más de esfuerzo su análisis. Los conceptos y las leyes de la dinámica son aplicables en ambos casos, haciendo las consideraciones convenientes. La tabla 3.1 presenta la comparación de las ecuaciones fundamentales de la dinámica de translación y la de rotación.

TABLA 3.1
COMPARACION DE LAS ECUACIONES PARA EL MOVIMIENTO DE TRANSLACION
CON LAS DEL MOVIMIENTO CIRCULAR

TRANSLACION				ROTACION			
MAGNITUD	SIMBOLO	ECUACION	UNIDAD	MAGNITUD	SIMBOLO	ECUACION	UNIDAD
Longitud	s	-	m	Desplazamiento angular	θ	$\theta = \frac{s}{r}$	rad
Masa	m	-	kg	Momento de inercia	I	$I = \int r^2 dm$	kg m ²
Tiempo	t	-	s	Tiempo	t	-	s
Velocidad	v	$v = ds/dt$	m/s	Velocidad angular	ω	$\omega = d\theta/dt$	rad/s
Aceleración	a	$a = dv/dt$	m/s ²	Aceleración angular	α	$\alpha = d\omega/dt$	rad/s ²
Fuerza	F	$F = ma$	N	Par	T	$T = I\alpha$	N m
Cantidad de movimiento	M'	$M' = mv$	N s	Momento angular cinético	M	$M = I\omega$	s/rad
Trabajo	W	$W = \int F ds$	J	Trabajo	W	$W = \int T d\theta$	J
Potencia	P	$P = dW/dt$ $= F v$	w	Potencia	P	$P = dM/dt$ $= T \omega$	w
Energía cinética	E_k	$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	J	Energía cinética de rotación	E_k	$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$	J

b. - POTENCIA ACELERANTE.

La potencia acelerante (Pa) es la diferencia entre la potencia mecánica aplicada a la MS por su primotor y la potencia eléctrica de salida:

$$P_a = P_m - P_e \quad [\text{MW}] \quad (3.5)$$

c. - MOMENTO DE INERCIA.

El momento de inercia es una cantidad física de especial importancia en el estudio de la rotación de cuerpos rígidos, pues mide la capacidad de almacenamiento de energía cuando dichos cuerpos giran alrededor de cierto eje.

El momento de inercia (I) se define como:

$$I = \int r^2 dm = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad [\text{Kg m}^2] \quad (3.6)$$

siendo (m) la masa de un elemento pequeño ó diferencial del cuerpo y (r) el radio de giro del elemento.

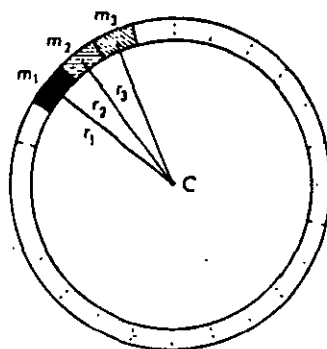


Fig. 3.5 División en masas pequeñas de un anillo girando alrededor del eje C.

Para un anillo como el de la figura 3.5, el momento de inercia resulta:

$$I = (m_1 + m_2 + m_3 \dots + m_n) r^2 = Mr^2$$

siendo M la masa total.

La figura 3.6 proporciona las expresiones para el cálculo del momento de inercia de algunos cuerpos con formas regulares.

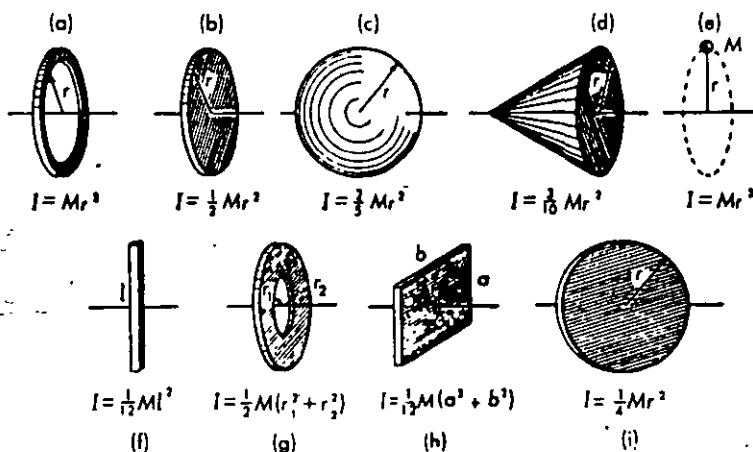


Fig. 3.6 Momento de inercia de algunos cuerpos típicos.

Obsérvese como un cuerpo llega a tener diferentes momentos de inercia, dependiendo del eje de giro seleccionado (ver figuras 3.6b y 3.6i).

d. - CONSTANTE DE INERCIA.

La constante de inercia (H) de una MS se define como:

$$H = \frac{\text{Energía cinética a velocidad síncrona}}{\text{Potencia aparente nominal}}$$

Utilizando las ecuaciones de la tabla 3.1; se obtiene:

$$H = \frac{E_{co}}{S_n} = \frac{1/2 I \omega^2}{S_n} \quad [\text{MJ/MVA ó seg}] \quad (3.7)$$

La constante de inercia es un parámetro de diseño que influye en la estabilidad de manera muy relevante. El valor de H al estar referido a la capacidad nominal propia de cada unidad generadora, cae en un rango estrecho de valores, independientemente del tamaño de la unidad. Desafortunadamente la tendencia en los diseños recientes es hacia una disminución del valor H, de manera que lo que se ha ganado en la mejora de la estabilidad por esquemas de protecciones e interruptores más rápidos, se ha perdido por las constantes de inercia más pequeñas de las nuevas unidades.

El rango de H para unidades generadoras de tipo hidráulico es de 2 a 7 y de tipo térmico de 2 a 5.

e. - SUSTITUCION DEL DESPLAZAMIENTO ANGULAR POR EL ANGULO DE CARGA.

Las ecuaciones que describen la dinámica de rotación de la tabla 3.1 están desarrolladas en base al desplazamiento angular (θ). Este ángulo tiene el inconveniente de que crece permanentemente y esto dificulta el análisis de la posición del rotor. Por tal motivo, se hace uso del ángulo de carga en lugar del desplazamiento angular, bajo las siguientes consideraciones:

El ángulo (θ) mide la posición del rotor con respecto a una referencia fija y (δ) con respecto a una referencia que gira a velocidad síncrona, como se muestra en la figura 3.7. Por lo tanto $\theta = \omega_0 t + \delta$, con lo que:

$$\delta = \theta - \omega_0 t \quad (3.8)$$

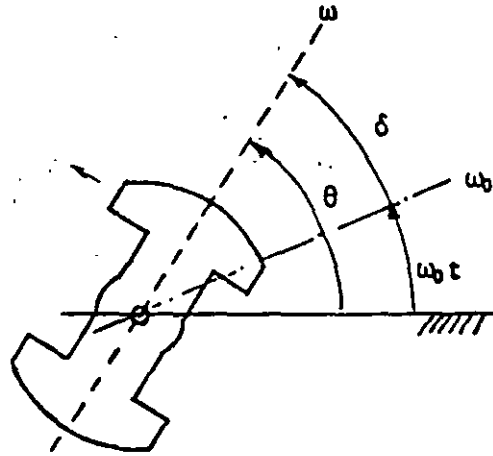


Fig. 3.7 Cambio del ángulo θ por δ .

Si se deriva la ecuación (3.8) con respecto al tiempo, se obtiene:

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{d\theta}{dt} - \omega_0$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega(t) - \omega_0 \quad (3.9)$$

Esta ecuación es de importancia en los temas subsecuentes y establece que el cambio en ángulo del rotor (δ) depende de la diferencia entre su velocidad real $\omega(t)$ y la velocidad síncrona ω_0 .

Como ω_0 es una constante, al derivar ahora (3.9) se tiene:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (3.10)$$

Sustituyendo P_e en términos de P_{max} :

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_{max} \text{ Sen } \delta \quad (3.13)$$

Esta es la llamada ecuación de oscilación, a partir de la cual se obtiene el comportamiento del ángulo δ , después de un desbalance de potencia.

Existen otras versiones de la ecuación de oscilación, las cuales se usan indistintamente y que a continuación se presentan.

Si se introduce la constante de inercia H (ec. 3.7), se obtiene:

$$H = \frac{1/2 I \omega^2}{S_n} = \frac{M \omega}{2 S_n}$$

$$M = \frac{2 S_n H}{\omega} \quad (3.14)$$

Sustituyendo (3.14) en (3.13) y reordenando:

$$\frac{2 S_n H}{\omega} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_{max} \text{ sen } \delta$$

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\omega}{2H} (\bar{P}_m - \bar{P}_{max} \text{ Sen } \delta) \quad (3.15)$$

donde las potencias se encuentran dadas en por unidad de S_n , al quedar divididas por ella.

Si la velocidad síncrona ω se sustituye por su equivalente $2\pi f_0$, se obtiene una versión más de la ecuación de oscilación:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\pi f_0}{H} (\bar{P}_m - \bar{P}_{max} \text{ sen } \delta) \quad (3.16)$$

La solución de la ecuación de oscilación se efectúa por métodos numéricos mediante la computadora digital ya que no tiene solución analítica.

la derivada de $\omega(t)$ es la aceleración angular y de acuerdo con las ecuaciones de la tabla 3.1, resulta que:

$$\boxed{\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d^2\theta}{dt^2}} \quad (3.11)$$

Esta última ecuación nos indica que desde el punto de vista de la aceleración del rotor, es indistinto trabajar con el desplazamiento angular θ , que con el ángulo δ .

f. - ECUACION DE OSCILACION.

La segunda Ley de Newton para el movimiento de translación establece que $F = m (d^2s / dt^2)$. Para el movimiento de rotación:

$$T = I \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad (3.12)$$

En esta ecuación, T es el par acelerante. Con esta consideración y haciendo uso de la ec. (3.11) para el cambio en ángulo, se tiene:

$$T_m - T_e = I \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

Donde (T_m) es el par mecánico y (T_e) el par eléctrico. Al multiplicar por la velocidad ω :

$$P_m - P_e = I\omega \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

Al producto $I\omega$ se le denomina "momento angular cinético" y se designa con la letra M , quedando:

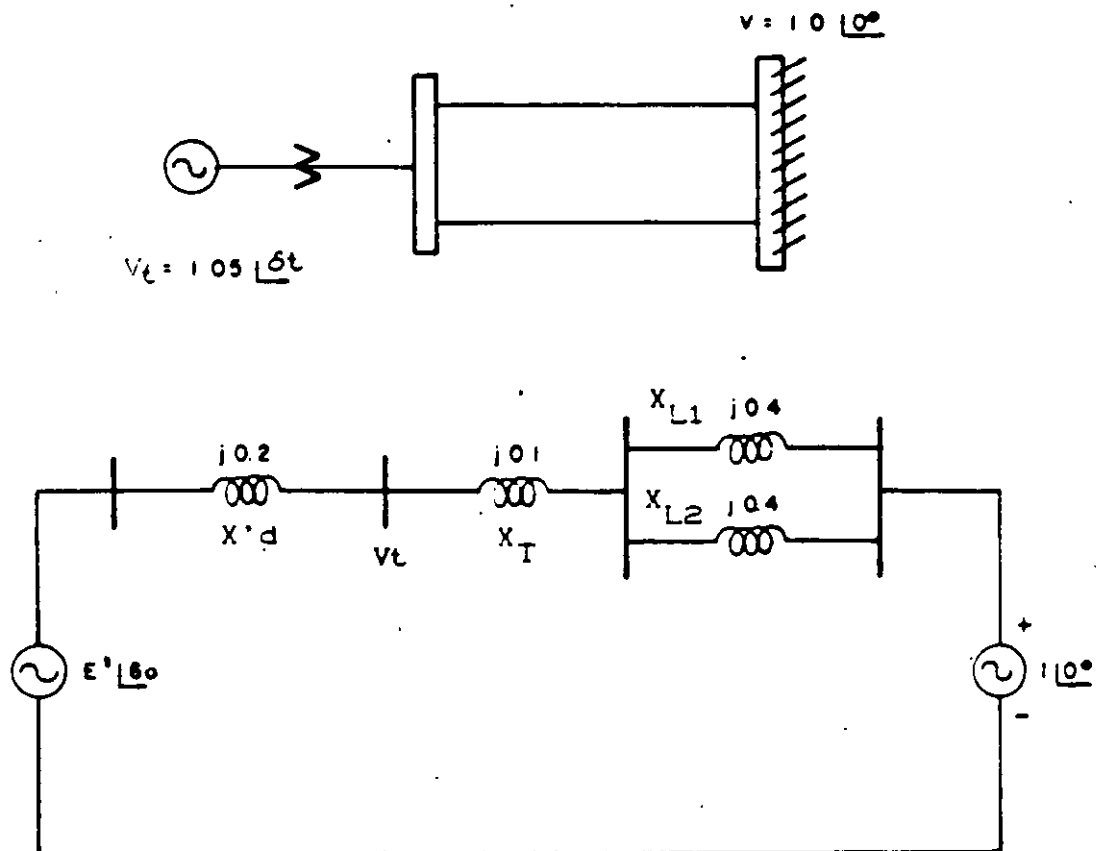
$$P_m - P_e = M \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

3.5 EJEMPLO.

Una máquina síncrona está conectada a un bus infinito. Su reactancia transitoria de eje directo ($X'd$) es de 0.2 pu, la reactancia del transformador es 0.1 pu y la de las líneas de 0.4 pu, todas en base a los valores nominales de la máquina.

Inicialmente, la máquina está entregando un potencia activa (P) de 0.8 pu con un voltaje terminal (Vt) de 1.05 pu; la constante de inercia de la máquina (H) es de 5 MJ/Mva y el voltaje en el bus infinito de 1.0 pu.

Determine la ecuación de oscilación para condiciones de prefalla, es decir, para condiciones normales.



SOLUCION

1. Se determina el ángulo del voltaje terminal de la máquina.

$$P_e = \frac{|V_t||V|}{X_{t\infty}} \sin \delta_t \quad (3.4)$$

$$\delta_t = \sin^{-1} \frac{P X_{t\infty}}{|V_t||V|} = \sin^{-1} \frac{0.8 \times 0.3}{1.05 \times 1} = 13.21^\circ$$

2. Se calcula la corriente aportada por el generador.

$$I = \frac{V_t - V}{X_{\text{ext}}} = \frac{1.05 \angle 13.21 - 1.0 \angle 0}{0.3 \angle 90} = 0.803 \angle -5.29$$

3. Se obtiene el voltaje interno de la maquina o fem (E').

$$E' = V_t + jX'd I = 1.05 \angle 13.21 + (0.2 \angle 90) (0.803 \angle -5.29)$$

$$E' = 1.111 \angle 21.09 \text{ pu} \quad \text{Observe que } \delta_0 = 21.09^\circ$$

4. Se determina el valor de la potencia maxima (Pmax).

$$P_{\text{max}} = \frac{|E'| |V|}{X} = \frac{1.11 \times 1}{0.5} = 2.222 \text{ pu}$$

5. - Se establece la ecuación de oscilación.

$$-\frac{d^2 \delta}{dt^2} = -\frac{\pi f}{H} (P_m - P_{\text{max}} \sin \delta)$$

$$-\frac{d^2 \delta}{dt^2} = -\frac{60 \pi}{5} (0.8 - 2.222 \sin \delta)$$

$$-\frac{d^2 \delta}{dt^2} = 37.7 (0.8 - 2.222 \sin \delta)$$

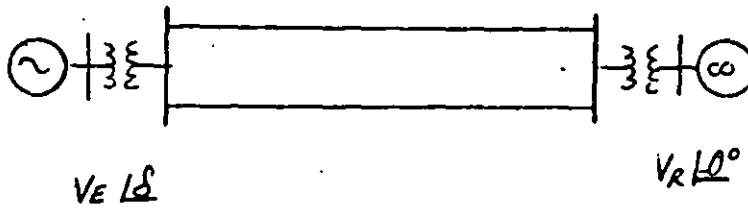
4 METODO DE LAS AREAS IGUALES

El método de las áreas iguales es un método directo de solución al problema de la estabilidad transitoria en sistemas eléctricos de potencia, está basado en conceptos de energía y utiliza las gráficas Potencia-An-gulo ($P - \delta$) en sus diferentes estados de operación para determinar las condiciones de estabilidad.



METODO DE AREAS IGUALES PARA EL ESTUDIO DE ESTABILIDAD TRANSITORIA

- La ecuación de oscilación (sin considerar amortiguamiento) del generador síncrono de la siguiente fig. es :



$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_{mec} - P_e(t) \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_{mec} - \frac{V_E V_R}{X_{ER}} \text{Sen } \delta_{ER} \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{ó } M \frac{d\omega}{dt} = P_{mec} - P_{m\acute{a}x} \text{Sen } \delta \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_0 ; \omega_0 = \text{velocidad sincrónica} \quad \dots \dots (4)$$

Dividiendo ec (3) entre ec. (4) tenemos

$$\frac{M \frac{d\omega}{dt}}{\frac{d\delta}{dt}} = \frac{P_{mec} - P_{m\acute{a}x} \text{Sen } \delta}{\omega - \omega_0}$$

$$M \frac{d\omega}{dt} (\omega - \omega_0) = (P_{mec} - P_{m\acute{a}x} \text{Sen } \delta) \frac{d\delta}{dt}$$

$$M \omega d\omega = (P_{mec} - P_{m\acute{a}x} \text{Sen } \delta) d\delta \quad \dots \dots (5)$$



Integrando la ec. (5) se tiene :

$$M \int_{\omega_0}^{\omega} \omega d\omega = \int_{\delta_0}^{\delta} (P_{mec.} - P_{máx} \text{ Sen } \delta) d\delta$$

$$\frac{1}{2} M \omega^2 - \frac{1}{2} M \omega_0^2 = \int_{\delta_0}^{\delta} (P_{mec.} - P_{máx} \text{ Sen } \delta) d\delta$$

$$\Delta E_c = \int_{\delta_0}^{\delta} P_{ac.} d\delta$$

⑥

ΔE_c = Incremento de energía cinética debido a la velocidad ω .

La ecuación ⑥ indica que la energía acumulada ó disipada en la máquina, provocada por un cambio en la velocidad, puede ser calculada por la integral de la potencia de aceleración. La potencia de aceleración puede ser positiva o negativa.

- o La solución de la ecuación de oscilación (ec. 1), mostrará el comportamiento angular de la máquina (δ) ante alguna contingencia. (Solución analítica).
- o Otra alternativa para observar el comportamiento angular y determinar la estabilidad de la máquina, bajo condiciones transitorias, sin resolver la ec. de oscilación; es el método gráfico llamado "Criterio de Areas Iguales".
- o El método de Areas-Iguales se limita a un generador (s) oscilando contra un bus infinito, ó a 2 grupos de generadores equivalentes que intercambian energía entre sí.

El método de Areas-Iguales está fundamentado en conceptos de energía. De acuerdo a este método, un sistema será estable si ante alguna contingencia la energía acumulada durante la aceleración, es disipada en un período de desaceleración. De lo contrario será inestable.

- o Suposiciones del método de Areas-Iguales, en estudios transitorios de 1a. oscilación.
 - La potencia mecánica de la turbina permanece constante.
 - Voltaje constante detrás de la reactancia transitoria.
 - Pares de amortiguamiento despreciados.
 - Efectos resistivos y capacitivos de LT's se desprecian.
 - Por simplicidad se analizan fallas 3φ ó disparo de -- elementos sin presencia de fallas.

Considere el caso mostrado en la siguiente fig. donde debido a un disturbio, a partir de δ_0 se tiene una diferencia entre la potencia eléctrica (P_e) y la potencia mecánica (P_m).

En forma analítica, la condición para que sea estable requiere que $\Delta E_c = 0$, es decir que:

$$\Delta E_c = 0 = \int_{\delta_0}^{\delta_b} (P_m - P_{max} \text{Sen} \delta) d\delta - \int_{\delta_b}^{\delta_c} (P_{max} \text{Sen} \delta - P_m) d\delta$$

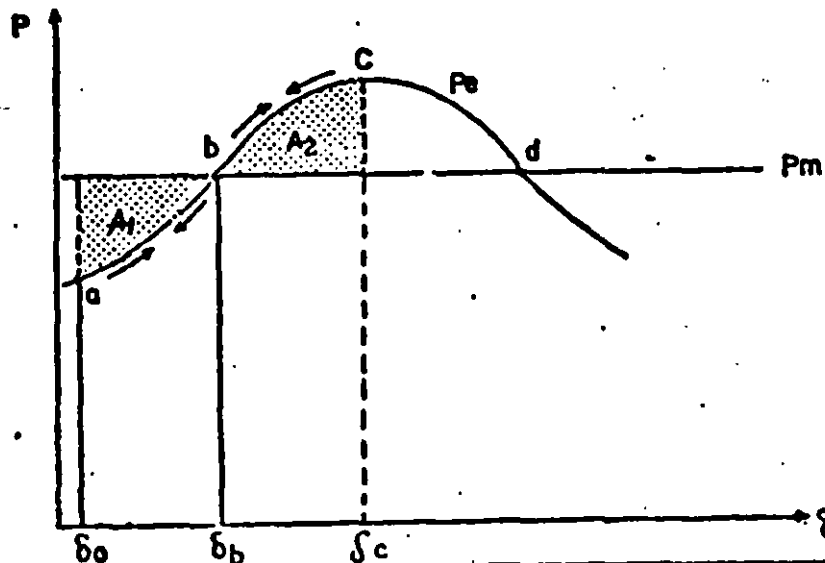
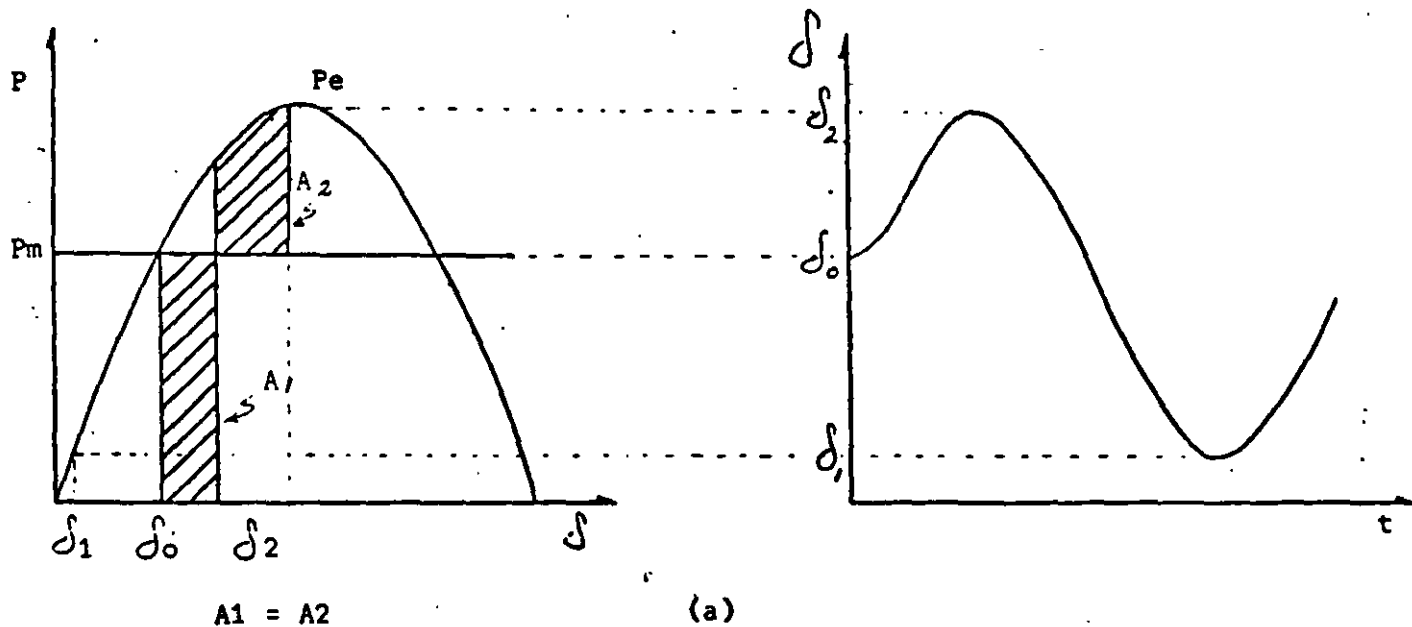
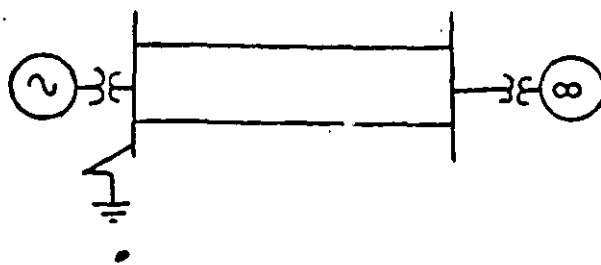


FIG.
CRITERIO AREAS
IGUALES

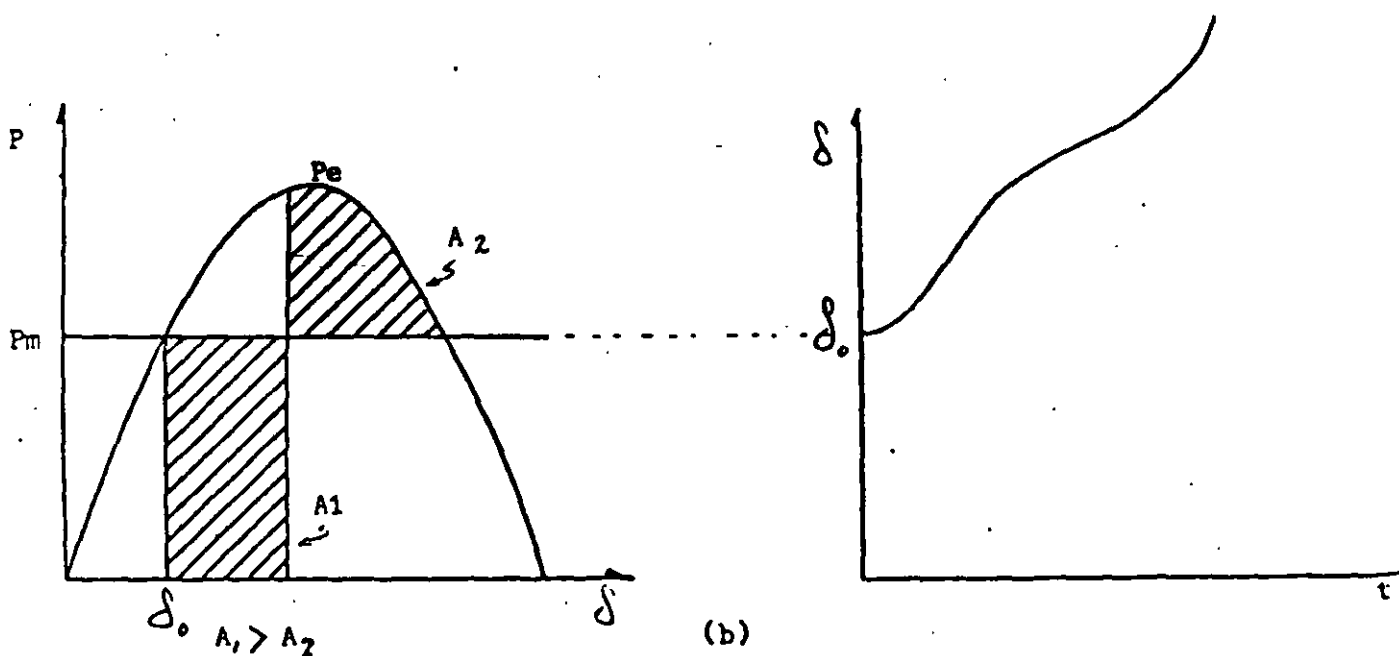
T A B L A I

Resumen de variables para el caso analizado en la

Trayectoria	Velocidad Angular	Posición Angular	Aceleración
a - b	$W > W_0$	crece	positiva
b	$W > W_0$ máxima	crece	cero
b - c	$W > W$	crece	negativa
c	$W = W_0$	decrece	negativa (mínima)
c - b	$W < W_0$	decrece	negativa
b	$W < W_0$ mínima	decrece	cero
b - a	$W < W_0$	decrece	positiva
a	$W = W_0$	crece	positiva (máxima)



Oscilación de la máquina en una condición estable.



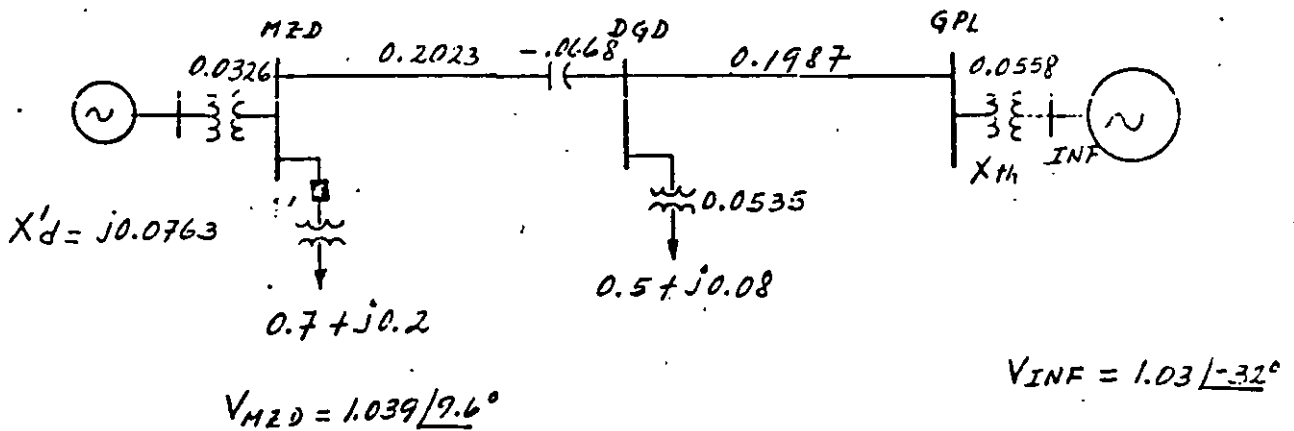
Pérdida de sincronismo de la máquina.
Ejemplo de Máquina-Bus Infinito. Falla 3Ø liberada en 2 tiempos. Caso (a) Est.



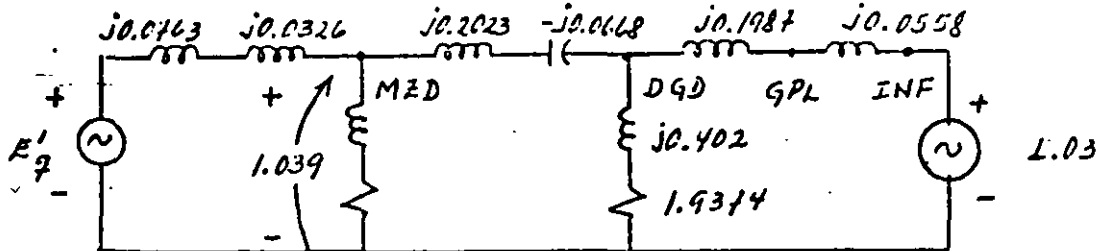
EJEMPLO: ANALISIS DE LA TRANSMISION MZD-GPL POR AREAS IGUALES.

Utilizando el método de Areas iguales (Gráfico), determinar la generación máxima de MZD-U3, para soportar la pérdida -- de la carga de Mazatlán (70 MW) a la hora de demanda máxima sin pérdida de sincronismo de MZD-U3. Representar en GPL - al resto del Sistema Interconectado por un equivalente de - thévenin.

En la siguiente figura se indican los parámetros de los elementos que intervienen en el estudio así como algunos datos obtenidos de una corrida de flujos. Se desprecia el efecto-capacitivo y resistivo de las líneas.



El diagrama de reactancias queda de la siguiente manera:



Para determinar la transferencia de potencia de MZD hacia el bus infinito, se requiere transformar la conexión Y - a una conexión Δ . Nos interesa la impedancia serie entre el nodo MZD y el bus INF.



$$Z_{M2D-1NF} = \frac{j0.2625 - 0.05448 - 0.03455 + j0.494 - 0.1025}{1.9374 + j0.402}$$

$$Z_{M2D-1NF} = \frac{-0.1915 + j0.7565}{1.9786 \angle 11.7^\circ} = \frac{0.78036 \angle 104.2^\circ}{1.9786 \angle 11.7^\circ}$$

$$Z_{M2D-1NF} = 0.394 \angle 92.5^\circ \therefore X_{M2D-1NF} \approx j0.394$$

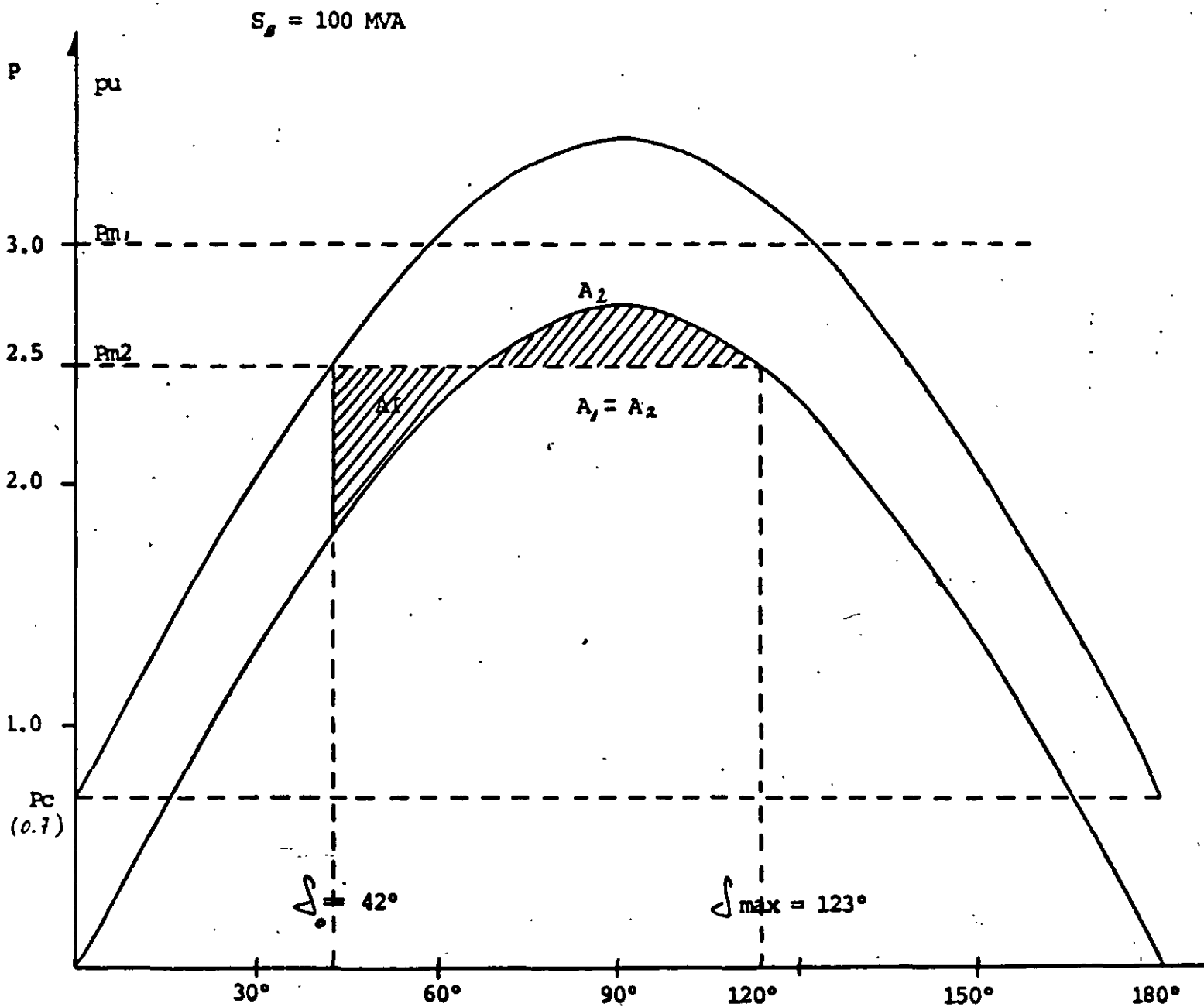
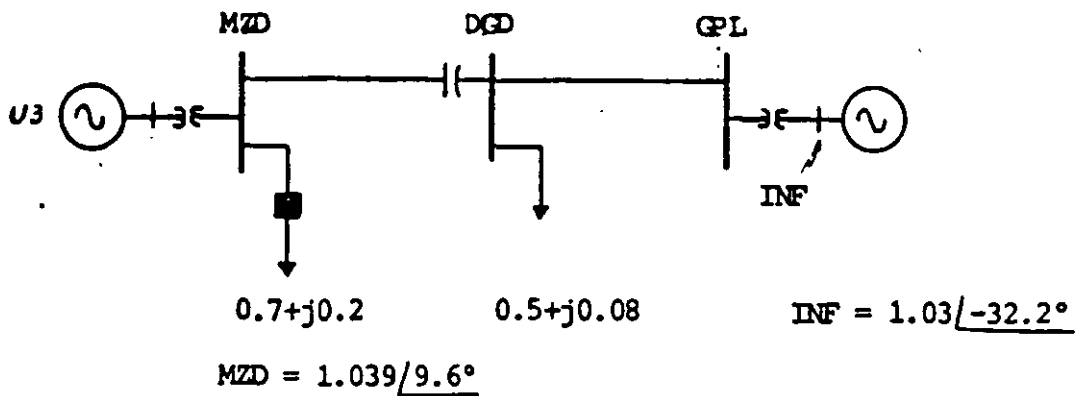
La ecuación de transferencia de potencia de M2D a 1NF es:

$$P_e = \frac{V_{M2D} V_{1NF}}{X_{M2D-1NF}} \text{ Sen } \delta = \frac{(1.039)(1.03)}{0.394} \text{ Sen } \delta$$

$$P_e = 2.72 \text{ Sen } \delta$$

En la siguiente gráfica P- δ se muestra la característica de transferencia de potencia; la carga de Mazatlán y la potencia mecánica del turbogenerador, para algunos valores de generación.

Efectuando análisis por el método de Areas Iguales resultó que la generación máxima para M2D-U3 es de aproximadamente 2.5 pu. (250 MW).



Análisis de estabilidad transitoria por el método de Areas Iguales para simular, pérdida de la carga de Mazatlán.

CFE-CENACE
DID

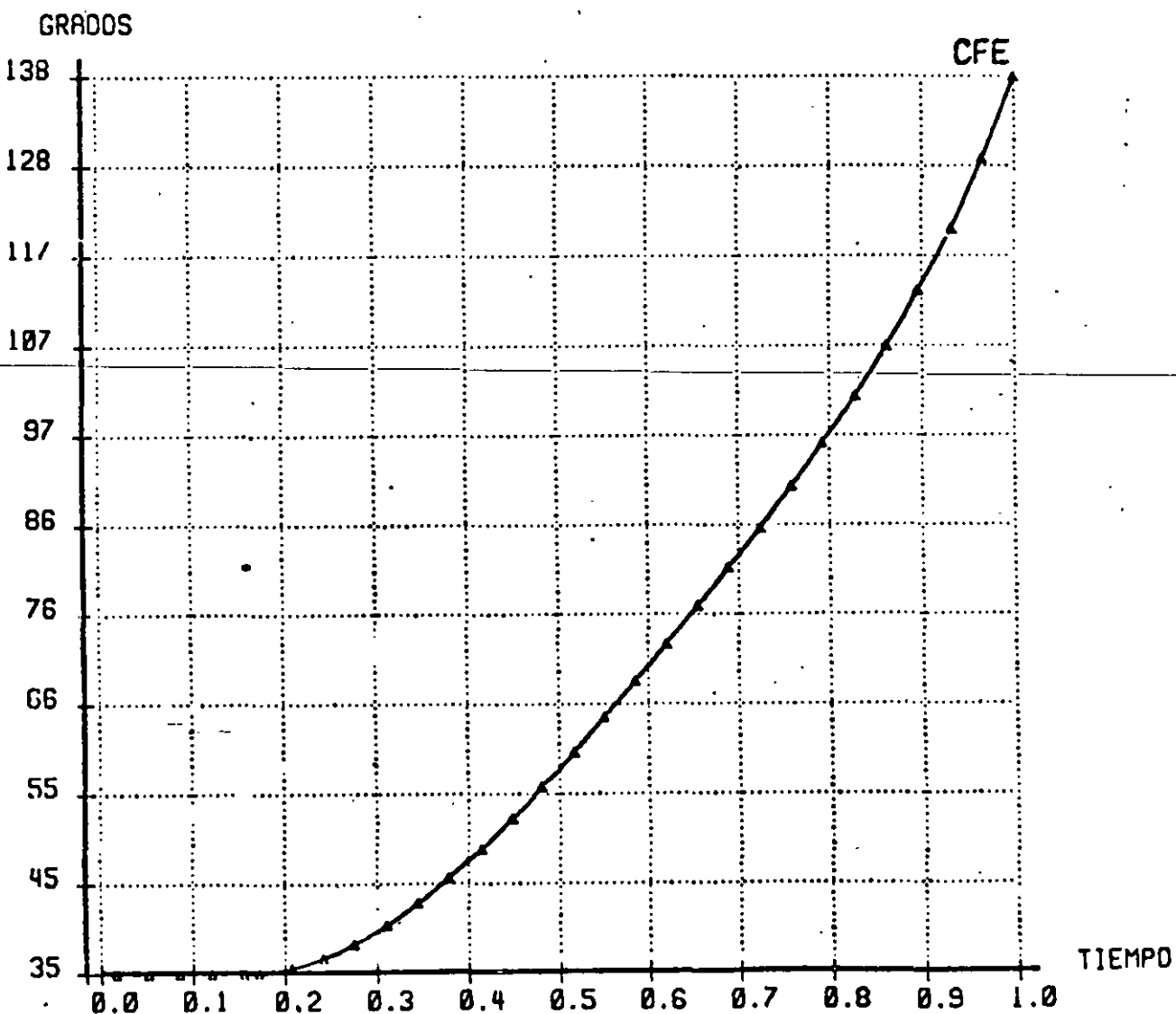
RESULTADOS GRAFICOS
DIFERENCIAS ANGULARES

SISP-ESTABI
27/FEB/86

* PERDIDA DE LA CARGA DE MZD-115 . CONSIDERANDO LA U3 DE MZD Y LA CARGA *
* MZD-115 HACIA EL SIN. *

MAQUINA DE REFERENCIA MTY-UI

————— MZD-U3



CFE - CENACE
DID

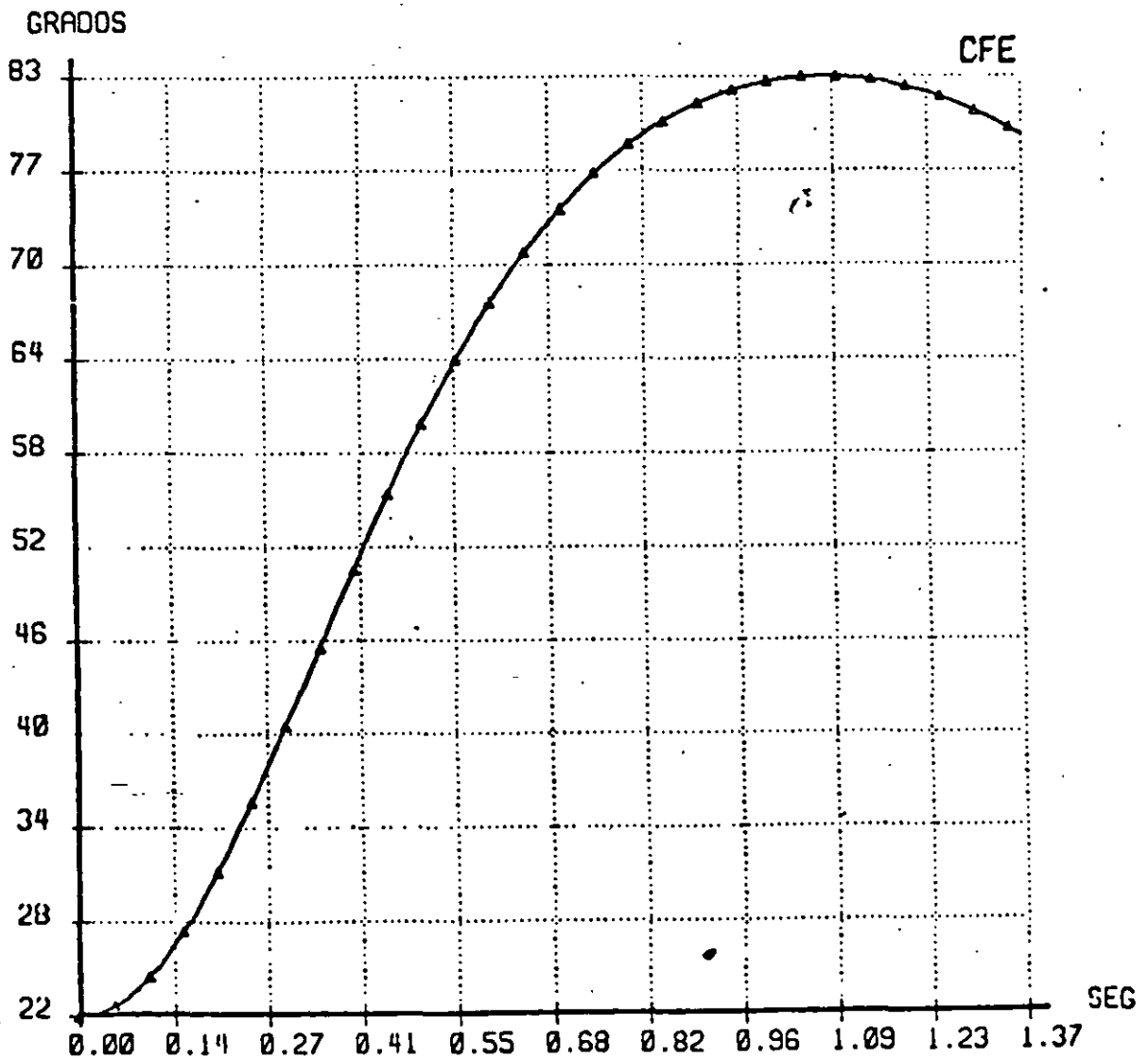
RESULTADOS GRAFICOS
DIFERENCIAS ANGULARES

SISP-ESTABI
28/FEB/86

PERDIDA DE CARGA EN MZO-115 . U3 DE MZO CON 265 MW

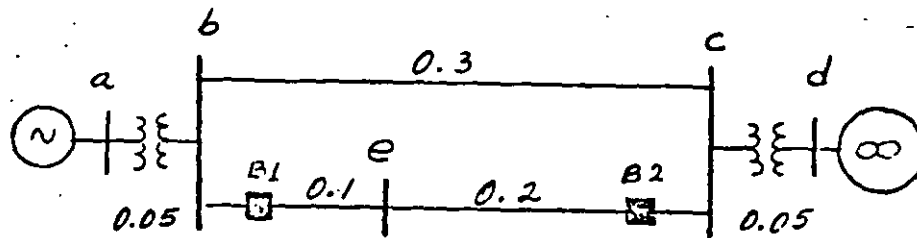
MAQUINA DE REFERENCIA MTY-UI

—————▲————— MZO-U3



EJEMPLO No. 1. Considere el sistema de la siguiente figura. Si el bus infinito absorbe $S = 1.0 + j0.2$. Demostrar que los valores correspondientes para E'_g y δ_0 son 1.152 y 20.3° .

Calcular la máxima oscilación del rotor δ_3 , si disparan accidentalmente el I-B1.



$$X'_d = X_g = 0.15$$

$$V_d = 110^\circ$$

$$H = 2.7 \text{ seg.}$$

$$E'_g = V_d + jX'_d I$$

$$I^* = \frac{S}{V_d} = \frac{1.0 + j0.2}{110^\circ} = 1.0 + j0.2$$

$$\therefore I = 1.0 - j0.2$$

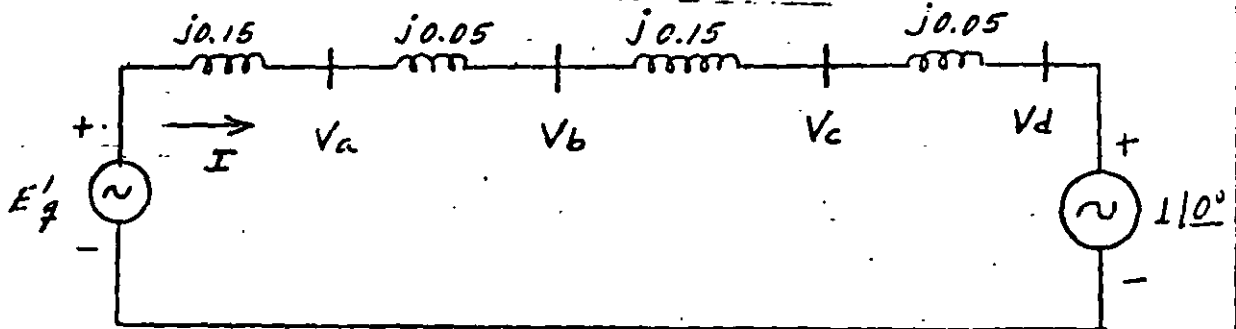


Diagrama de reactancias.

$$E'_g = V_d + jX_T I = 110^\circ + j0.4(1 - j0.2)$$

$$E'_g = 1.152 \angle 20.3^\circ ; \delta_0 = 20.3^\circ$$



$$S = VI^* = (1.152 \angle 20.3^\circ)(1.0198 \angle 11.3^\circ) = 1.1748 \angle 31.6^\circ$$

$$S = P + jQ = 1.0 + j0.616$$

$$\underline{P_e = P_m = 1.0 \text{ pu}}$$

también:

$$P_e = \frac{E'gV}{X_T} \text{ sen } \delta = \frac{(1.152)(1)}{0.4} \text{ Sen } 20.3^\circ = 1.0 \text{ pu.}$$

$$\underline{P_m = 1.0 \text{ pu.}}$$

$$\Rightarrow \underline{\therefore \text{ EN PREFALLA } P_e = 2.88 \text{ Sen } \delta}$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\pi f}{H} (P_m - P_e)$$

$$\boxed{\frac{d^2\delta}{dt^2} = 69.8 (1 - 2.88 \text{ Sen } \delta)} \quad \text{Ec. de oscilación.}$$

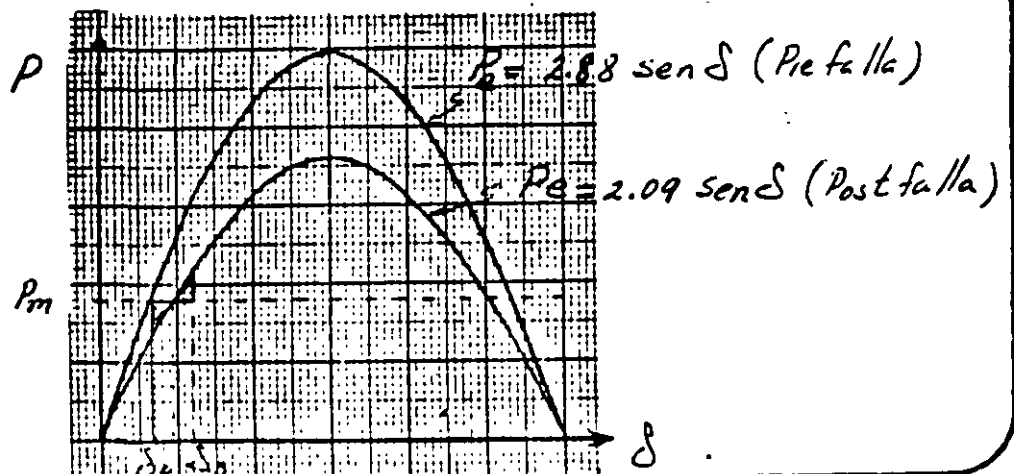
\Rightarrow Al abrirse el I-B1 la X_T es:

$$X_T = 0.15 + 0.05 + 0.03 + 0.05 = 0.55$$

$$P_e = \frac{E'gV}{X_T} \text{ sen } \delta = \frac{(1.152)(1)}{0.55} \text{ Sen } \delta = 2.09 \text{ Sen } \delta$$

$$\Rightarrow \underline{\therefore \text{ EN POSTFALLA } P_e = 2.09 \text{ Sen } \delta}$$

$$\boxed{\frac{d^2\delta}{dt^2} = 69.8 (1 - 2.09 \text{ Sen } \delta)}$$



Con una línea abierta se tiene que en el cruce de P_m y P_e

$$P_e = P_m = 1.0 \text{ pu.}$$

$$\Rightarrow 1.0 = 2.09 \sin \delta_2$$

$$\delta_2 = \sin^{-1} \frac{1}{2.09} = 28.6^\circ$$

$$\delta_2 = 28.6^\circ \quad \text{ó} \quad \delta_2 = 151.4^\circ$$

$$A_1 = \int_{20.3^\circ}^{28.6^\circ} (1 - 2.09 \sin \delta) d\delta = \delta \Big|_{0.354}^{0.499} + 2.09 \cos \delta \Big|_{0.354}^{0.499}$$

$$A_1 = 0.499 - 0.354 + 1.835 - 1.96 = 0.02$$

$$A_1 = 0.02$$

$$0.02 = \int_{28.6^\circ}^{\delta_3} (2.09 \sin \delta - 1) d\delta$$

$$0.02 = -2.09 \cos \delta \Big|_{0.499}^{\delta_3} - \delta \Big|_{0.499}^{\delta_3}$$

$$0.02 = -2.09 \cos \delta_3 + 1.835 - \delta_3 + 0.499$$

$$\delta_3 + 2.09 \cos \delta_3 = 2.314$$

$$\delta_3 \approx 37^\circ$$

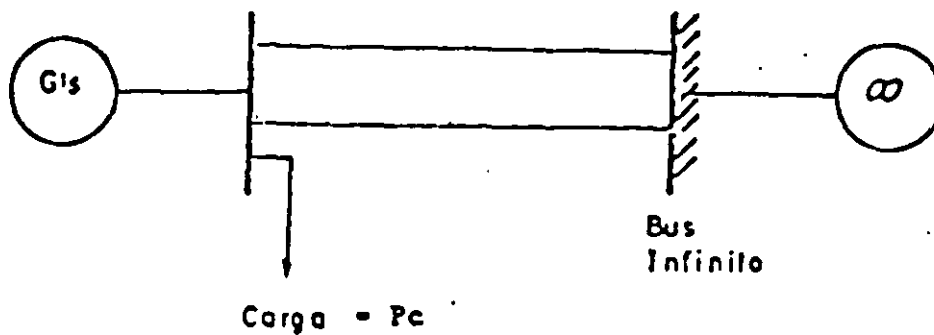
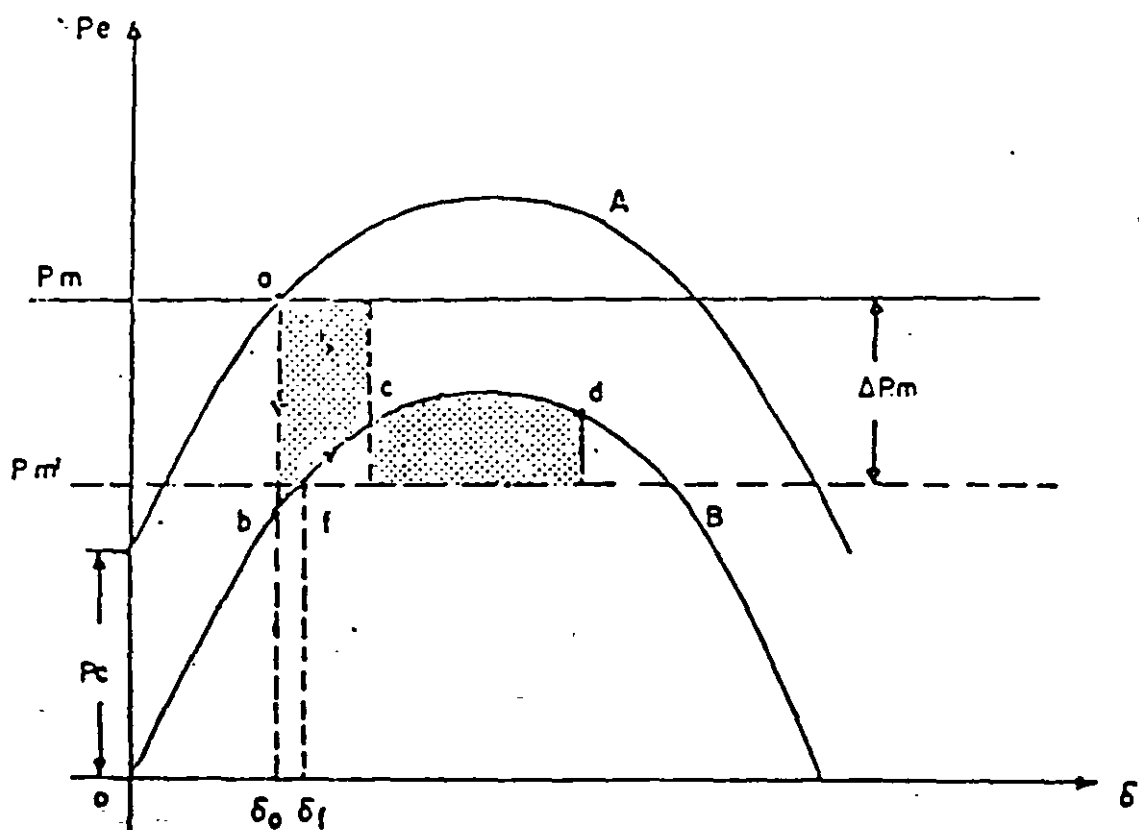


FIG. 9 Sistema de Potencia con Carga en el nodo de Generación.



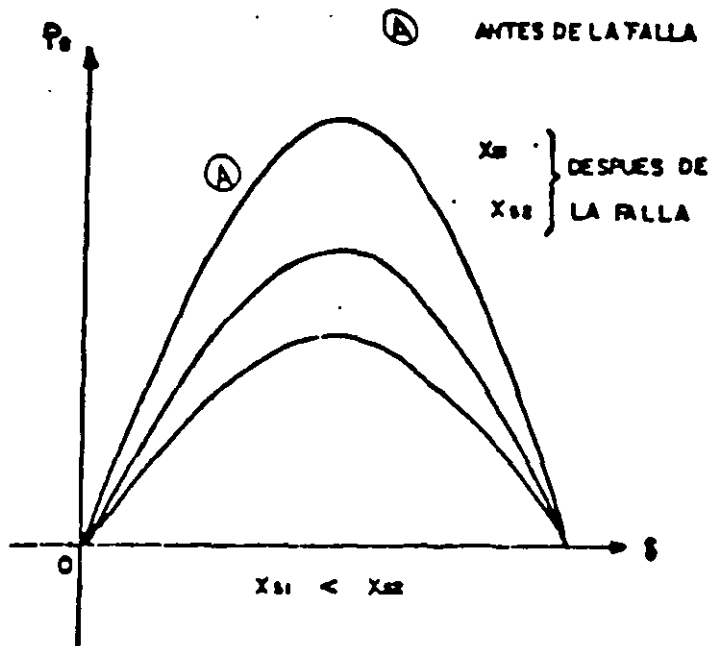
A Curva Pre-disturbio

B Curva con pérdida —
de carga.

ΔP_m Magnitud del disparo
de generación.

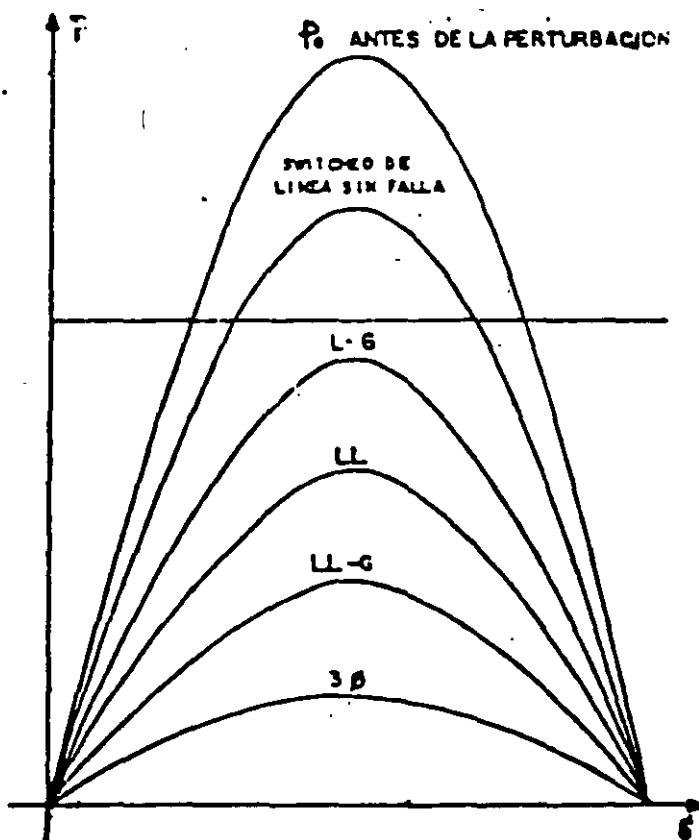
FIG. 10 Método de las Areas Iguales considerando
pérdida de Carga y disparo automático de
Generación.

FIGURA 20. LA MAGNITUD DE LA REACTANCIA DEL SISTEMA X_s DESPUES DE LA FALLA ES IMPORTANTE.



SE DESEA QUE X_s SEA LO MENOR POSIBLE

FIGURA 21. LA NATURALEZA (TIPO) DE FALLA ES IMPORTANTE.



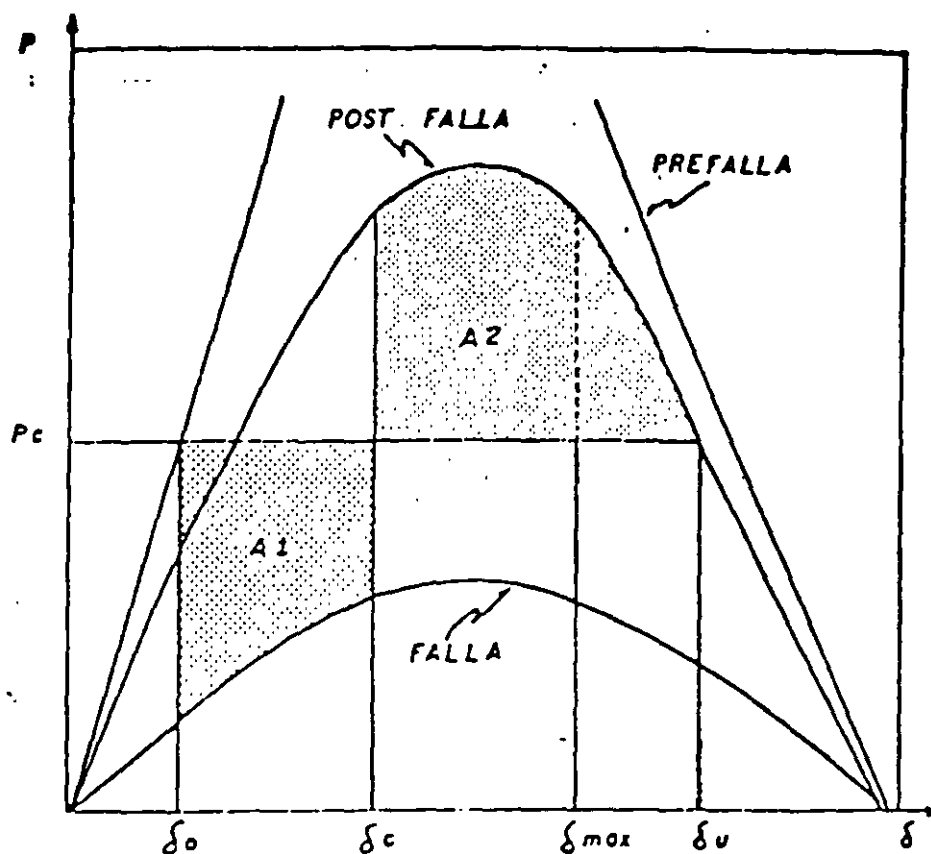


FIGURA 22

MARGEN DE ENERGIA PARA SOPORTAR CONTINGENCIA
EVALUADO CON ESTABILIDAD TRANSITORIA: CASO ELEMENTAL
MAQUINA BUS INFINITO.

$$\text{MARGEN DE ENERGIA} = A2 - A1$$

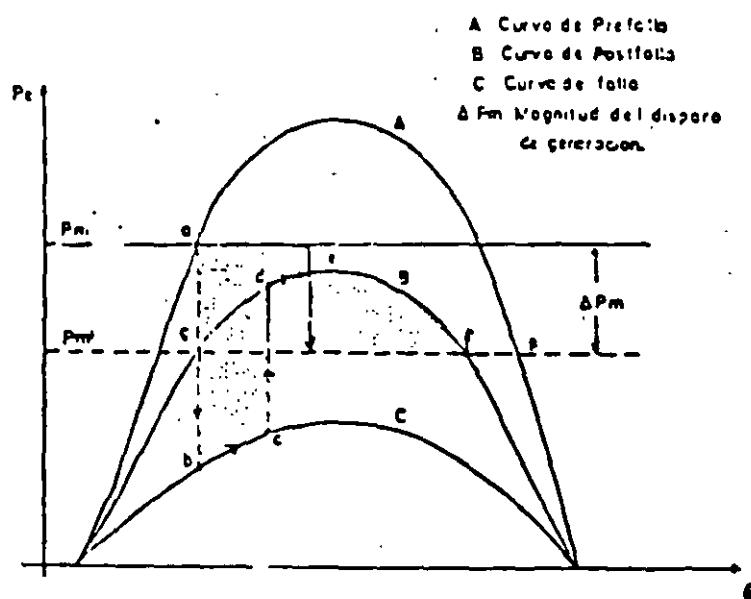
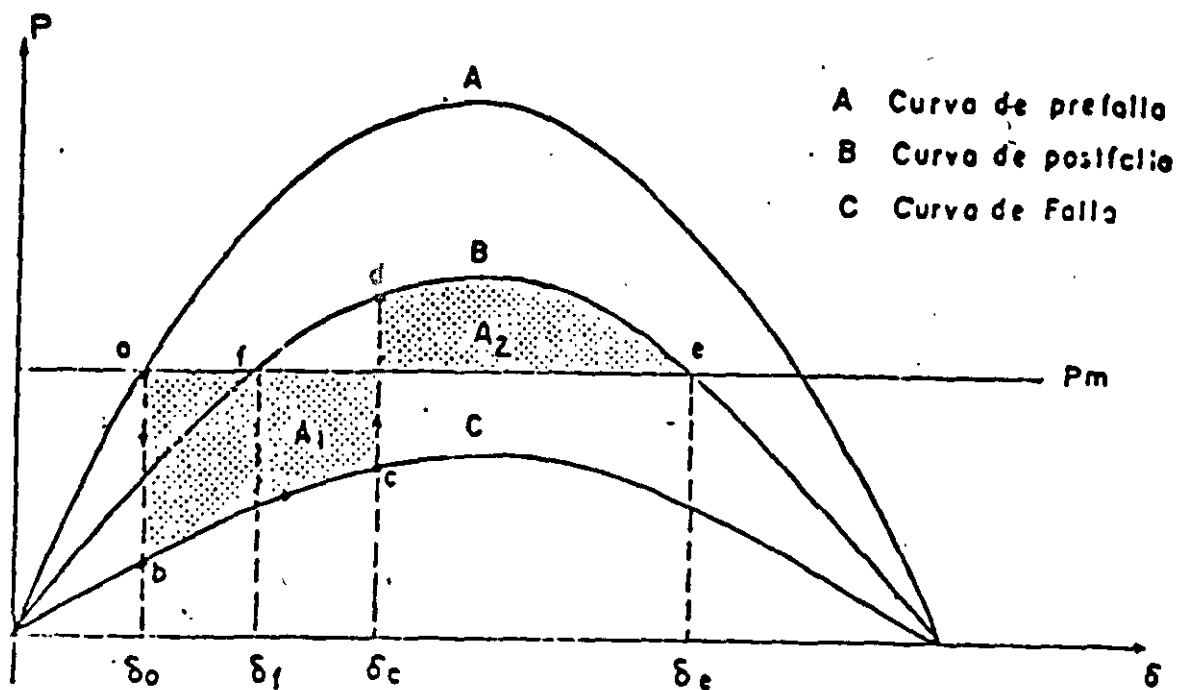
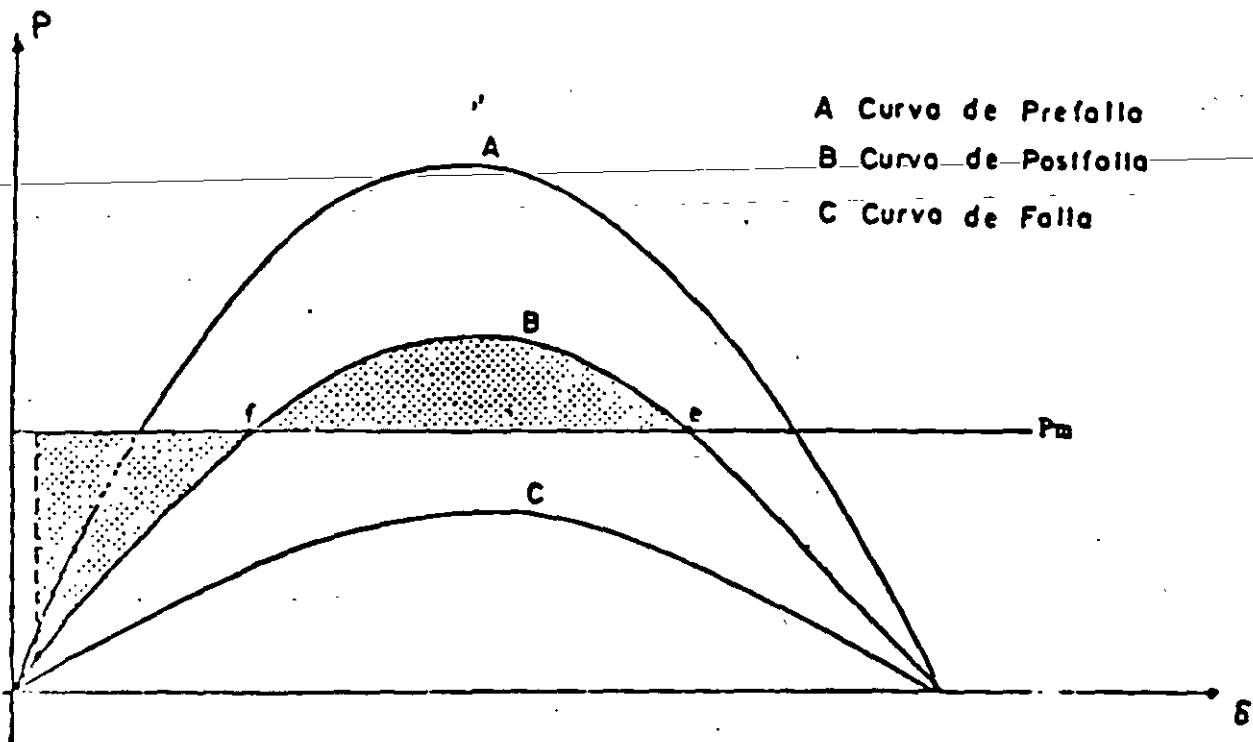


FIG. 8 Método de Areas Iguales considerando disparo
Automático de Generación.



- A Curva de prefallo
- B Curva de postfallo
- C Curva de Fallo

FIG. 6 Curvas de Potencia para las condiciones de Prefallo, fallo y Postfallo.



- A Curva de Prefallo
- B Curva de Postfallo
- C Curva de Fallo



5.1 NECESIDAD DEL USO DE METODOS NUMERICOS.

En el capítulo 3 se expuso que las expresiones matemáticas que describen el comportamiento dinámico de un sistema eléctrico son ecuaciones diferenciales no lineales, las cuales no tienen solución por métodos directos. Es por ello que se hace necesario aplicar métodos numéricos para obtener la solución citada, a través de la computadora digital.

Los métodos más utilizados en este tipo de problemas son:

- Método de Euler.
- Método modificado de Euler.
- Método trapezoidal.
- Método de Runge-Kutta.

Los dos primeros se emplean frecuentemente con fines didácticos, dada su sencillez; aunque desde el punto de vista del tiempo de cómputo no son muy eficientes. Por el contrario, los dos últimos se caracterizan por su alta eficiencia, pero su planteamiento resulta complicado.

En el presente capítulo se describen los dos métodos de Euler y su aplicación a la solución de la ecuación de oscilación que resulta de un sistema "máquina-bus infinito". Al final se dan algunas conclusiones de tipo general en relación con el impacto del tipo, localización y duración de las fallas sobre la estabilidad transitoria de un sistema eléctrico:

5.2 GENERALIDADES DE LOS METODOS.

Regularmente, los métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales, llamados de integración numérica, utilizan el proceso "paso a paso" para obtener una serie de valores para cada una de las variables dependientes, los cuales corresponden a un conjunto de valores de la variable independiente seleccionados usualmente en intervalos fijos.

La precisión de una solución por integración numérica depende del método escogido y del tamaño del intervalo.

5.3 METODO DE EULER.

El problema de integración numérica consiste en que a partir de una ecuación diferencial de primer orden

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y) \quad (5.1)$$

en la que y es la variable dependiente y x la variable independiente, se requiere obtener su solución, la cual es de la forma

$$y = g(x,c) \quad (5.2)$$

En esta expresión, c es una constante obtenida con las condiciones iniciales especificadas. La curva que representa a la ecuación solución (5.2) es como la mostrada en la figura 5.1. Dado que esta curva varía suavemente, es posible aproximarla por medio de segmentos de recta muy cortos. En estas condiciones, en el punto inicial $P_0(x_0, y_0)$ de esta curva se cumple

$$\Delta y \cong \left. \frac{dy}{dx} \right|_0 \Delta x$$

siendo Δy el incremento en la variable dependiente correspondiente al incremento Δx y $dy/dx|_0$ la pendiente de la curva en el punto $P_0(x_0, y_0)$, misma que se obtiene sustituyendo las coordenadas del punto P_0 en la ecuación diferencial (5.1).

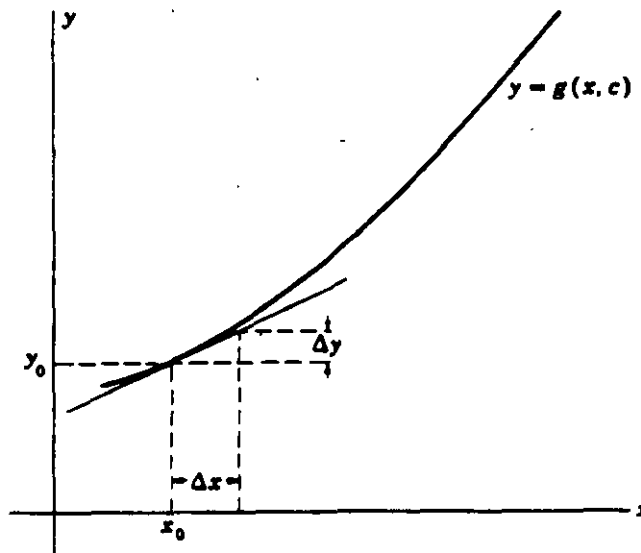


Figura 5.1
Gráfica de la función solución

Por lo tanto, dados los valores iniciales puede obtenerse un nuevo valor de las variables x, y para un incremento Δx especificado. Haciendo $h = \Delta x$, se obtiene

$$x_1 = x_0 + h$$

$$y_1 = y_0 + \Delta y = y_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_0 h$$

Del mismo modo puede determinarse un segundo valor de las variables:

$$x_2 = x_1 + h$$

$$y_2 = y_1 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_1 h = y_1 + f(x_1, y_1) h$$

Este proceso debe repetirse para calcular los valores subsiguientes de x, y

$$x_3 = x_2 + h \quad y_3 = y_2 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_2 h$$

...

$$x_n = x_{n-1} + h \quad y_n = y_{n-1} + \left. \frac{dy}{dx} \right|_{n-1} h$$

Una vez realizado el proceso completo, los valores x, y que corresponden a la solución se proporcionan en forma de tabla. La figura 5.2 muestra gráficamente el método descrito.

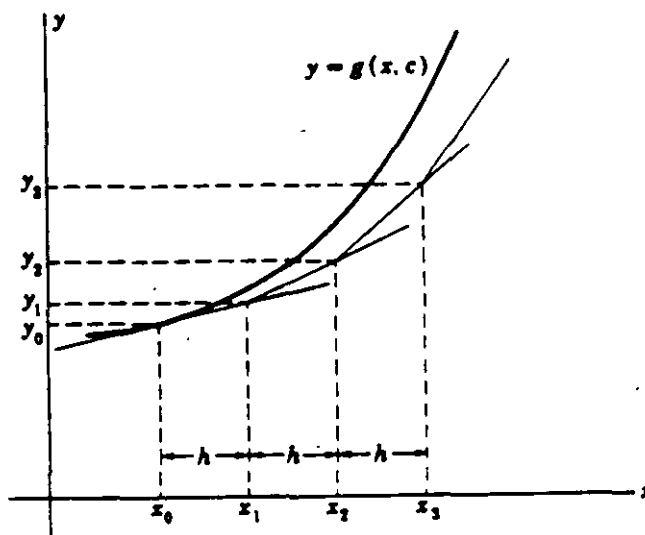


Figura 5.2

Gráfica de la solución estimada por el método de Euler

5.4 METODO MODIFICADO DE EULER.

En el método original de Euler, el valor de la derivada al principio de cada incremento se aplicaba en todo el intervalo. Un perfeccionamiento del método se logra calculando un valor preliminar de y para x_1 como antes

$$x_1 = x_0 + h$$

$$y_1^0 = y_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_0 h$$

y sustituyendo estos valores en la ecuación (5.1) para calcular el valor de la pendiente al final del intervalo, es decir

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_1 = f(x_1, y_1^0)$$

Entonces, es posible obtener un valor modificado de y más aproximado, usando el promedio de las derivadas o pendientes

$$y_1^1 = y_0 + (1/2) \left[\left. \frac{dy}{dx} \right|_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_1 \right] h$$

Usando y_1^1 y x_1 se puede calcular una tercera aproximación de y mediante el mismo procedimiento

$$y_1^2 = y_0 + (1/2) \left[\left. \frac{dy}{dx} \right|_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_1 \right] h$$

El proceso se continúa hasta que en dos estimaciones consecutivas los valores obtenidos de y difieran en un monto menor a una cierta tolerancia preestablecida. Finalmente, las fases del método se repiten en su totalidad para obtener el valor de las variables en los siguientes intervalos. La mayor precisión que se obtiene con el método modificado de Euler se muestra en la figura 5.3.

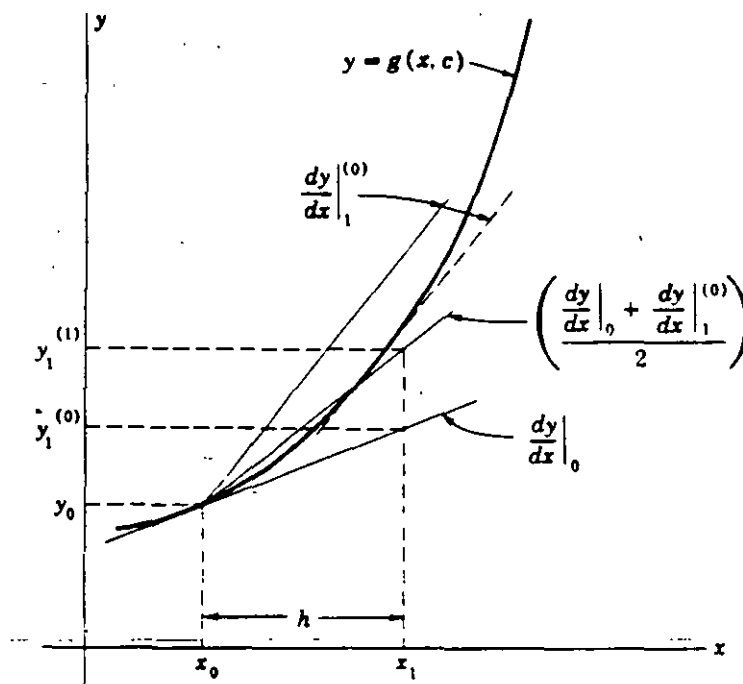


Figura 5.3
Gráfica de la solución por el método modificado de Euler.

5.5 EJEMPLO DE SOLUCION NUMERICA.

Supóngase que se desea resolver la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2$$

Es obvio que la solución obtenida por métodos directos es

$$y = x^3$$

pero se aprovechará la sencillez de esta función para mostrar la formulación de los métodos de integración numérica. En la figura 5.4 se muestra el diagrama de flujo correspondiente al algoritmo del método modificado de Euler, en base al cual se elaboró el siguiente programa para computadora en lenguaje basic:

```

10 REM Programa para resolver una ecuación diferencial
15 REM por el método modificado de Euler
20 XF=5 : H=.5 : X0=0 : Y0=0
25 PRINT X0,Y0
30 X1= X0 : Y1=Y0
40 REM Valor preliminar
50 D1=3*X1^2 : X2 = X1+H : Y2P=Y1+D1*H
60 REM Valor corregido
70 D2=3*X2^2 : DPROM=.5*(D1+D2) : Y2C = Y1 + DPROM*H
85 PRINT X2,Y2C
95 IF X2>XF THEN 100 ELSE 97
97 X1=X2 : Y1=Y2C : GOTO 40
100 END

```

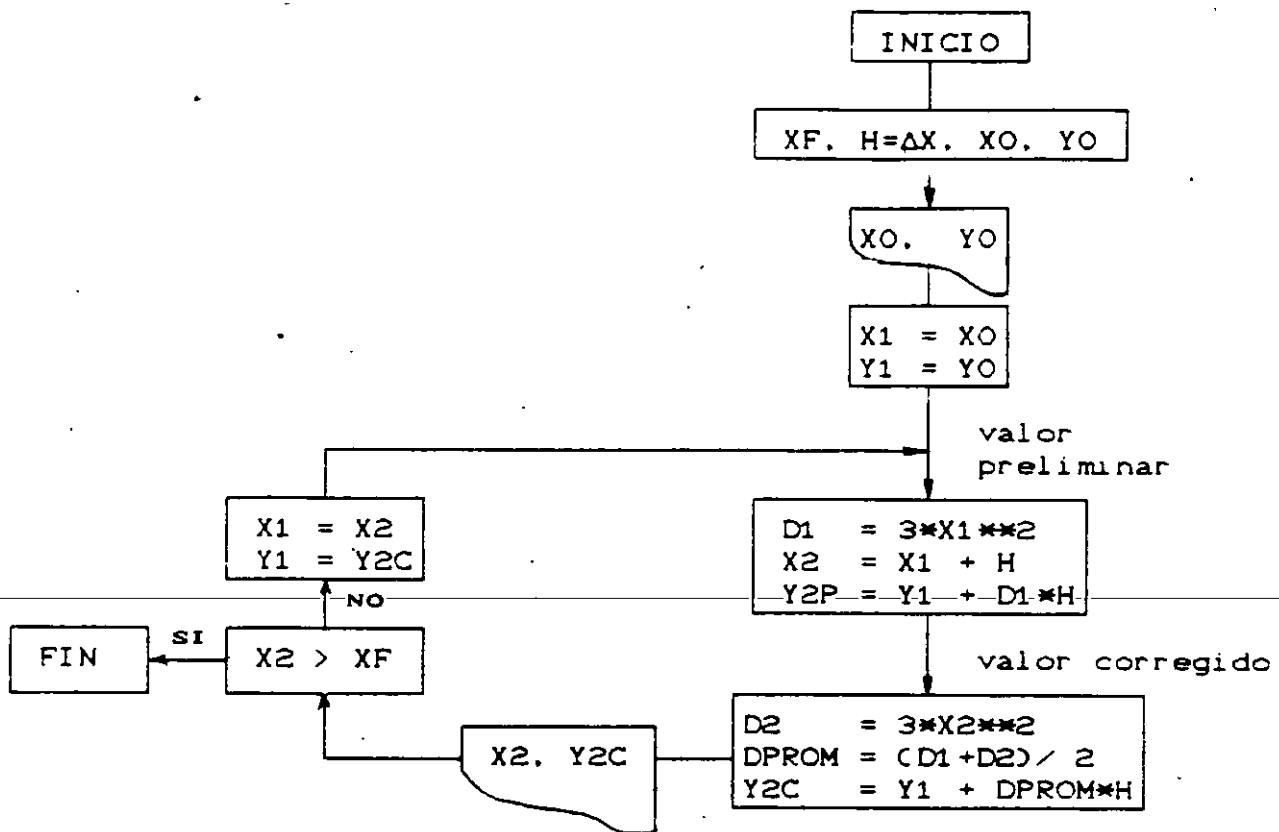


Figura 5.4

Diagrama de flujo para el método modificado de Euler

En el diagrama la variables de entrada son:

X_F = Valor final de la variable independiente.
 H = Δx = Tamaño del intervalo de integración.
 (X_0, Y_0) = Condiciones iniciales.

Los resultados son los mostrados en la siguiente tabla:

TABLA DE RESULTADOS DE LA INTEGRACION NUMERICA

X	Y (exacta)	Y (Euler) (h=0.5)	Y (Mod. de Euler) (h=0.5)	Y (Mod. de Euler) (h=0.1)
0	0	0	0	0
1	1	0.4	1.13	1.01
2	8	5.3	8.25	8.01
3	27	20.6	27.38	27.02
4	64	52.5	64.50	64.02
5	125	106.9	125.63	125.02

5.6 ECUACIONES DE OSCILACION PARA LA SOLUCION NUMERICA.

Con el objeto de mostrar el empleo de los métodos de integración numérica en los estudios de estabilidad transitoria, se retoma el ejemplo del sistema presentado en el capítulo 3 y cuya configuración se muestra nuevamente en la figura 5.5. En ella se ha agregado una falla en una de las líneas, representada por la reactancia de valor 0.1 pu. Esta reactancia equivale a una falla trifásica no sólida, o bien, representa a las reactancias de las redes de secuencia negativa y cero en el caso de una falla desbalanceada.

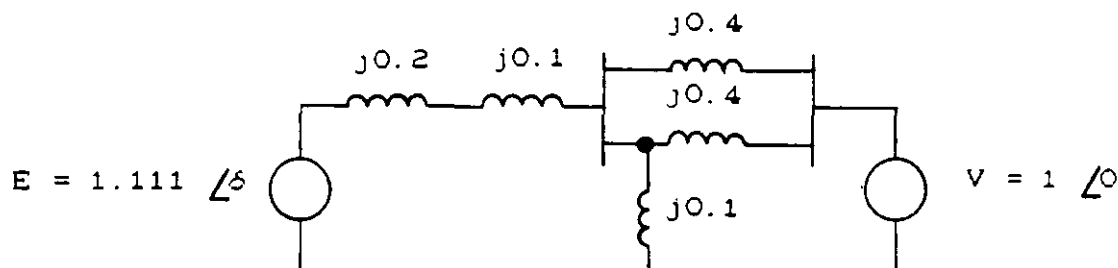


Figura 5.5

Circuito equivalente del sistema "máquina-bus infinito" estudiado en el capítulo 3.

De manera semejante a como ocurrió en el caso del método de las "Áreas Iguales", en la solución de tipo numérico también deben considerarse los tres momentos básicos del sistema:

- Prefalla.
- Falla y
- Postfalla.

a) Condiciones de prefalla.

En el capítulo 3 se determinó que la ecuación de oscilación en condiciones normales o de prefalla para el sistema era:

$$-\frac{d^2\delta}{dt^2} = 37.7 (0.8 - 2.222 \text{ sen } \delta)$$

b) Condiciones de falla.

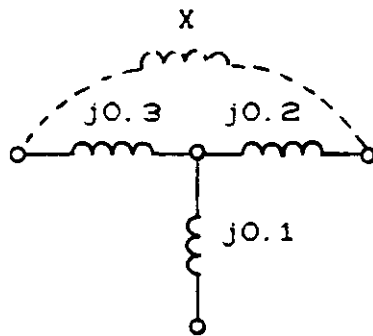
En condiciones de falla las reactancias involucradas quedan conectadas como se muestra en la figura 5.6(a), calculándose la reactancia entre las fuentes de voltaje mediante

reducciones serie-paralelo y conversiones estrella-delta, llegando así a un valor de 1.1 pu. Con ello, la potencia máxima resulta:

$$P_{\max} = \frac{|E| |V|}{X} = \frac{(1.111)(1.0)}{1.1} = 1.01$$

y la ecuación de oscilación en condiciones de falla:

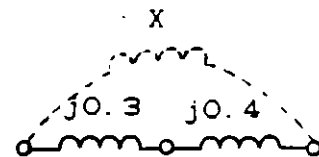
$$-\frac{d^2\delta}{dt^2} = 37.7 (0.8 - 1.01 \sin \delta)$$



$$X = \frac{0.3 \times 0.2 + 0.2 \times 0.1 + 0.1 \times 0.3}{0.1}$$

$$X = 1.1 \text{ pu}$$

(a)



$$X = 0.3 + 0.4$$

$$X = 0.7 \text{ pu}$$

(b)

Figura 5.6

Reactancia entre las fuentes de voltaje en condiciones de (a) falla y (b) postfalla.

c) Condiciones de postfalla.

Una vez liberada la falla, las reactancias del circuito quedan como se muestra en la figura 5.6(b), con lo que la reactancia equivalente entre las fuentes de voltaje es de 0.7 pu y la potencia máxima igual a

$$P_{\max} = \frac{|E| |V|}{X} = \frac{(1.111)(1.0)}{0.7} = 1.587$$

resultando la ecuación de oscilación para condiciones de postfalla siguiente:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = 37.7 (0.8 - 1.587 \sin \delta)$$

Finalmente, es necesario reemplazar la ecuación de oscilación por dos ecuaciones de primer orden para estar en posibilidades de aplicar los métodos de solución numérica. Para ello se parte del hecho demostrado de que el cambio en el ángulo del rotor δ depende de la diferencia de velocidades angulares:

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = \omega(t) - \omega_0 \quad (5.3)$$

Si se deriva la ecuación anterior, se obtiene:

$$\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = \frac{d\omega(t)}{dt}$$

A partir de este resultado, la ecuación de oscilación puede escribirse

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{\omega_0}{2H} (P_m - P_{\max} \sin \delta) \quad (5.4)$$

Las ecuaciones diferenciales (5.3) y (5.4) serán la base para la solución numérica en los estudios de estabilidad transitoria. La primera, proporciona el cambio en el ángulo y la segunda, el cambio en la velocidad angular.

5.7 APLICACION DE LOS METODOS DE INTEGRACION NUMERICA A LOS ESTUDIOS DE ESTABILIDAD.

En la figura 5.7 se proporciona el diagrama de flujo correspondiente a un programa digital que permite simular un sistema "máquina-bus infinito" sujeto a condiciones de disturbio. El algoritmo utiliza el método modificado de Euler.

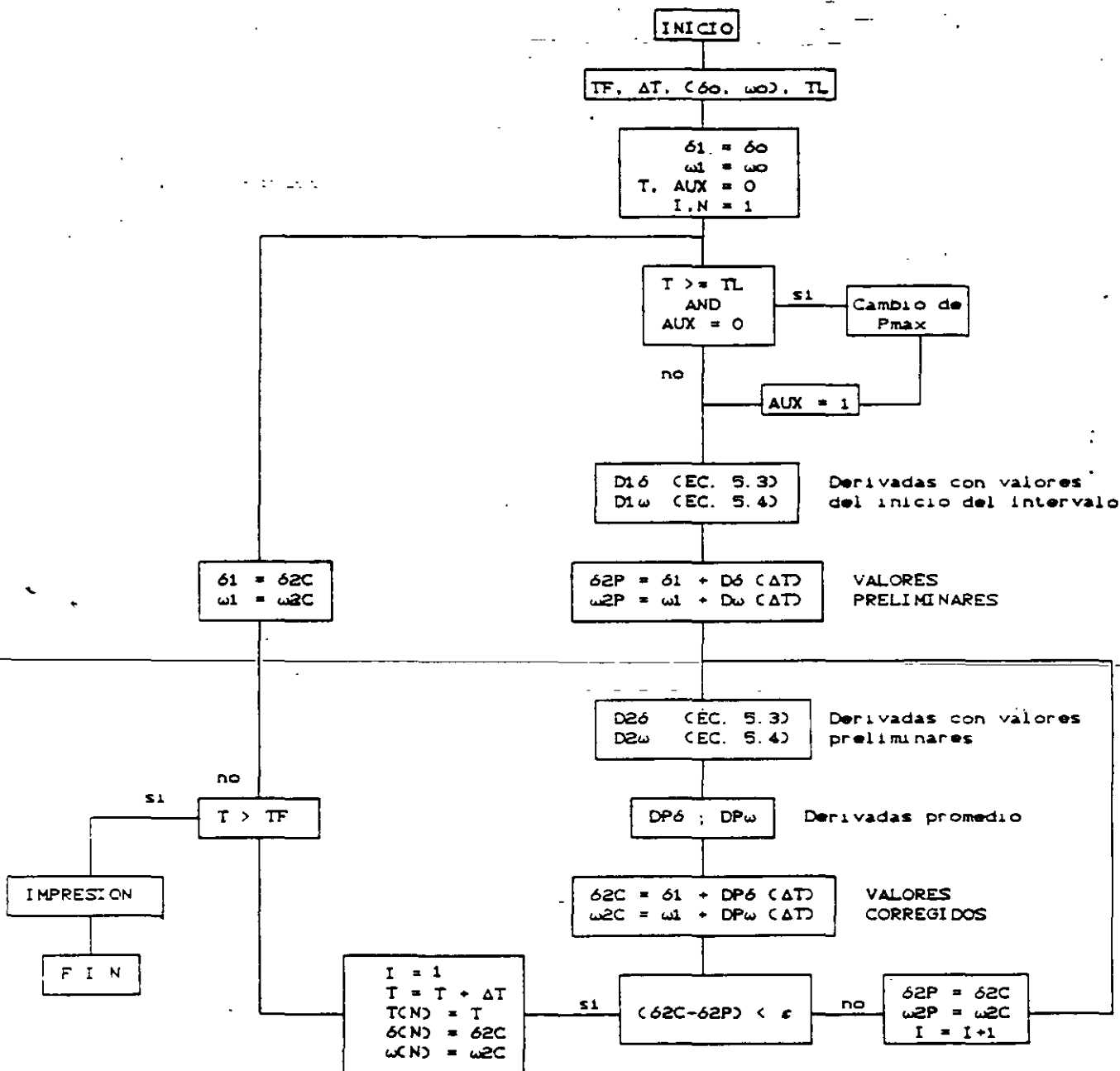


Figura 5.7

Algoritmo para la simulación de un sistema máquina-bus infinito en condiciones de disturbio

Las variables de entrada son:

TF = Tiempo (final) del estudio
 ΔT = Tamaño del intervalo de integración
 (δ_0, ω_0) = Condiciones iniciales
 TL = Tiempo de liberación de la falla

y las de salida:

T(N) = Tiempo asociado a cada intervalo
 $\delta(N)$ = Ángulo del rotor en cada intervalo
 $\omega(N)$ = Velocidad angular del rotor en cada intervalo

Las etapas del proceso son: una evaluación inicial de las derivadas del ángulo y de la velocidad mediante las ecuaciones (5.3) y (5.4), utilizando los valores correspondientes al principio del intervalo; una estimación preliminar del ángulo y de la velocidad; un cálculo de las derivadas al final del intervalo, empleando los valores preliminares, y un cálculo modificado final aplicando el promedio de las derivadas. La variante en este último diagrama con respecto al de la figura 5.4 consiste en que ahora se incluye un lazo para efectuar las iteraciones que sean necesarias hasta que la diferencia entre el valor preliminar y el corregido esté dentro de la tolerancia deseada (ϵ).

Para realizar una simulación es necesario primeramente, efectuar el estudio del sistema en condiciones de prefalla como se hizo en el capítulo 3, para obtener los valores del ángulo y la velocidad antes del disturbio, es decir, las condiciones iniciales.

Durante el proceso numérico se parte de las condiciones iniciales y se empieza a trabajar con la ecuación de oscilación en condiciones de falla. Cuando el tiempo (T) alcanza o rebasa el tiempo de liberación de la falla (TL), el programa efectúa el cambio de Pmax para que a partir de ese instante se trabaje con la ecuación de oscilación de postfalla.

5.8 OBTENCION DE RESULTADOS Y ALGUNAS CONCLUSIONES GENERALES.

Los valores calculados durante la corrida del programa se imprimen al final de la misma en forma de tabla, usando tres columnas principales: tiempo, ángulo y velocidad angular del rotor. A partir de estos datos es posible obtener gráficas de velocidad contra tiempo o ángulo contra tiempo como las mostradas al final de este capítulo con el objeto de concluir si el sistema fué o no estable para el disturbio simulado.

Las curvas ángulo-tiempo de las figuras 5.8 a 5.11 fueron obtenidas a partir de simulaciones mediante un programa digital como el descrito, aplicando diferentes disturbios al sistema "máquina-bus infinito" que se ha venido estudiando. Del comportamiento particular de este sistema es posible obtener algunas conclusiones de carácter general, las cuales son muy importantes:

1). La estabilidad de una máquina síncrona depende, entre otras cosas, de la severidad de la falla, siendo la de mayor impacto la falla trifásica y la de menor impacto la de fase a tierra (ver figura 5.8).

2). Las fallas tienen un mayor efecto sobre la estabilidad de las máquinas, entre más cercanas a éstas ocurran (figura 5.9).

3). La duración de la falla juega un papel de suma importancia en la estabilidad de un sistema (figura 5.10).

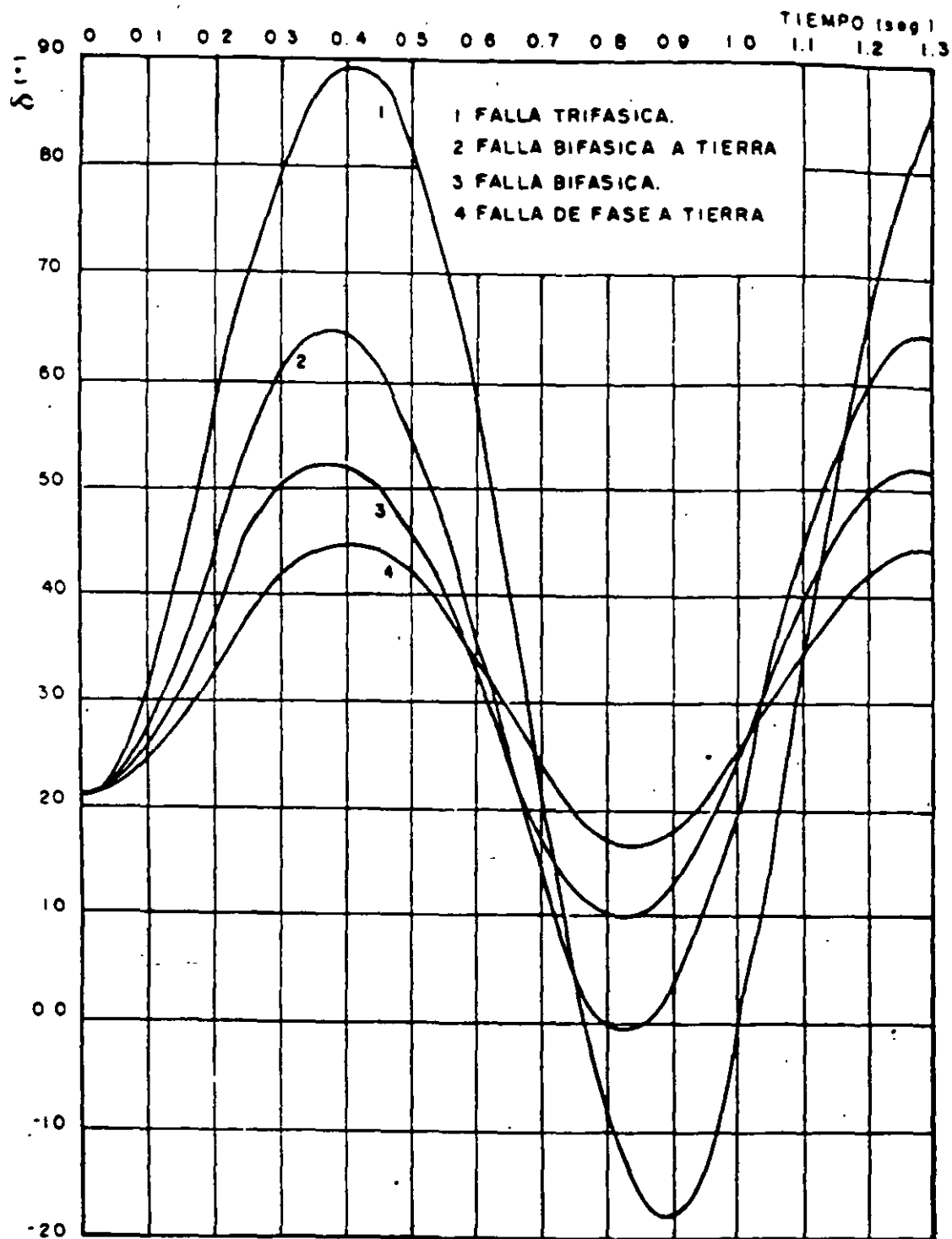
4). Las máquinas con menor inercia se ven más afectada por las perturbaciones (ver figura 5.11)

EFECTO DEL TIPO DE FALLA

FRL = 0

TL = 0.19 s

Figura 5.8



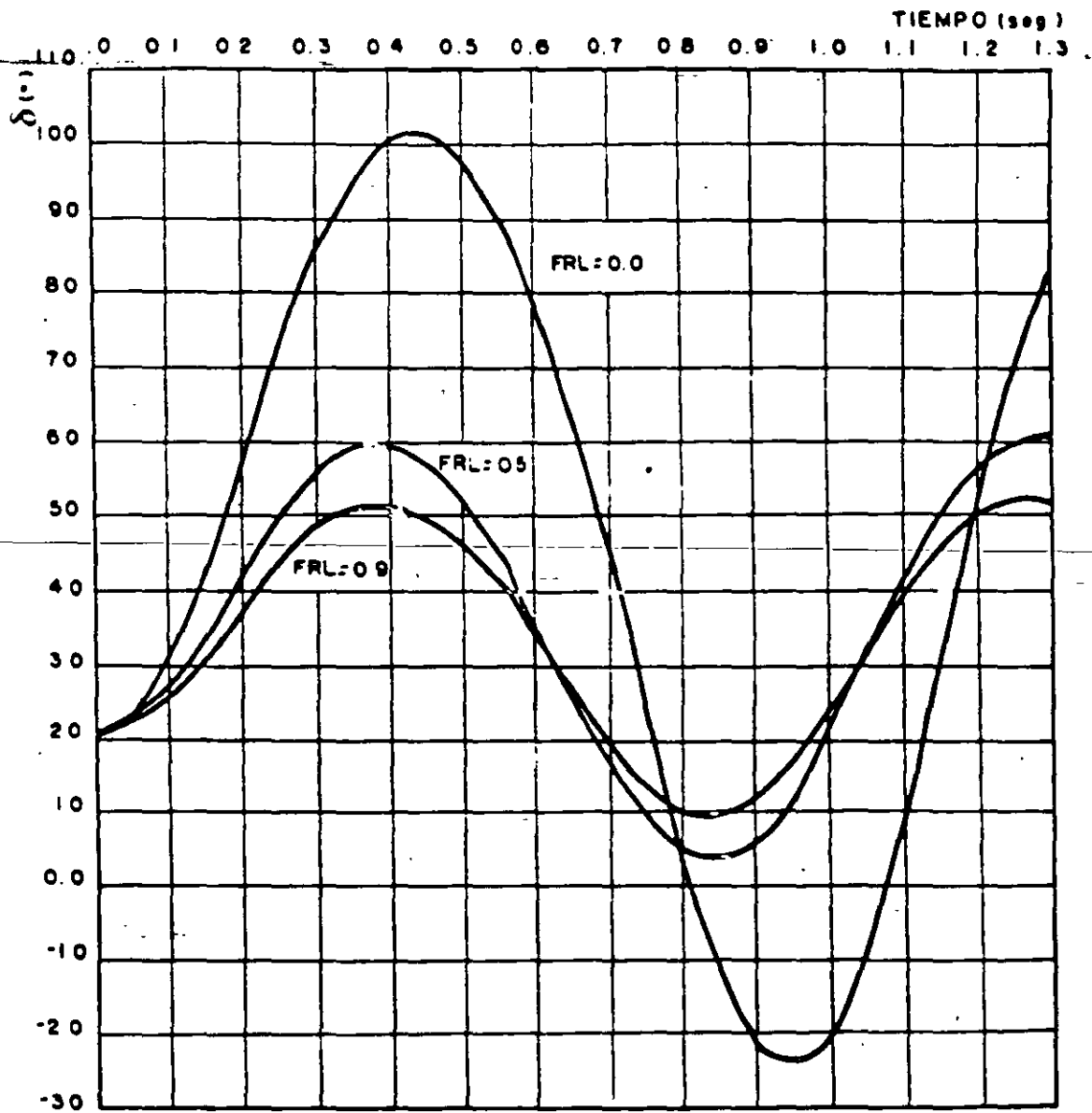
EFECTO DE LA LOCALIZACION DE LA FALLA

TL = 0.21 s

Falla 30

XF = 0

Figura 5.9



EFECTO DE LA DURACION DE LA FALLA

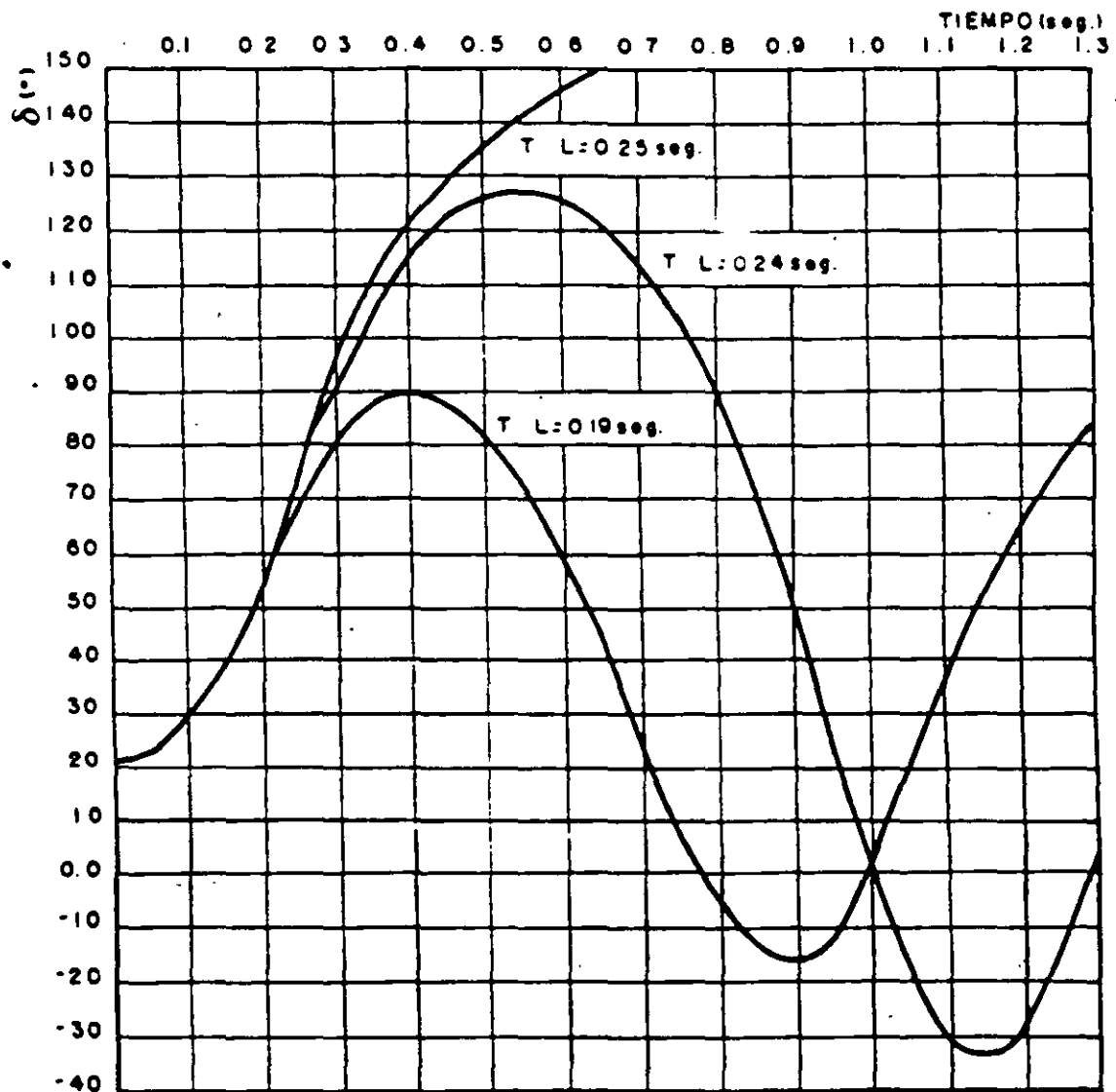
FRL = 0

Falla 3 ϕ

XF = 0

TCL = Tiempo crítico de liberación = 0.24 s

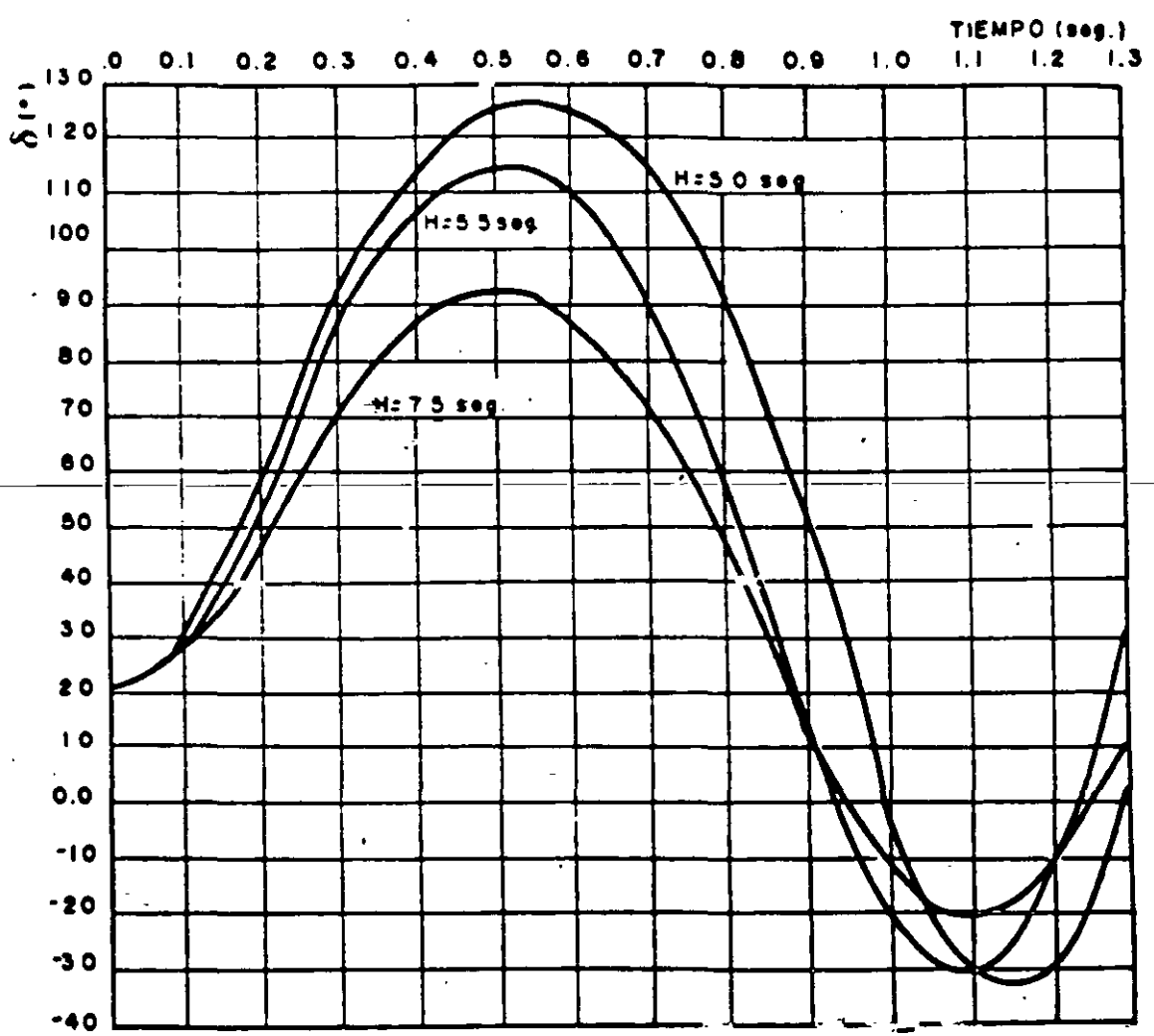
Figura 5.10



EFFECTO DE LA INERCIA

FRL = 0
TL = 0.24 s = TCL
Falla 3Ø
XF = 0

Figura 5.11



6. MODELADO DE SISTEMAS MULTIMAQUINA

Las mismas consideraciones que se hacen para un sistema formado por una máquina y un bus infinito se consideran válidas para un sistema multimáquina.

o La potencia mecánica de entrada se puede considerar constante en el estudio.

o Se desprecia el amortiguamiento y los flujos asíncronos de potencia.

o Se puede usar el modelo más sencillo de la máquina síncrona el cual asume una fuente de voltaje constante atras de la reactancia transitoria.

o El ángulo mecánico del rotor coincide con el ángulo del voltaje atras de la reactancia transitoria.

o Las cargas se modelan por medio de impedancias constantes.

El modelo clásico que se describe es válido para el estudio de estabilidad transitoria conocido como estudio de primera oscilación.

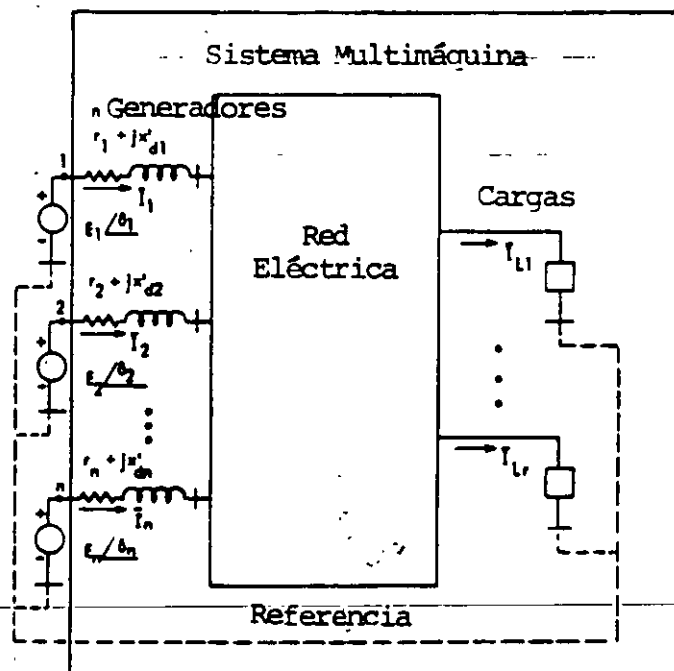
La segunda consideración describe que la característica de amortiguamiento es lineal y un par de amortiguamiento (o potencia D_w frecuentemente se adiciona al par Inercial (o a la potencia) en la ecuación de oscilación. El coeficiente de amortiguamiento D incluye varias componentes del par de amortiguamiento del tipo mecánico y eléctrico. Los valores típicos del par de amortiguamiento es de 1-3 pu. El cual representa el amortiguamiento de la Turbina, el amortiguamiento eléctrico del generador, y el efecto amortiguante de la carga.

La consideración 5 respecto a modelar la carga como una impedancia constante se hace para simplificar la representación del sistema y se usa en los estudios clásicos, pero cabe aclarar que esto no es una restricción.

La carga tiene dinámica propia que generalmente se desconoce su

comportamiento en función del voltaje y la frecuencia, que varía de una representación de Impedancia Constante a una característica de Potencia Constante modificando en forma apreciable la respuesta del sistema y la condición de estabilidad del Sistema.

La red eléctrica asociada a un sistema de n -generadores que se muestra en la figura en la cual se representa un sistema con un nodo de referencia que define el valor de los voltajes internos de las máquinas generadoras referido como el voltaje antes de la reactancia transitoria que se calcula a partir del resultado de un estudio de flujos de carga.



La magnitud del voltaje interno se mantiene en un valor constante en los estudios clásicos de estabilidad. En esta condición el sistema eléctrico se representa por red pasiva entre los n nodos con fuentes activas y la red se puede representar por medio de la matriz de admitancia nodal y se expresa en forma matricial.

$$I = YE$$

Recordando que la matriz de admitancia nodal se forma:

$$Y_{ii} = Y_{ii} \angle \theta_{ii} = G_{ii} + B_{ii}$$

$$Y_{ij} = Y_{ij} \angle \theta_{ij} = \text{Valor negativo de la admitancia de transferencia entre nodos } i \text{ y } j.$$

La inyección de potencia en el nodo i queda:

$$P_i = P_{el} - E_i I_i^*$$

Para la potencia eléctrica se tiene:

$$P_{el} = E_i^2 G_{ii} + \sum E_i E_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad i = 1, \dots, n$$

La ecuación de oscilación se expresa como:

$$P \frac{2H_i}{\omega} \frac{d\omega_i}{dt} + D_i \omega_i = P_{mi} - [E_i^2 G_{ii} + \sum E_i E_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)]$$

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - \omega_R$$

Hay que recordar que para la condición inicial la potencia eléctrica es igual a la potencia mecánica.

Las ecuaciones que describen el comportamiento dinámico es un conjunto de n ecuaciones diferenciales simultáneas de segundo orden que en forma compacta se expresan:

$$\dot{x} = f(x, x_0, t)$$

El vector x tiene una dimensión de $(2n \times 1)$

$$x^t = [\omega_1, \delta_1, \omega_2, \delta_2, \dots, \omega_n, \delta_n]$$

UTILIDAD DE ANALISIS DE ESTABILIDAD
EN
SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

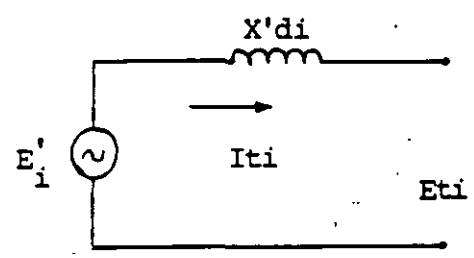
ETAPA PLANEACIÓN:

- A) DISEÑO DE LA RED.
- B) ESPECIFICACIÓN DE PARÁMETROS DE LOS GENERADORES: $x'd$,
 $x'q$, H , ETC.
- C) TIPOS DE SISTEMAS DE EXCITACIÓN.
- D) EQUIPOS DE CONTROL SUPLEMENTARIOS: VALVULEO RÁPIDO MOMEN
TÁNEO Y SOSTENIDO, INSERCIÓN DE CAPACITORES SERIE, FRENA
DO DINÁMICO, RECIERRE MONOPOLAR, ETC.
- E) COMPENSACIÓN DE POTENCIA REACTIVA: COMPENSADORES ESTÁTI-
COS DE VARS, CAPACITORES SERIE, ETC.

ETAPA OPERACIÓN:

- A) DEFINICIÓN DE LÍMITES DE GENERACIÓN-TRANSMISIÓN.
- B) IMPLANTACIÓN DE ESQUEMAS DE CONTROL SUPLEMENTARIOS (DISP.
AUTOMÁTICOS DE CARGA, GENERACIÓN, LÍNEA, ETC.),
- C) AJUSTES ESQUEMAS DE PROTECCIONES DE DISTANCIA.
- D) SEGREGACIÓN DEL SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA ANTE OSCILA
CIONES NO AMORTIGUADAS.
- E) DISEÑO DE ESQUEMAS DE CORTE DE CARGA POR BAJA FRECUENCIA.
- F) ANÁLISIS Y REPRODUCCIÓN DE DISTURBIOS.

EXPRESIONES MATEMÁTICAS DEL GENERADOR



SUBÍNDICE i = No. DE GENERADOR.

$$I_{ti} = \frac{P_{Ei} - jQ_{ti}}{E_{ti}^*}$$

$$E'_i = E_{ti} + jX'_{di} I_{ti}$$

$$E'_i = e'_i + jf_i$$

$$\delta_i = \text{tg}^{-1} \frac{f'_i}{e'_i}$$

$$P_{ei} = \text{Re} [I_{ti} E_i'^*]$$

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i(t) - 2\pi f \quad ; \quad \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{\pi f}{H_i} (P_{mi} - P_{ei}(t))$$

EXPRESIONES DEL MÉTODO MODIFICADO DE EULER

1. $y_1^0 = y_0 + \left. \frac{dy}{dt} \right|_0 \Delta T$

2. CON y_1^0 EVALUAR $\left. \frac{dy}{dt} \right|_1$ EN EL PUNTO FINAL DEL INTERVALO.

3. $y_1^1 = y_0 + \left(\frac{\left. \frac{dy}{dt} \right|_0 + \left. \frac{dy}{dt} \right|_1}{2} \right) \Delta T$

PLANTEAMIENTOS Y CUESTIONAMIENTOS SOBRE ESTUDIOS DE
ESTABILIDAD EN SISTEMAS MULTIMAQUINA

1. SOLUCIÓN AL CONJUNTO DE ECUACIONES ALGEBRAICAS NO LINEALES PARA OBTENER LAS CONDICIONES DE LOS VOLTAJES NODALES EN LAS REDES -- ELÉCTRICAS. "CORRIDAS DE FLUJOS".
2. INFORMACIÓN DE PARÁMETROS DE LOS TURBOGENERADORES Y DE EQUIPO - ASOCIADO; REACTANCIAS TRANSITORIAS, CONSTANTES DE INERCIA, SISTEMAS DE EXCITACIÓN, SISTEMA DE GOBERNACIÓN, PARÁMETROS DE TURBINAS, ETC.
3. SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE ESTABILIDAD, RESOLVIENDO LAS ECUACIONES DIFERENCIALES QUE DEFINEN EL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LOS TURBOGENERADORES Y CONTRALES (SISTEMAS DE EXCITACIÓN, GOBERNADORES, ETC.).
4. INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS Y EFECTOS FACTIBLES DE PREDECIR SOBRE LOS SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA.
 - A) ES ESTABLE UNA Ó UN GRUPO DE UNIDADES.
 - B) ALGUNA PIERDE SINCRONISMO.
 - C) TODAS PIERDEN SINCRONISMO.
 - D) CORTES DE CARGA POR BAJA FRECUENCIA.
 - E) CORTES DE CARGA POR BAJO VOLTAJE.
 - F) OSCILACIONES LENTAS EN EL SISTEMA.
 - G) ETCÉTERA.

SECUENCIA PARA SOLUCION DE LAS ECUACIONES DE OSCILACION
EN UN SISTEMA MULTIMAQUINA

M. EULER MODIFICADO

1. CONDICIONES INICIALES. CORRIDA DE FLUJOS PARA DETERMINAR: $\delta_i(0)$, -
 $w_i(0)$, $E_i'(0)$, $I_{Ti}(0)$, $E_{Ti}(0)$, $P_{Ei}(0)$.

2. DETERMINACIÓN DE $\delta_i^o(\Delta T)$ Y $w_i^o(\Delta T)$.

3. CON $\delta_i^o(\Delta T)$ CALCULAR LAS COMPONENTES DE $E_i'^o(\Delta T)$.

4. CORRIDA DE FLUJOS CON $E_i'^o(\Delta T)$ PARA DETERMINAR VOLTAJES NODALES EN ΔT .
 $E_{Ti}^o(\Delta T)$.

5. DETERMINAR $I_{Ti}^o(\Delta T)$ Y $P_{Ei}^o(\Delta T)$.

6. CORREGIR PARA DETERMINAR LOS VALORES FINALES (EN ΔT) DE $\delta_i^i(\Delta T)$,
 $w_i^i(\Delta T)$, $E_i^i(\Delta T)$.

7. CORRER FLUJOS CON $E_i^i(\Delta T)$ PARA ENCONTRAR VOLTAJES NODALES $E_{Ti}^i(\Delta T)$.

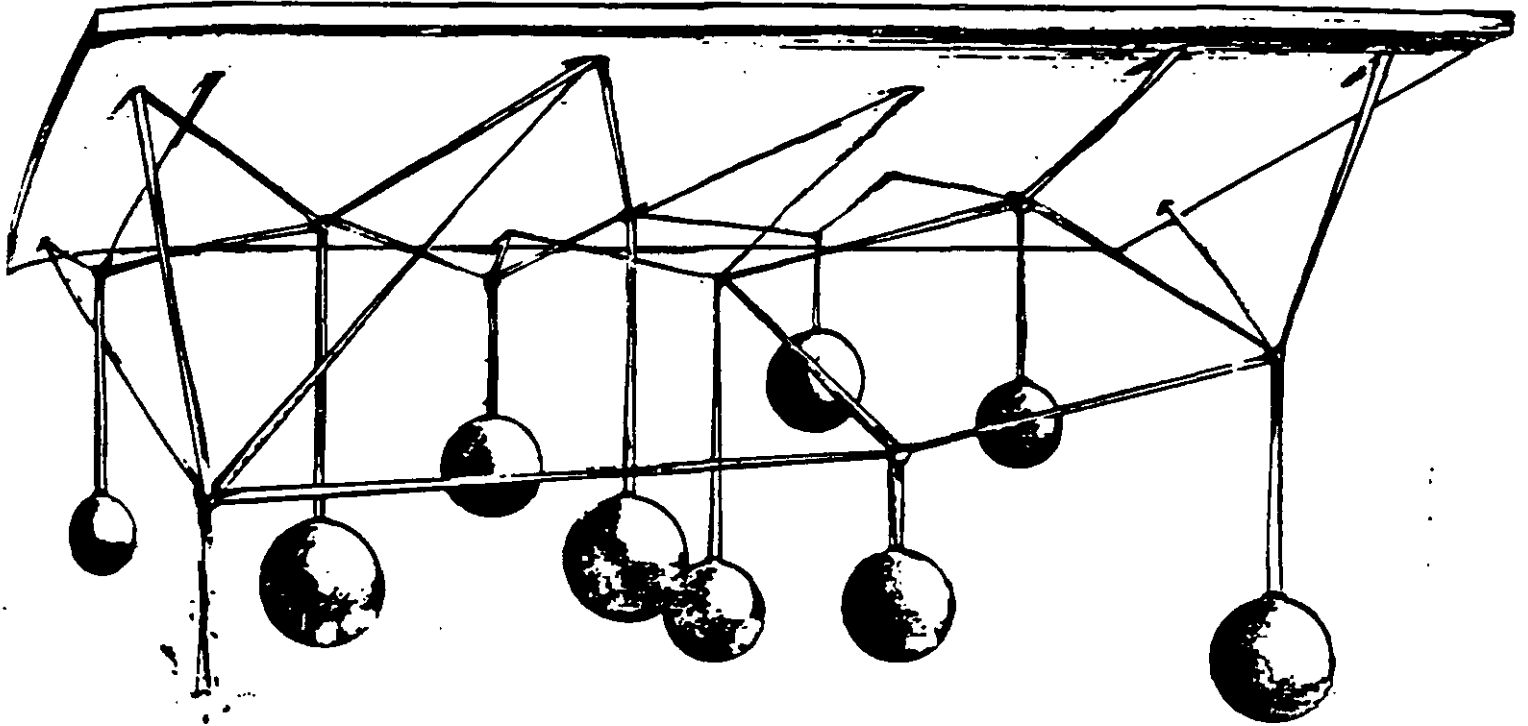
8. DETERMINAR $I_{Ti}^i(\Delta T)$, $P_{Ei}^i(\Delta T)$.

1A. PRIMERA ESTIMACIÓN DE VARIABLES PARA EL PASO DE INTEGRACIÓN ΔT .

2A. ESTIMACIÓN FINAL DE VARIABLES PARA EL PASO DE INTEGRACIÓN ΔT .

ANALOGÍA MECÁNICA PARA ILUSTRAR EL PROBLEMA DE ESTABILIDAD TRANSITORIA.

UN NÚMERO DE MASAS DE DIFERENTES PESOS REPRESENTAN A LOS GENERADORES. LAS BANDAS DE HULE (LIGAS) QUE FORMAN LA RED SEMEJAN A LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN.



EL ANÁLISIS DE ESTABILIDAD TRANSITORIA CONSTARÍA DE LAS SIGUIENTES ETAPAS:

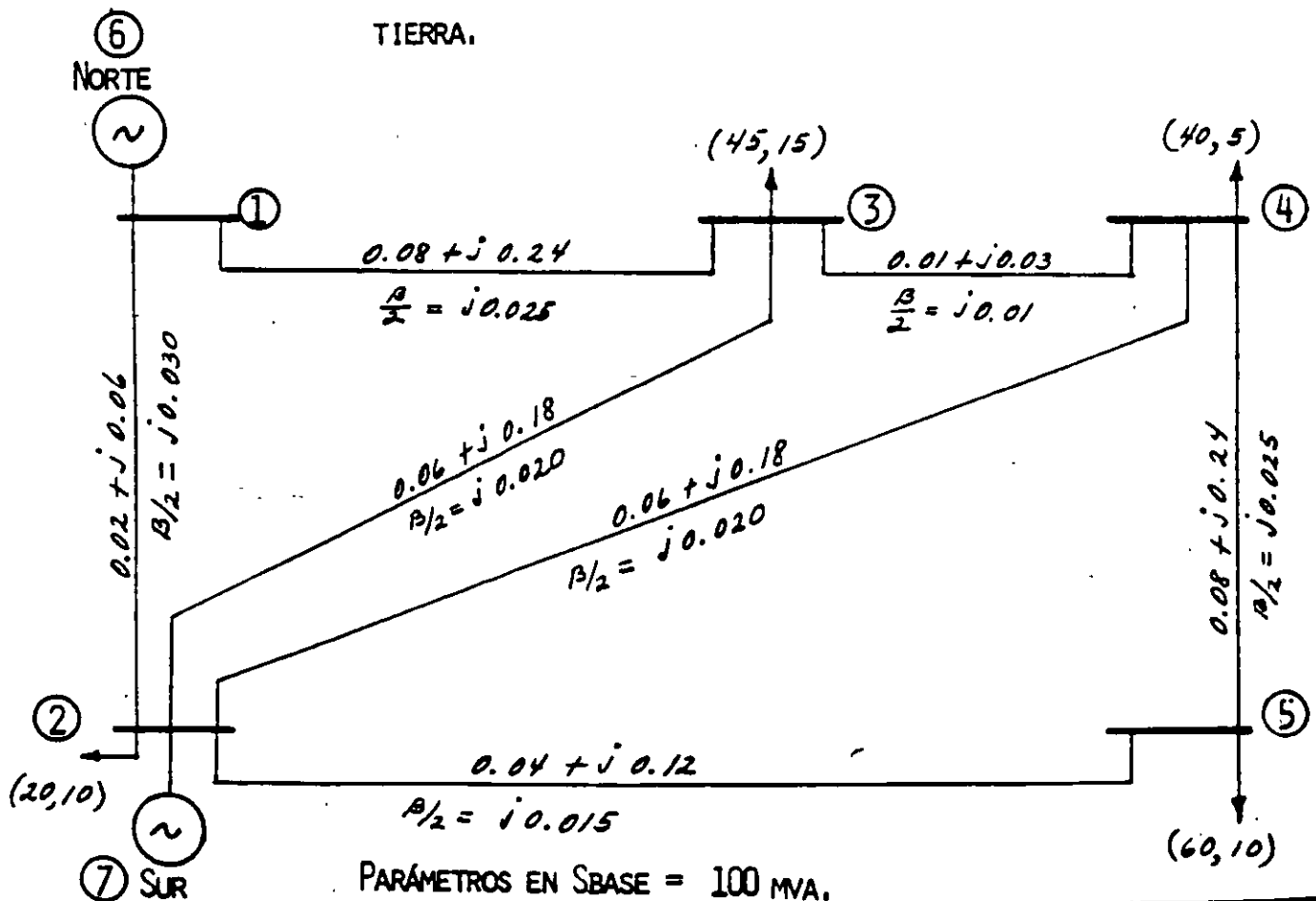
- DETERMINAR EL ESTADO ESTABLE DE PREFALLA.
- INICIAR LA FALLA.
- CALCULAR EL MOVIMIENTO TRANSITORIO DE LAS MASAS Y LAS FUERZAS RESULTANTES EN LAS LIGAS.
- SI LAS FUERZAS NO EXCEDEN LOS PUNTOS DE RUPTURA DE LAS LIGAS - EL SISTEMA SE JUZGARÍA COMO ESTABLE PARA LA FALLA QUE EN PARTICULAR SE LE APLICÓ.

EJEMPLO: ESTABILIDAD MULTIMÁQUINA.

UTILIZANDO EL MÉTODO MODIFICADO DE EULER PARA LA SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE OSCILACIÓN, CALCULAR EL COMPORTAMIENTO DE LA VELOCIDAD $W(t)$ Y POSICIÓN ANGULAR $\delta(t)$ EN LAS MÁQUINAS DE LA SIGUIENTE RED, PARA UN TIEMPO $\Delta t = 0,02$ SEG.; SI EN $t = 0$ SEG. OCURRE UNA FALLA ϕ (TRIFÁSICA) EN LA BARRA 2 DE 0,1 SEG. DE DURACIÓN.

PREMISAS:

- VOLTAJE CONSTANTE DETRÁS DE LA REACTANCIA TRANSITORIA.
- POTENCIA MECÁNICA CONSTANTE.
- LAS CARGAS SON REPRESENTADAS COMO ADMITANCIAS FIJAS A TIERRA.



EN LA TABLA I SE INDICAN LOS DATOS DE LOS GENERADORES EN PU, SOBRE UNA -
SBASE = 100 MVA.

TABLA I

GENERADOR	CONSTANTE DE INERCIA H (SEG.)	REACTANCIA TRANSITORIA EJE DIRECTO X'D
NORTE	50.0	0.25
SUR	1.0	1.50

DESARROLLO

I. A) $T = 0^-$

- CALCULAR CONDICIONES DE PREFALLA.

DE UNA CORRIDA DE FLUJOS ANTES DE LA OCURRENCIA DE LA FALLA SE OB-
TUVIFRON LOS VOLTAJES NODALES Y GENERACIONES QUE SE MUESTRAN EN -
LA TABLA II.

TABLA II

VOLTAJES NODALES DE PREFALLA

BARRA	VOLTAJE PU.	GENERACIÓN		CARGAS	
		MW	MVAR	MW	MVAR
1	$1.060 + j0.0$	129.56	-7.48	0.0	0.0
2	$1.0462 - j0.05128$	40.0	30.0	20.0	10.0
3	$1.02032 - j0.0892$	0.0	0.0	45.0	15.0
4	$1.01917 - j0.09506$	0.0	0.0	40.0	5.0
5	$1.01209 - j0.10906$	0.0	0.0	60.0	10.0

- CALCULAR LOS VOLTAJES ATRÁS DE LAS REACTANCIAS TRANSITORIAS:

PARA EL GENERADOR NORTE SE DESIGNARÁ COMO E'_6

PARA EL GENERADOR SUR SE DESIGNARÁ COMO E'_7

$$E'_i = E_{ti} + j X'_{di} I_{ti} \quad I_{ti} = \frac{P_{ti} - jQ_{ti}}{E^*_{ti}}$$

GEN. NORTE

$$E'_6 = 1.06 + j0.0 + j0.25 \left(\frac{1.29565 + j0.07480}{1.06 - j0.0} \right)$$

$$E'_6 = 1.04236 + j0.30558 = 1.08623 \quad 16.34^\circ$$

$$\delta_6 = 16.34^\circ \quad \delta \quad 0.28517 \text{ rad.}$$

$$P_{m6} = 1.29565 \quad pu = P_{e6}$$

GEN. SUR

$$E'_7 = 1.0462 - j0.05128 + j1.5 \left(\frac{0.4 - j0.3}{1.0462 + j0.05128} \right)$$

$$E'_7 = 1.50335 + j0.49981 = 1.58426 \quad 18.39^\circ$$

$$\delta_7 = 18.39^\circ \quad \delta \quad 0.32097 \text{ rad.}$$

$$P_{m7} = 0.4 \text{ pu.} = P_{e7}$$

B) $T = 0^+$

EN EL INSTANTE DE OCURRIR LA FALLA Y DURANTE LA MISMA, EL VOLTAJE EN LA BARRA 2 ES IGUAL A CERO.

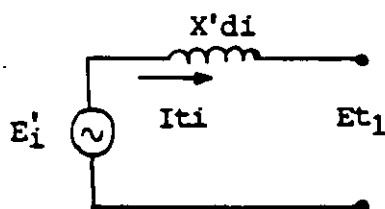
MANTENIENDO LOS VOLTAJES DETRÁS DE LAS REACTANCIAS TRANSITORIAS Y DE LA BARRA 2 FIJOS, SE EFECTÚA UNA CORRIDA DE FLUJOS PARA ENCON-

TRAR LOS VOLTAJES NODALES DE FALLA. EN LA TABLA III SE MUESTRAN LOS VOLTAJES RESULTANTES DE LA CORRIDA DE FLUJOS.

TABLA III
VOLTAJES EN EL INSTANTE DE LA FALLA

BARRA	VOLTAJES NODALES
1	0.19234 + j0.00330
2	0.0 + j0.0
3	0.04707 - j0.00096
4	0.03758 - j0.00118
5	0.01226 - j0.00093
6	1.04236 + j0.30558
7	1.50335 + j0.49981

CORRIENTES EN LOS GENERADORES CON LA FALLA



$$I_{t1} = \frac{E'_i - E_{t1}}{x'di}$$

GEN. NORTE $I_6 = \frac{1.04236 + j0.30558 - 0.19234 - j0.0033}{j0.25}$

$$I_6 = 1.20912 - j3.4008 \text{ pu}$$

$$\text{GEN. SUR } I_7 = \frac{1.50335 + j0.49981 - 0.0 - j0.0}{j1.5}$$

$$I_7 = 0.33321 - j1.00223 \text{ pu.}$$

POTENCIA ELÉCTRICA DE LOS GENERADORES EN EL MOMENTO DE LA FALLA.

$$P_{e6} = \text{Re} [I_6 E_6'^*] = \text{Re} [(1.20912 - j3.4008) (1.04236 - j0.30558)]$$

$$P_{e6} = 0.22134 \text{ pu}$$

$$P_{e7} = \text{Re} [I_7 E_7'^*] = \text{Re} [(0.33321 - j1.00223) (1.50335 - j0.49981)]$$

$$P_{e7} = 0.0 \text{ pu}$$

II. A) $T = 0.02 \text{ SEG} = \Delta T$

DETERMINAR $W(T)$ Y $\delta(T)$ PARA LOS GENERADORES.

1RA. ESTIMACIÓN

$$W_i^0(\Delta T) = W_i'(0) + \left. \frac{dW_i}{dt} \right|_{(0)} \Delta T$$

$$\frac{dW_i}{dt} = \frac{\pi f}{H_i} (P_{mi} - P_{ei}(t)) ; \quad \frac{d\delta_i}{dt} = W_i(t) - 2\pi f$$

$$\text{GEN. NORTE } \left. \frac{dW_6}{dt} \right|_{(0)} = \frac{(3.1416)(60)}{50} (1.29565 - 0.22134) = 4.05006$$

$$W_6^0(0.02) = 2(3.1416)(60) + 4.05006(0.02)$$

$$W_6^0(0.02) = 377.073$$

$$\left. \frac{d\delta_6}{dt} \right|_{(0)} = 2\pi f - 2\pi f = 0$$

$$\delta_6(0.02) = 0.28517 + 0 (0.02)$$

$$\delta_6(0.02) = 0.28517 \text{ rad.}$$

$$\text{GEN. SUR} \quad \left. \frac{dw_7}{dt} \right|_{(0)} = \frac{(3.1416) (60)}{1.0} (0.4000 - 0.0) = 75.398$$

$$w_7^{\circ}(0.02) = 2(3.1416) (60) + 75.398 (0.02)$$

$$w_7^{\circ}(0.02) = 378.499$$

$$\left. \frac{d\delta_7}{dt} \right|_{(0)} = 2\pi f - 2\pi f = 0$$

$$\delta_7^{\circ}(0.02) = 0.32097 + 0 (0.02)$$

$$\delta_7^{\circ}(0.02) = 0.32097 \text{ rad.}$$

B) CON ESTOS ÁNGULOS DE LOS ROTORES DE LOS GENERADORES, QUE SON LOS ÁNGULOS DE FASE DE LOS VOLTAJES DETRÁS DE LAS REACTANCIAS TRANSITORIAS, Y DADO QUE LA MAGNITUD DE ESTOS VOLTAJES ES CONSTANTE, SE CALCULAN LAS COMPONENTES REAL E IMAGINARIA DE LOS VOLTAJES DETRÁS DE LAS REACTANCIAS TRANSITORIAS. EFECTUANDO ASIMISMO, UNA NUEVA CORRIDA DE FLUJOS PARA DETERMINAR LOS VOLTAJES NODALES.

DADO QUE LOS VOLTAJES INTERNOS DE LOS GENERADORES NO HAN SUFRIDO CAMBIO EN SUS ÁNGULOS DE FASE, LA SOLUCION DE LA CORRIDA DE FLUJOS ARROJARÁ -- LOS MISMOS VOLTAJES NODALES, CORRIENTES Y POTENCIAS ELÉCTRICAS EN LAS --

UNIDADES QUE LOS OBTENIDOS EN EL INSTANTE DE LA OCURRENCIA DE LA FALLA
(T_0^*).

LOS VALORES AL FINAL DEL INTERVALO $\Delta T = 0.02$ SEG. DE VELOCIDAD Y APERTU
RA ANGULAR DE LOS ROTORES SERÁN:

$$\text{GEN. NORTE } P_{E6}(T) = P_{E6}^0(0.02) = 0.22134 \text{ PU,}$$

$$W_6(T) = W_6'(0) = 376.992$$

$$\delta_6(T) = \delta_6'(0) = 0.28517$$

$$\left. \frac{dW_6}{dt} \right|_{(0)} = 4.05006$$

$$\left. \frac{d\delta_6}{dt} \right|_{(0)} = 0$$

$$W_6'(0.02) = W_6'(0) + \left(\frac{\left. \frac{dW_6}{dt} \right|_{(0)} + \left. \frac{dW_6}{dt} \right|_{(0.02)}}{2} \right) 0.02$$

$$\left. \frac{dW_6}{dt} \right|_{(0.02)} = \frac{\pi E}{H_6} (P_{M6} - P_{E6}^0(0.02))$$

$$\left. \frac{dW_6}{dt} \right|_{(0.02)} = \frac{(3.1416)(60)}{50} (1.29565 - 0.22134)$$

$$\left. \frac{dW_6}{dt} \right|_{(0.02)} = 4.05006$$

$$W'_6(0.02) = 376.992 + \left(\frac{4.05006 + 4.05006}{2} \right) 0.02$$

$$\underline{W'_6(0.02) = 377.073}$$

$$\delta'_6(0.02) = \delta'_6(0) + \left(\frac{\frac{d\delta_6}{dt} \Big|_0 + \frac{d\delta_6}{dt} \Big|(0.02)}{2} \right) 0.02$$

$$\frac{d\delta_6}{dt} \Big|(0.02) = W'_6(0.02) - 2\pi F = 377.073 - 376.992$$

$$\frac{d\delta_6}{dt} \Big|(0.02) = 0.08100$$

$$\delta'_6(0.02) = 0.28517 + \left(\frac{0 + 0.081}{2} \right) 0.02$$

$$\delta'_6(0.02) = 0.28598 \text{ RAD.} = 16.3854^\circ$$

GEN. SUR

$$PE_7(\tau) = PE_7^0(0.02) = 0.22134$$

$$W_7(\tau) = W'_7(0) = 376.992$$

$$\delta_7(\tau) = \delta'_7(0) = 0.32097$$

$$\frac{dW_7}{dt} \Big|_0 = 75.3984$$

$$\frac{d\delta_7}{dt} \Big|_0 = 0.0$$

$$W_7'(0.02) = W_7'(0) + \left(\frac{\frac{dW_7}{dt} \Big|_{(0)} + \frac{dW_7}{dt} \Big|_{(0.02)}}{2} \right) 0.02$$

$$\frac{dW_7}{dt} \Big|_{(0.02)} = \frac{\pi F}{H_7} (P_{M7} - P_{E7}^0(0.02))$$

$$\frac{dW_7}{dt} \Big|_{(0.02)} = \frac{(3.1416)(60)}{1} (0.400 - 0.0) = 75.398$$

$$W_7'(0.02) = 376.992 + \left(\frac{75.398 + 75.398}{2} \right) 0.02 = 378.4997$$

$$\delta_7'(0.02) = \delta_7'(0) + \left(\frac{\frac{d\delta_7}{dt} \Big|_{(0)} + \frac{d\delta_7}{dt} \Big|_{(0.02)}}{2} \right) 0.02$$

$$\frac{d\delta_7}{dt} \Big|_{(0.02)} = W_7'(0.02) - 2\pi F = 378.4997 - 376.992$$

$$\frac{d\delta_7}{dt} \Big|_{(0.02)} = 1.50797$$

$$\delta_7'(0.02) = 0.32097 + \left(\frac{0 + 1.50797}{2} \right) 0.02$$

$$\delta_7'(0.02) = 0.33605 \text{ RAD.} = 19.2592^\circ$$

LOS VOLTAJES INTERNOS DE LOS GENERADORES QUEDAN:

$$E_6' = 1.08623 \quad \underline{16.3854^\circ}$$

$$E_7' = 1.58426 \quad \underline{19.2542^\circ}$$

CON LOS NUEVOS ÁNGULOS DE LOS VOLTAJES E'_6 Y E'_7 Y CON EL VOLTAJE DE LA BARRA 2 IGUAL A CERO SE EFECTÚA UNA CORRIDA DE FLUJOS PARA OBTENER LOS -- NUEVOS VOLTAJES NODALES. EN LA TABLA IV SE INDICAN, ASÍ COMO LOS VOLTAJES INTERNOS DE LOS GENERADORES E'_6 Y E'_7 .

TABLA IV

VOLTAJES EN $\Delta T = 0.02$ SEGUNDOS

BARRA	VOLTAJES PU	
1	0.19258	+ j0.00353
2	0.0	+ j0.0
3	0.04815	- j0.00114
4	0.03845	- j0.00133
5	0.01249	- j0.00097
6	1.042113	+ j0.30642
7	1.49564	+ j0.52242

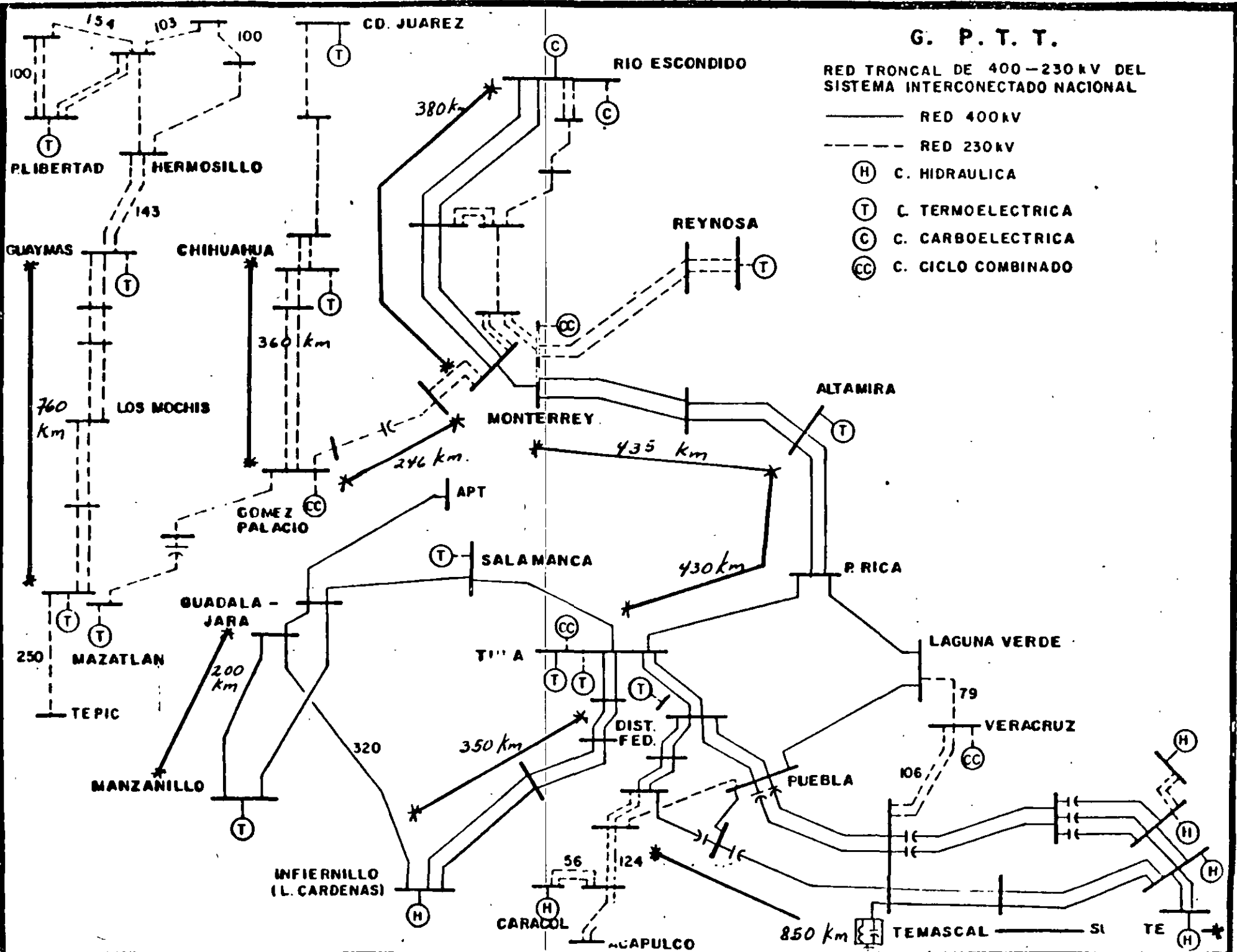
CON LOS VOLTAJES DE TABLA IV SE CALCULAN LAS POTENCIAS ELÉCTRICAS, ÉSTAS SE MUESTRAN EN LA TABLA V.

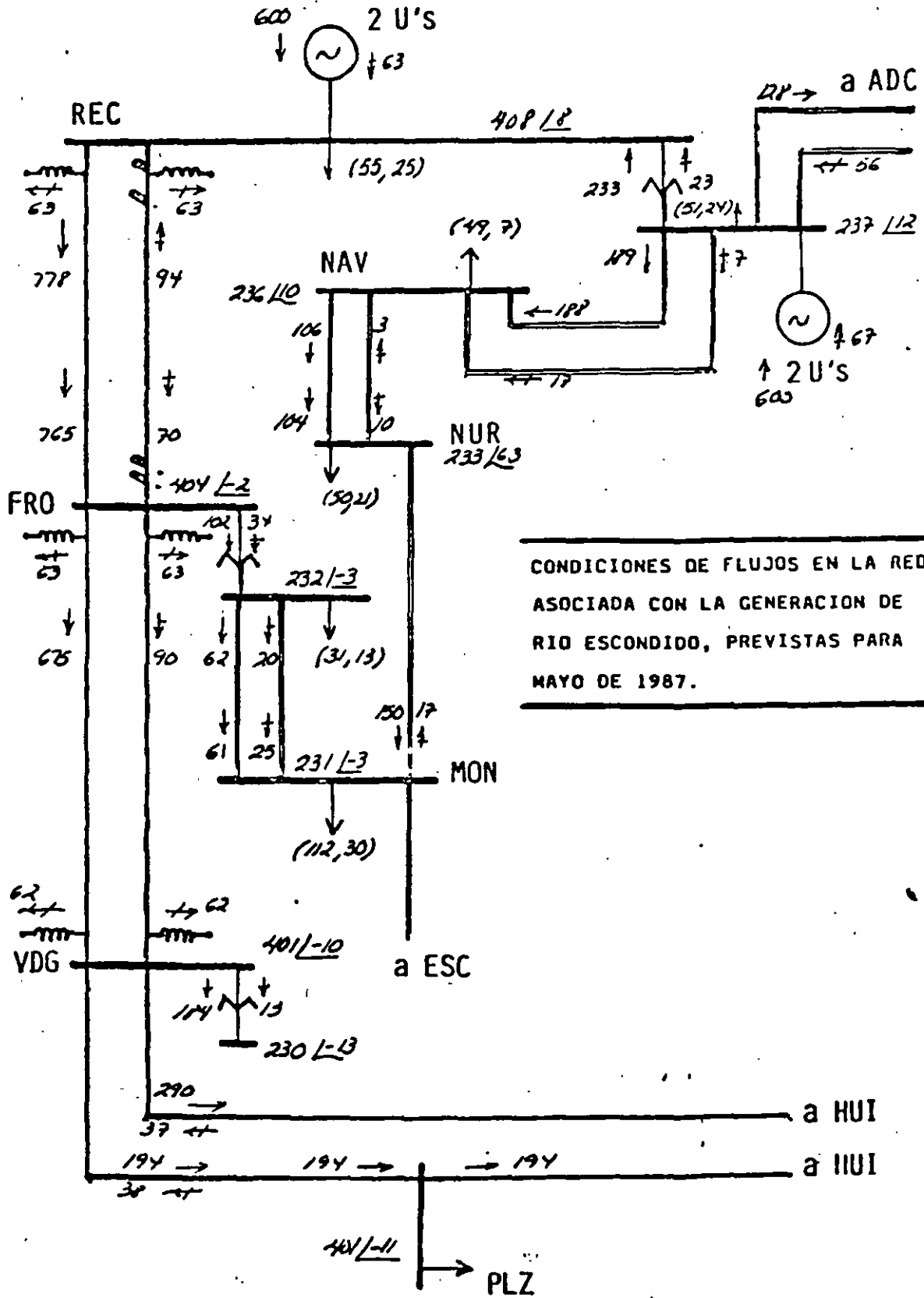
TABLA V

POTENCIAS ELÉCTRICAS EN $\Delta T = 0.02$ SEGUNDOS

GENERADOR	POTENCIAS ELÉCTRICAS
NORTE (6)	0.22132
SUR (7)	0.0

CON ESTO SE COMPLETAN LOS CÁLCULOS PARA $T + \Delta T = 0.02$ SEGUNDOS. PARA EL SIGUIENTE PASO DE INTEGRACIÓN $T + \Delta T = 0.02 + 0.02 = 0.04$ SEGUNDOS SE REPITE EL PROCESO EFECTUADO PARA EL PRIMER PASO DE INTEGRACIÓN.





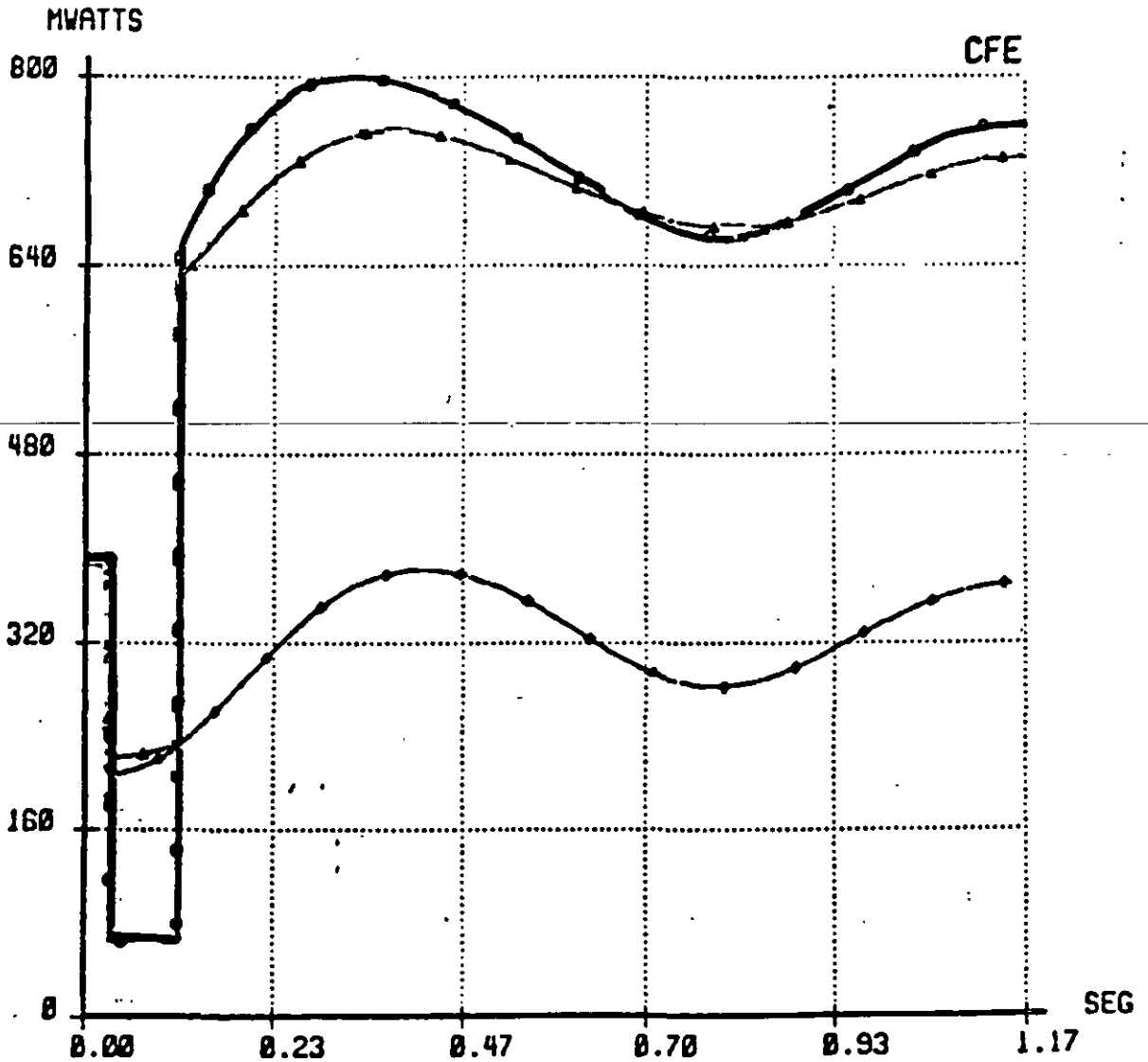
CFE CENACE
DID

RESULTADOS GRAFICOS
FLUJOS DE POTENCIA

SISP-ESTABI
22/OCT/86

■ RED DEL SISTEMA INTERCONECTADO PARA 1987 EN DEMANDA MAXIMA. ■
 ■ 1:FALLA 2F, 2:FALLA 3F (EN LT REC-FRO). 3:DISPARO DEL AT DE REC. ■

—●— REC-400 -> REC-FRO FALLA 2 0
 —●— REC-C2 -> FRO-C2 FALLA 3 0
 —●— NUR-230 -> MON-230 APERTURA AT de REC



CFE CENACE
DID

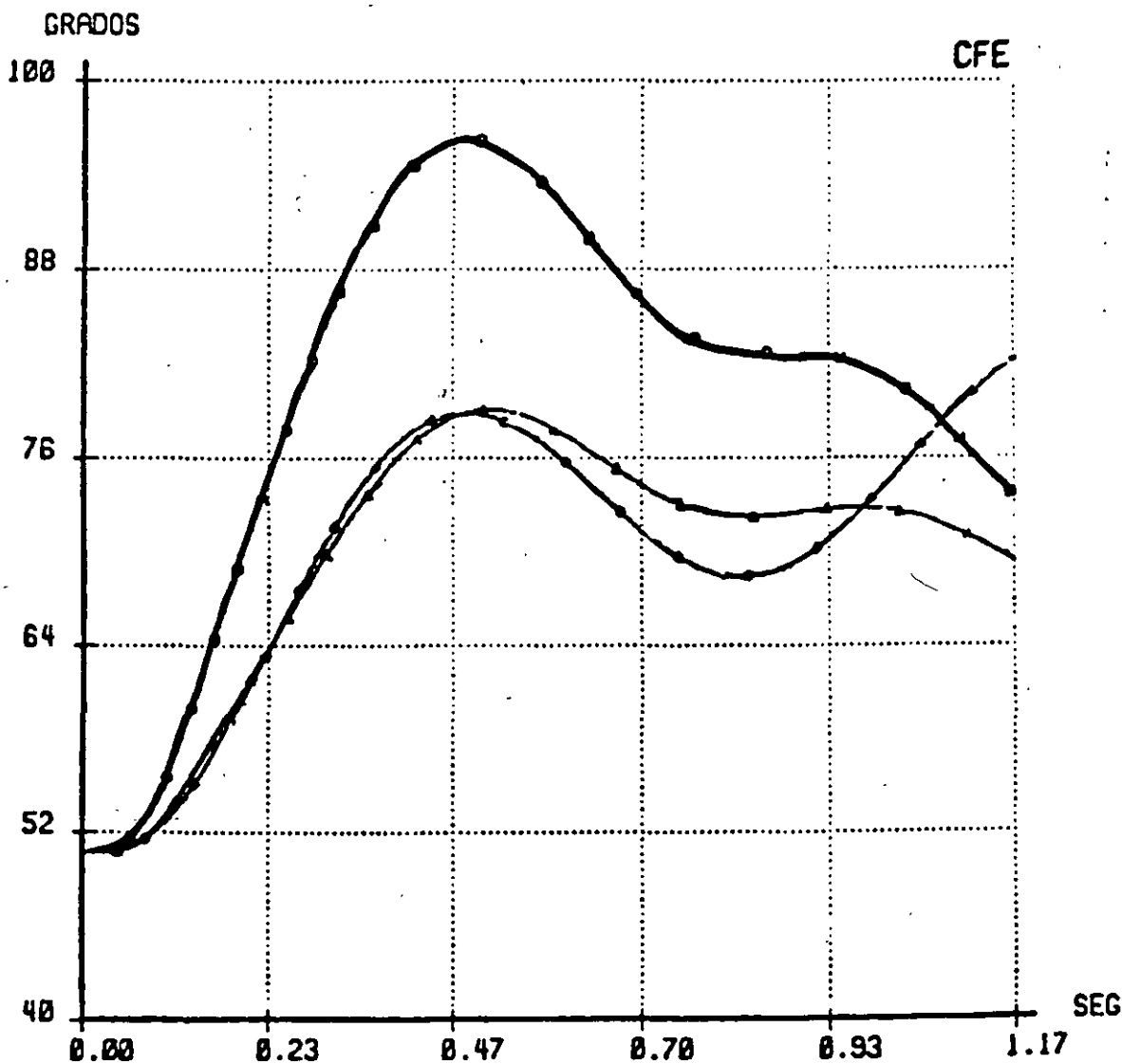
RESULTADOS GRAFICOS
DIFERENCIAS ANGULARES

SISP-ESTABI
22/OCT/86

- RED DEL SISTEMA INTERCONECTADO PARA 1987 EN DEMANDA MAXIMA.
 - 1:FALLA 2F. 2:FALLA 3F (EN LT REC-FRO). 3:DISPARO DEL AT DE REC.
-

MAQUINA DE REFERENCIA TUL-U4

—●—●—●—●—●—	REC-U1	FALLA 2 0
—●—●—●—●—●—	CAS02	FALLA 3 0
—●—●—●—●—●—	CAS03	APERTURA AT de REC



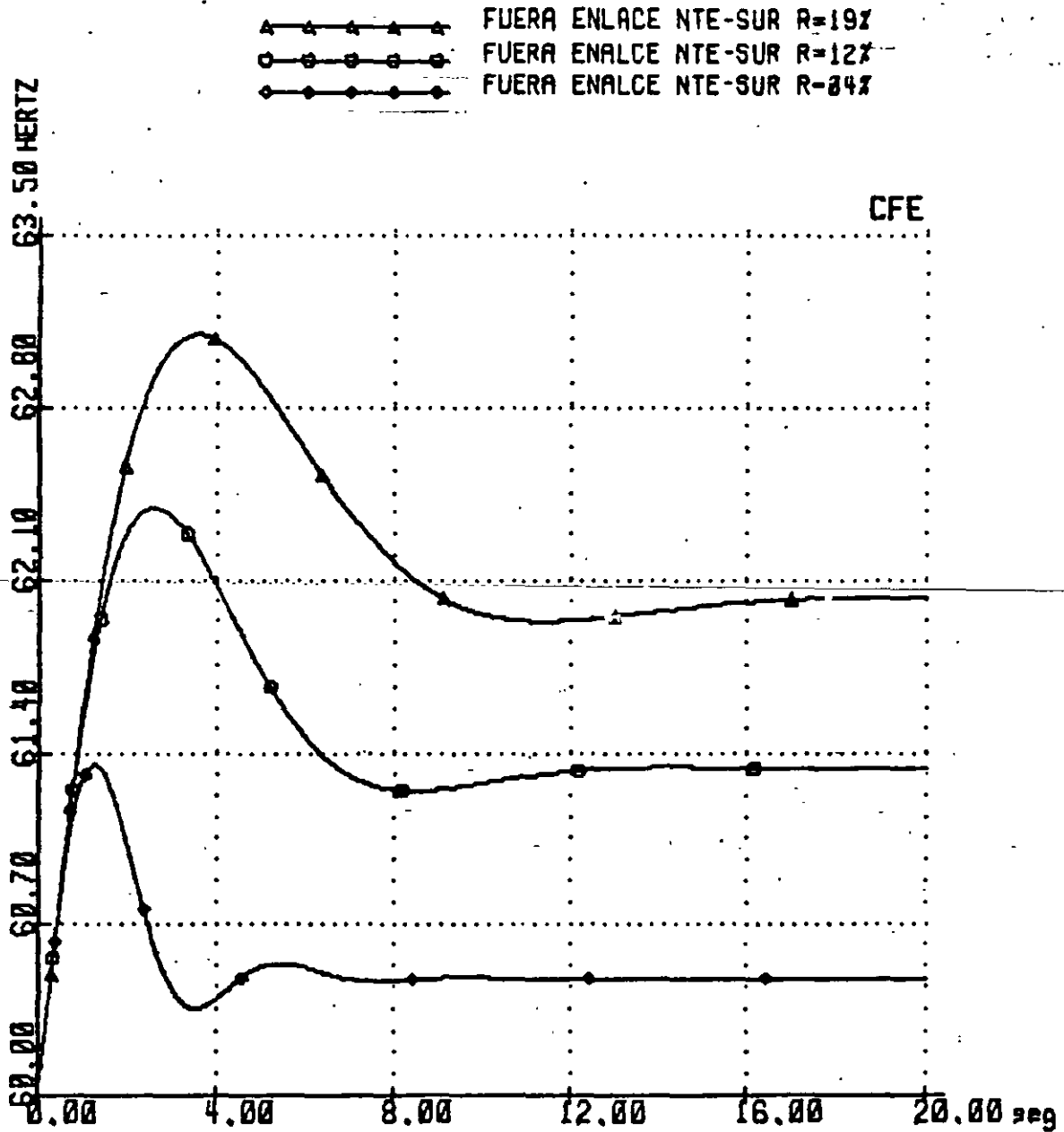
CFE - CENACE
DID

RESULTADOS GRAFICOS

SISP - CARFRE
04/NOV/86

13/15

SIMULACION DE LA SEPARACION DEL NYN Y SIS EL 861020 - 11:47 HRS
EXCEDENTE EN NYN 720 MW; DEFICIT SIS 880 MW.



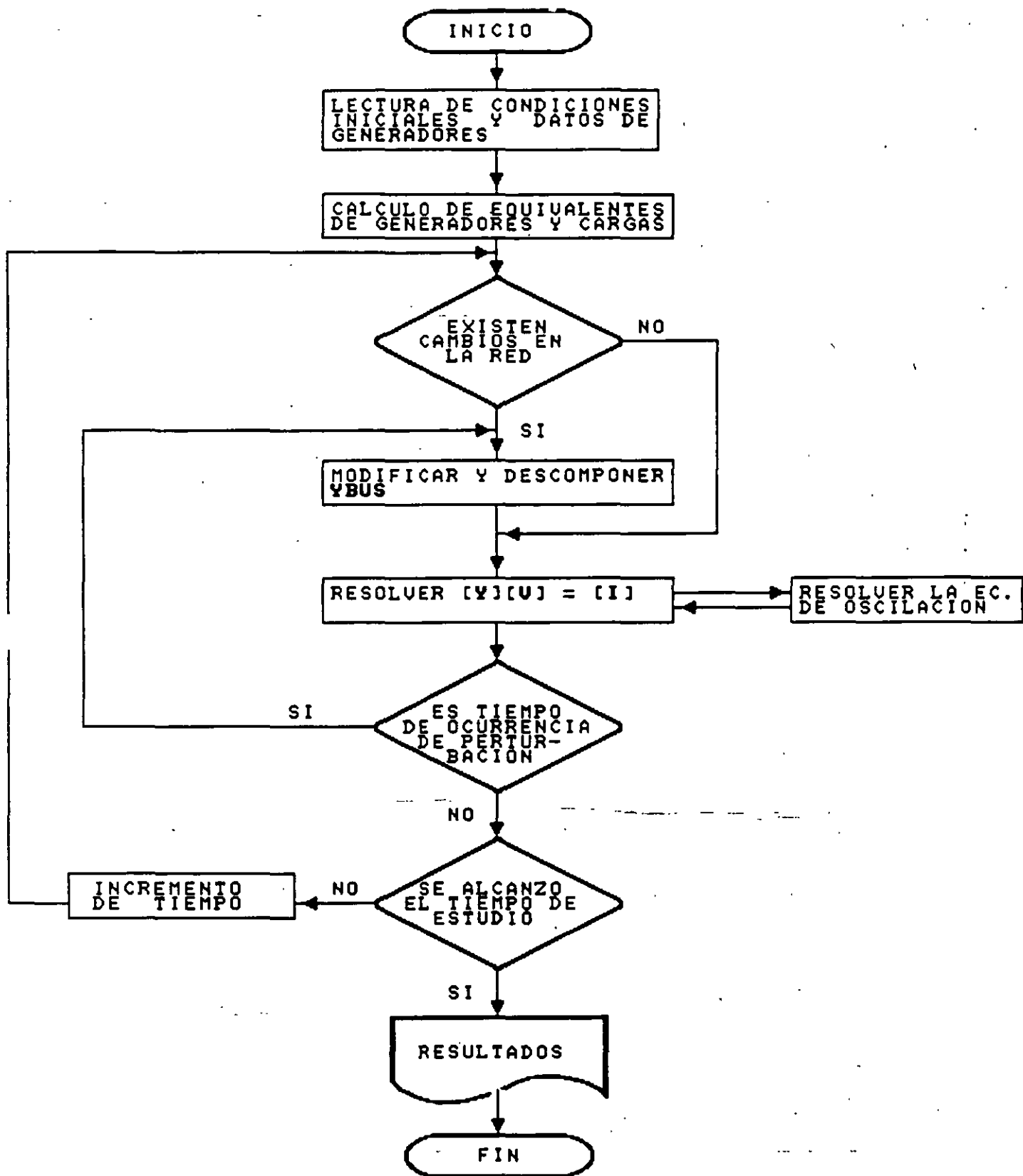


DIAGRAMA DE BLOQUES PARA LA SOLUCION DEL PROBLEMA DE ESTABILIDAD TRANSITORIA EN SISTEMAS MULTIMAQUINAS

ESTABILIDAD TRANSITORIA EN SISTEMAS MULTIMAQUINAS.

DESCRIPCION DEL DIAGRAMA DE BLOQUES.

Lectura de condiciones iniciales y datos de generadores. Del programa de flujos de potencia se extrae la información topológica y nodal necesaria para estudios de estabilidad transitoria. Se graban datos de líneas, Ybus, potencias nodales y de carga así como también voltajes nodales. Como información adicional para los generadores se dan los valores de reactancias, constantes de inercia y los tipos de máquina (polos lisos o polos salientes).

Cálculo de equivalentes de generadores y cargas. De acuerdo al tipo de máquina y al tipo de carga se obtienen sus equivalentes.

Cambios en la red. Cuando existen cambios en la red debidos a una perturbación, es necesario modificar la matriz Ybus, modificar de ser necesario las inyecciones de corriente nodal y resolver para voltajes nodales.

~~Solución de la ecuación de oscilación. Una vez resuelta para [V] la ecuación [Y][V]=[I] se encuentran δ y ω para ese tiempo utilizando las ecuaciones respectivas de acuerdo al método de solución seleccionado, ajustandose al mismo tiempo el valor de δ con soluciones iterativas de la ecuación [Y][V]=[I].~~

Simulación de la perturbación. Algunos de los tipos de perturbación que es conveniente tener implementados en los programas de explotación son:

- Fallas paralelo
- Fallas serie
- Salida de línea o transformador
- Salida de generador
- Operación de relevadores
- Recierres

ESTABILIDAD TRANSITORIA EN SISTEMAS MULTIMAQUINAS.

MODIFICACION DE [Y] DE ACUERDO AL TIPO DE FALLA.

a) Falla 3 ϕ . Los elementos del renglón k se hacen cero, a excepción de la diagonal principal, el cual toma el valor de $1.0 \angle 0^\circ$ y la inyección de corriente nodal en caso de existir también se hace cero.

b) Falla $\phi - T$. Se modifica únicamente el elemento Y_{kk}

$$Y_{kk_n} = Y_{kk_a} + \frac{1}{Z_{-k} + Z_{0k}}$$

c) Falla $\phi\phi - T$. En el elemento Y_{kk}

$$Y_{kk_n} = Y_{kk_a} + \frac{\begin{pmatrix} Z_{-k} \\ Z_{0k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_{0k} \\ Z_{-k} \end{pmatrix}}{Z_{-k} + Z_{0k}}$$

d) Falla $\phi - \phi$. En el elemento Y_{kk}

$$Y_{kk_n} = Y_{kk_a} + \frac{1}{Z_{-k}}$$

e) ϕ abierta entre los nodos k y l . Se modifica Y_{kk} , Y_{ll} , Y_{kl} y Y_{lk} intercalando en serie la suma del paralelo de las impedancias equivalentes de secuencia positiva y secuencia cero en el nodo donde se simula la apertura.

f) $\phi\phi$ abiertas entre los nodos k y l . Se modifica Y_{kk} , Y_{ll} , Y_{kl} y Y_{lk} . Se conecta en serie en el punto de apertura la suma de las impedancias equivalentes de secuencia positiva y secuencia cero.

ESTABILIDAD TRANSITORIA EN SISTEMAS MULTIMAQUINAS.

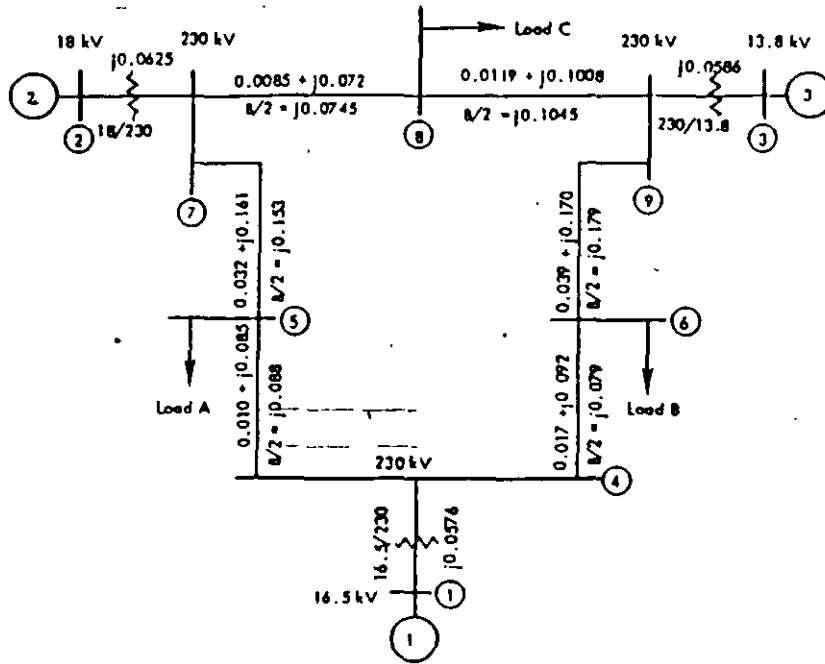
MODIFICACION DE [Y] CON OTRAS PERTURBACIONES.

- g) Salida de línea ó transformador. Es clara la afectación en los elementos mutuos y propios de los nodos en cuestión.
- h) Salida de generador. Se hace cero la inyección de corriente en el nodo correspondiente, y se elimina la admitancia propia de acuerdo al modelo utilizado.
- i) Modificación en la carga. Se modifica el elemento propio de acuerdo al modelo considerado.

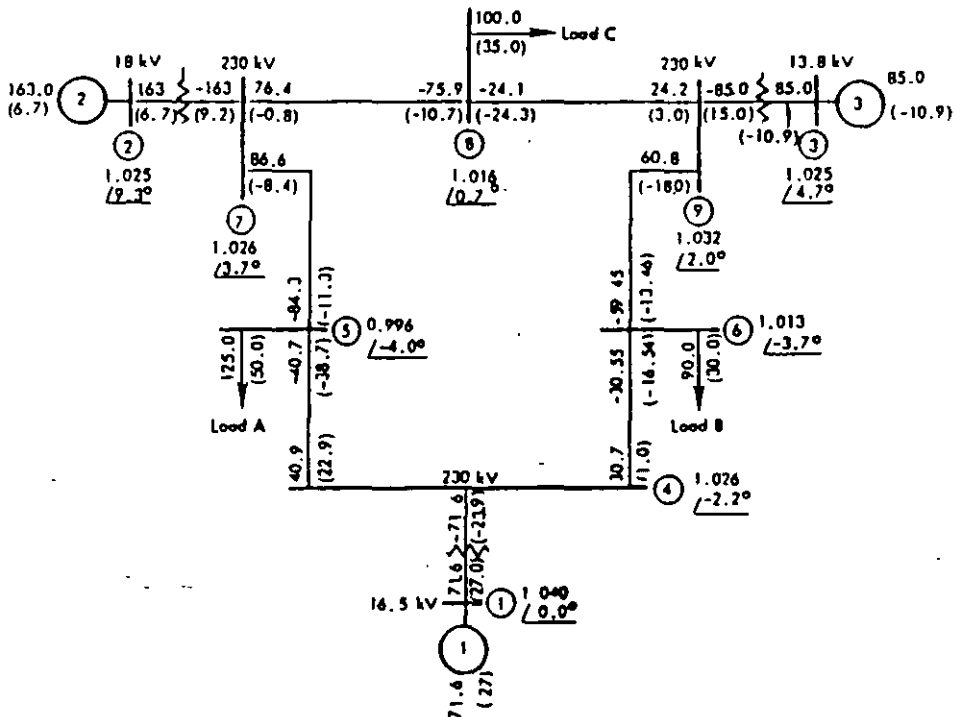
Nota:

- | | | |
|------------|------------|---|
| Y_{kk_n} | Y_{kk_a} | - Admitancias propia en el nodo k , nueva y anterior respectivamente. |
| | Z_{-o_k} | - Impedancia de secuencia negativa equivalente en el nodo k . |
| | Z_{o_k} | - Impedancia de secuencia cero equivalente en el nodo k . |

Chapter 2



Nine-bus system impedance diagram: all impedances are in pu on a 100-MVA base



Nine-bus system load-flow diagram showing pre-fault conditions; all flows are in MW and MVAR.

Table 2.1. Generator Data

Generator	1	2	3
Rated MVA	247.5	192.0	128.0
kV	16.5	18.0	13.8
Power factor	1.0	0.85	0.85
Type	hydro	steam	steam
Speed	180 r/min	3600 r/min	3600 r/min
x_d	0.1460	0.8958	1.3125
x_d'	0.0608	0.1198	0.1813
x_q	0.0969	0.8645	1.2578
x_q'	0.0969	0.1969	0.25
x_l (leakage)	0.0336	0.0521	0.0742
r_{a0}	8.96	6.00	5.89
r_{a0}	0	0.535	0.600
Stored energy at rated speed	2364 MW·s	640 MW·s	301 MW·s

Note: Reactance values are in pu on a 100-MVA base. All time constants are in s. (Several quantities are tabulated that are as yet undefined in this book. These quantities are derived and justified in Chapter 4 but are given here to provide complete data for the sample system.)

***** SISTEMA DE PRUEBA 9 NODOS ANDERSON *****
 ***** JLHG 071091 *****

OMH

FIN

GEN1	00.00	00.00	11	0
V2	00.00	00.00	11	0
GEN3	00.00	00.00	11	0
CUATRO	00.00	00.00	11	0
CINCO	125.00	50.00	11	0
SEIS	90.00	30.00	11	0
SIETE	00.00	00.00	11	0
OCHO	100.00	35.00	11	0
NUEVE	00.00	00.00	11	0

FIN

GEN1	CUATRO	300.00	100.00	-100.00	1.04000
GEN2	SIETE	163.00	50.00	-50.00	1.02500
GEN3	NUEVE	85.00	50.00	-50.00	1.02500

FIN

CUATRO	GEN1	0.00000	0.05760	0.00000	1.00000
SIETE	GEN2	0.00000	0.06250	0.00000	1.00000
NUEVE	GEN3	0.00000	0.05860	0.00000	1.00000
CUATRO	CINCO	0.01000	0.08500	0.08800	
CUATRO	SEIS	0.01700	0.09200	0.07900	
CINCO	SIETE	0.03200	0.16100	0.15300	
SEIS	NUEVE	0.03900	0.17000	0.17900	
SIETE	OCHO	0.00850	0.07200	0.07450	
OCHO	NUEVE	0.01190	0.10080	0.10450	

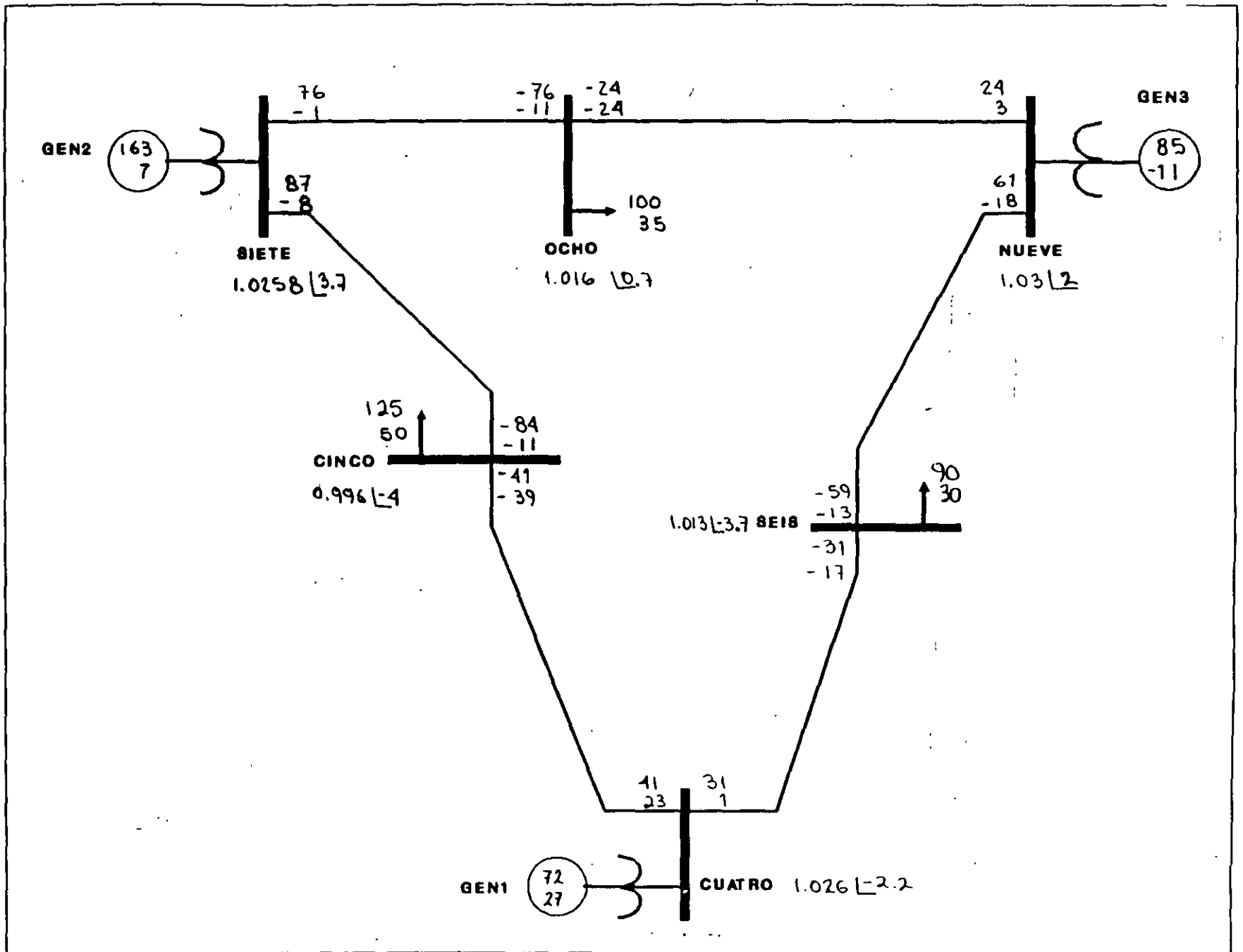
FIN

FIN

00 20:49:03 0.306 0.115

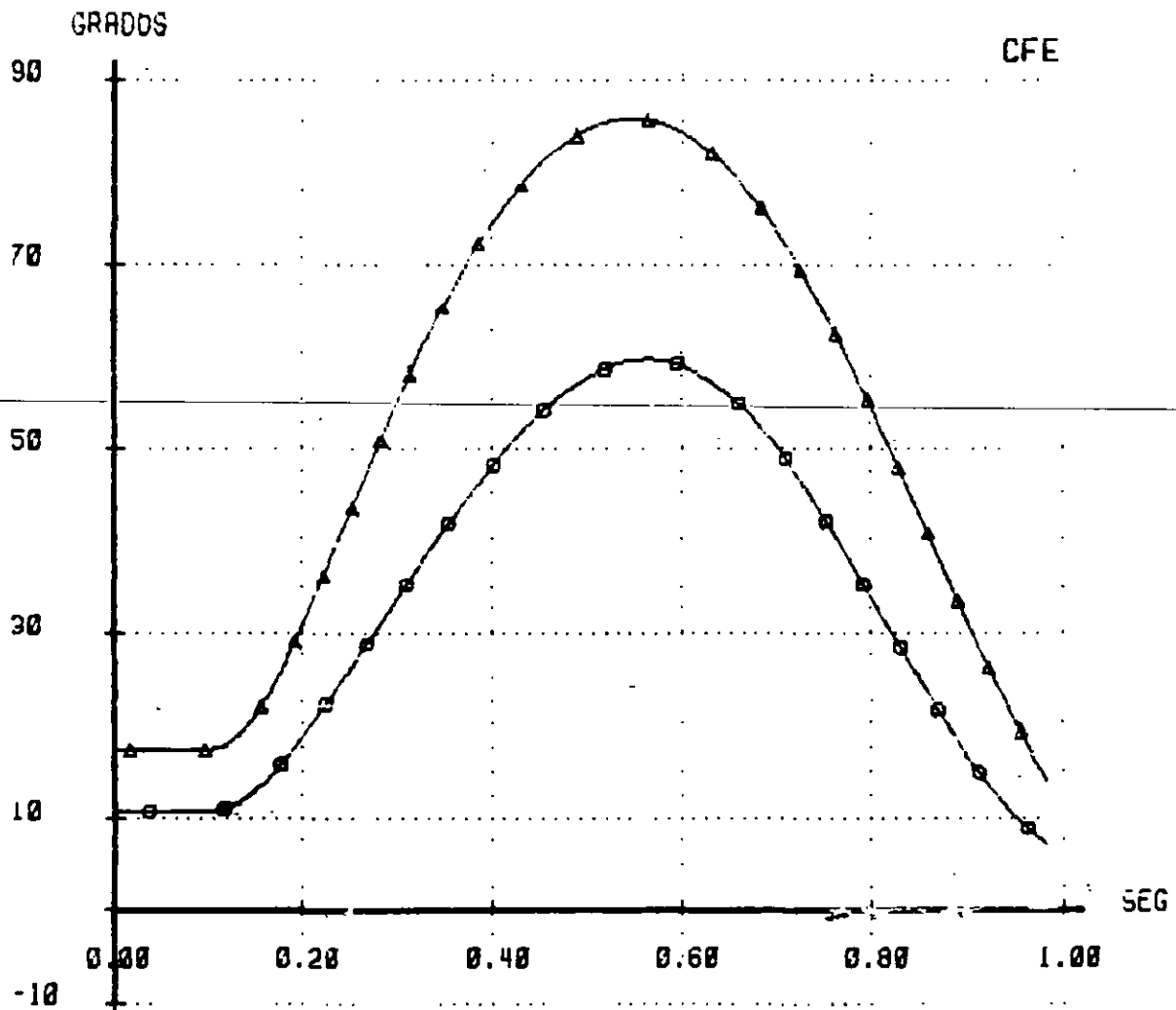
***** SISTEMA DE PRUEBA 9 NODOS ANDERSON *****
 ***** JLHG 071091 *****

DE	1 GEN1	MW	MVAR	MVA	TAP	1.04000	0.00	1
GENERADOR		71.7	27.1R	76.6				
A	4 CUATRO	71.7	27.1	76.6	0.0000	TR		
DE	2 GEN2	MW	MVAR	MVA	TAP	1.02500	9.28	2
GENERADOR		163.0	6.7R	163.1				
A	7 SIETE	163.0	6.7	163.1	0.0000	TR		
DE	3 GEN3	MW	MVAR	MVA	TAP	1.02500	4.66	3
GENERADOR		85.0	-10.8R	85.7				
A	9 NUEVE	85.0	-10.8	85.7	0.0000	TR		
DE	4 CUATRO	MW	MVAR	MVA	TAP	1.02578	-2.22	4
A	1 GEN1	-71.7	-23.9	75.6	1.0000	TR		
A	5 CINCO	40.9	22.9	46.9	0.0000			
A	6 SEIS	30.7	1.0	30.7	0.0000			
DE	5 CINCO	MW	MVAR	MVA	TAP	0.99561	-3.99	5
A	CARGA	125.0	50.0	134.6				
A	4 CUATRO	-40.7	-38.7	56.1	0.0000			
A	7 SIETE	-84.3	-11.3	85.1	0.0000			
DE	6 SEIS	MW	MVAR	MVA	TAP	1.01263	-3.69	6
A	CARGA	90.0	30.0	94.9				
A	4 CUATRO	-30.5	-16.6	34.7	0.0000			
A	9 NUEVE	-59.5	-13.5	61.0	0.0000			
DE	7 SIETE	MW	MVAR	MVA	TAP	1.02576	3.72	7
A	2 GEN2	-163.0	9.2	163.3	1.0000	TR		
A	5 CINCO	86.6	-8.4	87.0	0.0000			
A	8 OCHO	76.4	-0.8	76.4	0.0000			
DE	8 OCHO	MW	MVAR	MVA	TAP	1.01587	0.73	8
A	CARGA	100.0	35.0	105.9				
A	7 SIETE	-75.9	-10.7	76.7	0.0000			
A	9 NUEVE	-24.1	-24.3	34.2	0.0000			
DE	9 NUEVE	MW	MVAR	MVA	TAP	1.03234	1.97	9
A	3 GEN3	-85.0	14.9	86.3	1.0000	TR		
A	6 SEIS	60.8	-18.1	63.4	0.0000			
A	8 OCHO	24.2	3.1	24.4	0.0000			



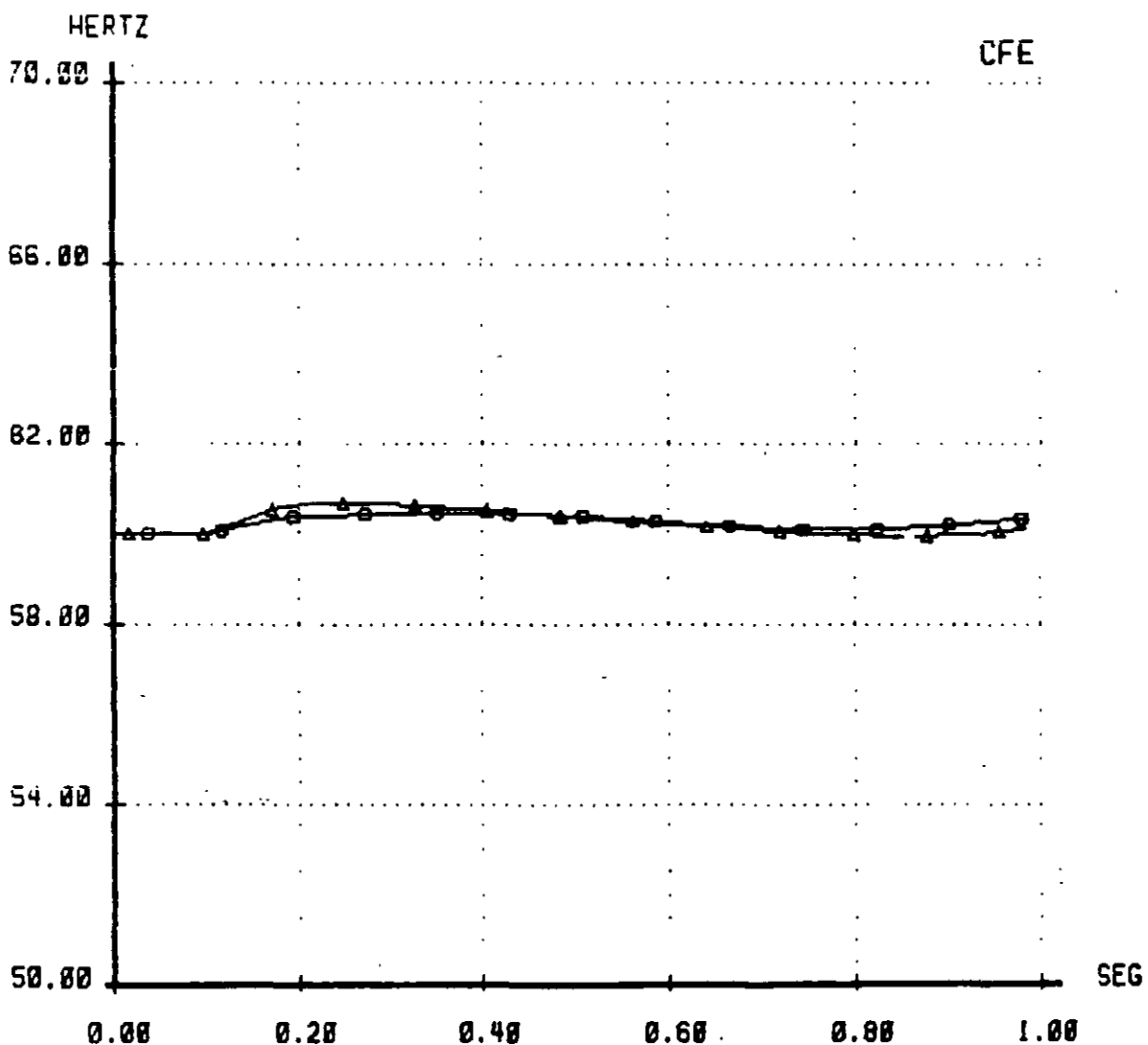
SISTEMA DE PRUEBA DE NUEVE NODOS (ANDERSON). FALLA TRIFASICA EN EL NO
SIETE A LOS 6 CICLOS. SE LIBERA CON LA APERTURA DE CINCO-SIETE EN 11 C
+--- MAQUINA DE REFERENCIA ---+ [GEN1]

---+ [GEN2]
---+ [GEN3]



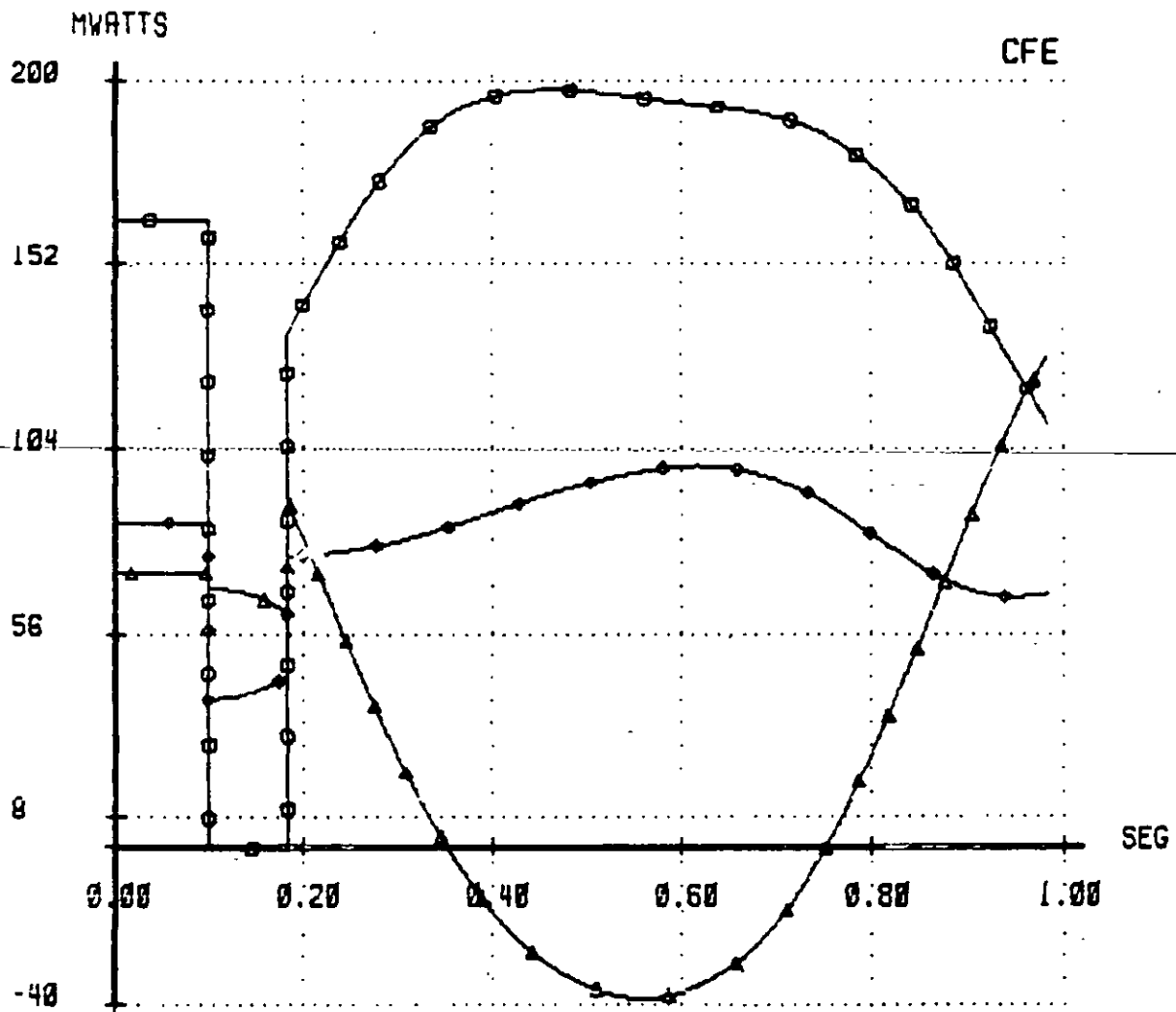
SISTEMA DE PRUEBA DE NUEVE NODOS (ANDERSON). FALLA TRIFASICA EN EL NO SIETE A LOS 6 CICLOS. SE LIBERA CON LA APERTURA DE CINCO-SIETE EN 11 C

△ GEN2
○ GEN3



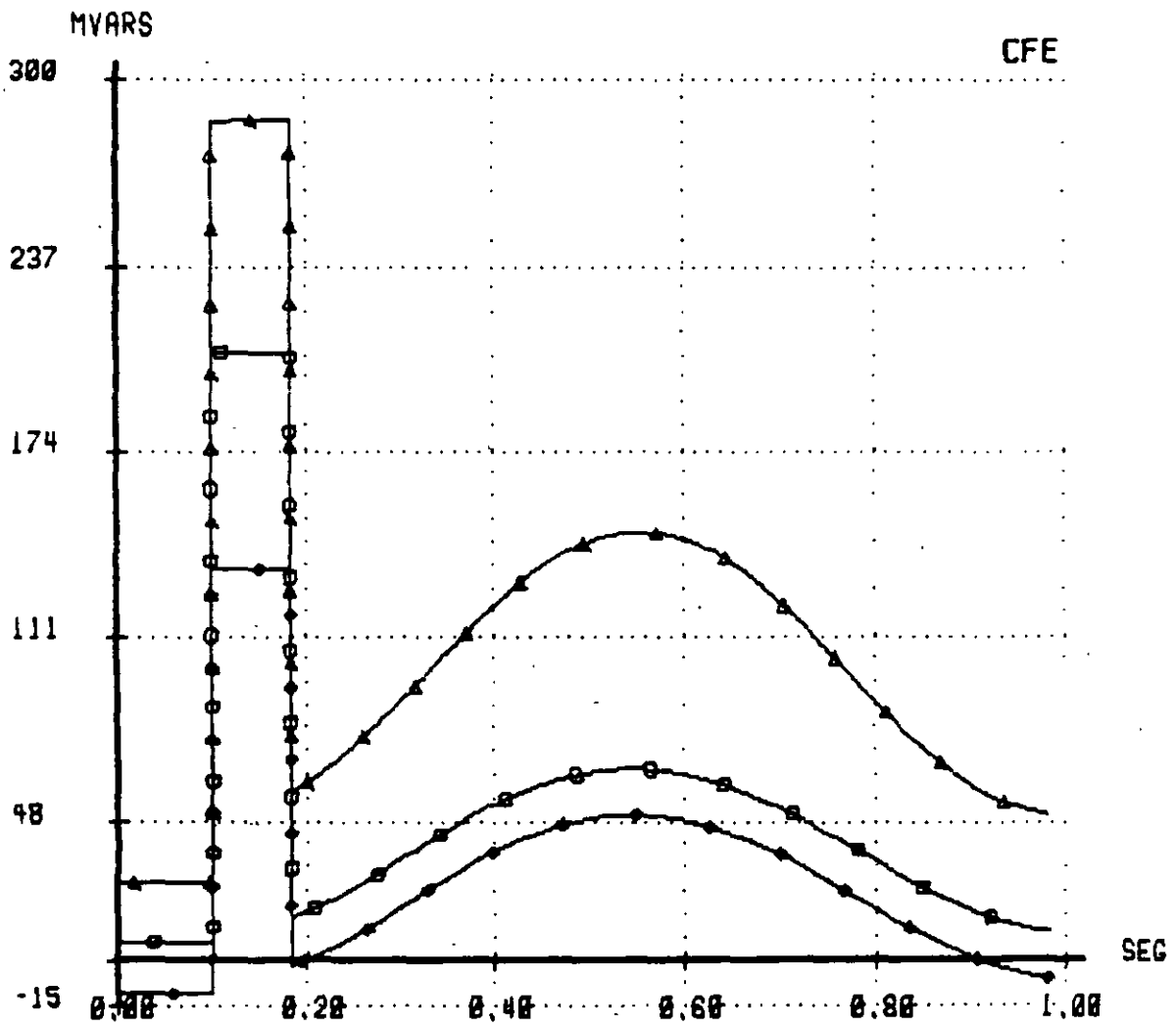
SISTEMA DE PRUEBA DE NUEVE NODOS (ANDERSON). FALLA TRIFASICA EN EL NO
SIETE A LOS 6 CICLOS. SE LIBERA CON LA APERTURA DE CINCO-SIETE EN 11 C

▲▲▲▲▲ GEN1
 ○○○○○ GEN2
 ◆◆◆◆◆ GEN3



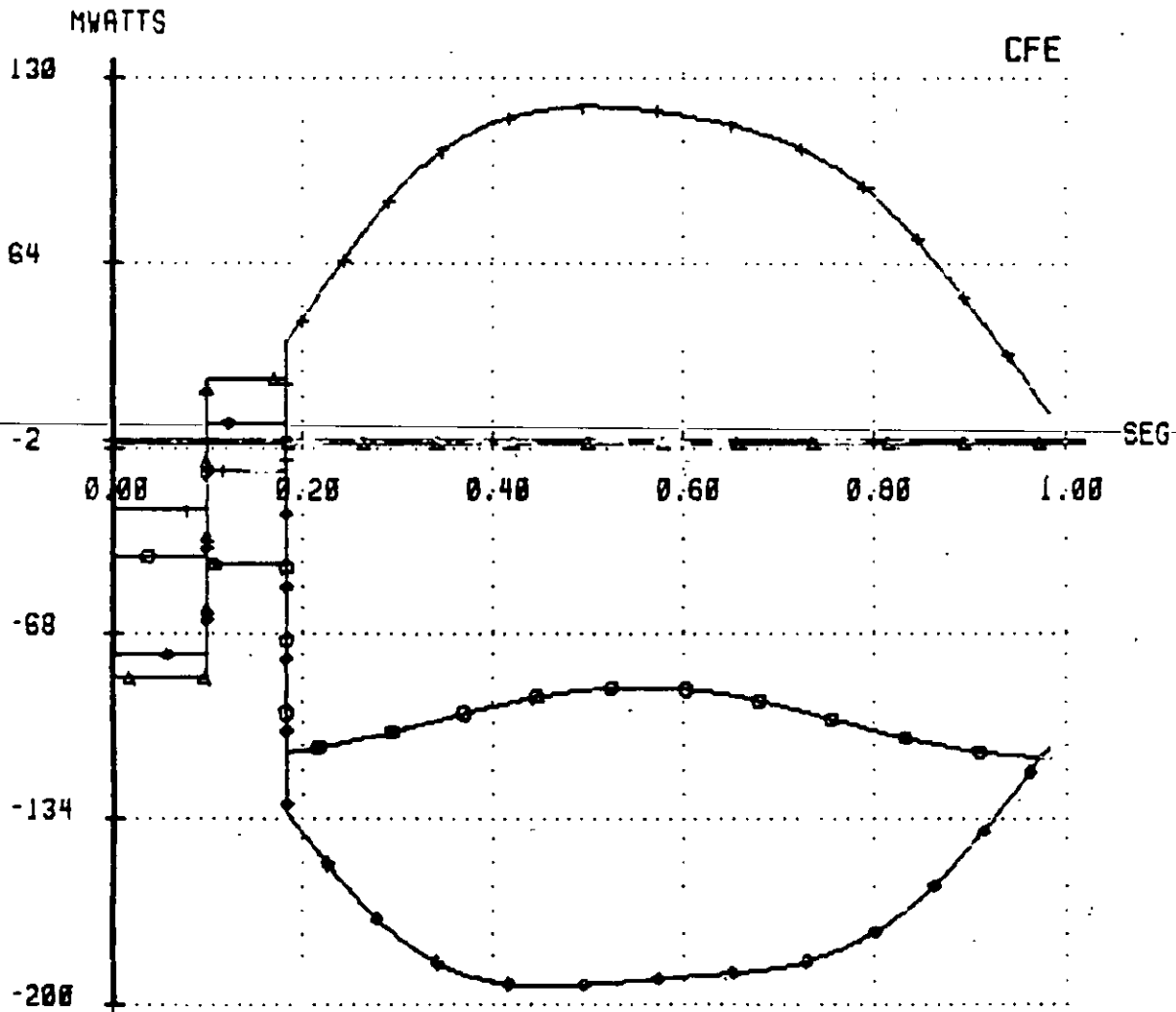
SISTEMA DE PRUEBA DE NUEVE NODOS (ANDERSON). FALLA TRIFASICA EN EL NO
SIETE A LOS 6 CICLOS. SE LIBERA CON LA APERTURA DE CINCO-SIETE EN 11 C

▲▲▲▲▲ GEN1
□□□□□ GEN2
●●●●● GEN3

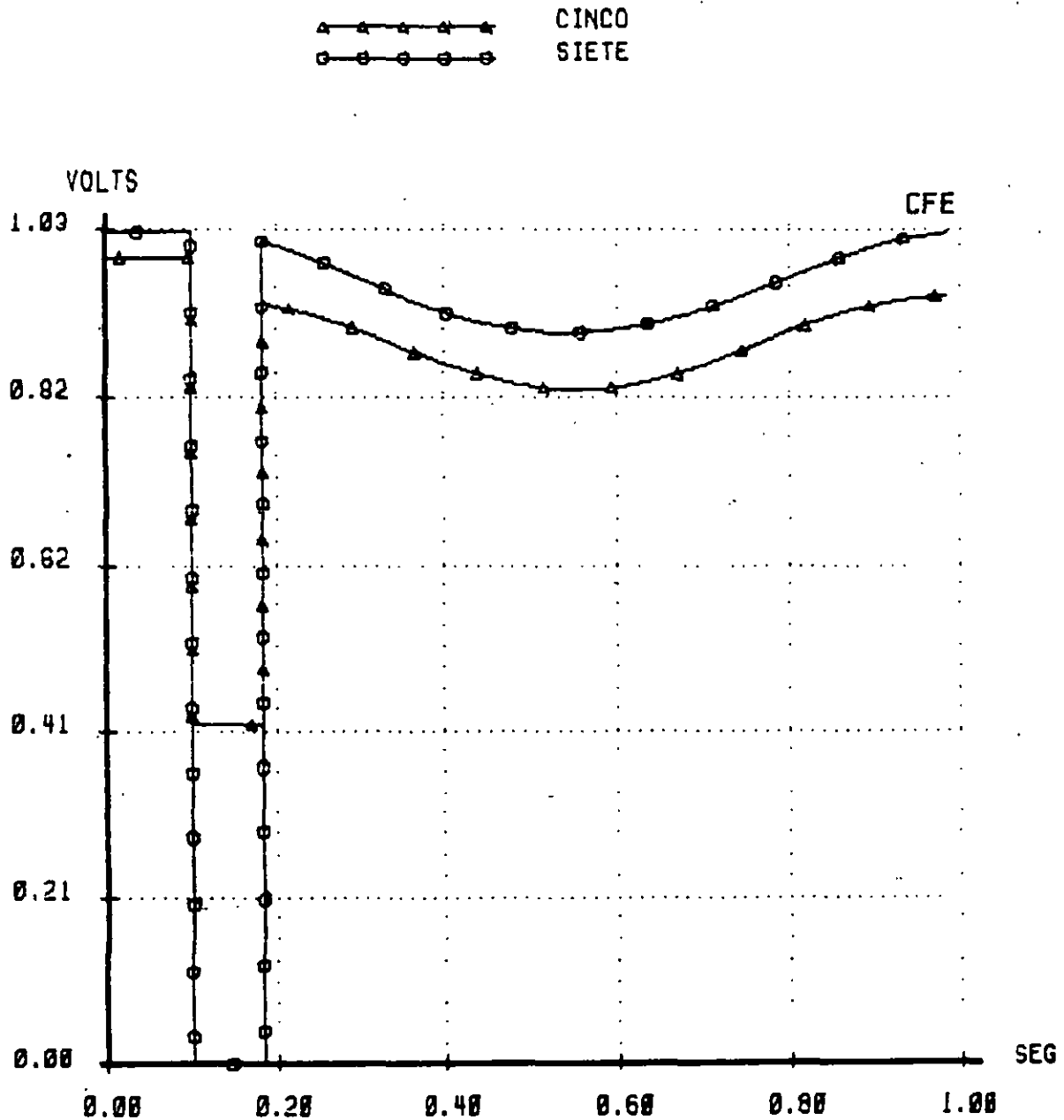


SISTEMA DE PRUEBA DE NUEVE NODOS (ANDERSON). FALLA TRIFASICA EN EL NO SIETE A LOS 6 CICLOS. SE LIBERA CON LA APERTURA DE CINCO-SIETE EN 11 C

▲	▲	▲	▲	▲	CINCO	->	SIETE
○	○	○	○	○	CINCO	->	CUATRO
●	●	●	●	●	OCHO	->	SIETE
+	+	+	+	+	OCHO	->	NUEVE



SISTEMA DE PRUEBA DE NUEVE NODOS (ANDERSON). FALLA TRIFASICA EN EL NO
SIETE A LOS 6 CICLOS. SE LIBERA CON LA APERTURA DE CINCO-SIETE EN 11 C



7 ESTABILIDAD EN ESTADO ESTABLE (EEE)

OBJETIVOS:

- Plantear el método de Edith Clarke y algunas técnicas aproximadas para determinar la transferencia de potencia máxima entre dos puntos de un SEP.
- Comentar el caso radial para enfatizar que los métodos anteriores no son aplicables en esta situación.

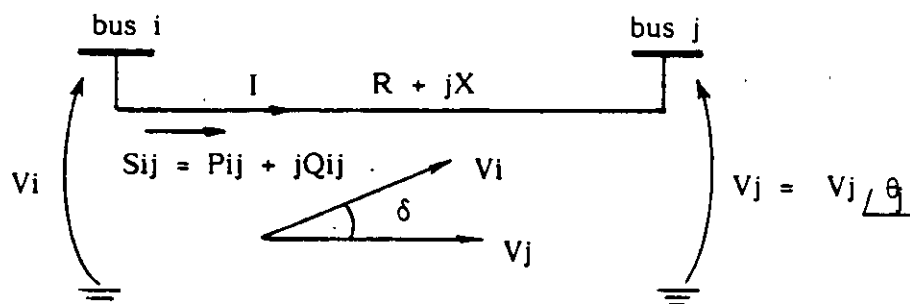
CARACTERISTICAS DE LOS ESTUDIOS DE EEE:

- Métodos sencillos.
- Los límites de EEE son superiores a los encontrados en estabilidad transitoria.
- Se utilizan cuando no se cuenta con recursos de simulación digital:

Límites de EEE + Margen = Límites prácticos

- Punto de atención: sincronismo de las máquinas.

TRANSFERENCIA DE POTENCIA ACTIVA
ENTRE DOS PUNTOS DEL SISTEMA



o Secuencia de solución:

- 1.- $I = (V_i - V_j)/Z$
- 2.- $S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I^*$
- 3.- $\delta = \theta_i - \theta_j$
- 4.- $P_{ij} = \text{Re} (S_{ij})$

o Resultado:

$$P_{ij} = \frac{1}{R^2 + X^2} (R|V_i|^2 - R|V_i||V_j|\cos \delta + X|V_i||V_j|\sin \delta)$$

Si se considera $R=0$:

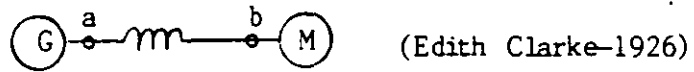
$$P_{ij} = \frac{1}{X^2} (X|V_i||V_j|\sin \delta)$$

$$P_{ij} = \frac{|V_i||V_j|}{X} \sin \delta$$

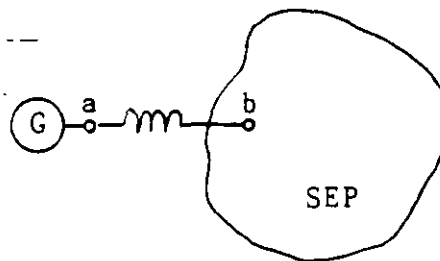
!!!

CASOS DE APLICACION

• Caso 0

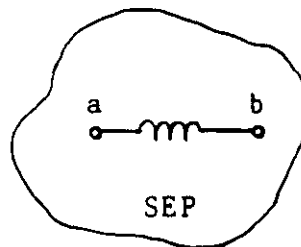


• Caso 1



• Caso 2

SCC
 Tula 13 700 MVA
 Salamanca 5 400
 USA 35 000

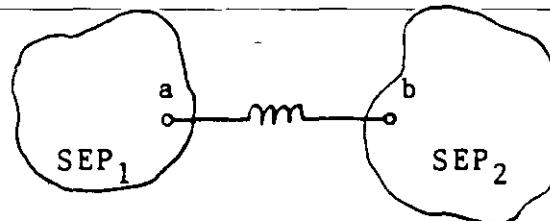


(Dunlop-1979)

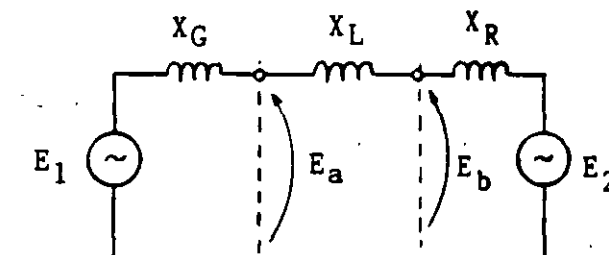
$$X_G = S_B / SCC_a$$

$$X_R = S_B / SCC_b$$

• Caso 3



o Representación General:



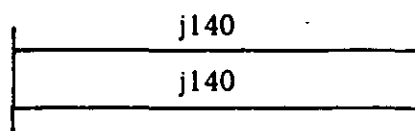
$$LEEE = P_{m\acute{a}x} = \frac{E_1 E_2}{X}$$

$$X = X_G + X_L + X_R$$

ALGUNAS APLICACIONES CUALITATIVAS

$$P_{\max} = \frac{E_1 E_2}{X}$$

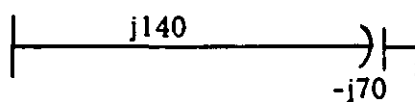
1.- Líneas en paralelo



$$X = \frac{j140}{2} = j70$$

$P_{\max} \uparrow$

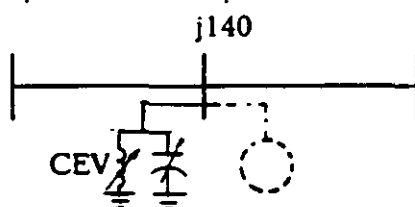
2.- Compensación serie



$$X = j140 - j70 = j70$$

$P_{\max} \uparrow$

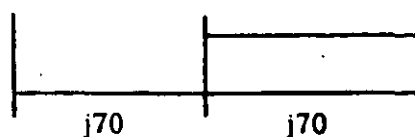
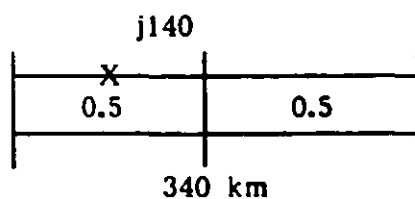
3.- Compensación en paralelo



$$X = \frac{j140}{2} = j70$$

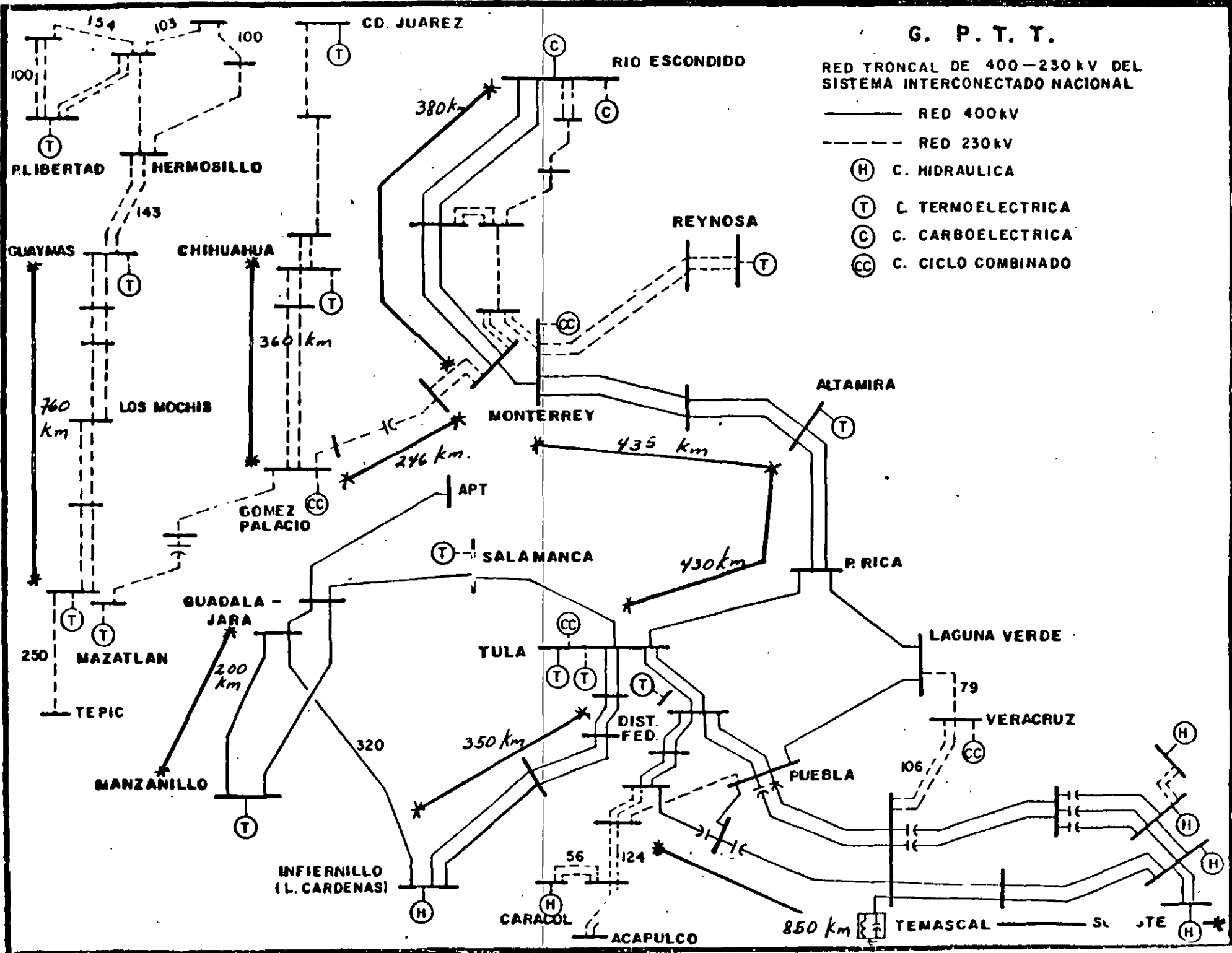
$P_{\max} \uparrow$

4.- Subestación de maniobra.

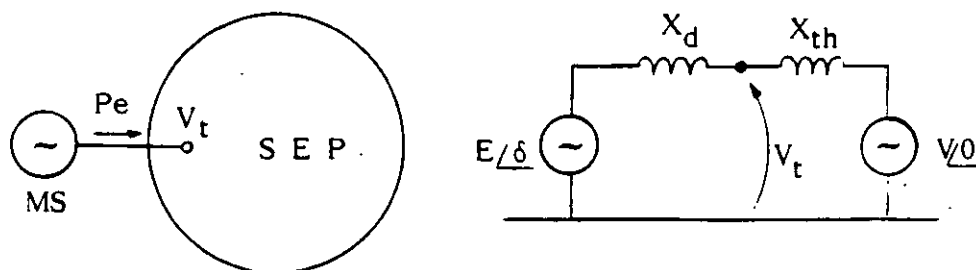


$$X = j70 + \frac{j70}{2} = j105$$

$P_{\max} \uparrow$

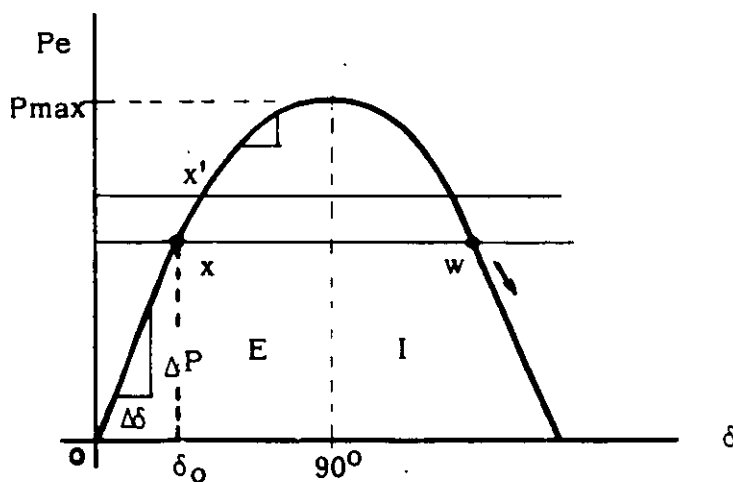


MAQUINA - BUS INFINITO



$$P_e = \frac{|E| |V|}{X_d} \sin \delta$$

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{|E| |V|}{X_d}$$



El coeficiente de sincronización es una medida de la estabilidad:

$$CS = \frac{\Delta}{d\delta} \frac{dP}{d\delta} \cong \frac{\Delta P}{\Delta \delta}$$

$$\text{en } \delta = 0^\circ : \quad \frac{dP}{d\delta} = \cos(0) = 1$$

$$\text{en } \delta = 90^\circ : \quad \frac{dP}{d\delta} = \cos(90) = 0$$

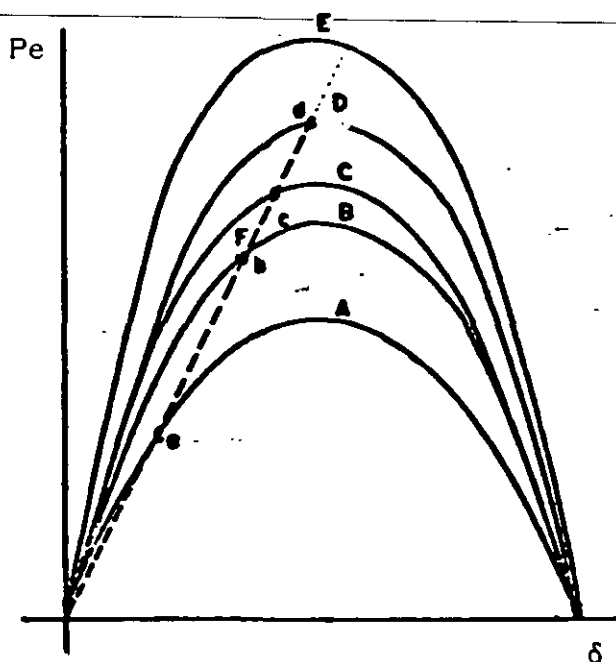
EL CASO GENERAL

- o Límite de estabilidad con excitación fija.

$$P_{\max} = LEEE = \frac{E_1 E_2}{X} \sin \delta$$

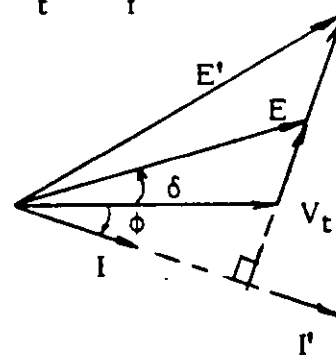
- La transferencia de potencia entre dos puntos del sistema depende de E_1 , E_2 , X y δ
- Se tendrá un límite de transferencia por cada nivel de excitación.
- Idem para cada configuración del sistema.

- o Efecto del cambio manual de excitación.



Proceso:

$$\Delta P \rightarrow -\Delta V_t \rightarrow \Delta I_f \rightarrow \Delta E \rightarrow \Delta \delta$$



- A-E Curvas con excitación cte.
- F Curva con cambio de excitación manual.

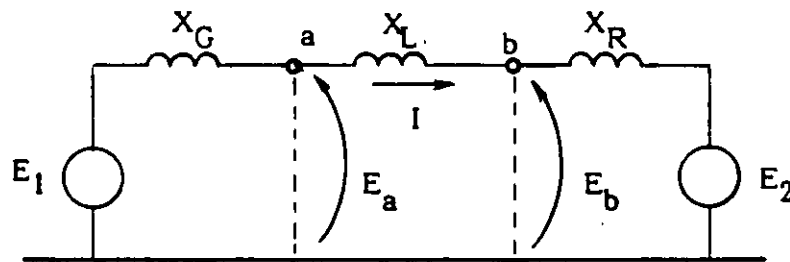
Problema: Se conocen los voltajes externos (E_a , E_b) pero se desconocen los voltajes internos (E_1 , E_2) para encontrar P_{\max} .

DIAGRAMA DE (EDITH) CLARKE

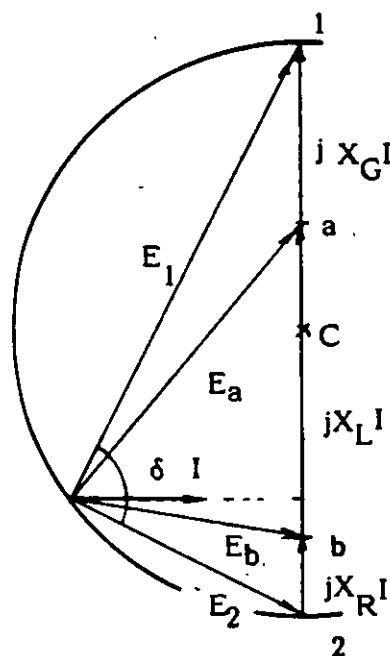
Es un método gráfico directo, para determinar el LEEE en base al diagrama fasorial del circuito.

El límite se obtiene para $\delta = 90^\circ$ y voltajes E_a , E_b especificados.

o Circuito equivalente



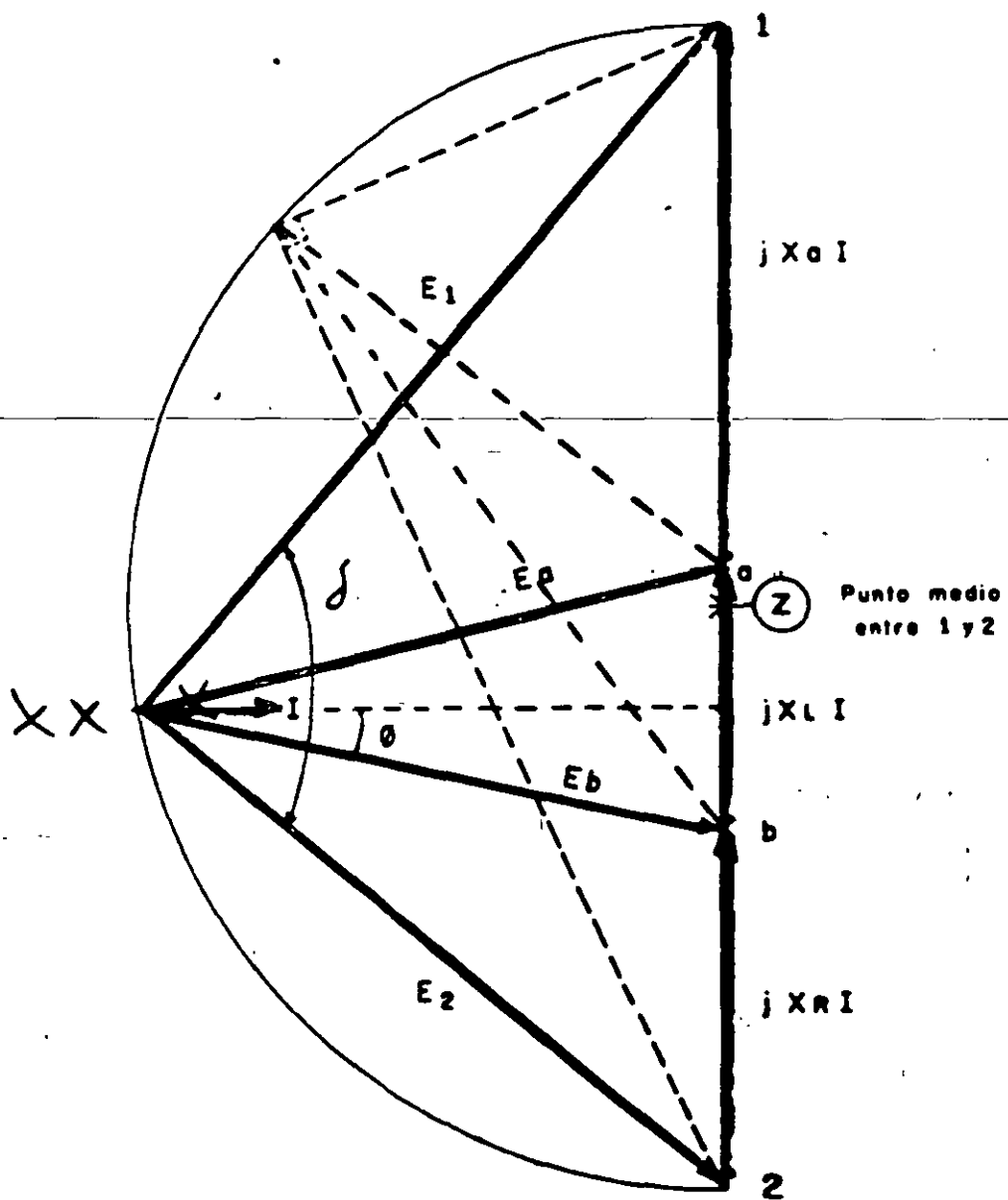
o Diagrama de Clarke



CONSTRUCCION DEL DIAGRAMA:

- 1.- Se trazan (a escala) $X_G I$, $X_L I$, $X_R I$
- 2.- Se dibuja el semicírculo
- 3.- Se obtiene el vértice del diagrama fasorial
- 4.- Se determina la magnitud de I , E_1 , E_2
- 5.- Se obtiene el $LEEE = P_{max}$

$$P_{max} = \frac{E_1 E_2}{X_{12}} = E_b I \cos \phi$$



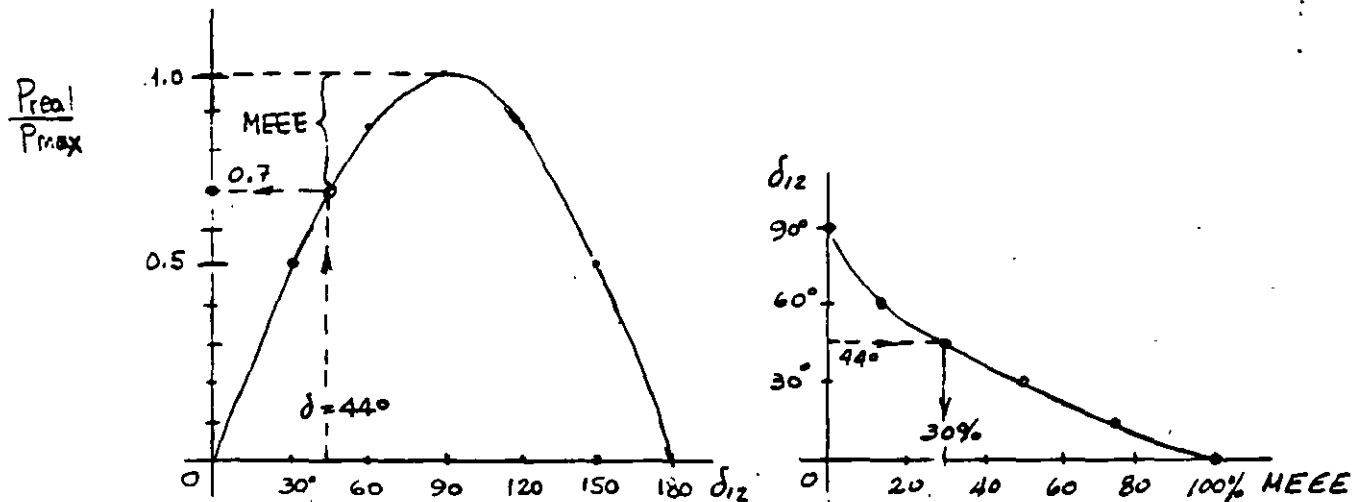
MARGEN DE ESTABILIDAD:

- * $MEEE \triangleq \frac{P_{max} - P_{real}}{P_{max}} \quad (100)$
- * SE SELECCIONA DE TAL MODO QUE EL SISTEMA SOPORTE CUALQUIER DISTURBIO. CONCEBIBLE
- * REGLA PRACTICA:

$$MEEE = 30 - 35\%$$

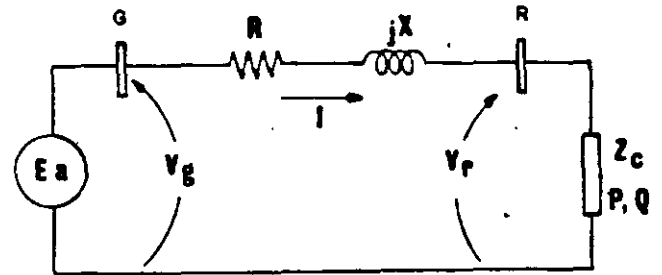
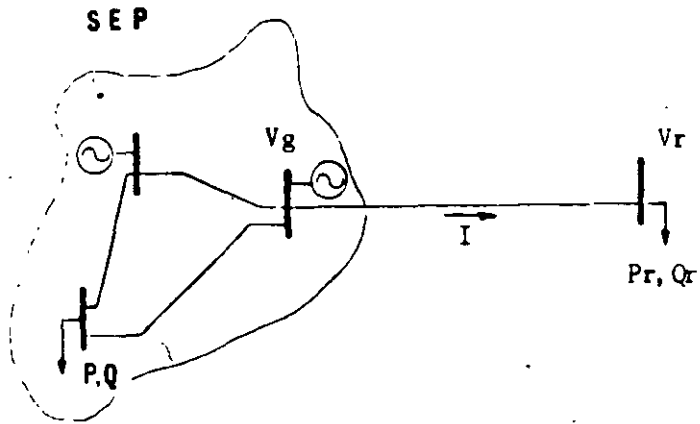
$$\delta_{12} = 44 - 40^\circ$$

$$\delta_{ab} = ?$$

ESTUDIO DE FLUJOS:

- * CONDICIONES DE INESTABILIDAD: PROBLEMAS DE CONVERGENCIA (δ, p anormales)
- * ANGULOS MAYORES A 90° EN EE?
- * NO SE INCLUYE LA REPRESENTACION INTERNA DE MAQUINAS: REGULACION IDEAL
- * LIMITE DE REACTIVOS YA ALCANZADOS

EL CASO RADIAL. Particularidades



Cantidades conocidas: $\tilde{V}_g, R, X, P_r, Q_r$

Cantidades desconocidas: \tilde{I}, \tilde{V}_r

Método usado anteriormente: Aproximaciones sucesivas

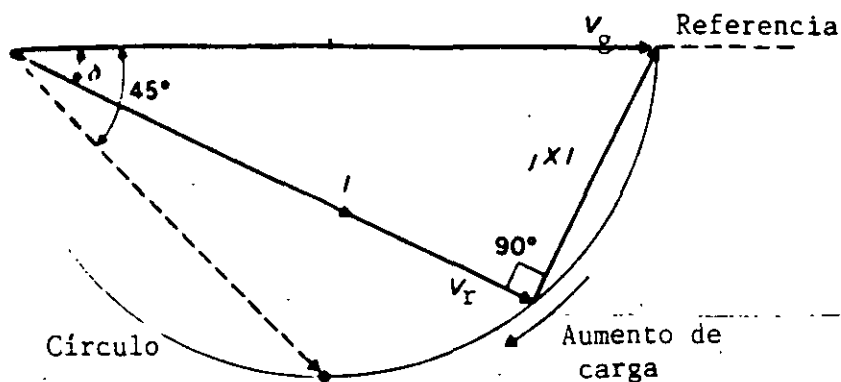
Ecuación básica:

$$\tilde{V}_g = \tilde{V}_r + Z\tilde{I} \quad ; V_g \text{ se supone cte.}$$

UN CASO PARTICULAR (Elgerd)

$$R = 0$$

$$Q_r = 0 \quad ; \quad \text{f.p.} = 1$$



$$\theta = \delta$$

$$\bar{I} = I \angle \delta$$

En el extremo de envío:

$$S_g = P_g + jQ_g = (V_g \angle 0) (I \angle \delta) = (V_g I \cos \delta) + j(V_g I \sin \delta)$$

$$P_g = V_g I \cos \delta \quad (A)$$

Por inspección:

$$V_r \sin \delta = X I \cos \delta \quad I = \frac{V_r \sin \delta}{X \cos \delta}$$

Sustituyendo la corriente en (A):

$$P_g = \frac{V_g V_r}{X} \sin \delta \quad (B) ?$$

Pero:

$$V_r = V_g \cos \delta \quad (C) !$$

Sustituyendo (C) en (B):

$$P_g = \frac{V_g^2}{2X} \sin 2\delta \quad (D)$$

Finalmente:

$$\boxed{LEEE = P_{max} = \frac{V_g^2}{2X}}$$

Ocurre en : $\delta = 45$ y $V_r = 0.707$ pu

CASO RADIAL. SOLUCION GENERAL

Resultados del artículo "Comportamiento del voltaje en líneas de transmisión radiales "FMC-JLMM":

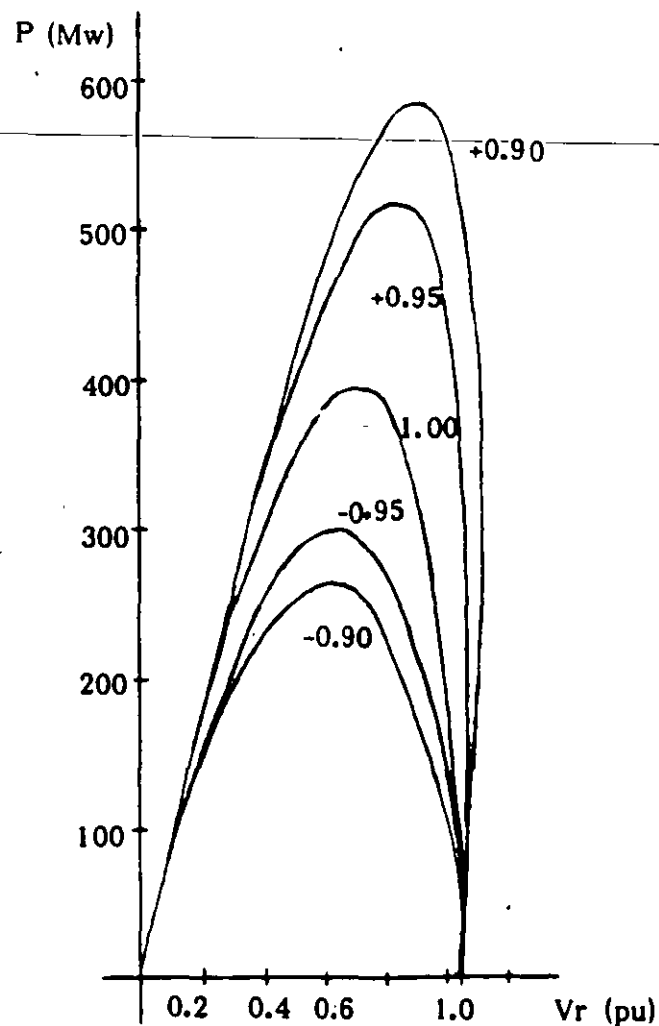
$$V_r = + \sqrt{A \pm \sqrt{D}} \quad (3\phi, 1\phi, pu)$$

$$A = \frac{V_g^2}{2} - B \cos \alpha \quad ; \quad \alpha = \theta + \phi$$

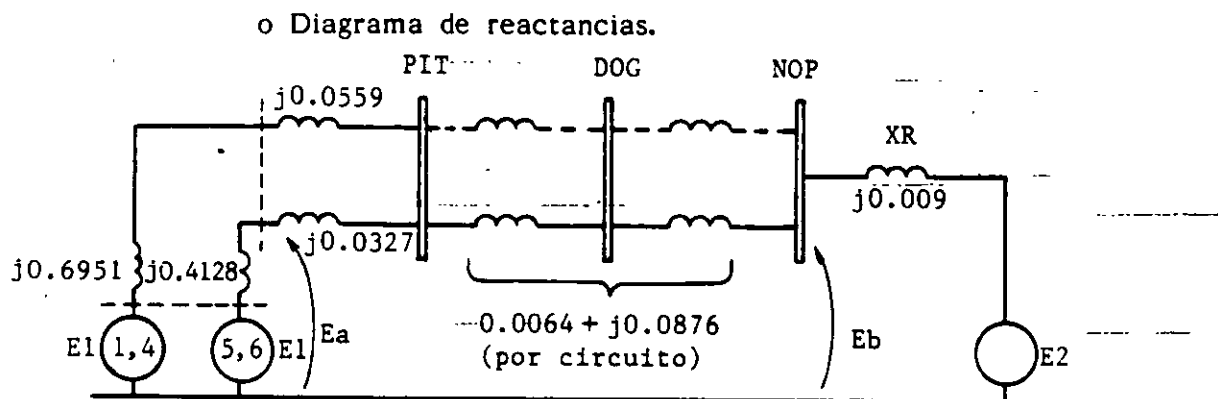
$$B = \frac{P Z}{\cos \phi}$$

$$D = A^2 - B^2$$

$$LEEE = P_{max} = \frac{V_g^2 \cos \phi}{2 Z (1 + \cos \alpha)}$$



Ejemplo 1.- Determinar el LEEE de una de las líneas de 400 kV pitirera - Nopala.



$$X_G = 0.0943 \text{ pu}$$

$$S_B = 100 \text{ MVA}$$

$$X_L = 0.0951$$

$$E_a = 410/400 = 1.025 \text{ pu}$$

$$X_R = 0.009$$

$$E_b = 410/400 = 1.025 \text{ pu}$$

o Caídas por reactancias:

$$X_G I = j0.0943 I \quad (94.3 \text{ mm})$$

$$X_L I = j0.0951 I \quad (95.1 \text{ mm})$$

$$X_R I = j0.009 I \quad (9.0 \text{ mm})$$

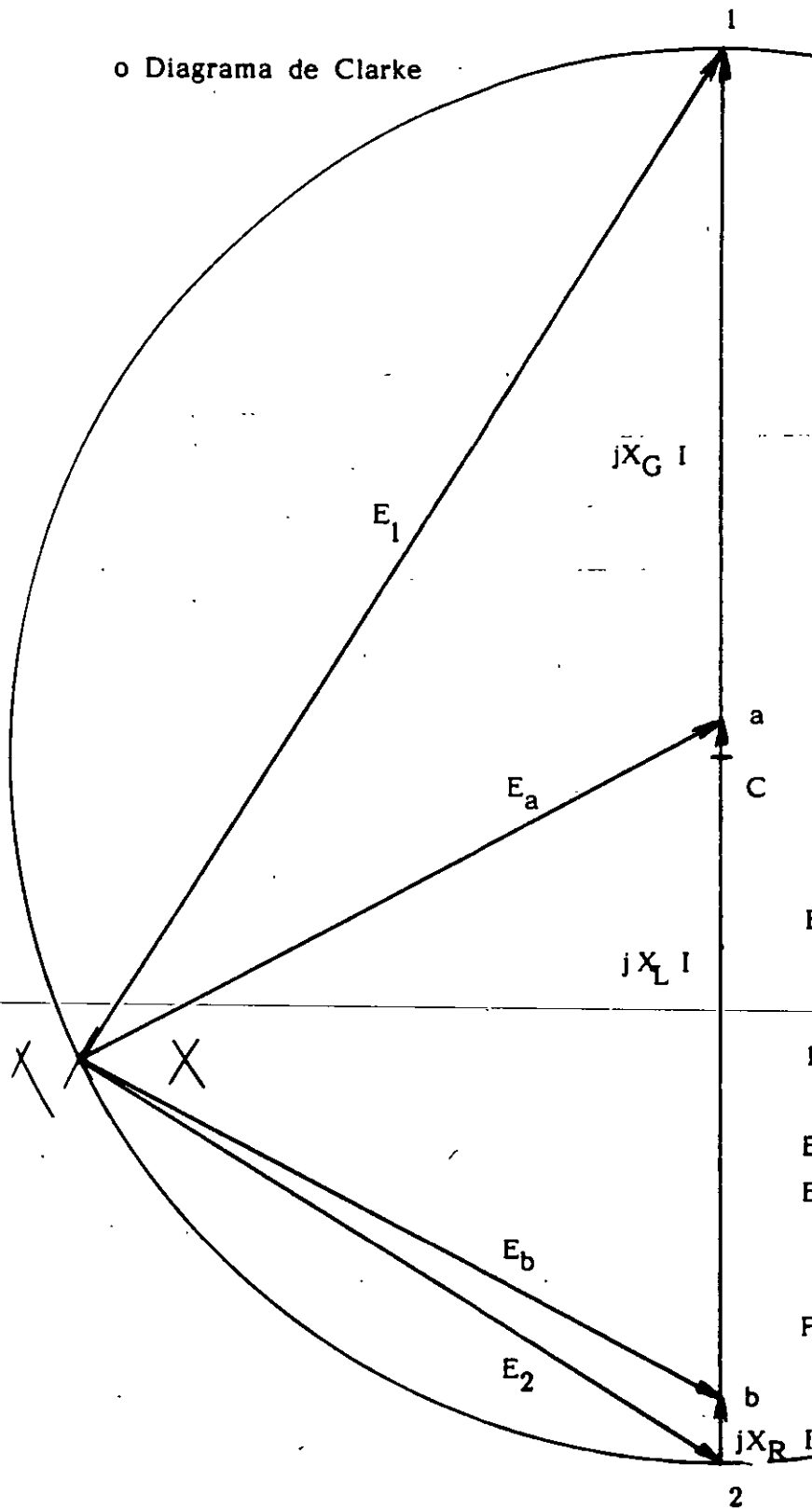
$$X I = 0.1984 I \quad (198.4 \text{ mm})$$

Escala seleccionada: $0.1984 I = 198.4 \text{ mm}$.

o Solución de 3 casos:

Caso	Condiciones	LEEE (Mw/línea)
1	6G's + 1 L	898
2	6G's + 2L's	706
3	2G's + 1 L	570

o Diagrama de Clarke



RESULTADOS:

$$E_a = E_b = 102 \text{ mm} = 1.025 \text{ pu}$$

$$1 \text{ mm} = 0.01005 \text{ pu de V}$$

$$E_1 = 167.5 \text{ mm} = 1.68 \text{ pu}$$

$$E_2 = 105.5 \text{ mm} = 1.06 \text{ pu}$$

$$P_{\max} = \frac{1.68 \times 1.06}{0.1984}$$

$$P_{\max} = 8.98 \text{ pu} = 898 \text{ Mw}$$

TECNICAS APROXIMADAS

- Regla de los 30°

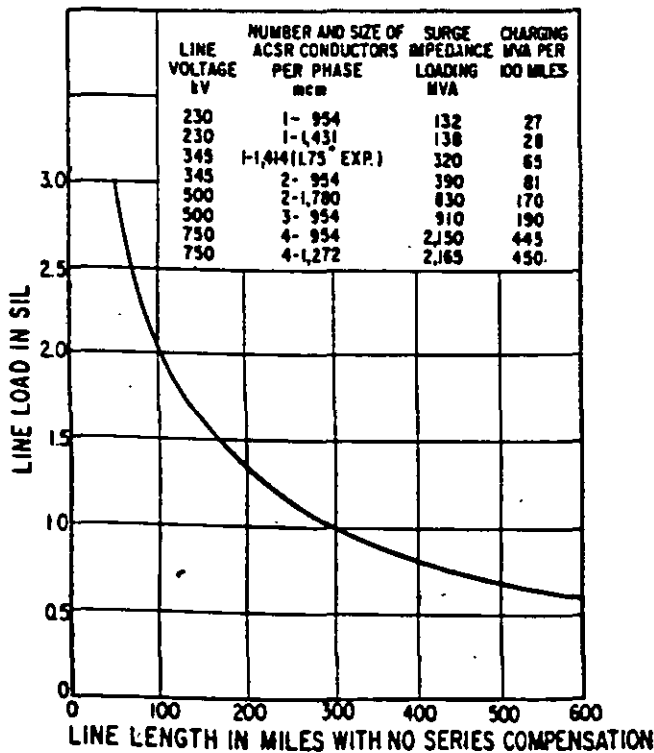
$$LEEE \cong \frac{E_a E_b}{X_{ab}} \text{ sen } 30^\circ$$

EJEMPLO: Determinar el LEEE para una de las líneas de 400 kV entre Infiernillo y Nopala (340 km).

$$X_L = 140.6 \text{ ohms} \quad Z_c = 326 \text{ ohms}$$

$$LEEE = \frac{(410)(410)}{140.6} (0.5) \cong 600 \text{ Mw}$$

- Curva de Clair



SIL = Potencia característica de la línea
(Surge Impedance Loading)

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \text{Impedancia característica (surge impedance)}$$

EJEMPLO (Continuación):

$$SIL = \frac{(V_{prom})^2}{Z_c} = \frac{(410)^2}{326} = 515 \text{ Mw}$$

$$l = 340 \text{ km} = 211 \text{ millas}$$

$$LEEE = k SIL \cong (1.26)(515) \cong 650 \text{ Mw}$$

Ejemplo 2.- El Caso Radial.

En el caso 3 del ejemplo 1 se obtuvo un LEEE de 570 Mw.
Considerando una línea similar, pero en condiciones radiales, calcular:

- a).- El LEEE con $R = 0$ y $fp = 1$.
b).- IDEM pero con la ecuación general, considerando el valor de la resistencia y un $fp = 0.9$ inductivo.

SOLUCION

a).-

$$X = X_T + X_L = (j0.0327/2) + j0.0876 = j0.10395$$

$$LEEE = P_{MAX} = \frac{VG^2}{2X} = \frac{(1.025)^2}{2(0.10395)} = 5.05 \text{ PU}$$

$$LEEE = 505 \text{ MW (CONTRA 570 MW)}$$

b).-

$$Z = 0.0064 + j0.10395 = 0.1041 \angle 86.5^\circ$$

$$\theta = \cos^{-1}(0.9) = 25.8^\circ$$

$$\alpha = \theta + (\theta) = 86.5 + (-25.8^\circ) = 60.7$$

$$LEEE = \frac{VG^2 \cos \theta}{2Z(1 + \cos \alpha)} = \frac{(1.025)^2 (0.9)}{2(0.1041) (1 + 0.49)}$$

$$LEEE = (505)(0.6) = 305 \text{ MW (CONTRA 570 MW)}$$

2. ESTABILIDAD DINÁMICA

Dentro del análisis del comportamiento dinámico de los sistemas de potencia se ha estudiado la estabilidad transitoria por medio de la cual se puede determinar si un sistema pierde estabilidad en la primera oscilación, sin embargo el problema de estabilidad se puede presentar en oscilaciones posteriores generalmente cuando la perturbación provoca que alguno o algunos de los equipos de control capaces de producir pares de amortiguamiento negativo hagan que el sistema pierda estabilidad. Las consideraciones que se hacen en este estudio son diferentes al de estabilidad transitoria dado que el efecto de los controles es determinate y el tiempo de estudio es mayor. En forma simple se puede decir que la Estabilidad Dinámica estudia el comportamiento del sistema de potencia para periodos de tiempo superiores a la primera oscilación y se deben tomar en cuenta un modelado de cada componente que represente adecuadamente su operación en el periodo de tiempo de interes.

Estudio de Estabilidad Dinámica.

Cuando se analiza la estabilidad dinámica del sistema es conveniente suponer que los disturbios que causan los cambios desaparecen, por ejemplo: El movimiento del sistema es libre, en este caso la estabilidad se asegura si el sistema regresa a su estado inicial.

Si el modelado de SEP se hace por medio de ecuaciones lineales o estas se linealizan, se pueden utilizarlas técnicas del análisis del sistema lineales. El método más común es representar cada componente por su función de transferencia y aplicar las técnicas conocidas en teoría del control clásico como Nyquist, Bode, Root Locus, etc. Actualmente para sistemas multivariables el modelo de variables de estado es el más utilizado y se representa en forma compacta.

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

La respuesta libre del sistema se obtiene por el primer método de Lyapunov, el cual consiste en determinar los eigenvalores de la matriz "A". El criterio de estabilidad se establece por la representación de los eigenvalores en el plano asumiendo que el sistema pierde estabilidad cuando cualquier eigenvalor tiene parte real positiva. Si todas las partes reales de los eigenvalores son negativas, se dice que el sistema dinámico es estable o asintóticamente estable.

El método usado para linealizar el sistema de ecuaciones es suponer que la perturbación del sistema es pequeña y ocasiona cambios pequeños en las variables del sistema, tales como $\Delta\delta$, $\Delta\omega$, Δi_d , ΔF , etc.

Las ecuaciones para estas variables se encuentran por medio de la serie de Taylor alrededor del punto x_0 que es la condición de predisturbio y por simplicidad se desprecian los términos de orden mayor a 2 por considerar su efecto poco significativo. Suponiendo que el vector de estado "x" tiene un estado inicial x_0 , al ocurrir un disturbio el vector de estado cambiará ligeramente y queda:

$$x = x_0 + \Delta x$$

El modelo en variables de estado es:

$$\dot{x} = f(x, t)$$

Representando el pequeño cambio se tiene:

$$\dot{x} + \Delta \dot{x} = f(x_0 + \Delta x, t)$$

La expansión en serie de Taylor se expresa:

$$\dot{x}_0 + \Delta \dot{x}_0 = f(x_0, t) + \frac{df}{dx_1} \Big|_{x_0} \Delta x_1 + \frac{df}{dx_2} \Big|_{x_0} \Delta x_2 + \dots + \frac{df}{dx_n} \Big|_{x_0} \Delta x_n$$

Quedando como:

$$\Delta \dot{x} = A_{x_0} \Delta x + B_{x_0} \Delta u$$

La respuesta libre del sistema $\Delta \dot{x} = A \Delta x$ estará dada por los eigenvalores de la matriz A.

$$A = \left[\frac{df}{dx} \right]_{x_0}$$

INTERPRETACION MATEMATICA DE LOS EIGENVALORES Y EIGENVECTORES

Suponiendo que un sistema se expresa por un conjunto de ecuaciones linealmente independientes de la forma:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}$$

En forma compacta:

$$A X = Y$$

El problema es encontrar un vector "X" (llamado Eigenvector, vector propio o columna modal) el cual será transformado por la matriz "A" en un vector "Y" cuyas coordenadas son proporcionales al vector "X" en el espacio vectorial. Esto es, encontrar el vector "X" que satisfaga.

$$A X = \lambda X$$

λ es llamado eigenvalor, valor característico, número característico, valor propio. Es escalar o complejo que deberá ser calculado.

$$[A - \lambda I] X = 0$$

La matriz resultante de la reducción del parentesis se conoce como matriz característica y representa los coeficientes de un conjunto de ecuaciones lineales simultáneas y homogéneas las cuales tienen una solución que no es trivial.

Los eigenvalores se determinan al obtener las raíces del polinomio resultante del determinante de la matriz característica.

$$\text{Det } [A - \lambda I] = 0$$

La interpretación se puede tomar como que cada punto del espacio n-dimensional se transforma a un nuevo espacio.

INTERPRETACION FISICA DE LOS EIGENVALORES

Para propósitos de estabilidad las interpretaciones son las siguientes:

Un eigenvalor está formado por 2 componentes, una parte real " α " y una parte imaginaria " β ".

La parte real representa la constante de amortiguamiento, y la parte imaginaria es la frecuencia natural del modo oscilación.

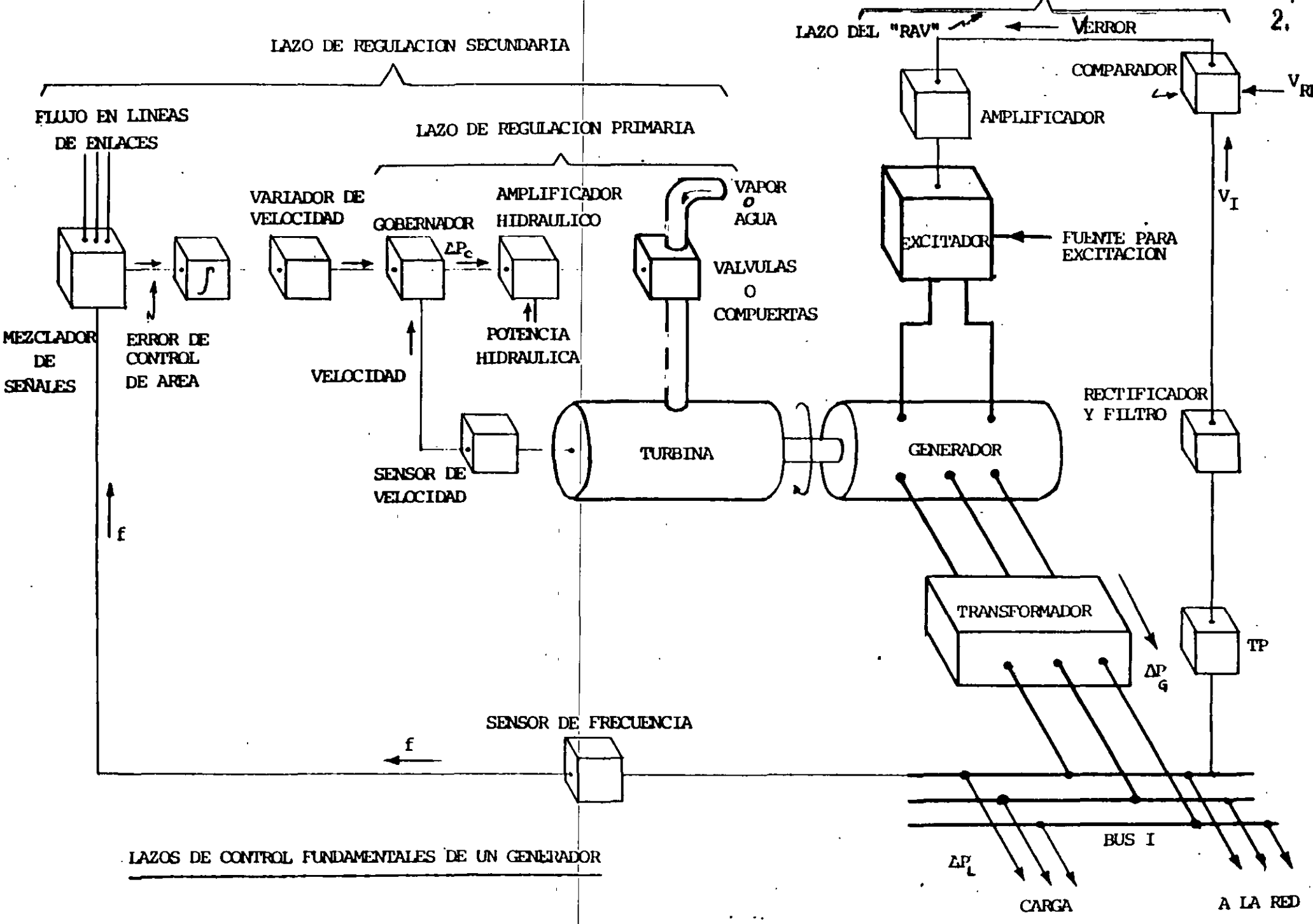
Se pueden analizar algunos puntos significativos en el plano complejo.

Podemos decir que el sistema es estable si los eigenvalores están en el lado izquierdo del plano complejo, e inestable si se encuentra en el lado derecho, en el caso en donde $\alpha=0$ las oscilaciones son constantes y mantenidas.

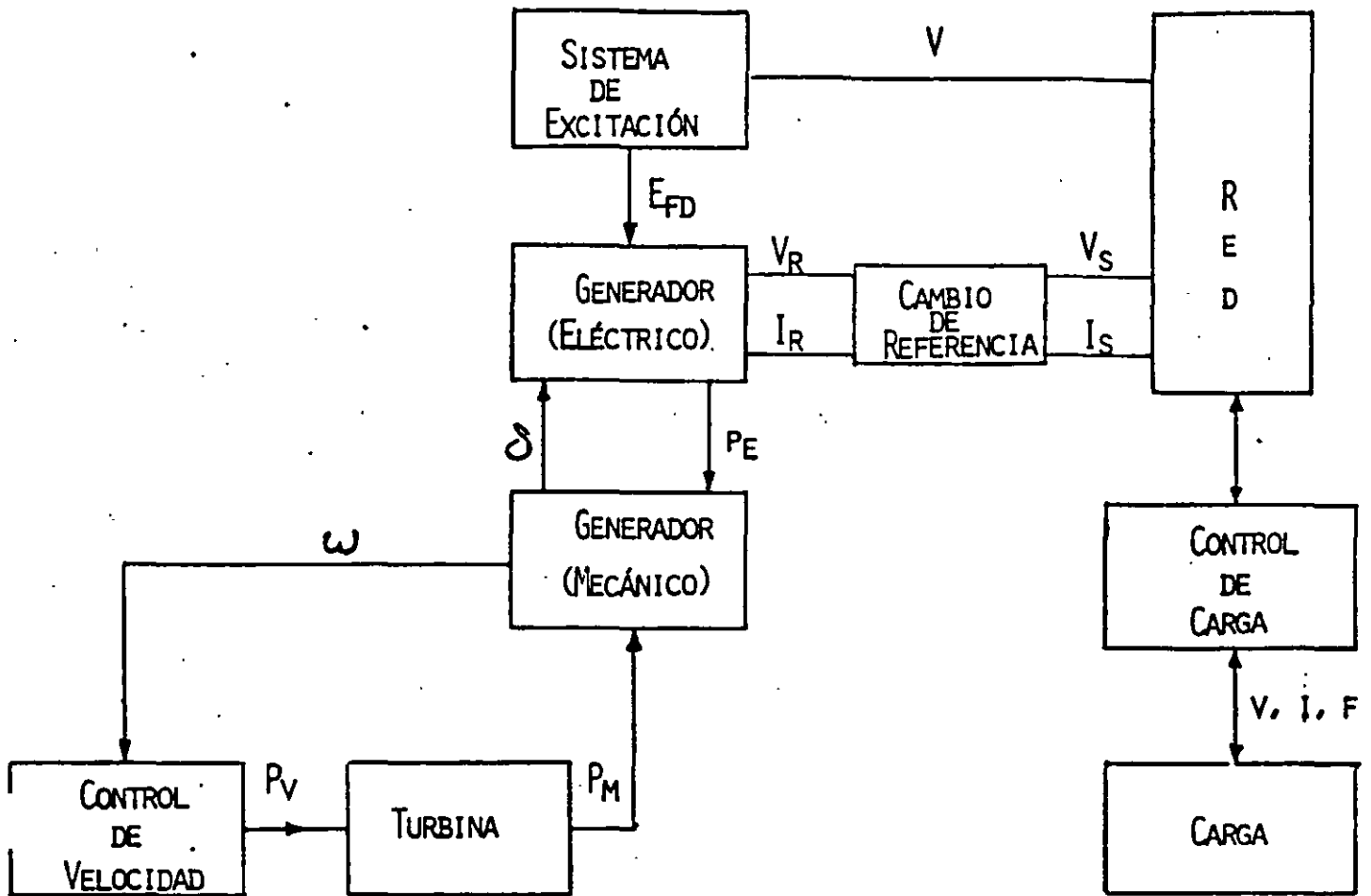
AREA DE INTERÉS

		DINÁMICA DEL GEN. ELECT. (ANÁLISIS DE ESTABILIDAD TRANSITORIA)	REGULACIÓN PRIMARIA Y C A G	DINÁMICA DE LA CALDERA Y CONTROLES
DURACION DE EFECTOS PRINCIPALES	POCOS SEGUNDOS	X		
	DE VARIOS SEGUNDOS A POCOS MINU- TOS.		X	
	VARIOS MINUTOS			X

CLASIFICACION DE PROBLEMAS DINÁMICOS DE ACUERDO A LA -
DURACIÓN DE LOS EFECTOS PRINCIPALES.



LAZOS DE CONTROL FUNDAMENTALES DE UN GENERADOR

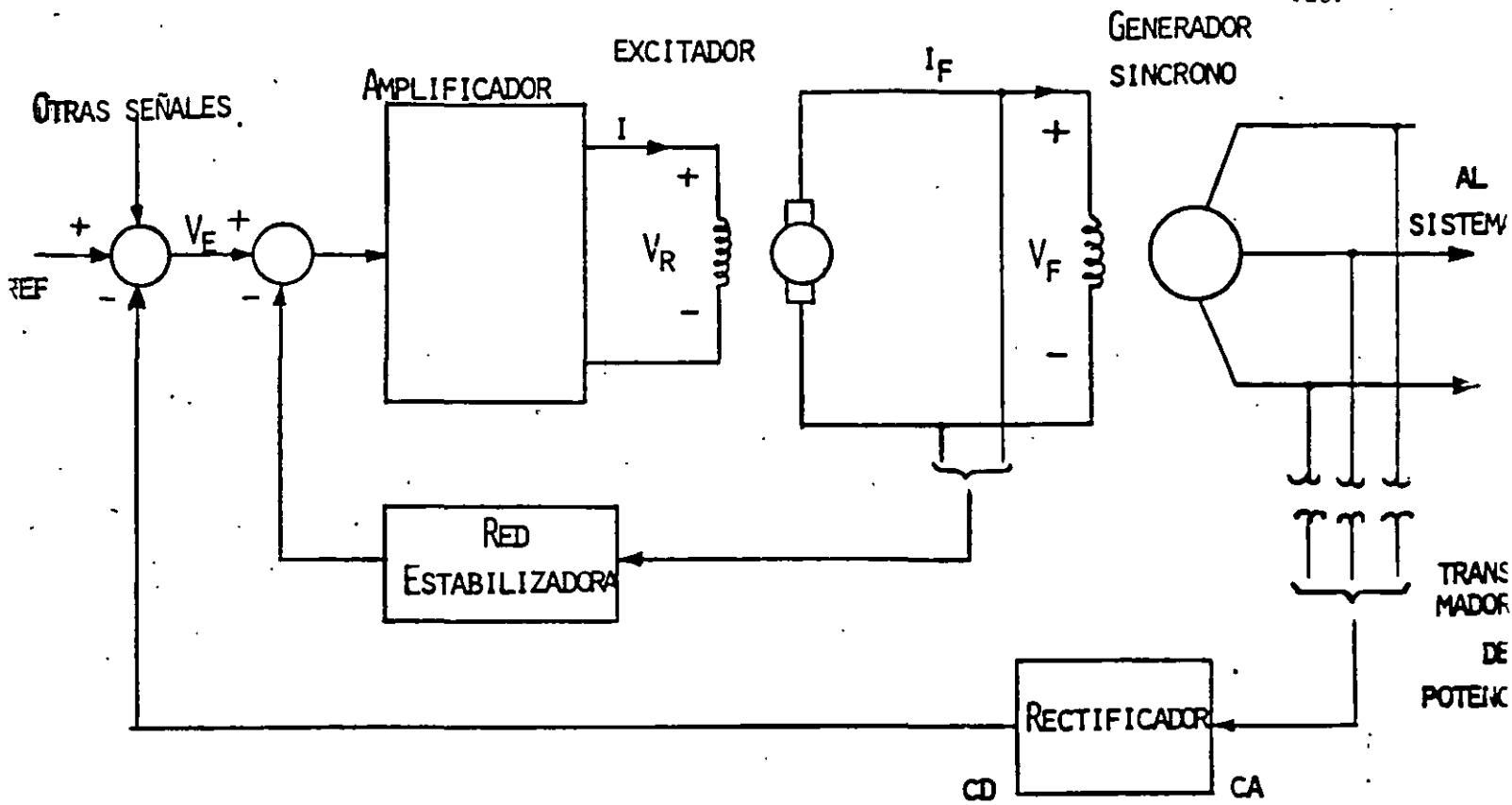


ELEMENTOS QUE INTERVIENEN EN UN ESTUDIO DE ESTABILIDAD DINÁMICA

MODELOS DE COMPONENTES:

LOS SUBSISTEMAS DE MAYOR INFLUENCIA EN EL PROBLEMA DINÁMICO SON:

- CONTROL DE VELOCIDAD.
- CONTROL DE POTENCIA MECÁNICA.
- CARGA.
- RELEVADORES.
- CONTROL DE VOLTAJE.



SISTEMA DE EXCITACION SIMPLIFICADO

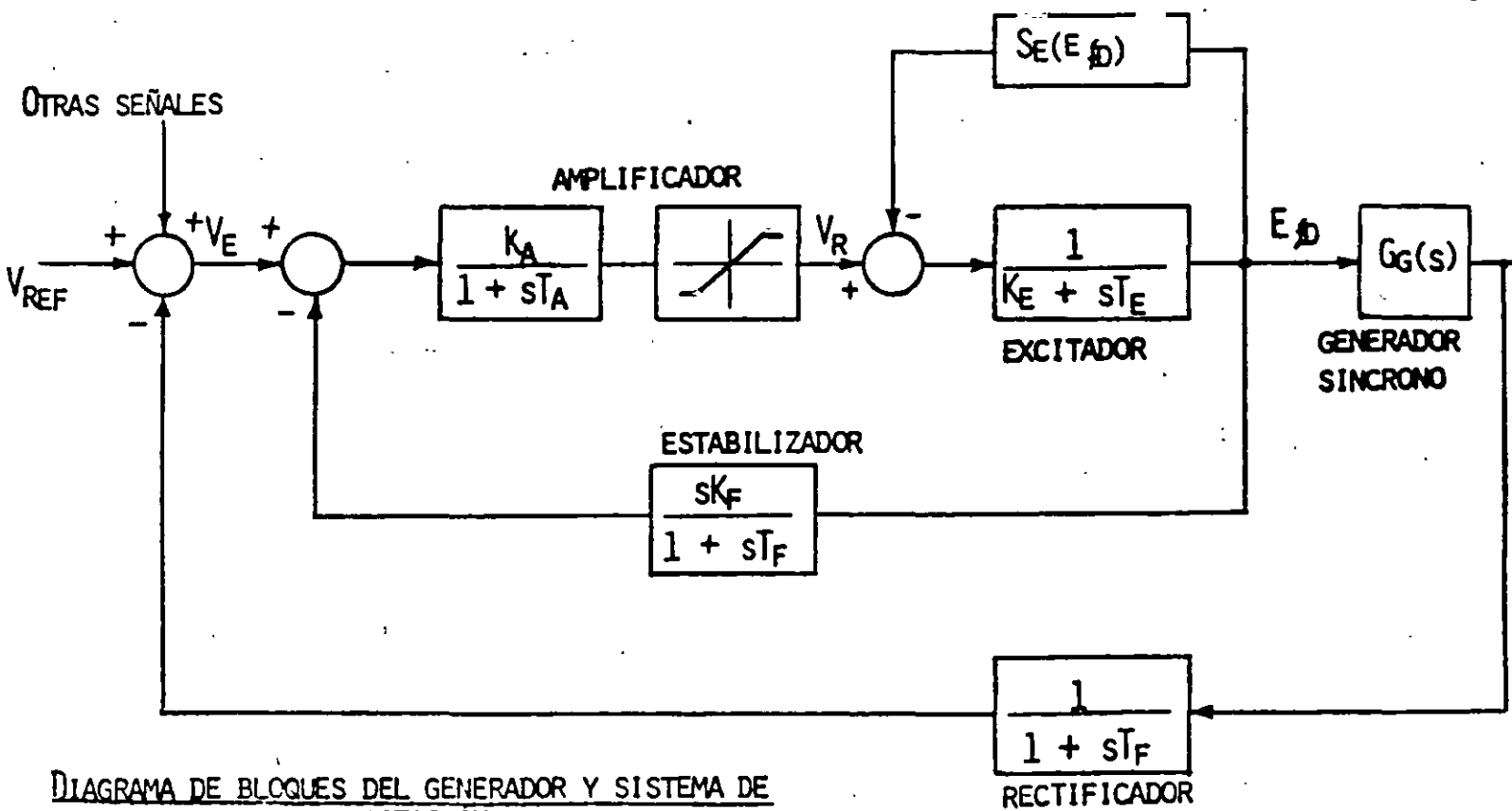
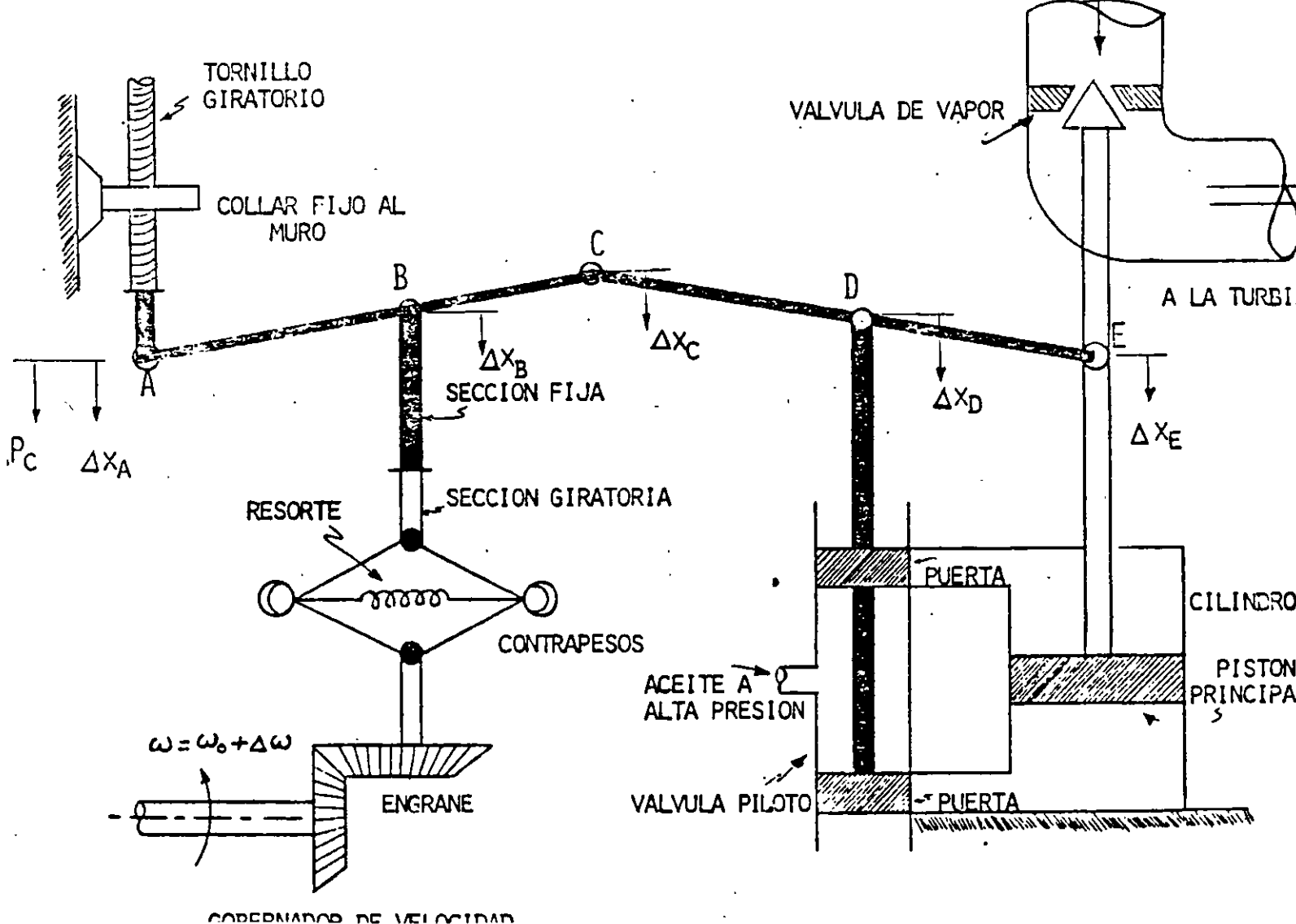
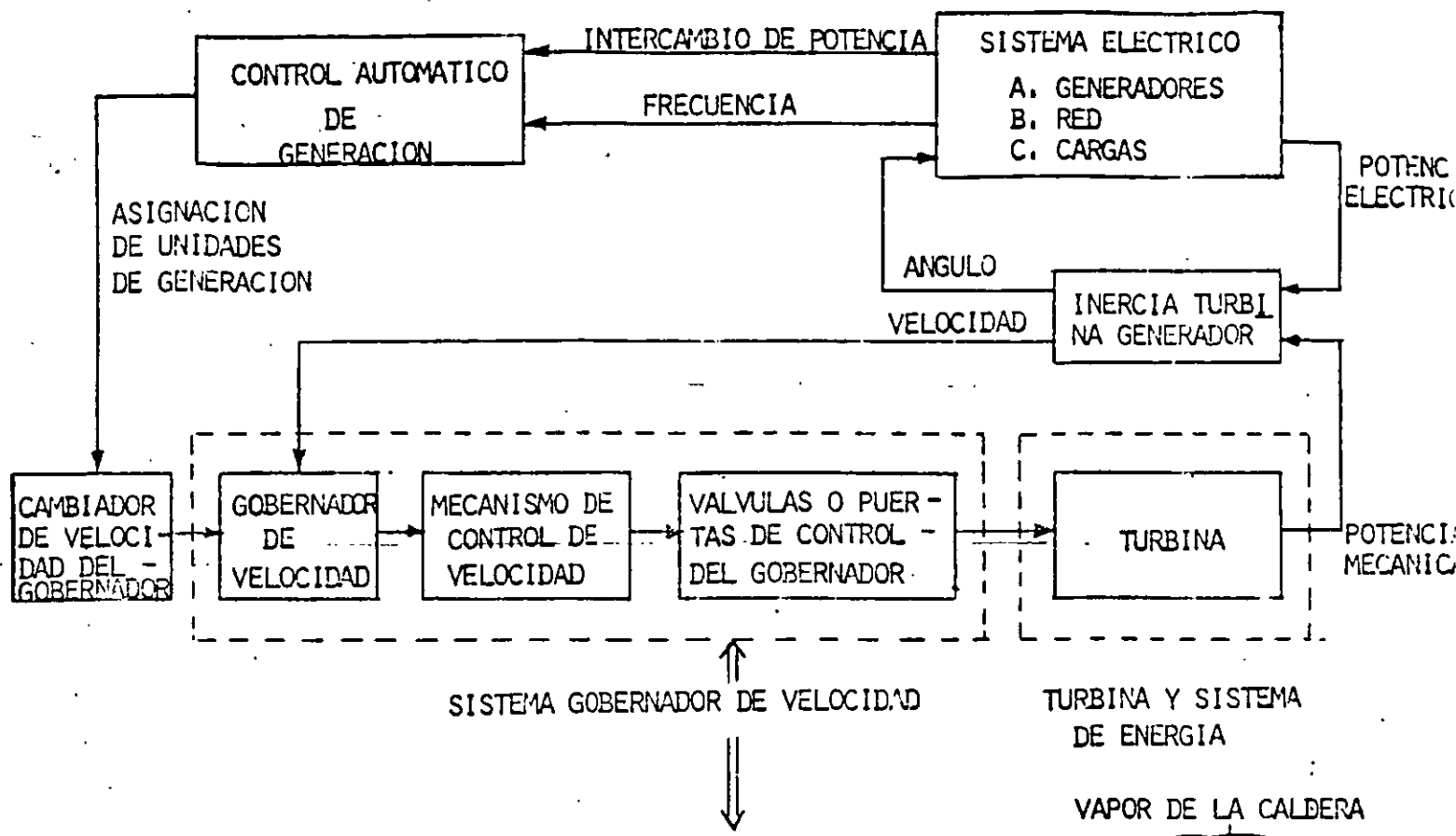
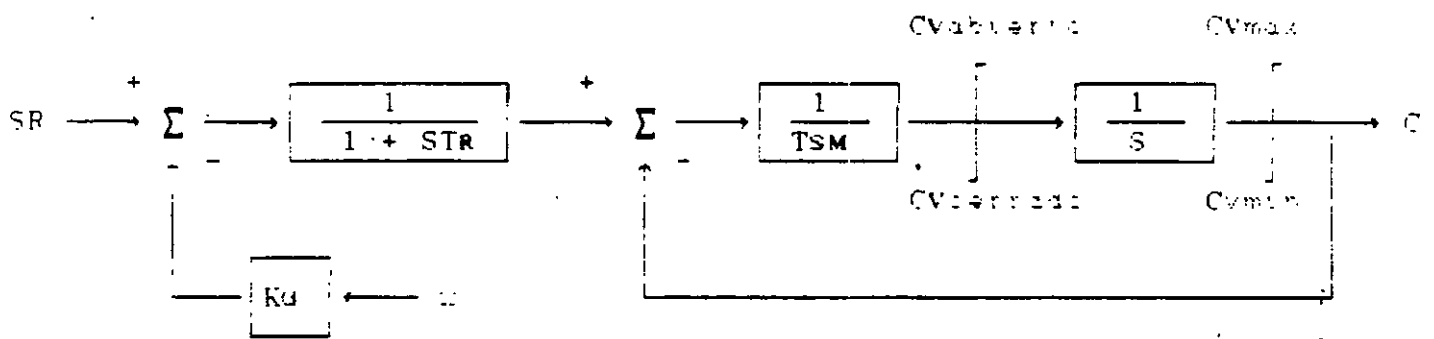


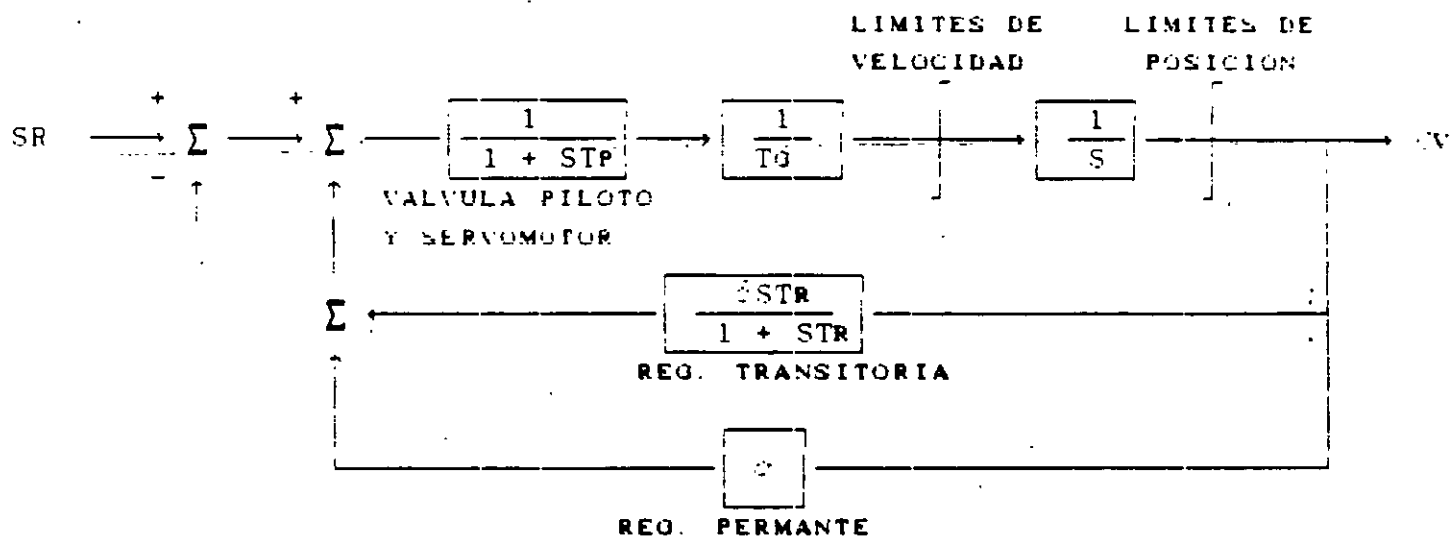
DIAGRAMA DE BLOQUES DEL GENERADOR Y SISTEMA DE EXCITACION



GOBERNADOR DE VELOCIDAD

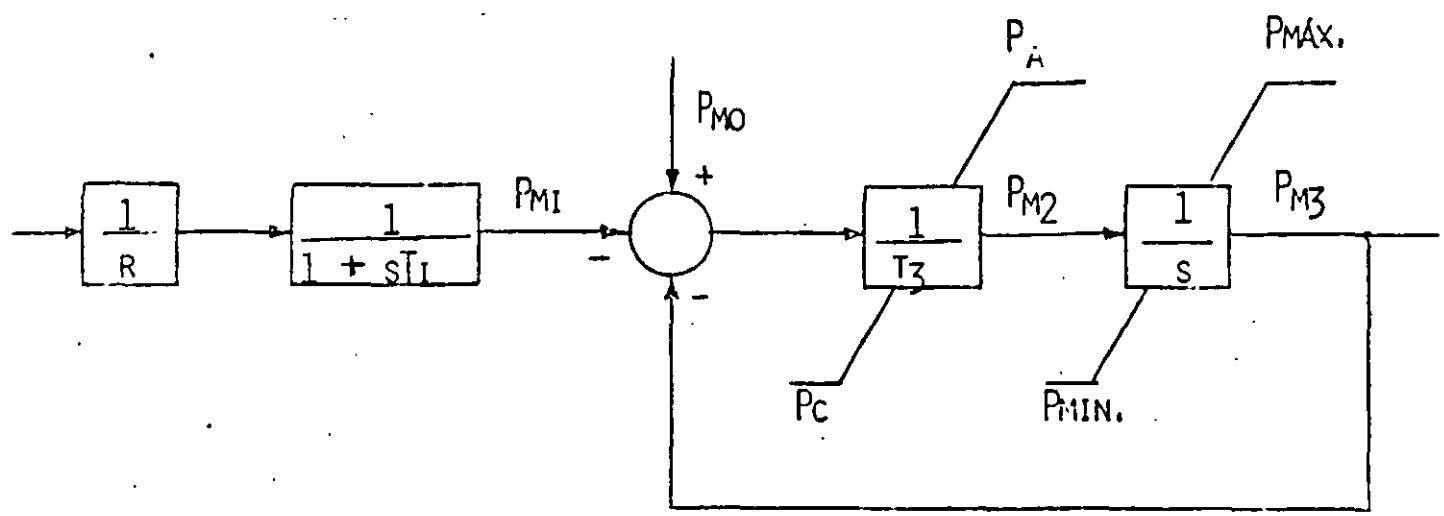


GOBERNADOR MECANICO - HIDRAULICO (TURBO)



GOBERNADOR MECANICO - HIDRAULICO (HIDRO)

DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SUBSISTEMA DE CONTROL DE VELOCIDAD DE UNIDADES TÉRMICAS.



- R - CARACTERÍSTICAS DE REGULACION EN ESTADO ESTABLE.
- T₁ - CONSTANTE DE TIEMPO DEL RELEVADOR DE VELOCIDAD.
- T₃ - CONSTANTE DE TIEMPO DEL SERVOMOTOR.
- P_A, P_C - VELOCIDAD MÁXIMA PARA LA APERTURA Y CIERRE DE VÁLVULAS.
- P_{MÁX.}, P_{MÍN.} - POSICIÓN MÁXIMA Y MÍNIMA DE VÁLVULAS.
- P_{M0} - POSICIÓN ACTUAL DE VÁLVULAS.

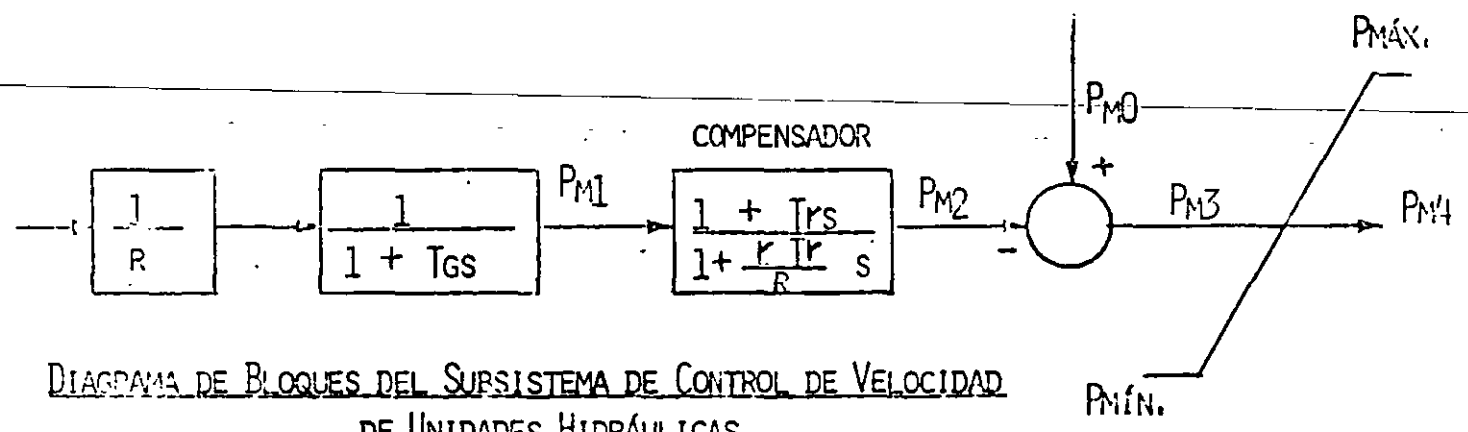


DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SUBSISTEMA DE CONTROL DE VELOCIDAD DE UNIDADES HIDRÁULICAS

- T_r - CONSTANTE DE TIEMPO DEL DASHPOT.
- R - CARACTERÍSTICAS DE REGULACIÓN DE ESTADO ESTABLE.
- T_G - TIEMPO PARA PRODUCCIÓN 1.0 P.U. DE APERTURA EN LA VÁLVULA COMO RESPUESTA A UN CAMBIO DE 1.0 P.U. DE VELOCIDAD.
- r - CARACTERÍSTICAS DE REGULACIÓN TRANSITORIA.
- P_{M0} - POSICIÓN ACTUAL DE VÁLVULA.

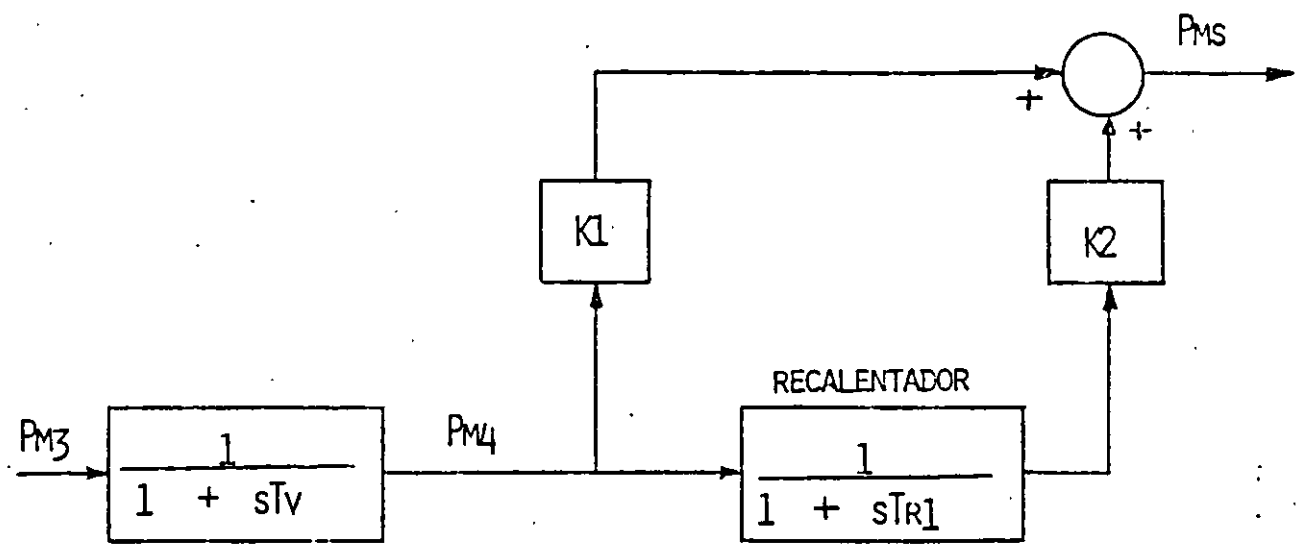
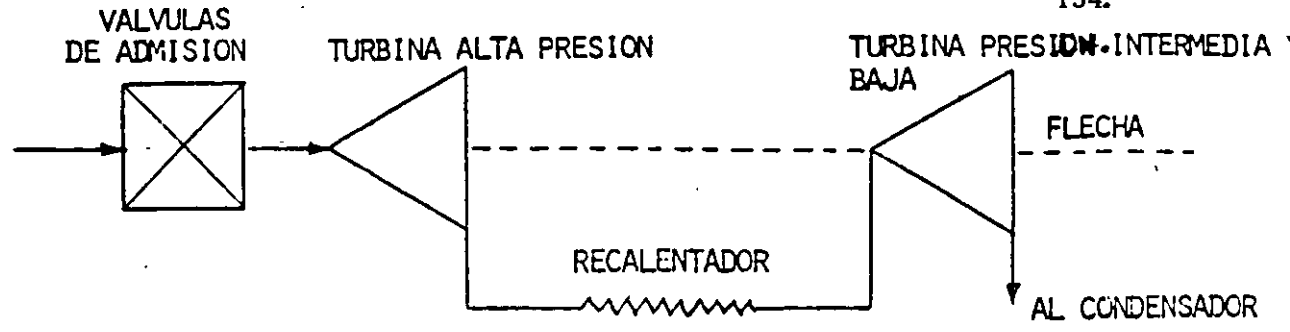


DIAGRAMA DE BLOQUES PARA TURBINAS DE VAPOR

T_V - CONSTANTE DE TIEMPO DEL VOLUMEN DE ENTRADA DE VAPOR.

T_{R1} - CONSTANTE DE TIEMPO DEL RECALENTADOR.

K_1, K_2 - FRACCIONES DE POTENCIA MECÁNICA.

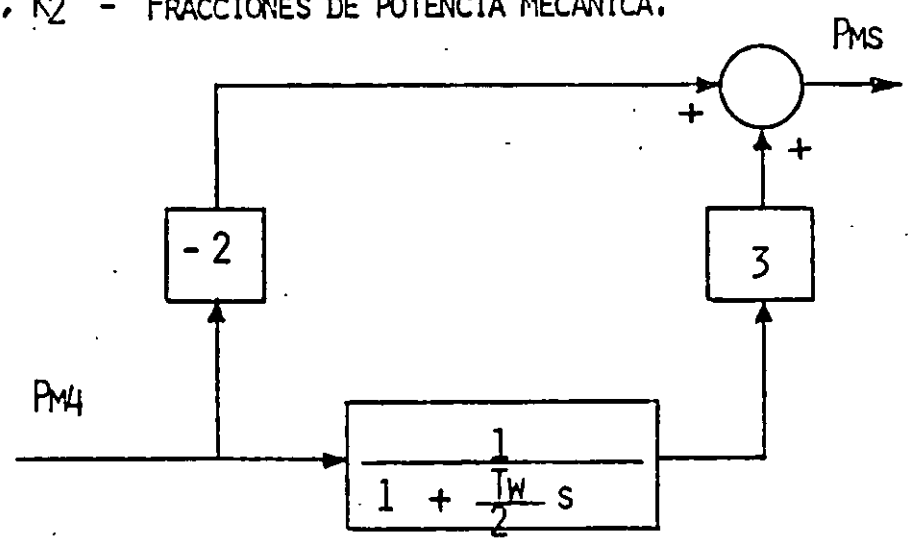


DIAGRAMA DE BLOQUES PARA TURBINAS HIDRÁULICAS

T_W - CONSTANTE DE TIEMPO DE LA INERCIA DEL AGUA.

MODELACIÓN DE LA CARGA

$$P = \left(\frac{F}{F_0} \right)^{f_P} \left(\frac{V}{V_0} \right)^{v_P} P_0$$

$$Q = \left(\frac{F}{F_0} \right)^{f_Q} \left(\frac{V}{V_0} \right)^{v_Q} Q_0$$

(P_0, Q_0) - VALORES BASE DE POTENCIA ACTIVA Y REACTIVA.

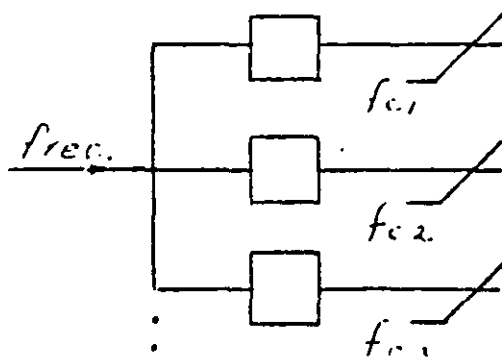
(P, Q) - VALORES DE POTENCIA ACTIVA Y REACTIVA AFECTADOS POR VOLTAJE Y FRECUENCIA.

(V_0, F_0) - VALORES BASE DE VOLTAJE Y FRECUENCIA.

(V, F) - VALORES EN EL TIEMPO DE VOLTAJE Y FRECUENCIA.

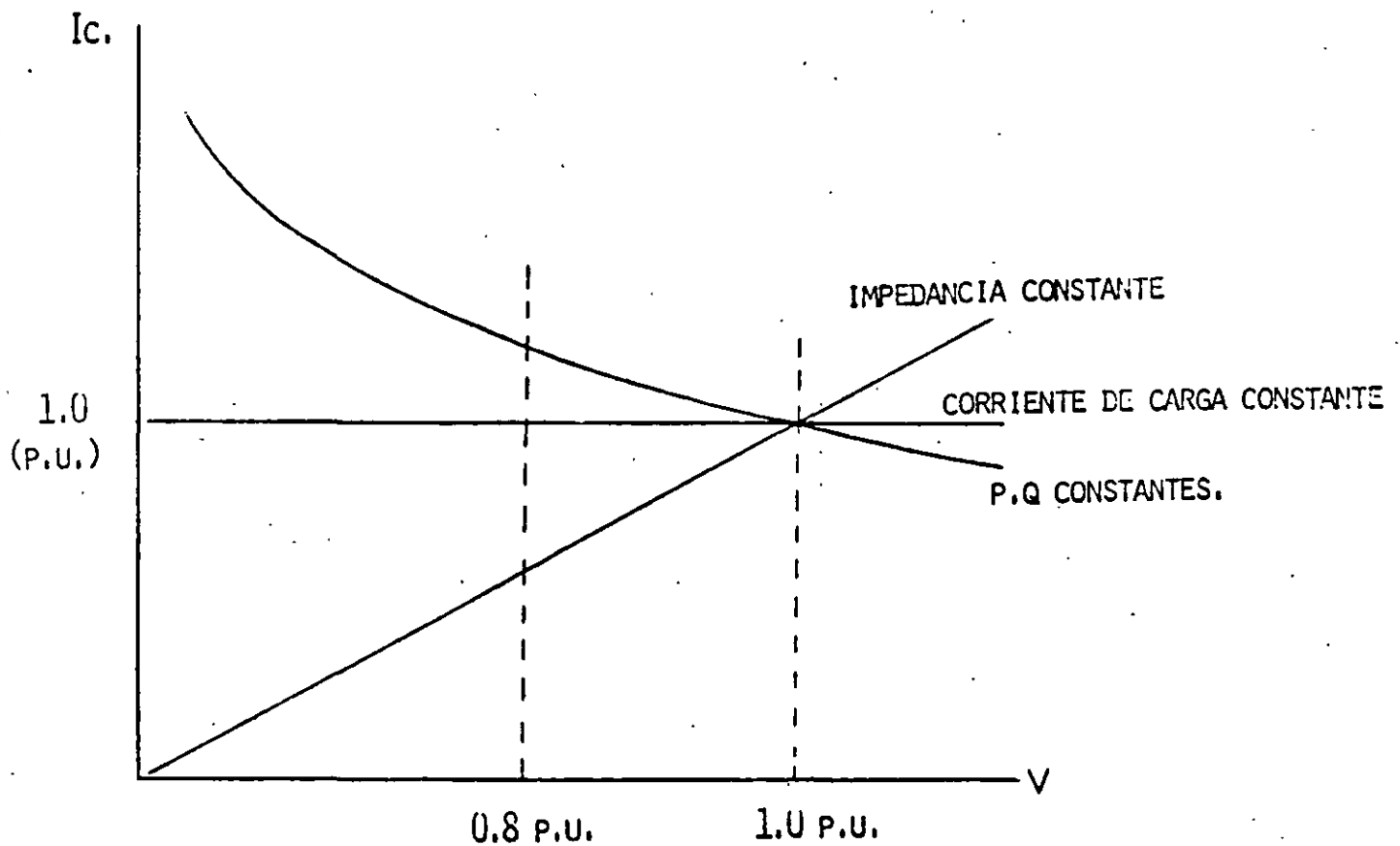
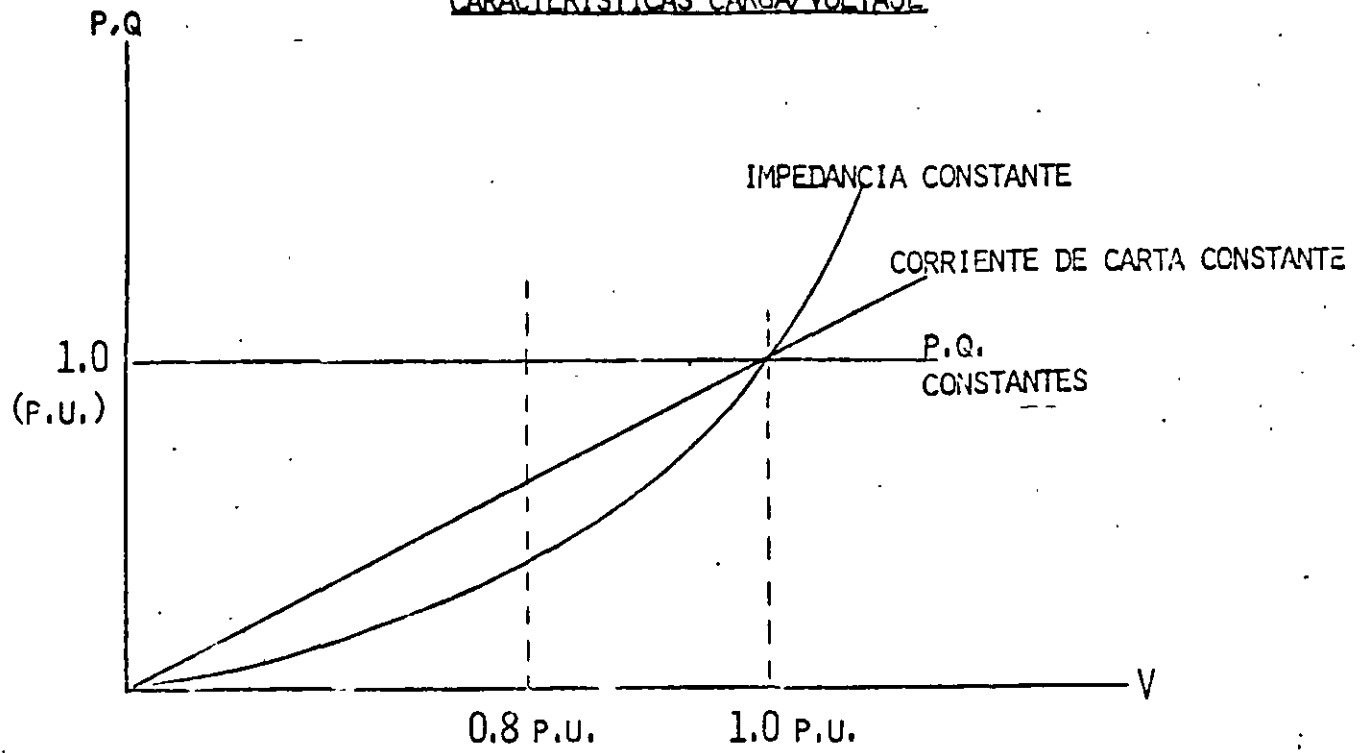
TIPOS DE CARGA

f_P	f_Q	v_P	v_Q	C A R G A
0	0	0	0	POTENCIA CONSTANTE
0	0	1	1	CORRIENTE CONSTANTE
0	0	2	2	IMPEDANCIA CONSTANTE
1	1	0	0	DEPENDENCIA LINEAL UNITARIA DE LA FRECUENCIA

DESCONEXIÓN DE AUTOMÁTICA DE CARGA

$$f_{c1} > f_{c2} > f_{c3}$$

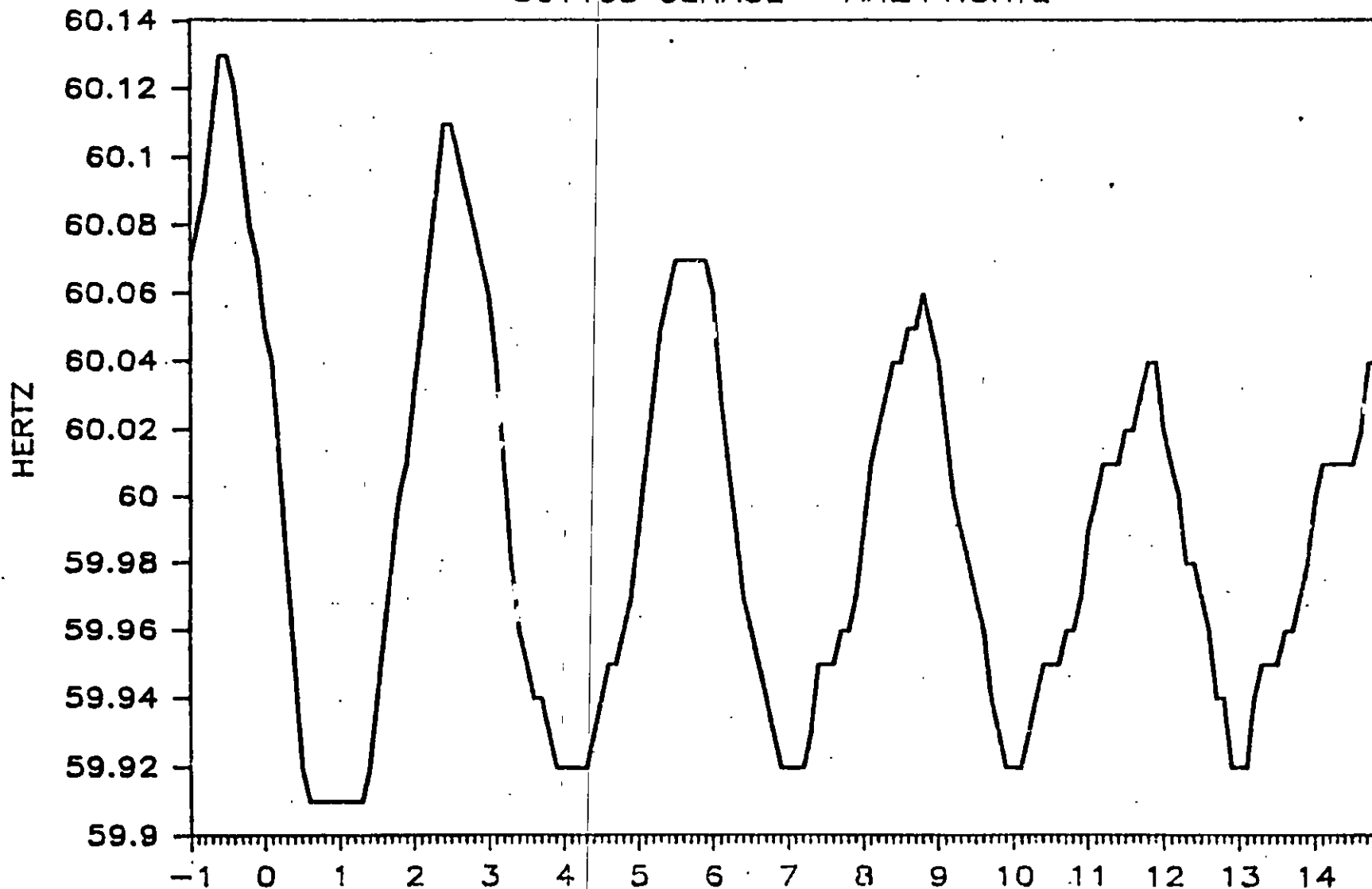
CARACTERÍSTICAS CARGA/VOLTAJE



CARACTERÍSTICAS CORRIENTE DE CARGA/VOLTAJE

FRECUENCIA GPL-230 POR DISP. PRD — T

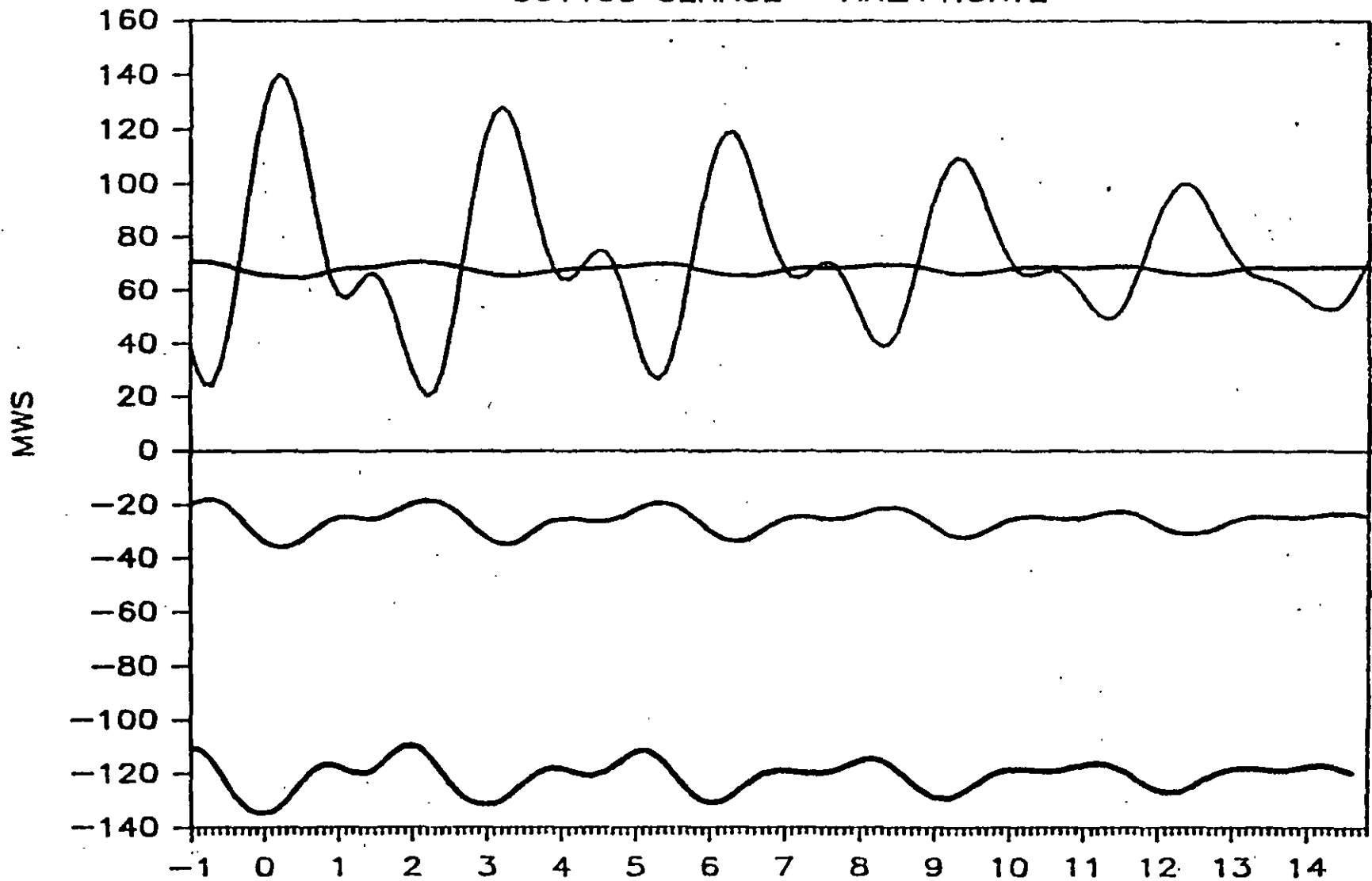
861105 CENACE — AREA NORTE



SEG.
93020

FLUJOS LINEAS GPL * DISP. PRD-TUL *

861105 CENACE - AREA NORTE



— 93020

— 93030

SEG.

— 93040

— 92980

73050

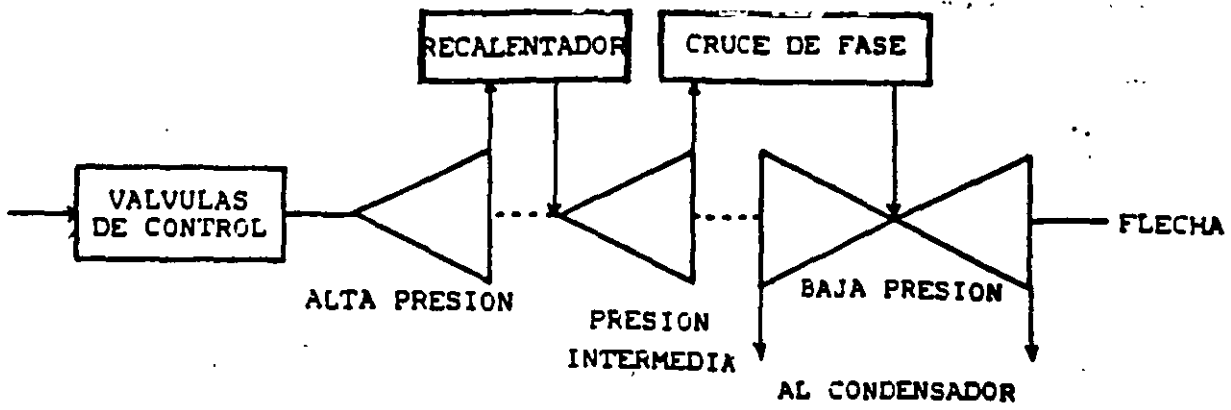


Figura 1. Diagrama esquemático de la turbina térmica con recalentamiento.

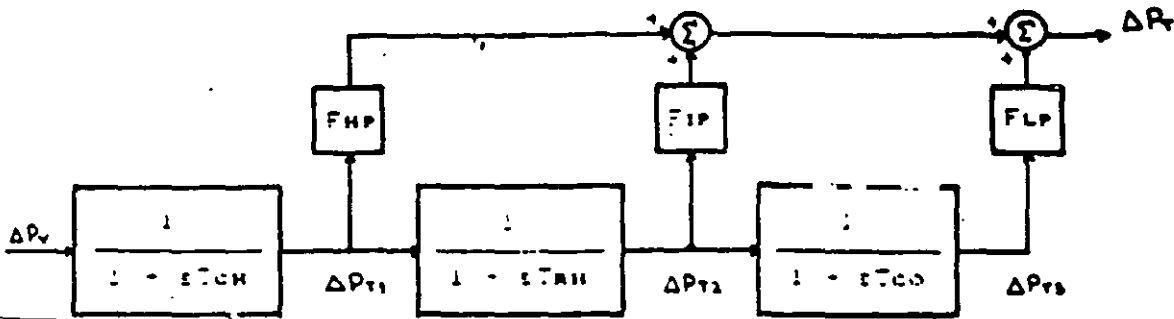


Figura 2. Modelo en bloques de la turbina térmica con recalentamiento.

$$\begin{bmatrix} \Delta F \\ \Delta P_{T3} \\ \Delta P_{T2} \\ \Delta P_{T1} \\ \Delta P_V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 T_p & FLP/HP T_p & FIP/IP T_p & FHP/HP T_p & 0 \\ 0 & -1 T_{co} & 1 T_{co} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 T_{IH} & 1 T_{IH} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 T_{CH} & 1 T_{CH} \\ -1 T_{TH} & 0 & 0 & 0 & -1 T_H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta F \\ \Delta P_{T3} \\ \Delta P_{T2} \\ \Delta P_{T1} \\ \Delta P_V \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -HP T_p \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta P_L + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 T_H \end{bmatrix} \Delta P_{REF}$$

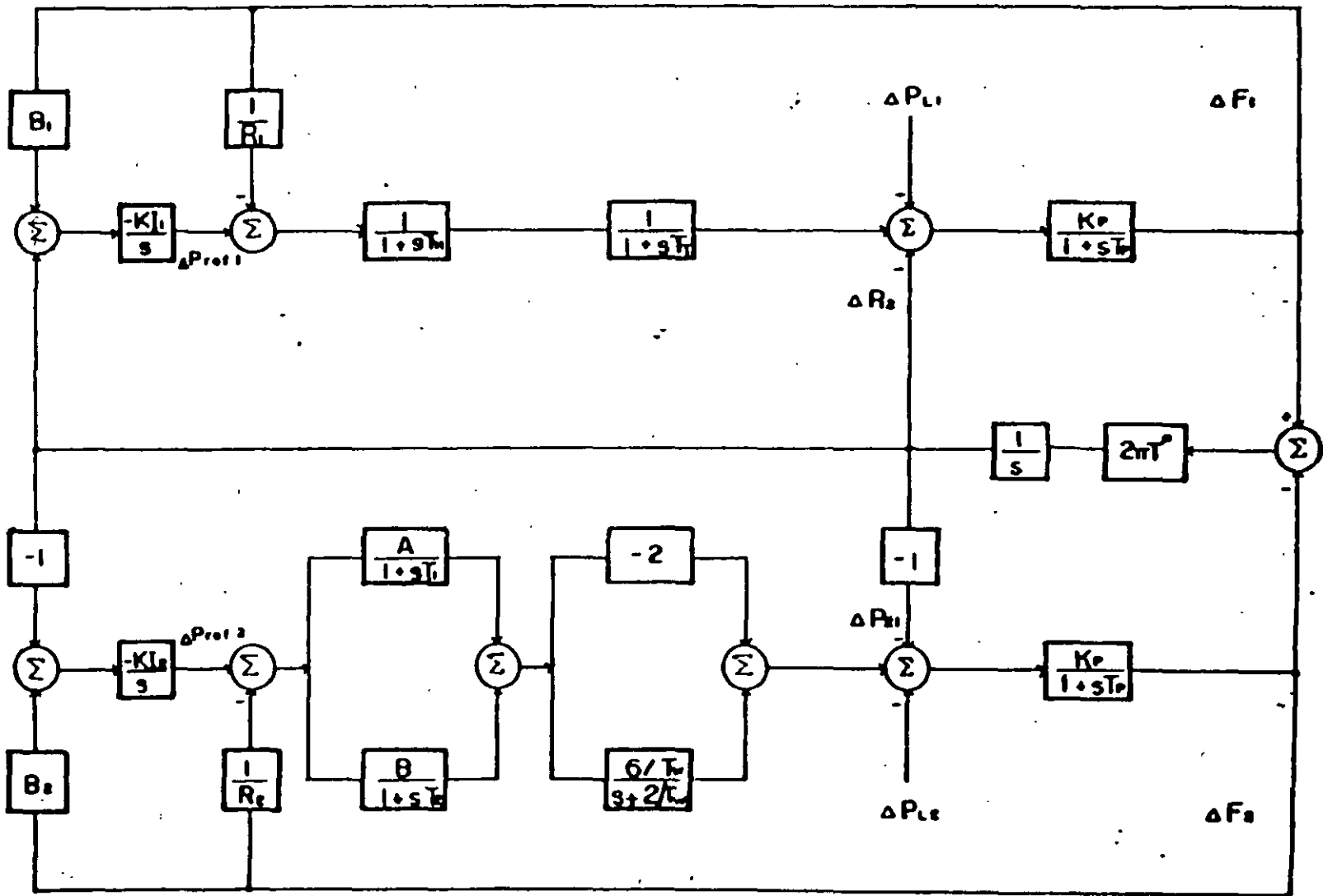


Figura 1 Regulación secundaria para dos áreas con control de interconexiones

A =

$$\begin{bmatrix}
 -\frac{1}{T_P} & 0 & \frac{K_P}{T_P} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_P}{T_P} \\
 0 & -\frac{1}{T_P} & 0 & \frac{K_P}{T_P} & 0 & -\frac{2K_P}{T_P} & -\frac{2K_P}{T_P} & 0 & 0 & \frac{K_P}{T_P} \\
 0 & 0 & -\frac{1}{T_T} & 0 & \frac{1}{T_T} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{T_V} & 0 & \frac{B}{T_V} & \frac{B}{T_V} & 0 & 0 & 0 \\
 -\frac{1}{R_1 T_H} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_H} & 0 & 0 & \frac{1}{T_H} & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{A}{R_2 T_1} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_1} & 0 & 0 & \frac{A}{T_1} & 0 \\
 0 & -\frac{B}{R_2 T_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & \frac{B}{T_2} & 0 \\
 -K_{I1} B_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{I1} \\
 0 & -K_{I2} B_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{I2} \\
 2\pi T^0 & -2\pi T^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

X =

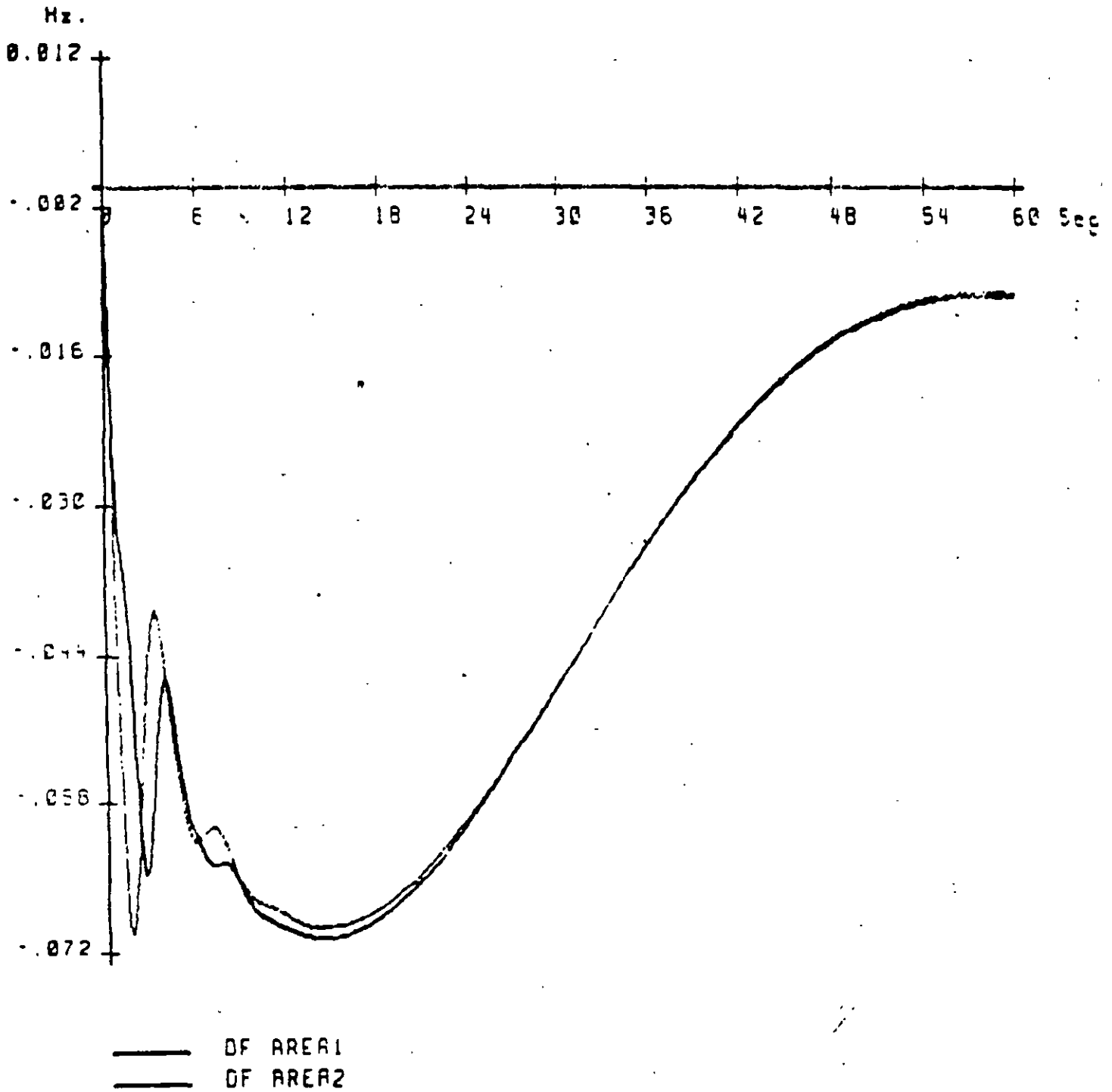
$$\begin{bmatrix}
 \Delta F_1 \\
 \Delta F_2 \\
 \Delta P_T \\
 \Delta P_{T1} \\
 \Delta P_V \\
 \Delta P_{V1} \\
 \Delta P_{V2} \\
 \Delta P_{r1} \\
 \Delta P_{r2} \\
 \Delta P_{12}
 \end{bmatrix}$$

BU =

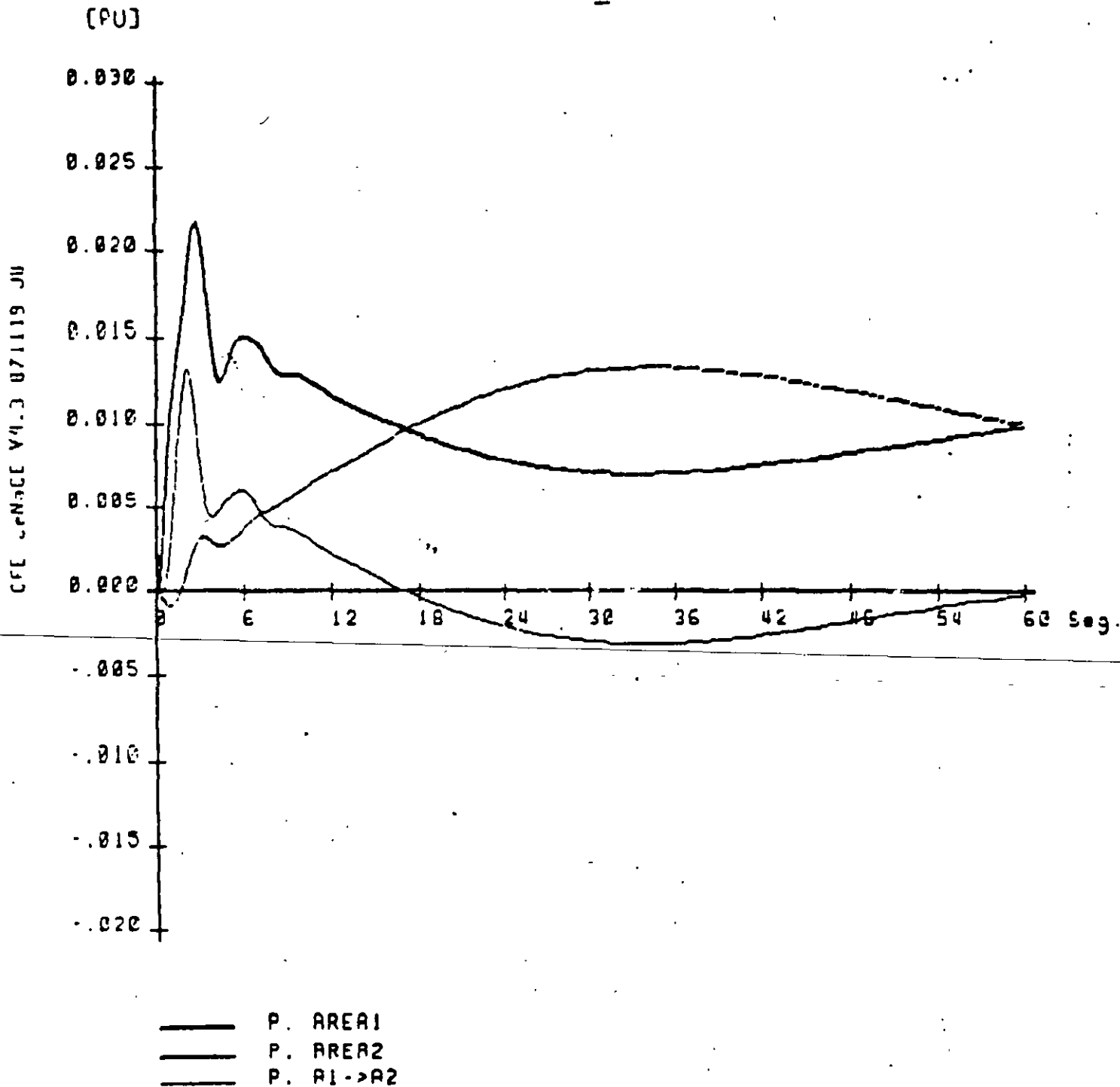
$$\begin{bmatrix}
 -K_P/T_P & \Delta P_{11} \\
 -K_P/T_P & \Delta P_{12} \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}$$

3

GRAFICAS DE VARIACION DE FRECUENCIA
(CASO 2)



VARIACION DE POTENCIA MECANICA Y DE POTENCIA DE INTERCONEXION (caso 2)



5



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VI CURSO INTERNACIONAL DE
SISTEMAS ELÉCTRICOS
DE POTENCIA**

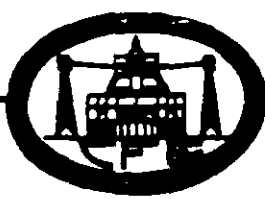
MÓDULO II

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA II

TEMA:

**DISTRIBUCIÓN DE SALIDAS POR FALLA
EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN**

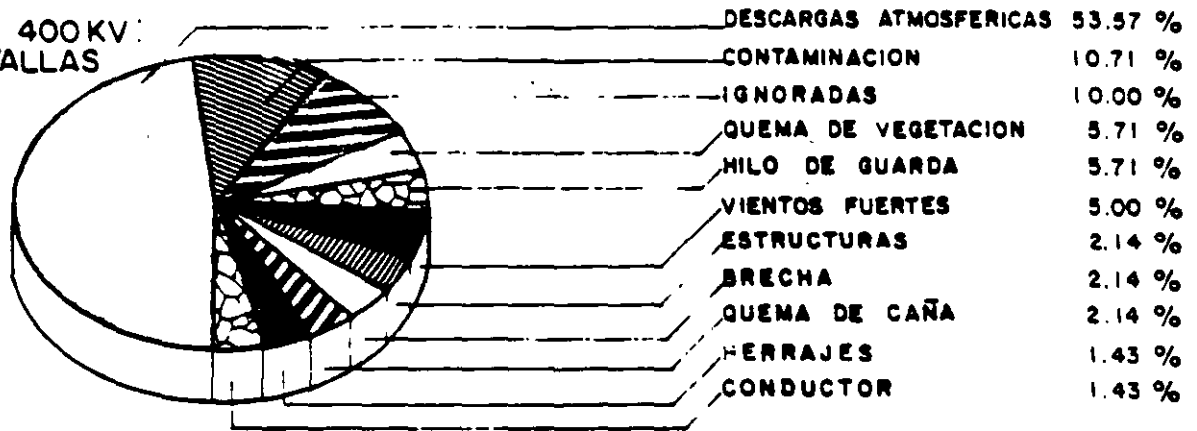
**EXPOSITOR: ING. ARTURO MORALES COLLANTES
1997**



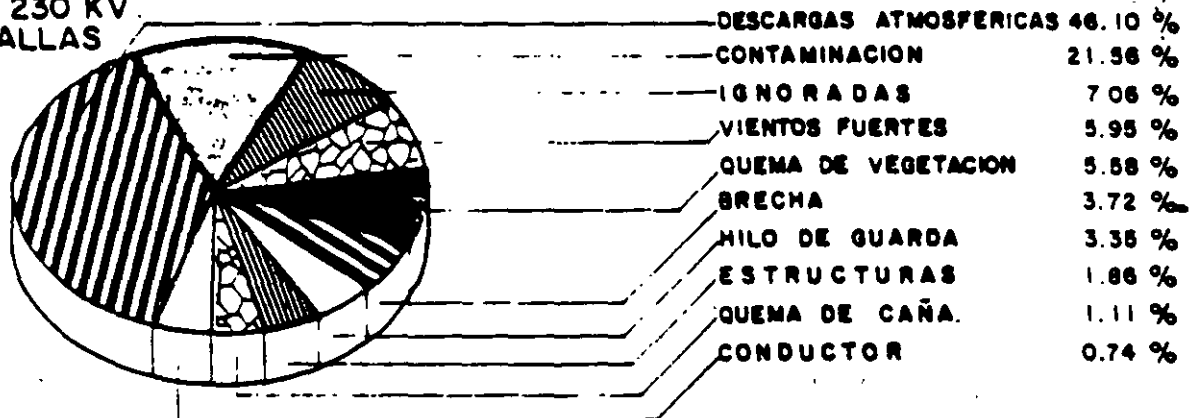
DISTRIBUCION DE SALIDAS POR FALLA EN LINEAS DE TRANSMISION PARA EL PERIODO 1990

FIG. No 20

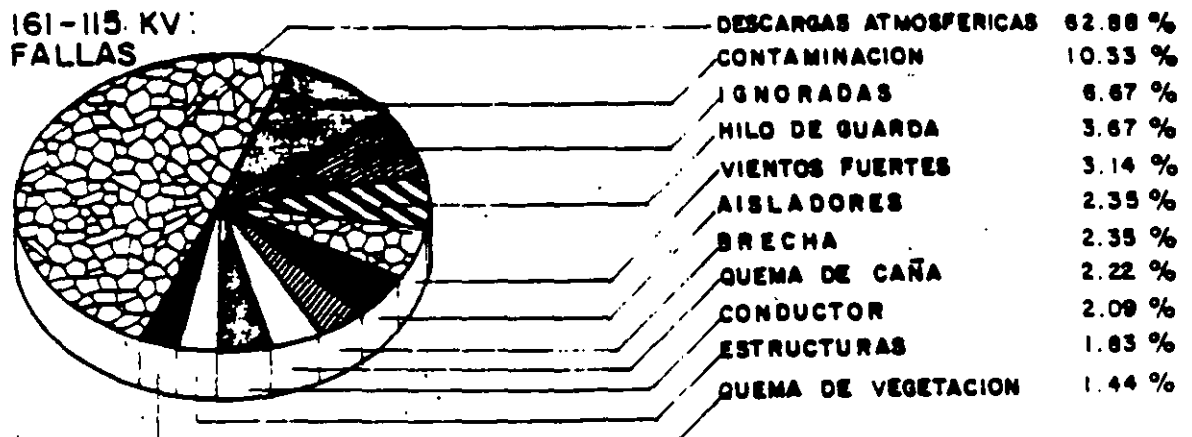
LT'S 400 KV:
140 FALLAS

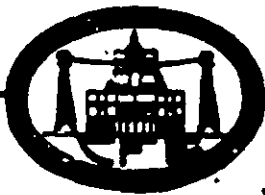


LT'S 230 KV:
269 FALLAS



LT'S 161-115 KV:
765 FALLAS

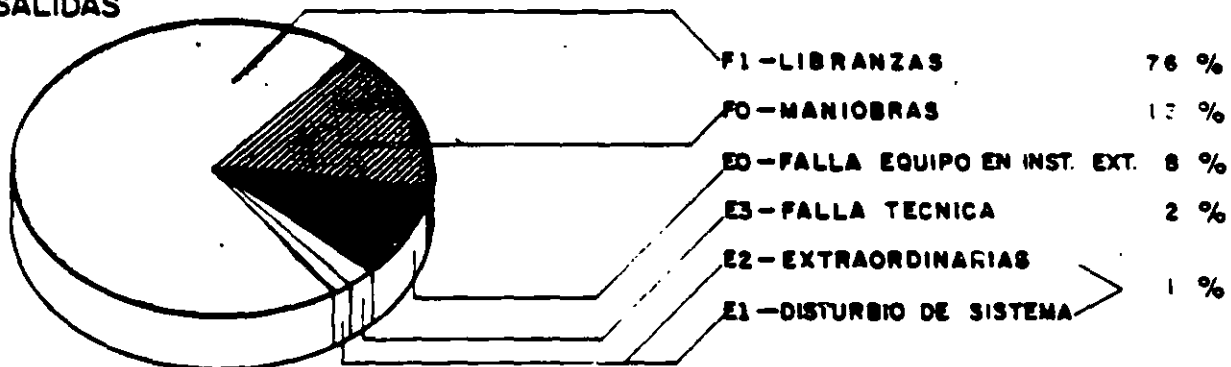




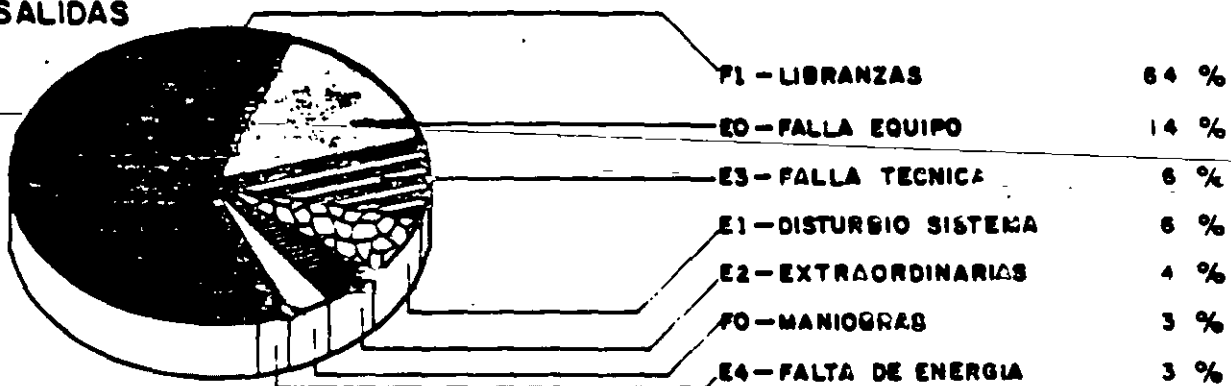
DISTRIBUCION DE SALIDAS POR CAUSAS AJENAS Y MANIOBRAS EN LINEAS DE TRANSMISION AÑO 1990

FIG. No 21

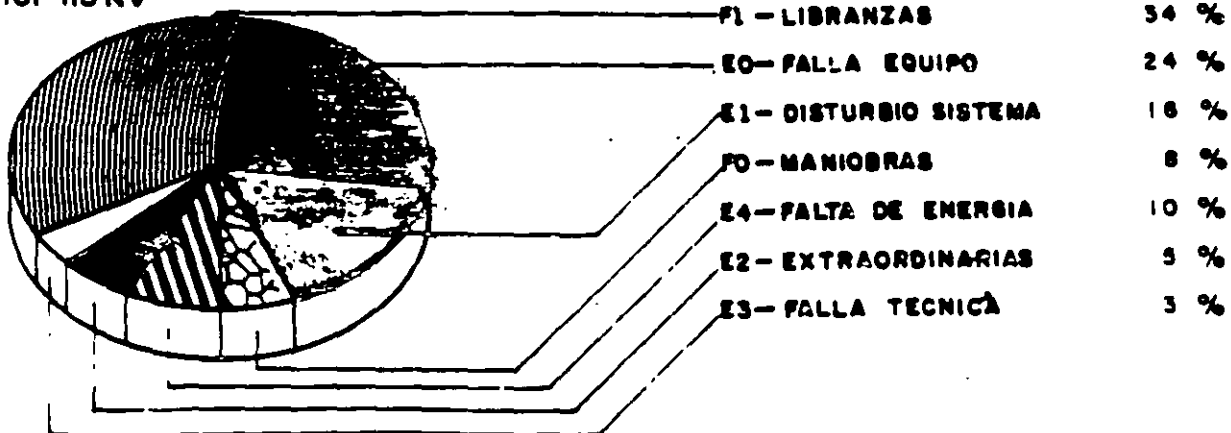
LT'S 400 KV
323 SALIDAS



LT'S 230 KV
522 SALIDAS



LT'S 161-115 KV



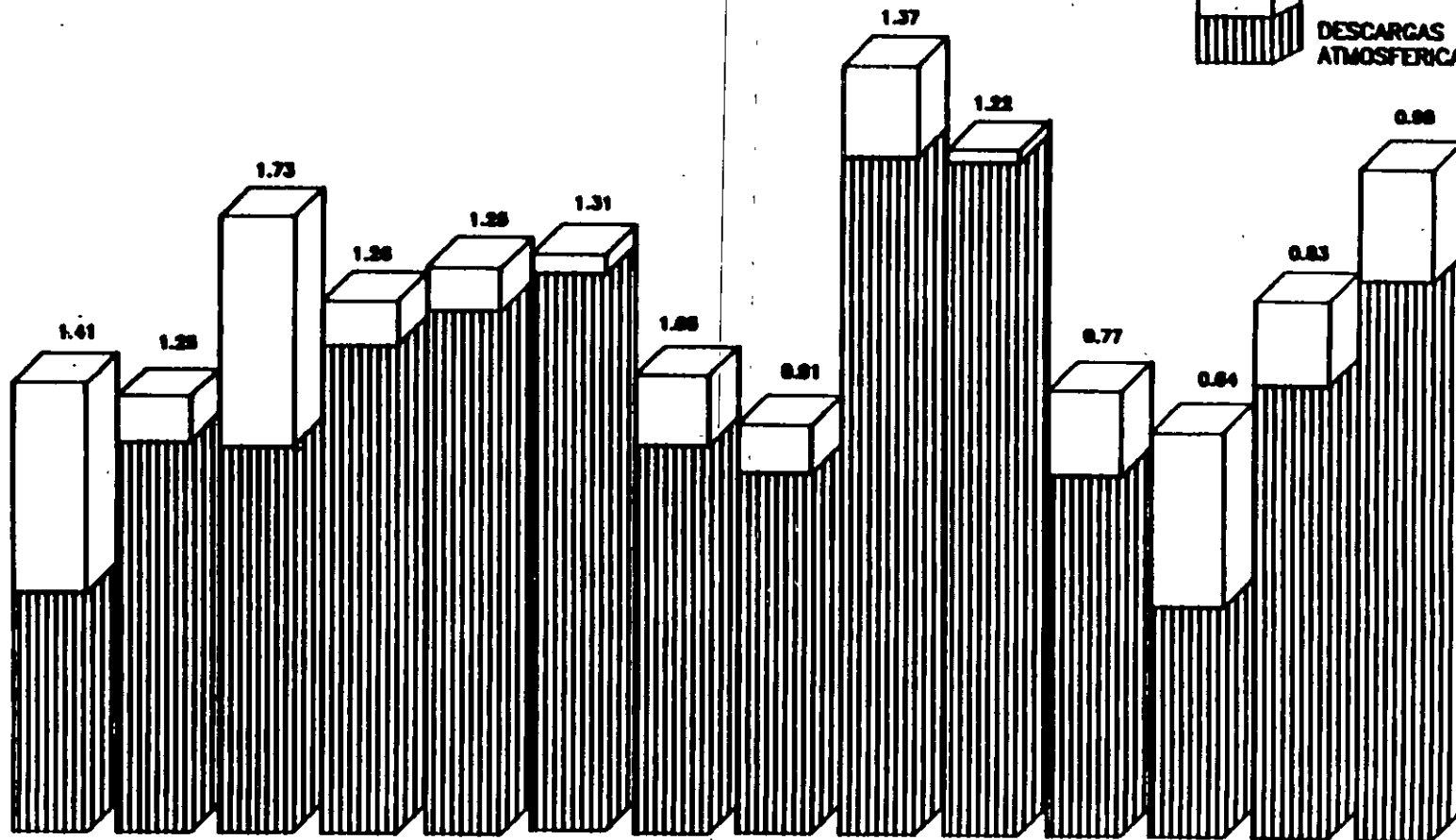


INDICE DE SALIDAS EN LINEAS DE TRANSMISION POR : DESCARGAS ATMOSFERICAS E IGNORADAS DE 400 kV

PERIODO 1977-1990

FIG. No. 10

IGNORADAS (Do)
DESCARGAS ATMOSFERICAS (Bo)



AÑO	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
No. SALIDAS (Bo)	32	53	51	65	70	75	53	49	92	91	49	31	61	75
No. SALIDAS (Do)	28	06	31	07	05	04	11	06	12	02	12	23	12	14
TOTAL	60	59	82	72	75	79	64	57	104	93	61	54	73	89
INDICE	1.41	1.25	1.73	1.26	1.25	1.31	1.05	0.91	1.37	1.22	0.77	0.64	0.83	0.98
KILOMETROS	4245	4737	4741	5695	5997	6035	6080	6287	7610	7655	7908	8378	8811.5	9099.1

Universidad Nacional Autónoma de México
División de Educación Continua

Curso Sistemas de Potencia II

Tema: Sobretensiones y Coordinación de Aislamiento

Profesor Víctor Federico Hermosillo Worley

M.S.E.E., Teck Lic. Elek

TEMARIO

1a Sesión:

1. Introducción

Fallas de L.T. en la Red Troncal del Sistema Mexicano

Clasificación de sobretensiones

2 Ondas viajeras en líneas de transmisión

Distorsión y atenuación de ondas viajeras

3 Modelos de líneas de transmisión

Componentes modales

4 Sobretensiones por descargas atmosféricas

Física y parámetros de descargas atmosféricas

Blindaje de líneas de transmisión

Modelo de una descarga directa

Descarga directa al hilo de guarda

Sobretensiones inducidas

2a Sesión:

5. Clasificación de sobretensiones por maniobra

Cierre y recierre de líneas de transmisión

Interrupción prematura de pequeñas corrientes inductivas

Interrupción de corrientes capacitivas

Sobretensiones temporales

Transitorios en subestaciones encapsuladas (SF6)

6. Coordinación de aislamiento

Nociones de probabilidad y estadística

Equipo de protección contra sobretensiones

Selección de apartarrayos

Nivel de aislamiento del equipo

Estándares internacionales para coordinación de aislamiento



DISPOSICIÓN GEOGRAFICA DE LAS LINEAS DE TRANSMISION DE 230 KV AÑO 1990

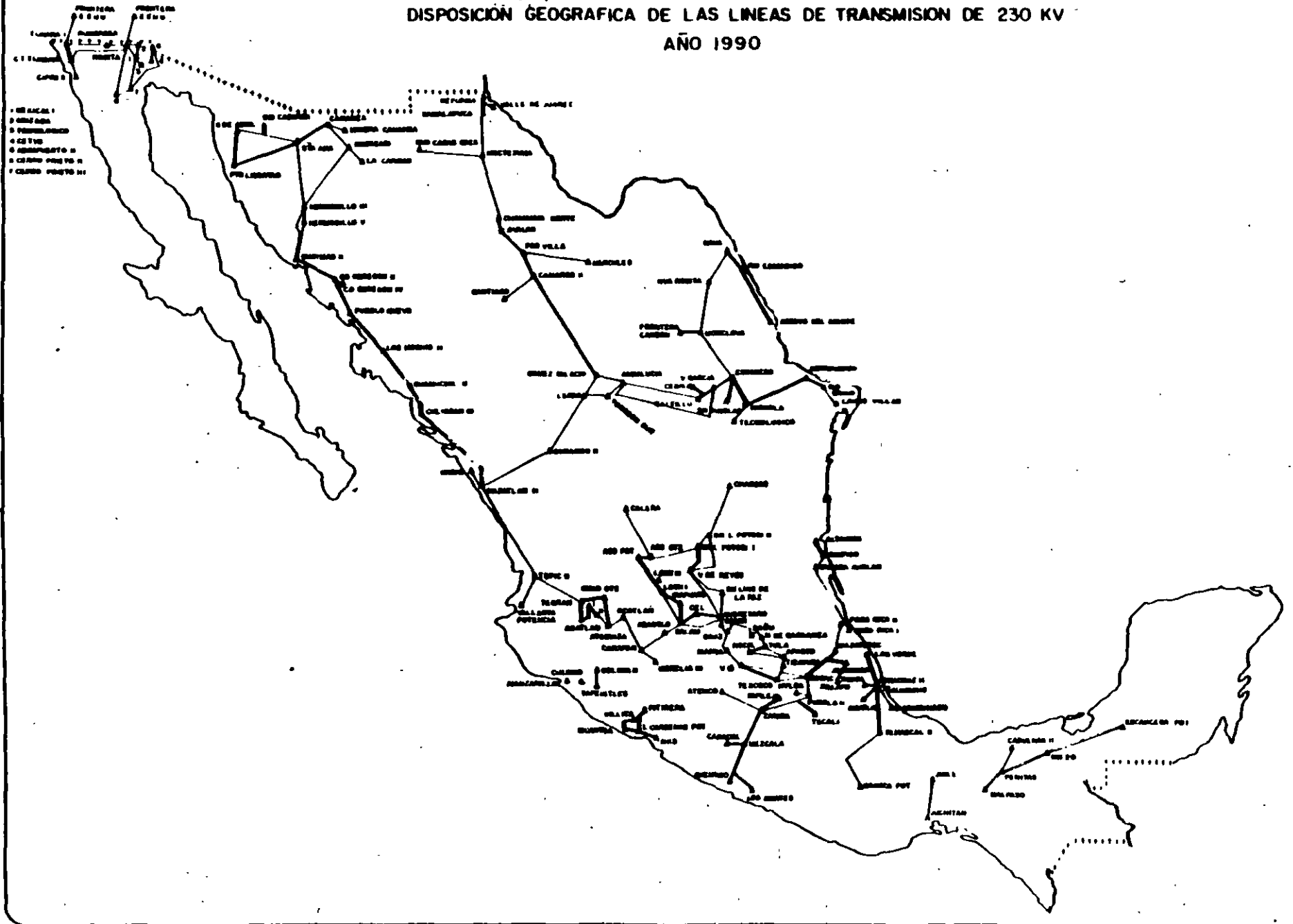
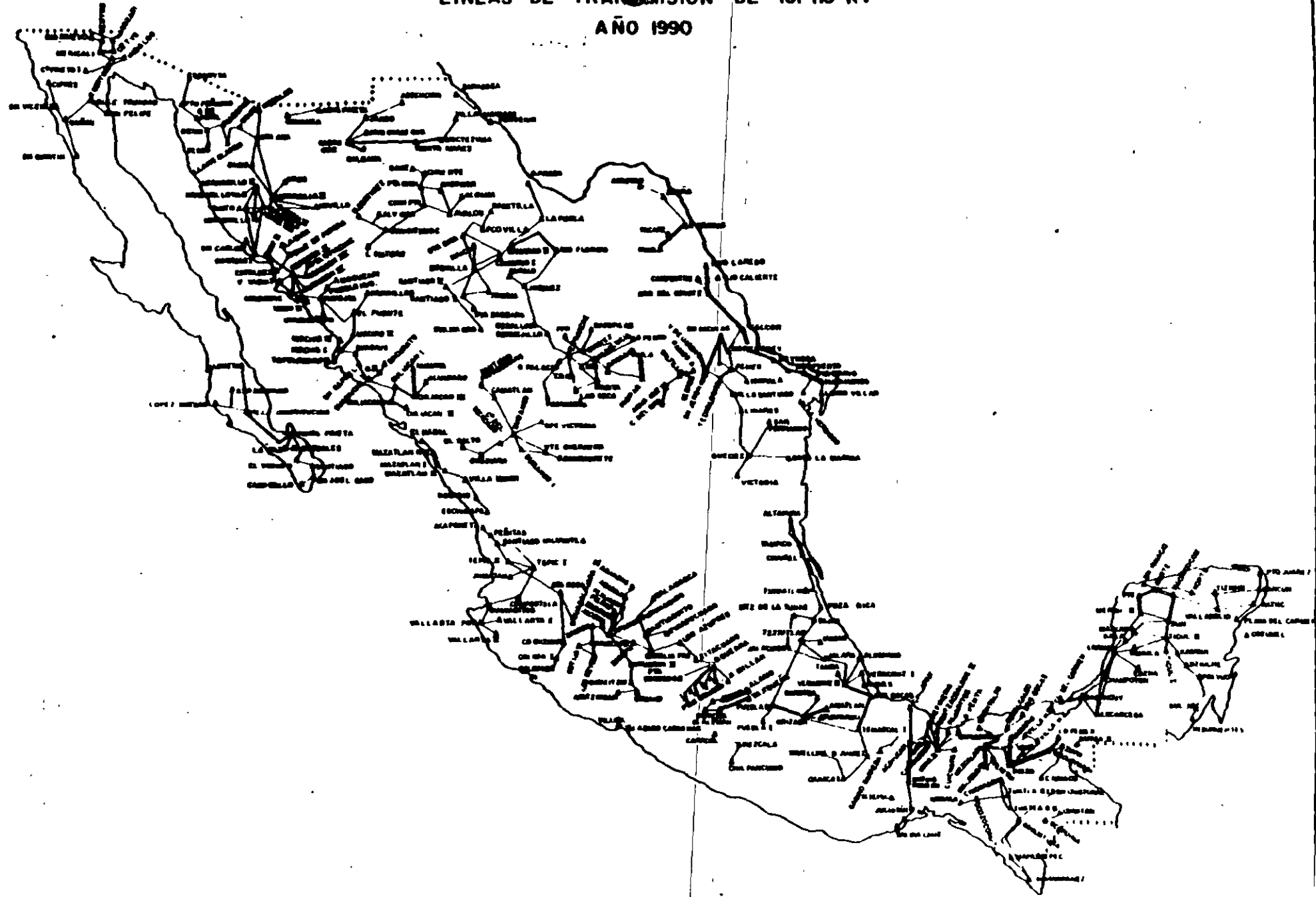




FIG. N. 3

LINEAS DE TRANSMISION DE 161-115 KV

AÑO 1990



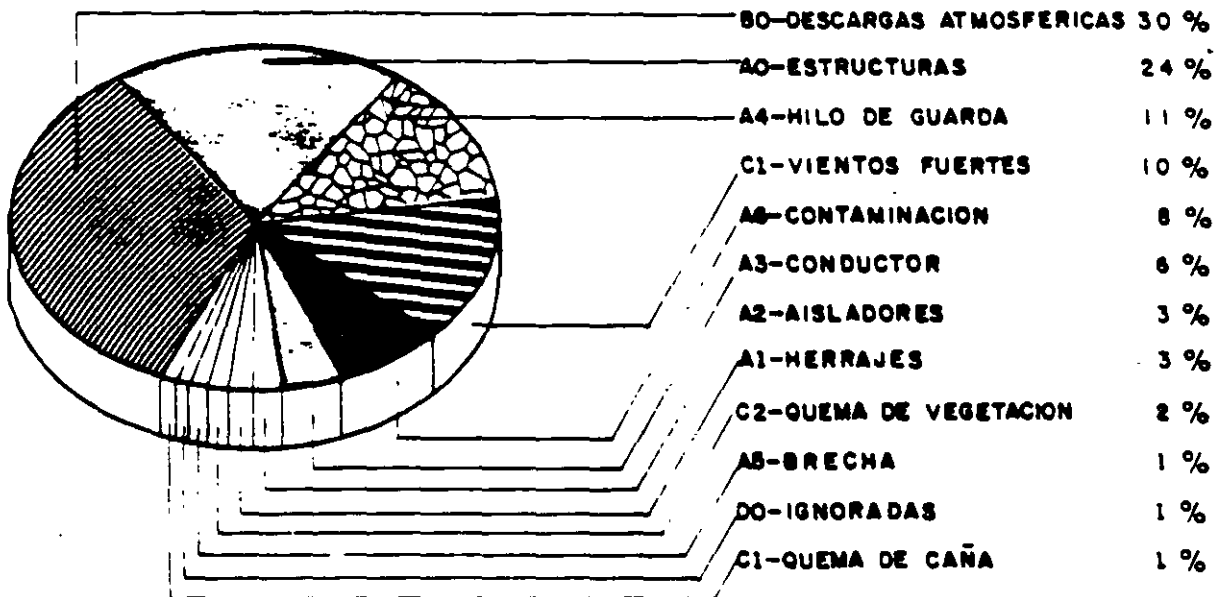


DISTRIBUCION EN PORCIENTO DEL TIEMPO QUE LAS LINEAS DE TRANSMISION, ESTUVIERON FUERA POR FALLA CAUSAS AJENAS, MANIOBRAS Y LIBRANZAS EN 1990

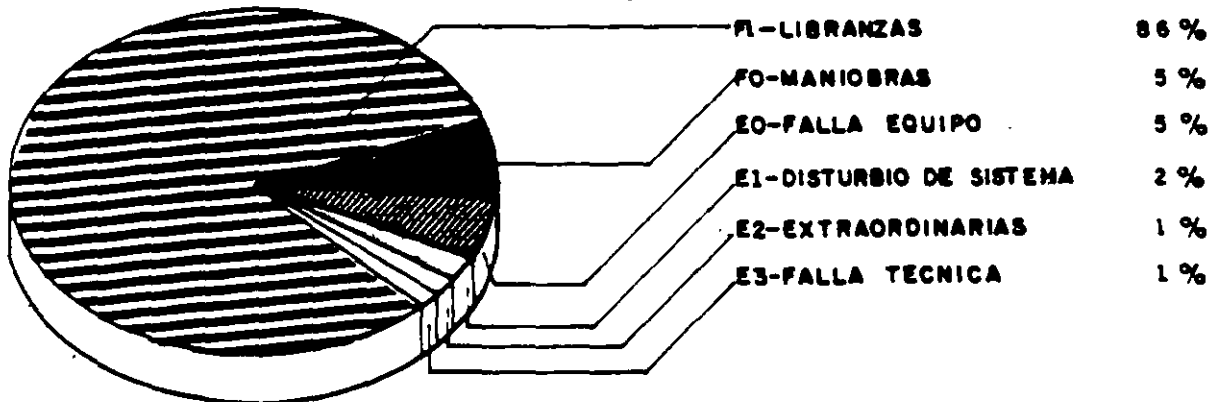
LT'S 400-115 K V

FIG. N° 22

TIEMPO FUERA POR FALLA: 2964:53 Hrs.: Min.



TIEMPO FUERA POR CAUSAS AJENAS, MANIOBRAS Y LIBRANZAS: 18953:12 Hr. Min.



1. WAVE PROPAGATION

1.1. INTRODUCTION

1.1.1. TYPES OF OVERVOLTAGES

- LIGHTNING STROKES
- SWITCHING SURGES
- ARCING GROUNDS
- RESONANCE VOLTAGES

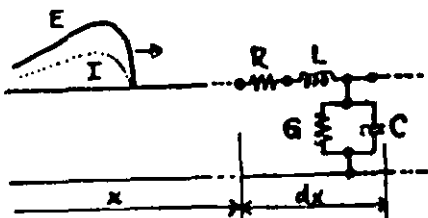
1.1.2. LIGHTNING STROKES

FREQUENCY OF OCCURRENCE
STATISTICAL DATA

MAGNITUDE
DURATION
RELEVANT PARAMETERS

1.1.3. MODELING LINES

DISTRIBUTED PARAMETERS
TRANSMISSION LINE DIFF. EQUATIONS



$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \gamma^2 E$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = \gamma^2 I$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R+sL)(G+sC)}$$

1.2. IMPORTANT PARAMETERS

1.2.1. PROPAGATION CONSTANT

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{Z_{LINE} Y_{LINE}}$$

α = ATTENUATION CONSTANT
 β = PHASE CONSTANT

1.2.2. CHARACTERISTIC (SURGE) IMPEDANCE

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z_{LINE}}{Y_{LINE}}} \quad e = Z_0 i \quad Y_0 = \frac{1}{Z_0}$$

1.2.3. LOSSLESS LINE: $R = 0, G = 0$

$$\gamma = s\sqrt{LC}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

1.2.4. DISTORTIONLESS LINE: $\frac{L}{R} = \frac{C}{G}$

1.3. LINE PARAMETERS, SIMPLE CASES

1.3.1. OVERHEAD CONDUCTOR

$$L = 2 \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{2h}{r} \right) 10^{-4} \text{ H/km}$$

$$C = \frac{10^{-6}}{18 \ln \frac{2h}{r}} \text{ F/km}$$

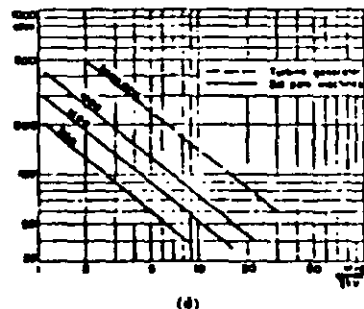
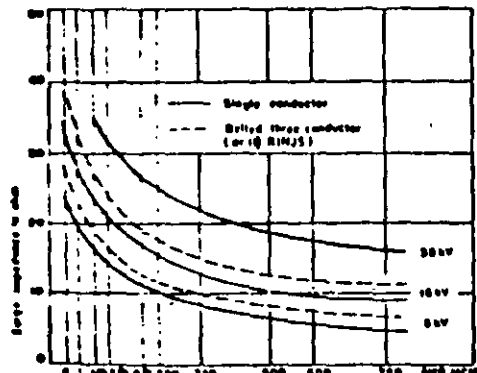
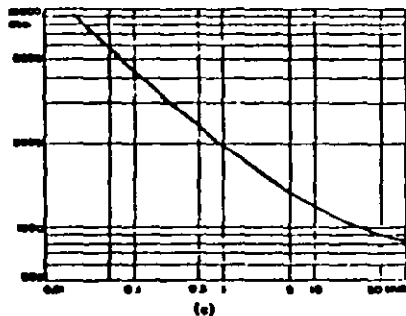
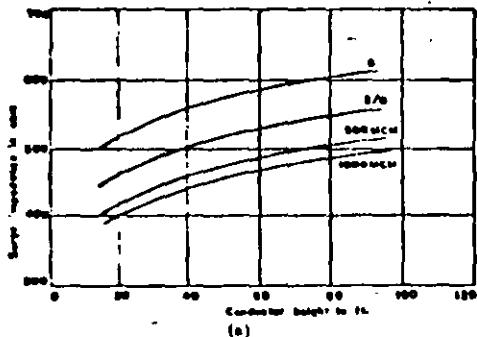
1.3.2. CABLE (ONE CONDUCTOR)

$$L \approx 2 \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{R}{r} \right) 10^{-4} \text{ H/km}$$

$$C = k \frac{10^{-6}}{18 \ln \frac{R}{r}} \text{ F/km}$$

1.3.3. THREE PHASE SYSTEMS

1.4. SURGE IMPEDANCE CHARTS



PHOTOGRAPHED BY M. A. S. DEPT. 1965, 55

(a) Surge impedance of overhead conductors (b) Surge impedance of paper insulated bus covered with oil (c) Surge impedance per phase for transformers & high voltage terms (d) Surge impedance per phase for synchronous machines

TYPICAL VALUES:

- OVERHEAD LINES: 400-600 OHMS
- CABLES: 10-40 OHMS, AROUND 25 OHMS
- TRANSFORMERS: THOUSANDS OF OHMS
- SYN. MACHINES: SEVERAL HUNDREDS OF OHMS

1.5. VELOCITY OF PROPAGATION

$$v \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} = 300 \text{ m/}\mu\text{s}$$

$$v = \frac{V_{\text{LIGHT}}}{\sqrt{k \mu}}$$

1.6. MATHEMATICAL EXPRESSION OF E AND I

$$E = e^{Tt} f_1(t) + e^{-Tt} f_2(t)$$

$$I = -\frac{1}{Z_0} [e^{Tt} f_1(t) - e^{-Tt} f_2(t)]$$

$$E = f_1\left(t + \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t - \frac{x}{v}\right) = E_{\text{BACKWARD}} + E_{\text{FORWARD}}$$

$$I = -\frac{1}{Z_0} \left[f_1\left(t + \frac{x}{v}\right) - f_2\left(t - \frac{x}{v}\right) \right] = -I_{\text{BACKWARD}} + I_{\text{FORWARD}}$$

1.7. POLARITIES

FORWARD (INCIDENT) WAVES $E_f = Z_0 I_f$

BACKWARD (REFLECTED) WAVES $E_r = -Z_0 I_r$

1.8. SHAPE OF WAVES

1.81. SPECIFICATIONS

ANSI: 1.2 x 50

1.82. APPROXIMATIONS

1.9. ATTENUATION AND DISTORTION

LOSSES
CORONA
GROUND
SKIN EFFECT
CHANGING L AND C

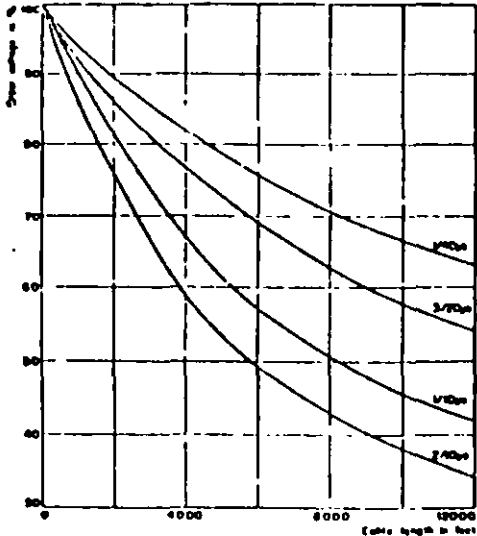
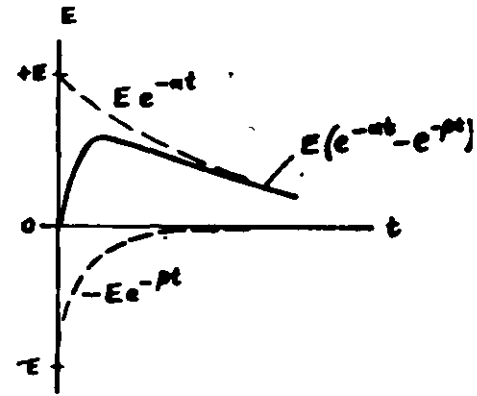
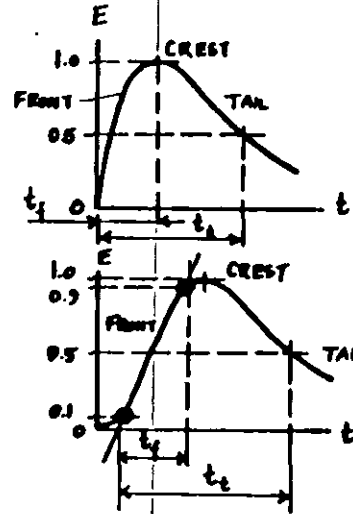
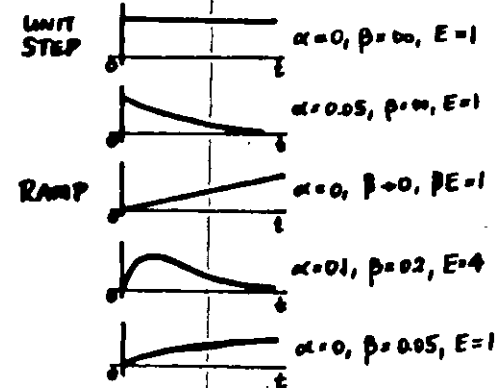


Fig. 4. Surge attenuation in cables as function of cable length
PENTAPOLAR, TROUS. MCA, SEPT 1965, PSE

EFFECT OF DISTANCE



SPECIFICATION OF A TRAVELING WAVE:
WAVE: $(t_1) \times (t_2)$ in μ seconds:
1.2 x 50, 5 x 10

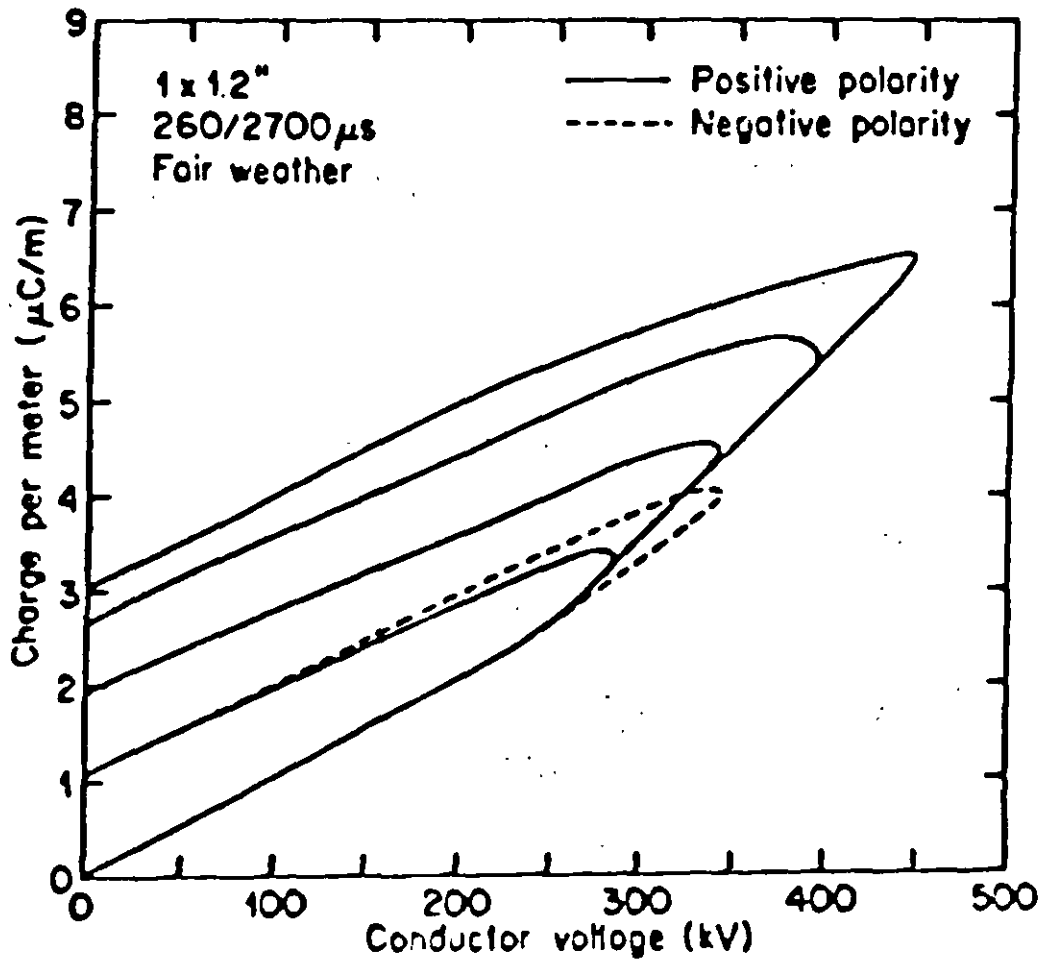
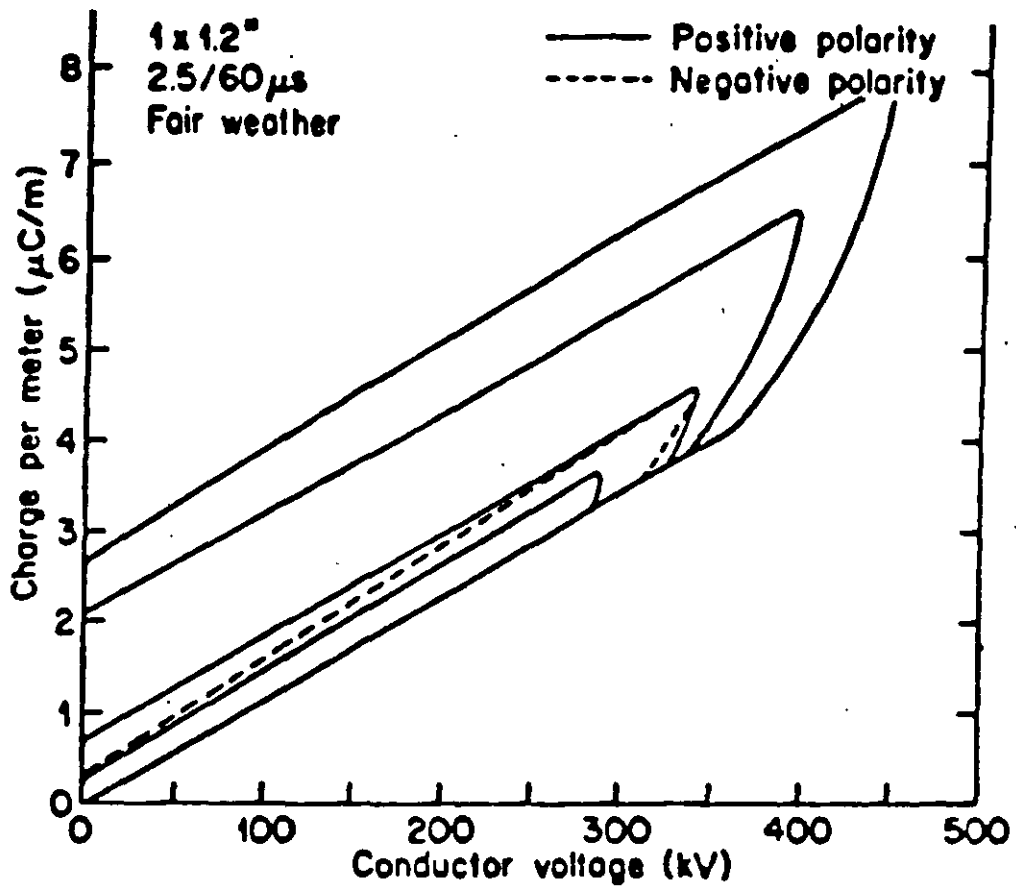


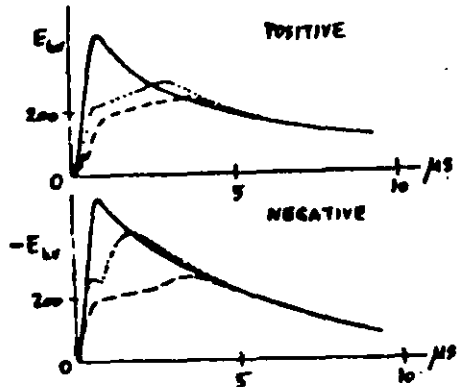
WAVESHAPES APPROXIMATED BY
 $e = E(e^{-at} - e^{-pt})$

TRAVELING WAVE AS THE SUM OF TWO EXPONENTIAL FUNCTIONS



APPROXIMATION BY RECTANGULAR COMPONENTS

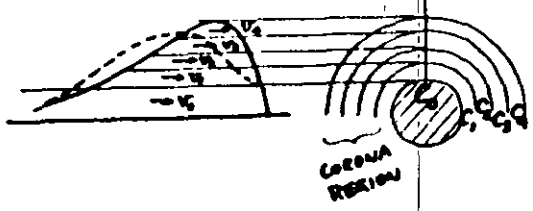




MODIFICATION OF CHARGES WITH DISTANCE TRAVELED:

- AT START (0 MI.)
- AT 1.5 MILES
- - - AT 5 MILES

EFFECT OF CORONA ON WAVE DISTORTION:



$$v_k = \frac{1}{\sqrt{LC_k}}$$

$$C_k: C_0 < C_1 < C_2 < C_3 < C_4 \dots$$

$$v_k: v_0 > v_1 > v_2 > v_3 > v_4 \dots$$

2. REFLECTION OF WAVES

2.1. GENERAL TRANSITION POINT

2.11. PRACTICAL CASES (NEXT PAGE)

TERMINAL CONDITIONS
 JUNCTIONS
 JUNCTIONS WITH SHUNT ELEMENT

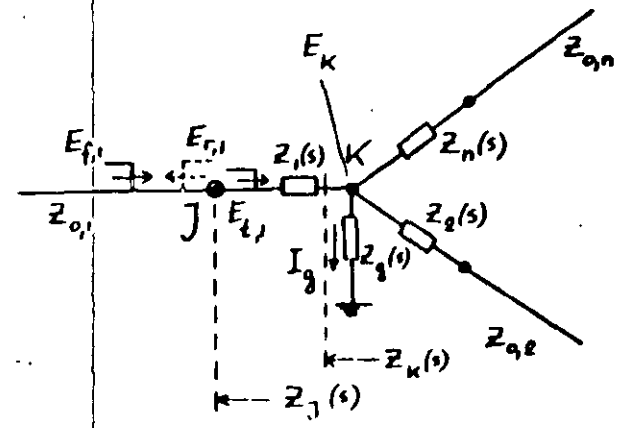
2.12. GENERAL TRANSITION POINT

$$\frac{E_{f,i}}{I_{f,i}} = Z_{0,i} \quad \frac{E_{r,i}}{I_{r,i}} = -Z_{0,i} \quad \frac{E_{t,i}}{I_{t,i}} = Z_{0,i}$$

$$E_{t,i} = E_{f,i} + E_{r,i}$$

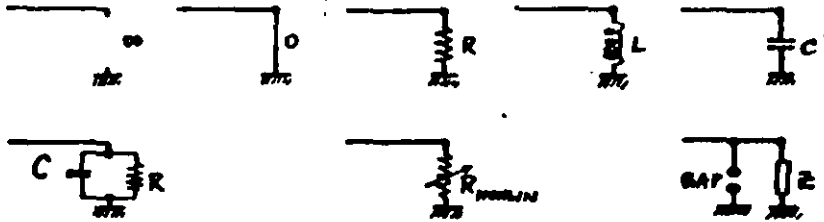
$$I_{t,i} = I_{f,i} + I_{r,i}$$

$$Z_j(s) = Z_1(s) + Z_k(s) = Z_1(s) + \frac{1}{\frac{1}{Z_2(s)} + \sum_{i=2}^n \frac{1}{Z_i(s)}}$$

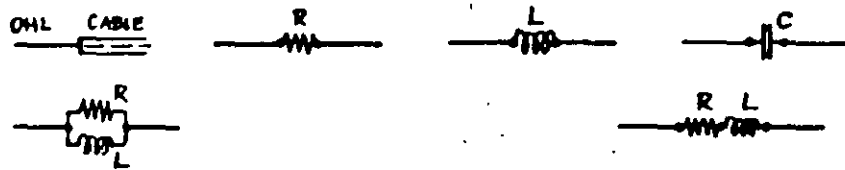


TYPICAL EXAMPLES:

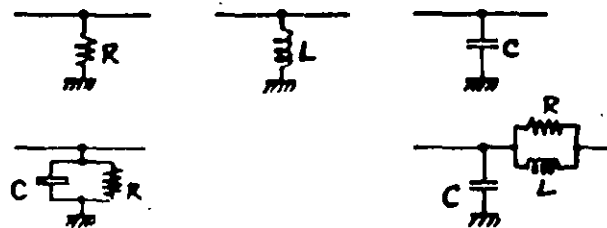
TERMINAL CONDITIONS:



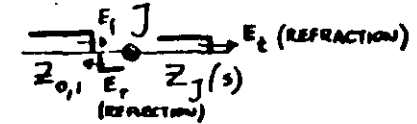
JUNCTIONS AND SERIES ELEMENTS:



JUNCTIONS AND SHUNT ELEMENTS:



2.13. REFLECTION COEFFICIENTS AT J



$$a_E = \frac{Z_J - Z_0}{Z_J + Z_0} \quad E_r = a_E E_f$$

$$a_I = -\frac{Z_J - Z_0}{Z_J + Z_0} \quad I_r = a_I I_f$$

2.14. REFRACTION COEFFICIENTS AT J

$$b_E = \frac{2Z_J}{Z_J + Z_0} \quad E_t = b_E E_f$$

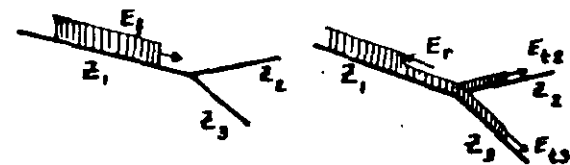
$$b_I = \frac{2Z_0}{Z_J + Z_0} \quad I_t = b_I I_f$$

2.15. a AND b RELATIONSHIPS

$$a_I = -a_E$$

$$b_I = 1 - a_E = 1 + a_I$$

$$b_E = 1 + a_E = 1 - a_I$$



2.2. LINE TERMINATED BY A RESISTANCE



	∞	Z_0	0
R	O.C.		SH.C.
Z_j	∞	Z_0	0
a_E	1	0	-1
a_I	-1	0	1
b_E	2	1	0
b_I	0	1	2
E_r	E_f	0	$-E_f$
$E_f + E_r$	$2E_f$	E_f	0
I_r	$-I_f$	0	I_f
$I_f + I_r$	0	I_f	$2I_f$

DUALITY

CABLE - OVERHEAD LINE AND
OVERHEAD LINE - CABLE JUNCTIONS

2.3. INDUCTIVE AND CAPACITIVE ELEMENTS

2.31. ASSUMPTIONS

FRONT OF TRAVELING WAVE

$\omega \gg \omega_0$

$\omega L = \infty \quad \frac{1}{\omega C} = 0$

TAIL OF TRAVELING WAVE

$\omega \ll \omega_0$

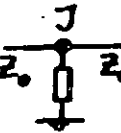
$\omega L = 0 \quad \frac{1}{\omega C} = \infty$

2.32. TERMINATIONS

INDUCTIVE	O.C. \rightarrow SH.C.
CAPACITIVE	SH.C. \rightarrow O.C.

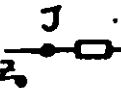
2.33. SHUNT ELEMENT AT JUNCTION

INDUCTIVE	O.C. \rightarrow SH.C.
CAPACITIVE	SH.C. \rightarrow O.C.



2.34. SERIES ELEMENT INSERTION

INDUCTIVE	O.C. \rightarrow SH.C.
CAPACITIVE	SH.C. \rightarrow O.C.



2.35. COMPUTATIONS, FLOWCHART

$Z_0 \quad Z_j(s)$

$a_E(s) \quad a_I(s) \quad b_E(s) \quad b_I(s)$

$\alpha [1/sec]$

$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$

$E_r(s) = a_E(s) \cdot E_f(s) \longrightarrow e_r(t)$

$e_{total} = e_f(t) + e_r(t)$

$e_t(t)$

$e_{series}(t) = e_{total} - e_t(t)$

$i_r(t) = -\frac{e_r(t)}{Z_0}$

$i_{total} = i_f(t) + i_r(t)$

$i_t(t) = \frac{e_t(t)}{Z_0}$

$i_{shunt}(t) = i_{total} - i_t(t)$

CHARTS FOR

VOLTAGES AND CURRENTS VS. TIME

VOLTAGES AND CURRENTS ALONG LINE

2.4. SPECIAL CASES WITH AN INDUCTANCE OR A CAPACITANCE

2.41. INDUCTIVE TERMINATION

$Z_j(s) = sL$

$a = \frac{Z_j(s) - Z_0}{Z_j(s) + Z_0} = \frac{s - \alpha}{s + \alpha}$

$\alpha = \frac{Z_0}{L} \text{ 1/sec}$

$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$

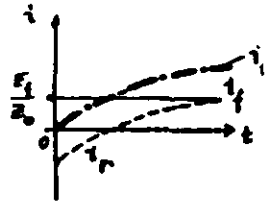
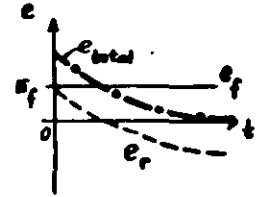
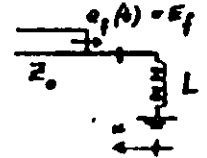
$E_r(s) = a E_f(s) = \frac{E_f}{s} \frac{s - \alpha}{s + \alpha}$

$e_r(t) = E_f (2e^{-\alpha t} - 1)$

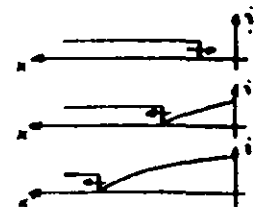
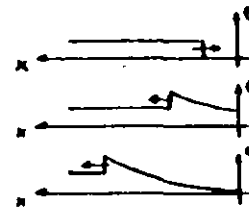
$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = 2E_f e^{-\alpha t}$

$i_r(t) = -\frac{e_r(t)}{Z_0} = \frac{E_f}{Z_0} (1 - 2e^{-\alpha t})$

$i_{total} = i_f(t) + i_r(t) = \frac{2E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.42 CAPACITIVE TERMINATION

$$Z_j(s) = \frac{1}{sC}$$

$$a = -\frac{\alpha - s}{\alpha + s}$$

$$\alpha = \frac{1}{Z_0 C} \quad \text{1/sec}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

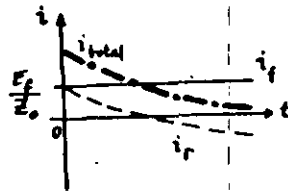
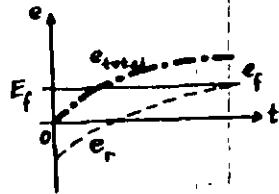
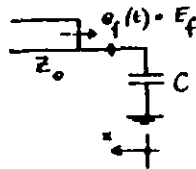
$$\rightarrow E_r(s) = \frac{E_f}{s} \frac{\alpha - s}{\alpha + s}$$

$$e_r(t) = E_f (1 - 2e^{-\alpha t})$$

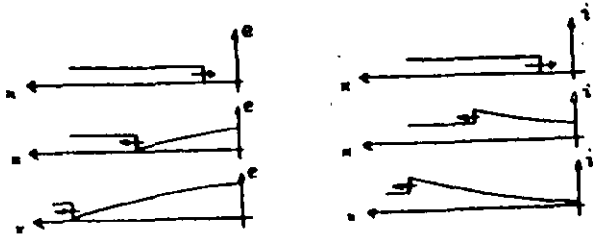
$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = 2E_f (1 - e^{-\alpha t})$$

$$i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} (2e^{-\alpha t} - 1)$$

$$i_{total} = i_f(t) + i_r(t) = \frac{2E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.43 SHUNT INDUCTANCE

$$Z_j(s) = \frac{sLZ_0}{sL + Z_0}$$

$$a = -\frac{\alpha}{s + \alpha} \quad \alpha = \frac{Z_0}{2L}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

$$E_r(s) = -\frac{E_f}{s} \frac{\alpha}{s + \alpha}$$

$$e_r(t) = E_f (e^{-\alpha t} - 1)$$

$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = E_f e^{-\alpha t}$$

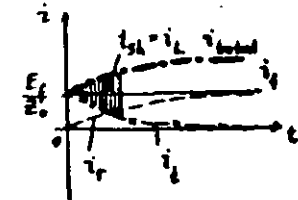
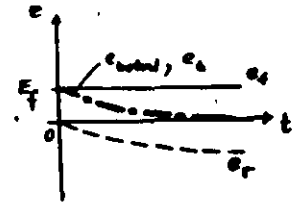
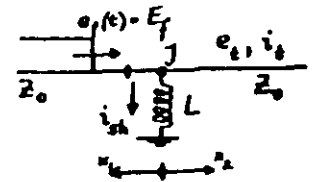
$$e_t(t) = e_{total}$$

$$i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$

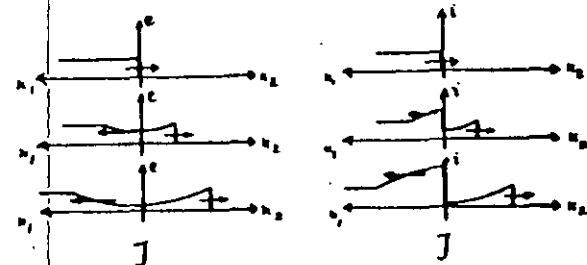
$$i_{total} = i_f(t) + i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} (2 - e^{-\alpha t})$$

$$i_t(t) = \frac{E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$

$$i_{sh}(t) = i_{total} - i_t(t) = \frac{2E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.44 SHUNT CAPACITANCE (MOTOR PROTECTION)

$$Z_j(s) = \frac{Z_0 / sC}{Z_0 + \frac{1}{sC}}$$

$$a = -\frac{s}{s+\alpha} \quad \alpha = \frac{2}{Z_0 C}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

$$E_r(s) = -E_f \frac{1}{s+\alpha}$$

$$e_r(t) = -E_f e^{-\alpha t}$$

$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = E_f(1 - e^{-\alpha t})$$

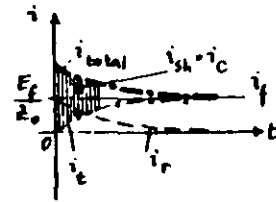
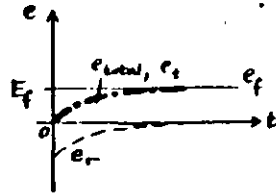
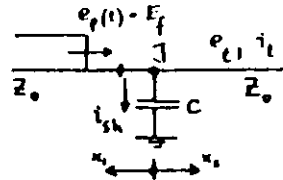
$$e_t(t) = e_{total}$$

$$i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$

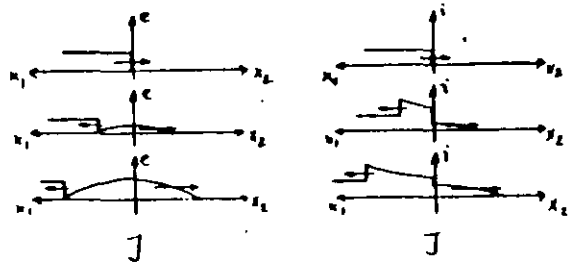
$$i_{total} = \frac{E_f}{Z_0} (1 + e^{-\alpha t})$$

$$i_t(t) = \frac{E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$

$$i_{sh}(t) = \frac{2E_f L}{Z_0} e^{-\alpha t}$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.45. SERIES INDUCTANCE (MOTOR PROTECTION)

$$Z_j(s) = sL + Z_0$$

$$a = \frac{s}{s+\alpha} \quad \alpha = \frac{2Z_0}{L}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

$$E_r(s) = E_f \frac{1}{s+\alpha}$$

$$e_r(t) = E_f e^{-\alpha t}$$

$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = E_f(1 + e^{-\alpha t})$$

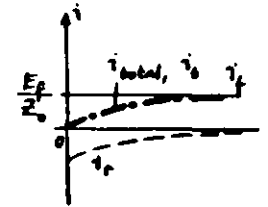
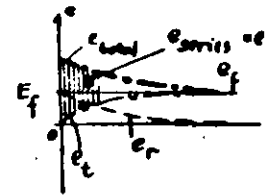
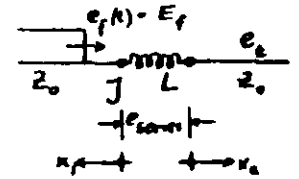
$$e_t(t) = E_f(1 - e^{-\alpha t})$$

$$e_{series} = e_{total} - e_t(t) = 2E_f e^{-\alpha t}$$

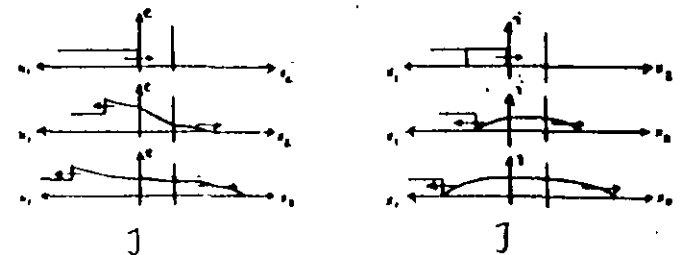
$$i_r(t) = -\frac{E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$

$$i_{total} = i_f(t) + i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$

$$i_t(t) = \frac{E_f}{Z_0} (1 + e^{-\alpha t})$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.46. SERIES CAPACITANCE

$$Z_j(s) = \frac{1}{sC} + Z_0$$

$$a = \frac{\alpha}{s + \alpha} \quad \alpha = \frac{1}{2Z_0 C}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

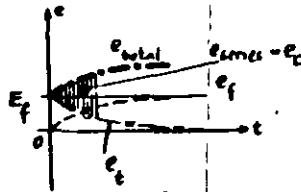
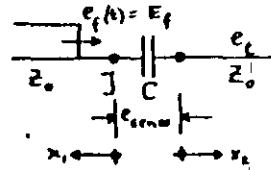
$$E_r(s) = \frac{E_f}{s} \frac{\alpha}{s + \alpha}$$

$$e_r(t) = E_f(1 - e^{-\alpha t})$$

$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = E_f(2 - e^{-\alpha t})$$

$$e_t(t) = E_f e^{-\alpha t}$$

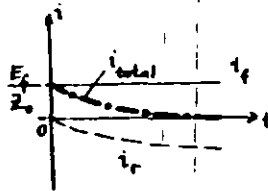
$$e_{series} = 2E_f(1 - e^{-\alpha t})$$



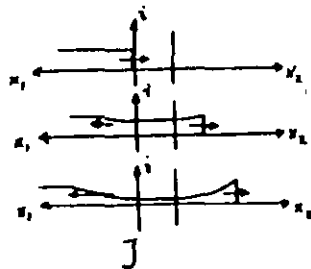
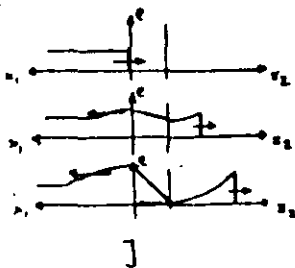
$$i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} (e^{-\alpha t} - 1)$$

$$i_{total} = i_f(t) + i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$

$$i_t(t) = \frac{E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.5. SUCCESSIVE REFLECTIONS

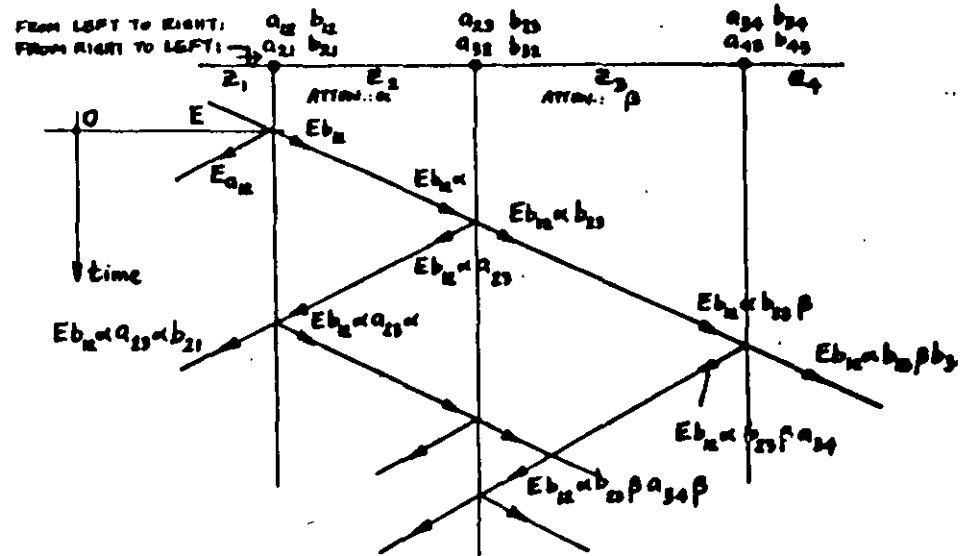
2.51. BEWLEY LATTICE

TIME-SPACE DIAGRAM
MULTIPLE REFLECTIONS

DISTANCE BETWEEN JUNCTIONS
IS PROPORTIONAL TO

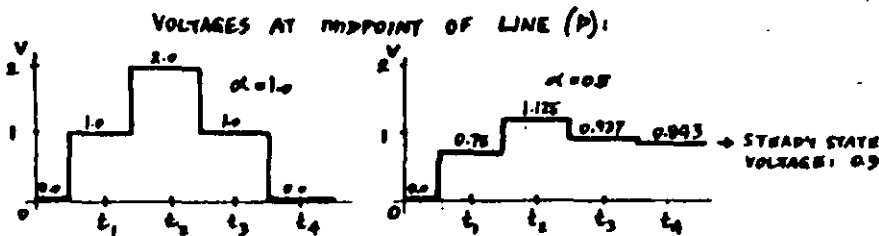
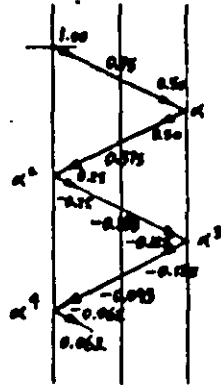
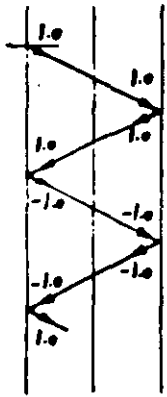
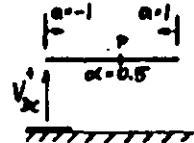
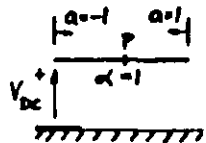
TIME OF WAVE PASSAGE
(DIAGONALS HAVE SAME SLOPE)

LENGTH BETWEEN JUNCTIONS
(SLOPES ARE DIFFERENT)



2.52. EXAMPLES

LINE CHARGING WITH DC



VOLTAGE AT END WHEN $\alpha=0.5$:

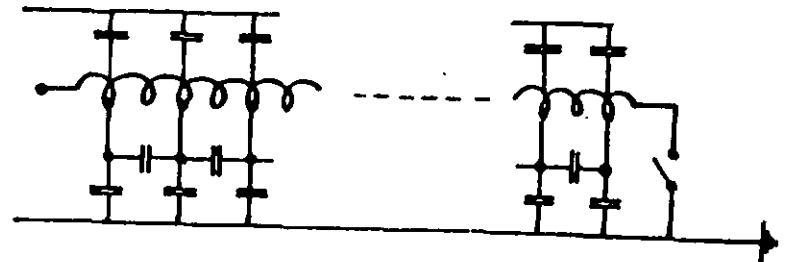
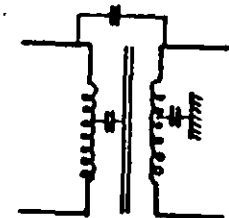
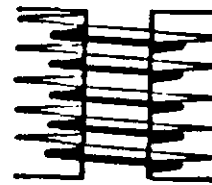
$$V = 2\alpha - 2\alpha^3 + \dots = 2\alpha (1 - \alpha^2 + \alpha^4 - \dots)$$

STEADY STATE VOLTAGE: $\lim V = \frac{2\alpha}{1+\alpha} = 0.8$

3. TRANSFORMER WINDINGS UNDER TRANSIENT CONDITIONS

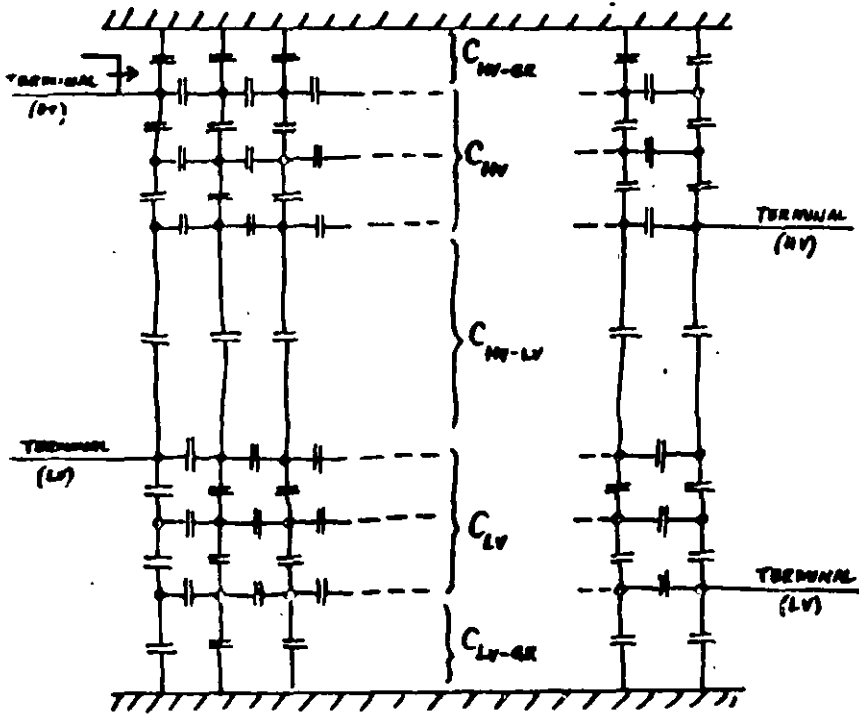
3.1. SCHEMATIC REPRESENTATION

SELF INDUCTANCES
 MUTUAL INDUCTANCES
 CAPACITANCES: TO CORE
 TO TANK
 CAPACITIVE COUPLING
 LOSSES (RESISTANCES)

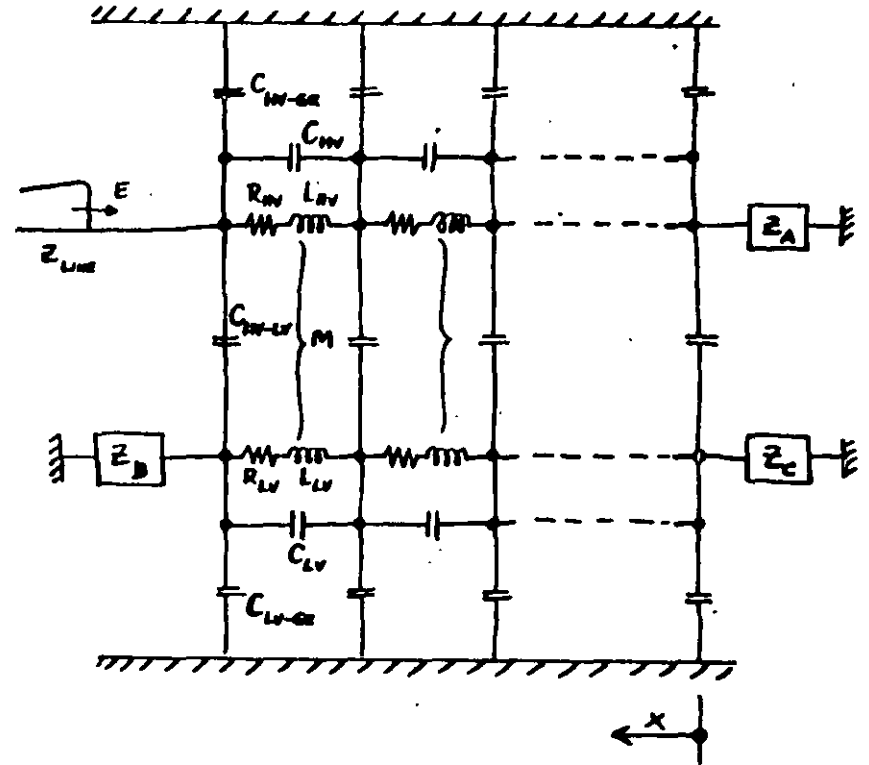


INITIAL VOLTAGE DISTRIBUTION IS DETERMINED BY THE CAPACITANCE NETWORK,

AT THE FRONT OF THE WAVE ($\omega \approx \infty$)
 $WL \approx \infty$, I.E., OPEN-CIRCUITED:



COMPLETE EQUIVALENT CIRCUIT FOR TRANSIENTS
 (ANALOG MODEL):



3.2. INITIAL VOLTAGE DISTRIBUTION

CAPACITANCE LADDER NETWORK

GROUND CAP. OF WINDING C_g

SERIES CAP. OF WINDING C_s

E = VOLTAGE TO GROUND AT ANY POINT

x = FROM NEUTRAL TO TERMINAL

l = LENGTH OF WINDING

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{1}{l^2} \frac{C_g}{C_s} E = 0$$

$$E = Ae^{px} + Be^{-px}$$

$$p = \frac{1}{l} \left(\frac{C_g}{C_s} \right)^{\frac{1}{2}}$$

GROUNDING NEUTRAL

$$E = V \frac{\sinh(\alpha x/l)}{\sinh \alpha}$$

$$\alpha = pl = \sqrt{\frac{C_g}{C_s}}$$

$$x=0: E=0$$

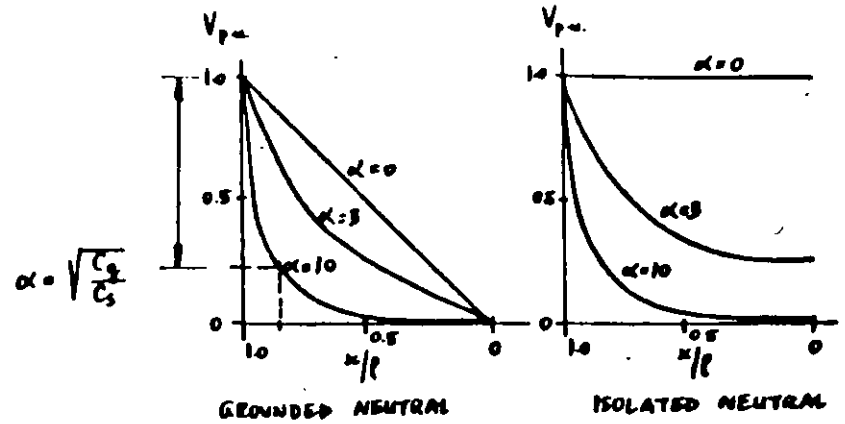
$$x=l: E=V$$

ISOLATED NEUTRAL

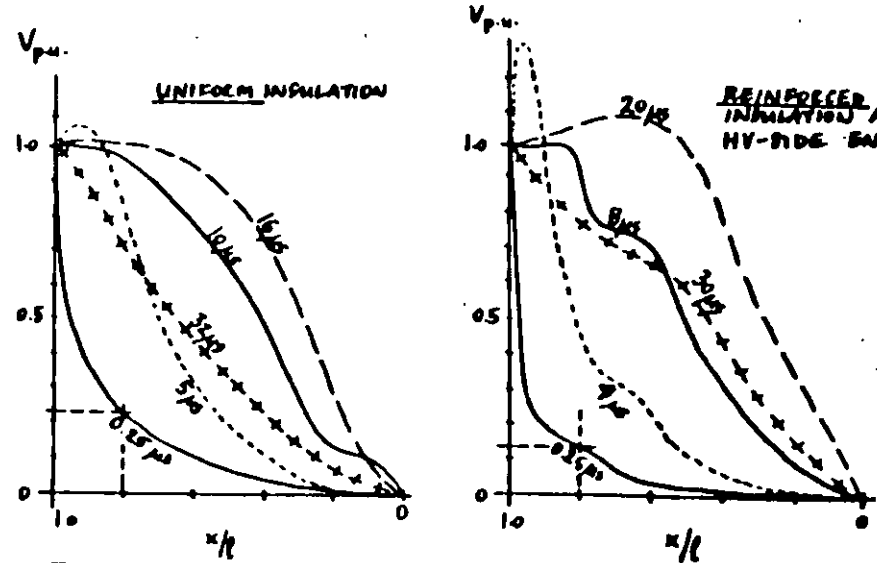
$$E = V \frac{\cosh(\alpha x/l)}{\cosh \alpha}$$

$$x=0: I=0$$

$$x=l: E=V$$



INITIAL VOLTAGE DISTRIBUTION IN CASE OF STEP-FUNCTION FORWARD VOLTAGE



TRANSIENT VOLTAGE DISTRIBUTION IN CASE OF STEP-FUNCTION FORWARD VOLTAGE

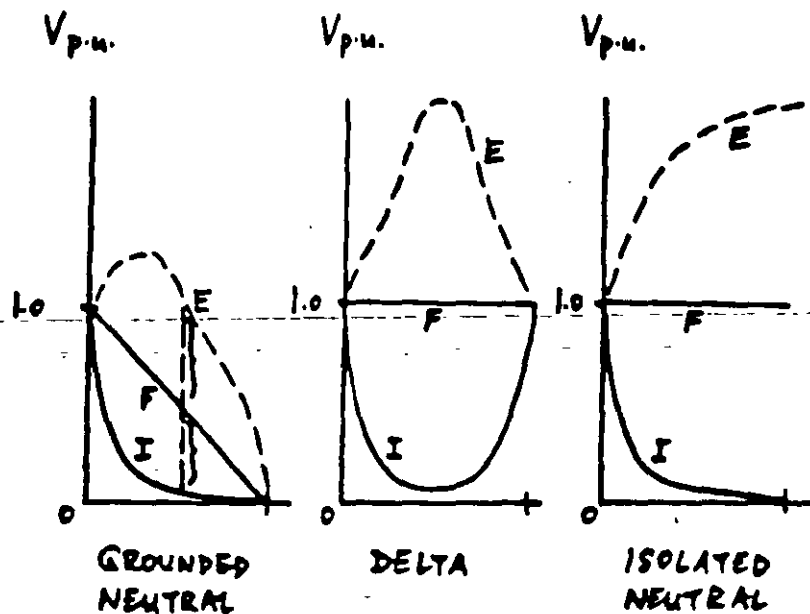
3.4. ENVELOPE CURVES

I - INITIAL DISTRIBUTION

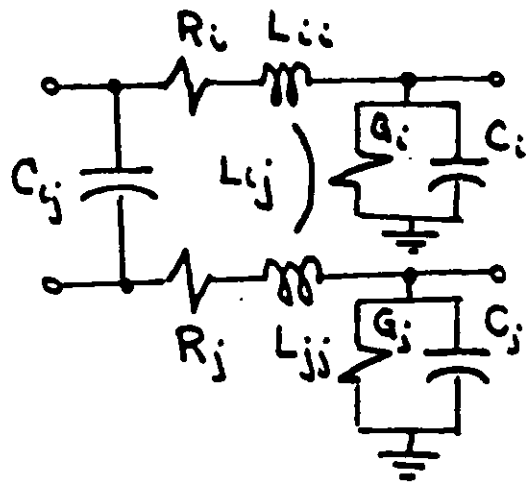
F - FINAL DISTRIBUTION

LC CIRCUITS → OSCILLATIONS

E - ENVELOPES OF OSCILLATION



Líneas de Transmisión con Conductores Múltiples.



R_i, L_{ii}, G_i, C_i : resistencia, inductancia, conductancia a tierra y capacitancia a tierra, por unidad de longitud, para el conductor "i".

L_{ij}, C_{ij} : inductancia mutua y capacitancia, por unidad de longitud, entre los conductores "i" y "j".

$$\begin{cases} \frac{\partial v_i}{\partial x} = - \sum_{j=1}^n L_{ij} \frac{\partial i_j}{\partial t} - R_i i_i \\ \frac{\partial i_i}{\partial x} = - \sum_{j=1}^n C_{ij} \frac{\partial}{\partial t} (v_i - v_j) - C_i \frac{\partial v_i}{\partial t} - G_i v_i \end{cases}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial x} = -Z_{ii} i_i ; \quad \frac{\partial i_i}{\partial x} = -Y_{ii} v_i$$

⇓

$$\frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2} = P v_i ; \quad \frac{\partial^2 i_i}{\partial x^2} = \tilde{P} i_i$$

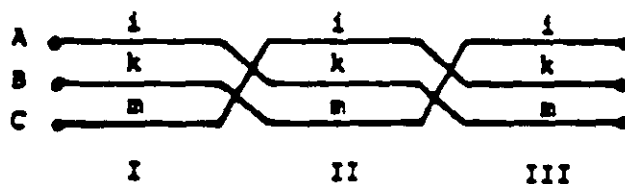
$$P = Z Y_{ii}, \quad \tilde{P} = Y_{ii} Z$$

Transposición de Líneas

$$d = 80 \rightarrow 160 \text{ km}$$

líneas con disposición triangular: 67 km

otras configuraciones: 33 km



- Transposition scheme for single three-phase circuit

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z'_{ii} & Z'_{ik} & Z'_{im} \\ Z'_{ki} & Z'_{kk} & Z'_{km} \\ Z'_{mi} & Z'_{mk} & Z'_{mm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z'_{kk} & Z'_{km} & Z'_{ki} \\ Z'_{mk} & Z'_{mm} & Z'_{mi} \\ Z'_{ik} & Z'_{im} & Z'_{ii} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z'_{mm} & Z'_{mi} & Z'_{mk} \\ Z'_{im} & Z'_{ii} & Z'_{ik} \\ Z'_{km} & Z'_{ki} & Z'_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_s & Z'_m & Z'_m \\ Z'_m & Z'_s & Z'_m \\ Z'_m & Z'_m & Z'_s \end{bmatrix}$$

with

$$Z'_s = \frac{1}{3} (Z'_{ii} + Z'_{kk} + Z'_{mm})$$

$$Z'_m = \frac{1}{3} (Z'_{ik} + Z'_{km} + Z'_{mi})$$

where Z , Y are square matrices of order n with

$$(r, s) \text{th element of } \bar{Z} = (a + j\omega)M'_{rs}(\omega) + R'_{rs}(\omega)$$

$$(r, s) \text{th element of } \bar{Y} = (a + j\omega)C'_{rs} + G'_{rs}$$

where $M'_{rs}, R'_{rs}, C'_{rs}, G'_{rs}$ are real.

If the parameter a is set to zero then the equations reduce to those of the steady-state problem at frequency ω . The theory to be developed therefore covers the steady state in which field modal analysis has found many uses e.g. Wedepohl (1965), Wedepohl and Wasley (1965, 1968), Hedman (1965). These authors give detailed treatments of modal analysis in the steady state. Here, however, attention is focused on those aspects necessary for transient analysis. As previously, eqn. 4.1 gives

$$\frac{d^2 \bar{v}}{dx^2} = \bar{P} \bar{v} \quad (4.2)$$

$$\frac{d^2 \bar{i}}{dx^2} = \bar{P} \bar{i} \quad (4.3)$$

where

$$\bar{P} = \bar{Z} \bar{Y}; \quad \bar{P} = \bar{Y} \bar{Z}$$

While \bar{Z} , \bar{Y} are symmetric matrices, \bar{P} is only symmetric in special cases such as the perfectly transposed line of Section 2.3. The general analysis must therefore be developed on the basis that \bar{P} is not symmetric i.e. $\bar{P} \neq \bar{P}^T$.

The following lemma is basic to the present approach.

Lemma 1. If $S^{-1} \bar{P} S$ is diagonal, then S can be formed from the eigenvectors of \bar{P} , and the elements of the diagonal matrix are the eigenvalues of \bar{P} .

Proof. Suppose that

$$S^{-1} \bar{P} S = \lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \quad (4.4)$$

then

$$\bar{P} S = S \lambda \quad (4.5)$$

and writing S in the form of n column vectors S_i

$$S = [S_1, S_2, \dots, S_n]$$

eqn. 4.5 gives

$$[\bar{P} S_1, \bar{P} S_2, \dots, \bar{P} S_n] = [\lambda_1 S_1, \lambda_2 S_2, \dots, \lambda_n S_n]$$

so that equating columns

Chapter 4

The theory of natural modes

In Section 2.3 it is shown that the transient behaviour of a perfectly transposed 3-phase line can be discussed in terms of three modes of propagation, each individually satisfying the equations of a single-phase line, whilst the combination satisfies the boundary (or input and output) conditions of the 3-phase line. Two of the modes are aerial in the sense that only in the third is the ground current nonzero.

This elementary example gives a physical interpretation to the common mathematical device of diagonalising a matrix by constructing a modal transformation matrix from its eigenvectors. In that particular situation the mathematical analysis is simplified by the symmetry of the \bar{P} matrix.

In this Chapter the analysis is first extended to deal with the general n -phase line in which \bar{P} is not symmetric but which is uniform in that the same equations apply throughout the length of the line. A computationally efficient 2-port network representation is developed. It is then shown how the basic concepts may be retained when different lines are interconnected to yield a non-uniform system and how these may be cascaded.

4.1 Modal analysis of a uniform n -phase line

In Section 3.1 the modified Fourier transform is used to reduce the partial differential equations of the transient problem to the ordinary differential equations of eqn. 3.17 in the frequency domain. For an n -phase line these may be restated as

$$\frac{d\bar{v}}{dx} = -\bar{Z}\bar{i}; \quad \frac{d\bar{i}}{dx} = -\bar{Y}\bar{v} \quad (4.1)$$

$$\bar{P}S_i = \lambda_i S_i, \quad 1 \leq i \leq n \quad (4.6)$$

Eqn. 4.6 defines the scalars λ_i as the unique eigenvalues of \bar{P} and the column matrices S_i as the corresponding eigenvectors, unique to within a multiplicative constant. The matrix S so constructed is the modal transformation matrix of \bar{P} .

Under the transformation

$$\bar{v} = S\bar{v}_m \quad (4.7)$$

with S nonsingular, eqn. 4.2 becomes

$$\frac{d^2 \bar{v}_m}{dx^2} = S^{-1} \bar{P} S \bar{v}_m$$

so that if S is now chosen to be the modal transformation matrix of \bar{P}

$$\frac{d^2 \bar{v}_m}{dx^2} = \lambda \bar{v}_m \quad (4.8)$$

i.e. the matrix eqn. 4.2 is reduced to n independent scalar differential equations.

Transposition of eqn. 4.4 yields

$$\bar{S} \bar{P} \bar{S}^{-1} = \bar{\lambda} = \lambda$$

so that on introducing

$$Q = \bar{S}^{-1} \quad (4.9)$$

$$Q^{-1} \bar{P} Q = \lambda$$

i.e. Q is seen as the modal transformation matrix of \bar{P} (lemma 1). Hence on setting

$$\bar{i} = Q \bar{i}_m \quad (4.10)$$

eqn. 4.3 reduces to

$$\frac{d^2 \bar{i}_m}{dx^2} = Q^{-1} \bar{P} Q \bar{i}_m = \lambda \bar{i}_m \quad (4.11)$$

again representing n independent scalar differential equations.

As in the case of the perfectly transposed line of Section 2.3 the elements of \bar{v}_m, \bar{i}_m are the components of the modes of propagation. To show that these modes act independently it is necessary to show that the two equations of eqn. 4.1 each transform into n scalar differential equations in the same variables. Under the transformations of eqns. 4.7 and 4.10, eqn. 4.1 becomes

$$\frac{d\bar{v}_m}{dx} = -(S^{-1} \bar{Z} Q) \bar{i}_m = -\bar{Z}_m \bar{i}_m, \text{ say} \quad (4.12)$$

$$\frac{d\bar{i}_m}{dx} = -(Q^{-1} \bar{Y} S) \bar{v}_m = -\bar{Y}_m \bar{v}_m, \text{ say} \quad (4.13)$$

so that it is necessary to show that \bar{Z}_m, \bar{Y}_m are both diagonal matrices. To this end it is noted that from eqn. 4.4

$$\lambda = S^{-1} \bar{P} S = S^{-1} \bar{Z} \bar{Y} S = (S^{-1} \bar{Z} Q)(Q^{-1} \bar{Y} S) = \bar{Z}_m \bar{Y}_m$$

and from eqn. 4.9

$$\lambda = Q^{-1} \bar{P} Q = Q^{-1} \bar{Y} \bar{Z} Q = (Q^{-1} \bar{Y} S)(S^{-1} \bar{Z} Q) = \bar{Y}_m \bar{Z}_m \quad (4.14)$$

i.e.

$$\bar{Z}_m \bar{Y}_m = \bar{Y}_m \bar{Z}_m = \lambda$$

The conditions under which eqn. 4.14 implies that \bar{Z}_m, \bar{Y}_m are themselves diagonal are given in the following lemma:-

Lemma 2. If

$$AB = BA = \lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \quad (4.15)$$

where $\lambda_i \neq \lambda_j$ for $i \neq j$ and B is nonsingular, then A, B are diagonal.

Proof. Let $B^{-1} = C$ so that eqn. 4.15 becomes

$$A = \lambda C = C \lambda; \quad (4.16)$$

on writing C in the form of row and column vectors as

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_n \end{bmatrix} = [C'_1, C'_2, \dots, C'_n]$$

substitution for λ in eqn. 4.16 yields

$$\lambda C = \begin{bmatrix} \lambda_1 C_1 \\ \lambda_2 C_2 \\ \vdots \\ \lambda_n C_n \end{bmatrix} = [\lambda_1 C'_1, \lambda_2 C'_2, \dots, \lambda_n C'_n] = C \lambda$$

Equating the (i, j) th element in the square matrix gives

$$\lambda_i C_{ij} = \lambda_j C_{ij}$$

so that if $\lambda_i \neq \lambda_j$ for $i \neq j$ it follows that $C_{ij} = 0$ and C is diagonal. Hence B, A are diagonal.

In eqn. 4.14 the diagonal elements of λ are the eigenvalues of \bar{P} . These are distinct in all except those special cases, such as the perfectly transposed line, where other properties yield the same result.

Thus it is apparent that, as in the case of the perfectly transposed line, the behaviour of any uniform line can be discussed in terms of independent modes of propagation. Again from eqns. 4.7 and 4.10 the distribution between the phases of voltage and current within each mode is the same throughout the line but now, since in general $Q \neq \bar{Q}$, the distribution of voltage in a given mode is not the same as that of the current in the same mode.

If the i th elements of $\bar{v}_m, \bar{i}_m, \bar{Z}_m, \bar{Y}_m, \lambda$ are denoted by $\bar{v}_{mi}, \bar{i}_{mi}, \bar{z}_{mi}, \bar{y}_{mi}, \lambda_i$ the behaviour of the magnitude of the i th mode is given by the scalar equations

$$\frac{d\bar{v}_{mi}}{dx} = -\bar{z}_{mi}\bar{i}_{mi}; \quad \frac{d\bar{i}_{mi}}{dx} = -\bar{y}_{mi}\bar{v}_{mi}$$

$$\frac{d^2\bar{v}_{mi}}{dx^2} = \lambda_i\bar{v}_{mi}; \quad \frac{d^2\bar{i}_{mi}}{dx^2} = \lambda_i\bar{i}_{mi}$$

with

$$\lambda_i = \bar{z}_{mi}\bar{y}_{mi}$$

and so may be interpreted as the steady-state behaviour in a notional single-phase line with series impedance \bar{z}_{mi} and shunt admittance \bar{y}_{mi} .

If

$$\lambda_i = \gamma_i^2$$

and

$$\gamma_i = \alpha_i + j\beta_i$$

with α_i, β_i real and $\alpha_i > 0$, it follows that both $\bar{v}_{mi}, \bar{i}_{mi}$ are of the form

$$A \exp(-\alpha_i x) \exp(-j\beta_i x) + B \exp(\alpha_i x) \exp(j\beta_i x) \quad (4.17)$$

Let $A^*(x) = A \exp(-\alpha_i x) \exp(-j\beta_i x)$ then $A^*(x)$ gives the magnitude and phase of a sinusoidal wave at the point x . At the point $x + x_0$

$$A^*(x + x_0) = A^*(x) \exp(-\alpha_i x_0) \exp(-j\beta_i x_0)$$

so that the wave has undergone an attenuation $\alpha_i x_0$ and experienced a further phase shift of $\beta_i x_0$. This means that its peak is delayed by a time $\beta_i x_0 / \omega$, and in this sense the wave has travelled forward with a propagation velocity $u = \omega / \beta_i$. Similarly, the remaining term in eqn. 4.17 can be interpreted as a backward travelling wave with the same attenuation and propagation velocity. It is convenient to refer to β_i as the velocity factor and the combination $\alpha_i + j\beta_i = \gamma_i$ as the propagation constant for the mode. It will be recognised as the steady-state equivalent of the parameter k used in Section 2.2 for a single-phase line.

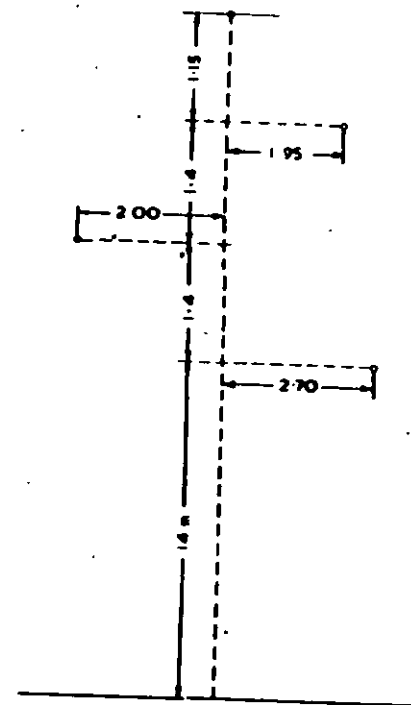


Fig. 4.1 Configuration of Bodio-Cunardo line
 Conductor 7/5.2 mm Al
 Earth wire 7/2.67 mm steel
 Mean sag, 6 m

It should perhaps be noted that, since the parameters of the original line are frequency dependent, and additionally the use of the modified Fourier transform introduces the parameter a , the A, B, α_i, β_i in eqn. 4.17 are complicated functions of $a, \omega, |\omega|$. If however a is set to zero all the equations in transform space are identical with the steady-state equations at the fixed frequency ω . Then the α_i, β_i do in fact represent the attenuation and velocity factor for the i th mode of a sinusoidal voltage of frequency ω in the original line. For the line having the configuration shown in Fig. 4.1 with the following constants

Conductor resistivity	$3.21 \times 10^{-8} \Omega m$
Earth wire resistivity	$20 \times 10^{-8} \Omega m$
Earth resistivity,	$100 \Omega m$
Relative permeability of earth wire	10^3

Galloway *et al.* (1964) give the modal distribution and propagation constants at 100 kHz shown in Table 4.1.

Table 4.1 Calculated mode-distribution vectors and propagation constants

Mode number	Mode-distribution vectors		Attenuation	Velocity
	Voltage	Current		
1	0.291 - j0.002	1.489 + j0.044	0.559	284 550
	0.257 - j0.005	1.306 + j0.014		
	0.231 - j0.005	1.000 + j0.000		
2	0.092 - j0.127	3.581 - j0.495	0.0498	298 850
	-0.127 - j0.015	-4.956 + j0.515		
	0.028 + j0.006	1.000 + j0.000		
3	-0.383 - j0.006	-0.605 - j0.010	0.0480	299 180
	-0.130 + j0.021	-0.213 + j0.024		
	0.741 + j0.000	1.000 + j0.000		

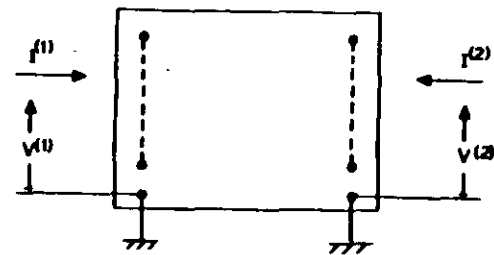


Fig. 4.3 2-port network representation of multiphase line

Since the velocity approaches that of light $c_0 (= 3 \times 10^5 \text{ km/s})$ it is convenient to display the variation in modal velocity u in terms of the velocity difference $\Delta u = c_0 - u$. The variation in this and the attenuation with frequency are displayed for the three modes in Fig. 4.2. The similarity of the three modes to the ground and aerial modes discussed in Section 2.3 should be noted. The same authors showed the close agreement between measured and calculated values of attenuation.

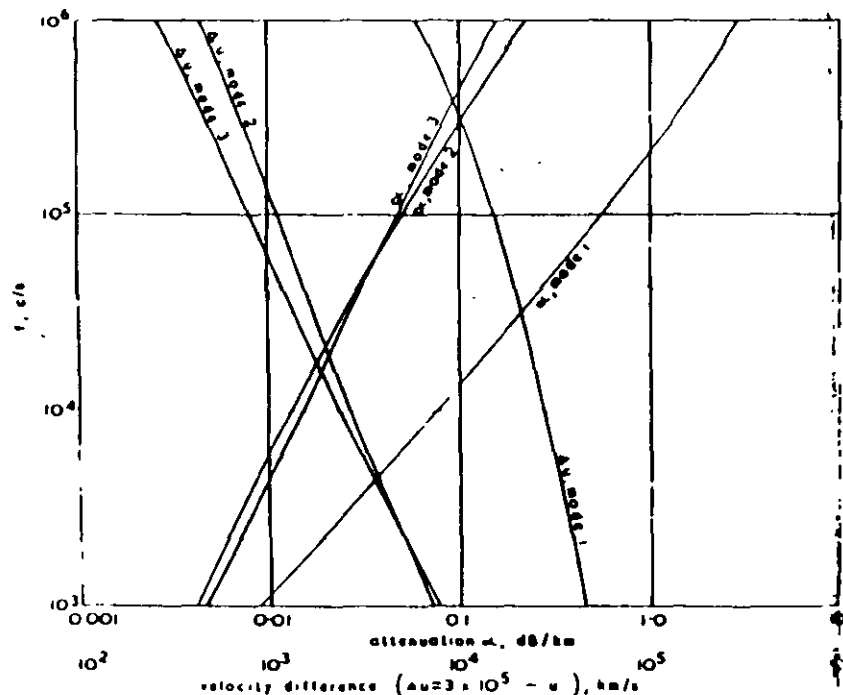


Fig. 4.2 Mode parameters for Bodio-Cunardo line

4.2 The uniform line as a 2-port network

The modal equations in transform space, viz. eqns. 4.8, 4.11, 4.12 and 4.13 are conveniently solved by viewing the line as a 2-port network with modal input current and voltages $I_m^{(1)}, \bar{V}_m^{(1)}$ at $x = 0$ and $I_m^{(2)}, \bar{V}_m^{(2)}$ at the other end, say $x = l$ as illustrated in Fig. 4.3.

From eqn. 4.11, with $\lambda = \gamma^2$, it follows that

$$\bar{i}_m = [\text{sh} \gamma x] K_1 + [\text{ch} \gamma x] K_2$$

where K_1, K_2 are column matrices arising from the constants of integration, and eqn. 4.13 then yields, on using eqn. 4.14

$$v_m = \bar{Z}_m \gamma^{-1} \{ [\text{ch} \gamma x] K_1 + [\text{sh} \gamma x] K_2 \}$$

The input conditions at $x = 0$ then give

$$I_m^{(1)} = K_1$$

$$\bar{V}_m^{(1)} = -\bar{Z}_m \gamma^{-1} K_1$$

and at $x = l$

$$-I_m^{(2)} = [\text{sh} \gamma l] K_1 + [\text{ch} \gamma l] K_2$$

$$\bar{V}_m^{(2)} = -\bar{Z}_m \gamma^{-1} \{ [\text{ch} \gamma l] K_1 + [\text{sh} \gamma l] K_2 \}$$

On noting that \bar{Z}_m, γ and the matrices arising from the boundary terms are diagonal, and eliminating the unknown matrices K_1, K_2 , the

result can be expressed as

$$\begin{bmatrix} I_m^{(1)} \\ I_m^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & -B_m \\ -B_m & A_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_m^{(1)} \\ \bar{V}_m^{(2)} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

where

$$A_m = \bar{Z}_m^{-1} \gamma [\coth \gamma l]$$

$$B_m = \bar{Z}_m^{-1} \gamma [\operatorname{cosech} \gamma l]$$

with A_m, B_m diagonal matrices.

On transforming to phase quantities with $I = QI_m, \bar{V} = S\bar{V}_m$ eqn. 4.18 becomes

$$\begin{bmatrix} I^{(1)} \\ I^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B \\ -B & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}^{(1)} \\ \bar{V}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

with, after some manipulation and introducing

$$\Psi = S\gamma S^{-1}$$

$$\bar{Y}_0 = \bar{Z}^{-1} S\gamma S^{-1},$$

$$QA_m S^{-1} = A = \bar{Y}_0 [\coth \Psi l] \quad (4.20)$$

$$QB_m S^{-1} = B = \bar{Y}_0 [\operatorname{cosech} \Psi l] \quad (4.21)$$

the square matrix in eqn. 4.19 is known as the nodal admittance matrix. It should be noted that since A_m, B_m are diagonal and $Q = \bar{S}^{-1}$

$$\bar{A} = \bar{S}^{-1} A_m \bar{Q} = QA_m S^{-1} = A$$

i.e. A, B are symmetric matrices of order n .

4.3 Example

As a very simple example, first pole closure of a source on to an open circuit 3-phase line is considered, as illustrated in Fig. 4.4. When the sub-conductors are bundled and the earth wire is eliminated, the series impedance and shunt admittance are known functions of $|\omega|$. Hence by choosing the parameter a in the modified Fourier transform as suggested in Section 3.4

$$\bar{P} = \bar{Z}\bar{Y}$$

is computed at any chosen ω . The eigenvalues and eigenvectors are then found. Of the several standard methods available that suggested by Galloway *et al* (1964) has proved reliable. It is based on a root-squaring technique which has been improved to separate nearly equal eigenvalues

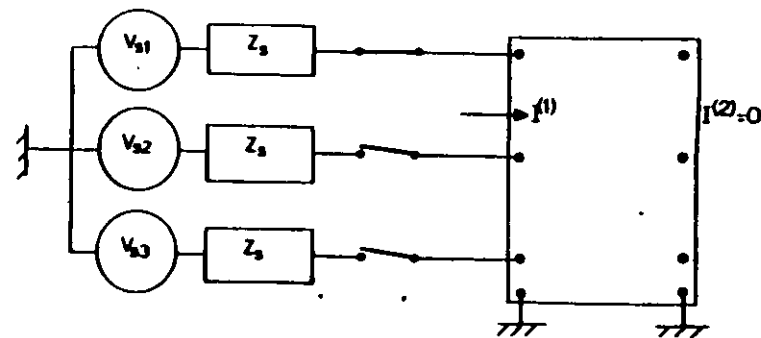


Fig. 4.4 First pole closure on 3-phase line

as outlined in Section 4.4.

The sub-matrices A, B in eqn. 4.19, viz.

$$\begin{bmatrix} I^{(1)} \\ I^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B \\ -B & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}^{(1)} \\ \bar{V}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

are computed using eqns. 4.20, 4.21.

The end-point conditions of the problem may be expressed as

$$I^{(2)} = 0 \quad (4.22)$$

$$I^{(1)} = \begin{bmatrix} \bar{V}_{s1} \bar{Z}_s^{-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - F \bar{V}^{(1)} \quad (4.23)$$

where

$$F = \begin{bmatrix} \bar{Z}_s^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elimination of $I^{(1)}, I^{(2)}, \bar{V}^{(1)}$ from eqns. 4.19, 4.22 and 4.23 yields

$$[(F + A)B^{-1}A - B] \bar{V}^{(2)} = \begin{bmatrix} \bar{V}_{s1} \bar{Z}_s^{-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

from which $\bar{V}^{(2)}$ at the chosen frequency follows.

This process is repeated at a sufficient number of frequencies to permit inversion to the time domain as described in Section 3.4. In

carrying out the computation, the hyperbolic terms appearing in the nodal admittance matrix should be formulated in terms of exponentials with negative exponents, in order to avoid overflow in the computer.

The understanding of the results is sometimes aided by consideration of the contributions of the individual modes of propagation. In this event it is necessary to find the contributions first in transform space and invert each separately.

4.4 Eigenvalues, -vectors of the matrix \bar{P} .

Standard methods for finding the eigenvalues, and eigenvectors of a matrix require the eigenvalues to be well separated. In the \bar{P} matrix such separation arises solely from the finite conductivity of the ground and Galloway *et al.* (1964) showed that for computational purposes the separation may be increased by expressing the matrix $Z(\omega)$ in the form

$$Z(\omega) = R_c(|\omega|) + R_g(|\omega|) + j\omega\{L_c(|\omega|) + L_g(|\omega|) + L_0\} \quad (4.24)$$

where subscript c denotes the conductor internal impedances, subscript g those arising from the lossy ground (i.e. from the integral in eqns. 2.24 and 2.25) and subscript zero the external inductance with a loss-free ground.

Then it is well known that

$$L_0 C = \mu_0 \epsilon_0 U$$

so that

$$\bar{Z}_0 \bar{Y} = (a + j\omega)^2 \mu_0 \epsilon_0 U \quad (4.25)$$

where U is the unit diagonal matrix, and writing

$$\bar{Z} = \bar{Z}_c + \bar{Z}_g + \bar{Z}_0$$

the matrix \bar{P} becomes

$$\bar{P} = \bar{Z} \bar{Y} = (\bar{Z}_c + \bar{Z}_g) \bar{Y} + (a + j\omega)^2 \mu_0 \epsilon_0 U \quad (4.26)$$

It is apparent that the eigenvectors of \bar{P} are the eigenvectors of $(\bar{Z}_c + \bar{Z}_g) \bar{Y}$, whilst the eigenvalues differ by $(a + j\omega)^2 \mu_0 \epsilon_0$. Hence if the eigenvalues of $(\bar{Z}_c + \bar{Z}_g) \bar{Y}$ are Λ_i then

$$\lambda_i = \Lambda_i + (a + j\omega)^2 \mu_0 \epsilon_0 \quad (4.27)$$

and the Λ_i/Λ_j are better separated than the λ_i/λ_j and are more readily computed.

The matrix product $(\bar{Z}_c + \bar{Z}_g) \bar{Y}$ is dependent on frequency so that it is necessary to find the eigenvalues, and eigenvectors at each

frequency. However, Paul (1975) has pointed out that, for a horizontal line configuration, all the elements of $R_g(|\omega|)$ and of $L_g(|\omega|)$ are approximately equal. Making the assumption of equality the matrix \bar{Z}_g may be written

$$\bar{Z}_g = z_g(a + j\omega, |\omega|) N \quad (4.28)$$

where N is a square matrix in which every element is unity and $z_g(a + j\omega, |\omega|)$ is a scalar. Then on setting \bar{Z}_c to zero, eqn. 4.26 gives

$$\begin{aligned} \lambda &= z_g S^{-1} N \bar{Y} S + (a + j\omega)^2 \mu_0 \epsilon_0 U \\ &= z_g \Lambda + (a + j\omega)^2 \mu_0 \epsilon_0 U \end{aligned} \quad (4.29)$$

where now $(N \bar{Y})$ is independent of frequency so that its eigenvalues and eigenvectors need be calculated once only.

To a poorer degree of approximation, but one which still retains the main features of the frequency dependent parameters, the same idea could be applied to other line configurations. Of course, in such cases the elements of the matrix N in eqn. 4.28 would no longer be unity.

4.5 Interconnection of 2-port networks

In Section 4.2 the nodal admittance matrix of a uniform n -phase line is derived as

$$\begin{bmatrix} A & -B \\ -B & A \end{bmatrix}$$

with A, B symmetric matrices of order n . When a number of different lines are connected in series, and the nonuniform combination is regarded as a 2-port network, then the nodal admittance matrix takes the more complicated form common to all linear passive networks,

$$\begin{bmatrix} A & -B \\ -\bar{B} & C \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

However A, C are still symmetric matrices, thus retaining the symmetry of the whole matrix.

In cascading a number of such nonuniform combinations it is usual to express the 2-port equations in the form

$$\begin{bmatrix} V^{(1)} \\ I^{(1)} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} V^{(2)} \\ -I^{(2)} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

where the transfer or chain matrix T is readily shown to be

$$T = \begin{bmatrix} \tilde{B}^{-1}C & \tilde{B}^{-1} \\ A\tilde{B}^{-1}C-B & A\tilde{B}^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

The output from each 2-port network is the input to the succeeding one so that the overall transfer matrix is the product of the transfer matrices of the separate 2-port networks taken in the order in which they are cascaded.

In crossbonded cable systems each major section, comprising a complete sequence of transpositions, is nonuniform, and accordingly has a nodal admittance matrix of the form given in eqn. 4.30, and systems generally contain a very large number of such major sections. Wedepohl and Indulkar (1974) found that computation based on classical methods of analysis is prohibitively long. For the same reason the lattice approach for solving the problem directly in the time domain is impracticable. However it should be noted that the transfer matrix T of eqn. 4.32 has the property that the inverse of its transpose contains the same submatrices as T , i.e.

$$\tilde{T}^{-1} = \begin{bmatrix} A\tilde{B}^{-1} & B-A\tilde{B}^{-1}C \\ -\tilde{B}^{-1} & \tilde{B}^{-1}C \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Hence \tilde{T}^{-1} can be obtained from T by an elementary transformation represented in this case by a matrix K defined by

$$K = \begin{bmatrix} O & U \\ -U & O \end{bmatrix}; \quad K^{-1} = \tilde{K} \quad (4.34)$$

in which all the submatrices are of order $n \times n$ and U is the unit diagonal matrix and O the zero matrix. It is readily shown that

$$\begin{aligned} \tilde{T}^{-1}K &= KT \\ \text{or} \\ K^{-1}\tilde{T}^{-1}K &= T \end{aligned} \quad (4.35)$$

If Q is the modal transformation matrix of T and if the resulting $2n \times 2n$ diagonal matrix of eigenvalues is expressed in terms of two $n \times n$ diagonal submatrices, then T may be written as

$$T = Q \begin{bmatrix} \lambda_1 & O \\ O & \lambda_2 \end{bmatrix} Q^{-1}$$

with λ_1 containing the n eigenvalues with the largest moduli. It follows that

$$\tilde{T}^{-1} = \tilde{Q}^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1} & O \\ O & \lambda_2^{-1} \end{bmatrix} \tilde{Q}$$

and, on noting that

$$K^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1} & O \\ O & \lambda_2^{-1} \end{bmatrix} K = \begin{bmatrix} \lambda_2^{-1} & O \\ O & \lambda_1^{-1} \end{bmatrix}$$

eqn. 4.35 gives

$$\begin{aligned} T &= K^{-1}\tilde{T}^{-1}K = K^{-1}\tilde{Q}^{-1}K K^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1} & O \\ O & \lambda_2^{-1} \end{bmatrix} K K^{-1}\tilde{Q}K \\ &= (K^{-1}\tilde{Q}^{-1}K) \begin{bmatrix} \lambda_2^{-1} & O \\ O & \lambda_1^{-1} \end{bmatrix} (K^{-1}\tilde{Q}^{-1}K)^{-1} \end{aligned} \quad (4.36)$$

which is a second diagonalisation of T . Accordingly, on using lemma 1, the diagonal matrix $\text{diag}(\lambda_2^{-1}, \lambda_1^{-1})$ contains all the eigenvalues of T i.e. all the elements of $\text{diag}(\lambda_1, \lambda_2)$. Hence the eigenvalues occur in reciprocal pairs and since λ_1 contains the n eigenvalues with the largest moduli, λ_2 contains their reciprocals. If the eigenvalues are ordered in both λ_1, λ_2 according to the magnitude of their moduli then it follows that

$$\lambda_2 = \lambda_1^{-1} \quad (4.37)$$

By construction, λ_1 contains the n eigenvalues with the largest moduli, so that the first n columns of Q are the corresponding eigenvectors. If the remaining n columns of Q could be computed in terms of the eigenvalues in λ_1 , then a highly efficient computational process would result. To this end it is noted that the modal transformation matrix used so far is comprised of column eigenvectors satisfying

$$Tx_i = \lambda_i x_i$$

and leading to

$$Q^{-1}TQ = \lambda$$

However the row eigenvectors satisfying

$$y_i T = \lambda_i y_i$$

lead to a transformation matrix S whose rows are the y_i and for which

$$STS^{-1} = \lambda$$

Since the y_i are indeterminate to within a multiplicative constant it is possible to choose S as Q^{-1} . Using lemma 1 on eqn. 4.36, $(K^{-1}\tilde{Q}^{-1}K)$

is seen as a modal transformation matrix of T and since Q is defined as such a matrix the columns of $(K^{-1}\tilde{Q}^{-1}K)$ and Q must be equal to within a multiplicative constant, i.e.

$$K^{-1}\tilde{Q}^{-1}K = QD$$

where D is some diagonal matrix. Then, writing

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}; \quad S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix}$$

where $\{Q_{11}, Q_{21}\}$ and $\{S_{11}, S_{12}\}$ are the n column and row eigenvectors associated with the eigenvalues in λ_1 , it is readily shown that

$$\tilde{Q}^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{22}D_2 & -Q_{21}D_1 \\ -Q_{12}D_2 & Q_{11}D_1 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Hence, on using

$$S = Q^{-1} \quad (4.39)$$

and identifying corresponding submatrices, there results

$$\begin{bmatrix} Q_{12} \\ Q_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tilde{S}_{12} \\ \tilde{S}_{11} \end{bmatrix} D_2^{-1}$$

Since the eigenvectors are indeterminate to within a multiplicative constant, the modal transformation matrix may be written as

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & -\tilde{S}_{12} \\ Q_{21} & \tilde{S}_{11} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

i.e. entirely in terms of the column and row eigenvectors associated with the eigenvalues in λ_1 . As pointed out by Wedepohl and Indulkar (1974), this is not only computationally efficient but has the following advantage.

The eigenvalues are ordered

$$|\lambda_1| > |\lambda_2| > \dots > |\lambda_n| > 1 > |\lambda_n^{-1}| > \dots > |\lambda_1^{-1}|$$

so that the range is $|\lambda_1|^2$. In crossbonded cable systems this range is so large that numerical instabilities occur. In the above method the range is reduced to $|\lambda_1/\lambda_n| (< |\lambda_1|)$ and thus these instabilities are avoided. For an illuminating discussion on the significance of the ratio of the highest to the lowest moduli of the eigenvalues (the condition number) see Zacos (1961).

From eqns. 4.38 and 4.39 it follows that

$$S_{21} = -D_1\tilde{Q}_{21}; \quad S_{22} = D_1\tilde{Q}_{11}$$

so that S may be written

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ -D_1\tilde{Q}_{21} & D_1\tilde{Q}_{11} \end{bmatrix}$$

and

$$SQ = \begin{bmatrix} S_{11}Q_{11} + S_{12}Q_{21} & -S_{11}\tilde{S}_{12} + S_{12}\tilde{S}_{11} \\ D(\tilde{Q}_{11}Q_{21} - \tilde{Q}_{21}Q_{11}) & D(\tilde{Q}_{11}\tilde{S}_{11} + \tilde{Q}_{21}\tilde{S}_{12}) \end{bmatrix}$$

$$= U, \text{ from eqn. 4.39.}$$

By construction

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{11} \\ Q_{21} \end{bmatrix} = S_{11}Q_{11} + S_{12}Q_{21} = U$$

so that for $D(\tilde{Q}_{11}\tilde{S}_{11} + \tilde{Q}_{21}\tilde{S}_{12})$ to be equal to U it is necessary that $D = U$ and hence S reduces to

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ -\tilde{Q}_{21} & \tilde{Q}_{11} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

and $S(=Q^{-1})$ is obtained without additional computation.

When n identical 2-port networks are cascaded the overall transfer matrix may be expressed as

$$T^n = (Q\lambda Q^{-1})^n = Q\lambda^n S = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

where

$$\left. \begin{aligned} T_{11} &= Q_{11}\lambda_1^n S_{11} + \tilde{S}_{12}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{21} \\ T_{12} &= Q_{11}\lambda_1^n S_{12} - \tilde{S}_{12}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{11} \\ T_{21} &= Q_{21}\lambda_1^n S_{11} - S_{11}\lambda_1^n Q_{21} \\ T_{22} &= Q_{21}\lambda_1^n S_{12} + \tilde{S}_{11}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{11} \end{aligned} \right\} \quad (4.43)$$

on using eqns. 4.37, 4.40 and 4.41.

However in crossbonded cable systems it is impracticable to achieve realistic results because the dominant eigenvalue in λ_1^n swamps all others although this mode has the greatest attenuation and contributes least to the transfer of energy. Accordingly, Wedepohl and Indulkar (1974) form the nodal admittance matrix of the n -fold cascade from the transfer matrix of eqn. 4.42. Since the cascade is a passive network, the nodal admittance matrix involves only three submatrices A_n, B_n, C_n say, and elementary analysis gives the matrix as

$$\begin{bmatrix} A_n & -B_n \\ -\tilde{B}_n & C_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{22}T_{12}^{-1} & -(T_{22}T_{12}^{-1}T_{11} - T_{21}) \\ -T_{12}^{-1} & T_{12}^{-1}T_{11} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Use of eqn. 4.43 together with some manipulation yields

$$\begin{aligned} A_n &= [Q_{21}Q_{11}^{-1} + \tilde{S}_{11}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{11}S_{12}^{-1}\lambda_1^{-n}Q_{11}^{-1}] \times [U - \tilde{S}_{12}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{11}S_{12}^{-1}\lambda_1^{-n}Q_{11}^{-1}]^{-1} \\ \tilde{B}_n &= S_{12}^{-1}\lambda_1^{-n}Q_{11}^{-1} [U - \tilde{S}_{12}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{11}S_{12}^{-1}\lambda_1^{-n}Q_{11}^{-1}]^{-1} \quad (4.45) \\ C_n &= [S_{11}^{-1}S_{12} - S_{11}^{-1}\lambda_1^{-n}Q_{11}^{-1}\tilde{S}_{12}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{11}]^{-1} \\ &\quad \times [U + S_{11}^{-1}\lambda_1^{-n}Q_{11}^{-1}\tilde{S}_{12}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{21}] \end{aligned}$$

Since these equations involve only λ_1^{-n} the low loss modes receive greatest prominence and the numerical difficulties disappear.

$$- \left[\frac{dV_{\text{phase}}}{dx} \right] = \begin{bmatrix} Z'_0 & Z'_1 & Z'_2 \\ Z'_1 & Z'_0 & Z'_2 \\ Z'_2 & Z'_2 & Z'_2 \end{bmatrix} [I_{\text{phase}}]$$

↓ $\alpha, \beta, 0$

$$- \begin{bmatrix} dV_0/dx \\ dV_\alpha/dx \\ dV_\beta/dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_0 + 2Z'_2 & 0 & 0 \\ 0 & Z'_0 - Z'_2 & 0 \\ 0 & 0 & Z'_0 - Z'_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix}$$

$$Z'_{\text{zero}} = Z'_0 + 2Z'_2$$

$$Z'_{\text{pos}} = Z'_0 - Z'_2$$

↓

$$- dV_{\text{zero}}/dx = Z'_{\text{zero}} I_{\text{zero}}$$

$$- dV_\alpha/dx = Z'_{\text{pos}} I_\alpha$$

$$- dV_\beta/dx = Z'_{\text{pos}} I_\beta$$

$$[v_{\text{oaB}}] = [T]^{-1} [v_{\text{phase}}]$$

$$[i_{\text{oaB}}] = [T]^{-1} [i_{\text{phase}}]$$

$$[T] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad [T]^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \sqrt{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} z_{pos} \\ \dots \\ z_{pos} \\ \dots \\ z_{zero} \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$[z] = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$z_{pos}^0 - z_{pos}^1 = z_{pos}^2$$

$$z_{zero}^0 = z_{zero}^1 + (K-1)z_{zero}^2$$

$$[z]^{-1} = [T]$$

where again

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

row

$$[T]$$

↓
j-th col.

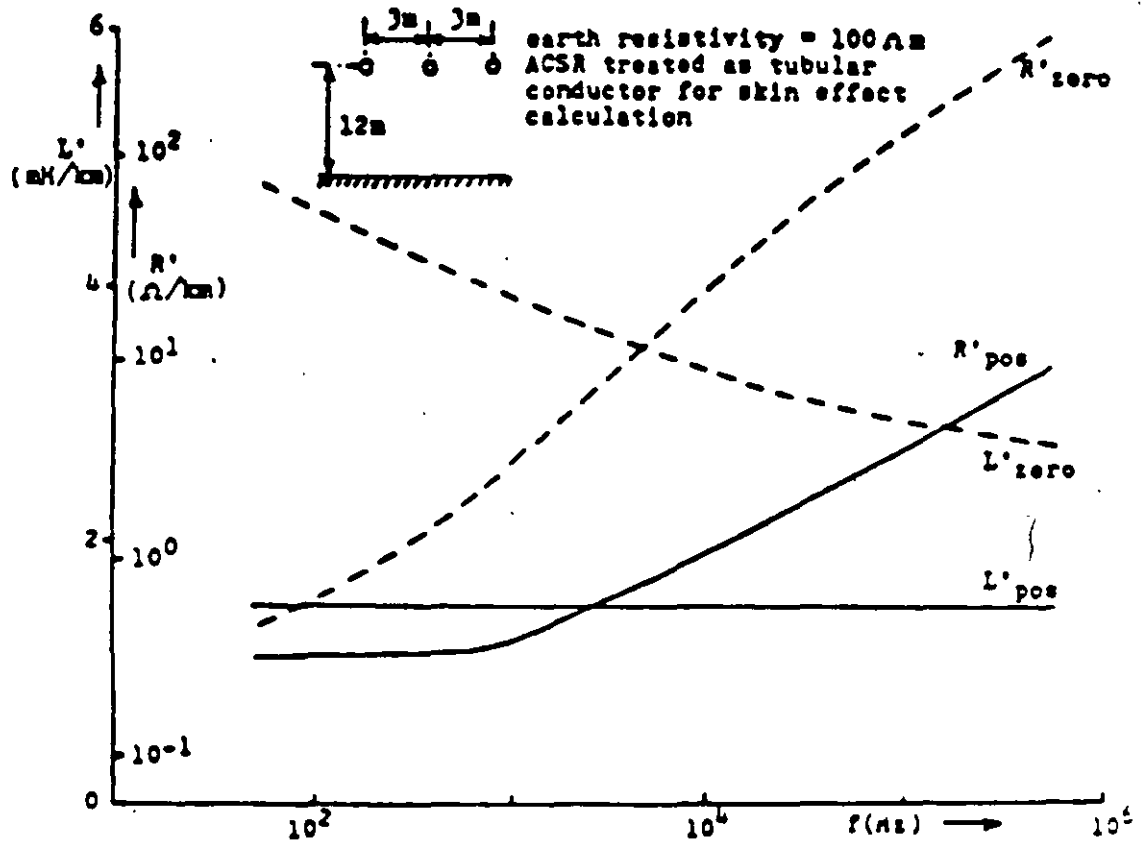
transformation: ...

$$Z_{pos} = R_{pos}(\omega) + j\omega L_{pos}(\omega)$$

$$= Z_s - Z_m$$

$$Z_{zero} = R_{zero}(\omega) + j\omega L_{zero}(\omega)$$

$$= Z_s + 2Z_m$$



Positive and zero sequence resistance and inductance of a three-phase line

Conductividad Finita del terreno

Teoría de Imágenes Complejas
 Fórmula de Carson

$$\bar{d} = \frac{2}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_e}}$$

$$Z_{ii} = R_{int} + j\omega(L' + L_{int})$$

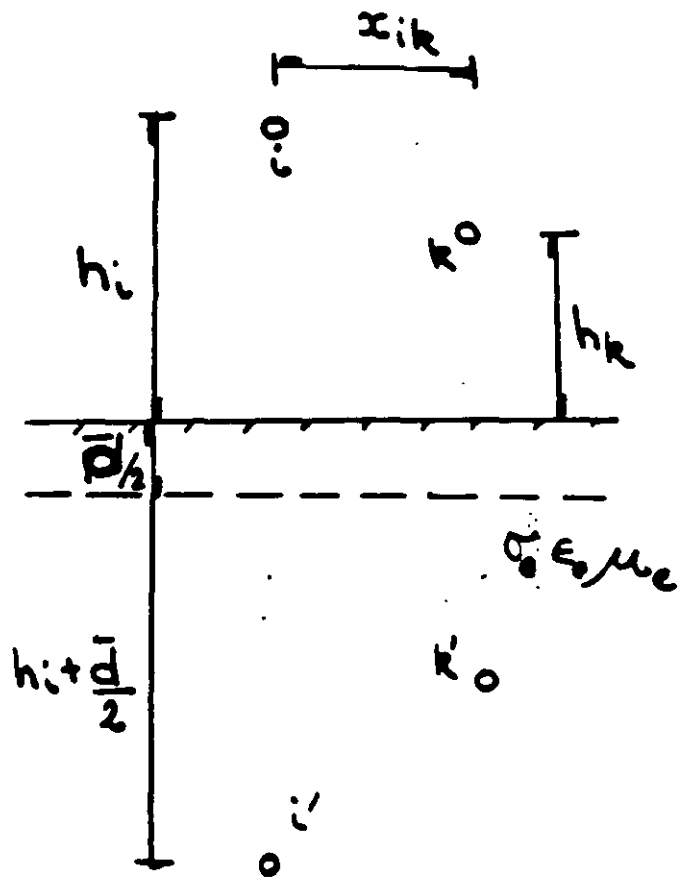
$$Z_{int} = \frac{\sqrt{j\omega\mu_0\rho_e}}{2\pi r_c}$$

$$L' = \frac{\mu_0}{2\pi} \log \frac{2h'}{r_c}$$

$$h' = h_i + \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_e}}$$

$$Z_{ik} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \log \frac{\sqrt{(h_i + h_k + \bar{d})^2 + x_{ik}^2}}{d_{ik}}$$

$$d_{ik} = \sqrt{(h_i - h_k)^2 + x_{ik}^2}$$



máx dif 9%

para varios estratos $\sigma_e(\omega)$

Fórmula de Carson

$$\bar{Z}_{ii} = (R_{int} + \Delta R_i) + j\omega (L_i + L_{int} + \Delta L_i)$$

$$\bar{Z}_{int} = R_{int} + j\omega L_{int}$$

$$L_i = \frac{\mu_0}{2\pi} \log \frac{2h_i}{r}$$

$$\bar{Z}_{ik} = \Delta R_{ik} + j\omega (L_m + \Delta L_m)$$

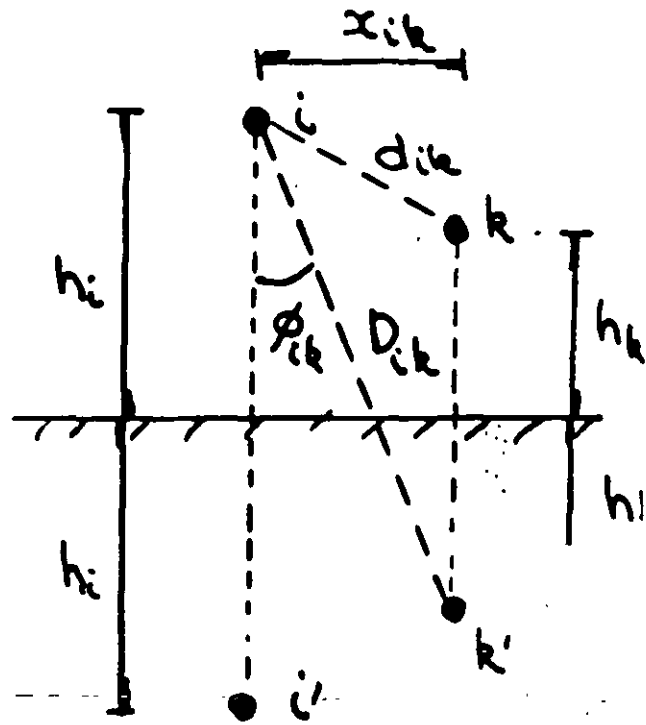
$$L_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \log \frac{D_{ik}}{d_{ik}}$$

$$a = 4\pi \sqrt{5} \times 10^4 D \sqrt{\frac{f}{\rho_e}}$$

$$D = \begin{cases} 2h_i \\ D_{ik} \end{cases}$$

$$\Delta R = \left[\frac{\cos \phi}{a} - \frac{\sqrt{2} \cos 3\phi}{a^2} + \frac{\cos 5\phi}{a^3} + \frac{3 \cos 7\phi}{a^5} - \frac{45 \cos 9\phi}{a^7} \right] \frac{4\omega \times 10^4}{\sqrt{2}}$$

$$\Delta L = \left[\frac{\cos \phi}{a} - \frac{\cos 3\phi}{a^3} + \frac{3 \cos 5\phi}{a^5} + \frac{45 \cos 7\phi}{a^7} \right] \frac{4\omega \times 10^4}{\sqrt{2}}$$



SOBRETENSIONES Y ESFUERZOS ELECTRICOS EN SISTEMAS DE POTENCIA

**Víctor F. Hermosillo
Comisión Federal de Electricidad
DEPFI - UNAM**

1. INTRODUCCION

El diseño apropiado del nivel de aislamiento eléctrico de un sistema de potencia debe llegar a un balance entre el aguante, el costo y la fiabilidad de los elementos del sistema ante un esfuerzo eléctrico determinado. El aguante ante un cierto esfuerzo eléctrico puede requerir de aislamiento adicional, que incrementa la fiabilidad pero implica mayores costos. Comúnmente, el costo representa un factor limitante mayor que la factibilidad técnica.

La ruptura o deterioro del aislamiento eléctrico depende de la magnitud, forma y duración del esfuerzo eléctrico a que éste se sujeta. Los fenómenos físicos involucrados en la ruptura de un aislamiento son diferentes para distintos tipos de esfuerzo. Debido a lo anterior, las normas internacionales han propuesto clasificar los esfuerzos típicos encontrados en sistemas de potencia, definiendo características de aguante del aislamiento en base a cada tipo de esfuerzo.

La clasificación de esfuerzos eléctricos y sobretensiones de acuerdo a la norma IEC-71 se muestra en la Figura 1. Cada clase incluye la definición de una forma del esfuerzo respecto al tiempo, un rango de valores para las frecuencias y periodos de tiempo involucrados, así como una forma y prueba estandarizada.

2. VOLTAJES CONTINUOS EN EL SISTEMA

El voltaje nominal se define como el voltaje efectivo (rms), entre fases, a la frecuencia de operación de un sistema de potencia, bajo condiciones normales. A diferencia de voltajes transitorios y temporales, que ocurren bajo condiciones anormales de operación, el voltaje nominal del sistema representa un esfuerzo eléctrico continuo aplicado al aislamiento. Es importante considerarlo en procesos de envejecimiento del aislamiento y en problemas de contaminación.

En ocasiones un sistema eléctrico opera al voltaje máximo del sistema (v.g. 5 a 10% mayor al nominal). Las normas internacionales incluyen valores recomendados para el voltaje máximo de operación para efectos de estandarización del equipo y sistemas, por ejemplo, la norma IEC-71 contiene tablas en dos rangos: 1 kV a 245 kV y mayores de 245 kV.

3. SOBRETENSIONES

Una sobretensión es cualquier voltaje entre fases o entre fase y tierra, cuyo valor de cresta sea mayor que el valor de cresta del voltaje máximo del sistema, es decir, $V_m \sqrt{2} / \sqrt{3}$ entre fase y tierra o $V_m \sqrt{2}$ entre fases.

Las sobretensiones se expresan en valores por unidad (Vpu), utilizando el voltaje máximo del sistema (V_m) como base. Por ejemplo, una sobretensión entre fase y tierra con valor máximo V_{f-t}

$$V_{pu} = \frac{V_{f-t} \sqrt{3}}{V_m \sqrt{2}} \quad \dots(1)$$

4. SOBRETENSIONES TEMPORALES

Es un voltaje oscilatorio, con una duración relativamente larga, no amortiguado o ligeramente amortiguado. La magnitud y duración de este tipo de sobretensiones somete a los apartarrayos a requerimientos severos en su capacidad de descarga y su estabilidad térmica. Una estimación correcta de su probabilidad de ocurrencia es esencial para determinar las características necesarias en los apartarrayos.

Las sobretensiones temporales son de carácter probabilístico debido a los factores aleatorios involucrados en los fenómenos que las producen. Estos factores están asociados con la forma en que se opera el sistema y la configuración del mismo (maniobras de interrupción, variaciones de voltaje, la aleatoriedad de los puntos sobre la línea donde ocurre una falla, etc.). En la práctica, estas sobretensiones ocurren como consecuencia de maniobras o debido a fallas y acciones correctivas, por lo tanto, hay una alta probabilidad de coincidencia de sobretensiones temporales y por maniobra.

Las sobretensiones temporales se pueden clasificar en tres diferentes grupos, de acuerdo a los componentes de frecuencia de la sobretensión:

Grupo 1. Sobretensiones temporales con una frecuencia de oscilación muy cercana a la frecuencia de operación del sistema. Producidas por fenómenos tan variados como: pérdida repentina de carga, corto circuitos asimétricos, efecto capacitivo en líneas largas con el extremo de entrega abierto (efecto Ferranti), resonancia en circuitos lineales producida por fases abiertas o por operación no sincronizada de interruptores, resonancia inducida entre circuitos acoplados y oscilaciones armónicas en circuitos no lineales.

En la Figura 2 se muestran distribuciones de frecuencia acumuladas para magnitudes de sobretensiones temporales debidas a maniobras en líneas sin carga, maniobras en el secundario y maniobras en líneas terminadas en transformadores.

Si se conocen las magnitudes máxima y mínima de sobretensiones temporales que pueden ocurrir en un sistema (ver Figura 2), es posible calcular la distribución de sus valores utilizando la siguiente fórmula:

$$P(V_e \geq V) = k \left((1/AV - E)^{m+1} - (1 - 1/AV_{\min})^{m+1} \right) \dots (2)$$

$$k = \frac{1}{(1 - 1/AV_{\max})^{m+1} - (1 - 1/AV_{\min})^{m+1}}$$

$$E = 1/AV_{\min} + 1/AV_{\min} - 1$$

Esta fórmula empírica es producto de ochenta mil mediciones realizadas en los sistemas de la URSS. $P(V_e \geq V)$ es la probabilidad de que la sobretensión V_e en el extremo abierto de la línea sea mayor que un valor V . El factor A es la razón entre el voltaje en el nodo de envío y el voltaje en el extremo abierto de la línea ($A \leq 1$), podemos suponer $A=1$. El exponente m depende de la forma de conexión de los reactores en paralelo, una línea de transmisión con estos elementos conectados permanentemente, con reactores que se desconectan por medio de un controlador durante cada recierre automático o para líneas sin reactores en paralelo, consideramos $m = 2$. Si los reactores en paralelo se conectan y desconectan de acuerdo a la potencia transmitida, $m = 0$.

La duración de las sobretensiones transitorias para el caso de maniobras producto de fallas (corto circuito, recierre automático, etc.) con operación simultánea de ambos lados de la línea con señales en micro-ondas o carrier, tiene valores típicos entre 0.02 y 0.15 s. Si actúa una protección de distancia o de respaldo, esta duración es entre 0.3 y 0.5 s.

Grupo 2. Sobretensiones temporales con frecuencia de oscilación mayor a la frecuencia de operación del sistema. Este tipo de sobretensiones se deben a oscilaciones forzadas con armónicas superiores pares o impares. Existen dos casos de importancia práctica:

a) Resonancia de estado estable: un circuito típico en el que puede ocurrir este fenómeno se muestra en la Figura 3. La corriente de magnetización que fluye por la inductancia no lineal L_m , contiene componentes a la frecuencia fundamental y componentes con armónicas superiores impares. Su probabilidad de ocurrencia es muy baja.

b) Resonancia transitoria: se presentan durante maniobras en líneas terminadas en un transformador sin carga, maniobras en el secundario de un transformador en el extremo de entrega de una línea (Figura 4), produciendo armónicas pares e impares.

Grupo 3. Sobretensiones temporales subarmónicas. Son características en líneas aéreas con compensación en serie. En algunas ocasiones su probabilidad de ocurrencia llega a 10%; aunque para un sistema bien diseñado, esta probabilidad es cercana a cero.

De acuerdo a la experiencia en campo obtenida de distintos países, la magnitud de sobretensiones transitorias en sistemas de potencia reales no llega a valores mayores de 2.0 pu.

4.1 FALLAS A TIERRA

Una falla a tierra produce una sobretensión temporal no amortiguada que persiste hasta que el el esquema de protección produce una maniobra que suprime la falla.

El tipo más común de falla se produce entre una fase y tierra, causando una sobretensión en las fases sanas, que se sostiene hasta que se corrige la situación. La magnitud de la sobretensión en las fases sanas depende de la relación entre la impedancia de secuencia cero y de secuencia positiva del sistema, vistas desde el punto donde ocurre la falla. Por lo tanto, su magnitud está relacionada con el aterrizamiento del sistema. Esta sobretensión será menor de 1.4 pu para sistemas aterrizados efectivamente y puede llegar a 1.73 pu o más en sistemas no aterrizados.

Un sistema aterrizado efectivamente se define como aquél en el que el máximo voltaje efectivo entre fase y tierra en una de las fases sanas durante una falla es 80% o menor que el voltaje nominal entre fases en el sistema donde se localiza la falla.

La norma IEC-71 incluye gráficas para obtener el factor de aterrizamiento k , en base a las relaciones entre la resistencia de secuencia positiva, la resistencia y la reactancia de secuencia cero, con la reactancia de secuencia positiva, R_1/X_1 , R_0/X_1 y X_0/X_1 , desde el punto donde ocurre la falla (Figura 5). El factor de aterrizamiento es la razón entre el voltaje efectivo máximo de fase a tierra en una fase sana durante una falla y el voltaje efectivo de operación del sistema entre fase y tierra. Para un sistema aterrizado efectivamente $k = \sqrt{3}(0.8) = 1.4$.

4.2 CAMBIOS REPENTINOS EN LA CARGA

El peor caso de este tipo de sobretensiones ocurre cuando se produce un rechazo o pérdida de carga, al abrirse el interruptor remoto de una línea por la que se transmite una parte substancial de la potencia de una central generadora (Figura 6). El voltaje tiende a subir al disminuir la caída de potencial en la impedancia equivalente en serie del sistema y al producirse una aceleración del generador.

La sobretensión en el generador está determinada por el nivel de corto circuito del sistema, la velocidad del generador (respuesta del gobernador de velocidad, sistema de excitación), las características de la carga antes y después del evento, las longitudes de las líneas conectadas y la cantidad de reactivos generados por la línea (incluyendo compensación en serie o paralelo). Se puede lograr un cálculo preciso de las sobretensiones por rechazo de carga utilizando una simulación digital que incluya las características dinámicas de las máquinas, sus sistemas de control, así como el modelado de las líneas y cargas.

En pruebas de rechazo de carga en sistemas de potencia reales se han obtenido sobretensiones con magnitudes máximas de 1.45 pu.

4.3 EFECTO FERRANTI

Este efecto ocurre debido a la corriente capacitiva, producida por la carga de una línea de transmisión, fluye por la impedancia en serie cuando se abre el extremo lejano de una línea larga no compensada (Figura 7). En estas condiciones el voltaje en el extremo abierto (V_2) es siempre mayor que el voltaje en el nodo de envío (V_1). El voltaje senoidal en el extremo abierto está dado por

$$V_2 = \frac{V_1}{\cos(\beta l)} \quad \dots(3)$$

($\beta = 7.2^\circ$ cada 100 km a 60 Hz, l : longitud de la línea, km)

El efecto Ferranti se puede disminuir mediante compensación inductiva en paralelo o compensación capacitiva en serie.

4.4 RESONANCIA

Algunas de las más severas sobretensiones temporales ocurren debido a condiciones de resonancia. En su forma más simple, el circuito equivalente de un sistema resonante consiste de una fuente, un interruptor y un circuito resonante RCL. La sobretensión se produce al cerrar el interruptor, limitada por pérdidas y efectos de saturación de algunos componentes.

Ignorando las pérdidas, la sobretensión se puede aproximar con la siguiente ecuación

$$V_2 = \frac{V_1 X_c}{X_L + X_c} \dots(4)$$

donde V_1 es el voltaje en el nodo de envío y V_2 es el voltaje en el nodo de recepción.

En la práctica se pueden producir condiciones cercanas a la resonancia. Un ejemplo es el caso de la apertura de una fuente de alta tensión que alimenta a un circuito de baja tensión por medio de un cable y un transformador, si la reactancia inductiva del transformador es cercana a la reactancia capacitiva del cable. Otro caso de resonancia es cuando las armónicas asociadas a la saturación de un transformador tienen frecuencias cercanas a la frecuencia natural de resonancia del sistema. Las sobretensiones debidas a resonancia pueden evitarse cambiando las impedancias de elementos del sistema. Esta consideración debe formar parte de los criterios de diseño del mismo.

4.5 FERRORESONANCIA

Este tipo de sobretensiones ocurre cuando un elemento magnético saturable del sistema es excitado por una capacitancia. La capacitancia puede representar, por ejemplo, al capacitor de graduación entre los contactos abiertos de un interruptor o la capacitancia a tierra de un cable (Figura 8).

Este fenómeno puede producirse también cuando solamente una o dos fases de un sistema se encuentran energizadas debido a la operación de fusibles o interruptores (Figura 9). El elemento saturable puede representar transformadores de potencial (con reactancias altas) conectados al bus abierto, o bien, un transformador con terciario conectado en delta que a su vez alimenta transformadores auxiliares.

La sobretensión en las terminales depende de la magnitud y forma de la corriente que fluye por el elemento magnético, a su vez, esta corriente depende del estado magnético del elemento. Al entrar y salir éste de la región de saturación (Figura 10), su inductancia efectiva cambia, resultando en voltajes con multitud de armónicas. Estos voltajes pueden presentar componentes con frecuencias mayores o menores de la frecuencia de operación del sistema (Figura 11). Diversos estudios efectuados con TNA muestran que existe mayor posibilidad de que se presente ferresonancia en sistemas en los que la reactancia capacitiva equivalente sea menor a veinte veces la reactancia inductiva, $X_c < 20X_L$.

Las sobretensiones por ferresonancia se pueden controlar operando los transformadores a una densidad de flujo reducida, también se pueden implementar procedimientos de maniobra que eviten energizar un transformador sin carga a través de elementos capacitivos.

4.6 ENERGIZACION DE UNA LINEA TERMINADA EN UN TRANSFORMADOR

Este tipo de maniobras producen sobretensiones temporales ligeramente amortiguadas. Se originan durante la energización o recierre de una línea terminada en un transformador. Después del transitorio inicial (que se clasifica como sobretensión por maniobra), la corriente de excitación del transformador produce un sobrevoltaje sostenido durante varios segundos (Figura 12). Su magnitud depende del instante en que se cierre el interruptor, la impedancia equivalente de la fuente, los parámetros de la línea y el transformador y del flujo residual de éste último.

5. SOBRETENSIONES POR MANIOBRA

Son voltajes transitorios, amortiguados y de relativamente corta duración, producidos por acciones de conexión o desconexión por medio de elementos de interrupción del sistema. La magnitud de una sobretensión por maniobra depende del voltaje de operación del sistema. Actualmente se clasifican como sobretensiones transitorias de frente lento.

5.1 CIERRE Y RECIERRE DE LINEAS DE TRANSMISION

La energización de una línea en vacío, no terminada en un transformador, produce sobretensiones debido a las ondas viajeras en los conductores, estas ondas son producidas por el cierre del interruptor o pueden ser causadas por acoplamiento entre fases. Los tiempos relativos de cierre entre los polos del interruptor son importantes para determinar este tipo de sobretensiones, otros factores involucrados son la longitud de la línea, el grado de compensación en paralelo, las características de la fuente equivalente en el nodo de envío, la utilización de resistencias de preinserción y el tipo de terminación en el extremo de la línea. En general las sobretensiones son mayores en el extremo de entrega de la línea.

La apertura de una línea puede dejar un voltaje remanente en la línea desenergizada. A menos que la carga atrapada sea drenada a tierra por medio de un transformador o reactor, puede permanecer en la línea durante varios segundos. La cantidad de carga dependerá de la capacitancia equivalente de la línea y del valor de la resistencia de preinserción (Figura 13), su decremento en el tiempo varía según las condiciones atmosféricas (Figura 14).

Si ocurre un recierre de una línea con carga atrapada y, en el instante en que el interruptor cierra, el voltaje de la fuente tiene polaridad opuesta al voltaje en la línea abierta, se pueden producir sobretensiones muy altas.

Como resultado de un estudio realizado en conjunto por los comités 13 y 33 de CIGRE, se elaboró un diagrama que condensa información sobre factores de sobretensión producidos por el cierre y recierre de líneas (Figura 15). Este diagrama incluye resultados de simulaciones digitales, TNA y mediciones en campo. Se muestran valores mínimos, medios y máximos para una combinación de condiciones del sistema, en forma de un árbol de decisiones. Las opciones son: cierre o recierre trifásico, con o sin resistencia de preinserción, con una fuente inductiva o compleja (sistemas con cables, en los que debe añadirse una capacitancia en paralelo en el equivalente de Thévenin), compensación en paralelo mayor o menor al 50%.

5.2 MANIOBRAS EN CIRCUITOS INDUCTIVOS

Este tipo de sobretensiones puede analizarse con un circuito sencillo, presentado en la Figura 16. Si la reactancia del elemento inductivo de la carga L_c es menor que la reactancia de la capacitancia en paralelo C_c , la mayor parte de la corriente que circula por el circuito fluye por la inductancia L_c y se encuentra atrasada 90° respecto al voltaje de la fuente; además, se supone que la reactancia de la fuente es pequeña comparada con la correspondiente a la carga, $L_s \ll L_c$.

Al iniciarse la apertura de los contactos del interruptor, el arco entre éstos conduce la corriente de la carga. El arco tenderá a extinguirse cuando la corriente alterna llegue a un valor de cero. Debido a que el circuito es puramente inductivo, en el momento de interrupción el voltaje en la fuente y el voltaje en la carga tendrán valores cercanos al máximo.

La interrupción del arco separa al circuito en dos secciones. El voltaje en el contacto del lado del generador tiene dos componentes: una de 60 Hz y una oscilación amortiguada superpuesta cuya frecuencia tiene valores entre 0.5 y 100 kHz, dependiendo de los valores de los parámetros L_s y C_s . El voltaje en el contacto del lado de la carga es oscilatorio amortiguado con una frecuencia dependiendo de C_c y L_c . El voltaje de recuperación transitoria se puede calcular obtenido la diferencia entre los voltajes que aparecen entre los contactos del interruptor, se inicia una carrera entre las propiedades dieléctricas del medio entre los contactos y este voltaje.

5.2.1 REIGNICION DEL ARCO

Existe la posibilidad de una reignición del arco que produce el flujo de corriente con frecuencia mayor a la de operación del sistema y causa una escalación en el voltaje en la carga. Si la corriente se interrumpe de nuevo al llegar al valor de cero, pueden aparecer varios ciclos de reignición e interrupción, con escalaciones de voltaje cada vez mayores (Figura 17).

5.2.2 CORTE DE PEQUEÑAS CORRIENTES INDUCTIVAS

El arco que se forma entre los contactos de un interruptor durante una apertura en un sistema con carga inductiva, se encuentra sujeto a inestabilidades conforme la corriente que fluye por él tiende a cero. Estas se presentan en forma de oscilaciones en la corriente y el voltaje entre los contactos. Si la inestabilidad es seguida de una repentina caída de la corriente a cero, se produce un fenómeno que se conoce como corte prematuro de una pequeña corriente inductiva (Figura 18).

En el modelo más simplificado del arco, suponemos que la transición entre un estado y otro se realiza de modo exponencial con una cierta constante de tiempo. Se desprecian las inductancias del lado de la carga y del lado de la fuente L_s y L_c , obteniéndose un circuito equivalente formado por dos ramas: una contiene una inductancia L_a en serie con una resistencia R_i , la segunda incluye una capacitancia C en paralelo con una resistencia R_a . C es la capacitancia equivalente de C_s y C_c en serie. En la Figura 19 se muestra la simplificación del circuito y la solución de la ecuación diferencial, de la cual obtenemos una expresión para la corriente en el arco. La condición para inestabilidad se da cuando el factor exponencial es creciente. Lo anterior resulta en una relación entre la corriente de corte (i_{ch}) y la raíz cuadrada de la capacitancia equivalente (C), en la que está involucrado un factor que depende del tipo de interruptor. Para una capacitancia típica de $C = 10$ nF los valores de esta corriente son:

tipo de interruptor	i_{ch}
pequeño volumen de aceite	7 a 10 A
hexafluoruro de azufre SF ₆	4 a 17 A
aire comprimido	15 a 20 A

La sobretensión generada del lado de la carga una vez ocurrido el corte prematuro de la corriente, depende de los valores de i_{ch} , L_c y C_c . La energía almacenada en estos elementos antes del corte, se convierte en energía electrostática. Haciendo un balance de energía, se puede

obtener la siguiente fórmula para el factor de la sobretensión

$$A_s = \sqrt{1 + \left(\frac{l_{rh}}{u_o}\right)^2 \frac{L_s}{C_s} \eta_m} \quad \dots(5)$$

donde U_o es el voltaje pico de operación del sistema y η_m es la eficiencia magnética en el sistema, y toma valores entre 0.3 y 0.5.

5.2.3 CORTE VIRTUAL DE UNA CORRIENTE INDUCTIVA

En circuitos trifásicos, la reignición del arco en un polo del interruptor puede producir un corte virtual de corriente que causa mayores sobretensiones que el corte prematuro de corriente, descrito anteriormente. Como se ilustra en la Figura 20, el primer polo en abrir corresponde a la fase A, la corriente i_a llega a cero y, si la carga no está aterrizada, las corrientes en las otras fases son iguales y tienden normalmente a cero $i_b = i_c$. Si ocurre una reignición del arco en la fase A, se producirán corrientes oscilatorias de frecuencia mayor a la nominal del sistema en las tres fases, que pudieran ser interrumpidas al pasar por cero. Esta interrupción es semejante a un corte prematuro de una corriente inductiva.

5.3 MANIOBRAS EN CIRCUITOS CAPACITIVOS

Consideremos un circuito sencillo formado por una carga capacitiva suministrada por una fuente inductiva. La corriente en la carga adelanta al voltaje en 90° . Cuando se interrumpe la corriente, al llegar a cero, el voltaje del sistema se encuentra en un valor cercano al máximo (marcado con un 1 en la Figura 21). El voltaje de recuperación transitoria en el interruptor es muy pequeño, por lo que no ocurre reignición del arco, y la carga capacitiva queda cargada al voltaje pico de operación del sistema. Al pasar medio ciclo, el voltaje de recuperación llegará al doble del voltaje pico del sistema, 2 pu. Si en ese momento ocurre una reignición del arco en el interruptor (marcado con un 2 en la Figura 21). Entonces, despreciando las pérdidas, el voltaje en el capacitor podría subir hasta 3 pu. Al interrumpirse de nuevo el circuito, el capacitor queda cargado a 3 pu, repitiéndose el ciclo indefinidamente.

En un sistema trifásico este fenómeno es más complejo, particularmente si alguno de los interruptores opera antes que los otros dos. Las mayores sobretensiones ocurren cuando solo una de las fases abre y su valor depende de la relación entre la capacitancia de secuencia positiva y la capacitancia de secuencia cero del sistema, ver Figura 22.

6. SOBRETENSIONES POR DESCARGAS ATMOSFERICAS

Dentro de la clasificación actual, éstas se consideran como sobretensiones de frente rápido. Producidas como consecuencia de descargas entre la nube y tierra, se pueden dividir en sobretensiones producidas por descargas directas y sobretensiones inducidas.

La descarga atmosférica consta de varias fases, iniciando con una guía descendente que viaja desde la nube hacia tierra, dando saltos de 50 m, a velocidad promedio de 150km/s, cubre una distancia promedio de 3 km en 20 ns. La guía descendente puede ser encontrada por una guía ascendente originada en una estructura alta. La guía descendente se encuentra al potencial de la nube, al llegar a tierra, se drenan las cargas en el canal y los paquetes de cargas en la nube hacia tierra, durante lo se denomina el rayo de retorno (Figura 23). Mediciones de las corrientes del rayo de retorno han resultado en su caracterización con una forma de doble exponencial con un frente rápido, adquiriendo su valor máximo en 1 a 30 μ s, seguido de un decremento al 50% de su valor pico, que toma de 10 a 250 μ s. Para descargas negativas, que representan el 90% de las descargas a tierra, el valor medio de la amplitud de la corriente durante el rayo de retorno es de 30 kA, con valores máximos de 100 kA. Existen publicaciones con distribuciones acumuladas de distintos parámetros relacionados con descargas a tierra, ver Figura 24.

En una línea de transmisión sin hilos de guarda o, si ocurre una falla en el blindaje, la corriente producida por el rayo de retorno es inyectada directamente a una de las fases. Esta corriente $i(t)$ se va a dividir en dos ondas viajeras que se propagan hacia extremos opuestos de la línea, cuya impedancia característica es Z_0 . La sobretensión producida $v(t)$ esta dada por la siguiente ecuación

$$v(t) = Z_0/2 i(t) \quad \dots(6)$$

Por ejemplo, una corriente inyectada en una fase, con magnitud de 10 kA, produciría un voltaje con magnitud de 2MV en una línea con impedancia característica de 400 Ω .

Si la descarga incide en el hilo de guarda, se puede producir un flanco inverso, al subir el potencial de la torre. La Figura 25 muestra los porcentajes de la corriente total que fluyen por las torres de una línea de transmisión, por descargas directas a la mitad de la distancia interpostal y directas a una de las torres, siendo éste último el peor caso.

Cuando la descarga atmosférica cae en el punto en que se une el hilo de guarda y la torre, la corriente se divide en tres componentes, dos que viajan en sentidos opuestos sobre el hilo de guarda, la tercera que se propaga por la torre hacia la base, donde se produce una reflexión. La Figura 26 muestra las formas típicas de las sobretensiones producidas en la torre, las cuales producen un esfuerzo en las cadenas de aisladores.

7. SOBRETENSIONES EN SUBESTACIONES ENCAPSULADAS EN SF6

Este tipo de sobretensiones se conocen también como sobretensiones transitorias muy rápidas. Ocurren como consecuencia de maniobras con cuchillas e interruptores en subestaciones encapsuladas en hexafluoruro de azufre y son importantes en sistemas con voltajes nominales mayores a 300kV. Se caracterizan por tiempos de frente en el rango de decenas y cientos de nanosegundos.

La componente de mayor frecuencia de estas sobretensiones esta determinada por el tiempo en el que se produce el colapso en el voltaje entre los electrodos, que a su vez depende de la presión de trabajo del gas SF6. Se ha propuesto la siguiente fórmula para estimar el tiempo mínimo en el frente de la sobretensión

$$t_f = 1 \text{ a } 1.5 \frac{1}{p} \quad (\text{ns}) \quad \dots(7)$$

esta expresión puede obtenerse a partir de la ecuación de Toepler para un arco eléctrico. El tiempo de frente de la sobretensión se reduce bajo la presencia de protuberancias o asperezas en la superficie de los electrodos y por partículas en el gas.

Al analizar estas sobretensiones es necesario utilizar la teoría de ondas viajeras, considerando cierta velocidad de propagación en un medio con una impedancia característica. La forma y valor máximo de la sobretensión en algún punto de interés dependen de la configuración misma de la subestación, como resultado de una serie de reflexiones y refracciones de la onda viajera en transiciones y ramificaciones.

Otros factores que determinan la forma y magnitud de estas sobretensiones es el diseño de los contactos del interruptor o cuchilla desconectadora (la asimetría trae consigo una dependencia de la descarga en la polaridad del voltaje) y su velocidad de operación (la carga atrapada en el extremo desconectado depende de esta velocidad).

Otro fenómeno que ocurre en subestaciones en SF6 son las tensiones transitorias en la carcasa, que producen arqueo entre las partes aterrizadas de la subestación. Este es un fenómeno de baja energía, no hay evidencia de peligro para el personal, puede causar daño a equipo de control y protección. Las sobretensiones en la carcasa pueden controlarse mediante el diseño apropiado de las conexiones a tierra.

Este tipo de transitorios produce radiación a frecuencias de 10 a 20 MHz, con magnitudes de campo eléctrico de 10 kV/m.

La distribución no lineal de voltaje que producen en transformadores sujeta a esfuerzos adicionales las primeras vueltas del devanado, las conexiones y taps. En algunos casos es necesario proteger los cambiadores de taps con varistores. Se considera que la prueba de impulso cortado sujeta a este equipo a esfuerzos semejantes.

En cuanto a cuchillas e interruptores, existen pruebas de impulso en posiciones abierta y cerrada, es necesario considerar posiciones intermedias.

En la Figura 27 se muestran algunas sobretensiones por maniobra medidas en subestaciones encapsuladas en SF6.

REFERENCIAS

[1] International Electrotechnical Commission, Publication IEC 71-2, Insulation Coordination Part II: Applications Guide, Geneve, Switzerland.

[2] Gert, T., Glavitsch, H., Tikhodeyev, N., Shur, S. & Thoren, B, CIGRE, International Conference on Large High Tension Electric Systems, Temporary Overvoltages, their classification, magnitude, duration, shape and frequency of occurrence, Report of Study Committee No.33, 33-12, 1972 Session, August 28-September 6, p. 1-14.

[3] EPRI, Electric Power Research Institute, Transmission Line Reference Book, 345 kV and above, 2nd. edition, Publication No. EL-2500, Palo Alto, CA 94303, 1982, p. 421-445, 545-597.

[4] Catenacci, G. & Palva, V., Switching Overvoltages in EHV and UHV Systems with special reference to closing and reclosing transmission lines, ELECTRA, No. 30, p. 70-121.

[5] Slamecka, E., Interruption of Small Inductive Currents, Chapters 1 and 2, CIGRE Working group 13.02, ELECTRA, No.72, 1974, p. 73-103.

[6] Berger, K., Anderson, R. & Kroninger, H., Parameters of Lightning Flashes, CIGRE Working group No. 33, ELECTRA, No.41, p. 23-69.

[7] CIGRE Working group 33/13-09, Very Fast Transient Phenomena—Associated with—Gas Insulated Substations, International Conference on Large High Voltage Electric Systems, 1988 Session, August 28-September 3, p. 1-20.

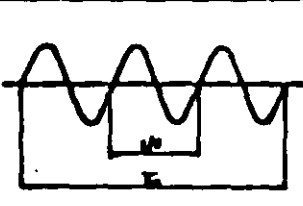
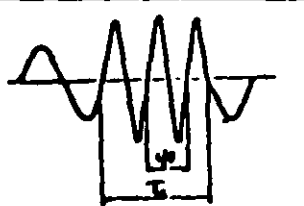
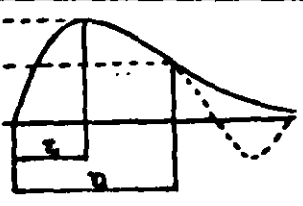
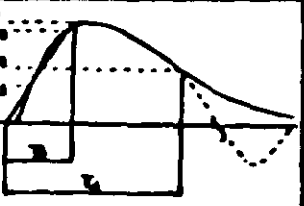
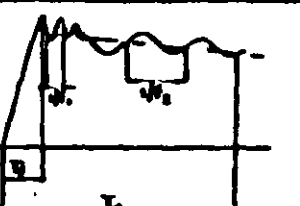
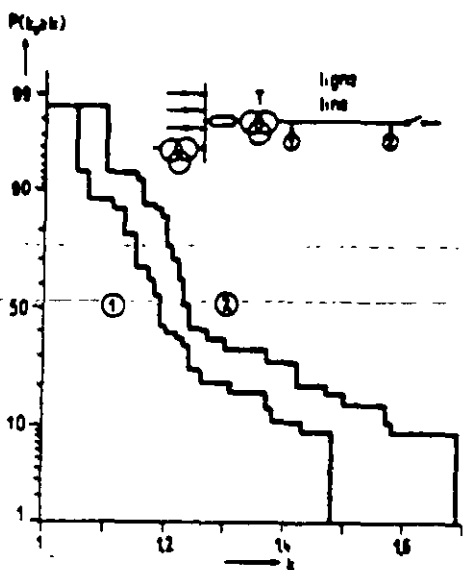
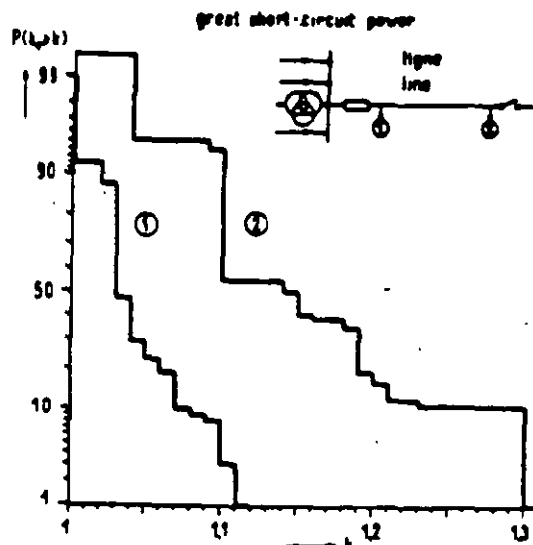
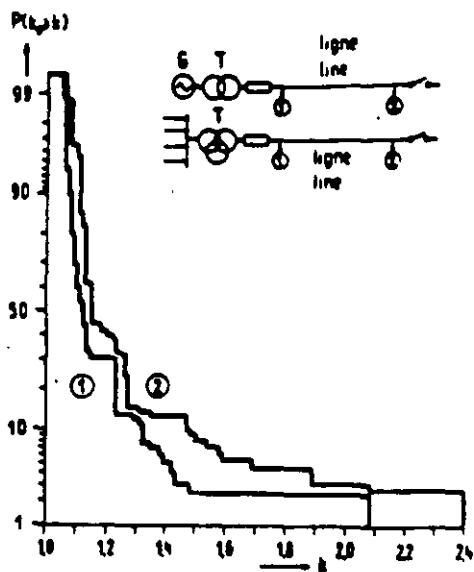
CLASS	LOW FREQUENCY		TRANSIENT		
	CONTINUOUS	TEMPORARY	SLOW-FRONT	FAST-FRONT	VERY-FAST-FRONT
voltage shape					
range of voltage shapes	$f = 50 \text{ or } 60 \text{ Hz}$ $T_d \approx 1 \text{ hr}$	$50 < f < 500 \text{ Hz}$ $0.03 < T_d < 3600 \text{ s}$	$30 < T_f < 3000 \mu\text{s}$ $0.3 < T_d < 30 \text{ ms}$	$0.3 < T_f < 30 \mu\text{s}$ $3 < T_d < 300 \mu\text{s}$	$3 < T_f < 300 \text{ ns}$ $0.3 < f_1 < 100 \text{ kHz}$ $30 < f_2 < 300 \text{ kHz}$ $0.03 < T_d < 3 \text{ ns}$
standard voltage shape	$f = 50 \text{ or } 60 \text{ Hz}$ $T_d = (*)$	$48 \leq f \leq 62 \text{ Hz}$ $T_d = 1 \text{ min}$	$T_f = 250 \mu\text{s}$ $T_d = 2500 \mu\text{s}$	$T_f = 1.2 \mu\text{s}$ $T_d = 50 \mu\text{s}$	under consideration
standard withstand test	long-duration power-frequency test	short-duration power-frequency test	switching impulse test	lightning impulse test	(chopped impulse) under consideration

Figura 1. Clasificación de esfuerzos eléctricos y sobretensiones de acuerdo a la norma IEC-71.



SCHEME	k_{min}	k_{max}
	① 1,14	1,44
	① 1,04	1,22
	② 1,07	1,25
	① 1,00	1,03
	② 0,94	0,97
	① 1,11	1,18
	② 1,11	1,23

Figura 2. Curvas de distribución de frecuencia acumulada para magnitudes de sobretensiones temporales en el extremo de envío (1) y en el extremo de recepción (2): a) fuente con bajo nivel de corto circuito (230 mediciones/curva), b) fuente con alto nivel de corto circuito (100 mediciones/curva), maniobras en el secundario (70 mediciones/curva), c) rango de magnitudes medidas para diferentes circuitos.

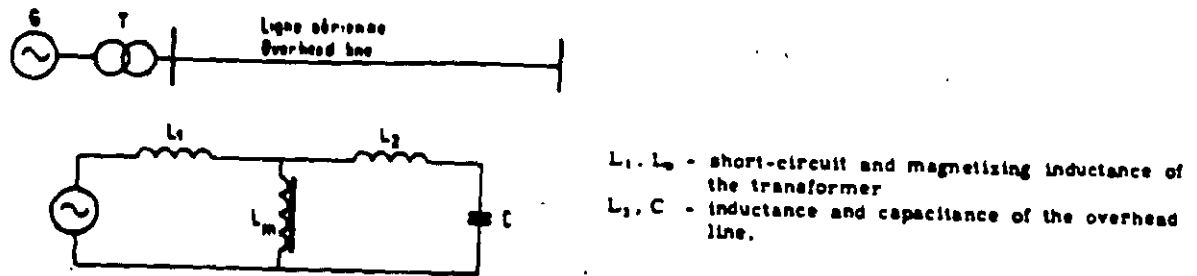


Figura 3. Circuito en el que ocurre resonancia en estado estable con componentes fundamental y armónicas superiores.

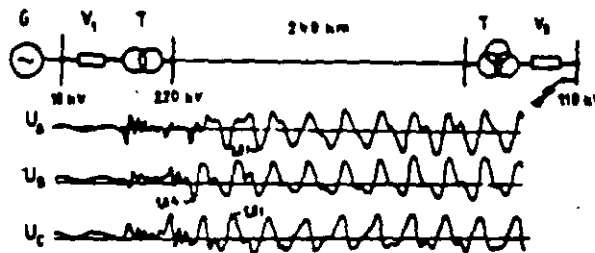


Figura 4. Circuito en el que ocurre resonancia transitoria al eliminar una falla trifásica en el secundario de un transformador. El interruptor en V2 está abriendo.

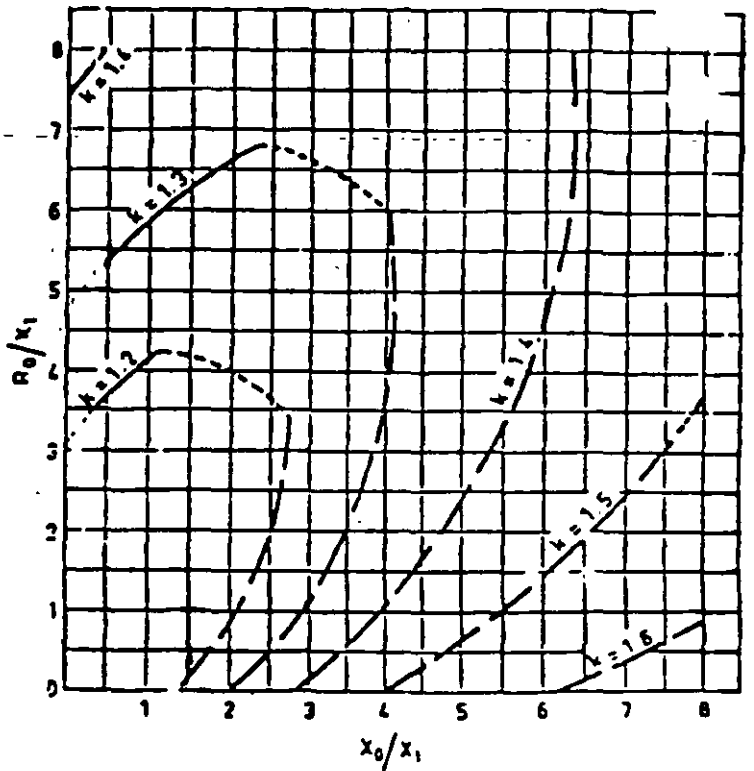
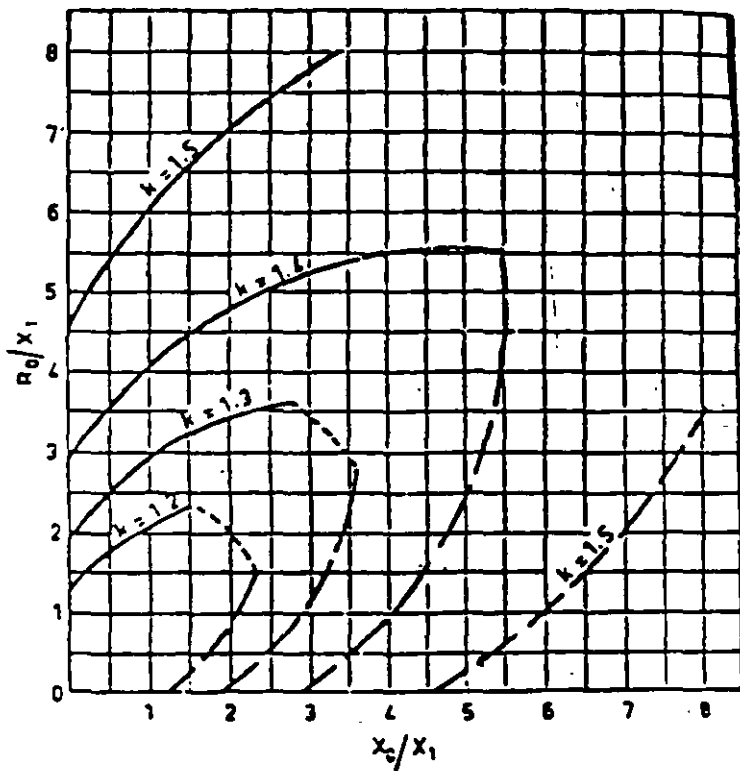
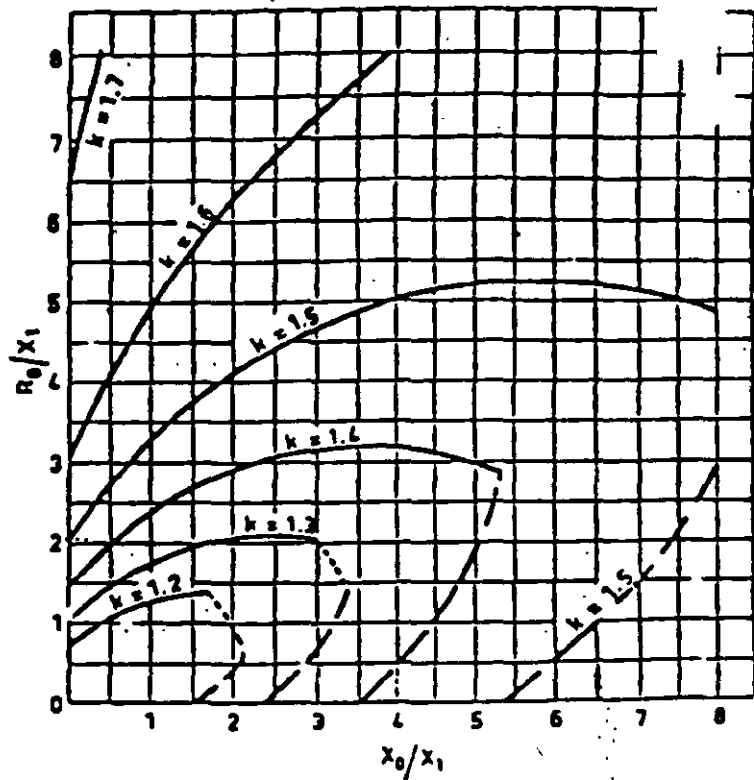
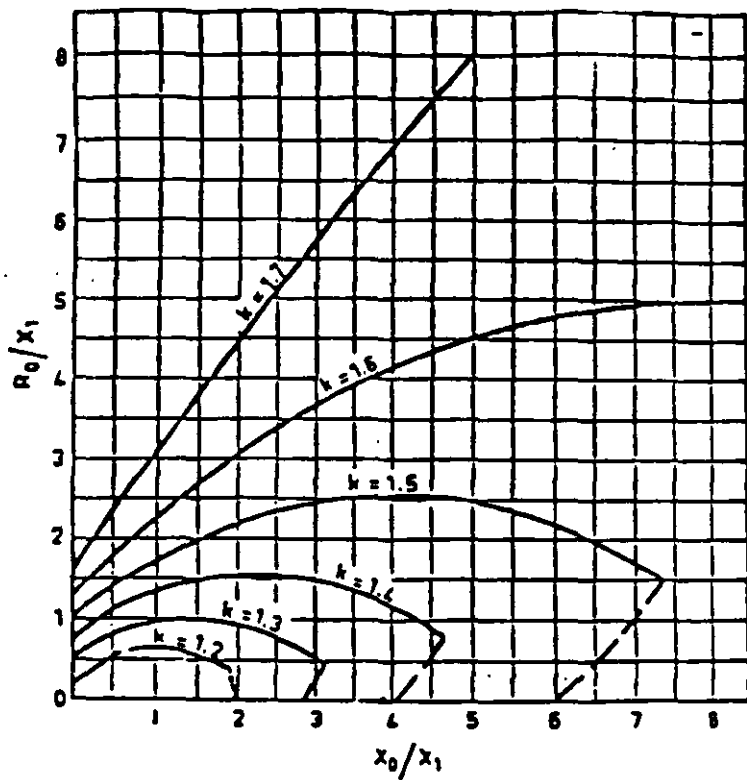


Figura 5. Factores de aterrizamiento para: a) $R_1 = 2X_1$, b) $R_1 = X_1$, c) $R_1 = 0.5X_1$ y d) $R_1 = 0$.

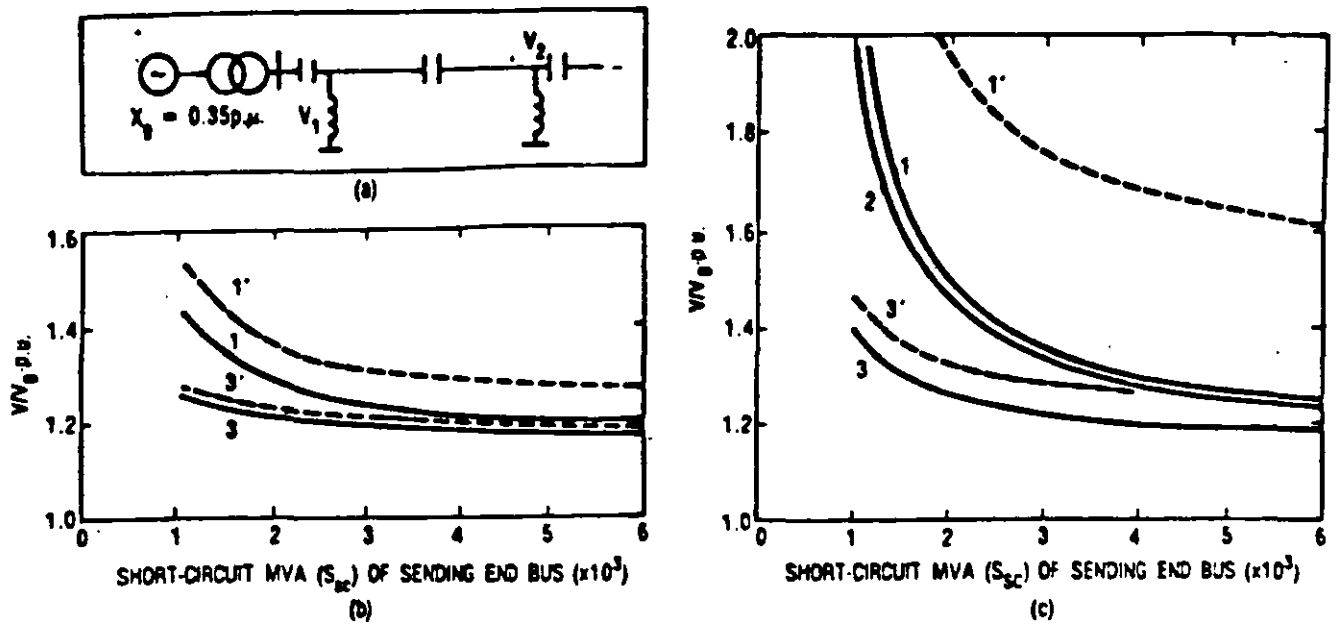


Figura 6. Sobretensiones a frecuencia nominal causados por rechazo de carga: a) diagrama, b) línea de 300 km de longitud, c) línea de 600 km de longitud. 1 y 1' sin compensación, 2 con compensación capacitiva en serie de 50%, 3 y 3' con 50% de compensación en serie y 70% de compensación en paralelo. 1, 2 y 3 son voltajes en el nodo de envío, 1' y 3' son voltajes en el nodo de recepción. Voltaje nominal 400 kV, carga inicial 33% del nivel de corto circuito del nodo de envío. Se supone un incremento en la velocidad del generador de 10% y se desprecian pérdidas.

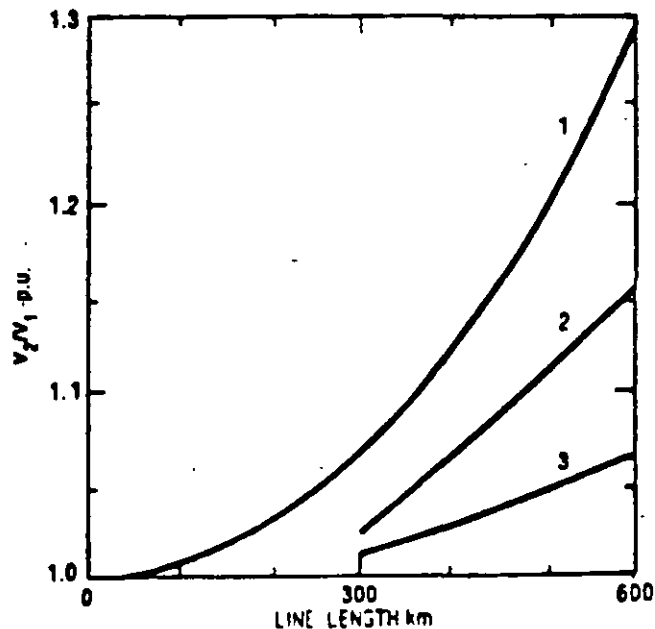


Figura 7. Magnitud de sobretensiones debidas al Efecto Ferranti: (1) sin compensación, (2) compensación en serie de 50% y (3) 50% de compensación en serie, 70% de compensación en paralelo.

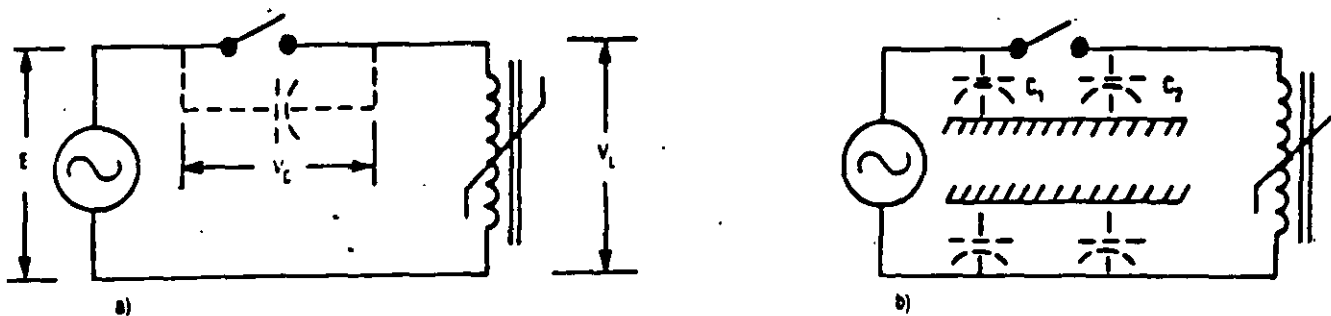


Figura 8. Circuitos sujetos a ferrorresonancia: a) excitación por medio de la capacitancia entre los contactos de un interruptor abierto, b) excitación por medio de una capacitancia a tierra.

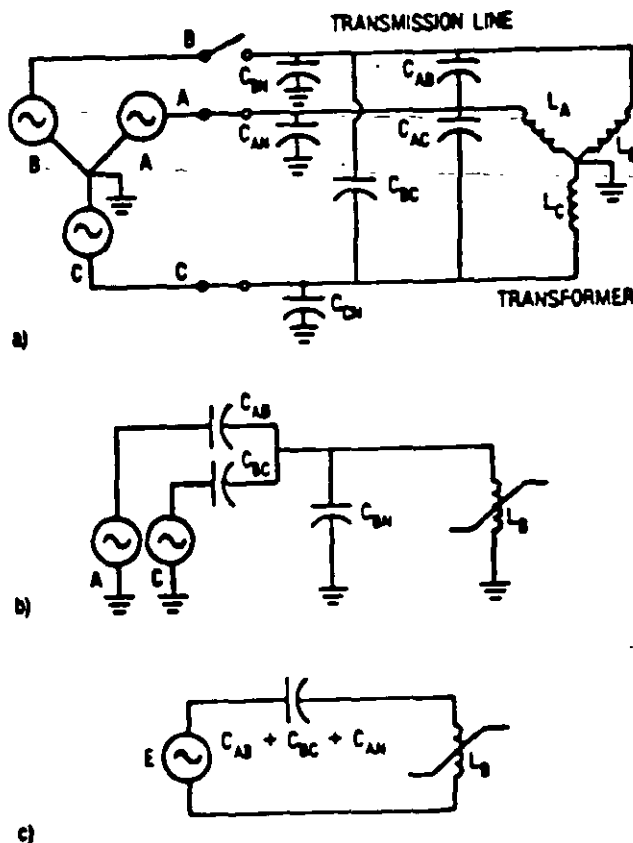


Figura 9. Circuito trifásico con fase B abierta, sujeto a ferrorresonancia: a) representación trifásica, b) y c) circuitos equivalentes simplificados.

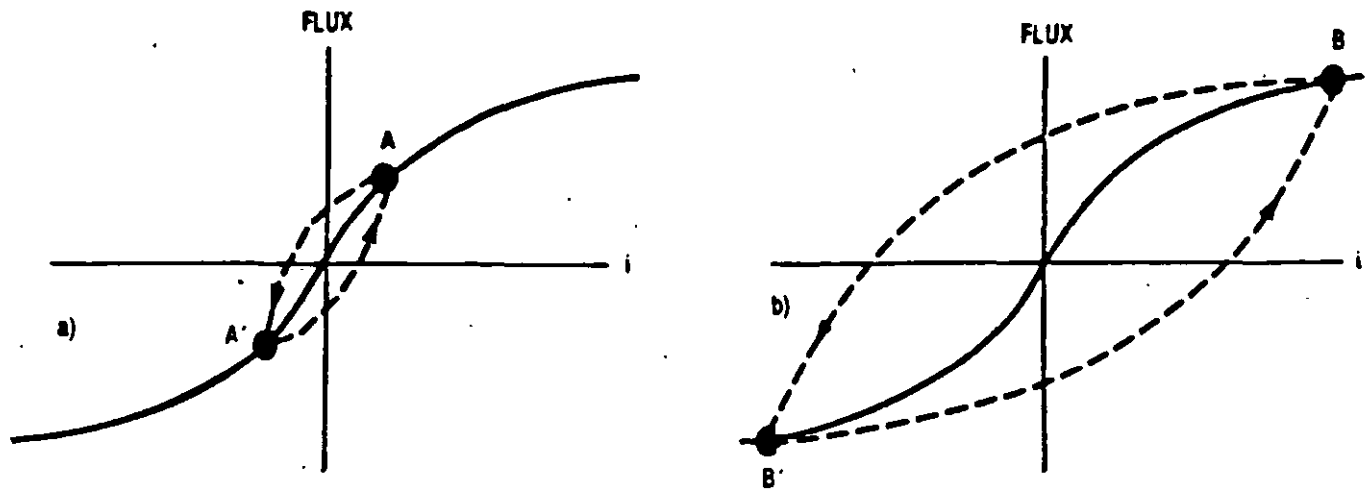


Figura 10. Operación de un elemento ferromagnético: a) en la región lineal y b) en la región saturada.

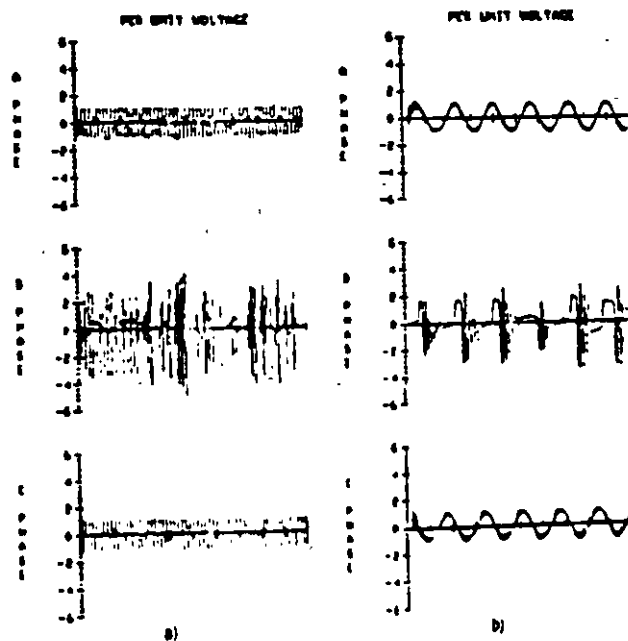


Figura 11. Voltajes ferroresonantes producidos por la apertura de la fase B (ver Figura 9): a) escala 100 ms/div b) escala 10 ms/div.

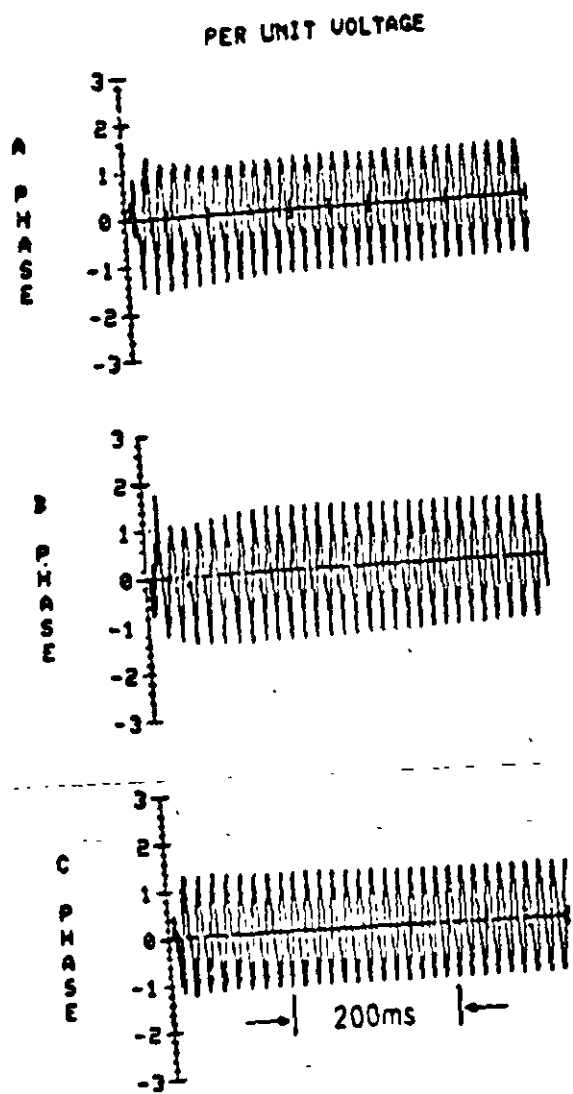


Figura 12. Sobretensión temporal producida al energizar una línea terminada en un transformador.

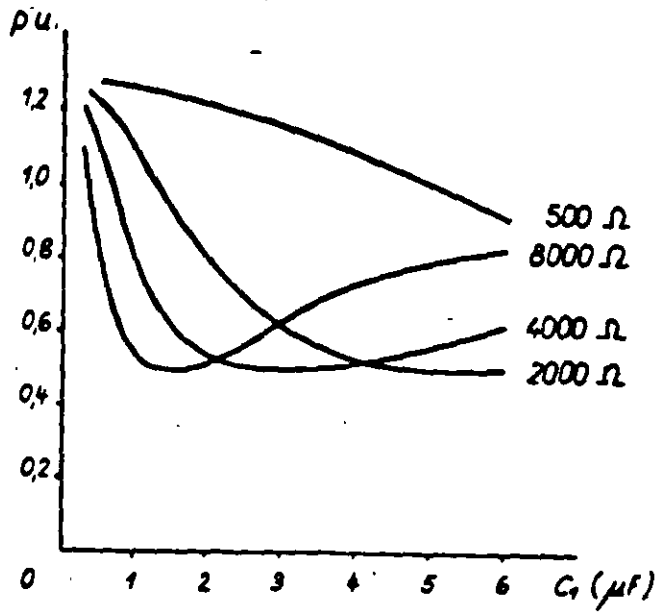


Figura 13. Variación del valor en por unidad de la carga atrapada, en función de la capacitancia total de la línea y el valor de la resistencia de preinserción.

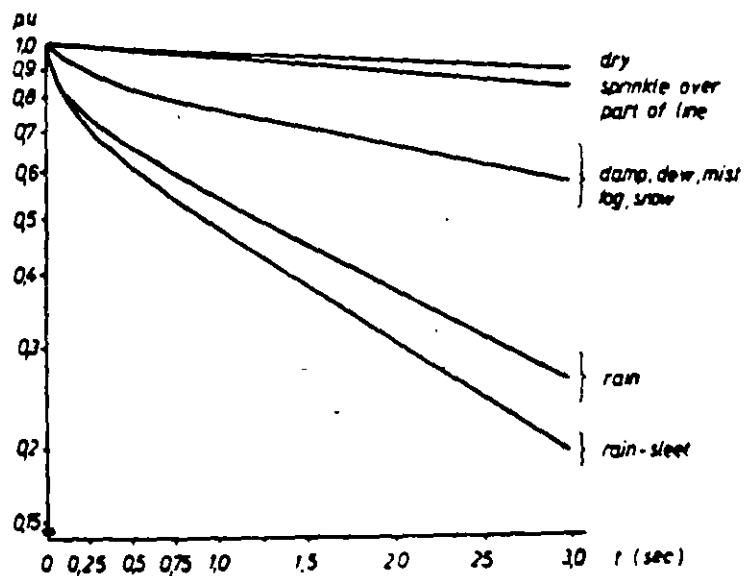


Figura 14. Variación del valor por unidad de la carga atrapada en una línea en función del tiempo y las condiciones atmosféricas.

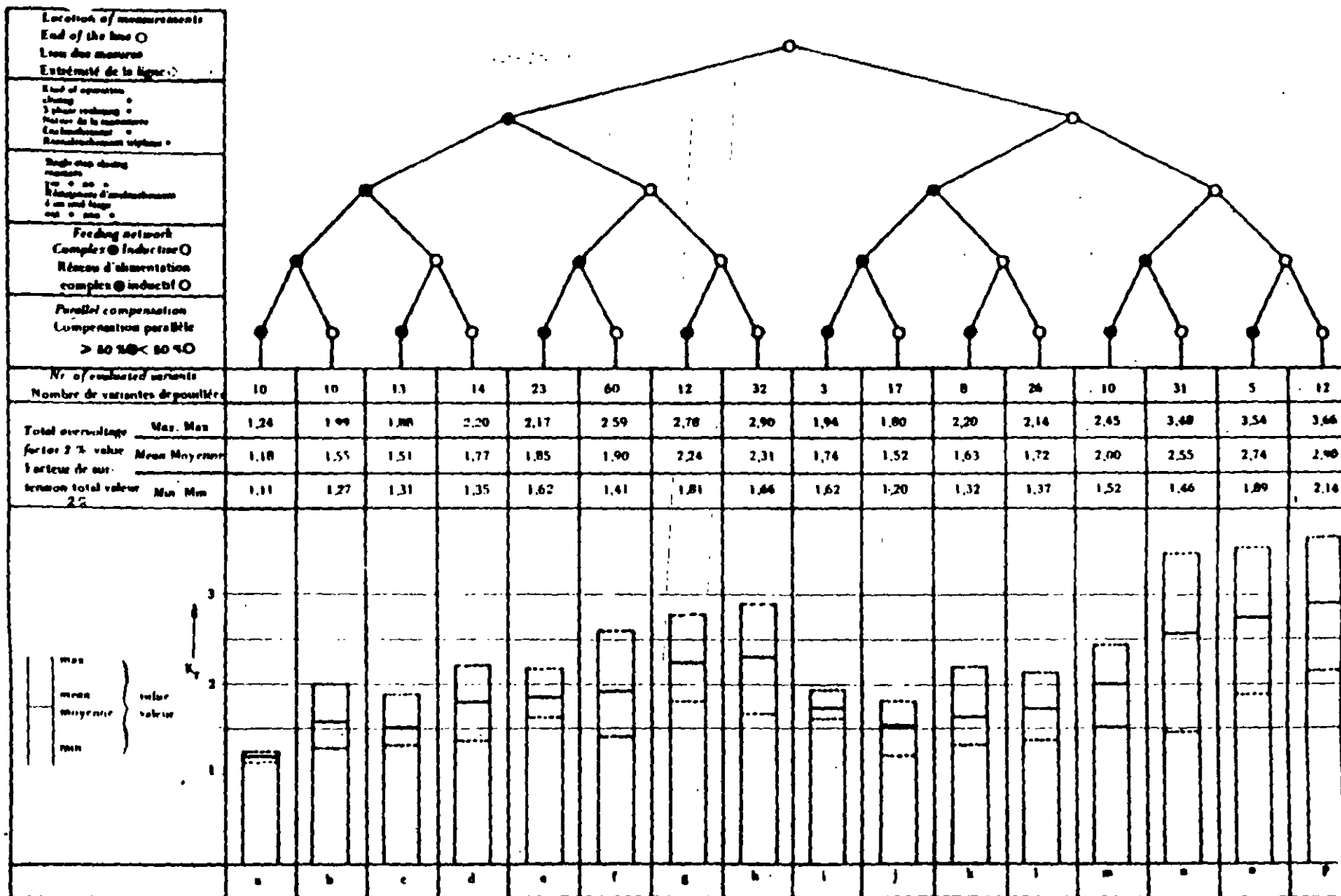


Figura 15. Factores de sobretensión debidos a cierre y recierre de líneas de transmisión.

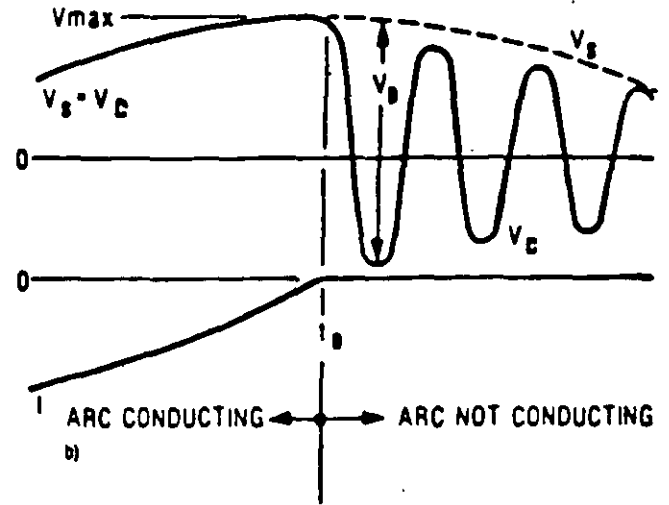
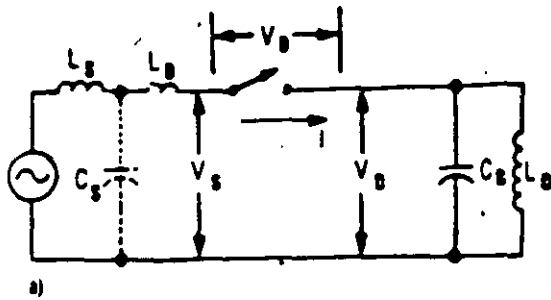


Figura 16. Circuito elemental para analizar las sobretensiones por maniobras en sistemas con cargas inductivas: a) circuito, b) voltajes y corrientes.

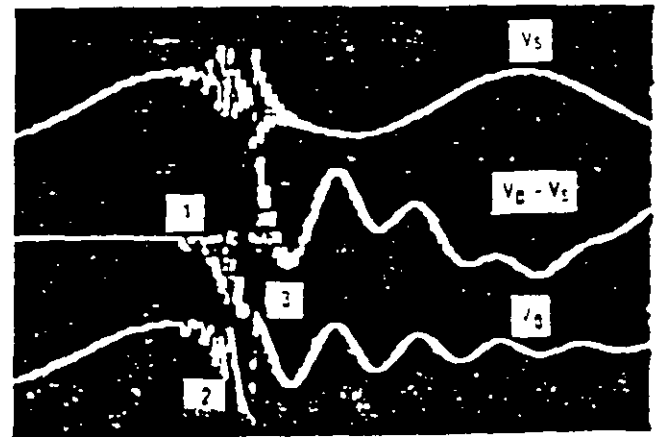
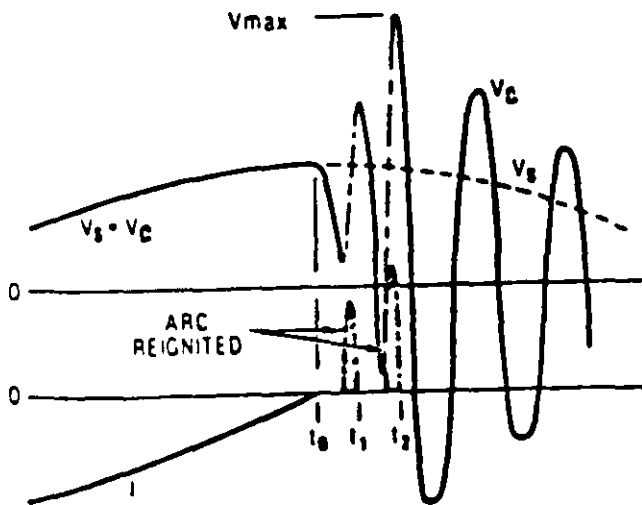


Figura 17. Reignición del arco en el interruptor y escalación en el voltaje.

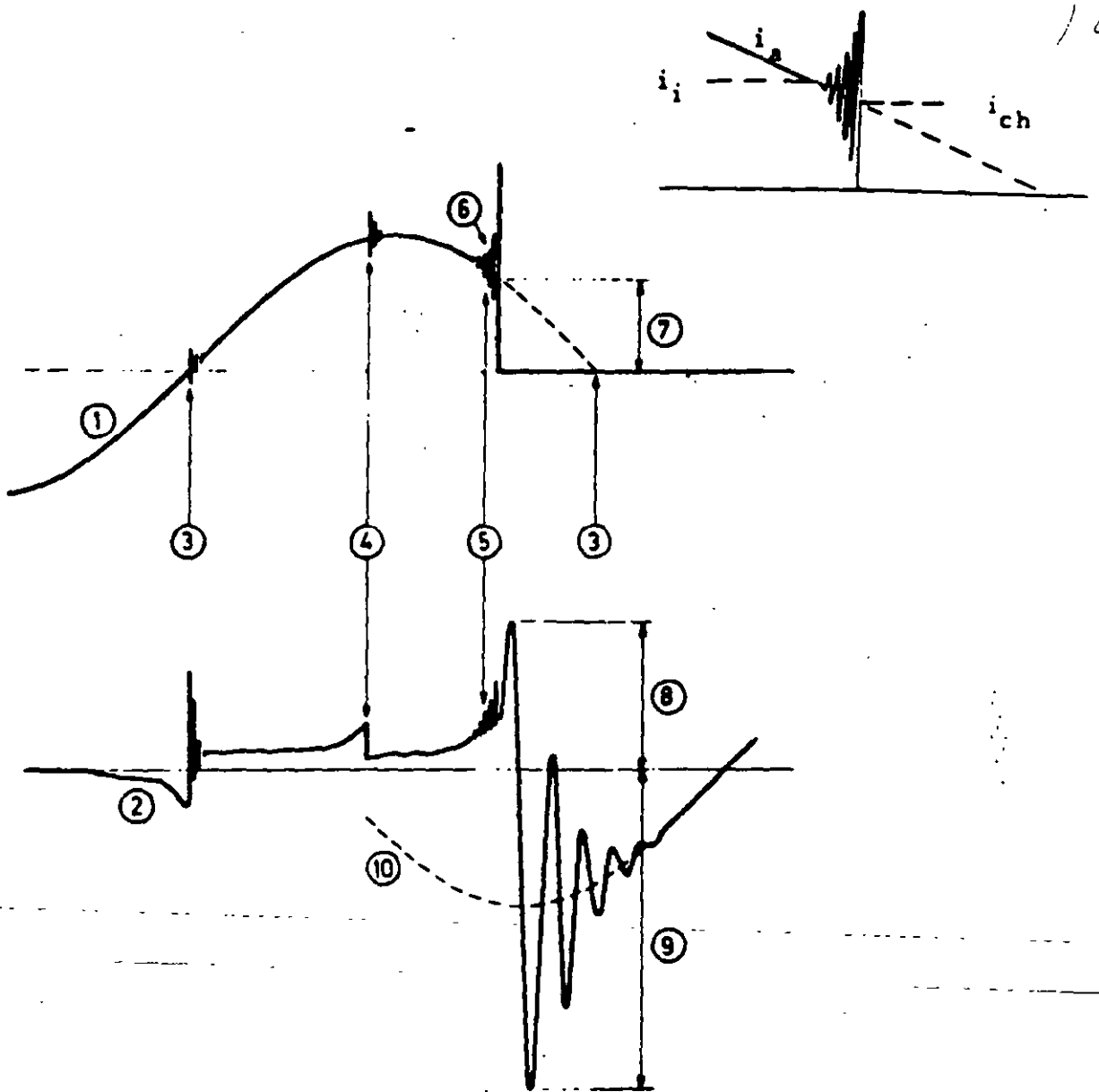
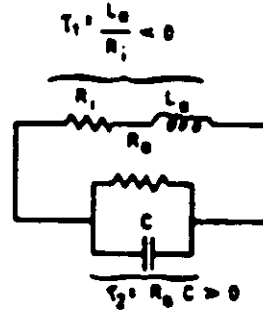
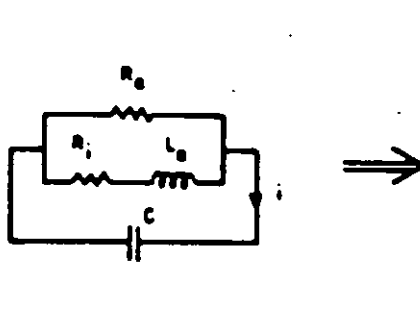
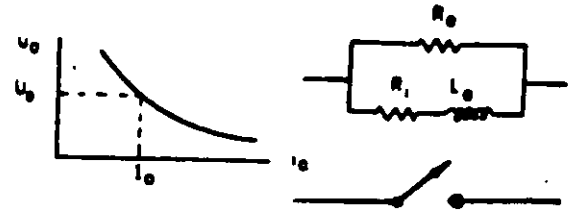
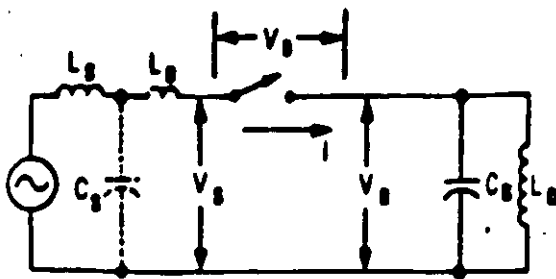


Figura 18. Corriente y voltaje en el arco entre los contactos de un interruptor, para el caso de una interrupción prematura de la corriente

Definiciones:

- (1) Corriente circulando por el interruptor ($i_a(t)$)
- (2) Voltaje entre los contactos del interruptor
- (3) Disminución normal de la corriente a cero
- (4) Inestabilidad en el arco que no causa corte prematuro
- (5) Inestabilidad en el arco con corte prematuro
- (6) Oscilación inestable
- (7) Magnitud de la corriente al momento de corte (i_{ch})
- (8) Voltaje de supresión
- (9) Voltaje máximo de recuperación
- (10) Voltaje de alimentación



$$R_0 = \frac{U_0}{I_0}$$

$$R_i = \frac{-a R_0}{1+a}$$

$$L_e = \frac{\theta R_0}{1+a}$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_2} \right) \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0$$

$$\tau_1 = L_e/R_i; \tau_2 = R_0 C; \omega_0^2 = \frac{R_0 + R_i}{R_0} \cdot \frac{1}{L_e C}$$

$$i(t) = I e^{-t/\tau} \cos(\omega_1 t + \phi)$$

$$1/\tau = \frac{1}{2} (1/\tau_1 + 1/\tau_2); \omega_1 = \sqrt{(\omega_0^2 - 1/\tau^2)}$$

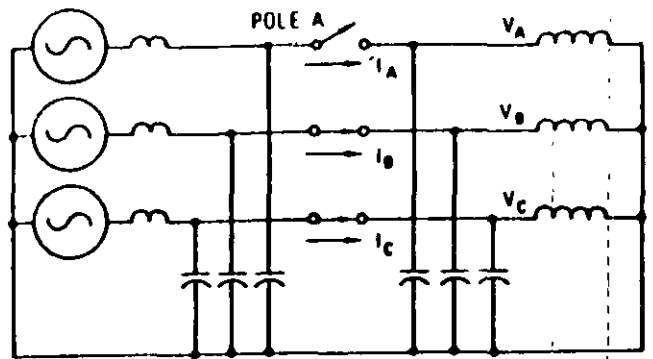
$$R_0 = \eta I_0^{-(a+1)}$$

$$I_{ch}^{a+1} = \frac{a \eta C}{\theta}$$

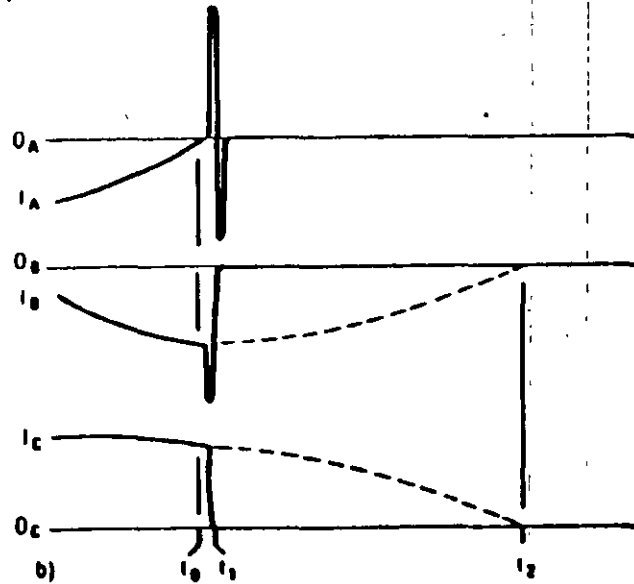
$$I_{ch} = \sqrt{\frac{\eta C}{\theta}}$$

$$\sqrt{\frac{\eta C}{\theta}} = \begin{cases} \text{oil-minimum} & (7 \dots 10) \times 10^4 \\ \text{SF}_6 & (4 \dots 17) \times 10^4 \\ \text{air-blast} & (15 \dots 20) \times 10^4 \end{cases}$$

Figura 19. Circuito equivalente y análisis del modelo estático del arco en un interruptor sujeto a corte prematuro de una pequeña corriente inductiva.



a)



b)

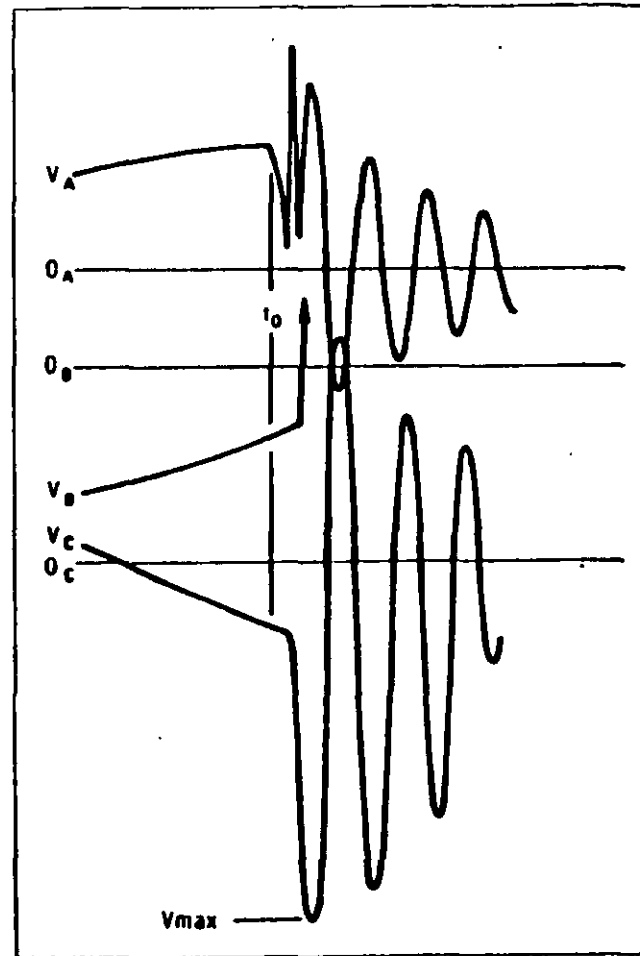


Figura 20. Corte virtual de corriente en un circuito trifásico con carga inductiva: a) circuito, b) corrientes, c) voltajes.

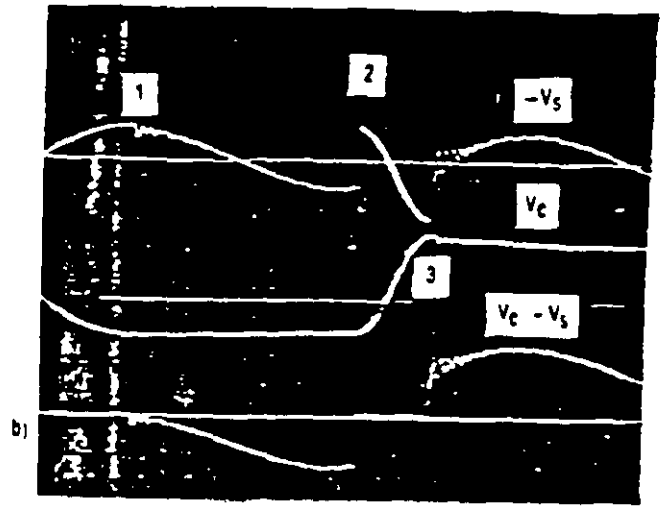
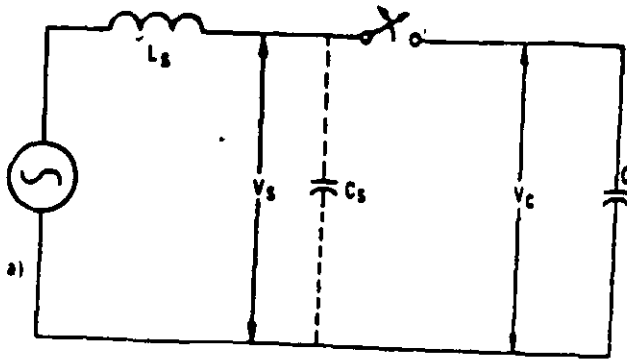


Figura 21. Maniobra en un circuito capacitivo a) circuito, b) voltajes en la fuente V_s , la carga V_c y voltaje de recuperación transitoria en el interruptor $V_c - V_s$.

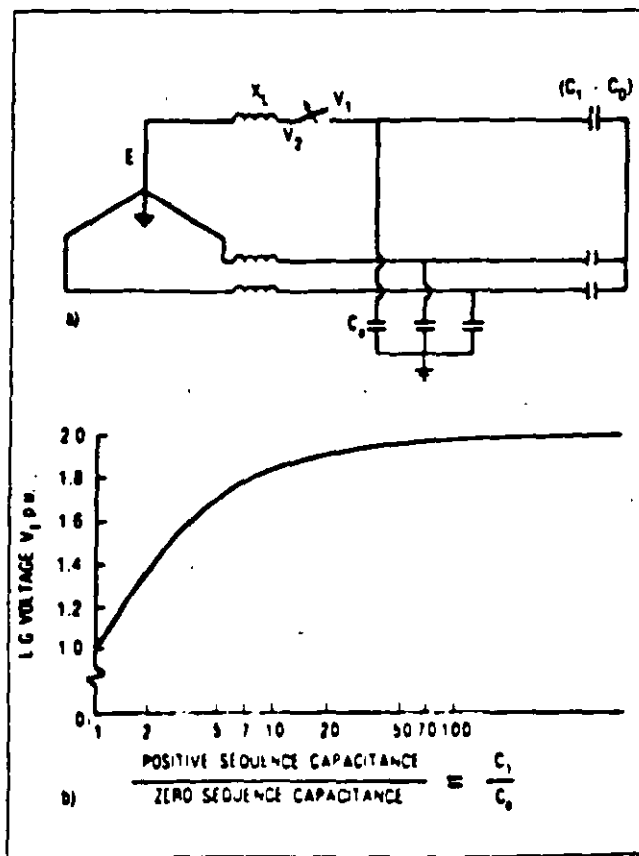


Figura 22. Factor de sobretensión producido al abrir una de las fases de un sistema trifásico con carga capacitiva, suponiendo que no hay reignición del arco: a) circuito, b) relación entre la sobretensión y las capacitancias de secuencias positiva y cero.

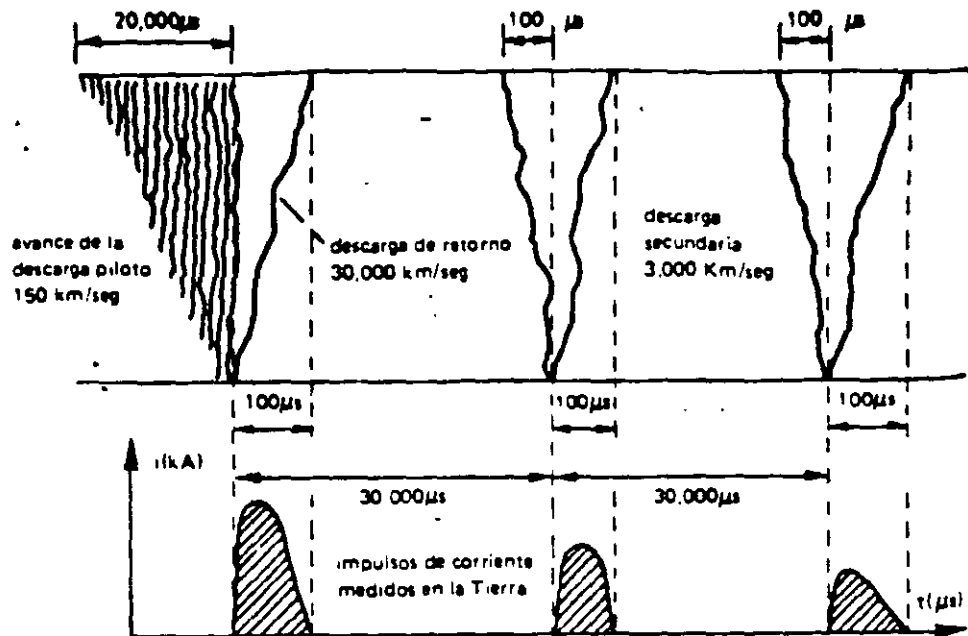


Figura 23. Representación gráfica de una descarga atmosférica formada por una guía descendente, primer rayo de retorno, guía flecha y rayos de retorno subsecuentes.

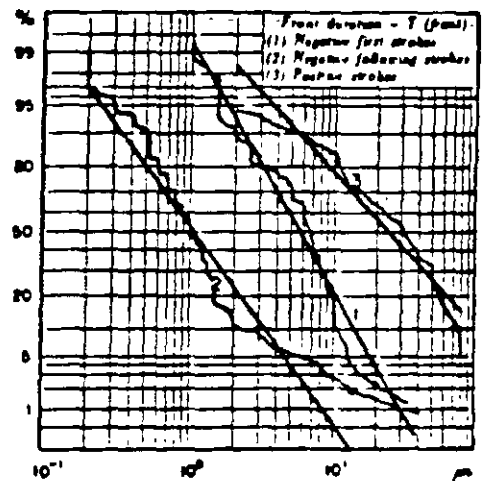
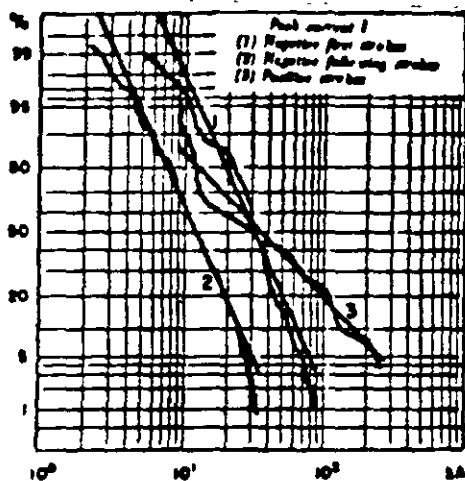


Figura 24. Distribuciones acumuladas de frecuencias para las magnitudes y tiempos en el frente de corrientes de rayos de retorno (obtenidas por Berger).

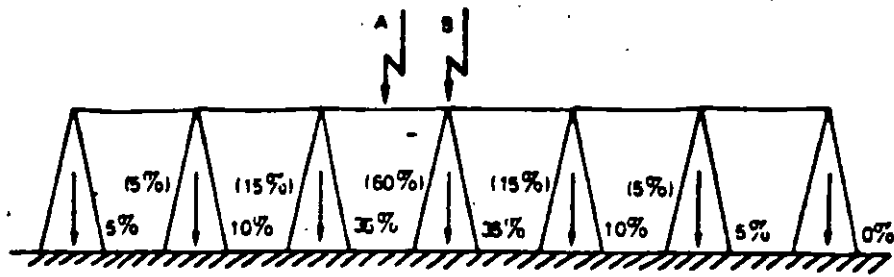


Figura 25. Distribucion de la corriente inyectada a una línea de transmisión por una descarga atmosférica directa a la mitad de la distancia entre torres y directa a una de las torres.

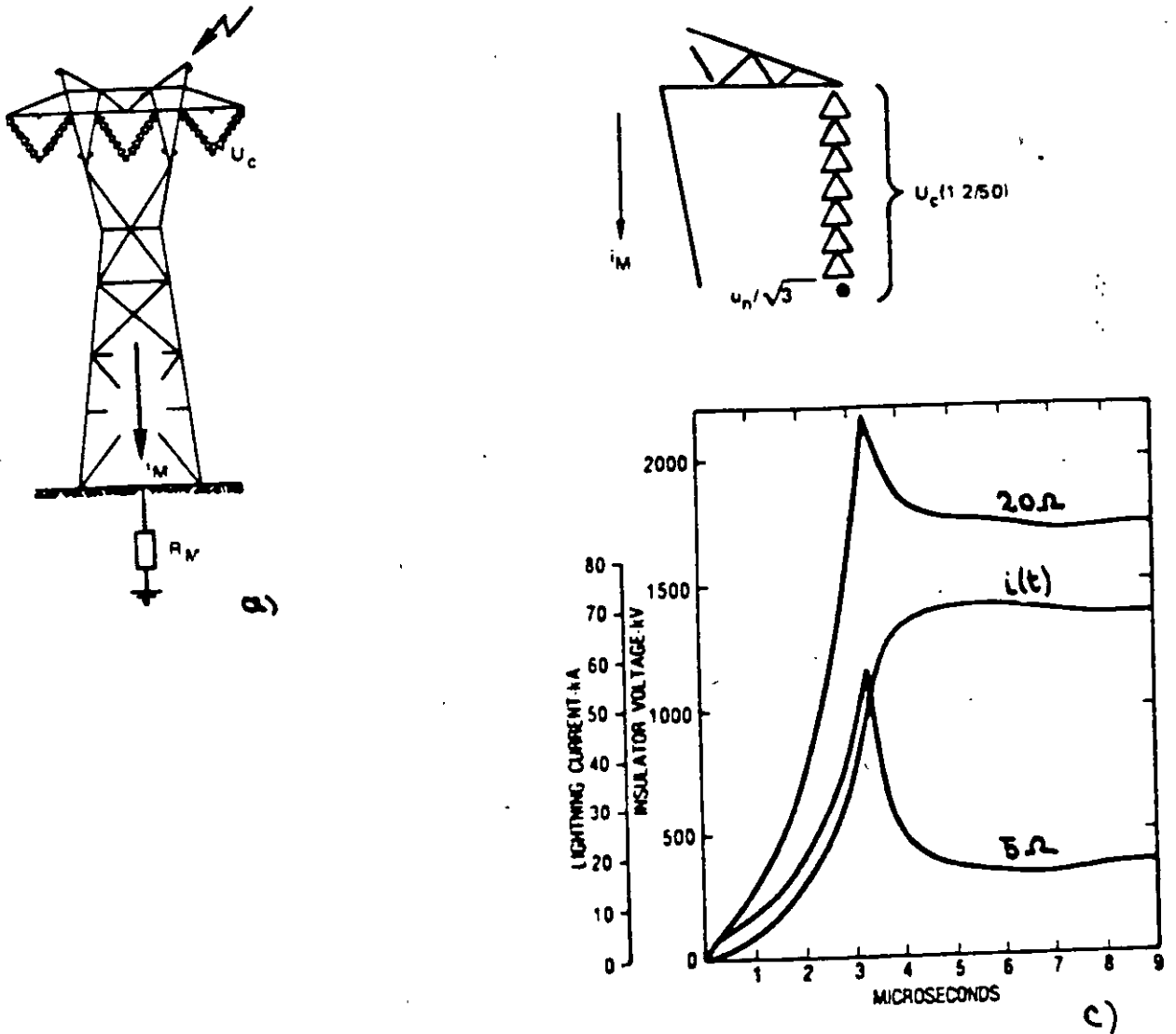


Figura 26. Descarga directa al hilo de guarda y la torre de transmisión: a) esquema, b) circuito equivalente, c) forma típica de la sobretensión producida en la torre para resistencias a tierra de 5 y 20 Ω y forma de onda de la corriente.

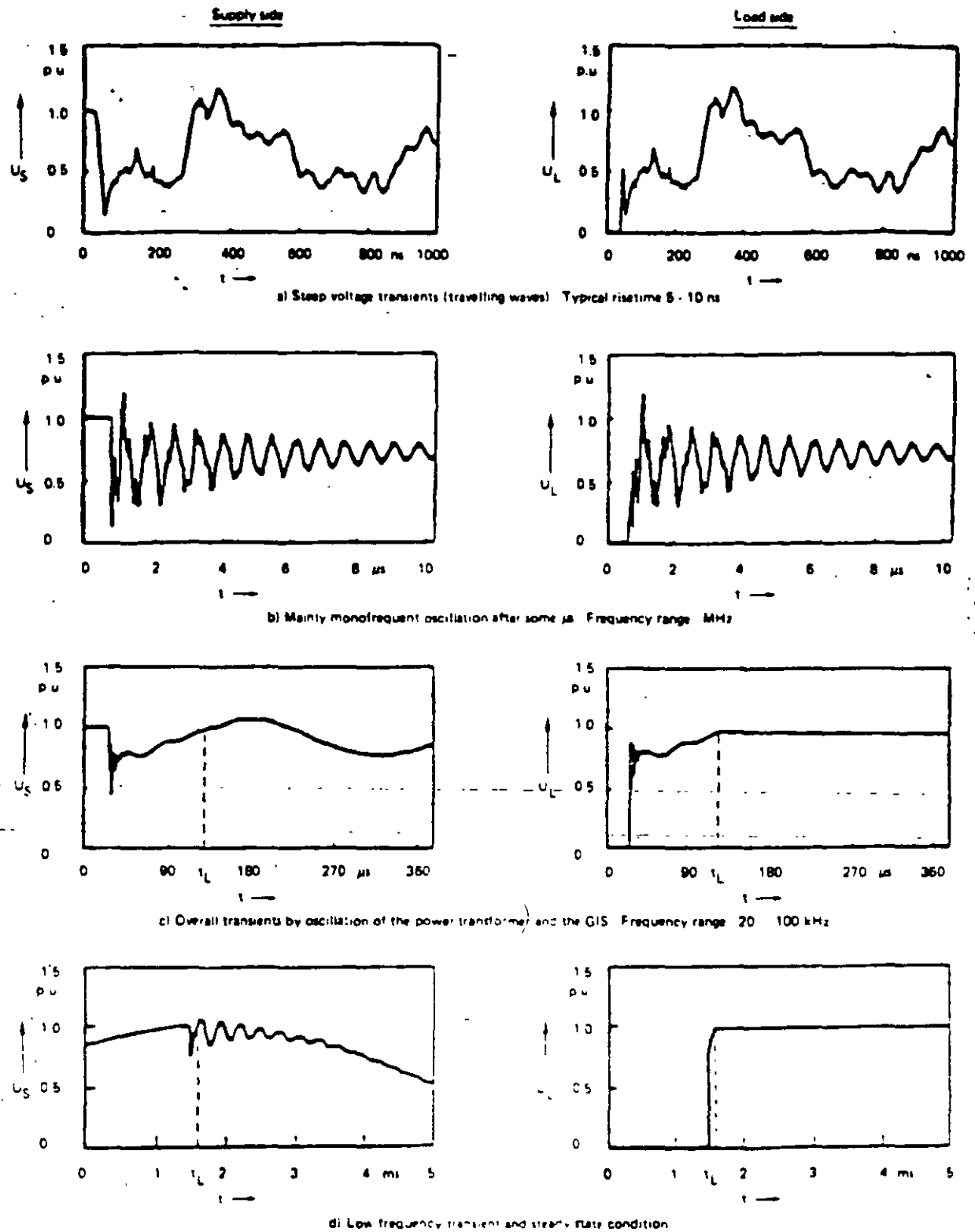


Figura 27. Algunas sobretensiones por maniobra, medidas en subestaciones aisladas con SF6.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VI CURSO INTERNACIONAL DE
SISTEMAS ELÉCTRICOS
DE POTENCIA**

MÓDULO II

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA II

TEMA:

WAVE PROPAGATION

**EXPOSITOR: ING. ARTURO MORALES COLLANTES
1997**

I. WAVE PROPAGATION

I.1. INTRODUCTION

I.11. TYPES OF OVERVOLTAGES

LIGHTNING STROKES
SWITCHING SURGES
ARCING GROUNDS
RESONANCE VOLTAGES

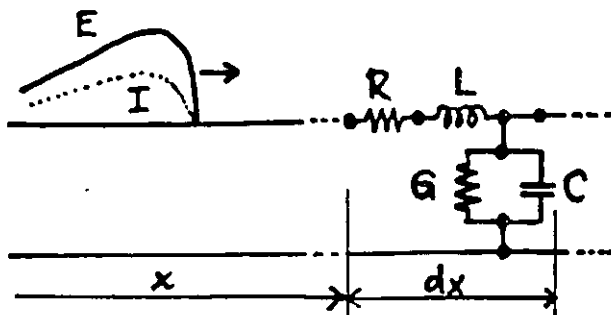
I.12. LIGHTNING STROKES

FREQUENCY OF OCCURRENCE
STATISTICAL DATA

MAGNITUDE
DURATION
RELEVANT PARAMETERS

I.13. MODELING LINES

DISTRIBUTED PARAMETERS
TRANSMISSION LINE DIFF. EQUATIONS



$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \gamma^2 E$$
$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = \gamma^2 I$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + sL)(G + sC)}$$

1.2. IMPORTANT PARAMETERS

1.2.1. PROPAGATION CONSTANT

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{Z_{\text{LINE}} Y_{\text{LINE}}}$$

α = ATTENUATION CONSTANT

β = PHASE CONSTANT

1.2.2. CHARACTERISTIC (SURGE) IMPEDANCE

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z_{\text{LINE}}}{Y_{\text{LINE}}}} \quad e = Z_0 i \quad Y_0 = \frac{1}{Z_0}$$

1.2.3. LOSSLESS LINE: $R = 0, G = 0$.

$$\gamma = s\sqrt{LC}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

1.2.4. DISTORTIONLESS LINE: $\frac{L}{R} = \frac{C}{G}$

1.3. LINE PARAMETERS, SIMPLE CASES

1.3.1. OVERHEAD CONDUCTOR

$$L = 2 \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{2h}{r} \right) 10^{-4} \text{ H/km}$$

$$C = \frac{10^{-6}}{18 \ln \frac{2h}{r}} \text{ F/km}$$

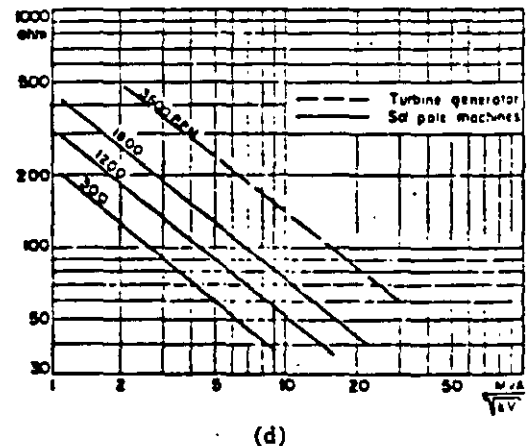
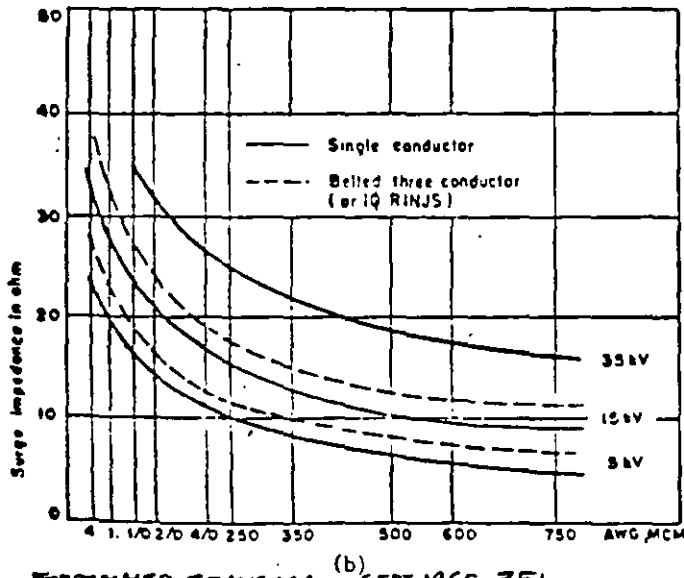
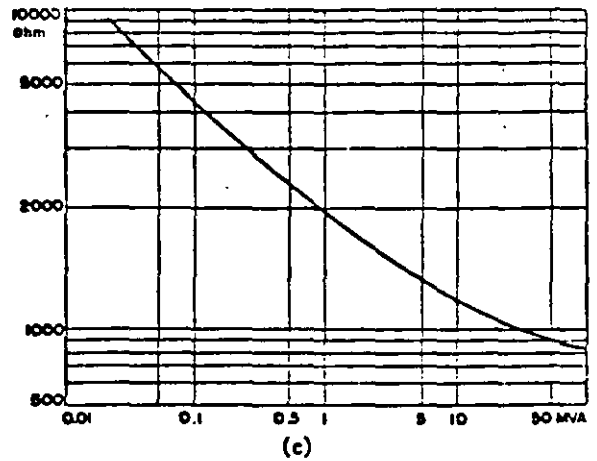
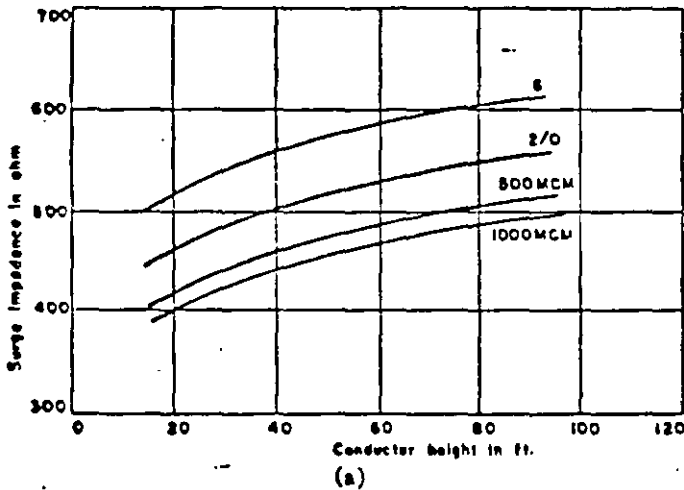
1.3.2. CABLE (ONE CONDUCTOR)

$$L \cong 2 \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{R}{r} \right) 10^{-4} \text{ H/km}$$

$$C = k \frac{10^{-6}}{18 \ln \frac{R}{r}} \text{ F/km}$$

1.3.3. THREE PHASE SYSTEMS

1.4. SURGE IMPEDANCE CHARTS



FORSTMAIER, TRANS. IGA, SEPT. 1965, 351
 Surge impedances. (a) Surge impedance of overhead conductors. (b) Surge impedance of paper insulated lead covered cables. (c) Surge impedance per phase for transformers α (high-voltage term). (d) Surge impedance per phase for synchronous machines

TYPICAL VALUES:
 OVERHEAD LINES: 400-600 OHMS
 CABLES: 10-40 OHMS, AROUND 25 OHMS
 TRANSFORMERS: THOUSANDS OF OHMS
 SYN. MACHINES: SEVERAL HUNDREDS OF OHMS

1.5. VELOCITY OF PROPAGATION

$$v \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} = 300 \text{ m}/\mu\text{s}$$

$$v = \frac{v_{\text{LIGHT}}}{\sqrt{k \mu}}$$

1.6. MATHEMATICAL EXPRESSION OF E AND I

basic

$$E = e^{\gamma x} f_1(t) + e^{-\gamma x} f_2(t)$$

$$I = -\frac{1}{Z_0} \left[e^{\gamma x} f_1(t) - e^{-\gamma x} f_2(t) \right]$$

$$E = f_1\left(t + \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t - \frac{x}{v}\right) = E_{\text{BACKWARD}} + E_{\text{FORWARD}}$$

$$I = -\frac{1}{Z_0} \left[f_1\left(t + \frac{x}{v}\right) - f_2\left(t - \frac{x}{v}\right) \right] = -I_{\text{BACKWARD}} + I_{\text{FORWARD}}$$

1.7. POLARITIES

FORWARD (INCIDENT) WAVES

$$E_f = Z_0 I_f$$

BACKWARD (REFLECTED) WAVES

$$E_r = -Z_0 I_r$$

1.8. SHAPE OF WAVES

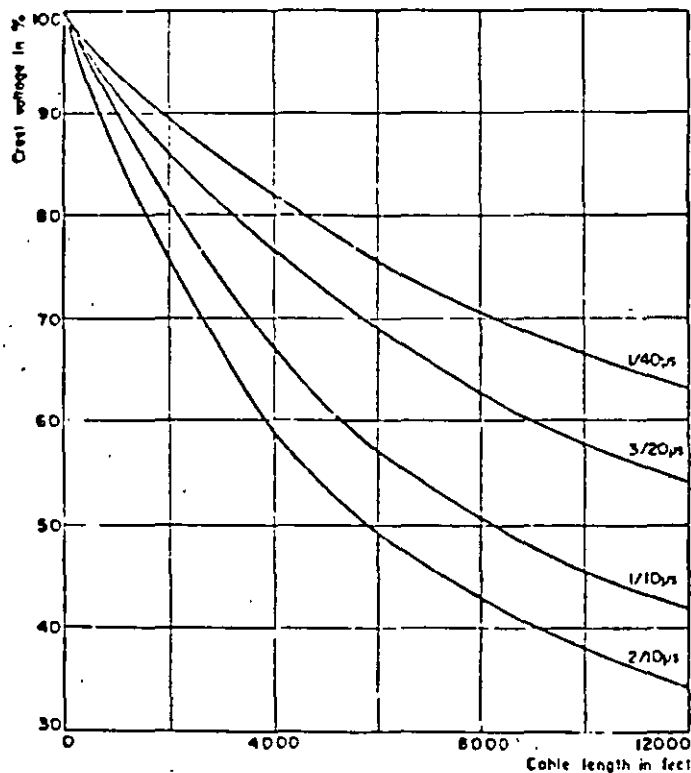
1.81. SPECIFICATIONS

ANSI: 1.2×50

1.82. APPROXIMATIONS

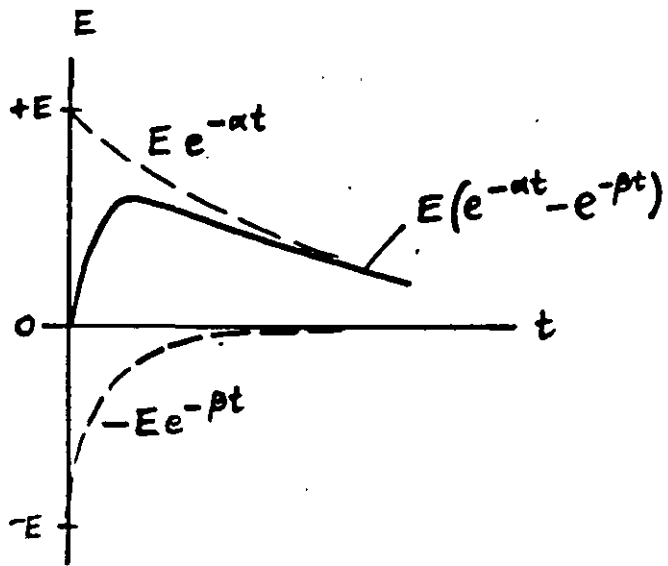
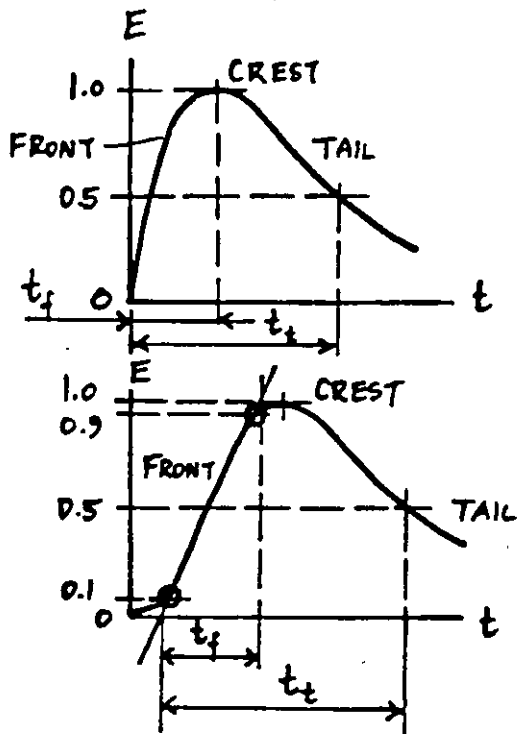
1.9. ATTENUATION AND DISTORTION

LOSSES
CORONA
GROUND
SKIN EFFECT
CHANGING L AND C



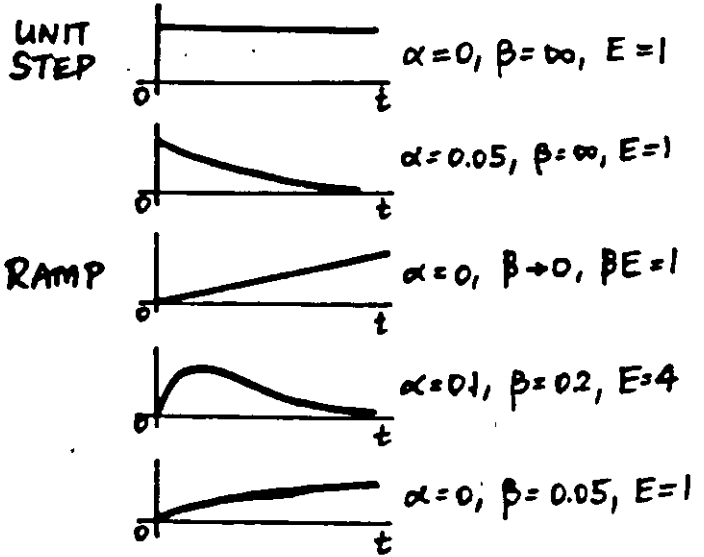
EFFECT OF
DISTANCE

Fig. 4. Surge attenuation in cables as function of cable length.
POSTMAIER, TRANS. ICA, SEPT. 1965, 352



SPECIFICATION OF A TRAVELING WAVE:
 $(t_f) \times (t_t)$ in μ seconds:
 $1.2 \times 50, 5 \times 10$

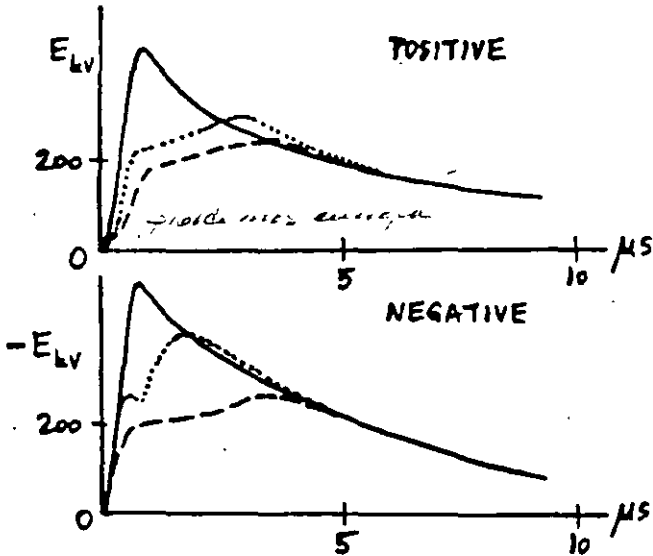
TRAVELING WAVE AS THE SUM OF TWO EXPONENTIAL FUNCTIONS



APPROXIMATION BY RECTANGULAR COMPONENTS

WAVESHAPES APPROXIMATED BY $e = E(e^{-at} - e^{-pt})$

SHAW, EC 71

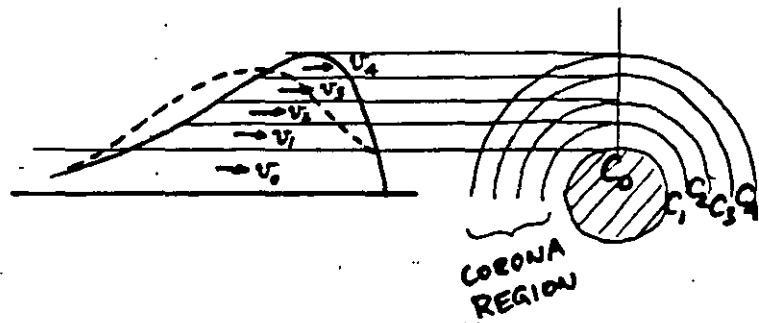


MODIFICATION OF SURGES WITH DISTANCE TRAVELED:

- AT START (0 MI.)
- AT 1.5 MILES
- - - AT 5 MILES

La señalación producida entre antenas
 es justificada por los efectos del efecto
 corona (quiere gran de la frecuencia de
 los surcos, y de los surcos en el
 Pulso Tridimensional

EFFECT OF CORONA ON WAVE DISTORTION:



WAVE:

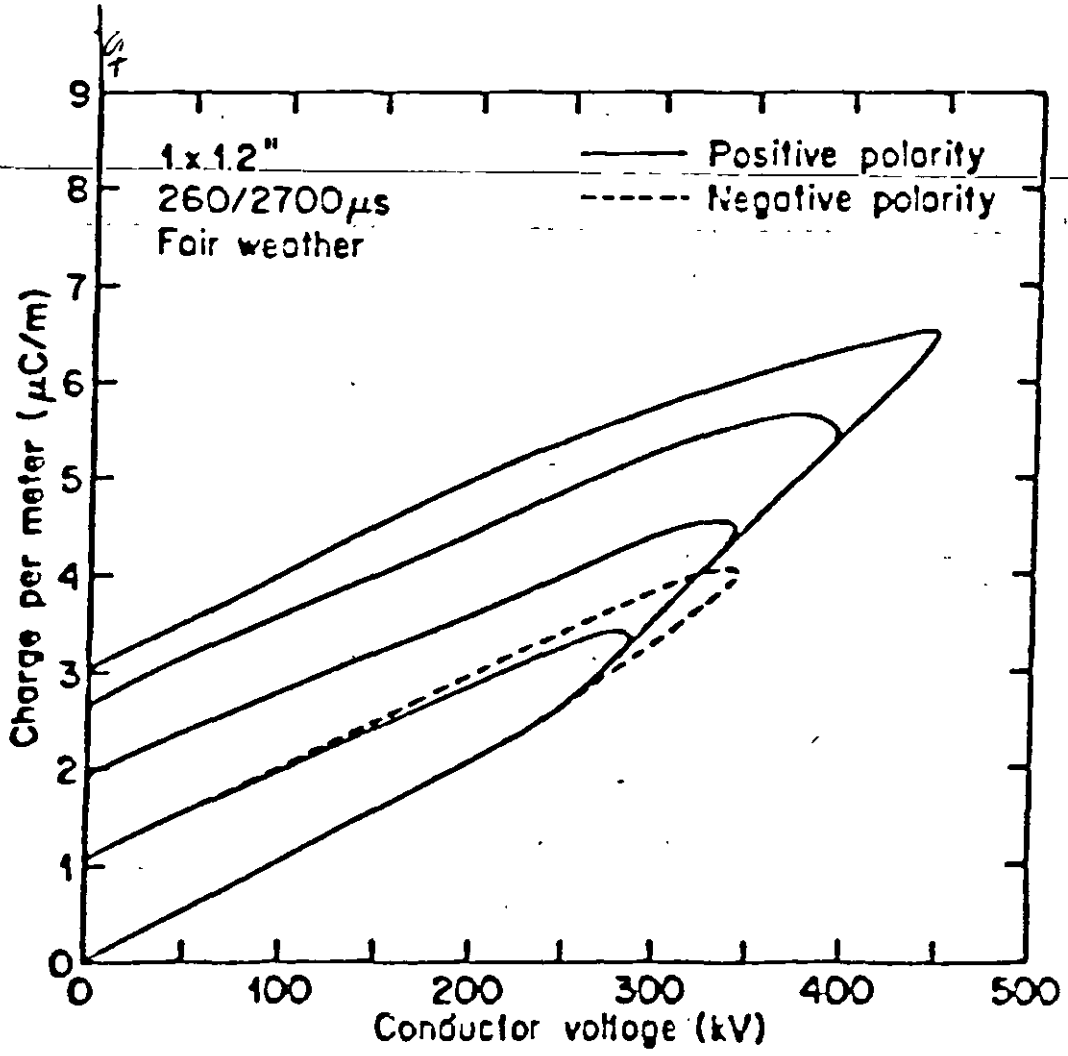
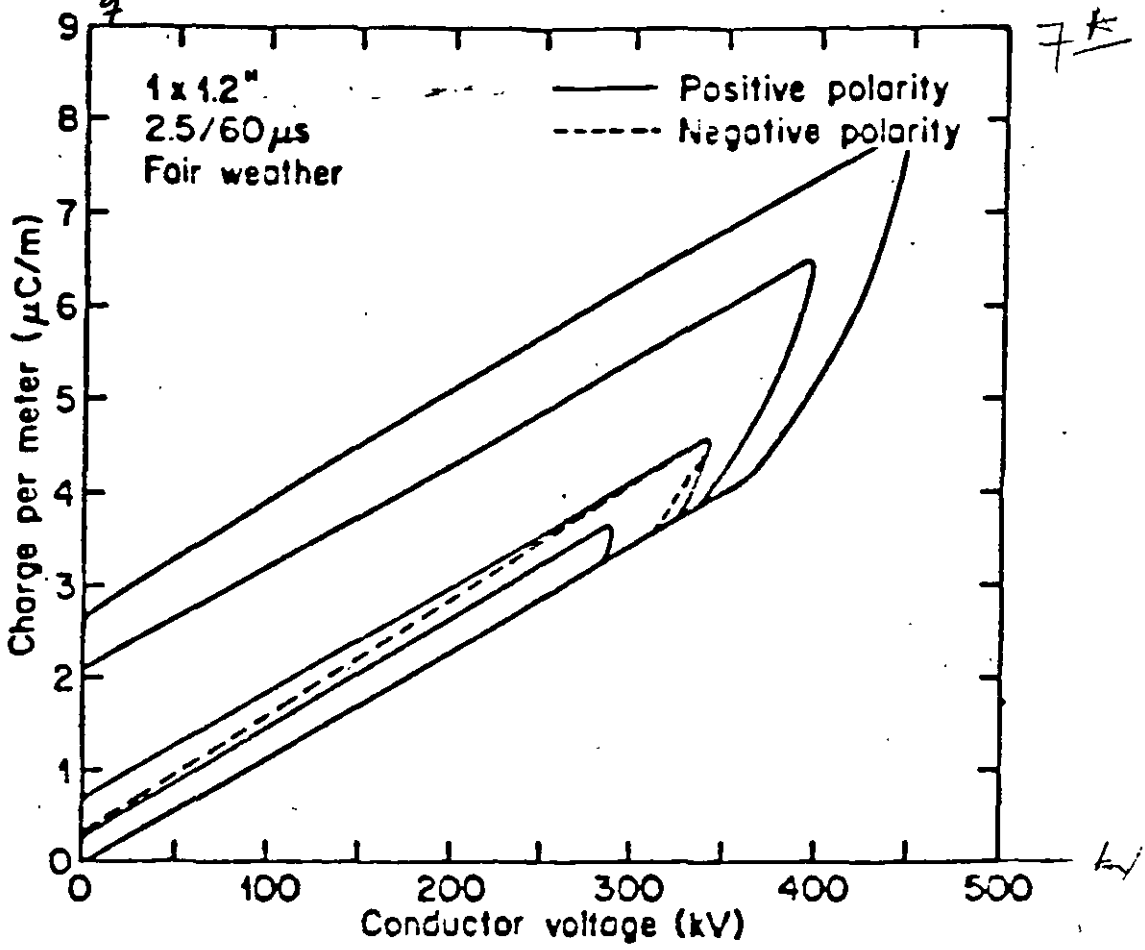
$$v_k = \frac{1}{\sqrt{LC_k}}$$

si

$$C_k: C_0 < C_1 < C_2 < C_3 < C_4 \dots$$

$$v_k: v_0 > v_1 > v_2 > v_3 > v_4 \dots$$

1988 Electricité France realizó
 estudio de efecto corona



2. REFLECTION OF WAVES

2.1. GENERAL TRANSITION POINT

2.11. PRACTICAL CASES (NEXT PAGE)

TERMINAL CONDITIONS

JUNCTIONS

JUNCTIONS WITH SHUNT ELEMENTS

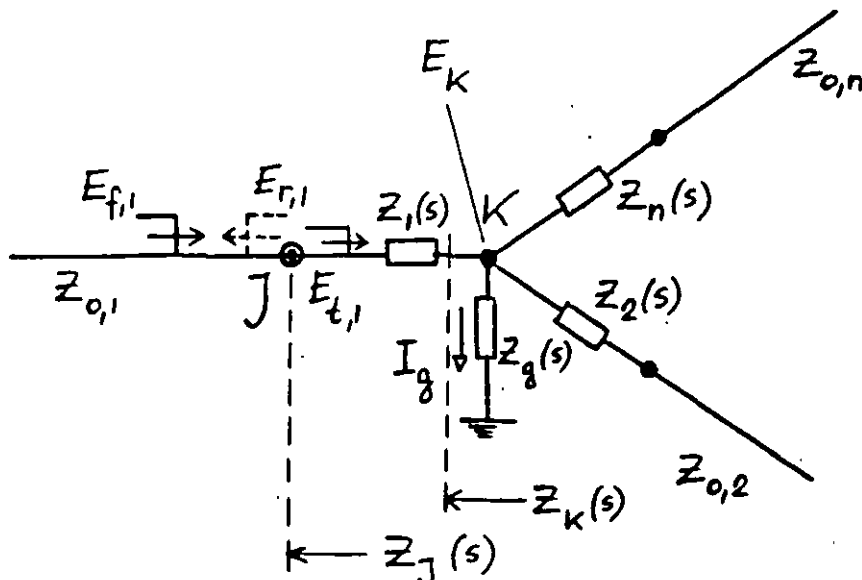
2.12. GENERAL TRANSITION POINT

$$\frac{E_{f,i}}{I_{f,i}} = Z_{0,i} \quad \frac{E_{r,i}}{I_{r,i}} = -Z_{0,i} \quad \frac{E_{t,i}}{I_{t,i}} = Z_{0,i}$$

$$E_{t,1} = E_{f,1} + E_{r,1}$$

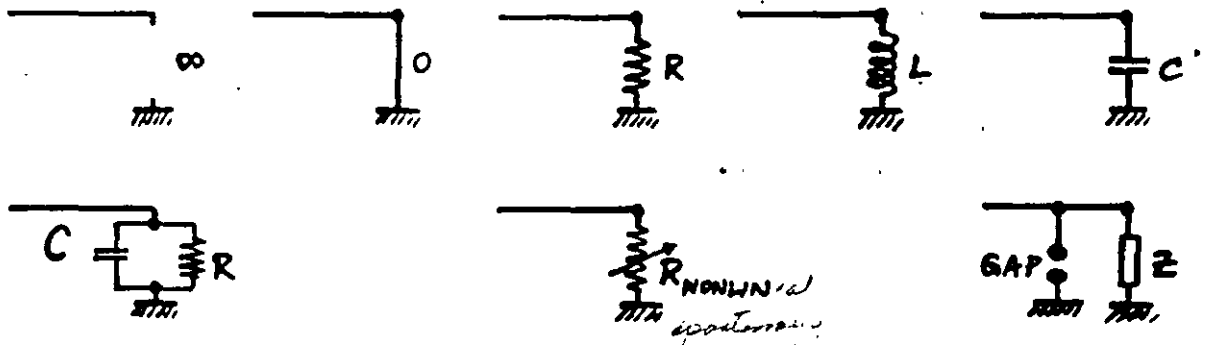
$$I_{t,1} = I_{f,1} + I_{r,1}$$

$$Z_j(s) = Z_1(s) + Z_k(s) = Z_1(s) + \frac{1}{\frac{1}{Z_g(s)} + \sum_{i=2}^n \frac{1}{Z_i(s) + Z_{0,i}}}$$

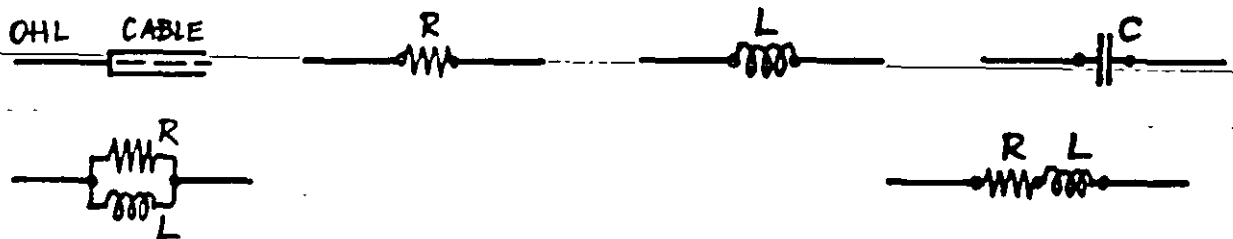


TYPICAL EXAMPLES:

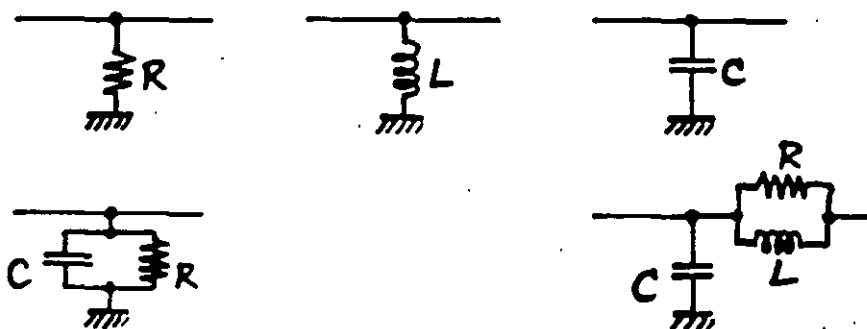
TERMINAL CONDITIONS:



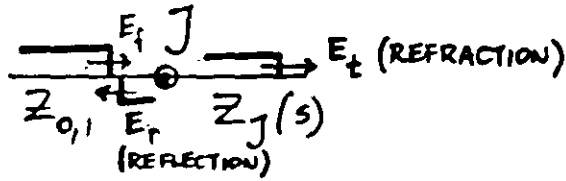
JUNCTIONS AND SERIES ELEMENTS:



JUNCTIONS AND SHUNT ELEMENTS:



2.13. REFLECTION COEFFICIENTS AT J



$$a_E = \frac{Z_j - Z_0}{Z_j + Z_0}$$

$$E_r = a_E E_f$$

$$a_I = -\frac{Z_j - Z_0}{Z_j + Z_0}$$

$$I_r = a_I I_f$$

2.14. REFRACTION COEFFICIENTS AT J

$$b_E = \frac{2Z_j}{Z_j + Z_0}$$

$$E_t = b_E E_f$$

$$b_I = \frac{2Z_0}{Z_j + Z_0}$$

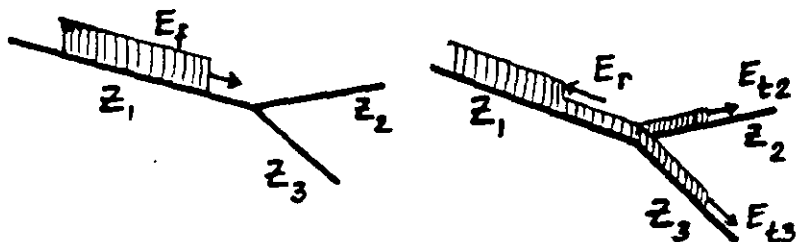
$$I_t = b_I I_f$$

2.15. a AND b RELATIONSHIPS

$$a_I = -a_E$$

$$b_I = 1 - a_E = 1 + a_I$$

$$b_E = 1 + a_E = 1 - a_I$$



2.2. LINE TERMINATED BY A RESISTANCE



R	∞ O.C.	Z_0	0 S.H.C.
Z_j	∞	Z_0	0
a_E	1	0	-1
a_I	-1	0	1
b_E	2	1	0
b_I	0	1	2
E_r	E_f	0	$-E_f$
$E_f + E_r$	$2E_f$	E_f	0
I_r	$-I_f$	0	I_f
$I_f + I_r$	0	I_f	$2I_f$

DUALITY

CABLE - OVERHEAD LINE AND
OVERHEAD LINE - CABLE JUNCTIONS

2.3. INDUCTIVE AND CAPACITIVE ELEMENTS

2.31. ASSUMPTIONS

FRONT OF TRAVELING WAVE

$$\omega \approx \infty$$

$$\omega L = \infty \quad \frac{1}{\omega C} = 0$$

TAIL OF TRAVELING WAVE

$$\omega \approx 0$$

$$\omega L = 0 \quad \frac{1}{\omega C} = \infty$$

2.32. TERMINATIONS

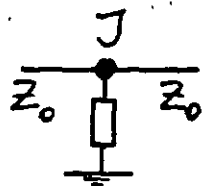
INDUCTIVE O.C. \rightarrow SH.C.

CAPACITIVE SH.C. \rightarrow O.C.

2.33. SHUNT ELEMENT AT JUNCTION

INDUCTIVE O.C. \rightarrow SH.C.

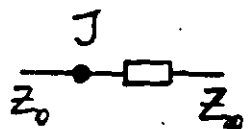
CAPACITIVE SH.C. \rightarrow O.C.



2.34. SERIES ELEMENT INSERTION

INDUCTIVE O.C. \rightarrow SH.C.

CAPACITIVE SH.C. \rightarrow O.C.



2.35. COMPUTATIONS, FLOWCHART

$$Z_0 \quad Z_j(s)$$

$$a_E(s) \quad a_I(s) \quad b_E(s) \quad b_I(s)$$

$$\propto [1/\text{sec}]$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

$$E_r(s) = a_E(s) \cdot E_f(s) \quad \longrightarrow \quad e_r(t)$$

$$e_{\text{total}} = e_f(t) + e_r(t)$$

$$e_t(t)$$

$$e_{\text{series}}(t) = e_{\text{total}} - e_t(t)$$

$$i_r(t) = -\frac{e_r(t)}{Z_0}$$

$$i_{\text{total}} = i_f(t) + i_r(t)$$

$$i_t(t) = \frac{e_t(t)}{Z_0}$$

$$i_{\text{shunt}}(t) = i_{\text{total}} - i_t(t)$$

CHARTS FOR

VOLTAGES AND CURRENTS VS. TIME

VOLTAGES AND CURRENTS ALONG LINE

2.4. SPECIAL CASES WITH AN INDUCTANCE OR A CAPACITANCE

2.41. INDUCTIVE TERMINATION

$$Z_j(s) = sL$$

$$a = \frac{Z_j(s) - Z_0}{Z_j(s) + Z_0} = \frac{s - \alpha}{s + \alpha}$$

$$\alpha = \frac{Z_0}{L} \text{ 1/sec}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

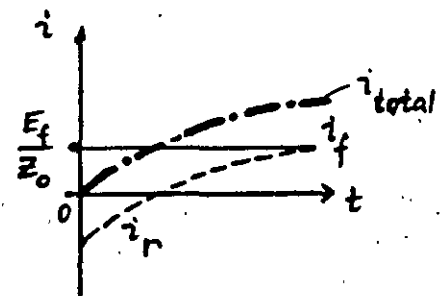
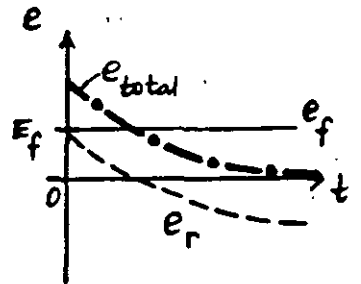
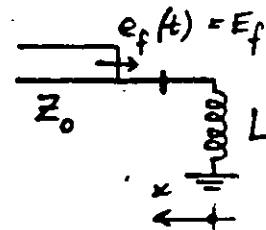
$$E_r(s) = a E_f(s) = \frac{E_f}{s} \frac{s - \alpha}{s + \alpha}$$

$$e_r(t) = E_f (2e^{-\alpha t} - 1)$$

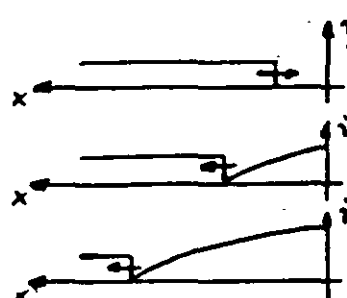
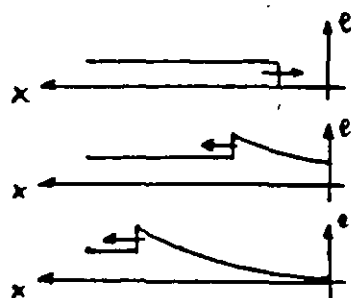
$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = 2E_f e^{-\alpha t}$$

$$i_r(t) = -\frac{e_r(t)}{Z_0} = \frac{E_f}{Z_0} (1 - 2e^{-\alpha t})$$

$$i_{total} = i_f(t) + i_r(t) = \frac{2E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.42. CAPACITIVE TERMINATION

$$Z_j(s) = \frac{1}{sC}$$

$$a = \frac{\alpha - s}{\alpha + s}$$

$$\alpha = \frac{1}{Z_0 C} \quad 1/\text{sec}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

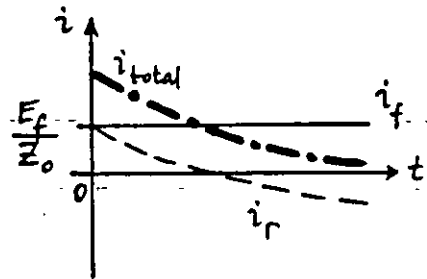
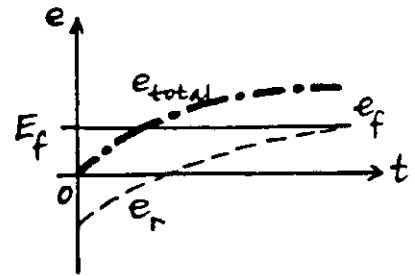
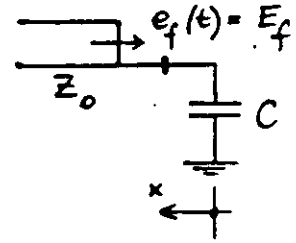
$$\rightarrow E_r(s) = \frac{E_f}{s} \frac{\alpha - s}{\alpha + s}$$

$$e_r(t) = E_f (1 - 2e^{-\alpha t})$$

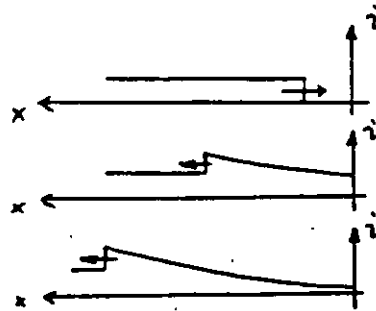
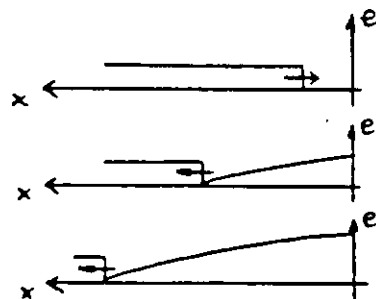
$$e_{\text{total}} = e_f(t) + e_r(t) = 2E_f (1 - e^{-\alpha t})$$

$$i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} (2e^{-\alpha t} - 1)$$

$$i_{\text{total}} = i_f(t) + i_r(t) = \frac{2E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.43. SHUNT INDUCTANCE

$$Z_J(s) = \frac{sL Z_0}{sL + Z_0}$$

$$a = -\frac{\alpha}{s + \alpha} \quad \alpha = \frac{Z_0}{2L}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

$$E_r(s) = -\frac{E_f}{s} \frac{\alpha}{s + \alpha}$$

$$e_r(t) = E_f (e^{-\alpha t} - 1)$$

$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = E_f e^{-\alpha t}$$

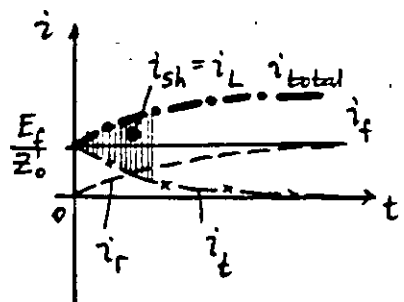
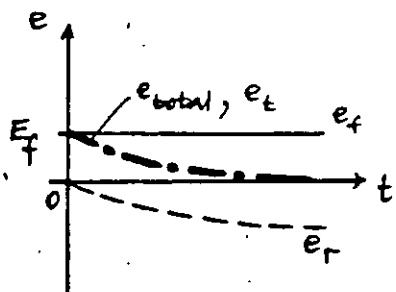
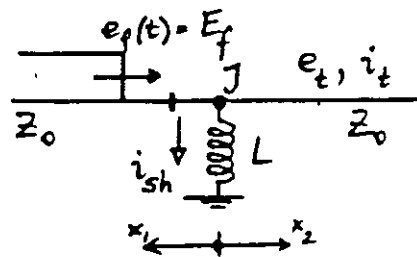
$$e_t(t) = e_{total}$$

$$i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$

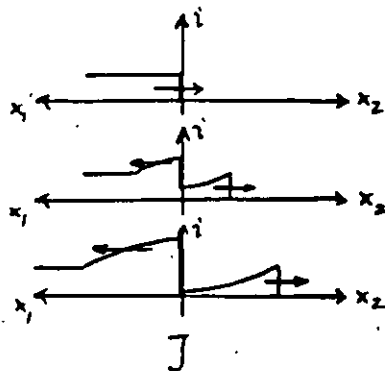
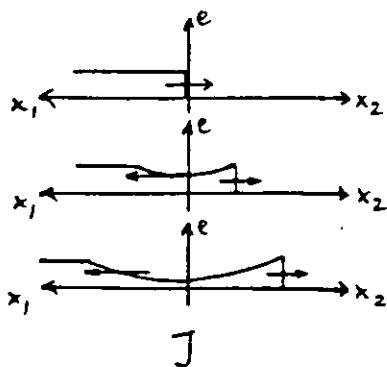
$$i_{total} = i_f(t) + i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} (2 - e^{-\alpha t})$$

$$i_t(t) = \frac{E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$

$$i_{sh}(t) = i_{total} - i_t(t) = \frac{2E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.44. SHUNT CAPACITANCE (MOTOR PROTECTION)

$$Z_j(s) = \frac{Z_0 / sC}{Z_0 + \frac{1}{sC}}$$

$$a = -\frac{s}{s+\alpha} \quad \alpha = \frac{2}{Z_0 C}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

$$E_r(s) = -E_f \frac{1}{s+\alpha}$$

$$e_r(t) = -E_f e^{-\alpha t}$$

$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = E_f (1 - e^{-\alpha t})$$

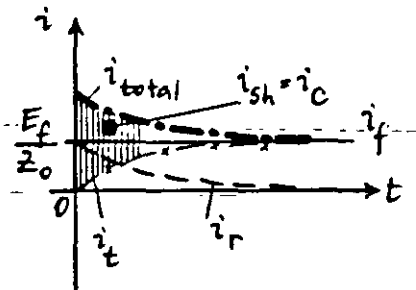
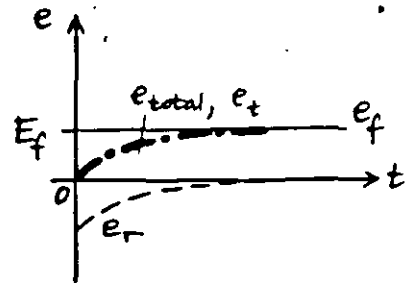
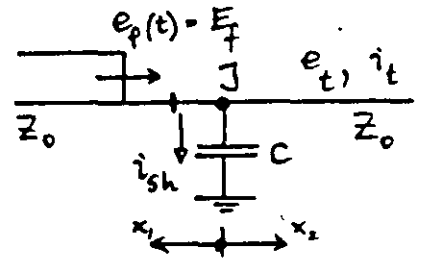
$$e_t(t) = e_{total}$$

$$i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$

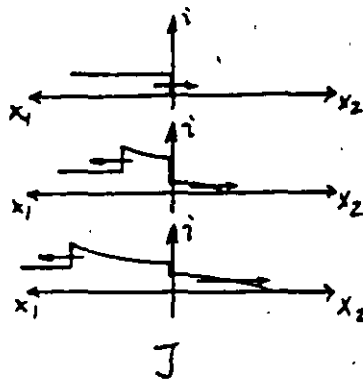
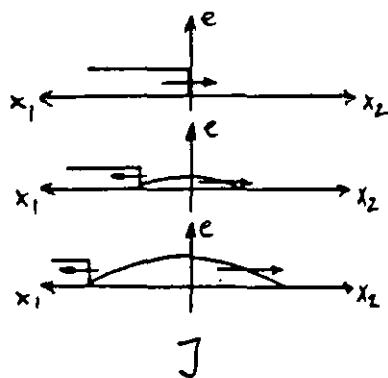
$$i_{total} = \frac{E_f}{Z_0} (1 + e^{-\alpha t})$$

$$i_t(t) = \frac{E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$

$$i_{sh}(t) = \frac{2E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.45. SERIES INDUCTANCE (MOTOR PROTECTION)

$$Z_j(s) = sL + Z_0$$

$$a = \frac{s}{s+\alpha} \quad \alpha = \frac{2Z_0}{L}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

$$E_r(s) = E_f \frac{1}{s+\alpha}$$

$$e_r(t) = E_f e^{-\alpha t}$$

$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = E_f (1 + e^{-\alpha t})$$

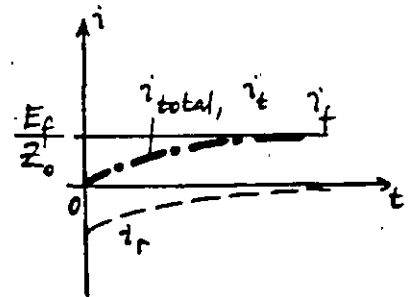
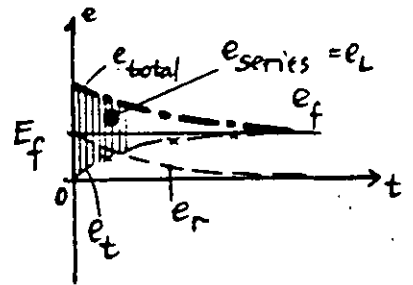
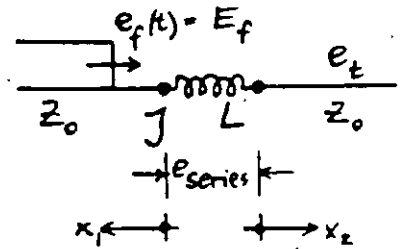
$$e_t(t) = E_f (1 - e^{-\alpha t})$$

$$e_{series} = e_{total} - e_t(t) = 2E_f e^{-\alpha t}$$

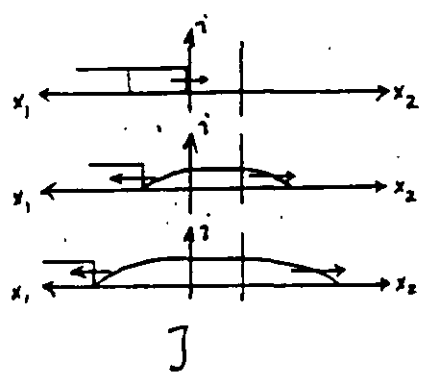
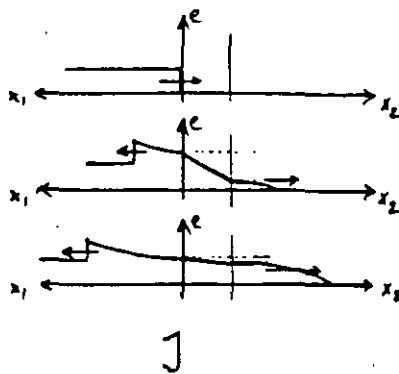
$$i_r(t) = -\frac{E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$

$$i_{total} = i_f(t) + i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$

$$i_t(t) = \frac{E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2. 46. SERIES CAPACITANCE

$$Z_J(s) = \frac{1}{sC} + Z_0$$

$$a = \frac{\alpha}{s + \alpha} \quad \alpha = \frac{1}{2Z_0 C}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

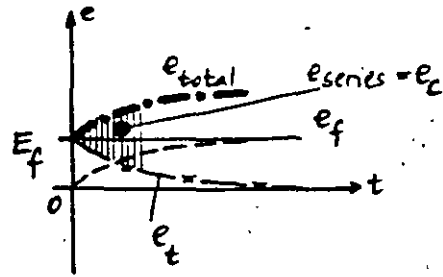
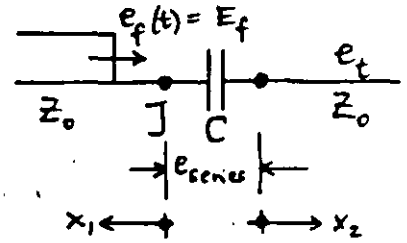
$$E_r(s) = \frac{E_f}{s} \frac{\alpha}{s + \alpha}$$

$$e_r(t) = E_f(1 - e^{-\alpha t})$$

$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = E_f(2 - e^{-\alpha t})$$

$$e_t(t) = E_f e^{-\alpha t}$$

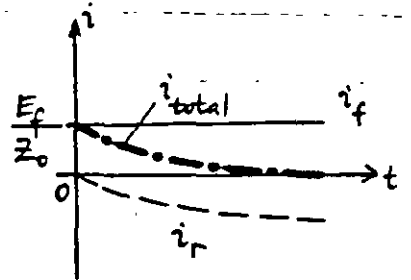
$$e_{series} = 2E_f(1 - e^{-\alpha t})$$



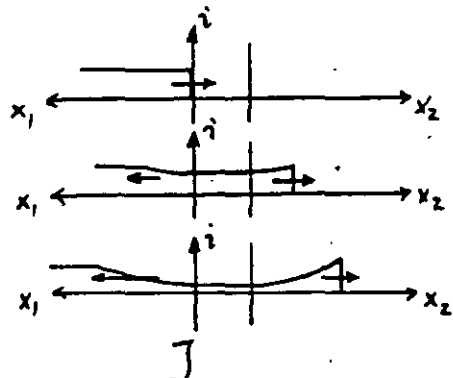
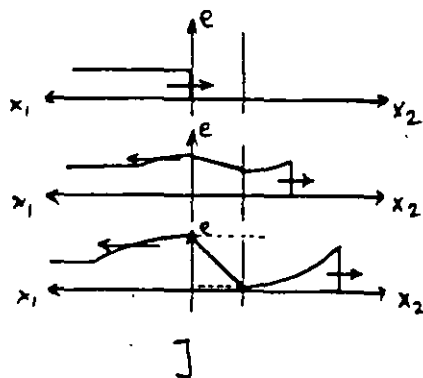
$$i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} (e^{-\alpha t} - 1)$$

$$i_{total} = i_f(t) + i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$

$$i_t(t) = \frac{E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.5. SUCCESSIVE REFLECTIONS

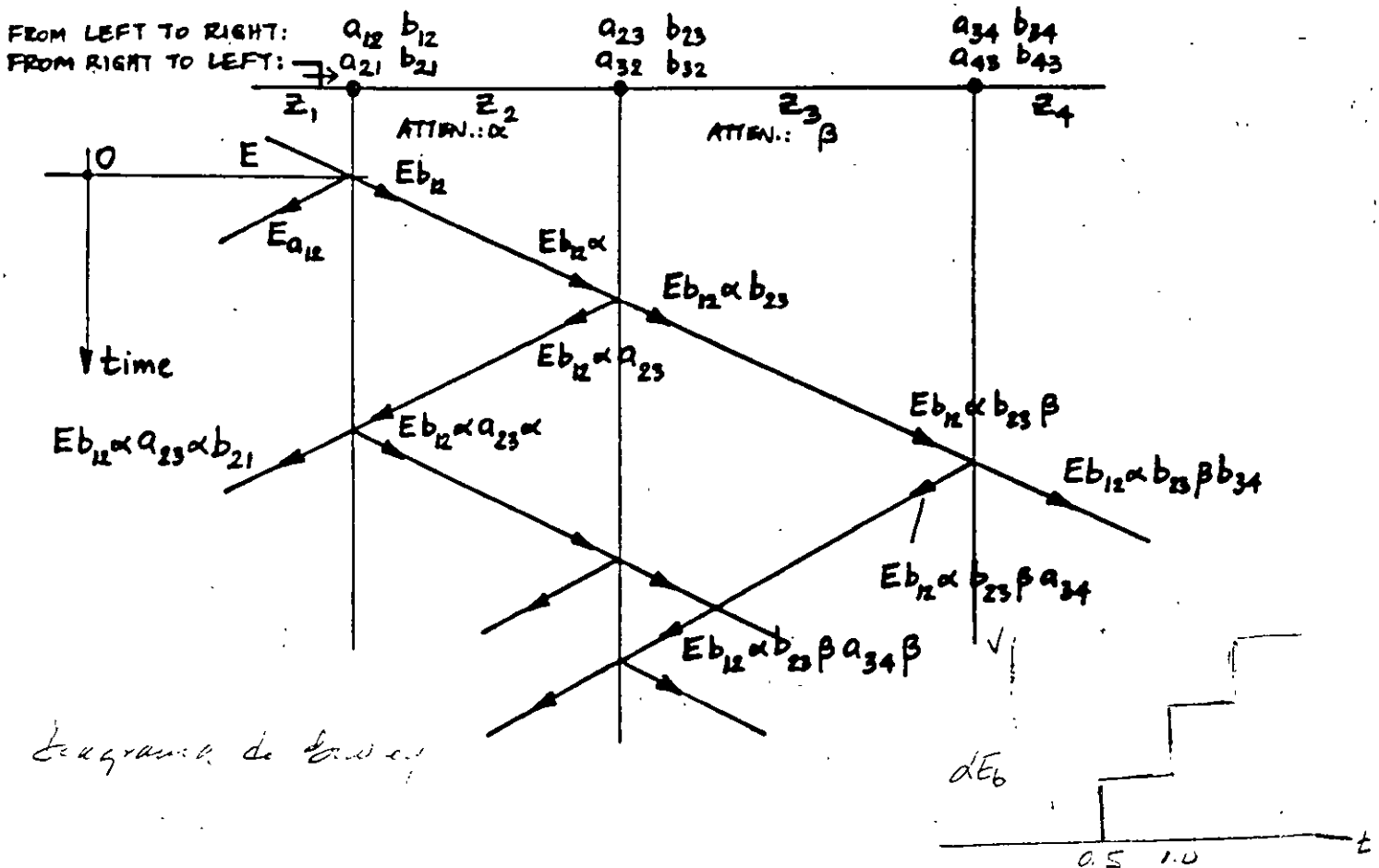
2.5.1. BEWLEY LATTICE

TIME - SPACE DIAGRAM
MULTIPLE REFLECTIONS

DISTANCE BETWEEN JUNCTIONS
IS PROPORTIONAL TO

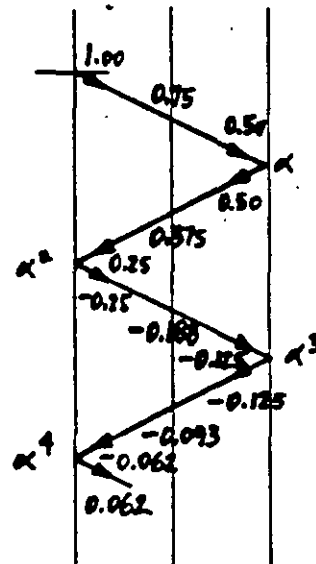
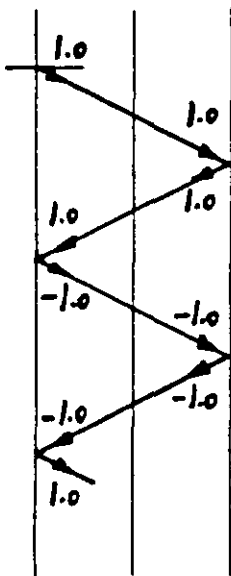
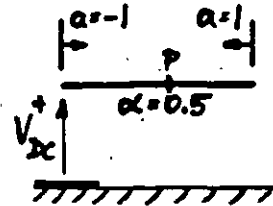
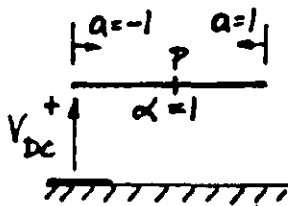
TIME OF WAVE PASSAGE
(DIAGONALS HAVE SAME SLOPE) -

LENGTH BETWEEN JUNCTIONS
(SLOPES ARE DIFFERENT)

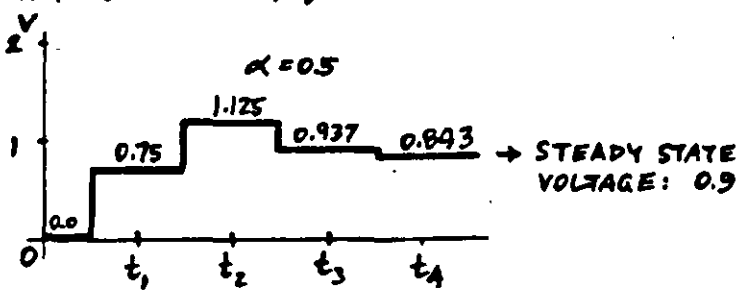
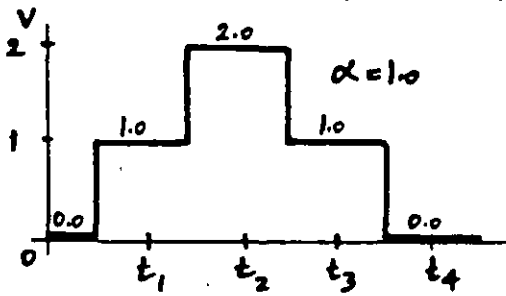


2.52. EXAMPLES

LINE CHARGING WITH DC



VOLTAGES AT MIDPOINT OF LINE (P):



VOLTAGE AT END WHEN $\alpha = 0.5$:

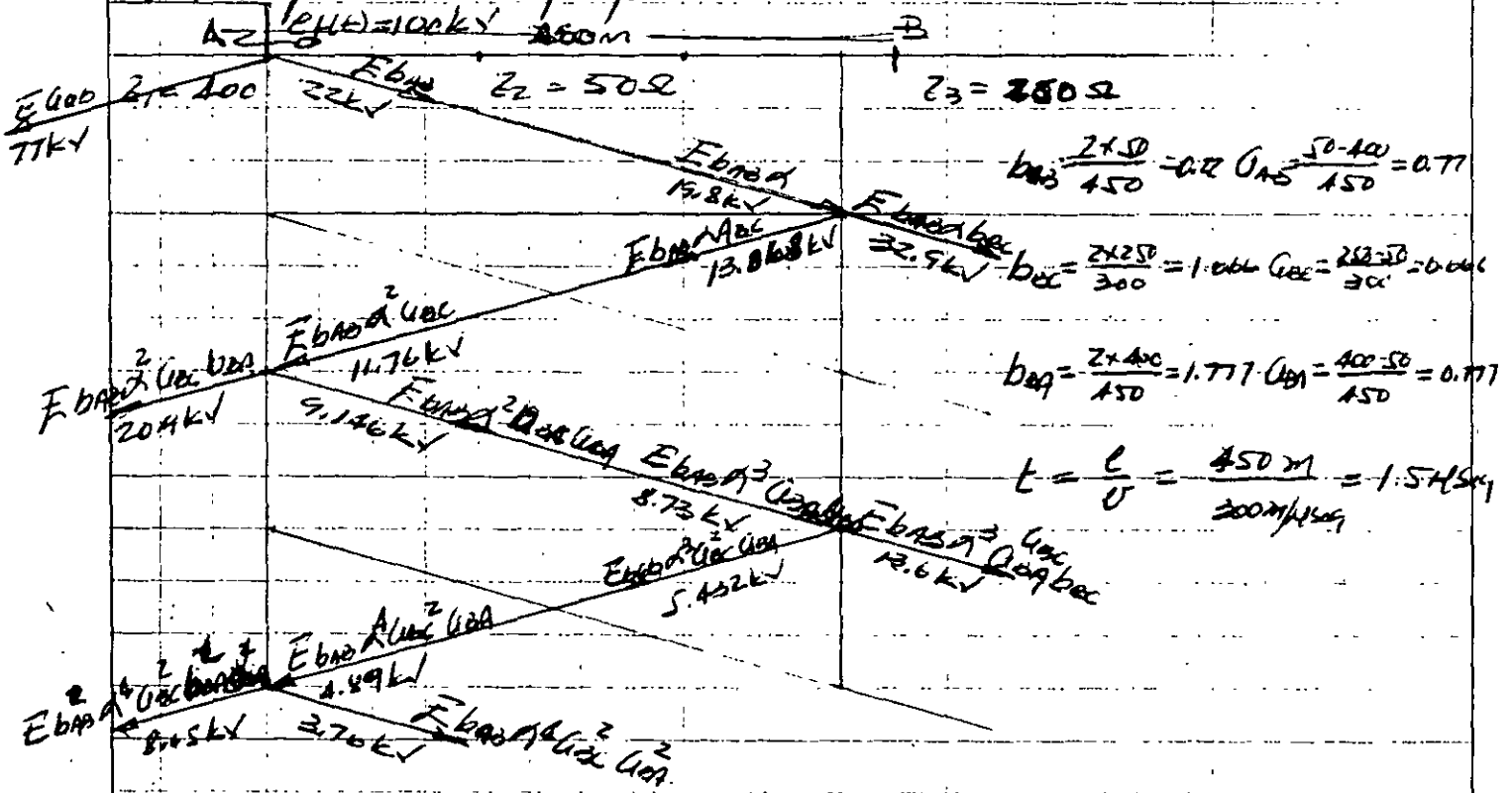
$$V = 2\alpha - 2\alpha^3 \pm \dots = 2\alpha (1 - \alpha^2 + \alpha^4 \mp \dots)$$

STEADY STATE VOLTAGE: $\lim V = \frac{2\alpha}{1 + \alpha^2} = 0.8$

Tarea 1 Subtensiones y Coordinación de Cables para

Centro Morales Calientes Profesor Ing Victor F Hermosillo Worley.

Se Utilice el diagrama de Bewley para encontrar los valores de voltaje producidos por un escalon con amplitud 100kV en las dos transiciones (A, B) de la línea de transmisión mostrada en la fig. Considere $\alpha = 0.9$ y $v = 300 \text{ m/seg}$ en el transitorio, calcule voltajes incidentes, transmitidos y reflejados, dibuje el voltaje en cada transición durante los primeros 6 μs .



$F_{BAA} = 100 \times 0.22 = 22 \text{ kV}$ $F_{GAB} = 100 \times 0.77 = 77 \text{ kV}$

$F_{BAA}^2 \alpha = 22 \times 0.9 = 19.8 \text{ kV}$, $F_{BAA}^2 \alpha b_{BC} = 19.8 \times 0.66 = 13.068 \text{ kV}$, $F_{BAA}^2 \alpha b_{CB} = 19.8 \times (-0.66) = -13.068 \text{ kV}$

$F_{BAA}^2 \alpha b_{CB} = 13.068 \times (-0.66) = -8.725 \text{ kV}$, $F_{BAA}^2 \alpha b_{CB} b_{BA} = -8.725 \times 0.77 = -6.718 \text{ kV}$, $F_{BAA}^2 \alpha b_{CB} b_{BA} b_{AB} = -6.718 \times 0.22 = -1.478 \text{ kV}$

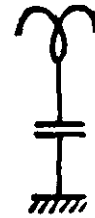
$F_{BAA}^3 \alpha b_{CB} b_{BA} = -1.478 \times 0.9 = -1.33 \text{ kV}$, $F_{BAA}^3 \alpha b_{CB} b_{BA} b_{AB} = -1.33 \times 0.77 = -1.024 \text{ kV}$, $F_{BAA}^3 \alpha b_{CB} b_{BA} b_{AB} b_{BA} = -1.024 \times 0.77 = -0.788 \text{ kV}$

$F_{BAA}^4 \alpha b_{CB} b_{BA} b_{AB} = -0.788 \times 0.9 = -0.709 \text{ kV}$, $F_{BAA}^4 \alpha b_{CB} b_{BA} b_{AB} b_{BA} = -0.709 \times 0.77 = -0.546 \text{ kV}$, $F_{BAA}^4 \alpha b_{CB} b_{BA} b_{AB} b_{BA} b_{AB} = -0.546 \times 0.77 = -0.420 \text{ kV}$

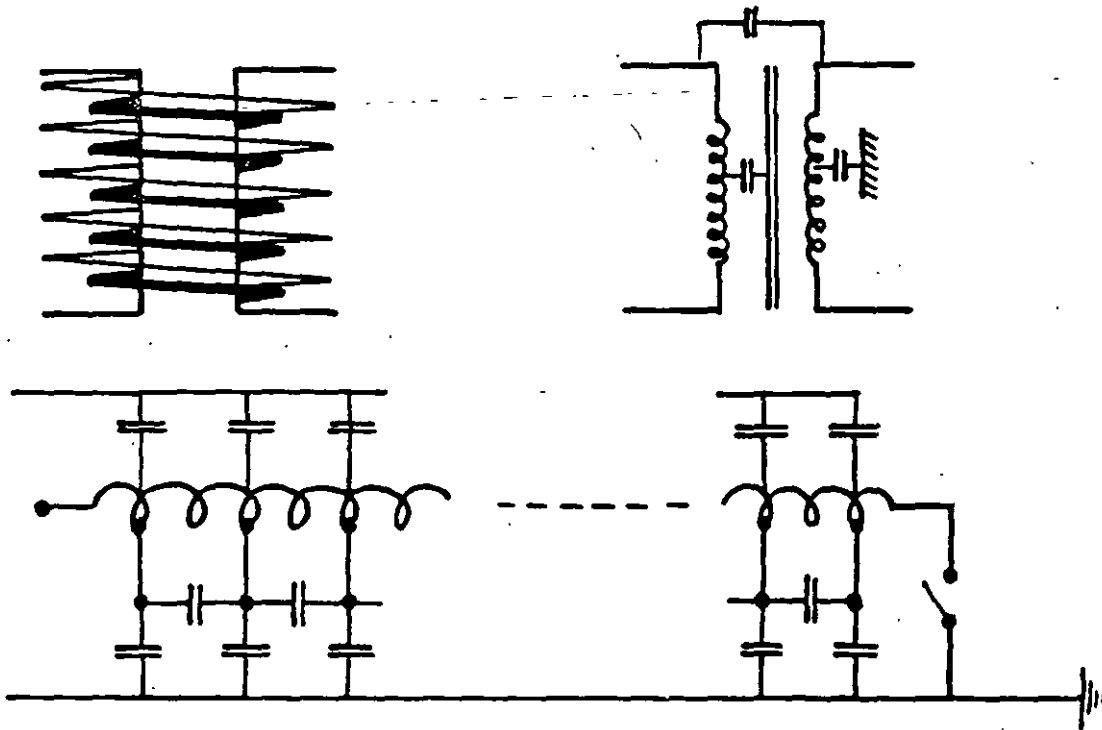
3. TRANSFORMER WINDINGS UNDER TRANSIENT CONDITIONS

3.1. SCHEMATIC REPRESENTATION

SELF INDUCTANCES
 MUTUAL INDUCTANCES
 CAPACITANCES: TO CORE
 TO TANK
 CAPACITIVE COUPLING
 LOSSES (RESISTANCES)

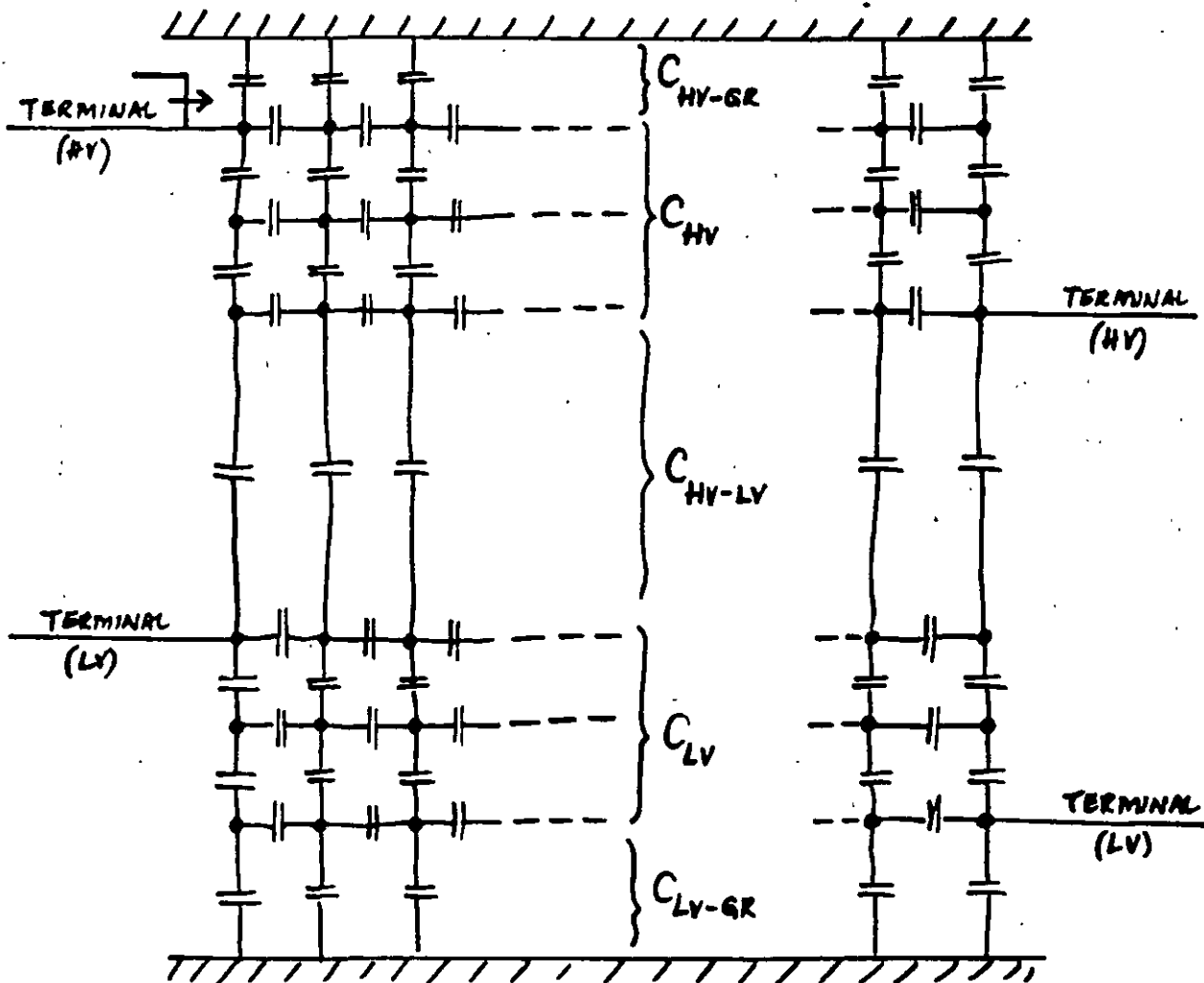


CONSIDERATIONS

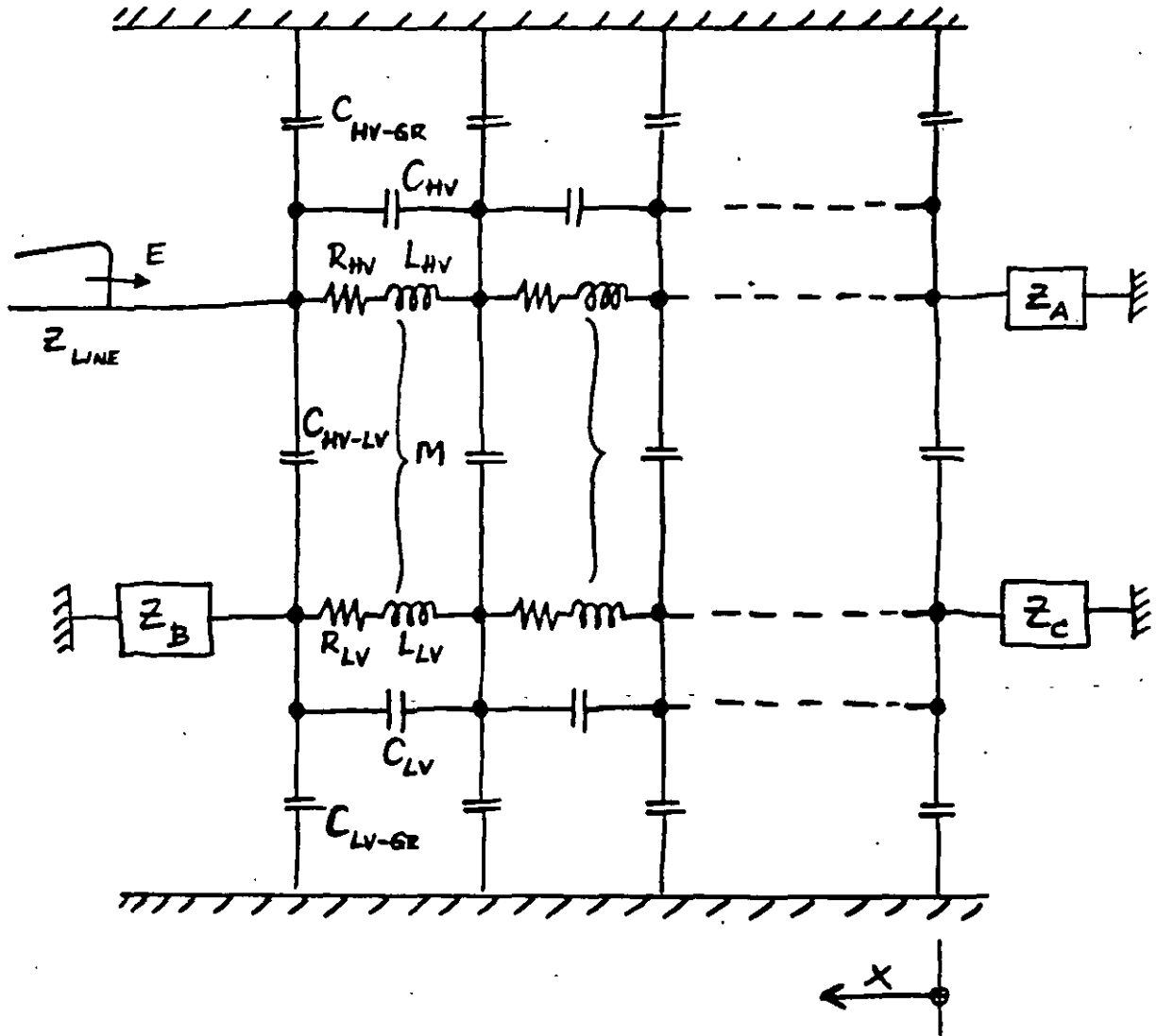


INITIAL VOLTAGE DISTRIBUTION IS DETERMINED
BY THE CAPACITANCE NETWORK,

AT THE FRONT OF THE WAVE ($\omega \approx \infty$)
 $WL \approx \infty$, I.E., OPEN-CIRCUITED:



COMPLETE EQUIVALENT CIRCUIT FOR TRANSIENTS
(ANALOG MODEL):



3.2. INITIAL VOLTAGE DISTRIBUTION

CAPACITANCE LADDER NETWORK

GROUND CAP. OF WINDING C_g SERIES CAP. OF WINDING C_s E = VOLTAGE TO GROUND AT ANY POINT x = FROM NEUTRAL TO TERMINAL l = LENGTH OF WINDING

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{1}{l^2} \frac{C_g}{C_s} E = 0$$

$$E = A e^{px} + B e^{-px}$$

$$p = \frac{1}{l} \left(\frac{C_g}{C_s} \right)^{\frac{1}{2}}$$

GROUNDED NEUTRAL

$$E = V \frac{\sinh(\alpha x/l)}{\sinh \alpha}$$

$$\alpha = pl = \sqrt{\frac{C_g}{C_s}}$$

$$x=0: E=0$$

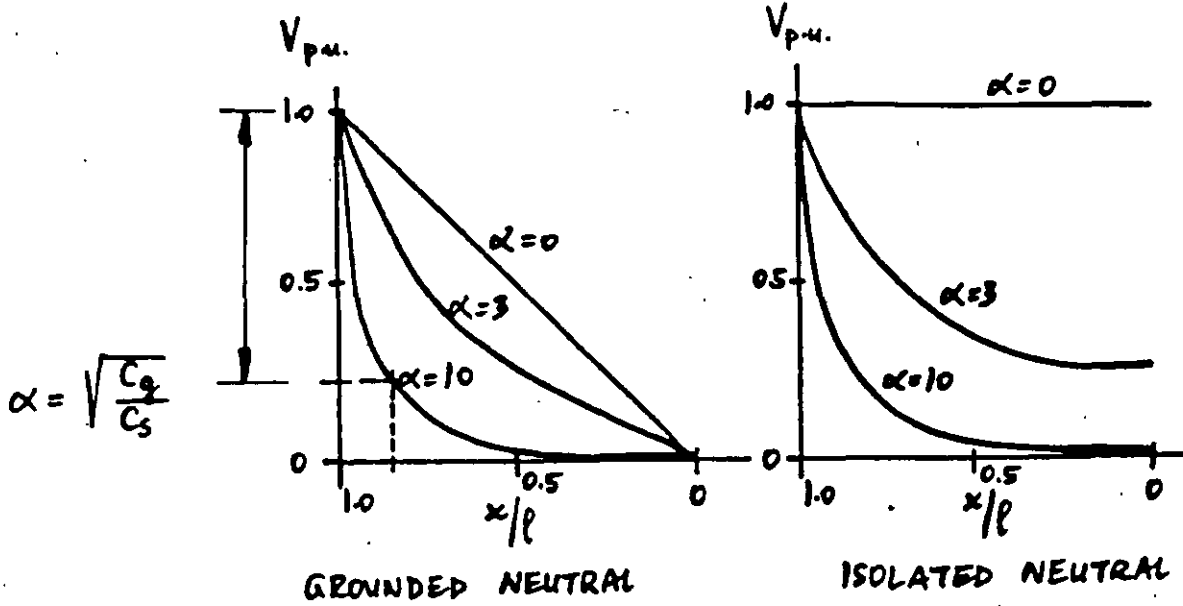
$$x=l: E=V$$

ISOLATED NEUTRAL

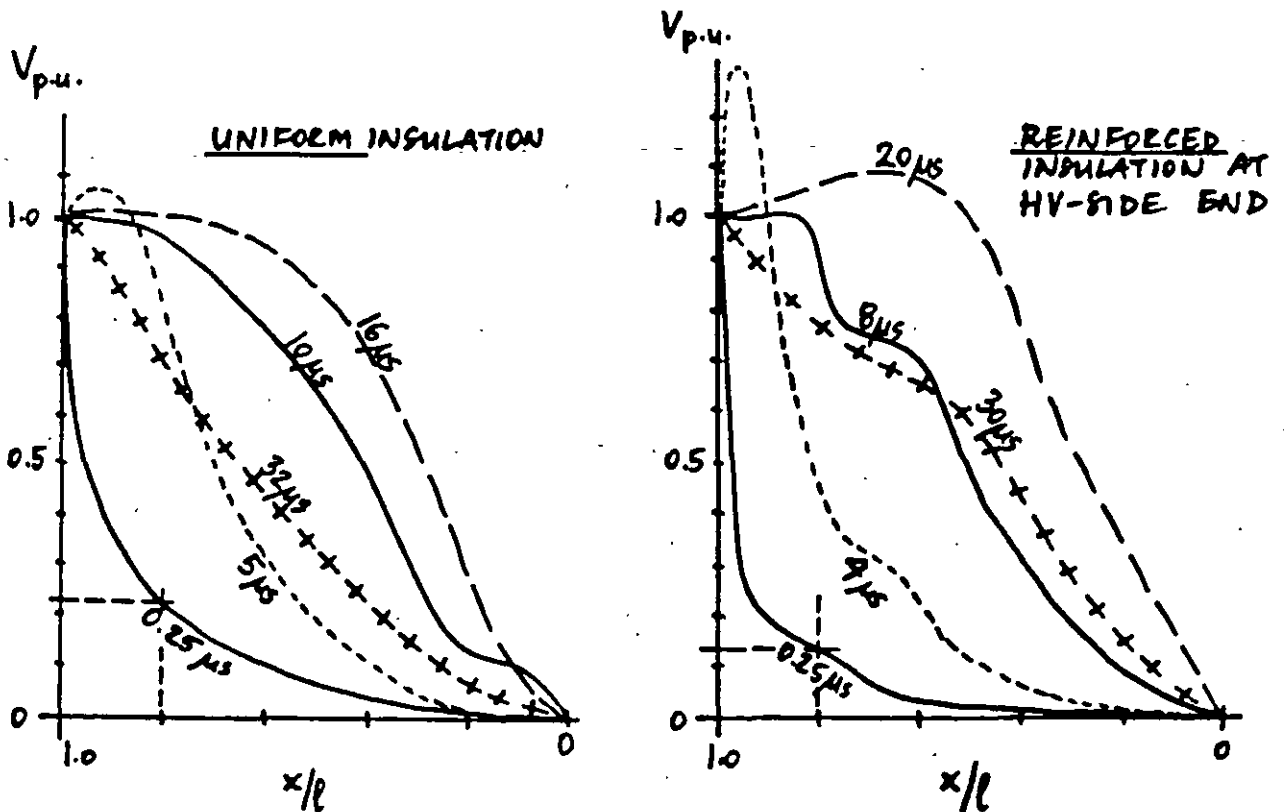
$$E = V \frac{\cosh(\alpha x/l)}{\cosh \alpha}$$

$$x=0: I=0$$

$$x=l: E=V$$



INITIAL VOLTAGE DISTRIBUTION IN CASE OF STEP-FUNCTION FORWARD VOLTAGE



TRANSIENT VOLTAGE DISTRIBUTION IN CASE OF STEP-FUNCTION FORWARD VOLTAGE

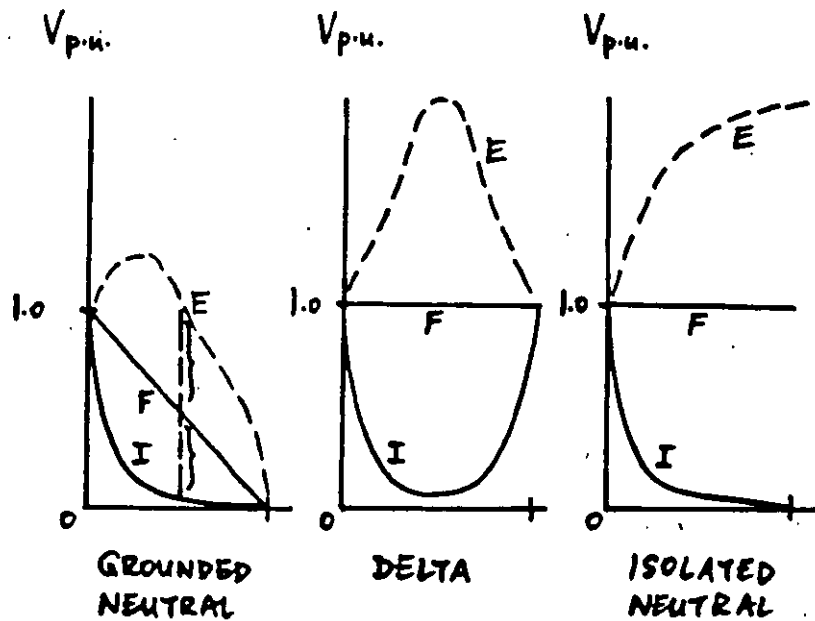
3.4. ENVELOPE CURVES

I - INITIAL DISTRIBUTION

F - FINAL DISTRIBUTION

LC CIRCUITS → OSCILLATIONS

E - ENVELOPES OF OSCILLATION



4. PROTECTION OF OVERHEAD LINES AGAINST OVERVOLTAGES

4.1. LIGHTNING STROKES

INITIAL DISCHARGE, FROM 10kV/cm
STEPPED LEADER TOWARDS EARTH
RETURN STREAMER FROM EARTH

CURRENTS ARE UP TO 200kA OR MORE
VOLTAGES
WAVESHAPE, STANDARD WAVESHAPE
POLARITY OF 90% OF STROKES IS NEGATIVE
CHARGE 2-200 COULOMB

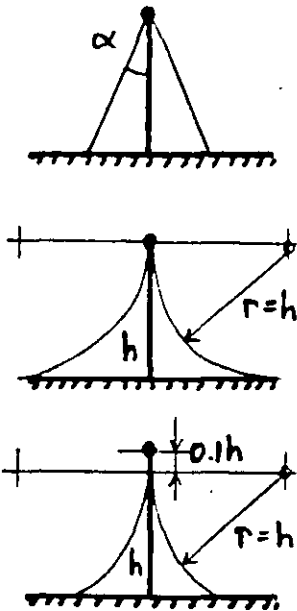
FREQUENCY

ISOKERAUNIC MAP - NEXT PAGE
(ANNUAL NUMBER OF DAYS WITH
THUNDERSTORMS)

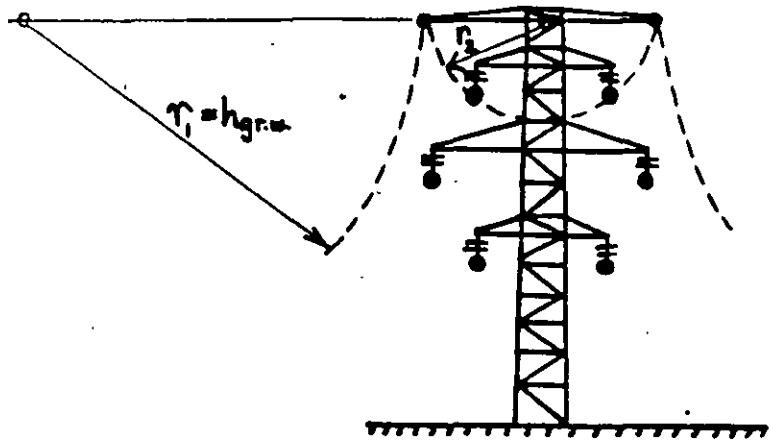
ISOKERAUNIC LEVEL, MEAN IKL = 30,
IKL = 30 CORRESPONDS TO ABOUT
13-14 STROKES / SQ. MILE / YEAR,
OR 1 STROKE / 100 TR. LINE MILES / YEAR

DIRECT STROKES
INDUCED STROKES

4.2. GROUND WIRES

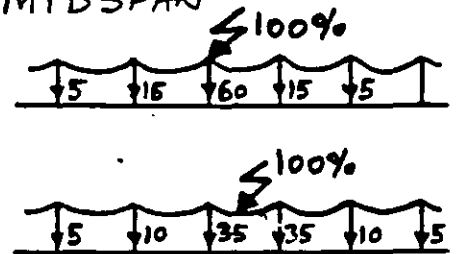


PROTECTIVE ZONE OF A GROUND WIRE



PROTECTIVE ZONE OF TWO GROUND WIRES

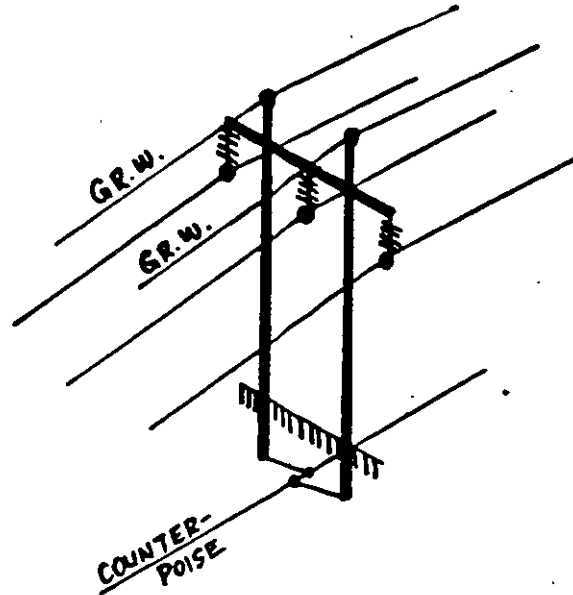
INTERCEPTION OF STROKES
STROKES TO TOWER OR AT MIDSPAN
SHIELDING
TOWER GROUNDING
END EFFECTS



OTHER FEATURES:

- GROUND WIRE LOSSES
- INFLUENCE ON FAULT CURRENTS, RELAYING
- ISOLATED GROUND WIRES
- CAPACITIVE COUPLING → INDUCED VOLTAGES
- INTERFERENCE

4.3. COUNTERPOISE



USED IN CASE OF HIGH SOIL RESISTIVITY AND
TOWER GROUNDING RESISTANCES (20-500 Ω)

LEAKAGE RESISTANCE VALUES

LADDER NETWORK

TYPICAL WIRE: 1/4-IN DIAMETER, 2-FT DEPTH



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VI CURSO INTERNACIONAL DE
SISTEMAS ELÉCTRICOS
DE POTENCIA**

**MÓDULO II
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA II**

TEMA:

**PROTECCIÓN DE SISTEMAS
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

**EXPOSITOR: ING. AUGUSTO O. HINTZE V.
1997**

RELEVADORES DE PROTECCION Y
SISTEMAS DE PROTECCION POR RELEVADORES.

Son circuitos analógicos compactos, conectados a varias partes del --
Sistema de Potencia, para detectar condiciones de operación no deseadas
ó intolerables dentro de su área asignada.

Su función principal es iniciar la desconexión del área en problema, -
esta desconexión se lleva a cabo mediante los interruptores.

Por lo tanto: Los relevadores y los interruptores forman un equipo, -
ambos deben ser planeados juntos. -

CINCO PRINCIPIOS BASICOS PARA
LA APLICACION DE RELEVADORES.

- 1.- CONFIABILIDAD Mide el grado en el que el relevador o el sistema de protección se comporta correctamente:
 - a). Confianza (Dependability).
 - b). Seguridad

- 2.- SELECTIVIDAD Máxima continuidad del servicio con desconexión mínima del sistema.

- 3.- RAPIDEZ Mínimo tiempo de falla y de daño al equipo.

- 4.- SIMPLICIDAD Mínimo equipo y alambrado (Circuitry).

- 5.- ECONOMIA Máxima protección a mínimo costo.

FACTORES IMPORTANTES EN LA APLICACION

1.- ECONOMIA.-

Inicial, de operación, mantenimiento.

2.- PRACTICAS DE OPERACION.-

De acuerdo a los estándares y prácticas.
Permiten una operación eficiente del sistema.
Flexibilidad para el futuro.

3.- EXPERIENCIAS PREVIAS.-

La protección se enfoca hacia problemas previos ó anticipando otros.

4.- MEDICIONES DISPONIBLES DE FALLAS A PROBLEMAS.-

Magnitudes de falla, localizaciones de TC'S
ó de TP'S.

CLASES DE RELEVADORES POR ANSI

I.- POR FUNCION

- | | |
|----------------|------------------|
| 1). Protección | 4). Programación |
| 2). Regulación | 5). Auxiliar |
| 3). Monitoreo | |

II.- POR SEÑAL DE ENTRADA

- | | | |
|---------------|-----------------|-----------|
| 1). Corriente | 4). Presión | 7). |
| 2). Voltaje | 5). Frecuencia | 8). Flujo |
| 3). Potencia | 6). Temperatura | |

III.- SEGUN PRINCIPIO DE OPERACION O ESTRUCTURA

- | | |
|------------------------------|---------------------|
| 1). Por ciento | 4). Estado sólido |
| 2). Restricción
Múltiple. | 5). Electromecánico |
| 3). Producto | 6). Térmico |

IV.- POR CARACTERISTICA DE COMPORTAMIENTO

- | | |
|---------------------------------|---------------------------|
| 1).- Distancia | 5). Bajo Voltaje |
| 2).- Sobrecorriente\Direccional | 6). Tierra, Fase |
| 3). Tiempo Inverso | 7). Alta ó Baja Velocidad |
| 4). Tiempo Definido | 8). Comparación de Fase |

CLASIFICACION DEL COMPORTAMIENTO DEL RELEVADOR

- 1.- Correcta.
- 2.- Sin conclusión.
- 3.- Incorrecta
 - a). No disparó
 - b). Disparó en falso.

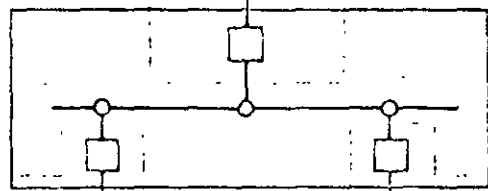
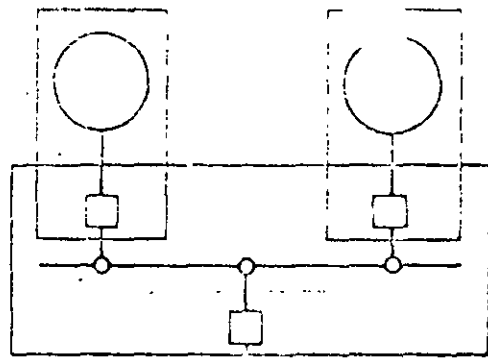
RAZONES DE OPERACION INCORRECTA

- 1.- Aplicación
- 2.- Ajuste.
- 3.- Personal.
- 4.- Equipo (TC'S, TP'S, Interruptor, Cable y Alambrado, Relevador, Canal, Batería, Otros).

FILOSOFIA GENERAL
DE LA APLICACION DE RELEVADORES

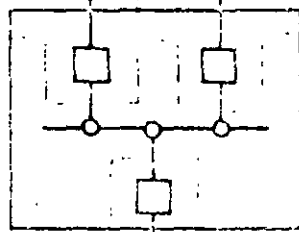
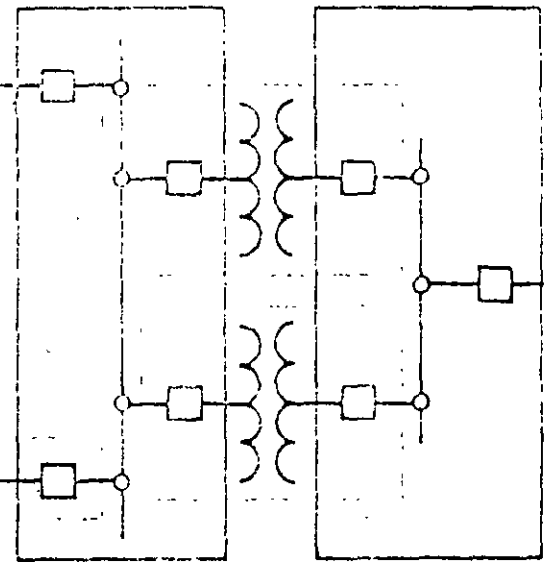
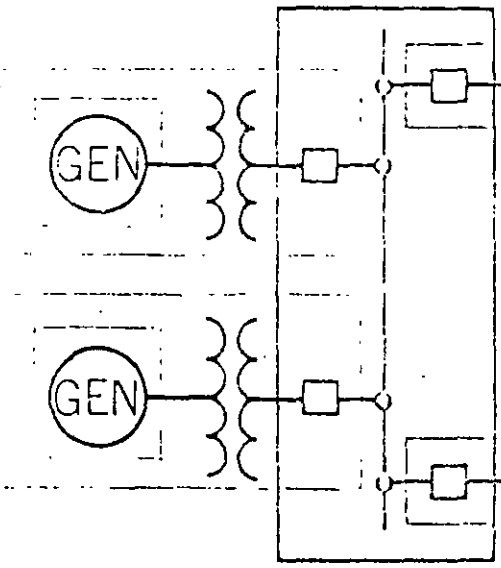
Dividir el sistema de potencia en zonas que pueden ser protegidas adecuadamente con un mínimo de interrupción para el sistema.

- 1.- Generador y Unidad Generador-Transformador.
- 2.- Transformadores.
- 3.- Buses.
- 4.- Circuitos de Transmisión y de Distribución.
- 5.- Motores.

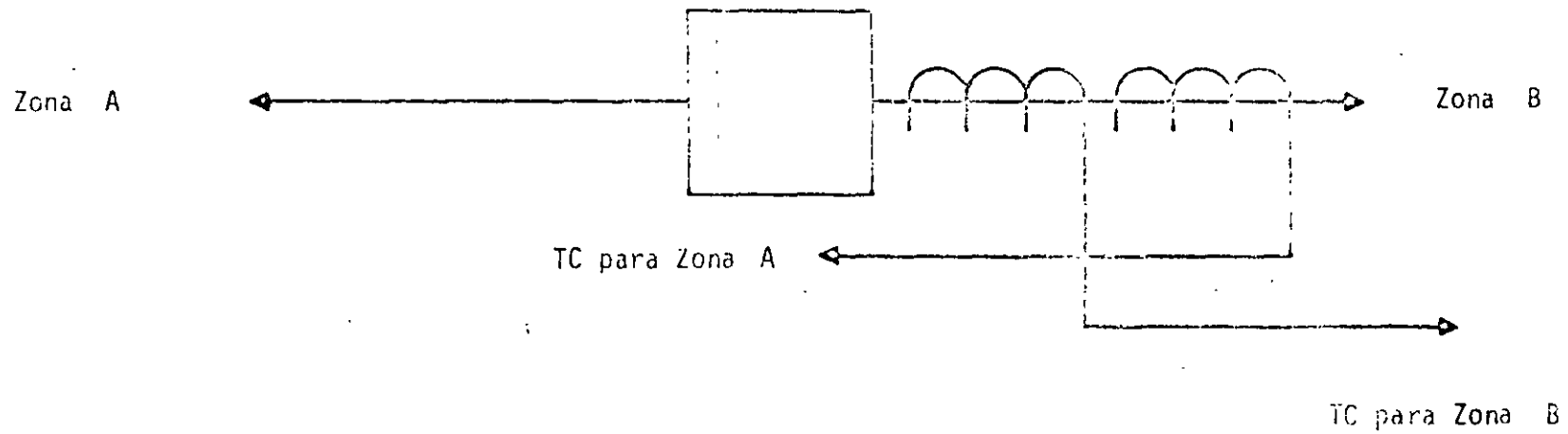
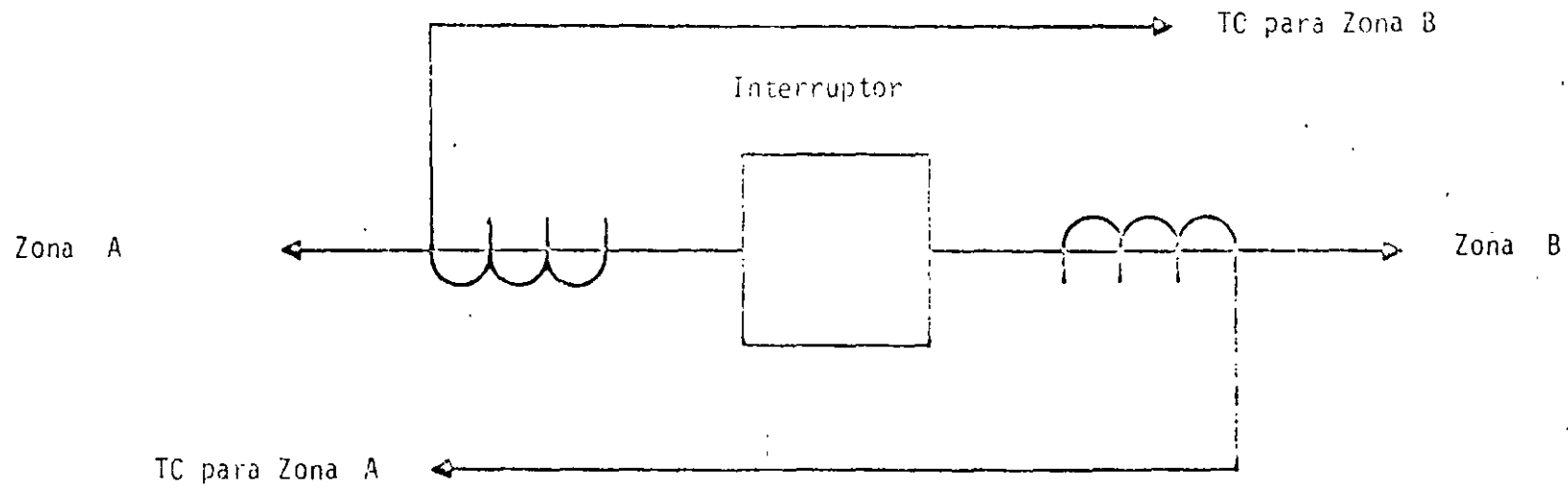


ESTACION A

ESTACION B



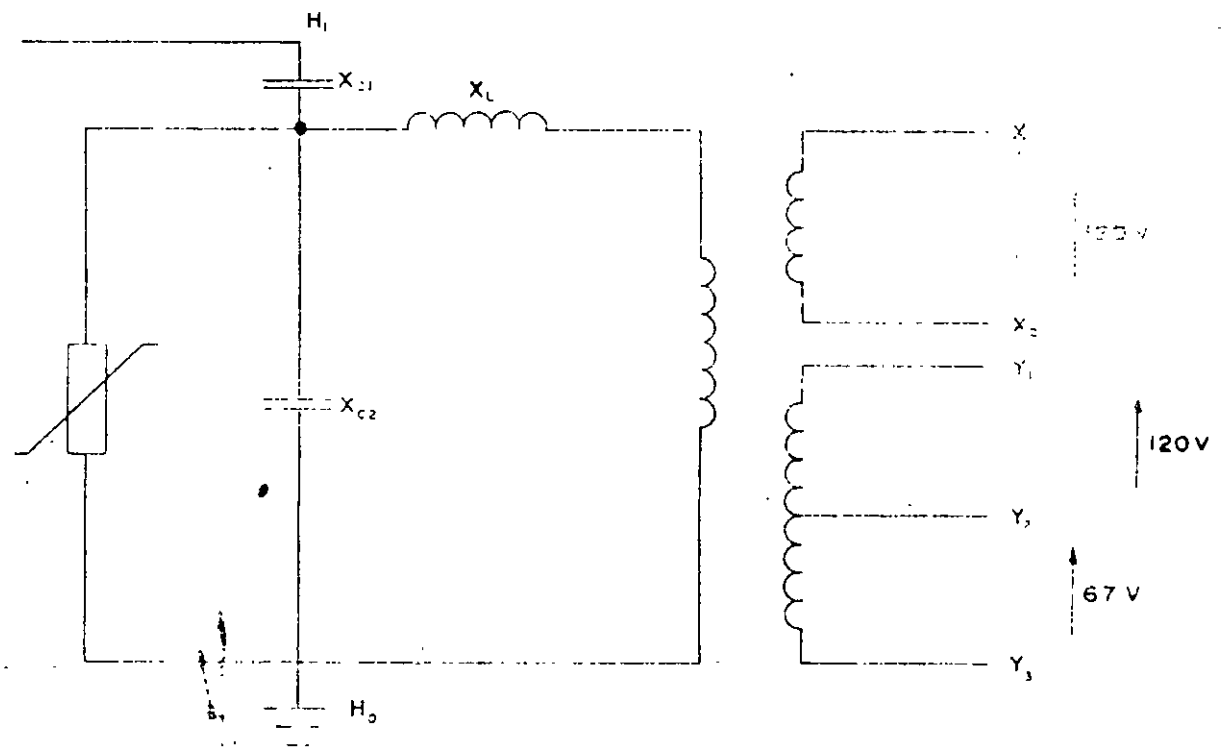
8



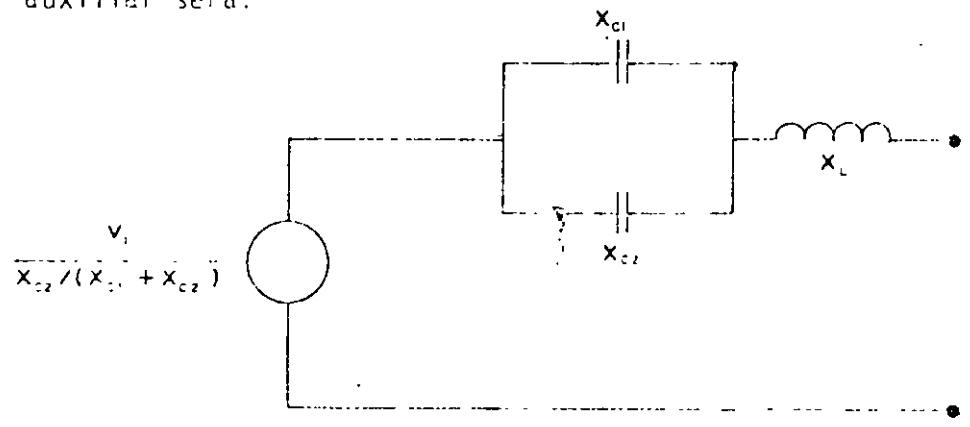
INFORMACION REQUERIDA
PARA LA APLICACION DE RELEVADORES

- 1.- Configuración del Sistema.
- 2.- Protección actual del sistema y sus dificultades.
- 3.- Grado de Protección requerida.
- 4.- Preferencias Existentes, operación, procedimientos, prácticas.
- 5.- Expansiones Futuras.
- 6.- Estudios de corto circuito y Cargas Máximas compatibles.
- 7.- Localización de TC'S, TP'S, conexión y relación de transformación.
- 8.- Impedancias de líneas y transformadores.

Lo cual resultaría en una regulación muy alta. Para poder evitar este problema, se utiliza un circuito resonante al que además para tener aislamiento eléctrico, se le añade un transformador auxiliar, tal como se muestra en seguida:



De tal manera, el equivalente visto desde las terminales del transformador auxiliar será:

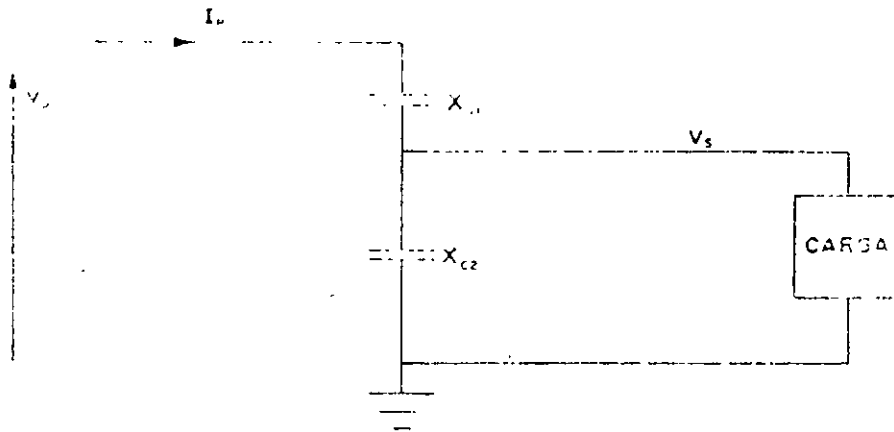


FUENTES DE POTENCIAL

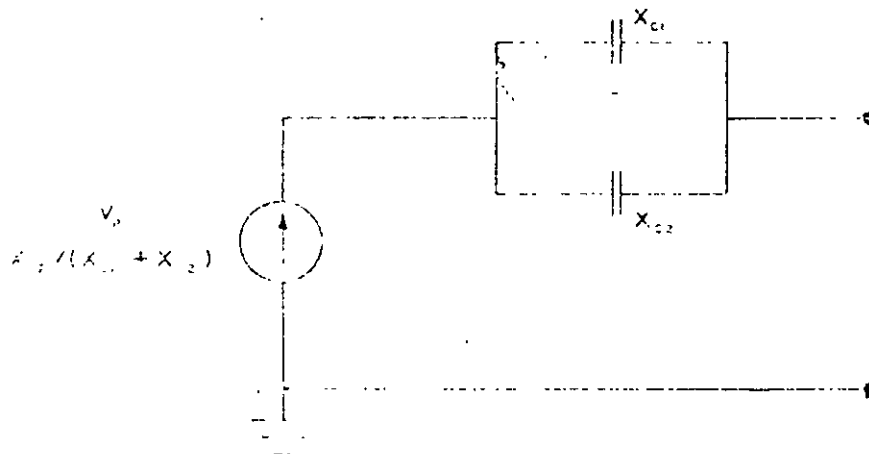
Dispositivos capacitivos de potencial

Transformadores de potencial

Un dispositivo de potencial podría ser simplemente



pero esto limitaría muy seriamente la capacidad que se pudiera alimentar; ya que el equivalente de Thevenin sería:



2.- TRANSFORMADORES DE INSTRUMENTO



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VI CURSO INTERNACIONAL DE
SISTEMAS ELÉCTRICOS
DE POTENCIA**

MÓDULO II

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA II

TEMA:

PROTECCIÓN DE BUSES

**EXPOSITOR: AUGUSTO O HINTZE V.
1997**

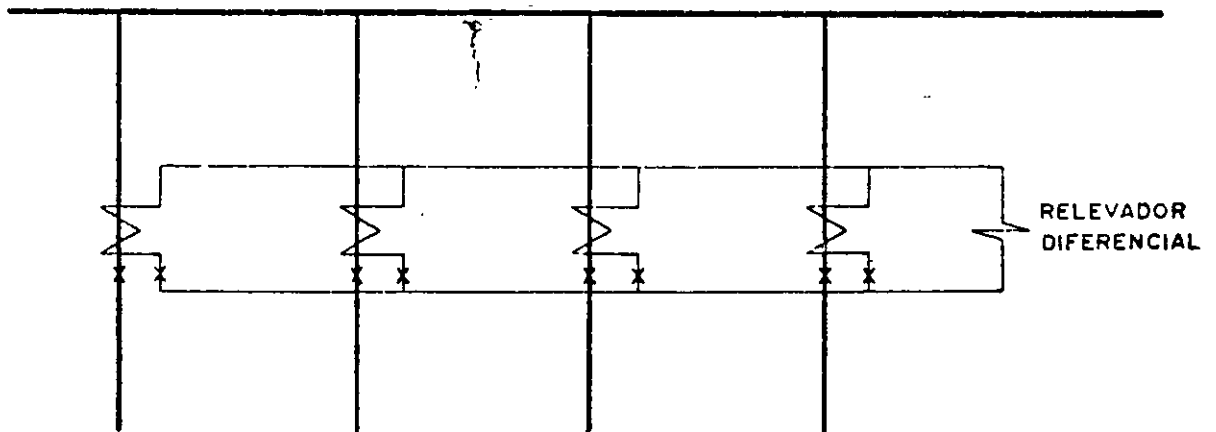
151

PROTECCION DE BARRAS

La forma más antigua de protección a las barras la constituye el sobrealcance de las protecciones de los elementos que confluyen a una misma barra. Esto por supuesto es protección remota y como tal, requerirá de tiempo para suplir la falta de información respecto a la localización de la falla. Este factor, tiempo, aunado al hecho de que se hace necesario desconectar una cantidad muy grande de equipo para lograr aislar la falla, puede convertir en inaplicable este método para la protección de barras.

Cuando este es el caso, será necesario utilizar protección y detección local. El principal problema para llevar a cabo la detección local con seguridad y confiabilidad lo constituyen los transformadores de corriente, ya que la barra en si no presenta características peculiares como es el caso en los transformadores de potencia.

Cuando las corrientes de falla interna y externa no crean problemas graves de imprecisión por saturación en los transformadores de corriente, la protección se puede lograr por medio de detección de corriente diferencial tal como se muestra a continuación.



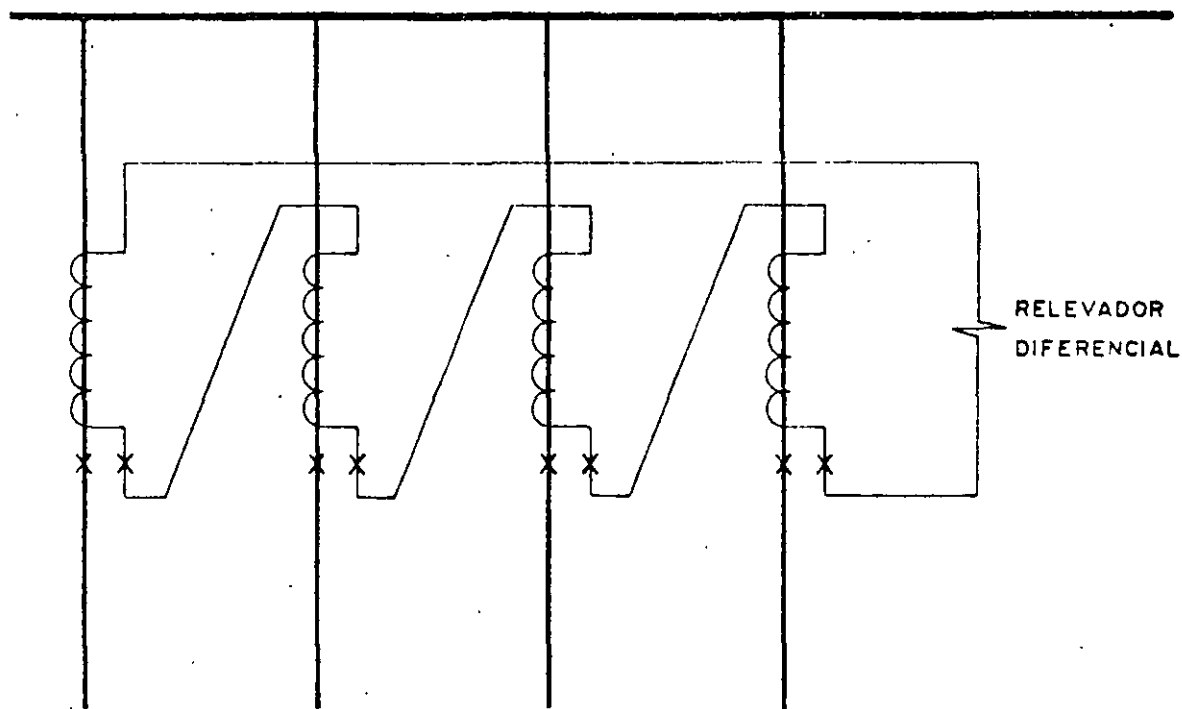
De acuerdo con la ley de kirchoff de corrientes, si el bus está sano, la suma de corrientes que llegan a él deberá ser cero. Si las imágenes secundarias de las corrientes no difieren mucho de sus valores ideales, la suma de ellas será muy cercana a cero con lo que el relevador diferencial no operará.

Si las corrientes de falla son tan altas que provoquen saturación desigualmente entre los TC's, este método no será aplicable pues la suma de corrientes secundarias no será cero para fallas externas, lo que provocaría la operación en falso del relevador diferencial. La solución que se viene a la mente es el mejorar los TC's para evitar este problema; sin embargo cuando las corrientes de falla son verdaderamente altas y/o tienen una componente de corriente directa que dure demasiado, esta solución resulta prohibitivamente costosa.

una solución similar a la de mejorar los TC's la constituye su sustitución por "acopladores lineales" que son dispositivos similares pero sin núcleo de hierro y con un número muy grande de vueltas en el secundario, de tal manera que para todo fin práctico, en el secundario se obtiene un voltaje proporcional a la corriente primaria; usualmente esta proposición es de 5 volts secundarios para cada 1000 amperes primarios y se mantiene aún para corrientes muy elevadas, ya que no hay hierro que se sature.

Debido a que la señal secundaria es ahora un voltaje, la suma de ellos se efectuará conectando en serie todos los secundarios de los acopladores lineales tal como se muestra.

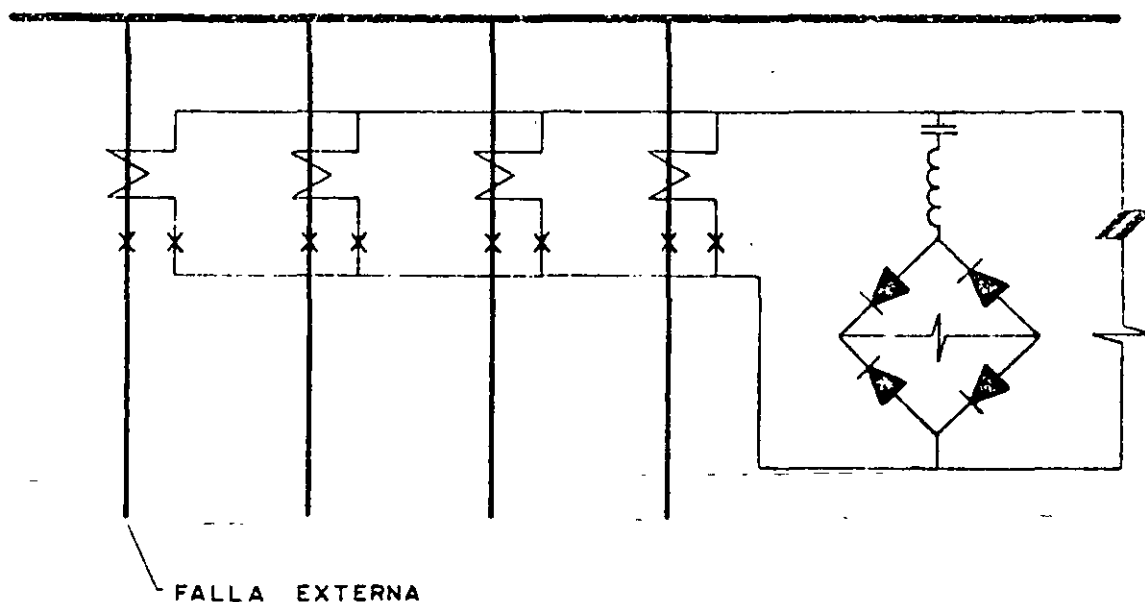
150



La aplicación de este método es muy simple y solo requiere que el relevador diferencial se ajuste por arriba del error más grande que se presentará debido a las tolerancias de fabricación de los AL's durante la falla externa más severa. El inconveniente más grave lo presenta el punto de vista práctico de que es necesario contar con acopladores lineales en todos los elementos conectados a la barra protegida y esto no siempre es posible de lograr, especialmente cuando una estación sufre ampliaciones o adiciones o cambios en el tipo de interruptores en algunos de los elementos conectados a la barra.

150

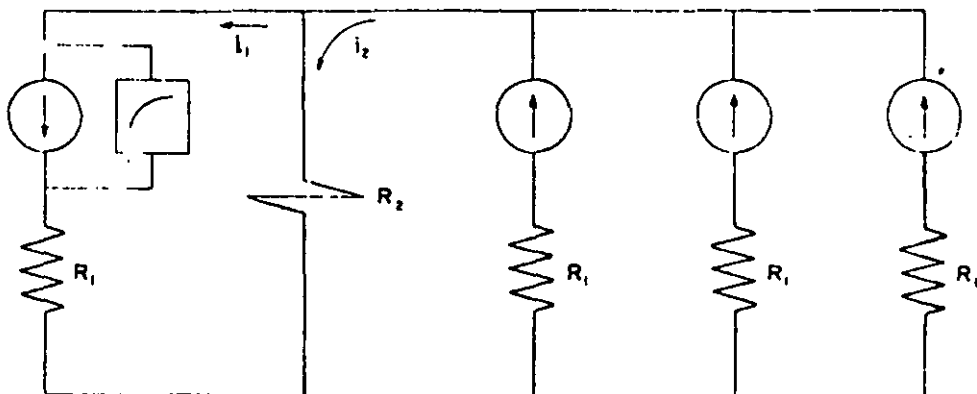
Una solución más realista al problema de la saturación de los TC's consiste en basar en ella el funcionamiento de la protección diferencial. Para ello, el relevador diferencial es de alta impedancia y responde a voltaje. Para lograr que la impedancia aparezca como resistencia, en ocasiones la bobina se alimenta por medio de un puente de onda completa. Sus conexiones se muestran enseguida.



Debido a la saturación del TC del elemento fallado, este solo producirá su voltaje de saturación pero presentará una impedancia muy baja, prácticamente solo la resistencia de su secundario y la del cableado. Además presentará voltaje en oposición al de los demás TC's por lo que la mayor parte de la corriente producida por ellos circulará por el TC saturado y no por la bobina del relevador, ya que esta tiene una resistencia muy alta (del orden de 3000Ω) comparada con la saturación del TC. Esto se aprecia más claramente en el diagrama del circuito equivalente que se

1.50

muestra:



Como $R_2 > R_1$ entonces $i_1 > i_2$ y, para lograr evitar la operación en falso bastará con ajustar el relevador por arriba del voltaje producido por i_1 en la resistencia R_1 , ya que ésto, en el caso más pesimista supone un TC tan saturado que solo presenta la resistencia de devanado y de cableado.

Existen varios otros métodos, pero de ellos el que amerita mención es el que logra la operación correcta basándose en velocidad, lo cual a su vez se apoya en el hecho de que la saturación no ocurre instantáneamente sino que es un proceso que toma varios milisegundos en alcanzar niveles problemáticos. El relevador diferencial a que se alude también es de alta impedancia, sin embargo su operación en caso de ser necesaria ocurre durante los primeros 2 a 3 milisegundos después de iniciada la corriente de falla, ya que es durante este tiempo cuando aún la corriente secundaria es un reflejo fiel de la primaria, aún cuando posteriormente el TC se vaya a saturar.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VI CURSO INTERNACIONAL DE
SISTEMAS ELÉCTRICOS
DE POTENCIA**

**MÓDULO II
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA II**

TEMA:

**PROTECCIÓN DE SISTEMAS
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

**EXPOSITOR: ING. MARTÍN BARCENAS ESCOBAR.
1997**

FACULTAD DE INGENIERÍA U.N.A.M.
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA

" NOMBRE DEL CURSO "

" MÓDULO NÚMERO "

OPERACIÓN DE SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

ING. MARTÍN BÁRCENAS ESCOBAR

ÍNDICE

Introducción

- 1.- Características de operación de las centrales generadoras.
- 2.- Conceptos básicos de métodos de optimación.
- 3.- Despacho económico de unidades térmicas.
- 4.- Conceptos básicos de programación dinámica.
- 5.- Operación de sistemas hidrotérmicos.
- 6.- Planeación de la operación.

1. Características de operación de las centrales generadoras.

En el análisis y estudio de la operación controlada de los sistemas de potencia, existen muchos parámetros de interés para la operación económica de las unidades generadoras, por lo que a continuación se resumen las tecnologías principales utilizadas para la generación de energía eléctrica.

1.1 Centrales termoelectricas convencionales.

En este tipo de centrales se utiliza como fuente primaria de energía el combustóleo o el gas natural, en este país se utiliza básicamente combustóleo. En estas centrales el poder calorífico del combustible se transforma, a través del generador de vapor, en energía térmica asociada al vapor de agua que se utilizará como fluido de trabajo. El vapor, después de sobrecalentarlo, es conducido a la turbina para realizar trabajo de expansión y convertirlo en energía mecánica, la que es transmitida al generador eléctrico para producir energía eléctrica.

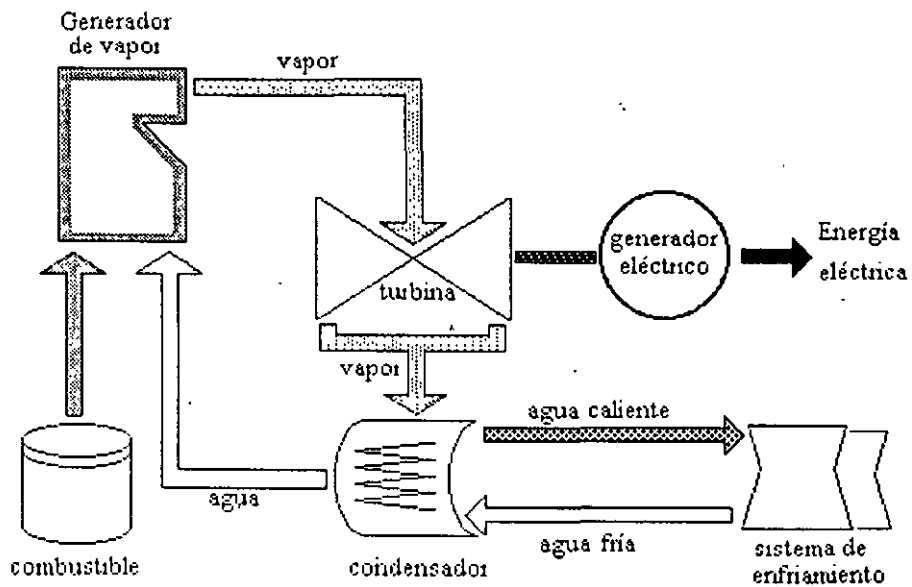


Figura 1. Ciclo Rankine con recalentamiento regenerativo.

En el Sistema Eléctrico Nacional (SEN) se tienen en operación termoelectricas convencionales de diversas capacidades: 350 MW, 160 MW, 84 MW, 37.5 MW y se ha estandarizado el instalar dos unidades similares en cada planta.

Debido a sus características de arranque y paro, en tiempos prolongados, normalmente estas plantas se utilizan para la generación de tipo base aunque su eficiencia sea baja (aproximadamente entre 30 y 35 %) y su tecnología sea "sucia" para el ambiente, esto último implica costos de inversión para la limpieza de los productos de la combustión.

1.2 Unidades Turbogás.

En las unidades turbogás la generación de energía eléctrica se logra aprovechando el trabajo de expansión del aire y gases de combustión en los álabes de la turbina. En estas unidades se emplea como combustible gas natural o diesel, en los modelos recientes se puede quemar combustóleo o petróleo crudo y en todos los casos los productos de la combustión, con contenido energético alto, se descargan directamente a la atmósfera, por lo que las eficiencias de estas unidades oscile entre el 26 y el 30 %. Desde el punto de vista de la operación el tiempo de arranque breve y la facilidad para seguir la demanda hacen a las unidades turbogás ventajosas para satisfacer cargas de pico o punta. Las capacidades varían en un intervalo amplio, desde 30 MW hasta 100 MW.

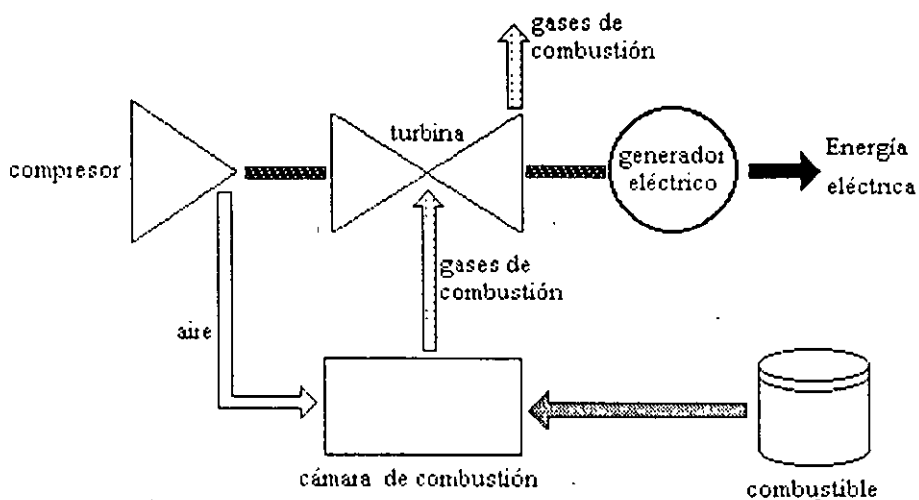


Figura 2. Ciclo Brayton de la unidad turbogás

1.3 Centrales de Ciclo Combinado.

Están integradas por dos tipos diferentes de unidades: la turbogás y la de vapor. Primero se lleva al cabo el ciclo de la unidad turbogás y los gases desechados con contenido energético alto se aprovechan para calentar agua y llevarla a la fase de vapor, que se aprovecha para utilizar un ciclo similar al de las plantas térmicas convencionales.

El número de unidades turbogás por unidad de vapor vá desde uno a uno hasta cuatro a uno, sin embargo la relación de potencias es casi invariable en proporción de dos tercios de gas y un tercio de vapor, de tal forma que se consiguen varias capacidades, en México la combinación usual es 150 MW de gas con 75 MW de vapor para un total de 225 MW de capacidad.

En lo que se refiere al diseño de la unidad de vapor existen tres variantes: a) sin quemado adicional de combustible, b) con quemado adicional de combustible para controlar la temperatura de rocío y c) con quemado adicional para elevar la temperatura y la presión del vapor.

Una ventaja de este tipo de centrales es que se pueden construir en dos etapas, primero la turbogás que puede ser terminada en plazos breves e iniciar su operación, posteriormente se puede terminar la construcción de la etapa de vapor, para completar el ciclo combinado.

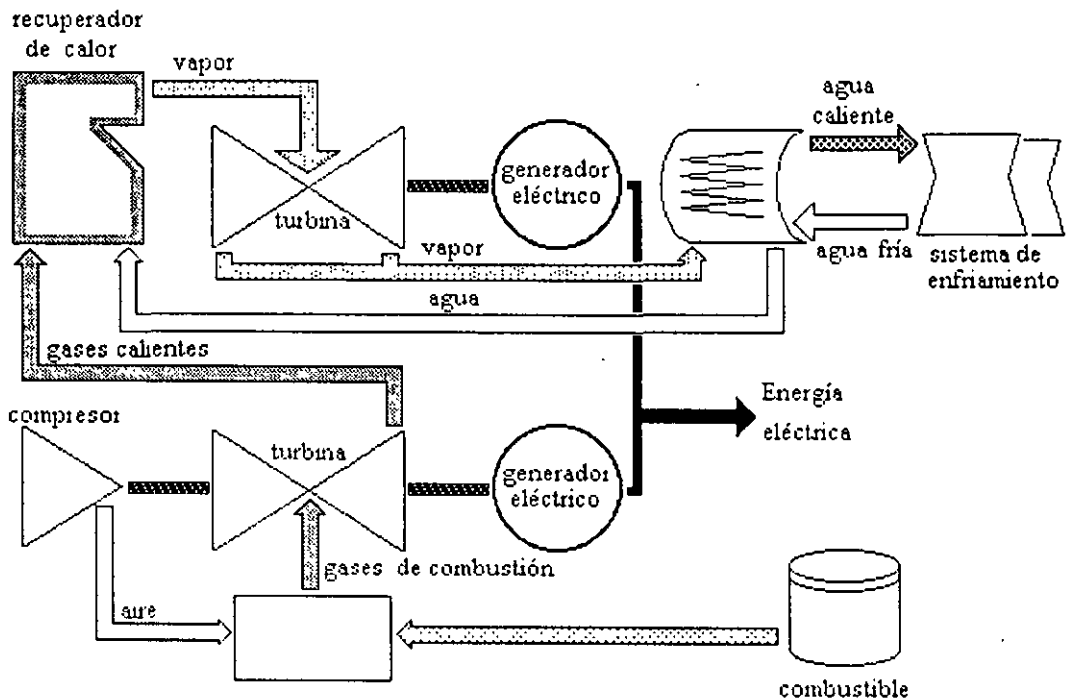


Figura 3. Central de Ciclo combinado.

1.4 Unidades Diesel.

Se utiliza el principio de los motores de combustión interna, es decir se aprovecha la expansión recíproca de los gases de combustión para la obtención de la energía mecánica que será transformada en energía eléctrica, a través del acoplamiento de un generador a la flecha del motor diesel. Al igual que las unidades turbogás se aplican principalmente para seguir la demanda de pico o punta, además de poder instalar muy diversas capacidades.

1.5 Centrales Carboeléctricas.

Las centrales carboeléctricas no difieren en cuanto a su concepción básica de las termoeléctricas convencionales, la diferencia más significativa es el uso de carbón como fuente de energía primaria. El manejo y transporte del carbón así como de sus residuos de combustión, requieren de maniobras más complejas comparadas con los combustibles líquidos o gaseosos de las centrales termoeléctricas convencionales.

La aplicabilidad y las capacidades son muy semejantes a las termoeléctricas convencionales, es decir toman carga de tipo base y sus capacidades van desde los 37.5 MW hasta los 350 MW en el SEN.

1.6 Centrales Nuclioeléctricas.

Tienen semejanza con las térmicas convencionales, pues también utilizan vapor bajo presión para mover los turbo generadores sólo que en este caso el calor se obtiene al realizar la fisión de isótopos de uranio U_{235} en el interior de un reactor

Existen diferentes tipos de reactores a partir de las combinaciones de los elementos comunes como son: combustibles, moderador y refrigerante. Las variantes más comunes son: a) PWR, reactor de agua ligera a presión, b) BWR, reactor de agua ligera hirviendo y c) PHWR, reactor de agua a presión.

En el país la única central en operación es del tipo con reactor de agua ligera hirviendo o a presión (LWR), de 1 356 MW de capacidad en una unidad y con una eficiencia de aproximadamente el 34 %.

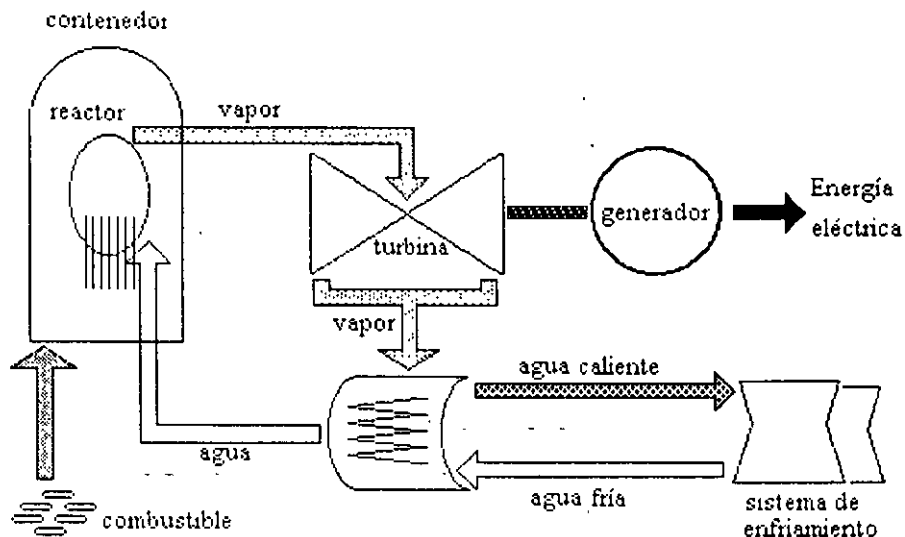


Figura 4. Central Nuclioeléctrica.

1.7 Central Geotermoeléctrica.

Opera en forma análoga a la termoeléctrica convencional, excepto que la producción de vapor es extraída del subsuelo, en una mezcla de agua y vapor que se obtiene directamente de pozos geotérmicos. La mezcla agua-vapor se envía a un separador, de donde el vapor seco se envía a la turbina para transformar su energía en energía mecánica y esta a su vez en el generador se transforma en energía mecánica.

En México las unidades de 5 MW el vapor residual que sale de las turbinas se libera directamente a la atmósfera, mientras que para unidades de 20, 37.5, 50 y 100 MW el vapor residual se envía a un sistema de condensación y el agua condensada junto con la proveniente del separador se reinyecta al subsuelo o se envía a una laguna de evaporación. En este tipo de centrales es difícil calcular

la eficiencia de conversión de energía que sea comparable con los que se han mencionado hasta el momento, sin embargo cabe señalar que el costo del vapor geotérmico considera un cargo inicial debido a las instalaciones superficiales en el campo, exploración y perforación de pozos productores, además durante la vida útil de la central se generan costos debidos tanto a los reemplazos de pozos e instalaciones superficiales, como a la operación y mantenimiento del campo geotérmico. Los costos de operación y mantenimiento son particulares de cada campo, tomando como parámetro el número de pozos que se tengan que atender.

1.8 Centrales Hidroeléctricas.

En estas centrales se utiliza el principio de aprovechamiento hidroeléctrico que consiste en convertir la energía potencial gravitatoria del agua contenida en un embalse en energía eléctrica, con un mínimo de pérdidas. Para lograr lo anterior el agua del embalse se conduce las turbinas procurando lograr una resistencia hidráulica mínima, en la turbina la energía potencial del agua se convierte en energía mecánica que es transferida al generador eléctrico para producir electricidad

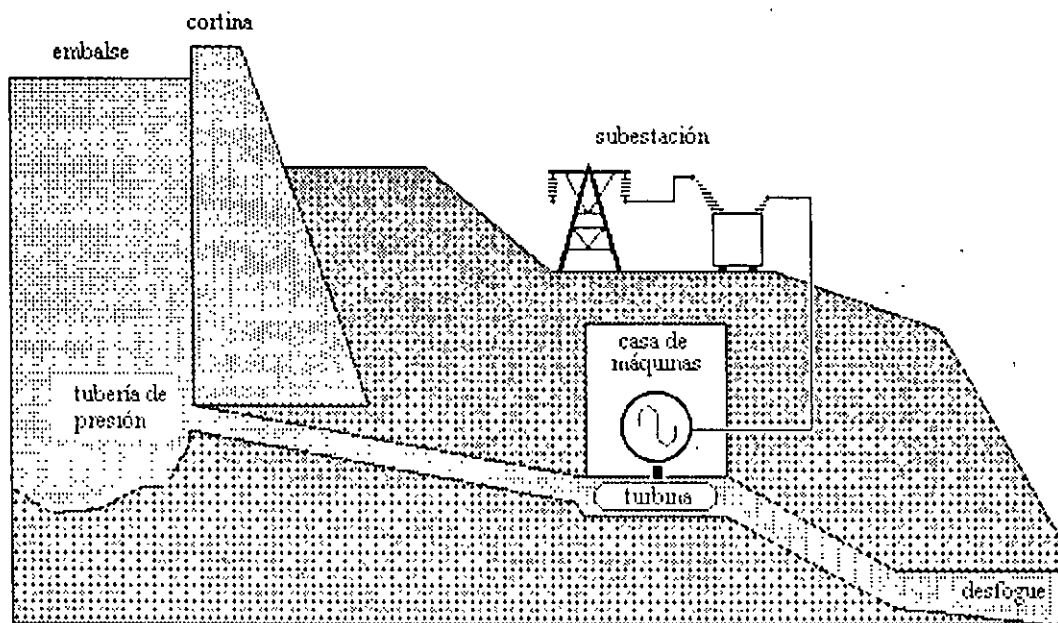


Figura 5. Central Hidroeléctrica.

Una característica importante es que para estas centrales no se puede contar con una estandarización pues la heterogeneidad de los proyectos proporciona una gran variedad de diseños, métodos constructivos y tamaños. Como en el caso de las centrales geotermoelectricas la eficiencia dependerá de cada proyecto, pues para las centrales hidroeléctricas el costo del combustible considera la cuota por derechos del agua turbinada que establece la ley Federal de Derechos y dicha cuota depende de la disponibilidad en donde se localiza la central.

1.9 Centrales no convencionales.

La tecnología de centrales solares y eólicas aún se encuentran en sus etapas de desarrollo e investigación y aunque ya existen centrales en operación, sus capacidades son bajas y la cantidad de energía que se obtiene actualmente es muy pequeña. La ventaja que presentan son las de ser tecnologías limpias para el ambiente y trabajar con fuentes de energía renovables o que se consideran inagotables.

En México se tienen instaladas siete unidades eólicas de 0.225 MW, en La venta, Oaxaca y la aportación en capacidad alcanza el 0.01% de la capacidad total instalada en el país. Las plantas solares usualmente se instalan en regiones de difícil acceso para las redes de distribución de energía eléctrica.

2. Conceptos básicos de técnicas de optimización.

Estas notas pretenden introducir en forma breve algunos conceptos de optimización de problemas **no lineales**.

El problema de programación no lineal consiste en seleccionar los valores de ciertas variables, generalmente no negativas, de manera que se maximice o minimice una función dada, sujeta a un conjunto de restricciones de igualdad y/o desigualdad.

En general, la función por optimar puede presentar un beneficio o un costo debido al desarrollo de alguna(s) actividad(des) mediante lo cual se busca cumplir algún objetivo o alcanzar alguna meta o definir el proceso de operación de algún sistema, etc.

Analíticamente, el problema de programación no lineal puede expresarse como:

$$\begin{aligned}
 & \min_z F(z) \\
 \text{sujeto a : } & g(z) = b \quad (1) \\
 & h(z) \leq c \\
 & \text{generalmente : } z \geq 0
 \end{aligned}$$

escrito en forma detallada:

$$\begin{aligned}
 & \min_{z_1, \dots, z_n} F(z_1, z_2, \dots, z_n) \\
 \text{sujeto a : } & g_1(z_1, z_2, \dots, z_n) = b_1 \quad h_1(z_1, z_2, \dots, z_n) \leq c_1 \\
 & g_2(z_1, z_2, \dots, z_n) = b_2 \quad h_2(z_1, z_2, \dots, z_n) \leq c_2 \quad (1') \\
 & \dots \dots \dots \quad \dots \dots \dots \\
 & g_m(z_1, z_2, \dots, z_n) = b_m \quad h_m(z_1, z_2, \dots, z_n) \leq c_m
 \end{aligned}$$

Generalmente . $z_1 \geq 0, z_2 \geq 0, \dots, z_n \geq 0$

Para los Sistemas Eléctricos de Potencia normalmente las restricciones de igualdad representan leyes físicas y las de desigualdad representan limitaciones físicas y/o externas al sistema.

Las n variables z_1, z_2, \dots, z_n se definen como los n componentes reales del vector columna z . La función objetivo $F(z)$ representa al criterio para el cual se requiere encontrar su valor mínimo.

Las funciones de restricción $g_1(z), g_2(z), \dots, g_m(z)$ son representadas por el vector columna $g(z)$, así como las $h_1(z), h_2(z), \dots, h_p(z)$ involucradas en las restricciones de desigualdad se representan en el vector columna $h(z)$.

Las constantes b_1, b_2, \dots, b_m y c_1, c_2, \dots, c_p se denominan las constantes o términos derechos de las restricciones y se representan por los vectores columna b y c respectivamente.

Se acepta que las $m+p+1$ funciones, $F(z), g_1(z), g_2(z), \dots, g_m(z), h_1(z), h_2(z), \dots, h_p(z)$ son funciones dadas, constantemente diferenciables, que no contienen elementos aleatorios, b y c están formados por números reales y que z puede ser cualquier vector con n componentes reales, sujeto únicamente a las $m+p+n$ restricciones definidas en (1), donde n, m y p son finitas.

Es común designar a las variables z como los “instrumentos” del proceso que se requiere optimar. Las restricciones de desigualdad representan generalmente limitaciones físicas o de operación de algún elemento dentro del sistema o limitaciones del proceso. Cuando se trata de un sistema físico, por ejemplo, aparecen comúnmente restricciones de igualdad, las que normalmente representan leyes físicas del comportamiento del sistema, en el caso de un sistema eléctrico, estas últimas pueden ser las leyes de Kirchhoff y las primeras pueden ser voltajes o capacidades de generadores. Cuando se involucran en el problema restricciones de igualdad (leyes físicas o de comportamiento), en ocasiones es conveniente subdividir las variables z en dos tipos de variables: variables de control y variables de estado del sistema, ya en condiciones normales es posible ejercer algún tipo de control sobre el sistema para conducirlo a un estado determinado. Es conveniente notacionalmente, en ciertas ocasiones, sustituir la variable z por el par de vectores (x, u) , con lo cual el problema (1) queda como sigue:

$$\begin{aligned} & \min_{x,u} F(x,u) \\ & \text{sujeto a: } g(x,u) = b \quad (2) \\ & \quad \quad h(x,u) \leq c \\ & \text{generalmente: } x \geq 0, u \geq 0 \end{aligned}$$

Nótese que el conjunto de restricciones $g(x,u)=b$ y $h(x,u) \leq c$ es la intersección entre los conjuntos (x,u) para los cuales se cumplen simultáneamente el conjunto de restricciones:

$$\begin{aligned} g_i(x,u) &= b_i \quad i = 1, 2, \dots, m \\ h_j(x,u) &\leq c_j \quad j = 1, 2, \dots, p \end{aligned}$$

Este conjunto (x,u) se denomina el conjunto de soluciones factibles o conjunto de oportunidades del problema.

OPTIMIZACIÓN CLÁSICA

Con el fin de iniciar en forma sencilla el análisis de las condiciones necesarias o requisitos para que (x, u) sea un punto óptimo se supondrá que $m=p=0$, es decir que no existen restricciones para z , sino que únicamente se desea encontrar un vector z real que haga mínima a la función $F(z)$. A este caso y al caso con restricciones de igualdad se acostumbra llamarlos como al problema de optimización clásica. La solución se encuentra al obtener el punto z^* , tal que para cualquier cambio Δz en el vector z^* se cumple que

$$F(z^*) \leq F(z^* + \Delta z) \quad (3)$$

(En todo lo que sigue se supondrá que F es doble diferenciable continuamente y con derivadas finitas y continuas). Desarrollando en serie de Taylor alrededor de z^*

$$F(z^* + \Delta z) = F(z^*) + \left[\frac{\partial F}{\partial z} \right]_{z^*} \Delta z + \frac{1}{2} \Delta z \left[\frac{\partial^2 F(z^* + \Theta \Delta z)}{\partial z^2} \right] \Delta z \quad (4)$$

$$0 < \Theta < 1$$

entonces, se obtiene de (2) y (3):

$$\left[\frac{\partial F}{\partial z} \right]_{z^*} \Delta z + \frac{1}{2} \Delta z \left[\frac{\partial^2 F(z^* + \Theta \Delta z)}{\partial z^2} \right] \Delta z \geq 0 \quad (5)$$

en donde: $\left[\frac{\partial F}{\partial z} \right]$ es el vector gradiente de $F(z)$

y

$\left[\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \right]$ es la matriz Hessiana o de segundas derivadas.

esta desigualdad se acostumbra llamar "desigualdad fundamental", la cual debe cumplirse para cualquier variación arbitraria Δz , en particular, si se toma la componente y del vector Δz negativa y todas las demás nulas, tomando límites se implica $\left[\frac{\partial F}{\partial z_i} \right] \leq 0$. Si por el contrario se toma $\Delta z > 0$ y todas las demás cero, tomando límites se implica $\left[\frac{\partial F}{\partial z_i} \right] \geq 0$ por lo tanto:

$$\left[\frac{\partial F}{\partial z_i} \right] = 0 \quad (6)$$

Ahora, usando (6), la desigualdad fundamental implica:

$$\Delta z' \left[\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \right]_{z^*} \Delta z \geq 0 \quad (7)$$

es decir, la matriz Hessiana debe ser positiva semidefinida para que z^* sea un punto extremo (mínimo o punto de inflexión) o estrictamente definida para garantizar un mínimo localmente en la vecindad de z^* .

OPTIMACIÓN CON RESTRICCIONES DE IGUALDAD

El problema consiste en encontrar z^* tal que se tenga $\min F(z)$ y al mismo tiempo se cumplan las restricciones de igualdad $g(z)=b$ es decir

$$\begin{aligned} &\min F(z) \\ &\text{s.a. } g(z)=b \end{aligned}$$

Para que exista solución a este problema, se requiere imponer algunas condiciones más fuertes que en el caso anterior, las cuales permiten tomar en cuenta las características de las restricciones de igualdad. La condición fundamental requerida, es que sea posible aplicar el "Teorema de la función implícita" al conjunto de restricciones de igualdad. Esto implica que si existen m restricciones, es posible efectuar una partición de las n variables o componentes de z , en un vector x con m componentes y un vector u con $n-m$ componentes; y que, además sea posible resolver para x a partir de las m restricciones en la "vecindad" de la solución $z^*=(x^*,u^*)$ es decir:

$$\dot{x} = x(u) \quad (9)$$

en otras palabras, las relaciones funcionales (9) son equivalentes a las restricciones (8)¹. Sustituyendo entonces (9) en la función objetivo por minimizar, el problema puede escribirse como:

$$\min_z F(z) = \min_{x,u} F(x,u) = \min_u F(x(u),u) = \min_u H(u) \quad (10)$$

este último problema expresado en (10) es un problema sin restricciones que implícitamente involucra a las restricciones $g(z)=b$ y que su espacio de soluciones se ha reducido al espacio de las $n-m$ variables de control u . Entonces las condiciones del óptimo pueden obtenerse en forma sencilla como sigue.

La condición necesaria para un mínimo local es:

¹ NOTA: Para garantizar la existencia de (9), es necesario que el Jacobiano de las restricciones con respecto a x sea de rango m .

$$\frac{\partial H'}{\partial u} = \frac{\partial F'(x, u)'}{\partial u} = \frac{\partial F'}{\partial u} + \frac{\partial F'}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} \quad (11)$$

Puesto que las restricciones $g(x, u) = b$ se pueden escribir como una identidad:

$$g(x, u) \equiv b \quad (12)$$

derivando:

$$\frac{\partial g}{\partial u} + \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} = 0 \quad (13)$$

como la matriz $\begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial x} \end{bmatrix}$ es no singular, se puede resolver para la matriz:

$$\frac{\partial x}{\partial u} = - \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial u} \right) \quad (14)$$

y la condición (11) se puede escribir como:

$$\frac{\partial H'}{\partial u} = \frac{\partial F'}{\partial u} - \frac{\partial F'}{\partial x} \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial u} \right) = 0 \quad (15)$$

obviamente:

$$\frac{\partial F'}{\partial u} - \frac{\partial F'}{\partial x} \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial u} \right) = 0 \quad (16)$$

se puede definir el vector λ llamado de multiplicadores de Lagrange como sigue:

$$\lambda' = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m] = - \frac{\partial F'}{\partial x} \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]^{-1} \quad (17)$$

por lo tanto, las condiciones necesarias (15) y (16) se pueden escribir como:

$$\frac{\partial F'}{\partial u} + \lambda' \left(\frac{\partial g}{\partial u} \right) = 0 \quad (15')$$

$$\frac{\partial F'}{\partial x} + \lambda' \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right) = 0 \quad (16')$$

o en forma global con z en lugar de (x,u) :

$$\frac{\partial F'}{\partial z} + \lambda' \left(\frac{\partial g}{\partial z} \right) = 0 \quad (18)$$

si se observa la condición (18), puede observarse que las condiciones necesarias junto con las restricciones originales $g(z) = b$ puede obtenerse derivando la función $F(z) + \lambda' (g(z) - b)$ con respecto a las variables z y λ . Este último resultado corresponde a la técnica de los multiplicadores de Lagrange aplicada al problema general de optimización clásica, esta técnica consiste en la aplicación de los tres pasos siguientes:

1. Se introduce un nuevo vector de variables λ con m componentes.
2. Se define la función de Lagrange formada por la suma de la función objetivo F y el producto interno del vector λ de los multiplicadores de Lagrange por las restricciones de igualdad $g(z) - b = 0$.

$$L(z) = F'(z) + \lambda' [g(z) - b] \quad (19)$$

o'

$$L(x,u) = F(x,u) + \lambda' [g(z) - b] \quad (19')$$

3. Se encuentra el punto (z^*, λ^*) ó (x^*, u^*, λ^*) para el cual se anulan todas las derivadas parciales de primer orden, es decir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L'}{\partial z} = \frac{\partial F'}{\partial z} + \lambda' \left(\frac{\partial g}{\partial z} \right) = 0 & \quad n \text{ ecuaciones} \\ \frac{\partial L'}{\partial \lambda} = g(z) - b = 0 & \quad m \text{ ecuaciones} \end{aligned} \quad (20)$$

al analizar estas últimas condiciones debe notarse que las primeras n condiciones implican que el gradiente de la función objetivo evaluado en el punto óptimo, es una combinación lineal de los gradientes de las funciones de restricción, en la cual los coeficientes constituyen los multiplicadores de Lagrange. Las últimas m condiciones simplemente representan a las restricciones de igualdad, por lo tanto, las condiciones (20) implican que z^* está en el conjunto factible de las restricciones o conjunto de oportunidades del problema, y que la dirección preferente de variación para la función objetivo es una combinación lineal de los vectores normales (gradientes) a las curvas de restricciones. Esta interpretación geométrica puede observarse a partir de la diferencial de las ecuaciones de restricción $g_i(z) - b_i = 0$ ya que :

$$dg_i = \sum_k \frac{\partial g_i}{\partial z_k} dz_k = 0 \quad (21)$$

y puesto que los dz_k están en la dirección tangente a la curva, el vector $\frac{\partial g_i}{\partial z_k}$ es normal a la curva $g_i(z) - b_i = 0$:

Las condiciones de segundo orden establecen que la matriz Hessiana del Lagrangeano debe ser positiva definida cuando se evalúa en el punto mínimo local sujeta a las condiciones de que la dirección de evaluación se encuentre sobre el hiperplano tangente a las superficies de restricción, lo cual analíticamente puede expresarse según (22) y (23) :

$$\Delta z' \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial z_1^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial z_1 \partial z_2} & \dots\dots \\ \frac{\partial^2 L}{\partial z_2 \partial z_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial z_2^2} & \dots\dots \\ \frac{\partial^2 L}{\partial z_n \partial z_1} & \dots\dots\dots & \frac{\partial^2 L}{\partial z_n^2} \end{bmatrix} \Delta z \quad (22)$$

sujeta a:
$$\Delta g = \left[\frac{\partial g}{\partial z} \right] \Delta z = 0 \quad (23)$$

cuando la matriz Hessiana es positiva definida, sujeta a las condiciones (23) , las condiciones (20) son suficientes. Nótese que las condiciones de segundo orden no implican que la matriz Hessiana de la función objetivo sea positiva definida, sino que, esto debe cumplirse para la matriz Hessiana de la función de Lagrange.

INTERPRETACIÓN DE LOS MULTIPLICADORES DE LAGRANGE

Se ha visto que la solución del problema de optimización nos proporciona además de los valores de las variables z , los valores de los multiplicadores de Lagrange λ , que tienen mucha importancia, ya que proporcionan una medida de la sensibilidad del valor óptimo de la función objetivo para pequeñas variaciones en las constantes b y c de las restricciones, es decir :

$$\lambda^* = \frac{\partial F^*}{\partial b} \quad (24)$$

Para probar lo anterior, debe probarse antes que si se tratan las b 's como variables, es posible resolver a partir de las condiciones de primer orden (20) , para las variables z y λ en función de las variables b . Para esto, se pueden considerar las condiciones (20) como sigue :

$$\frac{\partial F'}{\partial z} + \lambda' \left(\frac{\partial g}{\partial z} \right) = 0 \quad (20')$$

las que forman $m+n$ ecuaciones con $2m+n$ variables (b, λ, z) , entonces la matriz Jacobiana del sistema es:

$$\begin{bmatrix} -I & 0 & \frac{\partial g}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial g}{\partial z} & \frac{\partial^2 L}{\partial z^2} \end{bmatrix} \quad (25)$$

la cual, aceptando la no singularidad impuesta a $\frac{\partial g_i}{\partial z_k}$, es de rango $m+n$ por lo tanto, por el teorema de la función implícita es posible resolver para λ y z en función de b :

$$\lambda = \lambda(b), \quad z = z(b) \quad (26)$$

sustituyendo en la función de Lagrange .

$$L(b) = F(z(b)) + \lambda'(b)(g(z(b)) - b) \quad (27)$$

derivando con respecto a b :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial b} &= \frac{\partial F'}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial b} + \lambda' \frac{\partial g}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial b} + [g(z) - b]' \frac{\partial \lambda}{\partial b} - \lambda \\ \frac{\partial L}{\partial b} &= \left[\frac{\partial F'}{\partial z} + \lambda' \frac{\partial g}{\partial z} \right] \frac{\partial z}{\partial b} + [g(z) - b]' \frac{\partial \lambda}{\partial b} - \lambda \quad (28) \\ \frac{\partial L}{\partial b} &= -\lambda^* \end{aligned}$$

en el punto de la solución óptima (z^*, λ^*) , los dos primeros términos se anulan por lo tanto:

$$\frac{\partial L(z^*, \lambda^*)}{\partial b} = \left(\frac{\partial F^*}{\partial b} \right) = -\lambda^* \quad (29)$$

debido a (29), al obtener la solución óptima a un problema de la forma (8), se obtiene además una medida de la sensibilidad, ya que los multiplicadores de Lagrange indican que tan sensible es el valor óptimo de la función objetivo a los cambios en las constantes de las restricciones. Estas constantes generalmente representan la cantidad de recursos disponibles o requeridos para la operación de un sistema. El significado anterior de los multiplicadores también es válido para las constantes c de las restricciones de desigualdad en el problema (1).

PROBLEMA GENERAL DE PROGRAMACIÓN NO LINEAL

Este caso está representado por el problema (1), que además de m restricciones de igualdad contiene p restricciones de desigualdad. El establecimiento de las condiciones que se deben cumplir en el punto óptimo o en la solución, requiere de una generalización de la aplicación de los multiplicadores de Lagrange, la cual conduce a la obtención del teorema de Kuhn y Tucker, que nos introduce al problema general de programación no lineal en variables reales (o en el espacio euclidiano n dimensional). Existen diversas teorías sobre este problema, las cuales son encaminadas a la obtención de proposiciones generales y definitivas de las condiciones necesarias y suficientes en la solución. Cabe notar que tales resultados no se pretenda obtenerlos mediante una simple extensión de la teoría aplicable a los problemas que contienen únicamente restricciones de igualdad. Dado el carácter introductorio de estas notas, la incorporación de las restricciones de desigualdad se hará en forma sencilla para facilitar el desarrollo del tema. Si se observa el problema (1), las restricciones de desigualdad pueden convertirse a restricciones de igualdad mediante la adición de un término positivo en cada restricción de desigualdad definido como:

$$s_i^2 = c_i - h_i(z) \quad (30)$$

debe notarse que para que el vector z esté contenido en el conjunto factible, se debe cumplir que $s_i^2 \geq 0$, ya que $h_i(z) \leq c_i$, es decir, las componentes s_i deben ser reales.

Entonces, el problema (1) puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \min F(z) \\ \text{s.a.: } g(z) = b \\ h_i(z) + s_i^2 = c_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, p \end{aligned} \quad (31)$$

este problema con p variables adicionales de holgura contiene únicamente restricciones de igualdad, por lo tanto se puede aplicar la técnica de los multiplicadores de Lagrange. Los problemas (1) y (31) son equivalentes aún cuando este último contiene p variables adicionales.

Se forma la función de Lagrange.

$$L(z) = F(z) + \lambda [g(z) - b] + \sum_{i=1}^p \mu_i [h_i(z) + s_i^2 - c_i] \quad (32)$$

cuyas variables son (z, λ, μ, s) o (x, u, λ, μ, s) , las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial L}{\partial z} = \frac{\partial F}{\partial z} + \lambda \frac{\partial g}{\partial z} + \sum \mu_i \frac{\partial h_i}{\partial z} = 0 \quad n \text{ ecs.} \quad (33)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g(z) - b = 0 \quad m \text{ ecs.} \quad (34)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_i} = h_i(z) + s_i^2 - c_i = 0 \quad p \text{ ecs.} \quad (35)$$

$$\frac{\partial L}{\partial s_i} = 2\mu_i s_i = 0 \quad p \text{ ecs.} \quad (36)$$

Eliminando la variable s_i de las condiciones (35) y (36), éstas se pueden englobar en una sola condición, llamada de exclusión o de holgura complementaria, la cual se puede expresar como:

$$\mu_i [h_i(z) - c_i] \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (37)$$

Es posible probar que los multiplicadores μ_i de Kuhn y Tucker asociados a las restricciones de desigualdad están restringidos en su signo mediante condiciones de no negatividad. Tomando en cuenta la condición (33), la ecuación (23) y la desigualdad fundamental, así como el hecho de que para una restricción de desigualdad activa (en su límite) se cumple que para un movimiento factible Δz :

$$\Delta h_i = \frac{\partial h_i}{\partial z} \Delta z \leq 0 \quad (38)$$

se obtiene en el punto óptimo:

$$\frac{\partial F(z^*)}{\partial z} \Delta z = -\mu_i \frac{\partial h_i(z^*)}{\partial z} \Delta z = \mu_i \Delta h_i \quad \mu_i \geq 0 \quad (39)$$

de (38) y (39) se concluye que: $\mu_i \geq 0$ (40)

resumiendo los resultados anteriores se puede enunciar el:

TEOREMA DE KUHN Y TUCKER

Sea z^* un punto mínimo local regular¹ del problema (1), entonces existe un vector λ , n -dimensional y un vector $\mu \geq 0$, p -dimensional tal que:

$$\frac{\partial F(z^*)}{\partial z} + \lambda' \frac{\partial g(z^*)}{\partial z} + \mu' \frac{\partial h(z^*)}{\partial z} = 0 \quad (41)$$

$$\mu' [h(z^*) - c] = 0 \quad (42)$$

si se comparan (41) y (42) y la formulación del problema (1) con las condiciones de Lagrange

¹ La regularidad de z implica la no singularidad de la matriz cuyos renglones son los gradientes de h y g .

nótese la similitud existente a través de las condiciones (41), ya que estas pueden obtenerse a partir de la función de Kuhn y Tucker definida como :

$$F(z, \lambda, \mu) = F(z) + \lambda'[g(z) - b] + \mu'[h(z) - c] \quad (43)$$

sin embargo, existe una diferencia muy importante a través de las condiciones (42), así como la no negatividad de los multiplicadores μ de Kuhn y Tucker, ya que esto no se presenta en el caso de Lagrange.

EL MÉTODO DEL GRADIENTE

EL CONCEPTO DE DIRECCIÓN

Cualquier vector n -dimensional puede servir como una dirección. Dado un punto x , se puede generar una línea recta que pasa por x si se aplica una dirección d (vector con n componentes d_1, d_2, \dots, d_n) y un escalar τ tal que $-\infty \leq \tau \leq \infty$, es decir, si

$$y = x + \tau d \quad (44)$$

y recorre la línea recta en la dirección $\pm d$, que pasa por x cuando $\tau = 0$.

Puede demostrarse que si no es nulo, el gradiente mismo apunta en una dirección tal, que un pequeño movimiento en esa dirección aumenta a la función; sea:

$$f(x + \tau d) = f(x) + \nabla f(x) \tau d + \theta(\tau^2) \quad (45)$$

si la dirección d se selecciona igual al gradiente :

$$f(x + \tau \nabla f(x)) = f(x) + \tau |\nabla f(x)|^2 + \theta(\tau^2) \quad (46)$$

entonces, en la vecindad de x para $\tau > 0$.

$$f(x + \tau \nabla f(x)) \geq f(x) \quad (47)$$

este último resultado sugiere un procedimiento para la búsqueda de la solución óptima al problema de programación no lineal sin restricciones. Si se trata de un problema en el que se requiere encontrar el máximo, dado un punto en la vecindad del óptimo se efectúa una corrección Δz tal que :

$$z + \Delta z = z + \tau \nabla F(z) \quad (48)$$

se aproxime al punto óptimo z^* mediante la selección de un valor adecuado de τ , el cual se obtiene de

$$\max_{\tau} F[z + \tau \nabla f(z)] \quad (49)$$

en cambio, como $-\nabla F(z)$ apunta en la dirección en que la función $F(z)$ disminuye, si se trata de encontrar un mínimo, se efectúa una corrección Δz en la dirección $-\nabla F(z)$ seleccionando el valor adecuado de τ para obtener:

$$\max_{\tau} F[z + \tau \nabla F(z)] \quad (50)$$

como esta corrección se hace a lo largo de una línea recta y la función $F(z)$ que nos interesa es no lineal, se genera un proceso iterativo para la búsqueda de la solución óptima z^* , este procedimiento se conoce como el método del gradiente y se puede resumir como sigue:

PASO 0 : Se asignan valores de arranque $z = z_0$, ($z_0 = (x_0, u_0)$)

PASO 1 . Se calcula el gradiente $\nabla F(z)$. Si la magnitud del gradiente tiende a cero, el proceso termina y la solución es $z^* = z$.

PASO 2 : Se obtiene τ^* tal que $\tau^* = \left\{ \tau ; \max_{\tau} F[z - \tau \nabla F(z)] \right\}$

PASO 3 : Se calcula un nuevo valor de z con la expresión : $z_{nueva} = z + \Delta z = z - \tau^* \nabla F(z)$ y se repite el proceso aplicando de nuevo los pasos 1, 2 y 3 hasta lograr la convergencia.

MÉTODO DEL GRADIENTE REDUCIDO

Este método es directamente aplicable al problema de programación no lineal con restricciones de igualdad. Su nombre proviene de la forma particular que toma la expresión (15), ya que representar a las variables z como variables x y u (de estado y de control respectivamente), implícitamente las variables de control u toman el papel de variables del problema y este reduce su dimensionalidad a $n-m$ variables. Bajo otro punto de vista, este enfoque también puede visualizarse como una técnica de descomposición no lineal.

El procedimiento puede visualizarse fácilmente a partir del método del gradiente ya establecido y de las relaciones (15) y (16) o (15') y (16'), así como del cumplimiento de las restricciones en el punto óptimo (condiciones de Lagrange).

ESQUEMA DEL MÉTODO DEL GRADIENTE REDUCIDO PARA OBTENER EL MÍNIMO DE F(Z)

PASO 0 : Se supone un conjunto de valores para u (valores de arranque)

PASO 1 . Se calculan los valores de x a partir de :

$$g(x, u) - b = 0$$

PASO 2 : Se calculan los valores de λ a partir de la ecuación (16') :

$$\lambda' = - \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)^{-1}$$

PASO 3 : Se calculan los valores del gradiente reducido $\frac{\partial L}{\partial u}$ que en general no serán nulos, a partir de (15) o (15')

$$\nabla L'_u = \nabla F'_u + \lambda' \nabla g_u = \frac{\partial F'}{\partial u} + \lambda' \frac{\partial g}{\partial u}$$

PASO 4 . Se toma la dirección del gradiente reducido con signo negativo y se calcula el escalar τ^* tal que .

$$\tau^* = \left\{ \tau ; \max_{\tau} F [z - \tau \nabla F (z)] \right\}$$

τ

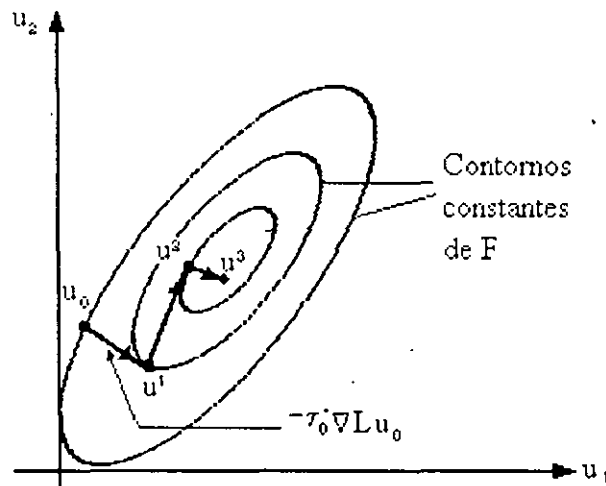
con $\Delta u = -\nabla L_u$ y $\Delta x = \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial u} \right) \left(\frac{\partial L}{\partial u} \right)$

PASO 5 . Se calculan los nuevos valores de u aplicando el valor de τ^* :

$$u_{nueva} = u + \tau^* \Delta u = u - \tau^* \nabla L_u$$

PASO 6 : Se prueba la convergencia del proceso: si la magnitud del gradiente reducido tiende a cero, el proceso termina. En caso contrario se repite el proceso con los nuevos valores de u a partir del paso 1.

Geoméricamente, en el espacio de las variables de control u , el proceso puede visualizarse como se muestra en la figura siguiente:



Representación geométrica del proceso de disminución de la función $F(z)$

EJEMPLO DEL MÉTODO DEL GRADIENTE

Minimizar la función $F(x, u) = x^2 + u^2$ sin restricciones:

$$\min F(x, u) = x^2 + u^2$$

Paso 0. Valores de arranque.

$$z_0 = (x_0, u_0) = (1, 1)$$

Paso 1. Cálculo del gradiente.

$$\nabla F = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} \\ \frac{\partial F}{\partial u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x \\ 2u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Paso 2. Obtención de t^* .

$$\min F \left[\begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} - t \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} \\ \frac{\partial F}{\partial u} \end{bmatrix} \right] = \min F \left[\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - t \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right]$$

$$\min_t F \begin{bmatrix} 1-2t \\ 1-2t \end{bmatrix} = \min_t [(1-2t)^2 + (1-2t)^2]$$

$$\min_t [2(1-2t)^2] = \frac{d}{dt} 2(1-2t)^2 = 0$$

$$4(1-2t)(-2) = 0, \quad t^* = \frac{1}{2}$$

Paso 3. Cálculo de z_{nueva} .

$$z_{nueva} = z - t^* \nabla F(z) = \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} - t^* \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$z_{nueva} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\nabla F = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} \\ \frac{\partial F}{\partial u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x \\ 2u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(0) \\ 2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

EJEMPLO DEL MÉTODO DEL GRADIENTE REDUCIDO

Minimizar la función $F(x, u) = x^2 + u^2$ sujeto a $x + u = 1$

$$\begin{aligned} \min F(x, u) &= x^2 + u^2 \\ \text{s.a. } x + u &= 1 \end{aligned}$$

Función de Lagrange: $L(x, u, \lambda) = x^2 + u^2 + \lambda(x + u - 1)$

Paso 0. Valores de arranque $u = 1$

Paso 1. Cálculo del valor de x . $x + u = 1$, $x = 1 - u = 0$

Paso 2. Cálculo de λ :

$$\lambda = - \frac{\partial F}{\partial x} \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]^{-1} = 0$$

ya que:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x = 2(0) = 0$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} = 1$$

Paso 3. Gradiente reducido

$$\nabla L_u = \frac{\partial L}{\partial u} = \frac{\partial F}{\partial u} + \lambda \frac{\partial g}{\partial u} = 2$$

ya que:

$$\frac{\partial F}{\partial u} = 2u = 2$$

$$\frac{\partial g}{\partial u} = 1$$

$$\lambda = 0$$

Paso 4. Se obtiene t^* a partir de:

$$\min L \left[x + t \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]^{-1} \left[\frac{\partial g}{\partial u} \right] \left[\frac{\partial L}{\partial u} \right], u + t \left[-\frac{\partial g}{\partial x} - \lambda' \frac{\partial g}{\partial u} \right] \right]$$

$$\min L \left[0 + t(1)^{-1}(1)(2), 1 + t[-2 - (0)(1)] \right]$$

$$\min L [2t, 1 - 2t]$$

Como $L(x, u, \lambda) = x^2 + u^2 + \lambda(x + u - 1)$ entonces .

$$\min L[2t, 1-2t] = (2t)^2 + (1-2t)^2 + \lambda[2t + 1 - 2t - 1]$$

$$\frac{dL}{dt} = 2(4t) + 2(1-2t)(-2) = 0$$

$$8t - 4 + 8t = 0$$

$$t = \frac{1}{4}$$

Paso 5. Cálculo de u_{nueva} :

$$u_{nueva} = u - t * \nabla L_u$$

$$u_{nueva} = 1 - \frac{1}{4}(2) = \frac{1}{2}$$

$$\nabla L_u = \frac{\partial L}{\partial u} = 2u = 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

aún no converge.

Segunda iteración con $u = 1/2$:

Paso 1. Cálculo del valor de x : $x + u = 1$, $x = 1 - u = 1/2$

Paso 2. Cálculo de λ :

$$\lambda = -\frac{\partial F}{\partial x} \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]^{-1} = -1$$

ya que

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x = 2(1/2) = 1$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} = 1$$

Paso 3. Gradiente reducido

$$\nabla L_u = \frac{\partial L}{\partial u} = \frac{\partial F}{\partial u} + \lambda \frac{\partial g}{\partial u} = 0$$

ya que :

$$\frac{\partial F}{\partial u} = 2u = 1$$

$$\frac{\partial g}{\partial u} = 1$$

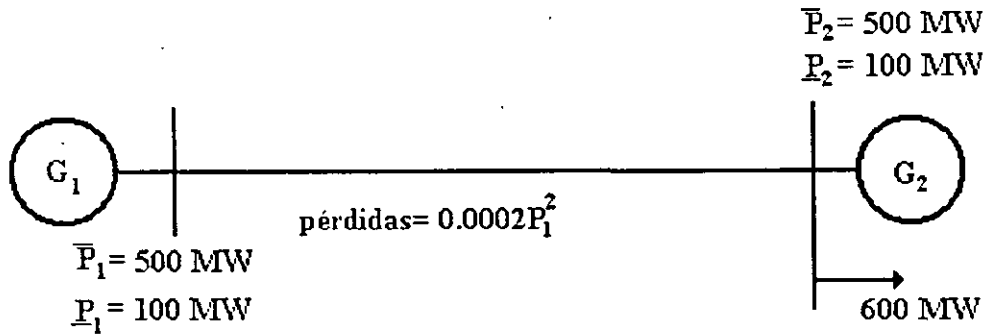
$$\lambda = -1$$

Como el gradiente de L_u es igual con cero el método converge, por lo que el mínimo de F es :

$$\min F(x,u) = (1/2)^2 + (1/2)^2 = 1/2$$

EJEMPLO.

Aplique el método del gradiente reducido para obtener la generación óptima en las máquinas del sistema eléctrico que se muestra en la figura siguiente.



La función que describe el costo asociado a la potencia generada es :

$$F_1(P_1) = F_2(P_2) = 1000 + 10P + 0.003P^2$$

La función objetivo a minimizar será :

$$\min F(x, u) = 1000 + 10x + 0.003x^2 + 1000 + 10u + 0.003u^2$$

$$s.a. x + u - 0.0002x^2 - 600 = 0$$

$$\text{donde: } \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}$$

$$P_1 + P_2 - 0.0002P_1^2 = 600$$

Utilizando el método del gradiente reducido tenemos que:

Paso 0 : $u_0 = 400 \text{ MW}$

Paso 1 : $x - 0.0002x^2 = 600 - u_0 = 200$

$$-0.0002x^2 + x - 200 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(-0.0002)(-200)}}{2(-0.0002)}$$

$$x_1 = 208.71 \text{ MW} \leftarrow$$

$$x_2 = 4791.28 \text{ MW} \times$$

$$\underline{x_0 = 208.71 \text{ MW}}$$

Paso 2 :

$$\lambda = -\frac{\partial F}{\partial x} \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]^{-1}$$

donde :

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 10 + 0.006x = 10 + 0.006(208.71) = 11.25$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} = 1 - 0.0004x = 1 - 0.0004(208.71) = 0.91652$$

$$\lambda = -(11.25)(0.91652)^{-1} = -12.2749$$

Paso 3 :

$$\frac{\partial F}{\partial u} = 10 + 0.006u = 10 + 0.006(400) = 12.4$$

$$\frac{\partial g}{\partial u} = 1$$

$$\nabla L_u = \frac{\partial F}{\partial u} + \lambda' \frac{\partial g}{\partial u} = 12.4 + (-12.2749)(1) = 0.1251$$

Paso 4 :

$$\min_{\tau} L[x + \tau \Delta x, u + \tau \Delta u]$$

donde :

$$\Delta x = \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]^{-1} \left[\frac{\partial g}{\partial u} \right] \left[\frac{\partial L}{\partial u} \right] = (0.91652)^{-1} (1) (0.1251) = 0.1418$$

$$\Delta u = -\nabla L_u = -0.1251$$

por lo que :

$$\min_{\tau} L[(x + 0.1418\tau), (u - 0.1251\tau)]$$

donde $x_0 = 208.71$ y $u_0 = 400$, que al sustituirlos en la función de Lagrange nos queda :

$$L(x, u) = F(x, u) + \lambda'[g(x, u) - b]$$

$$L(x, u) = \left[\begin{array}{l} 1000 + 10(208.71 + 0.1418\tau) + 0.003(208.71 + 0.1418\tau)^2 \\ + 1000 + 10(400 - 0.1251\tau) + 0.003(400 - 0.1251\tau)^2 \\ + (-12.2749)(208.71 + 0.1418\tau + 400 - 0.1251\tau - 0.0002[208.71 + 0.1418\tau]^2 - 600) \end{array} \right]$$

donde :

$$\min_{\tau} L = \frac{dL}{d\tau} = 0$$

$$\frac{dL}{d\tau} = 0.65 + 0.000128\tau = 0$$

$$\text{donde: } \tau = \frac{-0.65}{0.000128} = -5096.59$$

$$\text{Paso 5 : } \mu_{nuevo} = \mu_0 + \tau * \Delta \mu = 400 + (-5096.59)(-0.1251) = 1037.58$$

Como este nuevo valor de μ excede el limite de generación tomamos el limite superior, es decir $\mu_1 = 500$ MW con lo que:

$$\text{Paso 1 : } x - 0.0002x^2 = 600 - \mu_1 = 100$$

$$-0.0002x^2 + x - 100 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(-0.0002)(-100)}}{2(-0.0002)}$$

$$x_1 = 102.0842 \text{ MW} \leftarrow$$

$$x_2 = 4897.91 \text{ MW} \times$$

$$\underline{x_1 = 102.0842 \text{ MW}}$$

Paso 2 :

$$\lambda = -\frac{\partial F}{\partial x} \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]^{-1}$$

donde,

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 10 + 0.006x = 10 + 0.006(102.0842) = 10.6125$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} = 1 - 0.0004x = 1 - 0.0004(102.0842) = 0.9592$$

$$\lambda = -(10.6125)(0.9592)^{-1} = -11.0643$$

Paso 3 :

$$\frac{\partial F}{\partial \mu} = 10 + 0.006\mu = 10 + 0.006(500) = 13.0$$

$$\frac{\partial g}{\partial \mu} = 1$$

$$\nabla L_{\mu} = \frac{\partial F}{\partial \mu} + \lambda' \frac{\partial g}{\partial \mu} = 13.0 + (-11.0643)(1) = 1.9357$$

Paso 4 :

$$\min_{\tau} L[x + \tau \Delta x, u + \tau \Delta u]$$

donde:

$$\Delta x = \left[\frac{\partial g}{\partial x} \right]^{-1} \left[\frac{\partial g}{\partial u} \right] \left[\frac{\partial L}{\partial u} \right] = (0.9592)^{-1} (1)(1.9357) = 2.0832$$

$$\Delta u = -\nabla L_u = -1.9357$$

por lo que:

$$\min_{\tau} L[(x + 2.0832\tau), (u - 1.9357\tau)]$$

donde $x_1 = 102.0842$ y $u_1 = 500$, que al sustituirlos en la función de Lagrange nos queda :

$$L(x, u) = F(x, u) + \lambda^1 [g(x, u) - b]$$

$$L(x, u) = \left[\begin{array}{l} 1000 + 10(102.0842 + 2.0832\tau) + 0.003(102.0842 + 2.0832\tau)^2 \\ + 1000 + 10(500 - 1.9357\tau) + 0.003(500 - 1.9357\tau)^2 \\ + (-11.0643)(102.0842 + 2.0832\tau + 500 - 1.9357\tau - 0.0002[102.0842 + 2.0832\tau]^2 - 600) \end{array} \right]$$

donde :

$$\min_{\tau} L = \frac{dL}{d\tau} = 0$$

$$\frac{dL}{d\tau} = -3.746872 + 0.06207\tau = 0$$

$$\text{donde : } \tau = \frac{3.746872}{0.06207} = 60.365265$$

$$\text{Paso 5 : } u_{\text{mewa}} = u_1 + \tau * \Delta u = 400 + (60.365265)(-1.9357) = 283.150956 \text{ MW}$$

Siguiendo el procedimiento se puede comprobar que el valor óptimo de u^* es muy próximo a 390 MW, con lo que $z^* = (x^*, u^*) = (219.6492, 390) \text{ MW}$.

3. Despacho Económico de Unidades Térmicas.

Para el análisis de la operación de los sistemas eléctricos de potencia es necesario el conocimiento de las variables que intervienen en el proceso. Los generadores eléctricos son parte importante en los sistemas de potencia y poseen características de comportamiento, tales como: tipo de pri-motor, turbina de vapor o hidráulica, tipo de combustible, limitantes en la operación de los equipos, etc

Las unidades térmicas típicas para la generación de energía eléctrica comprenden el sistema generador de vapor-turbina- generador eléctrico en bloque, como ya se mencionó, el vapor extraído del generador de vapor acciona una turbina acoplada mecánicamente al generador eléctrico. En este bloque se tiene como entrada la cantidad de energía por hora, resultado de la quema de algún combustible, y como salida se tiene la potencia eléctrica que se entrega al sistema eléctrico.

3.1 Curva entrada-salida.

Una de las gráficas que describen el comportamiento del bloque caldera-turbina-generador es la curva entrada-salida. Dicha curva representa la cantidad de combustible o el costo del combustible que la unidad consume por hora para la potencia a la que la unidad está generando, por lo general se expresa como un polinomio de segundo orden de la forma $F(P)= a+bP+cP^2$. La característica de esta curva es que siempre es creciente pues un aumento en la producción corresponde a un aumento en el consumo, los reportes técnicos indican que esta curva debe ser convexa y monotónica creciente. En la figura 3.1 se muestra la curva entrada-salida para una unidad térmica convencional.

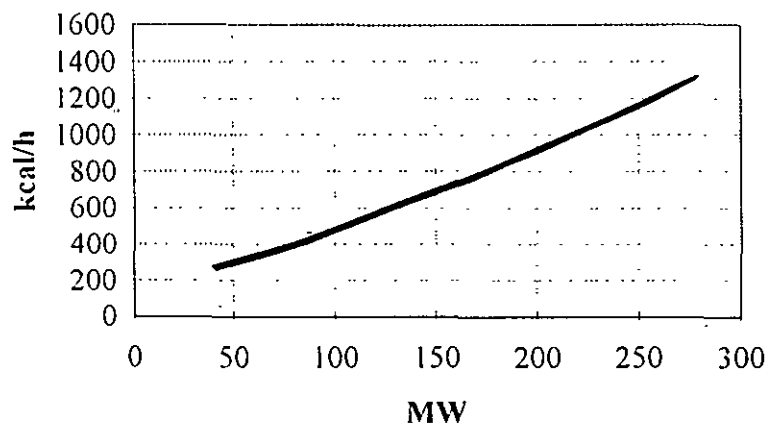


Figura 3.1 Curva entrada-salida.

Los datos de la curva entrada-salida se obtienen a partir de pruebas de consumo específico o bien por medio de cálculos de diseño.

3.2 Curva de consumo específico (Heat rate).

Otra gráfica de interés es la de consumo específico o Heat rate, la cual representa el costo por MWh que tiene la unidad para una determinada potencia de salida. En la figura 3.2 se muestra una curva típica de consumo específico. El método para obtener esta curva consiste en tener una carga fija en la unidad y obtener el gasto de combustible consumido en un lapso de tiempo, después se varía la carga de la unidad y se van tomando los diferentes valores de consumo de combustible.

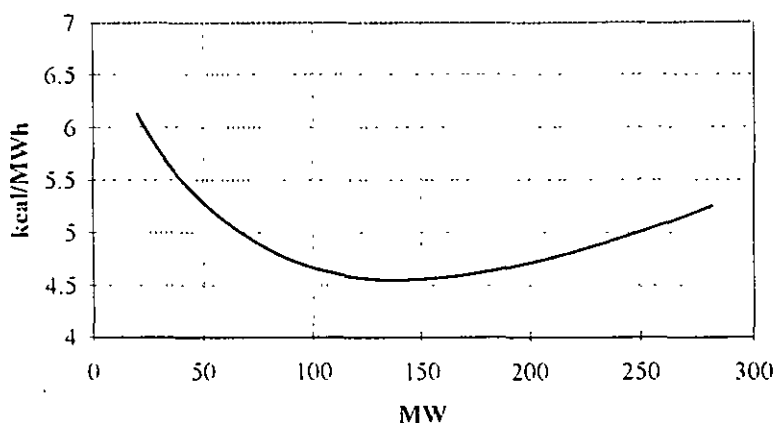


Figura 3.2 Curva de consumo específico (Heat rate).

La gráfica de consumo específico inicia con valores altos para generaciones cercanas a cero va decreciendo hasta llegar a un mínimo, aproximadamente al 85 % de la potencia máxima y después comienza a subir, al punto mínimo se le conoce como punto de máxima eficiencia. Si se conoce el polinomio que describe la entrada-salida, se puede conocer la función del consumo específico dividiendo el polinomio entre la potencia de salida : $HR = a / P + b + c P$.

3.3 Costos Incrementales.

La gráfica de costos incrementales representa la pendiente o primera derivada de la función entrada-salida ($\Delta F / \Delta P$ o dF / dP) e indica el incremento en costo o en consumo de combustible que se requiere para un incremento en la potencia de salida. Conociendo la función entrada-salida se puede determinar la función costo incremental derivando la función entrada-salida con respecto a la potencia de salida. Una curva típica de costo incremental se muestra en la figura 3.3.

Esta curva se caracteriza por ser siempre creciente, es decir que para cada aumento de producción corresponde un aumento de consumo de combustible. En las pruebas reales que se efectúan en las unidades se han encontrado picos o puntas en esta curva los cuales se suavizan mediante técnicas de segmentación. Las discontinuidades son originadas por la apertura o cierre de válvulas de la turbina, lo cual representa una restricción en la operación del generador.

La curva de costos incrementales es la más utilizada para estudios de despacho económico de generación y para la planeación de Sistemas de Potencia. Es necesario recalcar que

característica de esta curva debe ser monótonicamente creciente, pues para estudios en donde se utilicen los multiplicadores de Lagrange, se pueden encontrar varios puntos de solución.

Cuando las curvas no presentan esta característica se pueden representar mediante segmentación por tramos rectos o trabajar con las curvas reales utilizando otra metodología para resolver el problema.

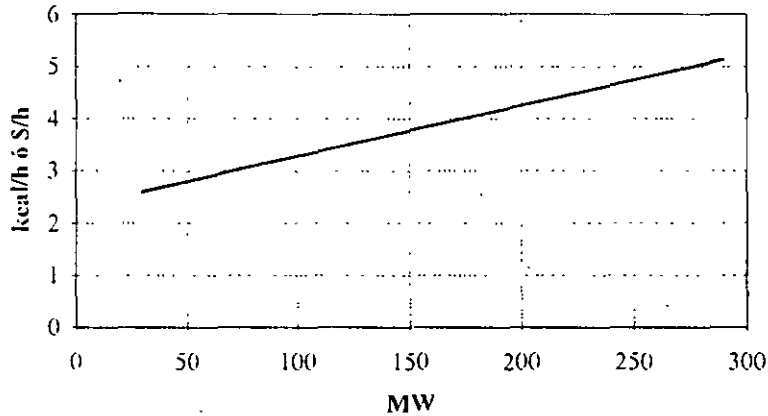


Figura 3.3 Curva de costos incrementales

Es conveniente que las curvas de entrada-salida de un generador sean expresadas de manera cuadrática dando como característica que los costos incrementales sean siempre crecientes. Los coeficientes a, b y c de las funciones se pueden obtener por medio de técnicas de estimación, si se cuenta con el número suficiente de pruebas. Una aplicación directa de la técnica de mínimos cuadrados podría originar que alguno de los coeficientes a, b y c pueda ser negativo y como requerimos una curva monótonica creciente dentro de los rangos de potencia máxima y mínima, los coeficientes negativos deben ser evitados. Incorporando un esquema apropiado de mínimos cuadrados ponderados se puede llegar a un buen resultado, en nuestro caso se describen los mínimos cuadrados directos y se deja al lector indagar los mínimos cuadrados ponderados.

3.4 Mínimos cuadrados para la obtención de las curvas de entrada-salida.

El método consiste en hacer mínima la suma de las distancias calculadas entre el valor de la función que aproxima $p(x_i)$ y el valor de la función $f(x_i)$ dada en forma tabular.

$$\sum_{i=1}^m |p(x_i) - f(x_i)| = \sum_{i=1}^m d_i \rightarrow \text{mínimo}$$

Para evitar problemas de derivabilidad, se acostumbra utilizar las distancias d_i elevadas al cuadrado:

$$\sum_{i=1}^m [p(x_i) - f(x_i)]^2 = \sum_{i=1}^m d_i^2 \rightarrow \text{mínimo}$$

Para aproximar una función tabulada a través de un polinomio cuadrático, se plantea el problema de minimizar la expresión.

$$p(x) = a + bx + cx^2 \quad \text{polinomio de aproximación}$$

$$\min \sum_{i=1}^m [a + bx_i + cx_i^2 - f(x_i)]^2$$

Para minimizar la expresión anterior, se deriva parcialmente con respecto a cada una de las variables y se igualan a cero dichas derivadas, con lo que se obtiene un sistema de tres ecuaciones algebraicas cuyas incógnitas son a, b y c, es decir:

$$\frac{\partial}{\partial a} \sum_{i=1}^m [a + bx_i + cx_i^2 - f(x_i)]^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial b} \sum_{i=1}^m [a + bx_i + cx_i^2 - f(x_i)]^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial c} \sum_{i=1}^m [a + bx_i + cx_i^2 - f(x_i)]^2 = 0$$

de donde se obtiene el sistema de ecuaciones algebraicas siguiente:

$$ma + b \sum_{i=1}^m x_i + c \sum_{i=1}^m x_i^2 = \sum_{i=1}^m f(x_i)$$

$$a \sum_{i=1}^m x_i + b \sum_{i=1}^m x_i^2 + c \sum_{i=1}^m x_i^3 = \sum_{i=1}^m f(x_i)x_i$$

$$a \sum_{i=1}^m x_i^2 + b \sum_{i=1}^m x_i^3 + c \sum_{i=1}^m x_i^4 = \sum_{i=1}^m f(x_i)x_i^2$$

al resolver el sistema de ecuaciones se obtienen los coeficientes a, b, y c; en forma matricial simplificada se puede escribir:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m x_i^n \\ \sum_{i=1}^m x_i^{n+1} \\ \sum_{i=1}^m x_i^{n+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m f(x_i)x_i^n \\ \sum_{i=1}^m f(x_i)x_i^{n+1} \\ \sum_{i=1}^m f(x_i)x_i^{n+2} \end{bmatrix}$$

donde la solución será:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m x_i^n \\ \sum_{i=1}^m x_i^{n+1} \\ \sum_{i=1}^m x_i^{n+2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m f(x_i)x_i^n \\ \sum_{i=1}^m f(x_i)x_i^{n+1} \\ \sum_{i=1}^m f(x_i)x_i^{n+2} \end{bmatrix}$$

Ejemplo de aplicación de mínimos cuadrados.

Obtención de los coeficientes a, b, y c de la curva entrada-salida para los datos proporcionados de una unidad térmica convencional de 350 MW.

PUNTO	MW	BTU/h	Cálculo de las sumatorias				
			x^{**2}	x^{**3}	x^{**4}	$f(x)*x$	$f(x)*x^{**2}$
1	87.5	10841250	7656.25	669921.875	58618164.0	94860937	8.30E+13
2	140	15890000	19600	2744000	38416000	2.22E+12	3.11E+14
3	210	22533000	44100	9261000	19448100	4.73E+12	9.93E+14
4	280	29400000	78400	21952000	61465600	8.23E+12	2.30E+15
5	350	36557500	122500	42875000	15006250	1.27E+13	4.47E+15
sumas:	1067.5	11522175	272256.2	77501921.88	23540398	2.89E+13	8.17E+15

El sistema de ecuaciones quedará expresado como:

5	1067.5	272256.2
1067.5	272256.2	77501921.8
272256.2	77501921.8	23540398

a
b
c

11522175000
2.89323E+13
8.17141E+15

donde al obtener la matriz inversa y multiplicarla por el vector de términos independientes se tiene que:

matriz inversa

7.252360	-0.072600	0.000155
-0.072600	0.000785	-1.74566E-6
0.000155	-1.74566E-6	3.99538E-9

a=	288664334.7
b=	8981246.895
c=	1804.815377

Los coeficientes están en Btu / h por lo que al escribir el polinomio en MBtu / h quedará:

$$F (P) = 288.664 + 8.981 P + 0.002 P^2 \text{ [MBtu / h]}$$

3.5 El problema del despacho económico.

El despacho económico se reduce a obtener los valores de las potencias a que deben generar la unidades térmicas con la condición de que sea al costo mínimo. El problema desde el punto de vista matemático se resuelve con la aplicación de los multiplicadores de Lagrange y las condiciones de Kuhn-Tucker vistas en el tema anterior.

Se establece una función objetivo F , que representa el costo total para suministrar la demanda de energía, la cual se desea minimizar y está sujeta a la condición de que la potencia generada debe ser igual a la demanda. Por el momento ignoraremos las pérdidas de energía en el sistema de transmisión y los límites de generación de las unidades por el momento no serán explícitas en la formulación del problema. El planteamiento es el siguiente:

$$F_T = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_N = \sum_{i=1}^N F_i(P_i)$$

$$\phi = 0 = P_R - \sum_{i=1}^N P_i$$

Este es un problema de optimación con condición de igualdad, el cual puede ser resuelto formalmente usando métodos de cálculo avanzado que involucran la función de Lagrange o Lagrangeano, dicha función se expresa como:

$$L = F_T + \lambda \phi$$

las condiciones necesarias para un valor extremo de la función objetivo, resultan cuando tomamos la primera derivada de la función de Lagrange con respecto a cada una de las variables independientes e igualamos las derivadas a cero.

Las N ecuaciones que resultan al derivar la función de Lagrange con respecto a la potencia de salida de cada una de las unidades se pueden resumir de la forma siguiente:

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} - \lambda = 0$$

o

$$\frac{dF_i}{dP_i} - \lambda = 0$$

lo anterior quiere decir que la condición para que exista la condición de mínimo costo de operación es que el **costo incremental** de todas la unidades sea igual a un valor λ . Por supuesto, a esta condición hay que agregar la restricción de que la suma de las potencias de las unidades iguale a la demanda y que cada unidad debe generar entre sus límites de operación de potencia máxima y mínima. Las condiciones descritas se resumen en el conjunto de ecuaciones siguiente:

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \quad N \text{ ecuaciones}$$

$$P_{i,\min} \leq P_i \leq P_{i,\max} \quad 2N \text{ ecuaciones}$$

$$\sum_{i=1}^N P_i = P_R \quad 1 \text{ restricción}$$

cuando involucramos las restricciones de desigualdad se hace necesario adicionar al conjunto de condiciones necesarias, las condiciones siguientes:

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \quad \text{para} \quad P_{i,\min} \leq P_i \leq P_{i,\max}$$

$$\frac{dF_i}{dP_i} \leq \lambda \quad \text{para} \quad P_i \leq P_{i,\max}$$

$$\frac{dF_i}{dP_i} \geq \lambda \quad \text{para} \quad P_i \leq P_{i,\min}$$

El problema del despacho económico considerando pérdidas en la red eléctrica es ligeramente más complicado que en caso anterior y esto es debido a que ahora en la ecuación de restricción se deben incluir las pérdidas de la red. La función objetivo F_T es la misma que en el caso anterior, sin embargo la restricción se expande a la forma siguiente.

$$\phi = 0 = P_R + P_L - \sum_{i=1}^N P_i$$

Mediante un procedimiento análogo al anterior se pueden establecer las condiciones necesarias para encontrar una solución de costo de operación mínimo. Al efectuar la primera derivada de la función de Lagrange con respecto a la potencia de salida de cada unidad, se debe involucrar las pérdidas de la red, éstas dependen o son función de las impedancias y corrientes de la red eléctrica. En nuestro caso las corrientes las consideraremos sólo dependientes de la potencia de salida de cada unidad y de la potencia demandada, el conjunto de condiciones resultantes se muestra a continuación, cabe hacer notar que usualmente se les conoce como las ecuaciones de coordinación.

$$L = F_T + \lambda \phi$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} - \lambda \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \right) = 0$$

o

$$\frac{dF_i}{dP_i} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \lambda$$

$$P_R + P_L - \sum_{i=1}^N P_i = 0$$

El incremento en la dificultad de la solución estriba en el cálculo de la pérdidas de la red para poder validar la solución y satisfacer la restricción de igualdad. Existen dos aproximaciones generales a la solución de este problema, la primera consiste en el desarrollo de una expresión matemática para las pérdidas de la red donde sólo son función de la potencia de salida de cada unidad y la segunda consiste en incorporar las ecuaciones de flujo de potencia como restricciones esenciales para establecer formalmente el problema de optimización, a este caso se le conoce como **Flujos Óptimos**.

Ejemplo de despacho económico de unidades térmicas sin pérdidas.

Supóngase que se desea determinar el punto de operación más económico para las tres unidades que se describen abajo, para cubrir una demanda total de 850 MW.

Unidad 1. Carbón.

$$P_{1\max} = 600 \text{ MW} \quad P_{1\min} = 150 \text{ MW}$$

$$F_1(P_1) = 561 + 7.92P_1 + 0.001562P_1$$

Unidad 2. Combustóleo.

$$P_{2\max} = 400 \text{ MW} \quad P_{2\min} = 100 \text{ MW}$$

$$F_2(P_2) = 310 + 7.85P_2 + 0.00194P_2^2$$

Unidad 3. Combustóleo.

$$P_{3\max} = 200 \text{ MW} \quad P_{3\min} = 50 \text{ MW}$$

$$F_3(P_3) = 78 + 7.97P_3 + 0.00482P_3^2$$

Las condiciones para un despacho óptimo son:

$$\frac{dF_1}{dP_1} = 7.92 + 0.003124P_1 = \lambda$$

$$\frac{dF_2}{dP_2} = 7.85 + 0.00388P_2 = \lambda$$

$$\frac{dF_3}{dP_3} = 7.97 + 0.00964P_3 = \lambda$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 850 \text{ MW}$$

Resolviendo para λ , P_1, P_2 y P_3 se obtiene que:

$$\lambda = 9.148 \text{ \$/MWh}, P_1 = 393.2 \text{ MW}, P_2 = 334.6 \text{ MW} \text{ y } P_3 = 122.2 \text{ MW}$$

En la solución anterior se observa que cada una de las unidades está dentro de los límites de generación y que su suma es igual a 850 MW, así como el cumplimiento de las condiciones de igualdad.

Ahora suponga que el precio del carbón disminuye y se obtiene una función de costo para la unidad 1, como la siguiente:

$$F_1(P_1) = 459 + 6.48P_1 + 0.00128P_1^2$$

y al obtener la solución exacta se encuentra que:

$$\lambda = 8.284 \text{ \$/MWh}, P_1 = 704.6 \text{ MW}, P_2 = 111.8 \text{ MW} \text{ y } P_3 = 32.6 \text{ MW}$$

Esta solución aunque cumple con las condiciones impuestas en el planteamiento del problema, excede los límites de generación en las máquinas 1 y 3. Para resolver el despacho más económico y cumpliendo con las condiciones, supondremos que la unidad 1 trabaja en su máximo y la unidad 3 en su mínimo; lo cual no daría el despacho siguiente:

$$P_1 = 500 \text{ MW}, P_2 = 200 \text{ MW} \text{ y } P_3 = 50 \text{ MW}$$

con lo que el costo incremental de la unidad 1, 2 y tres será :

$$\left. \frac{dF_1}{dP_1} \right|_{P_1=600} = 8.016 \text{ \$/MWh} = \lambda_1$$

$$\left. \frac{dF_2}{dP_2} \right|_{P_2=200} = 8.626 \text{ \$/MWh} = \lambda_2$$

$$\left. \frac{dF_3}{dP_3} \right|_{P_3=50} = 8.452 \text{ \$/MWh} = \lambda_3$$

Se observa que el costo incremental de la unidad 1 es menor que el de la unidad 2, por lo que se trabajará la unidad 1 a su máximo. La unidad tres tiene un costo incremental que no es mayor al de la unidad 2 y la unidad 3 no se fuerza en su mínimo. Para encontrar el punto óptimo de despacho, igualando los costos incrementales de la unidades 2 y 3 , se plantea el despacho de la manera siguiente:

$$P_1 = 600 \text{ MW}$$

$$\frac{dF_2}{dP_2} = 7.85 + 0.00388P_2 = \lambda$$

$$\frac{dF_3}{dP_3} = 7.97 + 0.00964P_3 = \lambda$$

$$P_2 + P_3 = 850 - P_1 = 250 \text{ MW}$$

de donde se obtiene que: $\lambda = 8.576 \text{ \$/MWh}$, $P_2 = 187.1 \text{ MW}$, $P_3 = 62.9 \text{ MW}$

Se observa que el costo incremental de la unidad 1 es menor que el de las unidades 2 y 3.

Ejemplo de despacho económico de unidades térmicas con pérdidas.

Supóngase las unidades del ejemplo anterior y la expresión de pérdidas de la red en función de las potencias de salida de cada unidad como sigue:

$$P_L = 0.00003P_1^2 + 0.00009P_2^2 + 0.00012P_3^2$$

esta fórmula simplificada es suficiente para mostrar las dificultades de cálculo del despacho con pérdidas en la red y es necesario hacer notar que las fórmulas de pérdidas en el mundo real son más complicadas que la propuesta para este ejemplo. Aplicando el conjunto de condiciones se tiene que:

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \right)$$

entonces

$$7.92 + 0.003124 P_1 = \lambda [1 - 2(0.00003)P_1]$$

$$7.85 + 0.00388 P_2 = \lambda [1 - 2(0.00009)P_2]$$

$$7.97 + 0.00964 P_3 = \lambda [1 - 2(0.00012)P_3]$$

$$P_1 + P_2 + P_3 - 850 - P_L = 0$$

Proponemos valores iniciales para las potencias de salida de cada unidad: $P_1 = 400$ MW, $P_2 = 300$ MW y $P_3 = 150$ MW, con lo que las pérdidas incrementales son:

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_1} = 2(0.00003)400 = 0.0240$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_2} = 2(0.00009)300 = 0.0540$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_3} = 2(0.00012)150 = 0.0360$$

$$\text{y } P_L = 15.6 \text{ MW}$$

con lo que se puede plantear el conjunto de ecuaciones lineales y resolver para obtener el valor de λ y las potencias de salida de cada unidad:

$$7.92 + 0.003124 P_1 = \lambda [1 - 0.0240] = \lambda(0.9760)$$

$$7.85 + 0.00388 P_2 = \lambda [1 - 0.0540] = \lambda(0.9460)$$

$$7.97 + 0.00964 P_3 = \lambda [1 - 0.0360] = \lambda(0.9640)$$

$$P_1 + P_2 + P_3 - 850 - P_L = P_1 + P_2 + P_3 - 865.6 = 0$$

La solución será: $\lambda = 9.5252$ \$ / MWh, $P_1 = 440.68$ MW, $P_2 = 299.12$ MW y $P_3 = 125.77$ MW. Dado que los valores de las potencias de salida son muy diferentes de los valores iniciales, volvemos a calcular las pérdidas incrementales para plantear otra vez el sistema de ecuaciones que nos acerque más al punto óptimo:

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_1} = 2(0.00003)440.68 = 0.0264$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_2} = 2(0.00009)399.12 = 0.0538$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_3} = 2(0.00012)125.77 = 0.0301$$

$$\text{y } P_L = 15.78 \text{ MW}$$

el sistema de ecuaciones nuevo será el siguiente:

$$7.92 + 0.003124 P_1 = \lambda [1 - 0.0264] = \lambda(0.9736)$$

$$7.85 + 0.00388 P_2 = \lambda [1 - 0.0538] = \lambda(0.9462)$$

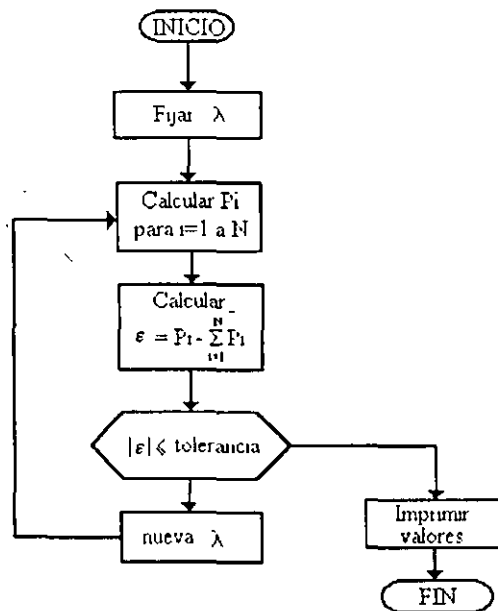
$$7.97 + 0.00964 P_3 = \lambda [1 - 0.0301] = \lambda(0.9699)$$

$$P_1 + P_2 + P_3 - 850 - P_L = P_1 + P_2 + P_3 - 865.78 = 0,$$

cuya solución es. $\lambda = 9.5275$ \$ / MWh, $P_1 = 433.94$ MW, $P_2 = 300.11$ MW y $P_3 = 131.74$ MW. En la tabla siguiente se resumen las iteraciones realizadas hasta que la diferencia entre los valores nuevos y los anteriores es muy pequeña.

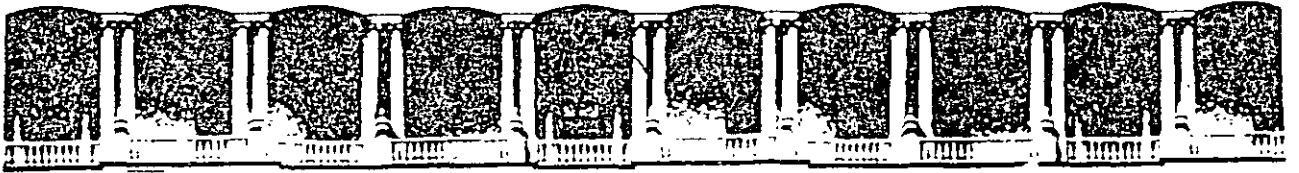
Iteración	P_1 (MW)	P_2 (MW)	P_3 (MW)	P_L (MW)	λ (\$/MW)
inicial	400.00	300.00	150.00	15.60	9.5252
1	440.68	299.12	125.77	15.78	9.5275
2	433.94	300.11	131.74	15.84	9.5285
3	435.87	299.94	130.42	15.83	9.5283
4	435.13	299.99	130.71	15.83	9.5284

Método iterativo lambda.



La figura anterior muestra el método iterativo de lambda para la solución del despacho económico de plantas térmicas, sin considerar el efecto de pérdidas. Este es el método que se programará a continuación.

```
' Método iterativo de lambda para el cálculo
' del despacho económico de centrales térmicas
' Elaborado por Martín Bárcenas Escobar
DIM b(10), g(10), P(10), Pmax(10), Pmin(10)
CLS
PRINT "Método iterativo de lambda para el cálculo"
PRINT "del despacho económico de centrales térmicas"
PRINT "Elaborado por Martín Bárcenas Escobar "
PRINT : PRINT
INPUT "'Cuál es el número de centrales térmicas? (10 máximo)", n
INPUT "Cuál es la demanda a cubrir en MW": Pdem
FOR i = 1 TO n
  PRINT "Dame los valores de beta, gamma, Pmax y Pmin de la planta ": i
  INPUT b(i), g(i), Pmax(i), Pmin(i)
NEXT i
INPUT "'Desca iniciar con un valor de lambda específico (s/n)": ini$
IF ini$ = "s" OR ini$ = "S" THEN
  INPUT "lambda=", lamb
ELSE
  lamb = Pmax(1) * g(1) + b(1)
END IF
PRINT
PRINT "Espere un momento"
DO
  Pgen = 0
  FOR k = 1 TO n
    P(k) = (lamb - b(k)) / g(k)
    Pgen = Pgen + P(k)
  NEXT k
  tol = ABS(Pdem - Pgen)
  PRINT tol
  IF (Pdem - Pgen) > 0 THEN
    lamb = lamb + tol / 1000
  ELSEIF (Pdem - Pgen) < 0 THEN
    lamb = lamb - tol / 1000
  END IF
  PRINT lamb
LOOP WHILE tol > 0.1
CLS
PRINT "lambda= ": lamb
FOR l = 1 TO n
  PRINT "Unidad ": l
  PRINT "P óptimo=": P(l), "P máxima=": Pmax(l), "P mínima=": Pmin(l)
NEXT l
END
```



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

*VI CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE
POTENCIA MOD. II SISTEMAS ELECTRICOS DE
POTENCIA II*

*PROTECCION DE SISTEMAS ELECTRICOS
DE POTENCIA*

PROTECCIÓN DE SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

EN LOS SEP'S OCURREN CORTOS-CIRCUITOS CUANDO FALLA EL AISLAMIENTO DEL EQUIPO.

FALLA EL AISLAMIENTO:

**SQREVOLTAJES EN EL SISTEMA CAUSADOS POR RAYO O MANIOBRA
O CONTAMINACIÓN DEL AISLAMIENTO
O OTRAS CUASAS NATURALES O MECÁNICAS**

**CON UN BUEN DISEÑO, OPERACIÓN Y MANTENIMIENTO SE PUEDEN
MINIMIZAR LAS FALLAS PERO NO ES POSIBLE ELIMINARLAS**

IMPORTANTE CALCULAR CORRIENTES DE CORTO CIRCUITO

**GENERALMENTE LAS CORRIENTES DE FALLA SON MUCHO MAYORES
QUE LAS DE OPERACIÓN Y SI ÉSTAS PERSISTEN PODRÍAN CAUSAR DAÑOS
AL AISLAMIENTO, FUSIÓN DEL CONDUCTOR, FUEGO O EXPLOSIÓN.**

**DEVANADOS Y BUSES SUFREN DAÑOS MECÁNICOS DEBIDO A LAS ALTAS
FUERZAS MAGNÉTICAS DURANTE LAS FALLAS.**

EL LIBRAMIENTO DE FALLA DEBE SER RÁPIDO

EN EHV ----3 CICLOS.

EN LV-----5 A 20 CICLOS

**CON EL CRECIMIENTO ACELERADO DE LAS REDES ELÉCTRICAS Y LOS
REQUERIMIENTOS DE UNA MEJOR CALIDAD EN EL SUMINISTRO DE
ENERGÍA, EL PROBLEMA DE LA PROTECCIÓN, ADQUIERE MAYOR
IMPORTANCIA.**

PROTECCIÓN PRIMARIA, DE RESPALDO LOCAL Y REMOTO.

**PROTECCIÓN: LA CIENCIA, HABILIDAD Y ARTE DE APLICAR LOS
AJUSTES A RELÉS Y O FUSIBLES PARA PROVEER LA MÁX SENSIBILIDAD A
FALLAS Y CONDICIONES INDESEABLES PERO EVITANDO SU OPERACIÓN
EN LAS CONDICIONES TOLERABLES O PERMISIBLES.**

ES IMPORTANTE REMOVER SÓLO LA SECCIÓN FALLADA DEL SISTEMA

**RELÉ ES UN DISPOSITIVO QUE ABRE O CIERRA UN CONTACTO CUANDO
ÉSTE ES ENÉRGIZADO.**

**LOS RELÉS SON UTILIZADOS EN LV (CALEFACTORES, AIRE
ACONDICIONADO, HORNOS, LAVADORAS Y SECADORAS,
REFRIGERADORES, REDES TELEFÓNICAS, CONTROLADORES DE TRÁFICO,
AVIONES Y OTROS SISTEMAS DE TRANSPORTACIÓN, ROBOTS Y OTRAS
APLICACIONES)**

SISTEMA ELECTRICO DE POTENCIA :

Es el conjunto de elementos utilizados para :

- **Producir**
- **Transformar**
- **Transmitir**
- **Distribuir y**
- **Consumir**

la energía eléctrica, de tal manera que todo esto se logre con la más alta calidad y al menor costo posible.

Los elementos principales de un SEP (Sistema Eléctrico de Potencia) son :

- **Generadores**
- **Transformadores**
- **Barras colectoras**
- **Líneas de transmisión**
- **Líneas de distribución**
- **Reactores**
- **Capacitores**
- **Compensadores estáticos de VAR's, Etc.**

Cualquiera de los elementos de un SEP puede fallar, para que un elemento de un SEP tenga un costo de fabricación económico, se deja la posibilidad estadística de que, en determinadas condiciones, el elemento falle.

Un elemento puede verse sometido a condiciones de operación fuera de su tolerancia o puede quedar expuesto a fenómenos transitorios severos que son estadísticamente remotos.

Cuando un elemento del sistema falla todo el sistema eléctrico de potencia lo "siente", ante la posibilidad de que la falla se propague al sistema, es necesario aislar el elemento fallado para :

- 1. Mantener la integridad del SEP**
- 2. Minimizar el daño en el elemento fallado**

Para sensar y evaluar las condiciones en las que opera un elemento del SEP se usan los transformadores de instrumento y los relevadores.

para desconectar el elemento fallado del sistema eléctrico de potencia se utilizan los interruptores.

Los TC's, TP's, los relevadores y los interruptores forman el sistema de protección del elemento.

GASTO CORRIENTE POR CONCEPTO DE SALARIOS DEL PERSONAL DEL LABORATORIO DE ALTA TENSION S.E. TOPILEJO.

- A) SUPERINTENDENTE TEC. ESP. "A"
\$1,262.00 / SEMANA, EQUIVALENTE A \$5,408.00 / MES.
5 SUPERINTENDENTES TEC. ESP. "A" , (5)(5408) = \$27,040.00 / MES.
- B) TECNICO ADMINISTRATIVO ESP. "A"
\$640.87 / SEMANA, EQUIVALENTE A \$2,747.00 / MES.
5 TECNICOS ADMINISTRATIVOS ESP. "A" , (5)(2,747) = \$13,735.00 / MES.

GASTO TOTAL MENSUAL = \$40,775.00 \Rightarrow \$489,300.⁰⁰
GASTO TOTAL ANUAL = \$489,300.00

- C) GASTO TIEMPO EXTRAORDINARIO DE 2 INGENIEROS
POR 5 DIAS AL MES = 3,650.00 MENSUALES = \$43,800.00 ANUALES.
- D) ACEITE Y COMBUSTIBLE DEL EQUIPO DE TRANSPORTE
\$2000.00 MENSUALES = \$24,000.00 ANUALES.
- E) REPARACIÓN Y MANTENIMIENTO DEL EQUIPO DE TRANSPORTE
\$2000.00 MENSUALES = \$24,000.00 ANUALES.

RELEVADORES DE PROTECCION Y SISTEMAS DE PROTECCION POR RELEVADORES.

Son circuitos analógicos - digitales compactos, conectados a varias partes del sistema de potencia para detectar condiciones de operación no deseadas o intolerables dentro de su área asignada.

Su función principal es iniciar la desconexión del área en problema, esta desconexión se lleva a cabo mediante los interruptores. Por lo tanto, los relevadores y los interruptores forman un equipo, ambos deben ser planeados en conjunto.

PRINCIPIOS BASICOS PARA LA APLICACION DE RELEVADORES

1. Confiabilidad

Mide el grado de comportamiento del relevador o el sistema de protección.

- a. *Confianza*
- b. *Seguridad*

2. Selectividad

Busca la máxima continuidad del servicio ordenando la desconexión del menor número de elementos del sistema.

3. Rapidez

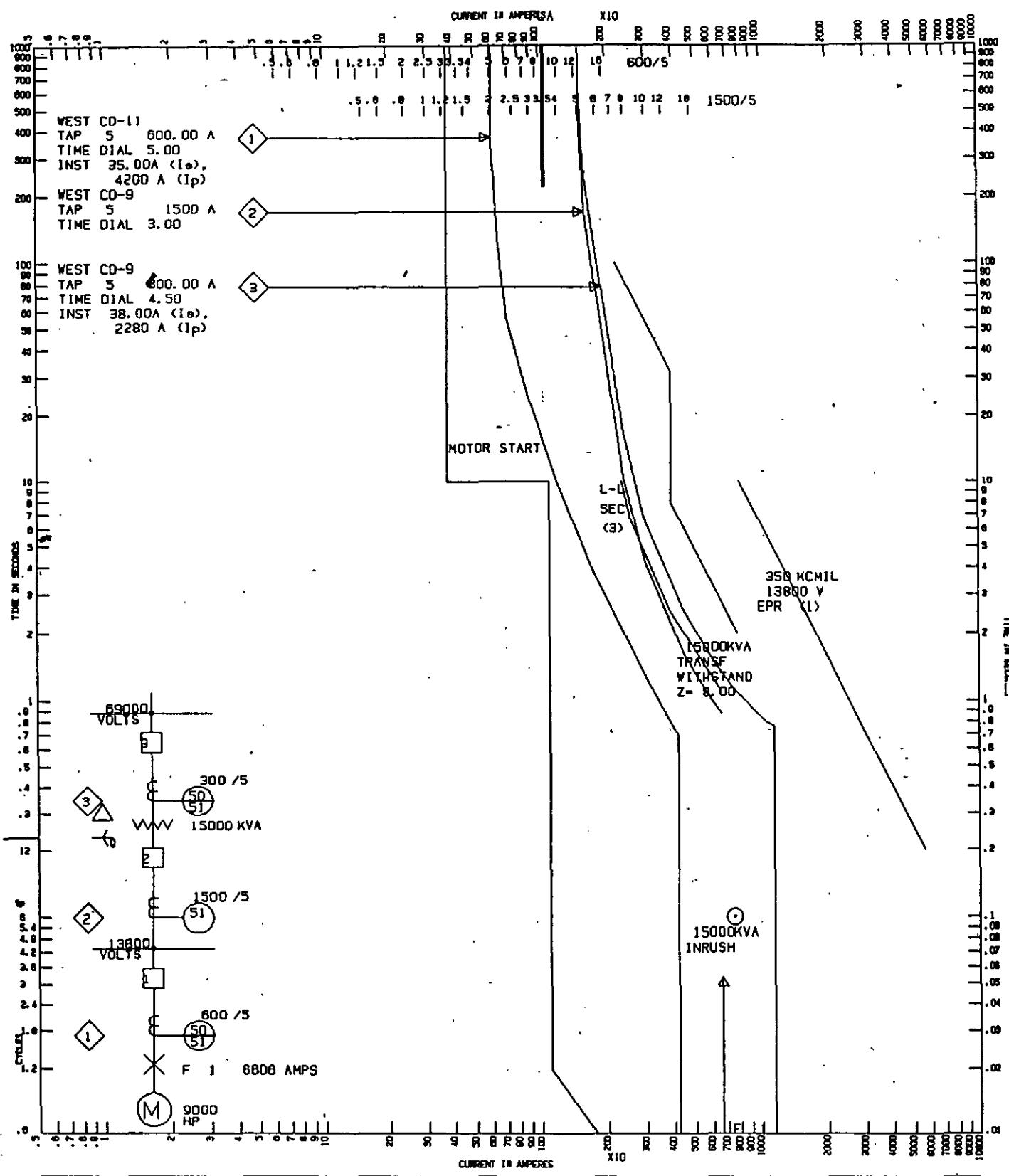
Busca obtener mínimo tiempo de falla y de daño al equipo.

4. Simplicidad

Busca tener un mínimo de equipo y de alambreado.

5. Economía

Busca obtener la máxima protección a mínimo costo.



EJEMPLO DEL IEEE STD 141 TIME-CURRENT CHARACTERISTIC CURVES
TIEMPO DE PARO SEGURO 15 SEG

MOTOR DE 9000 HP CURSO LIBRO ROJO DE LA IEEE

CURVES ARE PLOTTED TO 13800 V

NO. _____
DATE 23-10-95

CLASIFICACION DEL COMPORTAMIENTO DEL RELEVADOR

- 1. Correcta**
- 2. Sin conclusión**
- 3. Incorrecta :**
 - a. No disparo**
 - b. Disparo en falso**

RAZONES DE OPERACION INCORRECTA

- 1. Aplicación**
- 2. Ajuste**
- 3. Personal**
- 4. Equipo :**
 - a. TC's**
 - b. TP's**
 - c. Bateria**
 - d. Relevador**
 - e. Interruptor**
 - f. Cable y alambrado, etc.**

P= 0.6151E-09 MW Q=-0.1391 MVAR
 Filter:#C3 (Type=FILTR ST) at bus CZL-115C :
 V= 4.611 KV -17.38deg I= 0.3365E-01 KA 72.62deg
 P=-0.1381E-08 MW Q=-0.1552 MVAR
 Filter:#C4 (Type=FILTR ST) at bus CLG-115D :
 V= 4.973 KV -19.65deg I= 0.3591E-01 KA 70.35deg
 P= 0.2902E-08 MW Q=-0.1786 MVAR
 Filter:#C5 (Type=FILTR ST) at bus CVA-115E :
 V= 4.898 KV -19.91deg I= 0.3185E-01 KA 70.09deg
 P= 0.1220E-08 MW Q=-0.1560 MVAR

===== FREQ.= 420.00 Hz =====

----- CURRENT REPORT:

Line:#L3 (LIN_PI) curr. & power flows From DIA-115 To IGS-115
 I=0.279E-02KA 13.2deg. P=0.192E-04MW Q=-.531E-03MVAR
 Line:#L3 (LIN_PI) curr. & power flows From IGS-115 To DIA-115
 I=0.278E-02KA -166.8deg. P=-.171E-04MW Q=0.619E-03MVAR
 Line:#L5 (LIN_PI) curr. & power flows From IGS-115 To CVA-115
 I=0.200E-02KA 2.8deg. P=0.930E-04MW Q=-.437E-03MVAR
 Line:#L5 (LIN_PI) curr. & power flows From CVA-115 To IGS-115
 I=0.190E-02KA -177.8deg. P=-.903E-04MW Q=0.479E-03MVAR
 Line:#L9 (LIN_PI) curr. & power flows From AZC-115 To RVA-115
 I=0.416E-03KA 71.8deg. P=-.256E-04MW Q=-.248E-04MVAR
 Line:#L9 (LIN_PI) curr. & power flows From RVA-115 To AZC-115
 I=0.403E-03KA -106.5deg. P=0.257E-04MW Q=0.302E-04MVAR
 Line:#LB (LIN_RL) curr. & power flows From IGS-115 To IGS-115B
 I=0.218E-02KA 14.8deg. P=0.522E-08MW Q=-.486E-03MVAR
 Line:#LB (LIN_RL) curr. & power flows From IGS-115B To IGS-115
 I=0.218E-02KA -165.2deg. P=-.483E-09MW Q=0.498E-03MVAR
 Line:#LC (LIN_RL) curr. & power flows From CZL-115 To CZL-115C
 I=0.209E-02KA 17.1deg. P=0.417E-08MW Q=-.418E-03MVAR
 Line:#LC (LIN_RL) curr. & power flows From CZL-115C To CZL-115
 I=0.209E-02KA -162.9deg. P=0.215E-09MW Q=0.429E-03MVAR
 Line:#LD (LIN_RL) curr. & power flows From CLG-115 To CLG-115D
 I=0.261E-02KA 13.4deg. P=0.696E-08MW Q=-.654E-03MVAR
 Line:#LD (LIN_RL) curr. & power flows From CLG-115D To CLG-115
 I=0.261E-02KA -166.6deg. P=-.175E-09MW Q=0.672E-03MVAR
 Line:#LE (LIN_RL) curr. & power flows From CVA-115 To CVA-115E
 I=0.239E-02KA 12.9deg. P=0.559E-08MW Q=-.611E-03MVAR
 Line:#LE (LIN_RL) curr. & power flows From CVA-115E To CVA-115
 I=0.239E-02KA -167.1deg. P=0.105E-09MW Q=0.626E-03MVAR

----- FILTERS REPORT:

Filter:#C2 (Type=FILTR ST) at bus IGS-115B :
 V= 0.2287 KV -75.18deg I= 0.2179E-02 KA 14.82deg
 P=-0.2372E-11 MW Q=-0.4985E-03 MVAR
 Filter:#C3 (Type=FILTR ST) at bus CZL-115C :
 V= 0.2050 KV -72.85deg I= 0.2094E-02 KA 17.15deg
 P=-0.1643E-11 MW Q=-0.4293E-03 MVAR
 Filter:#C4 (Type=FILTR ST) at bus CLG-115D :
 V= 0.2578 KV -76.62deg I= 0.2606E-02 KA 13.38deg
 P= 0.6148E-11 MW Q=-0.6718E-03 MVAR
 Filter:#C5 (Type=FILTR ST) at bus CVA-115E :
 V= 0.2622 KV -77.10deg I= 0.2387E-02 KA 12.90deg
 P=-0.5153E-11 MW Q=-0.6259E-03 MVAR

===== FREQ.= 660.00 Hz =====

----- CURRENT REPORT:

Line:#L3 (LIN_PI) curr. & power flows From DIA-115 To IGS-115
 I=0.237E-02KA 2.4deg. P=0.227E-04MW Q=-.229E-03MVAR
 Line:#L3 (LIN_PI) curr. & power flows From IGS-115 To DIA-115
 I=0.236E-02KA -177.6deg. P=-.212E-04MW Q=0.331E-03MVAR
 Line:#L5 (LIN_PI) curr. & power flows From IGS-115 To CVA-115

Las causas que contribuyen a la falla de los esquemas de protección son :

1. Transformadores de corriente y sus circuitos asociados
2. Transformadores de potencia y sus circuitos asociados
3. Pérdida de alimentación auxiliar de C.D. por :
 - a. Corto circuito
 - b. Circuito abierto
 - c. Falla de switches auxiliares
4. Falla de relevadores

Los esquemas de protección se eslabonan finalmente a los interruptores para aislar la falla, estos también fallan ocasionalmente. Las causas de sus fallas son (en orden decreciente de frecuencia de aparición) :

1. Pérdida de la alimentación auxiliar de C.D.
2. Bobina de disparo abierta
3. Bobina de disparo en corto circuito
4. Falla mecánica del mecanismo de disparo
5. Incapacidad de los contactos principales para interrumpir la corriente

ALTA VELOCIDAD EN LIBRAMIENTO DE FALLAS

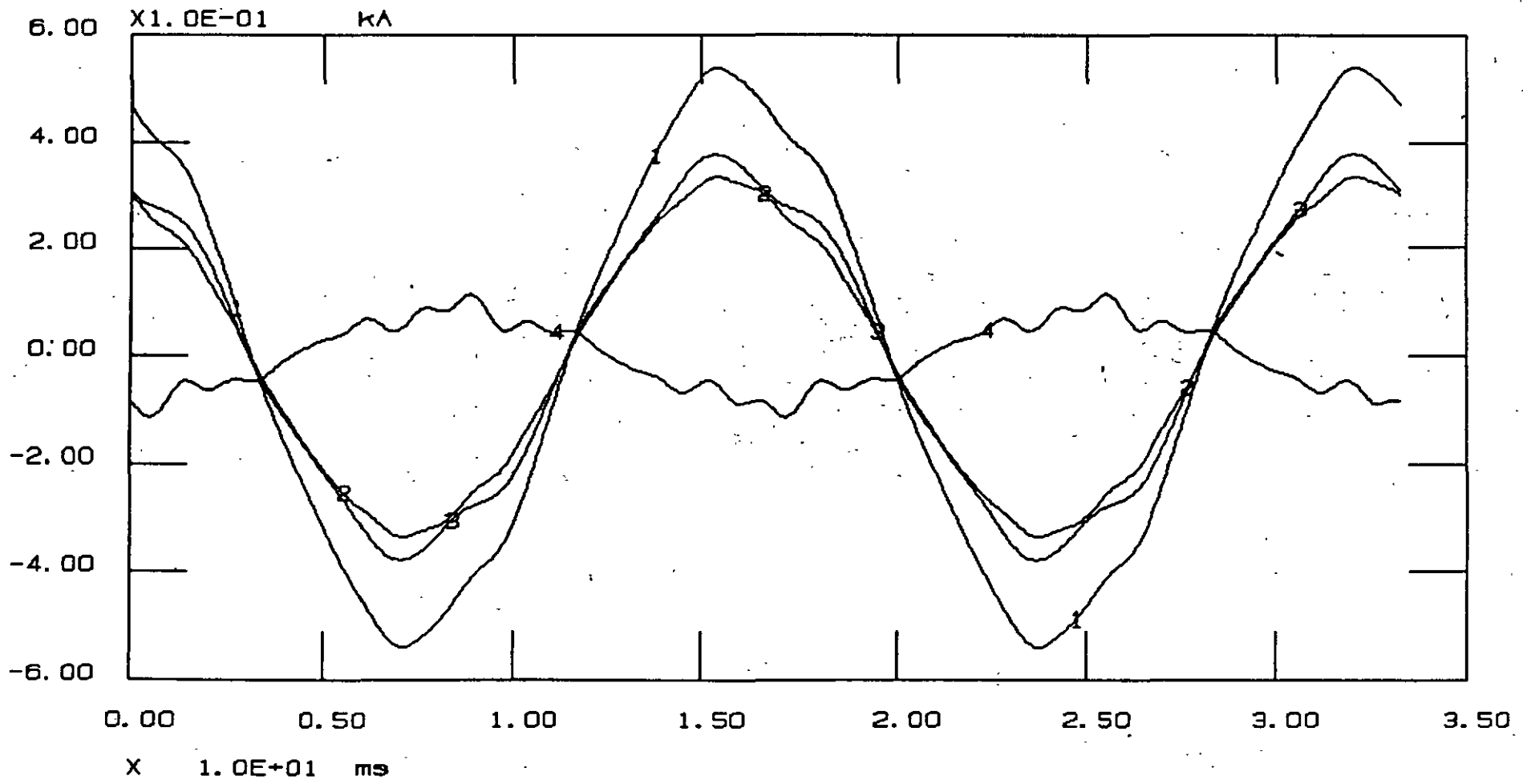
- Minimizar los daños
- Minimizar los efectos en el sistema de operación
- Maximizar la transferencia de potencia

RESPALDO REMOTO :

Libra la falla de una estación lejana en donde halla ocurrido la falla.

RESPALDO LOCAL :

Libra la falla en la misma estación donde halla ocurrido la falla.



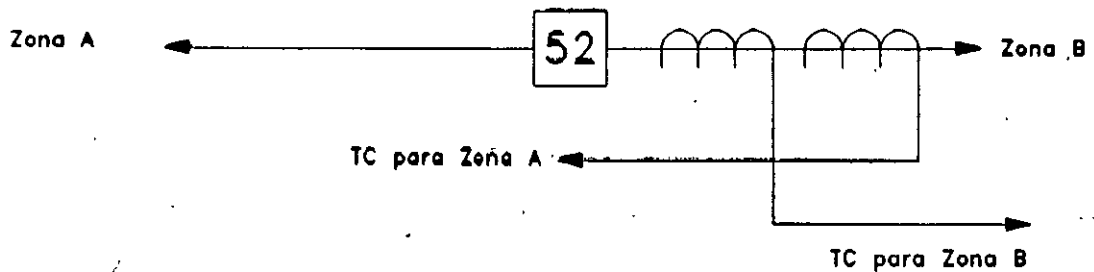
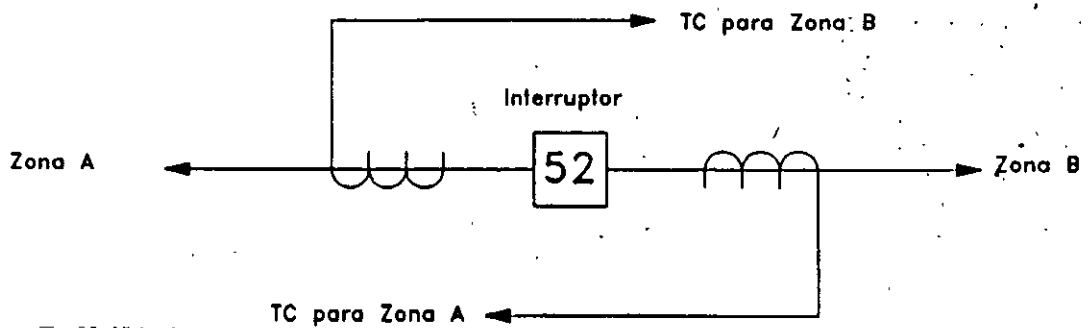
1: DIA-115	IGS-115	#L3	F1	4: CLG-115	CLG-115D	#LD	F1
2: IGS-115	CVA-115	#L5	F1				
3: AZC-115	RVA-115	#L9	F1				

SISTEMA C C4 DE CLG INSERTADO

FILOSOFIA GENERAL DE LA APLICACION DE RELEVADORES

Dividir el sistema de potencia en zonas que pueden ser protegidas adecuadamente con un mínimo de interrupción para el sistema.

1. **Generador y unidad generador - transformador**
2. **Transformadores**
3. **Buses**
4. **Circuitos de transmisión y de distribución**
5. **Motores**



Line:#LB (LIN_RL) curr. & power flows From IGS-115B To IGS-115
I=0.715E-03KA -14.0deg. P=0.368E-09MW Q=0.125E-03MVAR
Line:#LC (LIN_RL) curr. & power flows From CZL-115 To CZL-115C
I=0.842E-03KA 166.3deg. P=0.519E-09MW Q=-.161E-03MVAR
Line:#LC (LIN_RL) curr. & power flows From CZL-115C To CZL-115
I=0.842E-03KA -13.7deg. P=0.192E-09MW Q=0.162E-03MVAR
Line:#LD (LIN_RL) curr. & power flows From CLG-115 To CLG-115D
I=0.823E-03KA 165.2deg. P=0.563E-09MW Q=-.156E-03MVAR
Line:#LD (LIN_RL) curr. & power flows From CLG-115D To CLG-115
I=0.823E-03KA -14.8deg. P=0.117E-09MW Q=0.156E-03MVAR
Line:#LE (LIN_RL) curr. & power flows From CVA-115 To CVA-115E
I=0.715E-03KA 165.2deg. P=0.820E-09MW Q=-.131E-03MVAR
Line:#LE (LIN_RL) curr. & power flows From CVA-115E To CVA-115
I=0.715E-03KA -14.8deg. P=-.308E-09MW Q=0.131E-03MVAR

---- FILTERS REPORT:

Filter:#C2 (Type=FILTR_ST) at bus IGS-115B :
V= 0.1752 KV 76.04deg I= 0.7154E-03 KA 166.04deg
P= 0.1077E-11 MW Q=-0.1253E-03 MVAR
Filter:#C3 (Type=FILTR_ST) at bus CZL-115C :
V= 0.1923 KV 76.28deg I= 0.8419E-03 KA 166.28deg
P=-0.6176E-13 MW Q=-0.1619E-03 MVAR
Filter:#C4 (Type=FILTR_ST) at bus CLG-115D :
V= 0.1900 KV 75.16deg I= 0.8232E-03 KA 165.16deg
P=-0.4579E-12 MW Q=-0.1564E-03 MVAR
Filter:#C5 (Type=FILTR_ST) at bus CVA-115E :
V= 0.1833 KV 75.18deg I= 0.7153E-03 KA 165.18deg
P= 0.7384E-12 MW Q=-0.1311E-03 MVAR

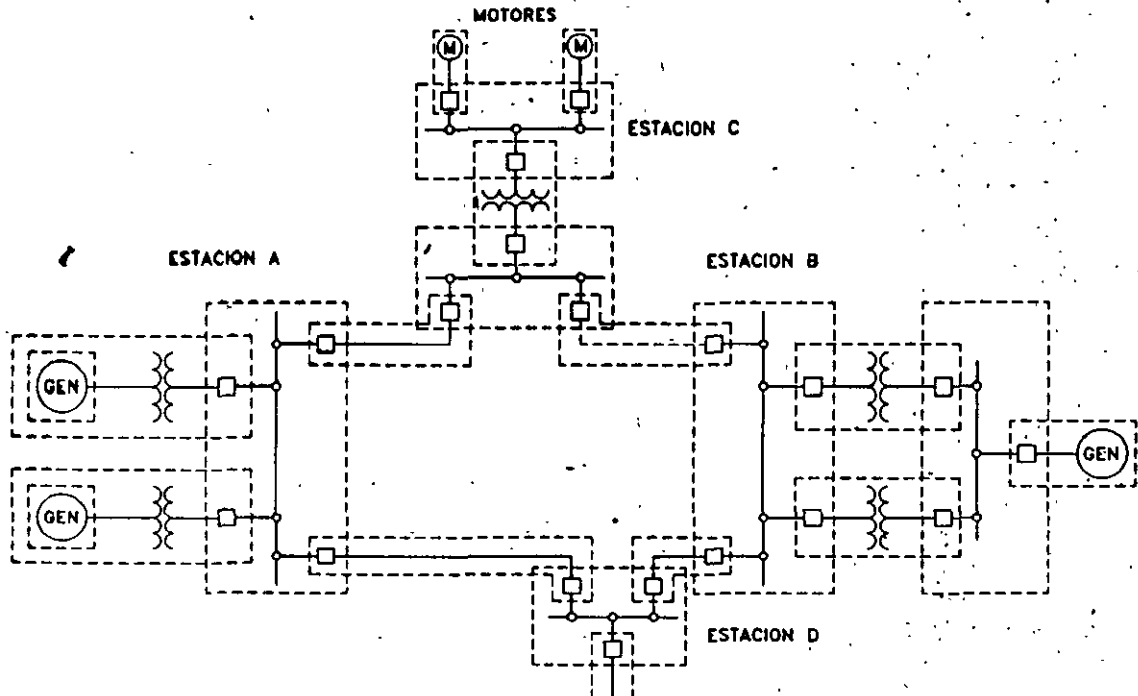
===== FREQ.= 300.00 Hz =====

----- CURRENT REPORT:

Line:#L3 (LIN_PI) curr. & power flows From DIA-115 To IGS-115
I=0.677E-01KA 70.6deg. P=0.588E-02MW Q=-.264 MVAR
Line:#L3 (LIN_PI) curr. & power flows From IGS-115 To DIA-115
I=0.675E-01KA -109.4deg. P=-.467E-02MW Q=0.301 MVAR
Line:#L5 (LIN_PI) curr. & power flows From IGS-115 To CVA-115
I=0.323E-01KA 57.9deg. P=0.339E-01MW Q=-.140 MVAR
Line:#L5 (LIN_PI) curr. & power flows From CVA-115 To IGS-115
I=0.309E-01KA -122.7deg. P=-.331E-01MW Q=0.146 MVAR
Line:#L9 (LIN_PI) curr. & power flows From AZC-115 To RVA-115
I=0.403E-01KA 81.8deg. P=-.101E-01MW Q=-.110 MVAR
Line:#L9 (LIN_PI) curr. & power flows From RVA-115 To AZC-115
I=0.399E-01KA -98.2deg. P=0.119E-01MW Q=0.156 MVAR
Line:#LB (LIN_RL) curr. & power flows From IGS-115 To IGS-115B
I=0.308E-01KA 71.5deg. P=0.609E-06MW Q=-.137 MVAR
Line:#LB (LIN_RL) curr. & power flows From IGS-115B To IGS-115
I=0.308E-01KA -108.5deg. P=0.338E-06MW Q=0.139 MVAR
Line:#LC (LIN_RL) curr. & power flows From CZL-115 To CZL-115C
I=0.336E-01KA 72.6deg. P=0.116E-05MW Q=-.153 MVAR
Line:#LC (LIN_RL) curr. & power flows From CZL-115C To CZL-115
I=0.336E-01KA -107.4deg. P=-.263E-07MW Q=0.155 MVAR
Line:#LD (LIN_RL) curr. & power flows From CLG-115 To CLG-115D
I=0.359E-01KA 70.4deg. P=0.916E-06MW Q=-.176 MVAR
Line:#LD (LIN_RL) curr. & power flows From CLG-115D To CLG-115
I=0.359E-01KA -109.6deg. P=0.377E-06MW Q=0.179 MVAR
Line:#LE (LIN_RL) curr. & power flows From CVA-115 To CVA-115E
I=0.319E-01KA 70.1deg. P=0.120E-05MW Q=-.154 MVAR
Line:#LE (LIN_RL) curr. & power flows From CVA-115E To CVA-115
I=0.319E-01KA -109.9deg. P=-.183E-06MW Q=0.156 MVAR

---- FILTERS REPORT:

Filter:#C2 (Type=FILTR_ST) at bus IGS-115B :
V= 4.521 KV -18.54deg I= 0.3076E-01 KA 71.46deg

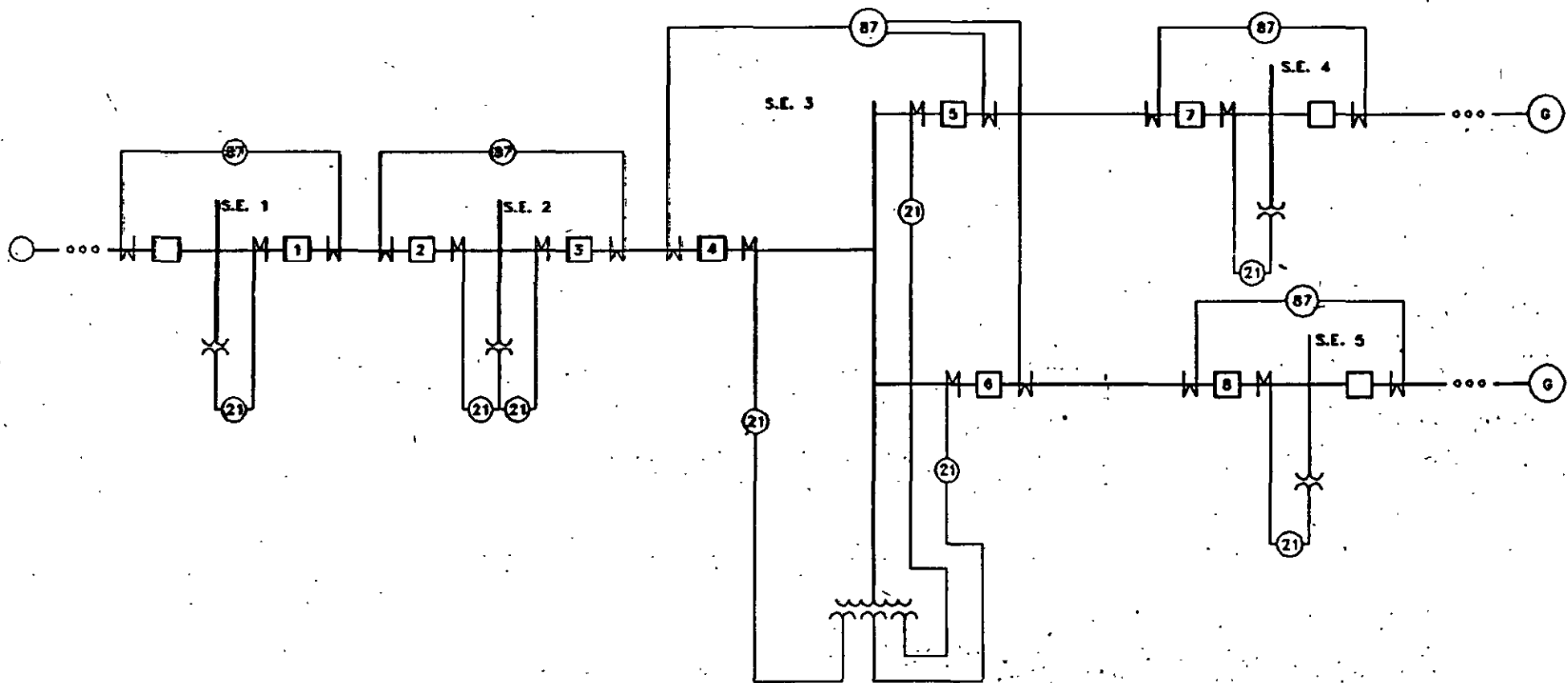


FALLAS EN EL SEP

A cualquier cambio en la red que no ha sido planeado se le llama **disturbio**.

Su causa puede ser :

1. *Falla de un elemento de. SLP*
2. *Falla de un equipo auxiliar*
3. *Falla en la red*



PROTECCIONES CONVENCIONALES DE UN S.E.P.

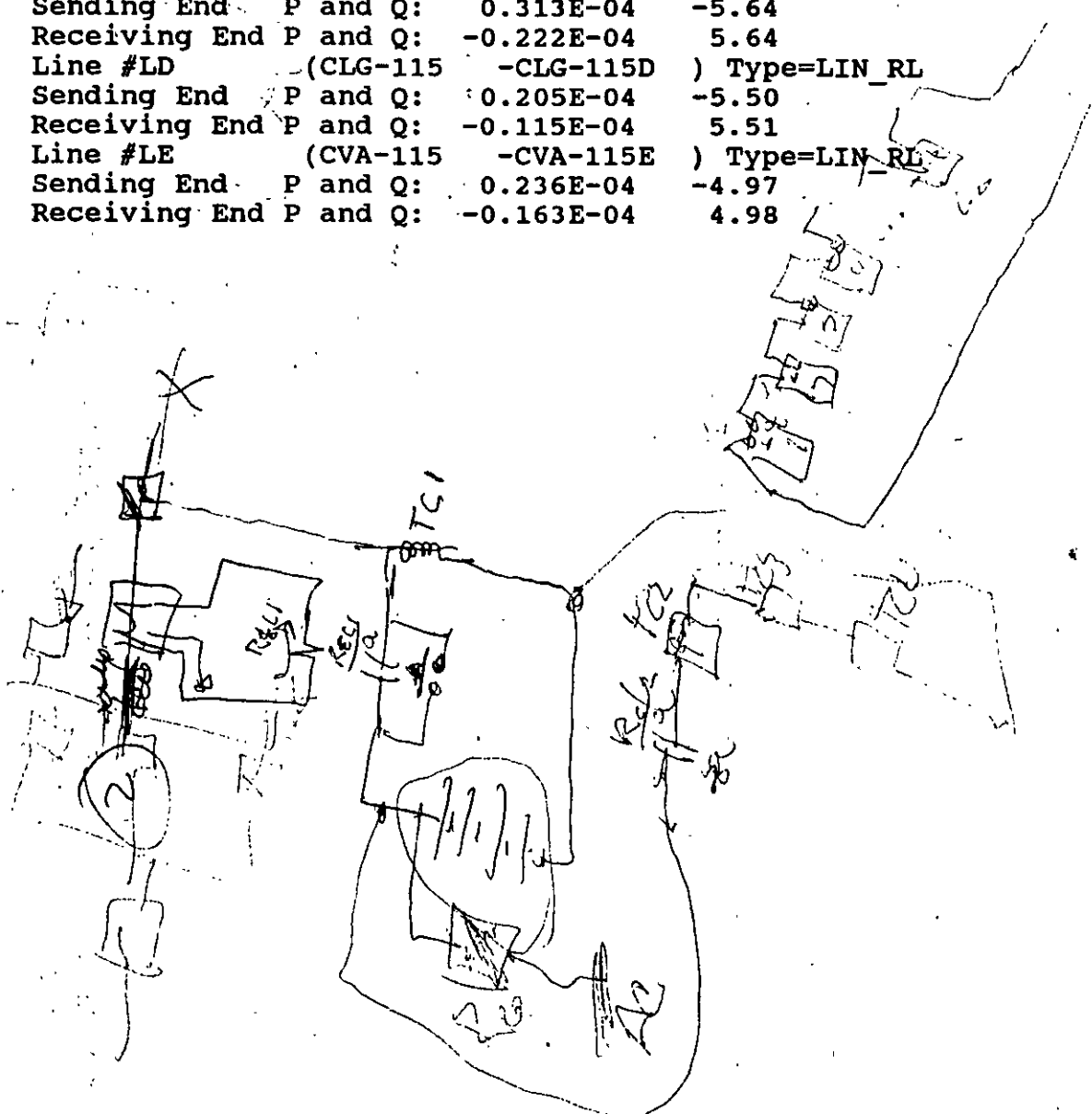
**NORMA DE NOMENCLATURA CONNIE NUMEROS ASA (AMERICAN STANDARD ASSOCIATION)
DE FUNCION DE DISPOSITIVOS Y PROTECCION**

NUMERO	TERMINO	NUMERO	TERMINO
1	ELEMENTO MAESTRO	48	RELEVADOR DE SECUENCIA INCOMPLETA
2	RELEVADOR DE RETARDO PARA ARRANQUE O CIERRE	49	RELEVADOR TERMICO DE MAQUINA O TRANSFORMADOR
3	RELEVADOR DE ENTRELACE DE VERIFICACION	50	RELEVADOR INSTANTANEO DE SOBRECORRIENTE
4	CONTACTOR MAESTRO	51	RELEVADOR DE SOBRECORRIENTE DE TIEMPO INVERSO
5	DISPOSITIVO DE PARADA	52	INTERRUPTOR DE POTENCIA PARA CORRIENTE ALTERNA
6	INTERRUPTOR DE ARRANQUE	53	RELEVADOR DE EXCITATRIZ O DE GENERADOR PARA CORRIENTE DIRECTA
7	INTERRUPTOR DE ANODO	54	INTERRUPTOR DE CORRIENTE DIRECTA DE ALTA VELOCIDAD
8	DISPOSITIVO DE DESCONEXION DEL CIRCUITO DE CONTROL	55	RELEVADOR DE FACTOR DE POTENCIA
9	DISPOSITIVO DE INVERSION	56	RELEVADOR DE APLICACION DEL CAMPO
10	SELECTOR DE SECUENCIA DE UNIDADES	57	DISPOSITIVO PARA CONECTAR EN CIRCUITO CORTO O A TIERRA
11	RESERVADO PARA APLICACIONES FUTURAS	58	RELEVADOR DE FALLA DE ENCENDIDO DE UN RECTIFICADOR
12	DISPOSITIVO DE SOBREVELOCIDAD	59	RELEVADOR DE SOBRETENSION
13	DISPOSITIVO DE VELOCIDAD SINCRONICA	60	RELEVADOR DE EQUILIBRIO DE TENSIONES
14	DISPOSITIVO DE BAJA VELOCIDAD	61	RELEVADOR DE EQUILIBRIO DE CORRIENTES
15	DISPOSITIVO DE IGUALADOR DE FRECUENCIA O VELOCIDAD	62	RELEVADOR DE RETARDO DE PARADA O DE APERTURA
16	RESERVADO PARA APLICACIONES FUTURAS	63	RELEVADOR DE FLUJO, NIVEL O PRESION DE GASES O LIQUIDOS
17	DISPOSITIVO DERIVADOR O DESCARGA	64	RELEVADOR PROTECTOR DE FALLA A TIERRA
18	DISPOSITIVO DE ACELERACION O DESACELERACION	65	GOBERNADOR
19	CONTACTOR DE TRANSICION DE ARRANQUE A MARCHA NORMAL	66	DISPOSITIVO DE ESCALONAMIENTO O DE AVANCE PAULATINO
20	VALVULA DE OPERACION ELECTRICA	67	RELEVADOR DIRECCIONAL DE SOBRECORRIENTE PARA CORRIENTE ALTERNA
21	RELEVADOR DE DISTANCIA	68	RELEVADOR DE BLOQUEO
22	INTERRUPTOR IGUALADOR	69	DISPOSITIVO DE CONTROL PERMISIVO
23	DISPOSITIVO DE CONTROL DE TEMPERATURA	70	REOSTATO ACCIONADO ELECTRICAMENTE
24	RESERVADO PARA APLICACIONES FUTURAS	71	RELEVADOR DE NIVEL DE LIQUIDO O DE GAS
25	DISPOSITIVO SINCRONIZADOR O VERIFICADOR DE SINCRONISMO	72	INTERRUPTOR DE CORRIENTE DIRECTA
26	DISPOSITIVO TERMICO DE APARATOS	73	CONTACTOR PARA RESISTENCIA DE CARGA
27	RELEVADOR DE BAJA TENSION	74	RELEVADOR DE ALARMA
28	DETECTOR DE FLAMA	75	MECANISMO DE CAMBIO DE POSICION
29	CONTACTOR SEPARADOR	76	RELEVADOR DE SOBRECORRIENTE PARA CORRIENTE DIRECTA
30	RELEVADOR ANUNCIADOR	77	TRANSMISOR DE PULSACIONES
31	DISPOSITIVO PARA EXCITACION INDEPENDIENTE	78	RELEVADOR PROTECTOR CONTRA VARIACION DEL ANGULO DE FASE
32	RELEVADOR DE POTENCIA INVERSA	79	RELEVADOR DE RECIERRE PARA CORRIENTE ALTERNA
33	INTERRUPTOR DE POSICION	80	RELEVADOR DE FLUJO DE GAS O LIQUIDO
34	INTERRUPTOR DE SECUENCIA ACCIONADO POR MOTOR	81	RELEVADOR DE FRECUENCIA
35	DISPOSITIVO PARA ACCIONAMIENTO DE LAS ESCOBILLAS O PARA PONER EN CIRCUITO CORTO LOS ANILLOS COLECTORES	82	RELEVADOR DE RECIERRE PARA CORRIENTE DIRECTA
36	DISPOSITIVO DE POLARIDAD	83	RELEVADOR AUTOMATICO PARA CONTROL SELECTIVO O DE TRANSFERENCIA
37	RELEVADOR DE BAJA CORRIENTE O BAJA POTENCIA	84	MECANISMO DE OPERACION
38	DISPOSITIVO PROTECTOR DE CHUZZACERAS	85	RELEVADOR DE UN SISTEMA DE ONDAS PORTADORAS O DE HILO PILOTO
39	MONITOR DE CONDICIONES MECANICAS	86	RELEVADOR DE BLOQUEO SOSTENIDO
40	RELEVADOR DE PERDIDA DE CAMPO	87	RELEVADOR DE PROTECCION DIFERENCIAL
41	INTERRUPTOR	88	MOTOR O GRUPO MOTOR GENERADO AUXILIAR
42	INTERRUPTOR DE MARCHA NORMAL	89	CUCHILLA DE LINEA
43	DISPOSITIVO MANUAL DE TRANSFERENCIA O SELECTOR	90	APARATO REGULADOR
44	RELEVADOR DE ARRANQUE DE LA UNIDAD DE SECUENCIA	91	RELEVADOR DIRECCIONAL O DE TENSION
45	MONITOR DE CONDICIONES ATMOSFERICAS	92	RELEVADOR DIRECCIONAL DE POTENCIA Y TENSION
46	RELEVADOR DE CORRIENTE PARA SECUENCIA INVERSA O EQUILIBRIO DE FASES	93	CONTACTOR CAMBIADOR DEL CAMPO
47	RELEVADOR DE TENSION DE SECUENCIA DE FASES	94	RELEVADOR DE DISPARO LIBRE

Line #LC	(CZL-115 -CZL-115C)	Type=LIN_RL		
Sending End	I-HDF%,KIT,ITIF & I-RMS:	37.7	8.36	87.4
Receiving End	I-HDF%,KIT,ITIF & I-RMS:	37.7	8.36	87.4
Line #LD	(CLG-115 -CLG-115D)	Type=LIN_RL		
Sending End	I-HDF%,KIT,ITIF & I-RMS:	41.4	15.8	166.
Receiving End	I-HDF%,KIT,ITIF & I-RMS:	41.4	15.8	166.
Line #LE	(CVA-115 -CVA-115E)	Type=LIN_RL		
Sending End	I-HDF%,KIT,ITIF & I-RMS:	40.8	15.6	183.
Receiving End	I-HDF%,KIT,ITIF & I-RMS:	40.8	15.6	183.

Power and Power Factor Report

Line #L3	(DIA-115 -IGS-115)	Type=LIN_PI		
Sending End	P and Q:	13.0	20.8	
Receiving End	P and Q:	-13.0	-20.5	
Line #L5	(IGS-115 -CVA-115)	Type=LIN_PI		
Sending End	P and Q:	8.64	15.1	
Receiving End	P and Q:	-8.58	-15.1	
Line #L9	(AZC-115 -RVA-115)	Type=LIN_PI		
Sending End	P and Q:	9.05	15.5	
Receiving End	P and Q:	-8.96	-15.1	
Line #LB	(IGS-115 -IGS-115B)	Type=LIN_RL		
Sending End	P and Q:	-0.540E-04	-5.30	
Receiving End	P and Q:	0.620E-04	5.30	
Line #LC	(CZL-115 -CZL-115C)	Type=LIN_RL		
Sending End	P and Q:	0.313E-04	-5.64	
Receiving End	P and Q:	-0.222E-04	5.64	
Line #LD	(CLG-115 -CLG-115D)	Type=LIN_RL		
Sending End	P and Q:	0.205E-04	-5.50	
Receiving End	P and Q:	-0.115E-04	5.51	
Line #LE	(CVA-115 -CVA-115E)	Type=LIN_RL		
Sending End	P and Q:	0.236E-04	-4.97	
Receiving End	P and Q:	-0.163E-04	4.98	



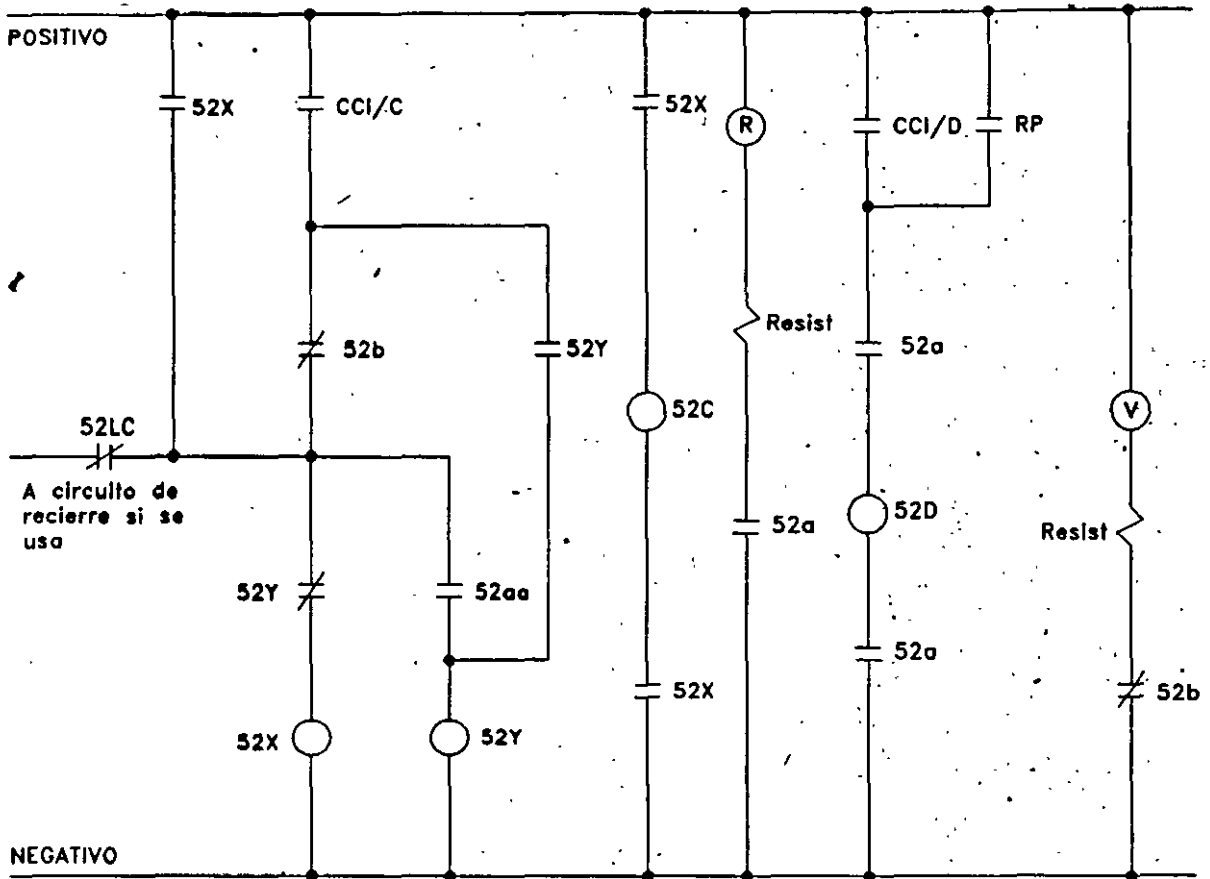


DIAGRAMA ESQUEMATICO DE CONTROL DE UN INTERRUPTOR

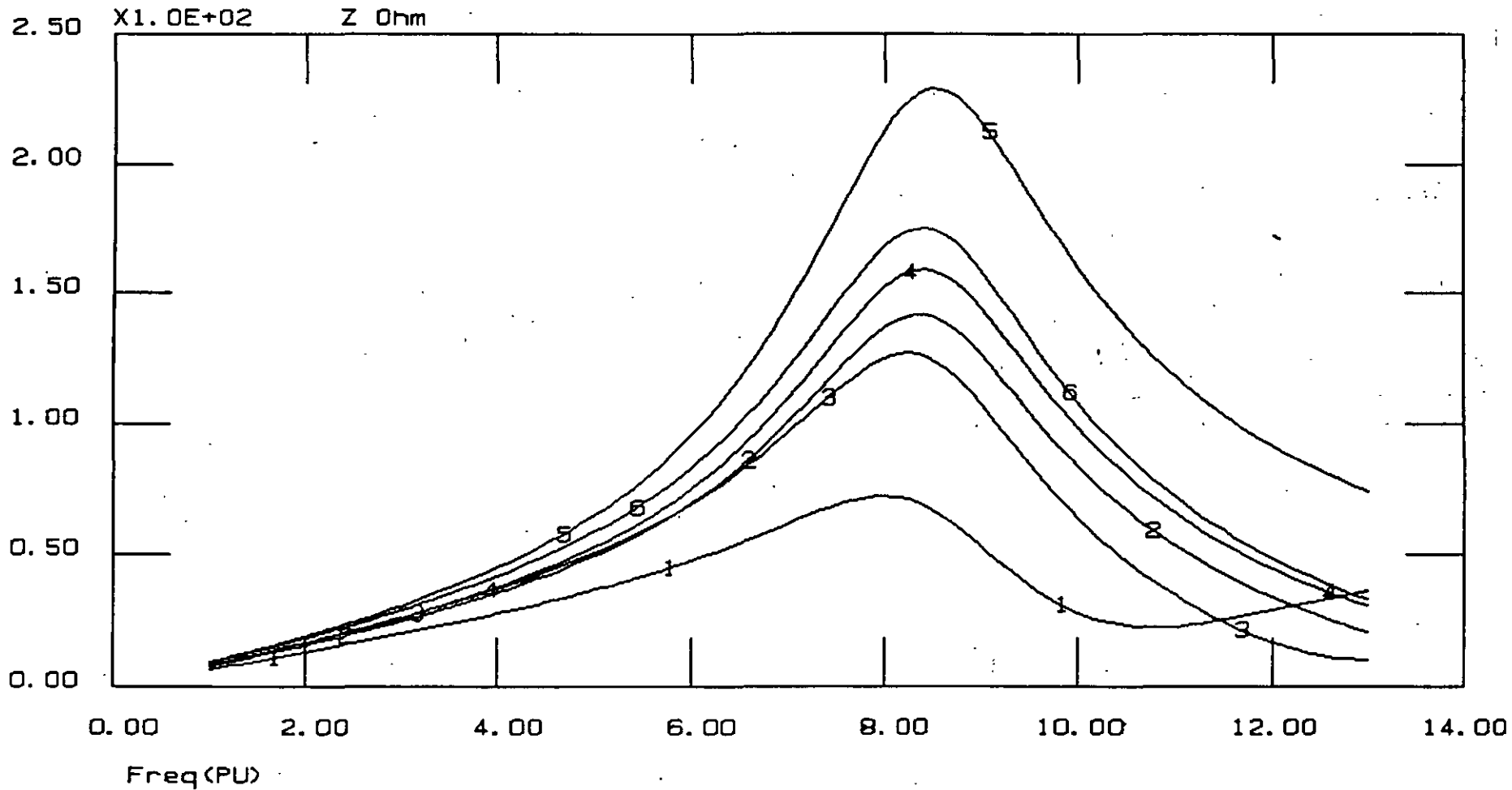
NOMENCLATURA

- CC1 - Conmutador de control del interruptor, (C-Cerrar, D-Abrir).
- 52 - Interruptor, (C) Cierre, (D) Disparo, (X) Auxiliar, (Y) Aux. antibombeo, (LC) Latch check.
- R - Lampara indicadora roja.
- V - Lampara indicadora verde.

Para interruptor de potencia BBC ELF72.5

2 < tiempo de cierre < 5 ciclos

1 < tiempo de apertura < 1.5 ciclos

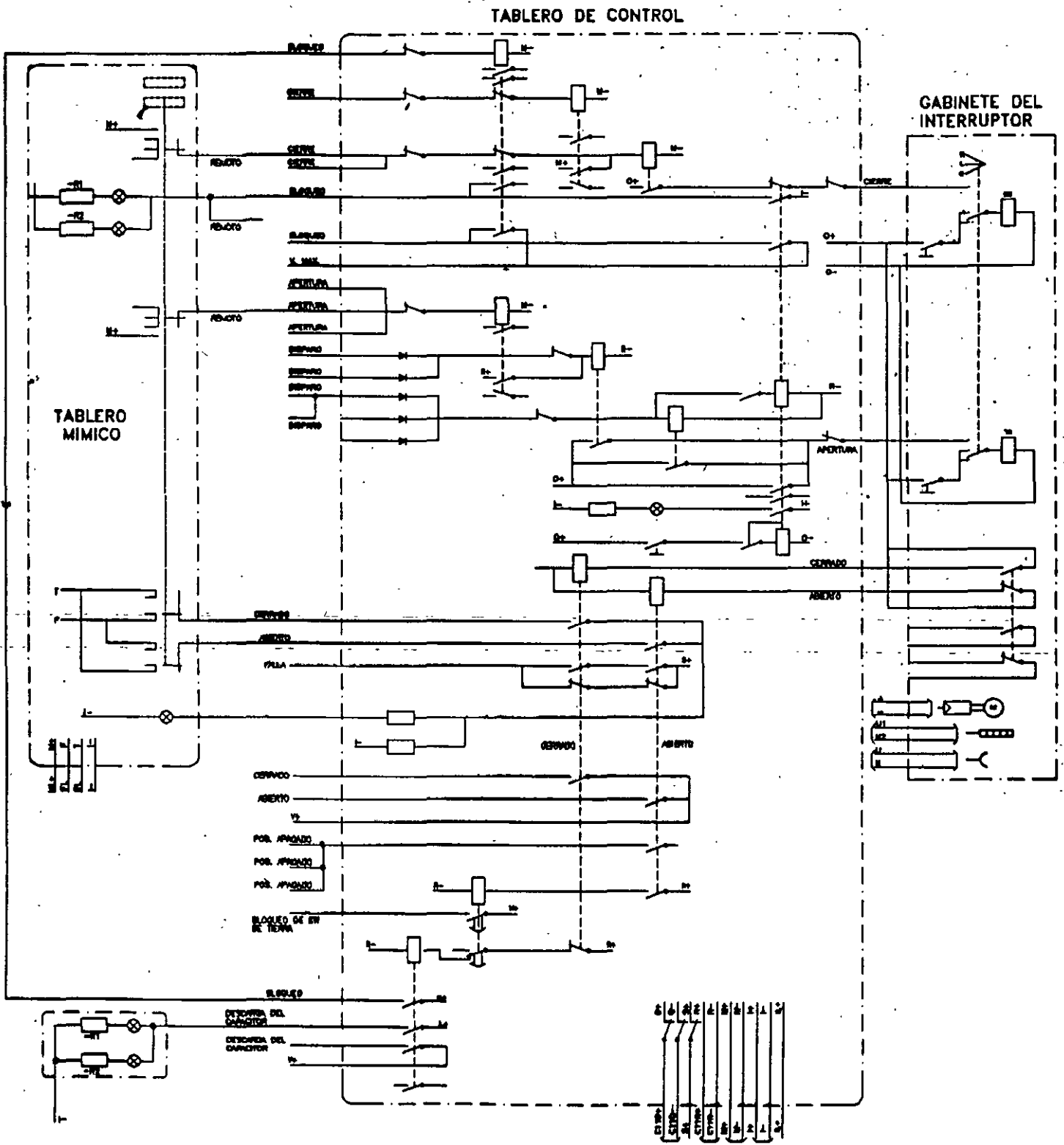


1: AZC-115 AZC-115 Mod=0 F1
 2: IGS-115 IGS-115 Mod=0 F1
 3: RVA-115 RVA-115 Mod=0 F1

4: CZL-115 CZL-115 Mod=0 F1
 5: CLG-115 CLG-115 Mod=0 F1
 6: CVA-115 CVA-115 Mod=0 F1

SISTEMA C4 DE CLG INSERTADO

CONTROL DEL INTERRUPTOR DEL BANCO DE CAPACITORES



TABLERO MIMICO

TABLERO DE CONTROL

GABINETE DEL INTERRUPTOR

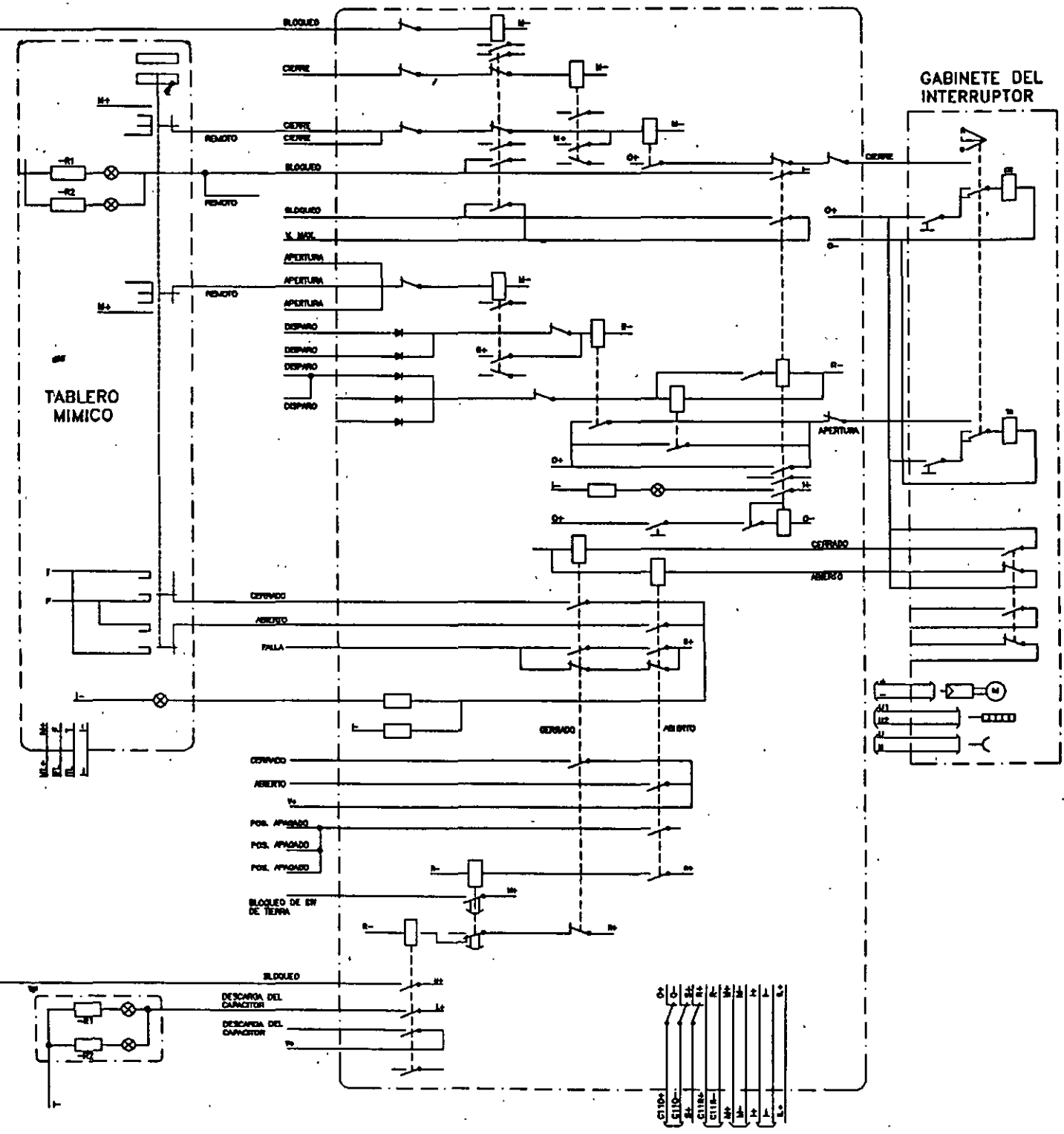
CERRAR
 ABRIR
 CERRAR
 ABRIR
 CERRAR
 ABRIR
 CERRAR
 ABRIR
 CERRAR
 ABRIR
 CERRAR
 ABRIR

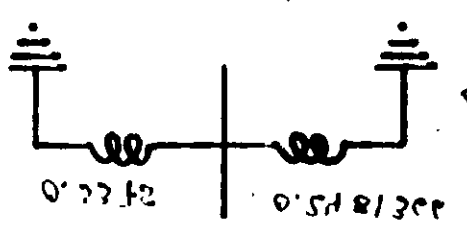
CONTROL DEL INTERRUPTOR DEL BANCO DE CAPACITORES

TABLERO DE CONTROL

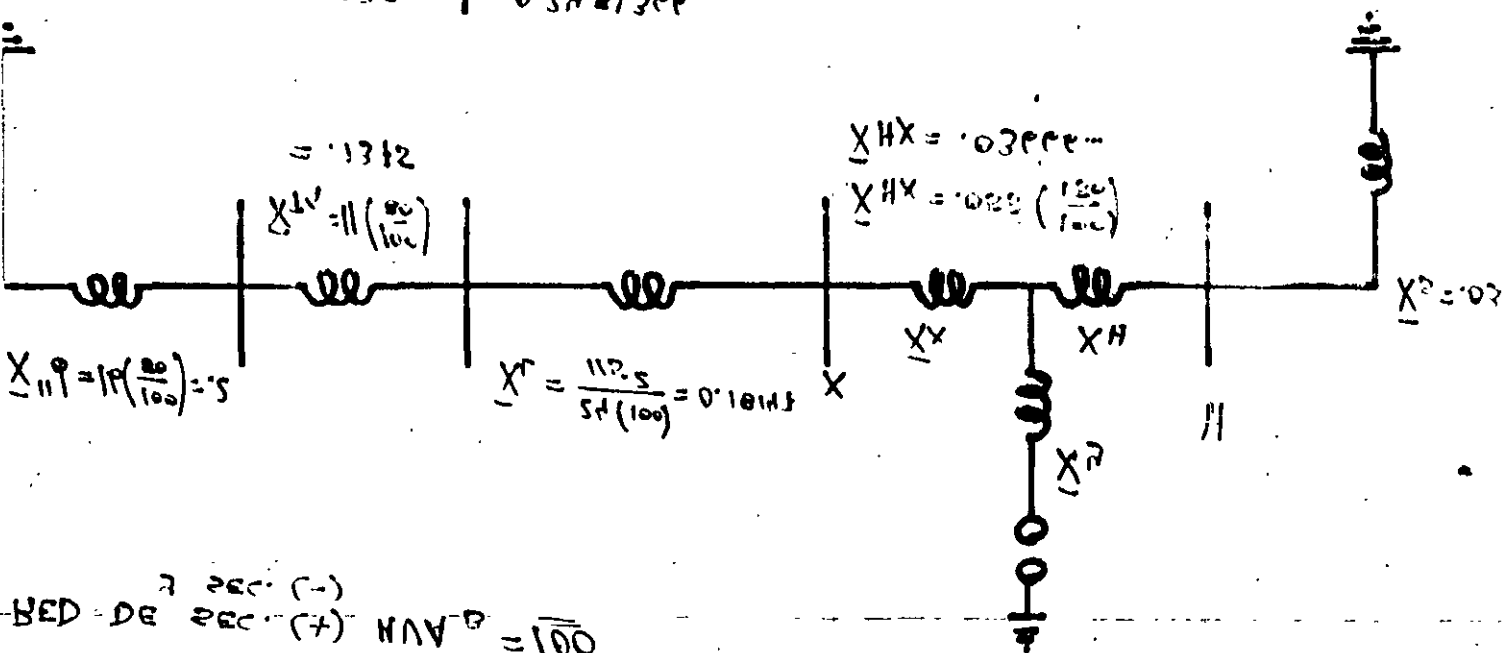
GABINETE DEL INTERRUPTOR

TABLERO MIMICO





$X(+)=X(-)$
 $0.143 = X(+)=X(-)$
 $X_{H}X = 0.030000$
 $X_{HX} = 0.025 \left(\frac{100}{100} \right)$

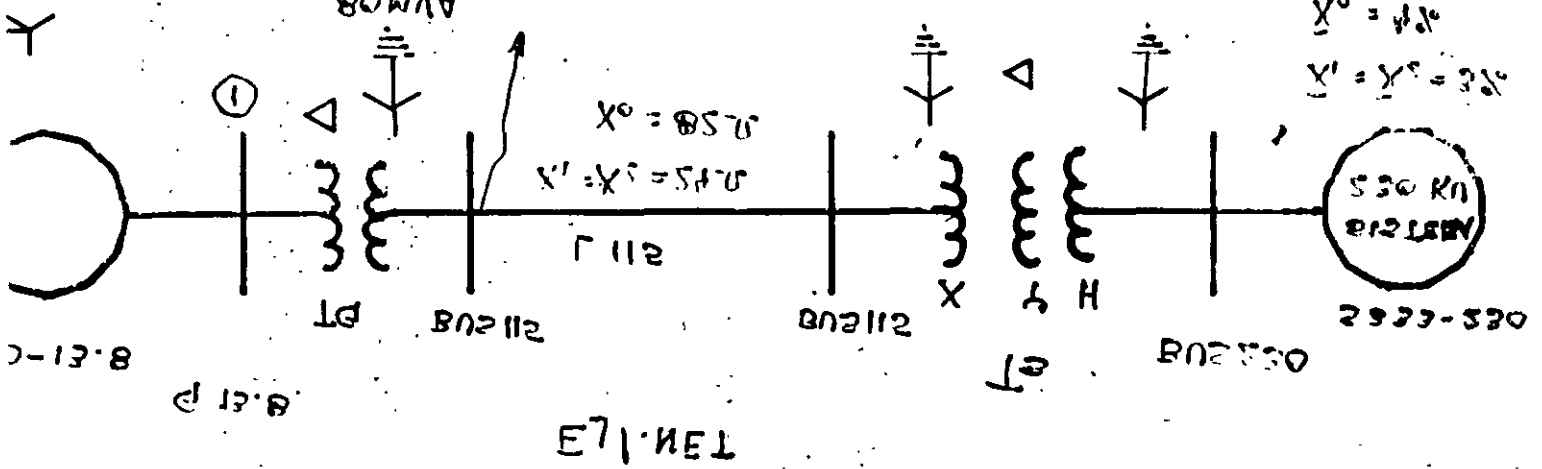


$X_{H} = 0.025$
 $X_{HX} = 0.030000$
 $X_{X} = 0.143$
 $X_{H} = 0.025$
 $X_{HX} = 0.030000$
 $X_{H} = 0.025$

$X_{HX} = X_{HX} + X_{HX}$
 $0.030000 + 0.030000 = 0.060000$
 $X_{HX} = 0.060000$
 $X_{HX} = 0.060000$
 $X_{HX} = 0.060000$

$X_{HX} = 0.060000$
 $X_{HX} = 0.060000$
 $X_{HX} = 0.060000$

$X_{H} = 0.025$
 $X_{HX} = 0.060000$
 $X_{HX} = 0.060000$



8.51-C

8.51-P

TELNE

$X_{H} = 0.025$
 $X_{HX} = 0.060000$

025-6662

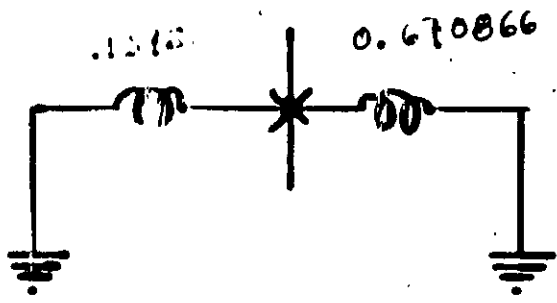
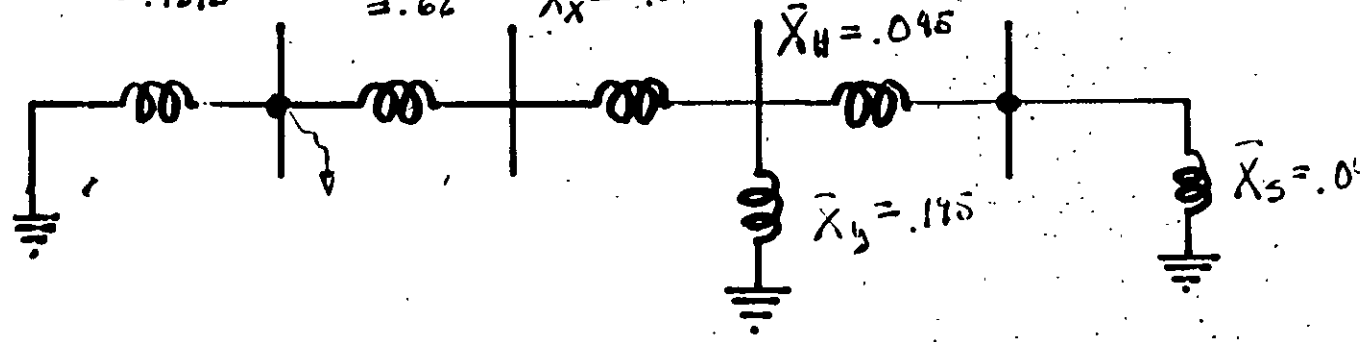
2. (10)

2.1

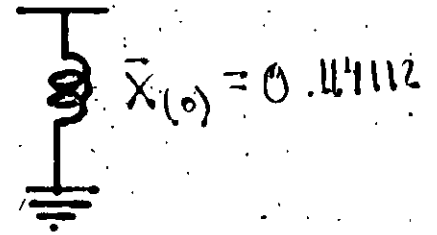
$$\bar{X}_{T_1} = 11 \left(\frac{100}{80} \right) = .1375$$

$$\bar{X}_L = \frac{82(100)}{115^2} = .62$$

$$\bar{X}_X = -.00033$$



↔

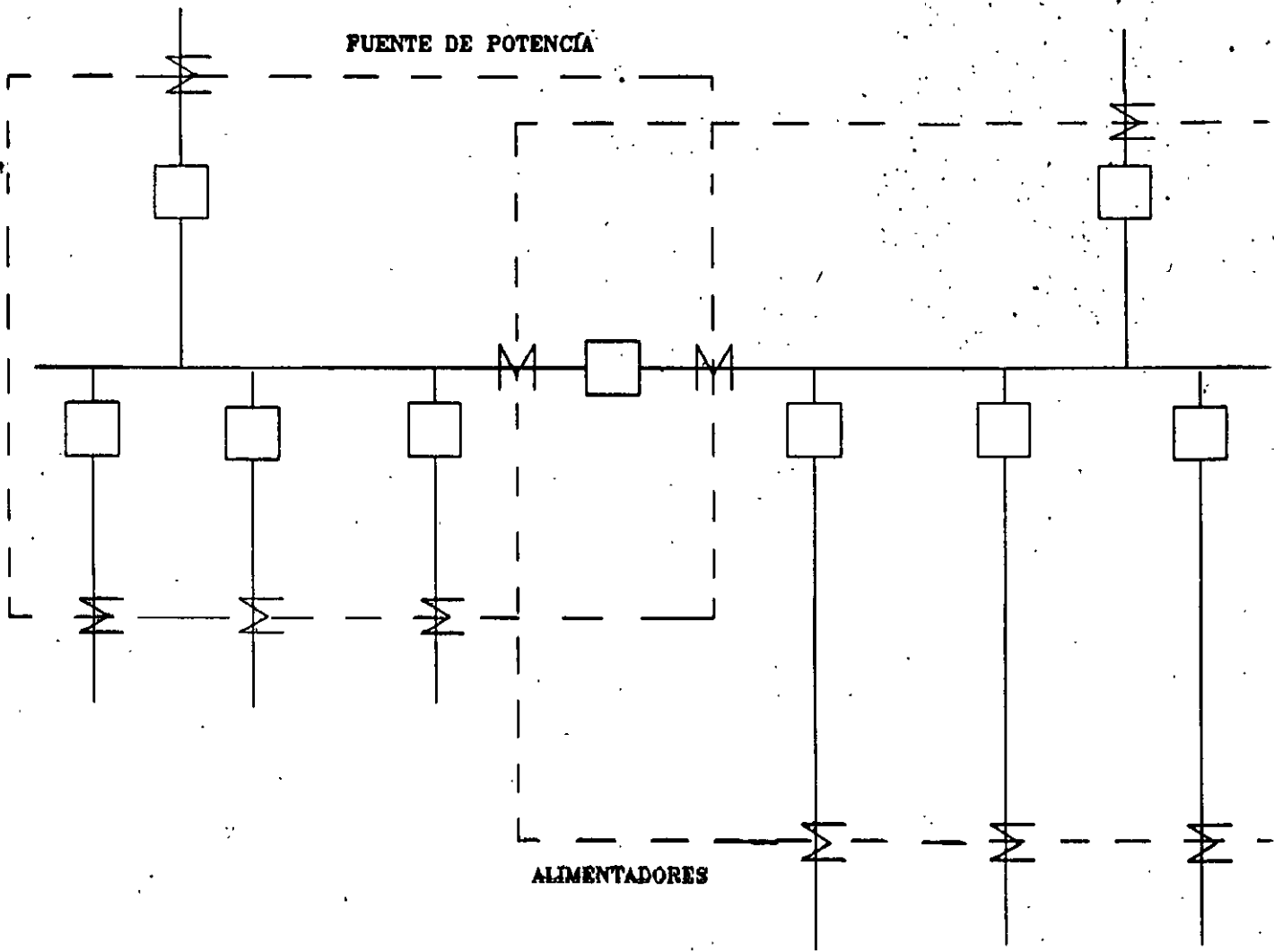


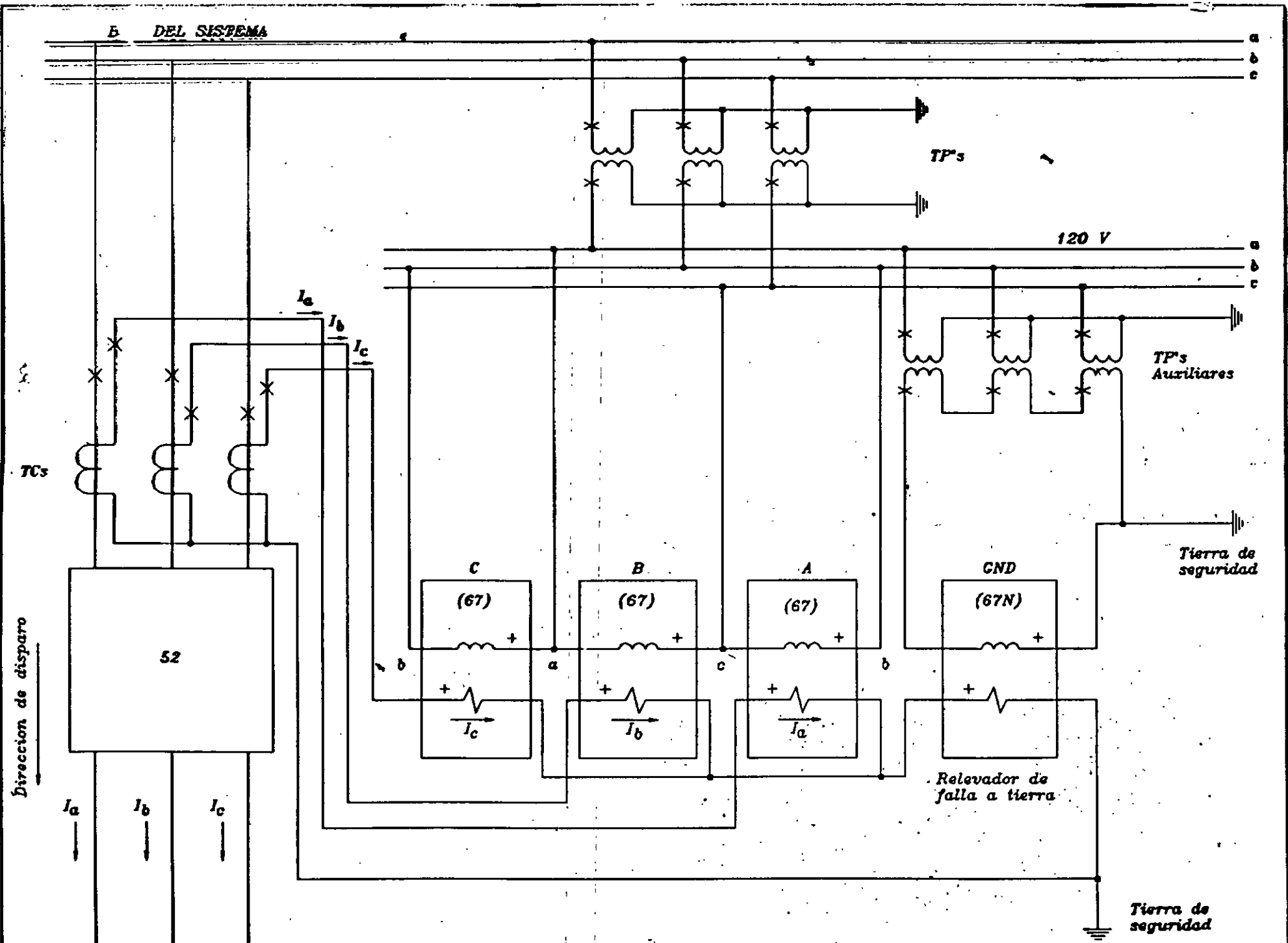
$$\bar{I}_{1\phi} = \frac{3}{2(.175) + .114112} = 7.4979$$

$$I_B = 502A \quad \therefore I_{1\phi} = 3764 A$$

- EJ 1. MAN
- EJ 1. POS
- EJ 1. ZER
- EJ 1. RRT

ESQUEMA DE RELEVADORES DIFERENCIALES CON BUS SECCIONADO.





RELEVADORES DE SOBRECORRIENTE DIRECCIONALES

42



COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD

SUBDIRECCION TECNICA

UNIDAD DE INGENIERIA ESPECIALIZADA

**SR. GERARDO MEDINA AGUILAR
DELEGADO SINDICAL DE LA S.E. TOPILEJO.**

Con relación al oficio No. DT/GMA/101/97 del día 18 de agosto del presente, respecto a la solicitud de los puestos y salarios del personal del Laboratorio de Pruebas de Alta Tensión de Topilejo, le informo que no tengo la autorización para proporcionarle dicha información, favor de girar la solicitud al Ing. Gilberto Enriquez Harper, indicando claramente el motivo de dicha solicitud.

Por su comprensión gracias, quedo de Uds. a sus órdenes para cualquier aclaración.

ATENTAMENTE.

**ING. FRANCISCO CUEVAS ARTEAGA.
JEFE DEL LABORATORIO DE PRUEBAS
DE ALTA TENSIÓN DE LA S.E. TOPILEJO.**

ccp.- Ing. Gilberto Enriquez Harper: Jefe de la Unidad de Ingeniería Especializada

26

Section Parameter Pr du
 Step Transformer St
 Database: CONP20
 Title: PERDIDAS EN SISTEM
 Case: C/COMPENSACION REAC

Section	Cond Code	Conductor Description	Rated KVA	---Input Voltage---		---
				L-G	L-L	
3	36	TR100MVA/10%=30MVA3%	9999	132791.10	230000.000	663
11	49	TR110-4.16/2.54,7.5%	3333	65399.85	113275.000	24
8	49	TR110-4.16/2.54,7.5%	3333	65399.85	113275.000	24
19	49	TR110-4.16/2.54,7.5%	3333	65399.85	113275.000	24
23	49	TR110-4.16/2.54,7.5%	3333	65399.85	113275.000	24
14	49	TR110-4.16/2.54,7.5%	3333	65399.85	113275.000	24

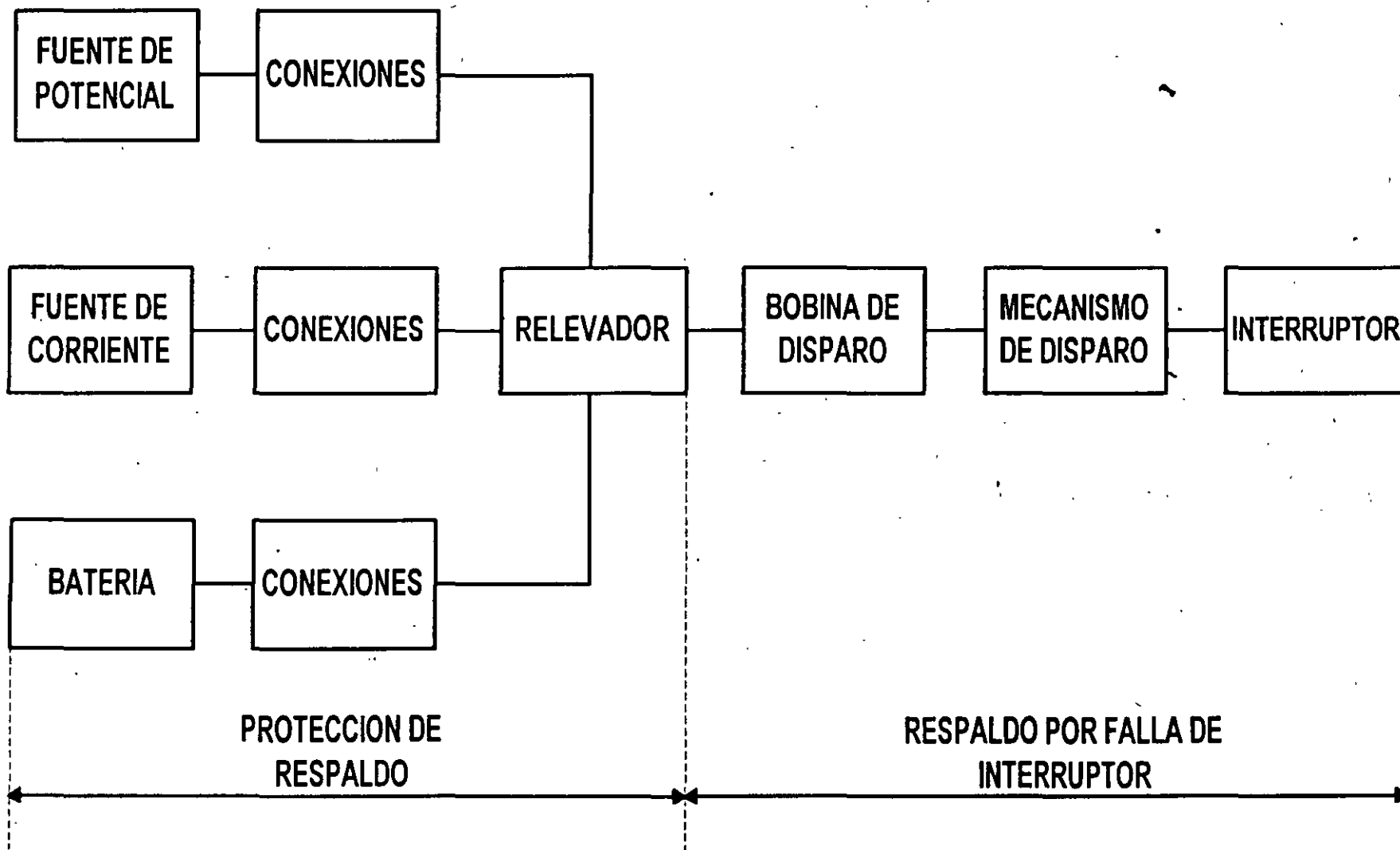


FIGURA 1
DIAGRAMA DE BLOQUES DE AREAS PROTEGIDAS POR LA PROTECCION DE
RESPALDO Y RESPALDO POR FALLA DE INTERRUPTOR

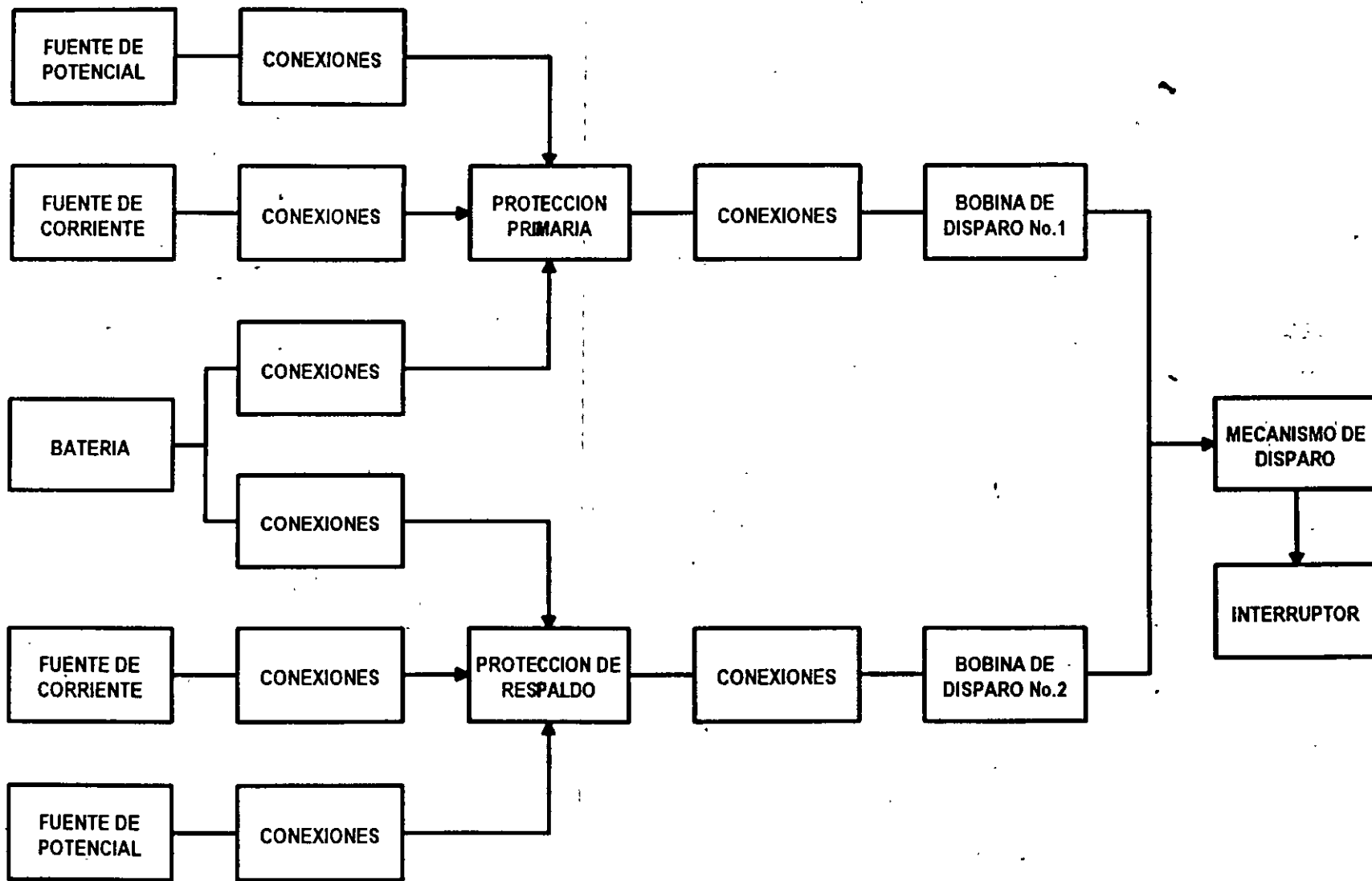


FIGURA 2
DISGRAMA DE BLOQUES QUE MUESTRA LA REDUNDANCIA
DE LOS ESQUEMAS DE RESPALDO

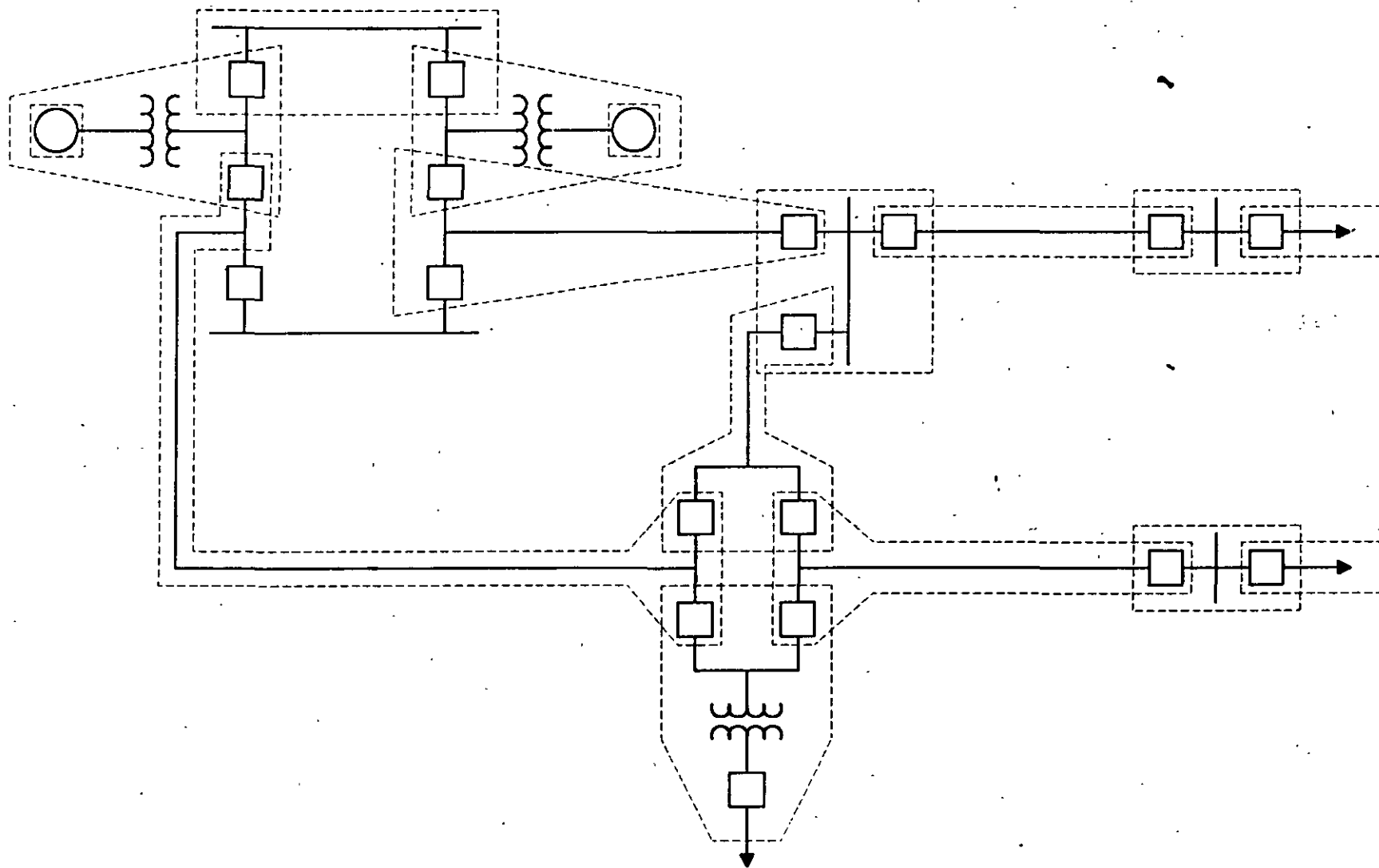


FIGURA 3
ZONAS DE PROTECCION

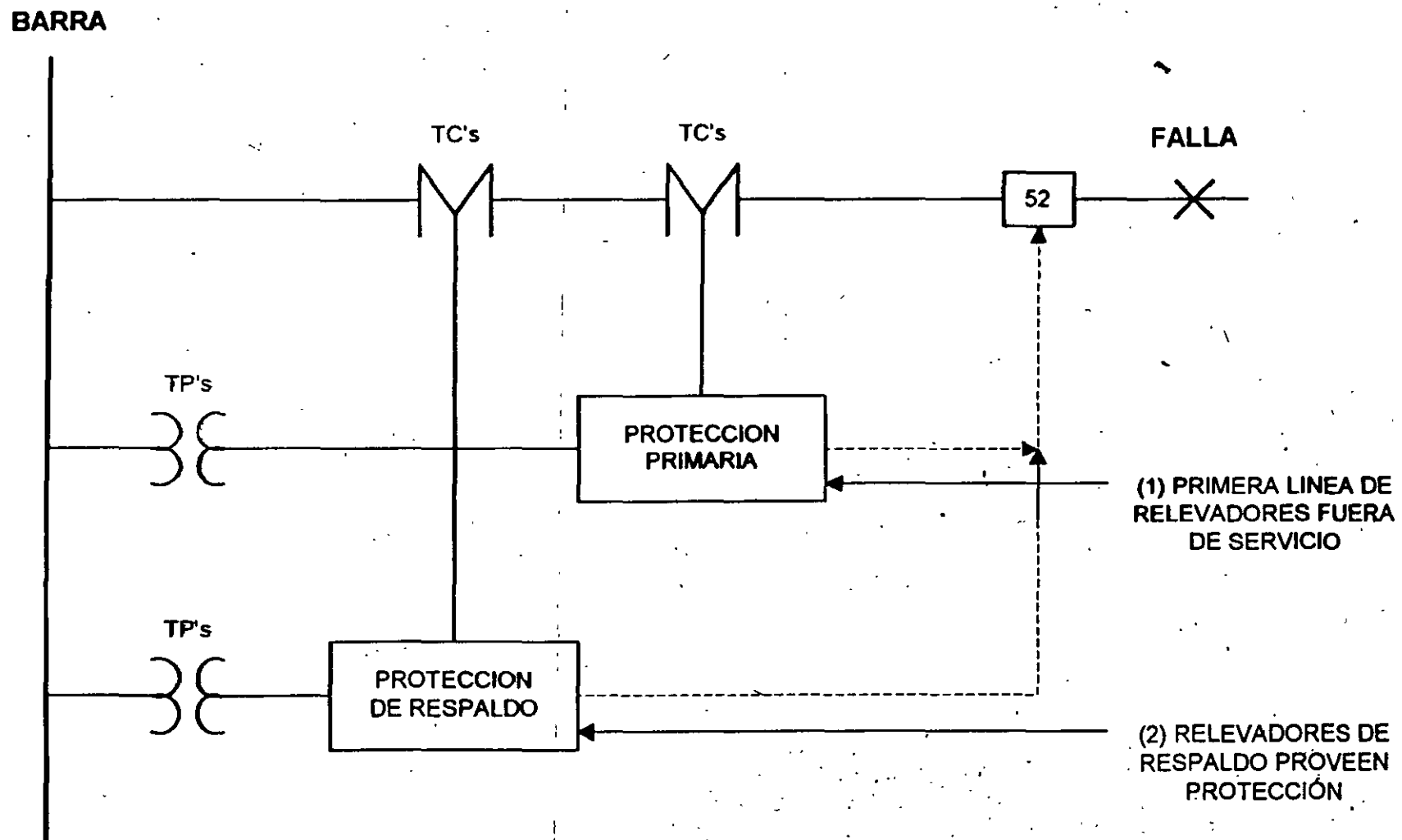


FIGURA 4
PROTECCION DE RESPALDO

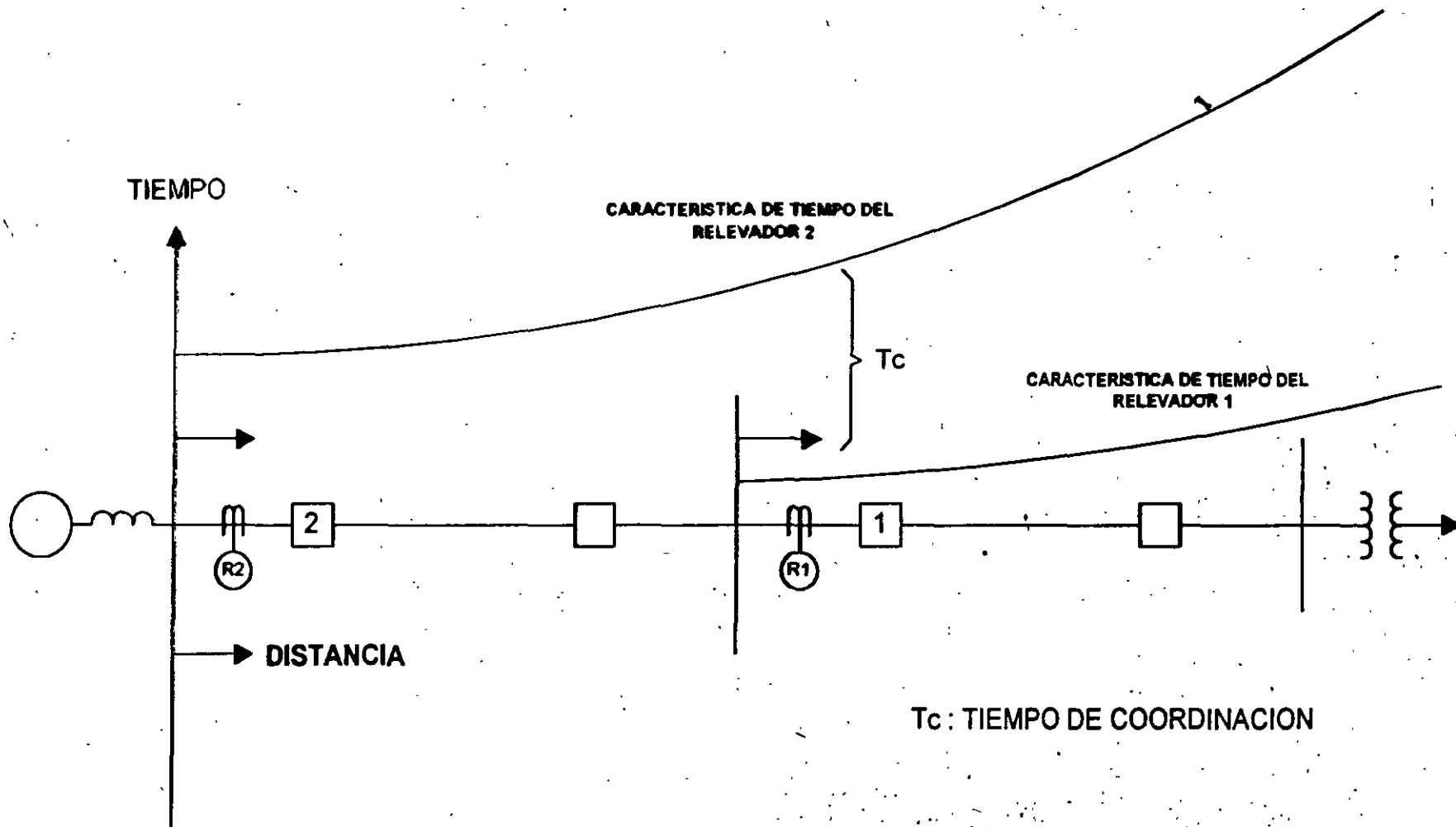


FIGURA 5
PROTECCION DE RESPALDO CON RELEVADORES DE
SOBRECORRIENTE

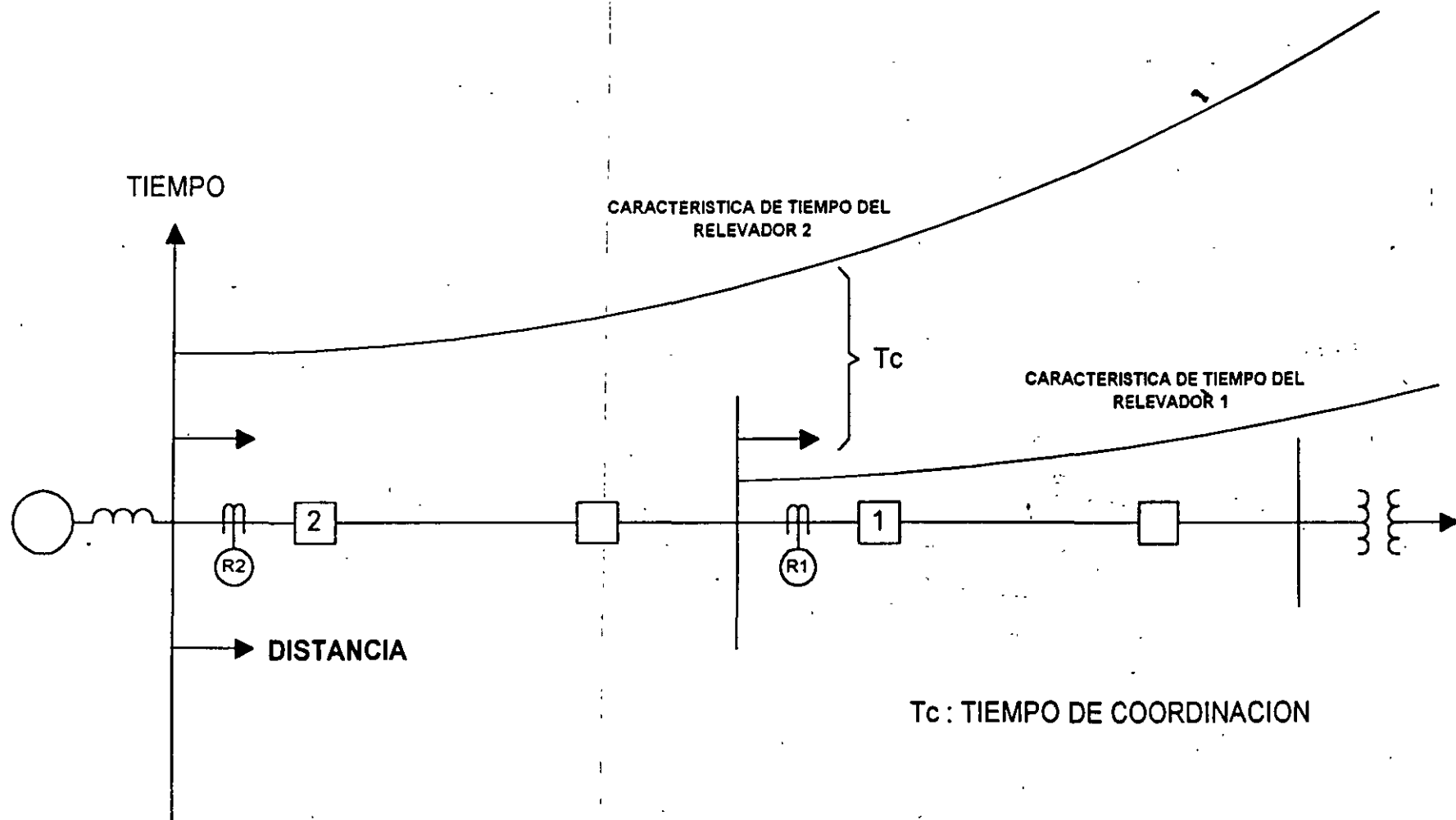


FIGURA 5
PROTECCION DE RESPALDO CON RELEVADORES DE
SOBRECORRIENTE

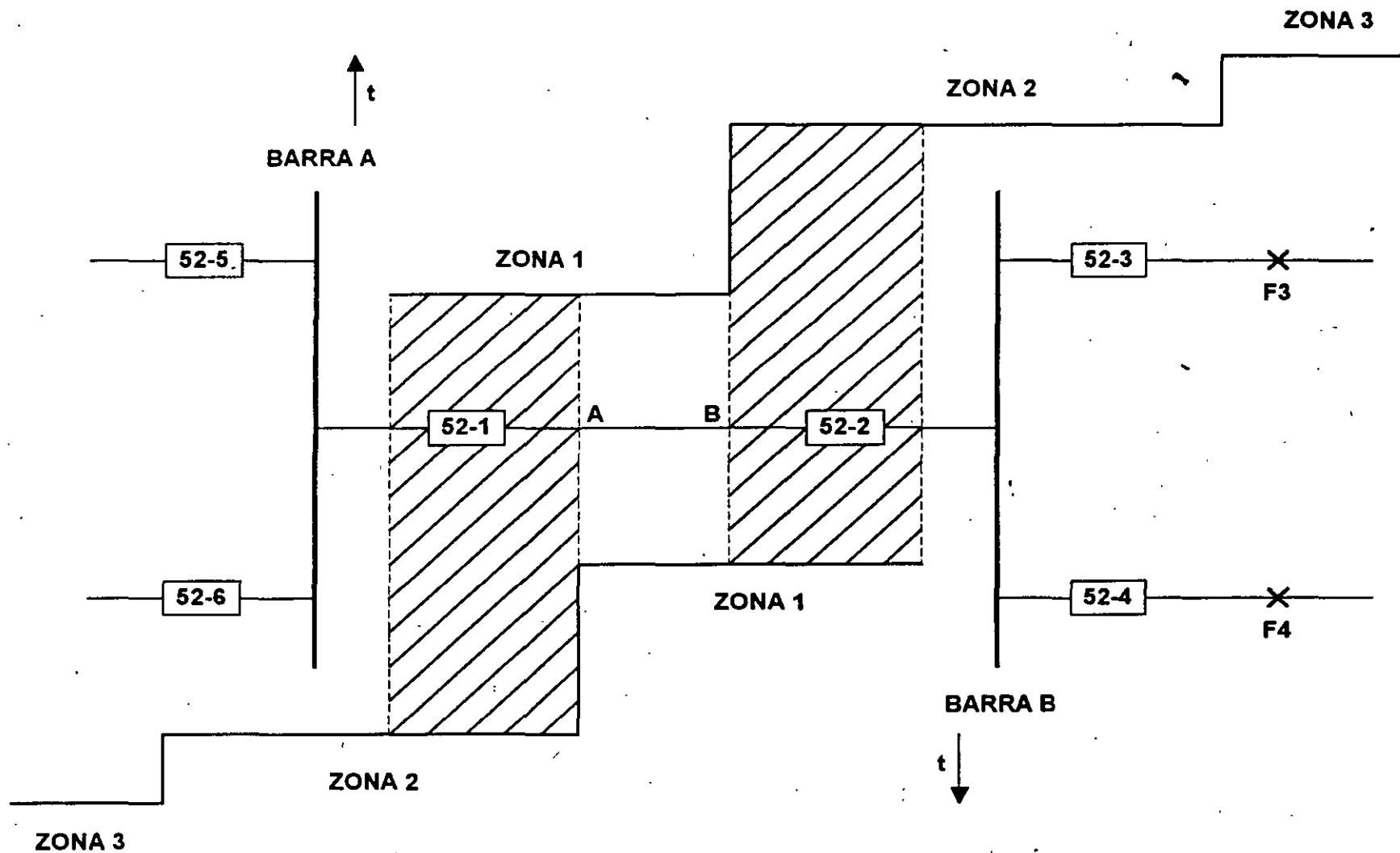
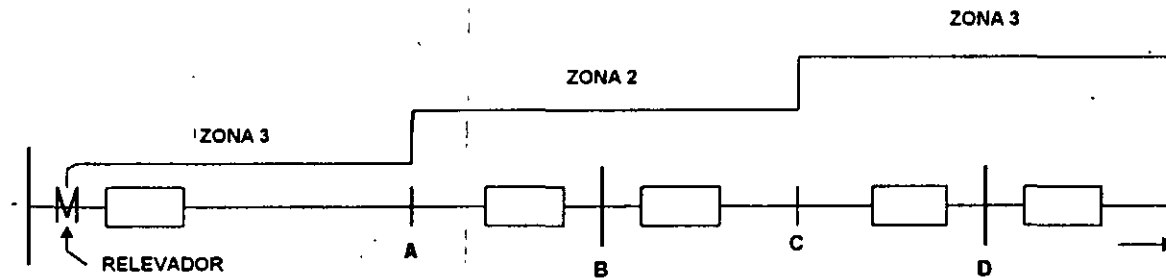


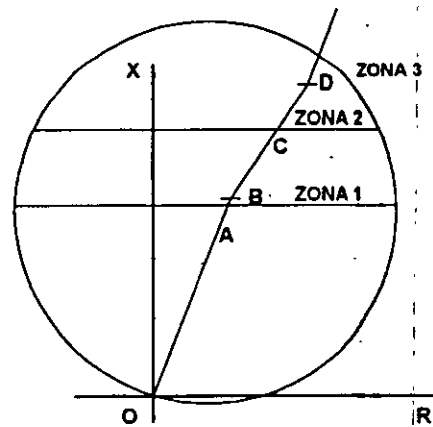
FIGURA 6
DISGRAMA DE UN SISTEMA DE POTENCIA QUE MUESTRA
LAS TRES ZONAS DE PROTECCION DE DISTANCIA

EL DIAGRAMA R-X (b) MUESTRA LA CARACTERÍSTICA TIPO REACTANCIA PARA LAS ZONAS 1 Y 2 Y LA CARACTERÍSTICA MHO QUE LES DA DIRECCIONALIDAD Y HACE LAS FUNCIONES DE ZONA 3 (PARA LINEAS CORTAS).

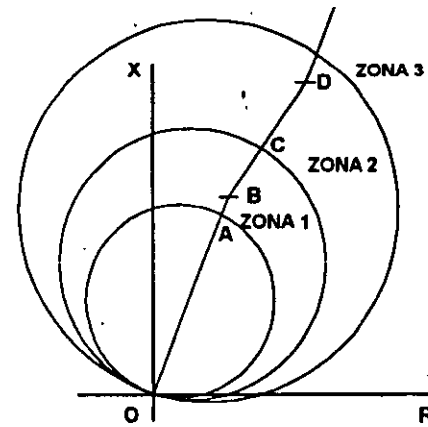
EN EL DIAGRAMA R-X (c) LAS TRES ZONAS TIENEN CARACTERÍSTICA MHO (PARA LINEAS LARGAS)



(a)



(b)



(c)

FIGURA 7
REPRESENTACION DE LAS CARACTERÍSTICAS DE OPERACION
DEL RELEVADOR DE DISTANCIA EN SU FORMA Z-t Y R-t

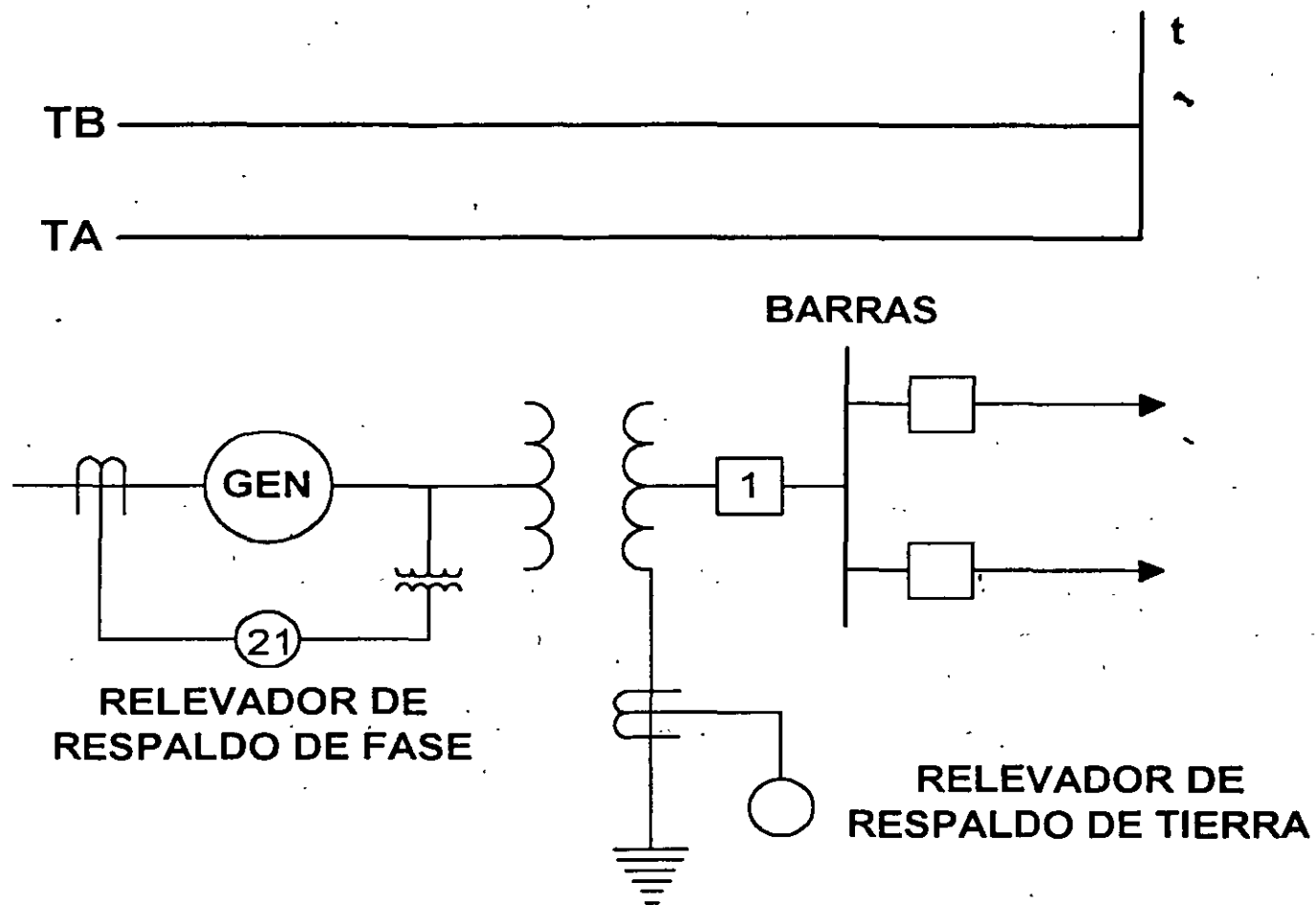


FIGURA 8
PROTECCION DE RESPALDO DE BARRA

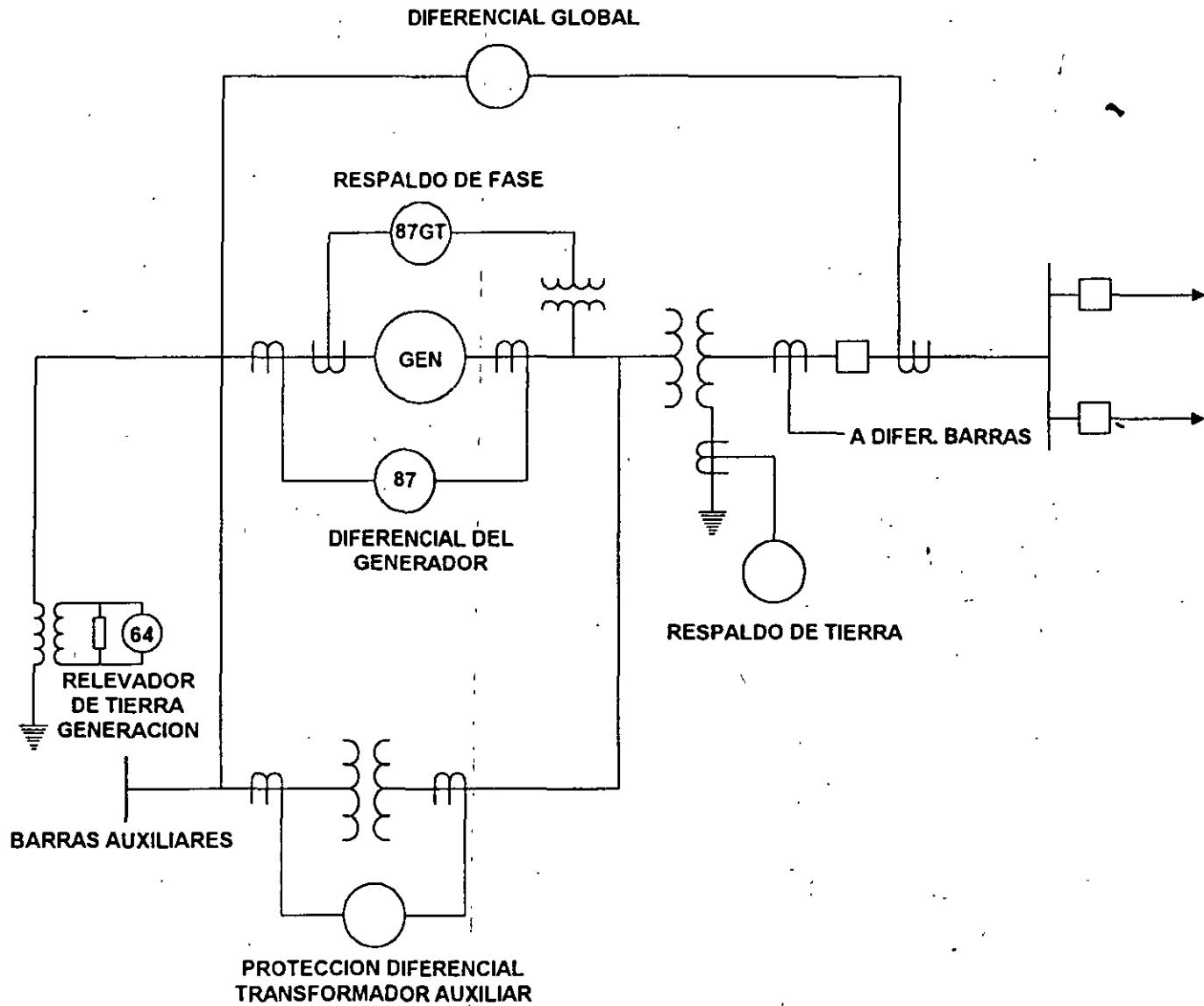


FIGURA 9
PROTECCION DE LA UNIDAD
GENERADOR - TRANSFORMADOR

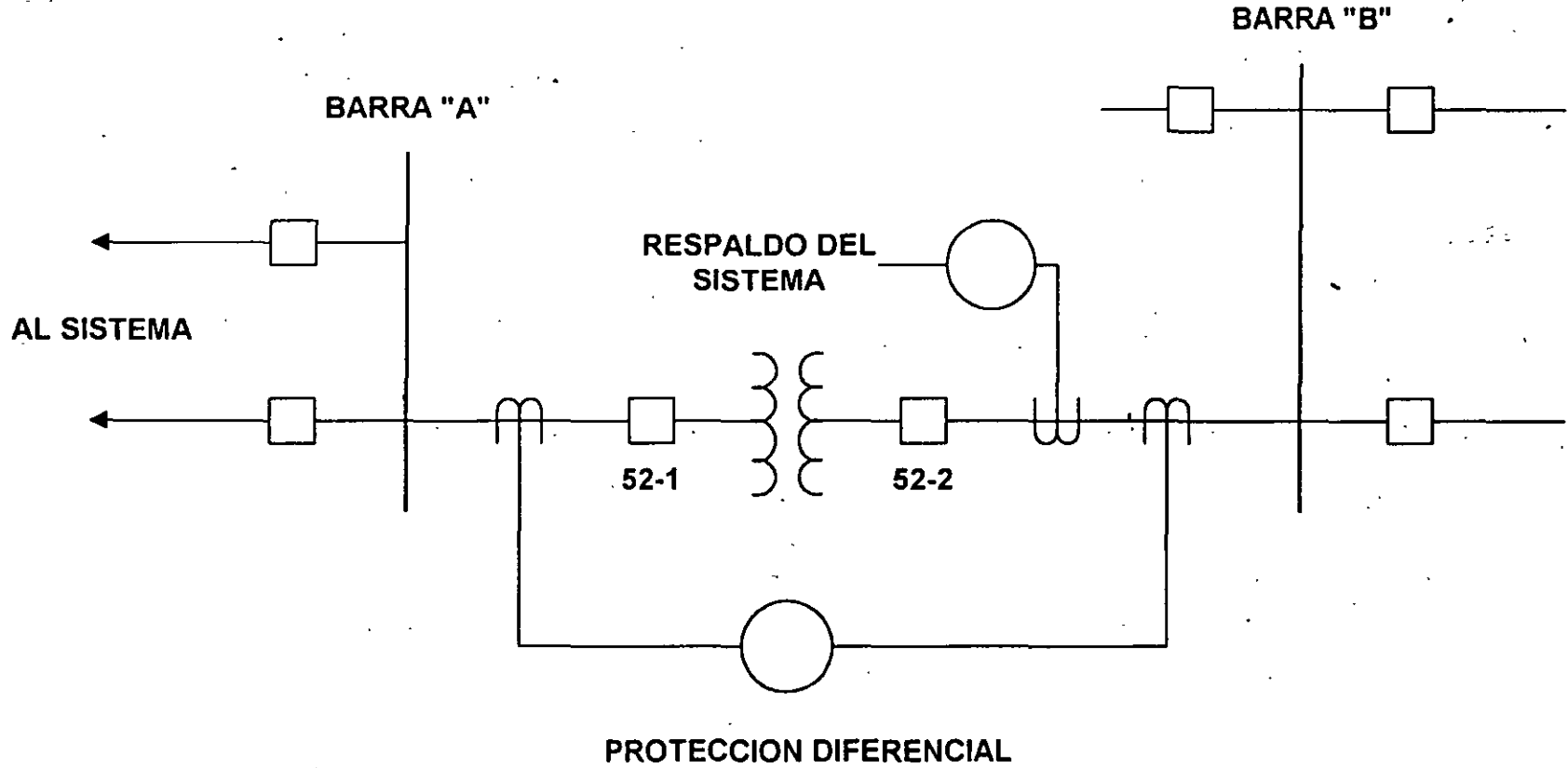
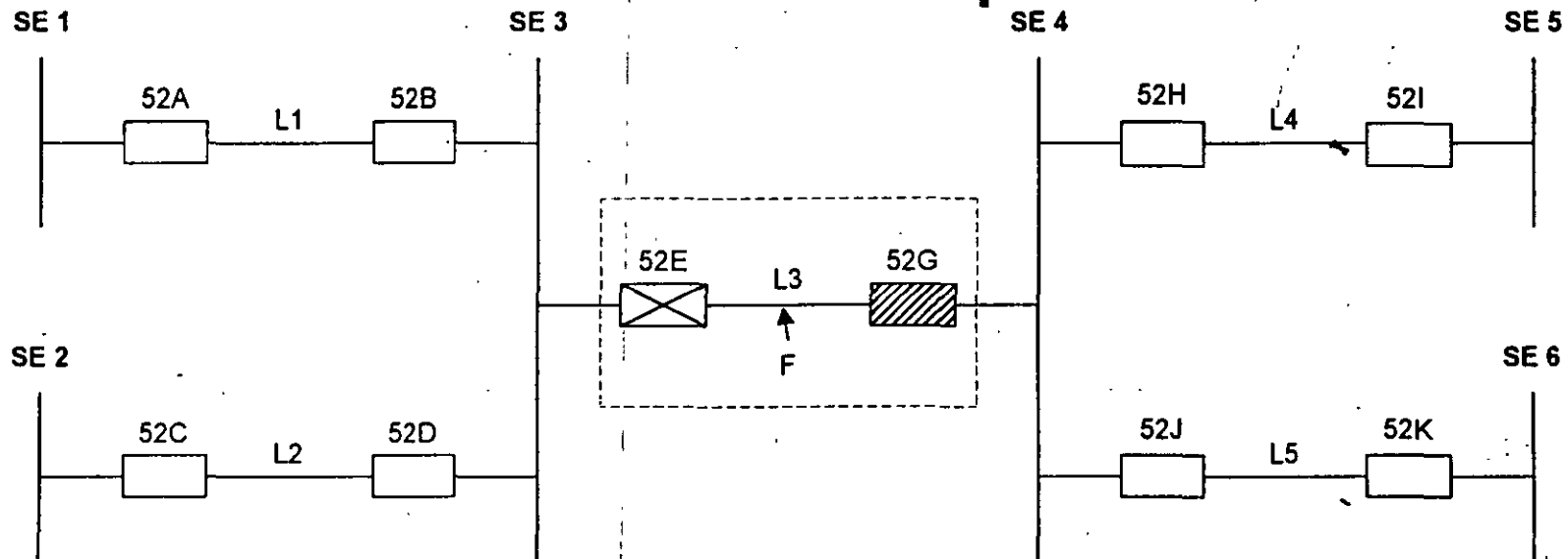


FIGURA 10
PROTECCION DE TRANSFORMADORES



SECUENCIA DE EVENTOS.



52E ABRE



52G NO ABRE (SE QUEDA TRABADO, FALTA DE C.D., ETC.)

LA PROTECCION DE L4 Y L5 DEBEN DAR RESPALDO REMOTO A L3 PARA LIBRAR LA FALLA (F)



52I Y 52K DEBEN ABRIR PARA LIBRAR LA FALLA

FIGURA 11
PROTECCION DE RESPALDO REMOTO.

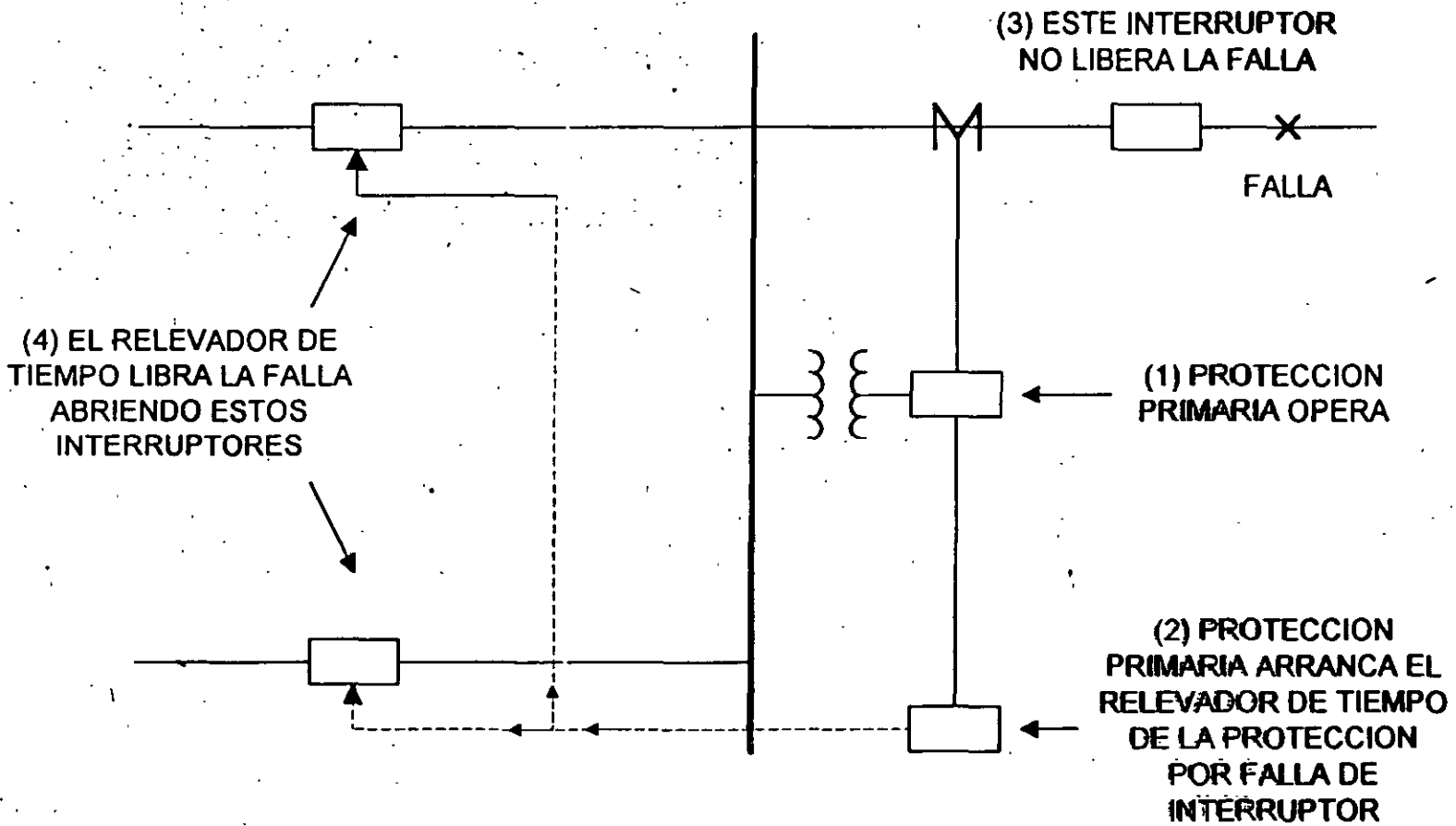


FIGURA 13
PROTECCION POR FALLA DE INTERRUPTOR
CON RELEVADOR DE TIEMPO ADICIONADO

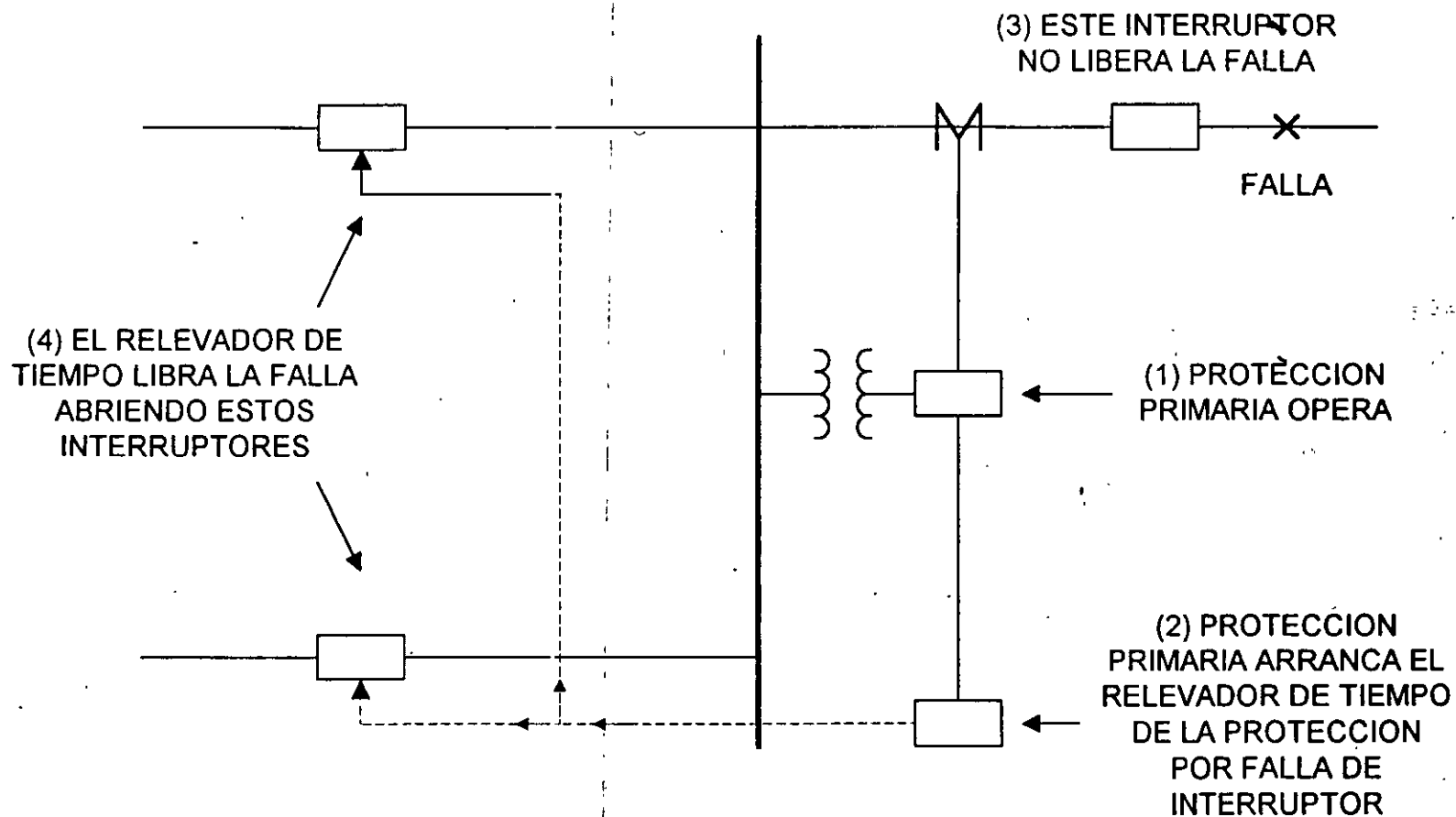


FIGURA 13
PROTECCION POR FALLA DE INTERRUPTOR
CON RELEVADOR DE TIEMPO ADICIONADO

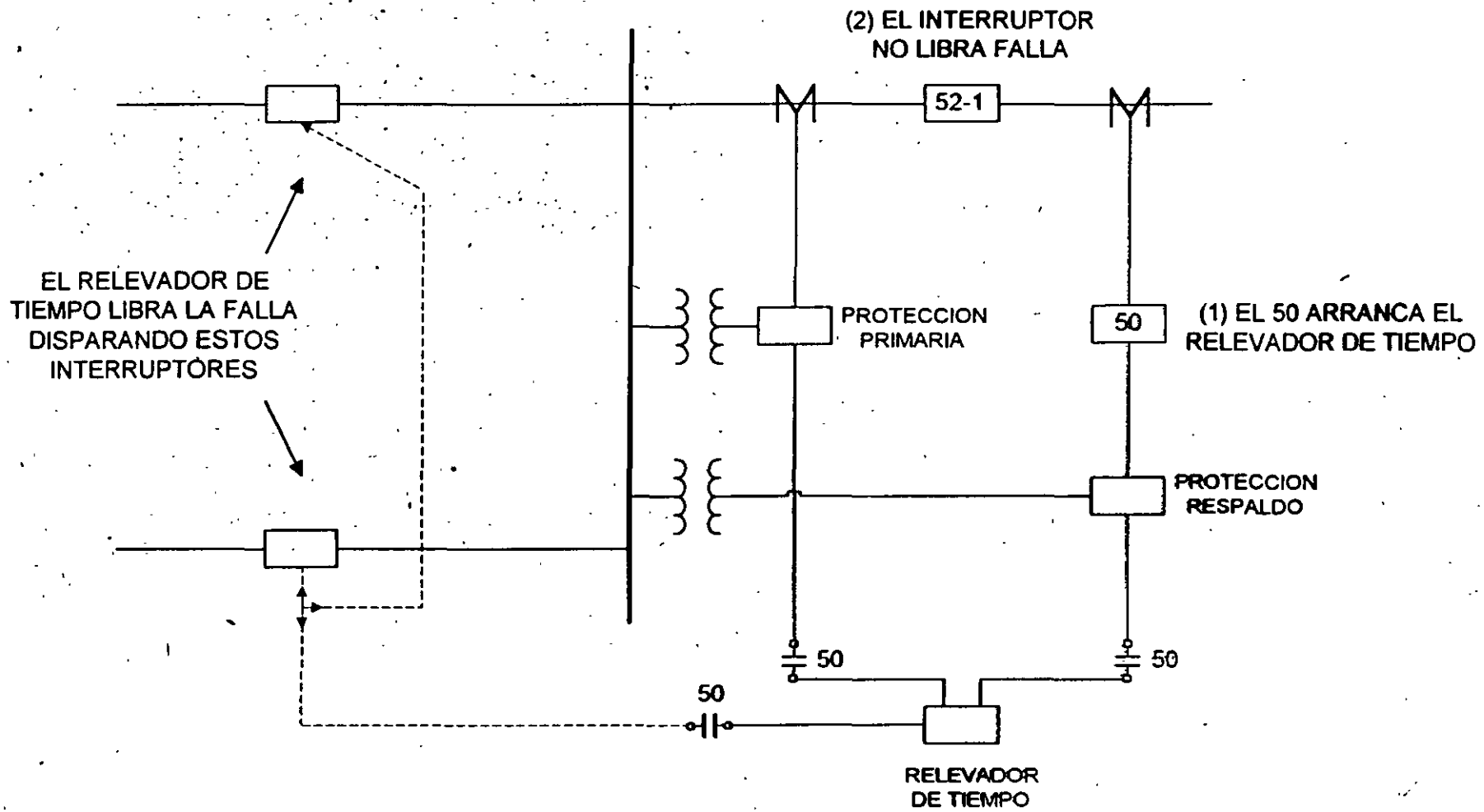


FIGURA 14
PROTECCION POR RESPALDO LOCAL

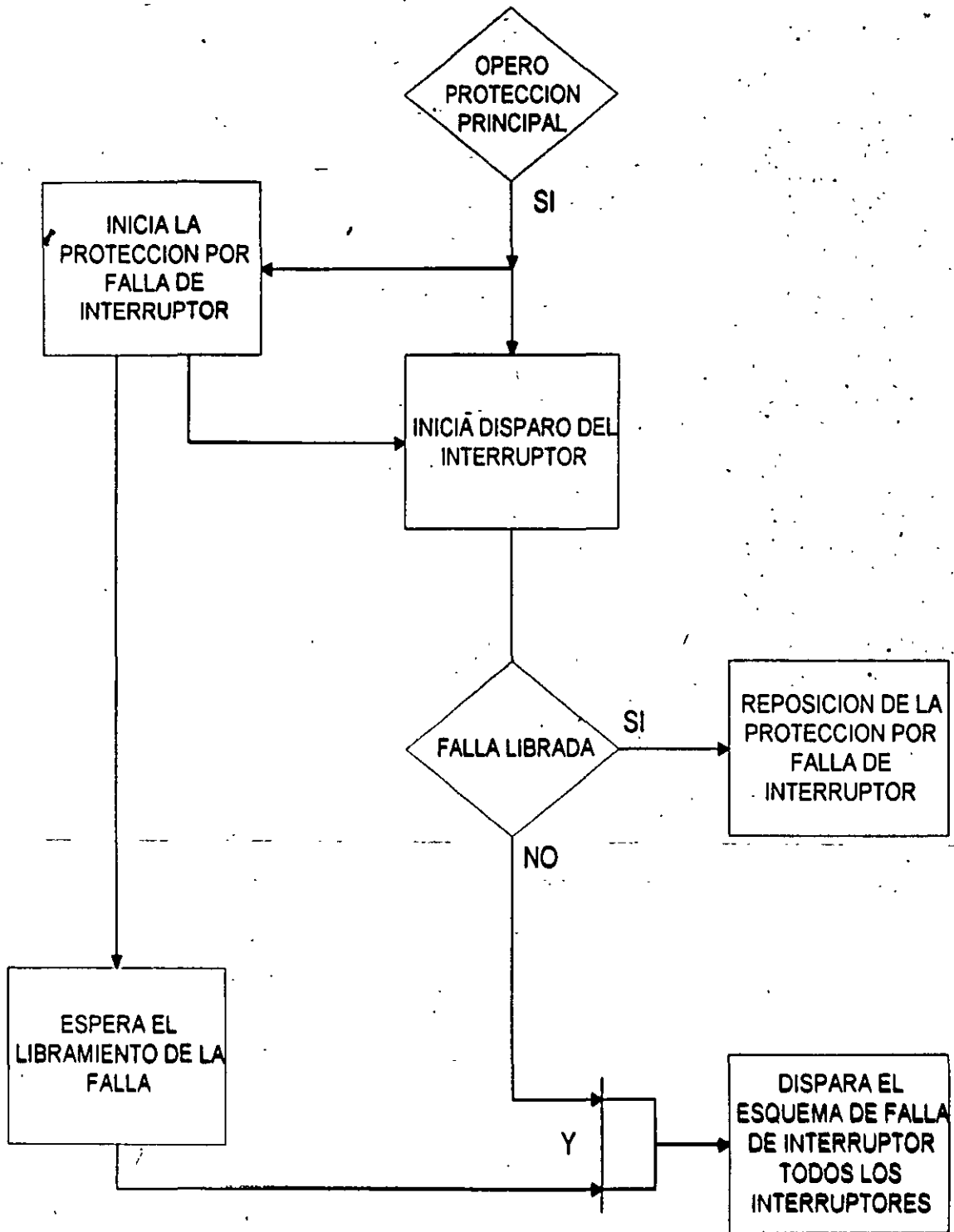


FIGURA 15
DIAGRAMA LOGICO DEL ESQUEMA BASICO
DE LA PROTECCION POR FALLA DE INTERRUPTOR

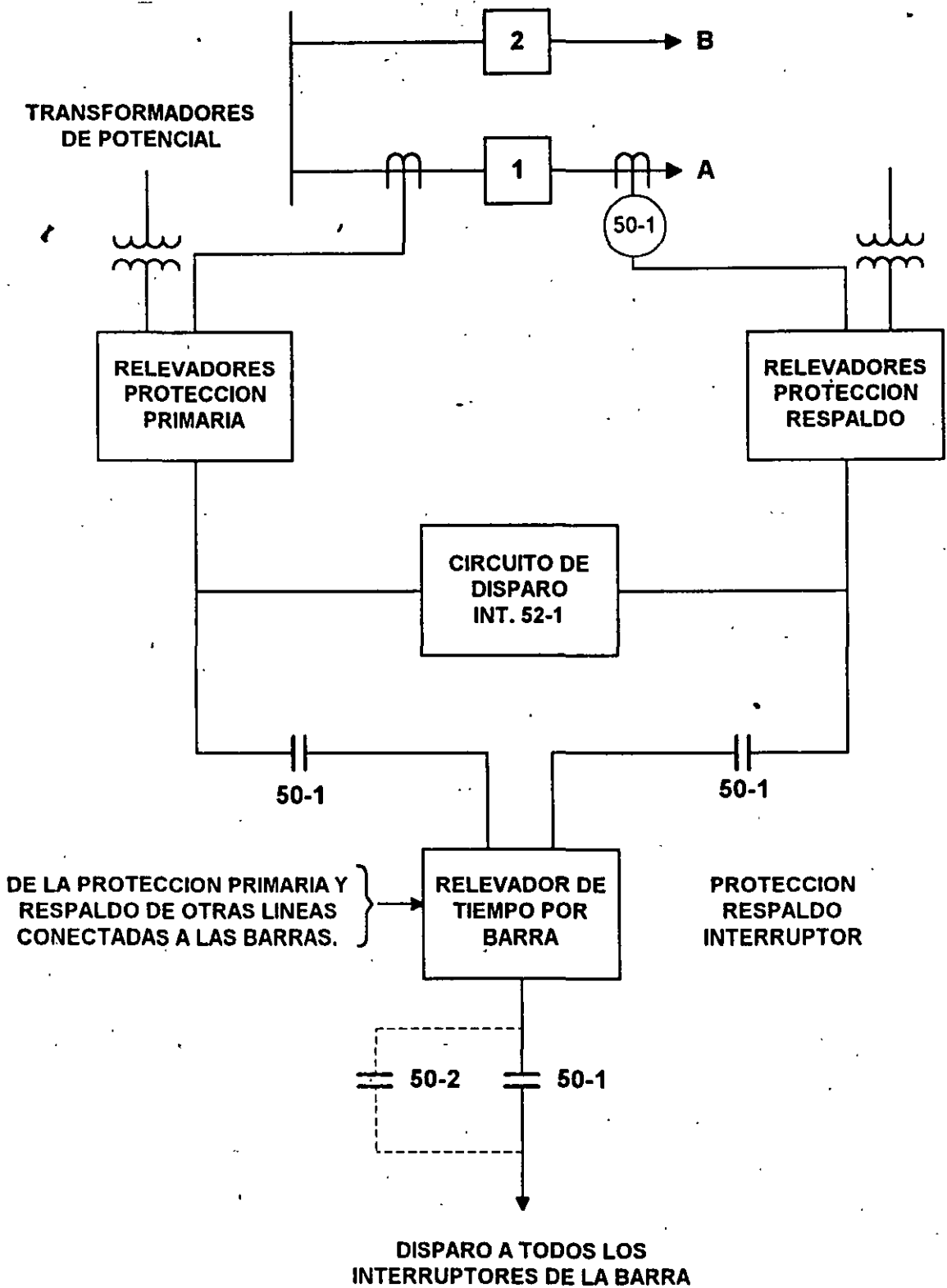


FIGURA 16

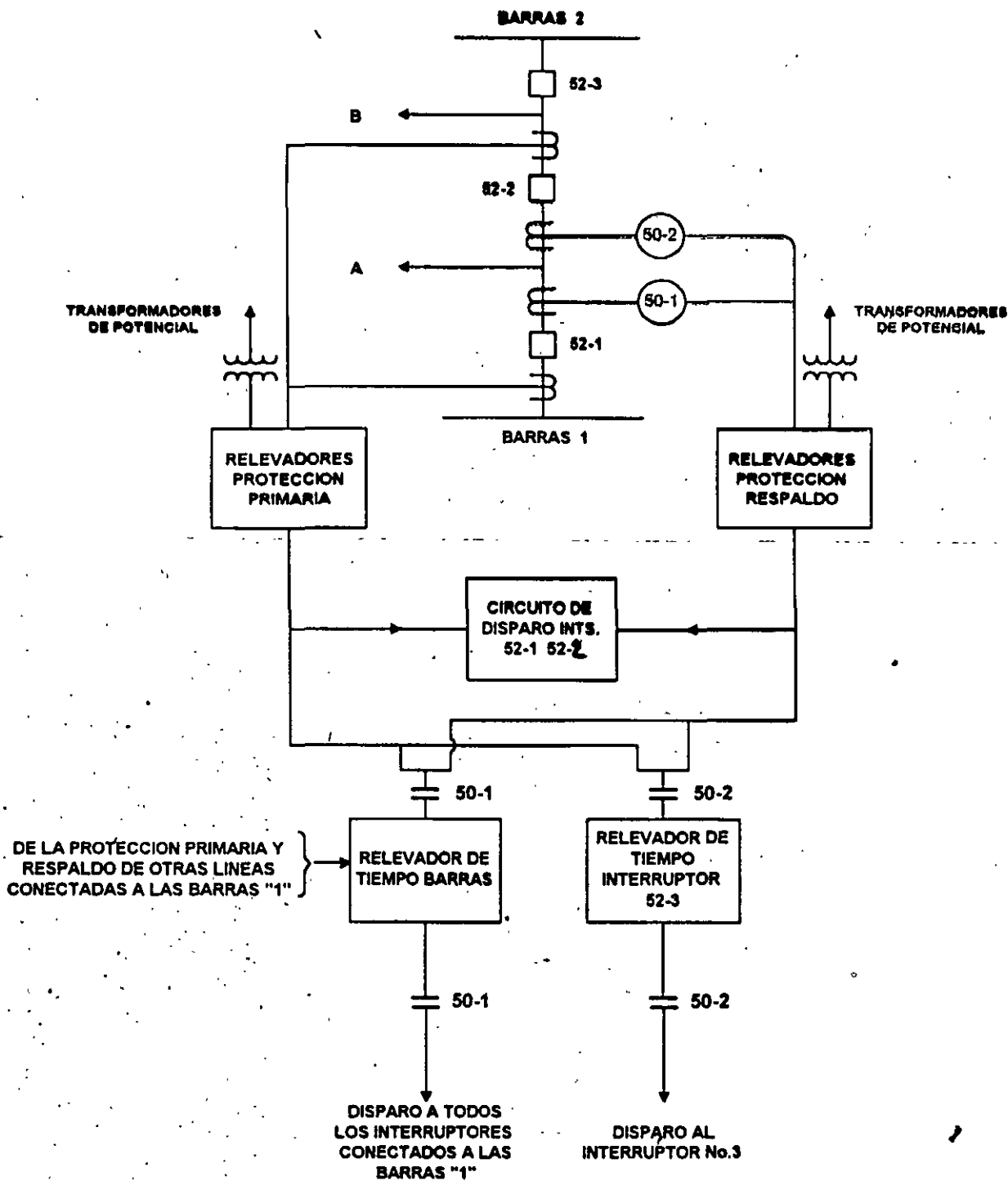


FIGURA 17
ESQUEMA DE FALLA DE INTERRUPTOR PARA LINEA
CONECTADA EN UN ARREGLO CON INTERRUPTOR Y MEDIO

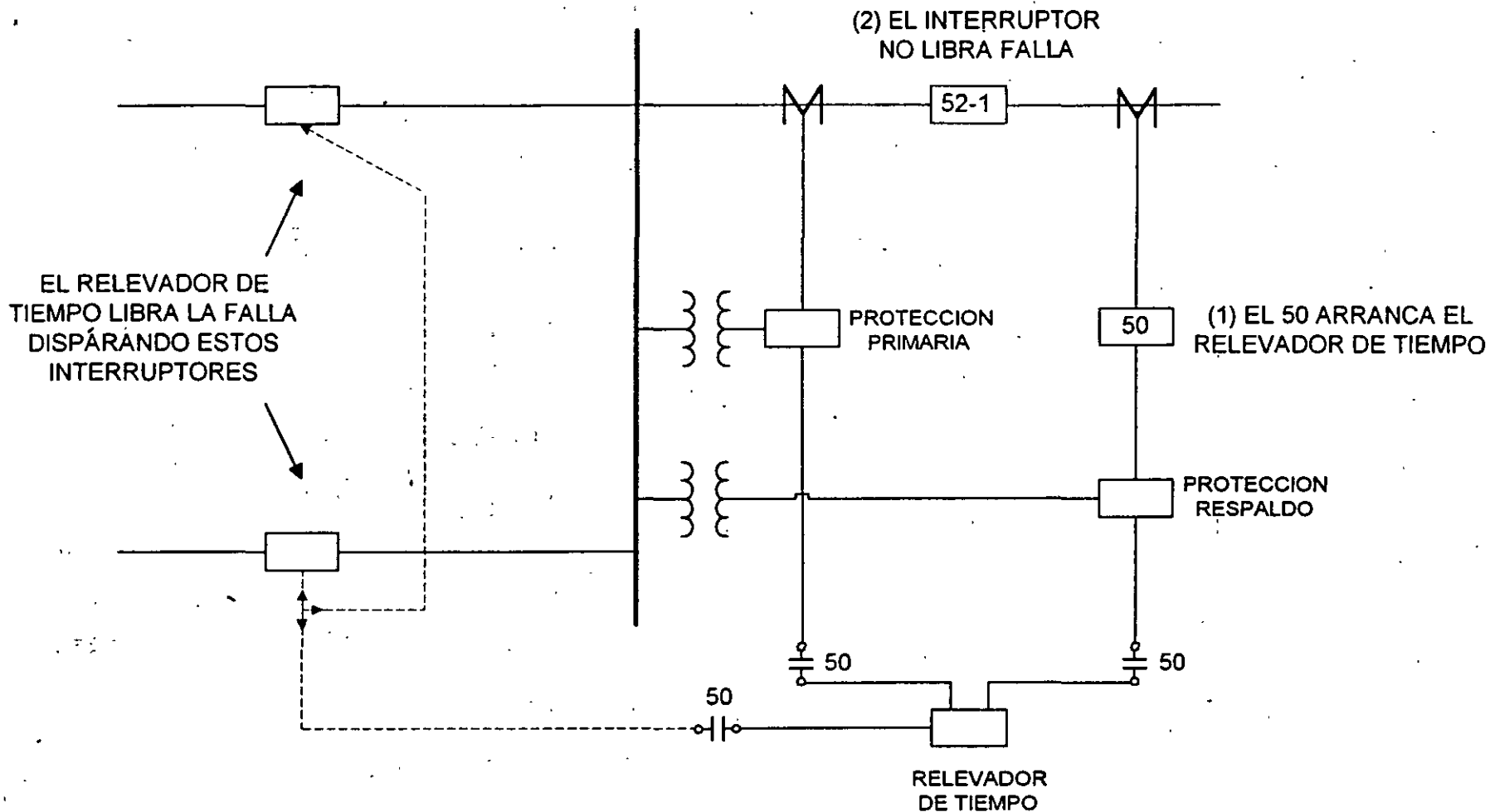


FIGURA 14
PROTECCION POR RESPALDO LOCAL

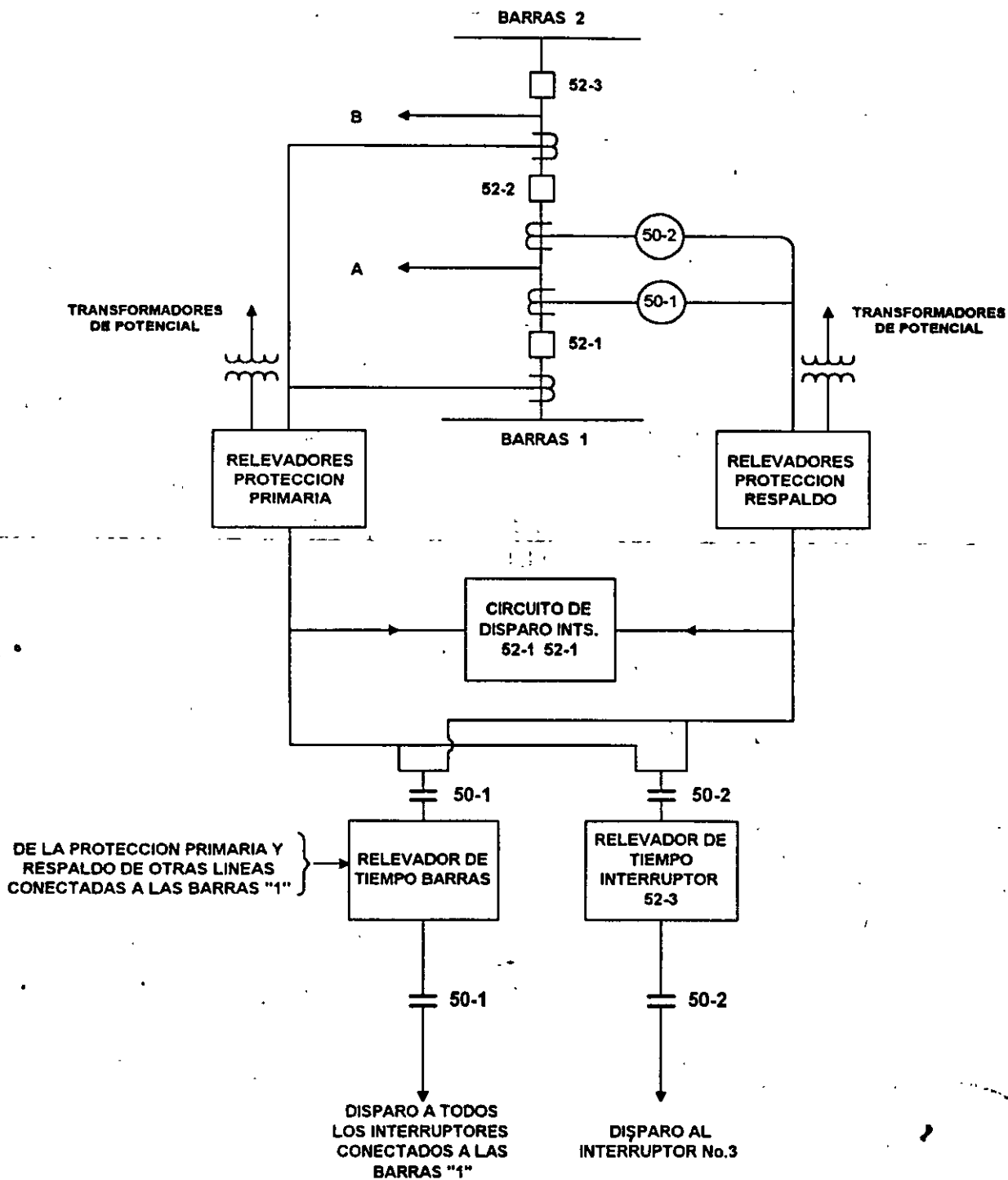


FIGURA 17
ESQUEMA DE FALLA DE INTERRUPTOR PARA LINEA
CONECTADA EN UN ARREGLO CON INTERRUPTOR Y MEDIO

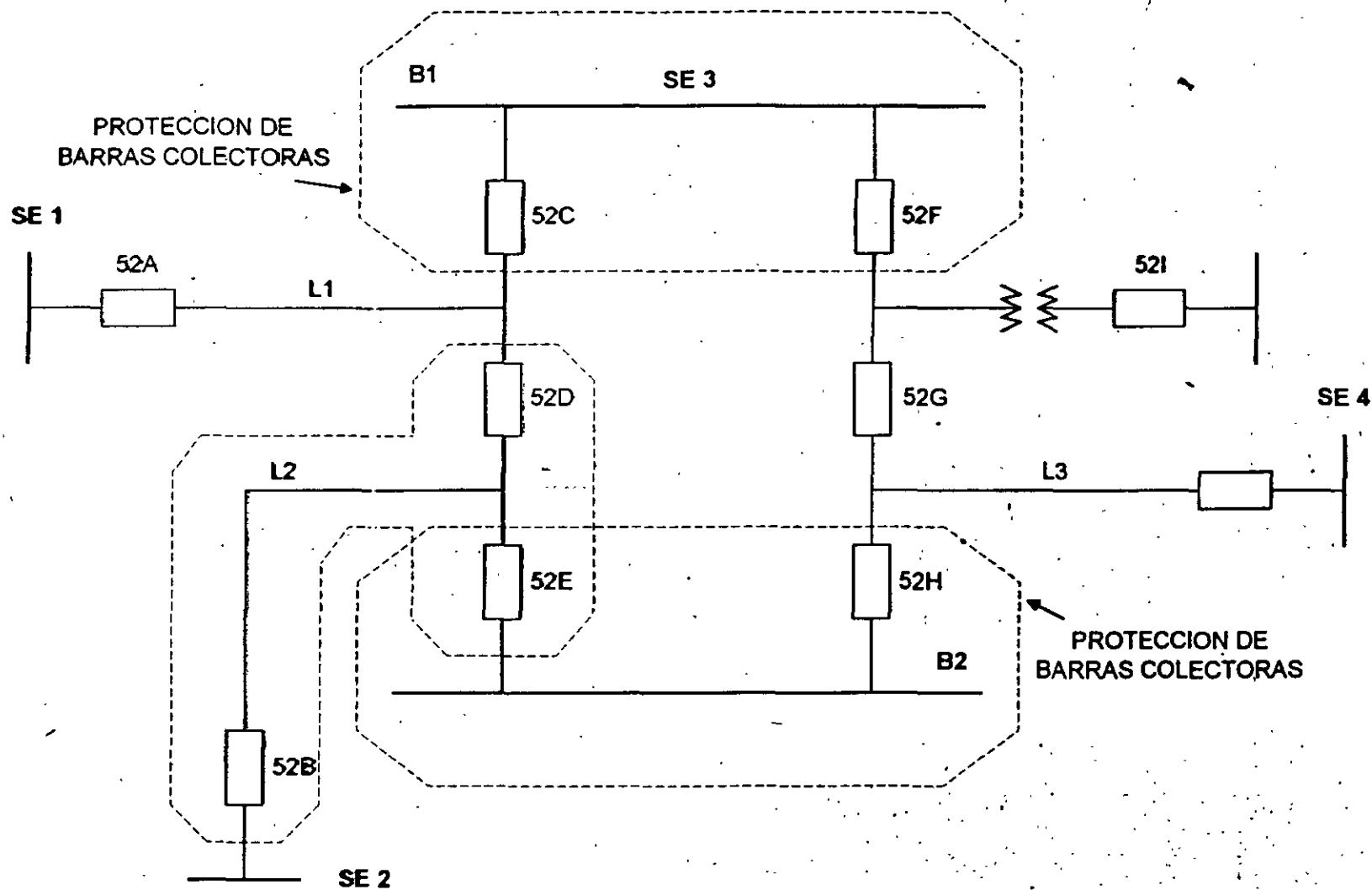


FIGURA 12
PROTECCION DE RESPALDO LOCAL

4. Conceptos Básicos de Programación Dinámica.

La aplicación de métodos digitales para resolver una gran variedad de problemas de optimización dinámica o control fue desarrollada por Richard Bellman y asociados, hacia finales de la década de los años 50, a través de la programación dinámica. Estas técnicas son de gran utilidad en la solución de una gran variedad de problemas y reducen de gran manera el esfuerzo computacional para encontrar trayectorias óptimas o políticas de control.

La fundamentación matemática teórica, basada en el cálculo de variaciones, presenta cierto grado de dificultad. Sin embargo su aplicación no lo es tanto y depende del buen planteamiento del problema de optimización particular, en términos apropiados para la formulación de la programación dinámica (PD). En la planeación de sistemas de generación de potencia, las técnicas de PD se han desarrollado para:

- El despacho económico de sistemas térmicos.
- La solución de problemas de planeación económica de la coordinación hidrotérmica.
- La solución práctica de la asignación de unidades térmicas (unit commitment).

La programación dinámica no tiene una formulación específica, por lo que se debe analizar el problema a resolver, incluir restricciones y adaptarlo de manera conveniente. En particular aquí se formulará una solución para la asignación de unidades térmicas.

4.1 El problema de asignación de unidades térmicas.

Las técnicas más mencionadas para la solución del problema la asignación de unidades son:

- ↳ Esquemas de listas de prioridad.
- ↳ Programación dinámica (PD).
- ↳ Programación lineal-entera mixta (PLIM).

de éstas, los esquemas de listas de prioridad son los más populares, los algoritmos de PD son los únicos en los cuales se logra la aproximación a la solución óptima para sistemas grandes y los algoritmos PLIM se han desarrollado recientemente y no han sido utilizados ampliamente en problemas de sistemas grandes.

Planteamiento del problema con programación dinámica.

La ventaja principal de esta técnica es la reducción en el dimensionamiento del problema. Suponga que se tienen cuatro unidades en un sistema y cualquier combinación de ellas y cada una de ellas alimenta una carga; existirá un máximo de $2^4 - 1 = 15$ para probar, sin embargo si se impone un orden de prioridad estricto, existen sólo cuatro combinaciones a verificar:

Prioridad 1 *unidad*

Prioridad 1 *unidad* + Prioridad 2 *unidad*

Prioridad 1 *unidad* + Prioridad 2 *unidad* + Prioridad 3 *unidad*

Prioridad 1 *unidad* + Prioridad 2 *unidad* + Prioridad 3 *unidad* + Prioridad 4 *unidad*

La imposición de una lista de prioridad ordenada por el costo incremental promedio a plena carga podría proporcionar un resultado de despacho y asignación teóricamente correcto sólo si:

1. Los costos de no proporcionar energía, son cero.
2. La característica entrada-salida de las unidades son lineales entre carga cero y plena carga.
3. No existen otras restricciones.
4. Los costos de arranque tienen un monto fijo.

En la aproximación del problema mediante programación dinámica, asumiremos que:

- a) Un estado consiste de un conjunto de máquinas con especificaciones de operación y el resto están fuera de línea.
- b) El costo de encendido de cada unidad es independiente del tiempo que ha estado fuera de línea, es decir tiene un monto fijo.
- c) No hay costo asociado al disparo o salida de las unidades.
- d) Hay un orden de prioridad estricto y en cada intervalo existe una capacidad mínima especificada que debe estar en operación.

Un estado factible es aquel en el cual las unidades asignadas pueden suministrar la carga requerida y que tenga la mínima cantidad de capacidad de cada periodo.

4.2 Programación dinámica hacia atrás (Backward DP).

La solución comienza en el último intervalo y se analiza en retroceso hasta el punto inicial, se considera que existen M intervalos en el periodo a considerar. La función para el cálculo del mínimo costo total de combustible durante un periodo de tiempo se proporciona a continuación:

$$F_{\text{costo}}(K, I) = \min_{[J]} [P_{\text{costo}}(K, I) + S_{\text{costo}}(I, K; J, K + 1) + F_{\text{costo}}(K + 1)]$$

$$F_{\text{costo}}(M, I) = P_{\text{costo}}(M, I)$$

donde:

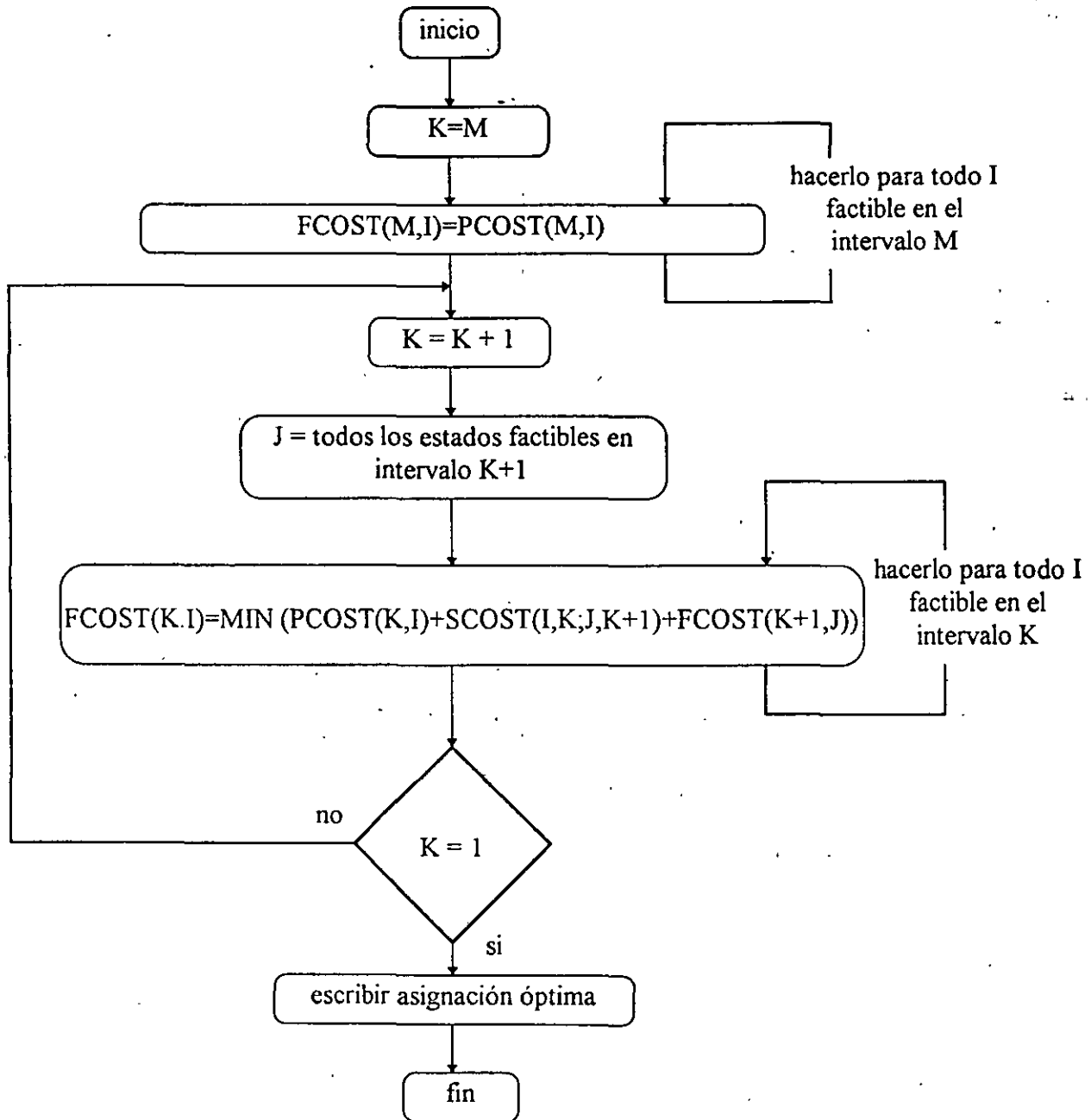
$F_{\text{costo}}(K, I)$ = costo de combustible total mínimo desde el estado I en el intervalo K hasta el último intervalo M

$P_{\text{costo}}(K, I)$ = costo de generación mínimo para alimentar la carga durante el intervalo K para el estado I

$S_{\text{costo}}(I, K; J, K+1)$ = costo de arranque incremental proveniente del estado I en el K -ésimo intervalo hasta el estado J en el $(K+1)$ -ésimo intervalo

$[J]$ = conjunto de estados factibles en el intervalo $K+1$

Los costos de producción P se obtienen mediante el despacho económico de las unidades en operación en el estado I -ésimo. Una trayectoria siempre inicia en el estado del intervalo K proveniente del intervalo final M y una trayectoria óptima es aquella en la cual el costo de combustible total es mínimo. La formulación asegura que dadas las trayectorias óptimas partiendo desde todos los estados individuales en el $K+1$ intervalo, la trayectoria óptima originada en cualquiera de los estados en el K -ésimo intervalo puede ser encontrada. Esta es la ventaja principal en el método de la programación dinámica, el procedimiento para determinar la asignación óptima y el costo de combustible total mínimo se muestra en el siguiente diagrama de flujo:



4.2 Programación dinámica hacia adelante (Forward DP).

La programación dinámica hacia atrás no cubre muchas situaciones prácticas, por ejemplo si los costos de arranque de una unidad son función del tiempo no se tiene opción de incorporarlos. La PD hacia adelante es más recomendable ya que la historia previa de la unida puede ser calculada en cada estado. Hay otras razones prácticas por las cuales se prefiere la PD hacia adelante, las condiciones iniciales son fácilmente especificadas y los cálculos pueden ir avanzando en un tiempo tan largo como se requiera o como lo permita la capacidad de almacenamiento de la computadora.

El algoritmo es similar al anterior y la función recursiva para determinar el costo mínimo en la hora K con el estado I es:

$$F_{\text{costo}}(K, I) = \min_{[L]} [P_{\text{costo}}(K, I) + S_{\text{costo}}(K-1, L; J, K, I) + F_{\text{costo}}(K-1, L)]$$

donde:

$F_{\text{costo}}(K, I)$ = costo de combustible total anterior al arribo del estado (K, I)

$P_{\text{costo}}(K, I)$ = costo de generación para el estado (K, I)

$S_{\text{costo}}(K-1, L; K, I)$ = costo de transición desde el estado (K-1, L) al estado (K, I)

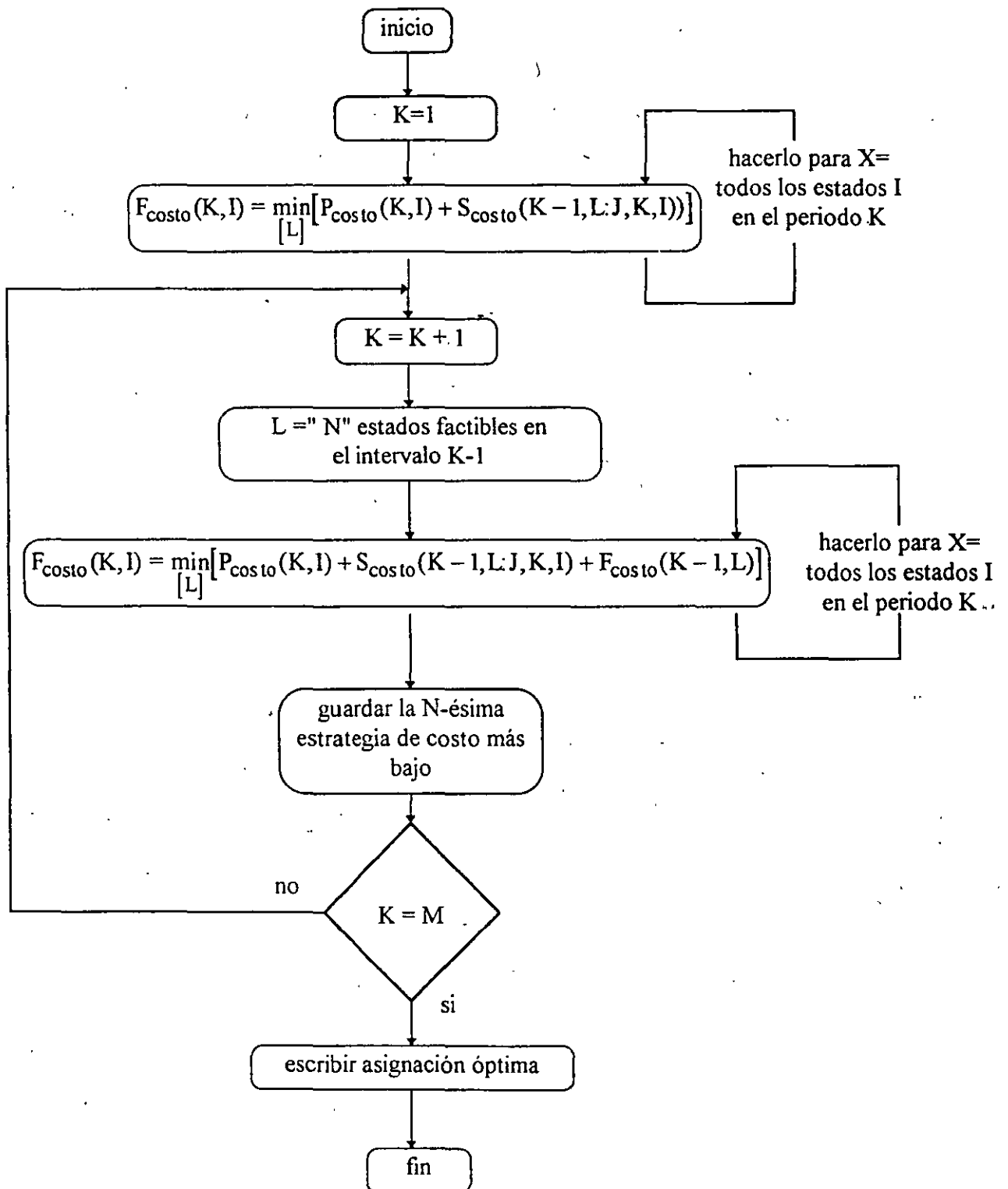
aquí el estado (K, I) es la I-ésima combinación en el intervalo u hora K, en este caso se define una estrategia como la transición o trayectoria desde un estado a una hora dada hasta un estado en la hora siguiente.

En el diagrama de flujo de la hoja siguiente se muestra el algoritmo, en él se introducen dos variables nuevas X y N, que representan, respectivamente, el número de estados a revisar en cada periodo y el número de estrategias o trayectorias a guardar en cada paso. Estas variables permiten controlar el esfuerzo computacional y el máximo valor de las variables X o N está dado por $2^n - 1$.

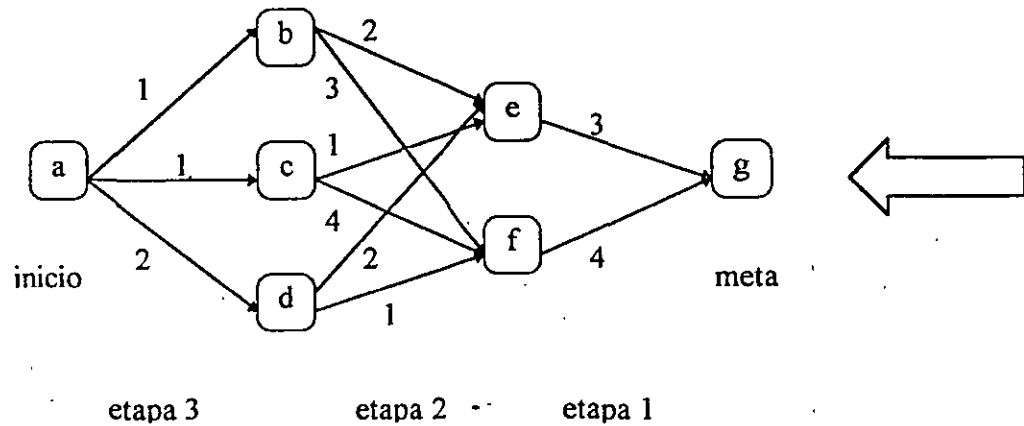
Por ejemplo, con una ordenación basada en lista de prioridad estricta el límite máximo en X es n número de unidades. Reduciendo el número N significa que estamos descartando las asignaciones de costo más alto en cada intervalo y guardando sólo las N trayectorias o estrategias de costo más bajo.

Aquí no es posible asegurar que la asignación óptima teórica se encontrará utilizando un reducido número de estrategias o rango de búsqueda (el valor de X), solamente a través de la experimentación con un programa en particular se podría indicar el error potencial asociado con la limitación de los valores de X y N por debajo de limite superior.

En la figura siguiente se muestra el algoritmo en diagrama de flujo:



Programación Dinámica hacia atrás (DP backward).



En el gráfico superior se muestran 6 estados y tres etapas, en cada transición se escribe el costo asociado, halle la trayectoria de costo mínimo con programación dinámica hacia atrás.

El problema se puede arreglar por etapas e ir seleccionando el mejor resultado parcial en cada renglón de la manera siguiente:

etapa 1	g
e	3
f	4

La trayectoria de g hacia e tiene un costo de 3 y hacia f un costo de 4.

etapa 2	e	f
b	2+3=5	3+4=7
c	1+3=4	4+4=8
d	2+3=5	1+4=5

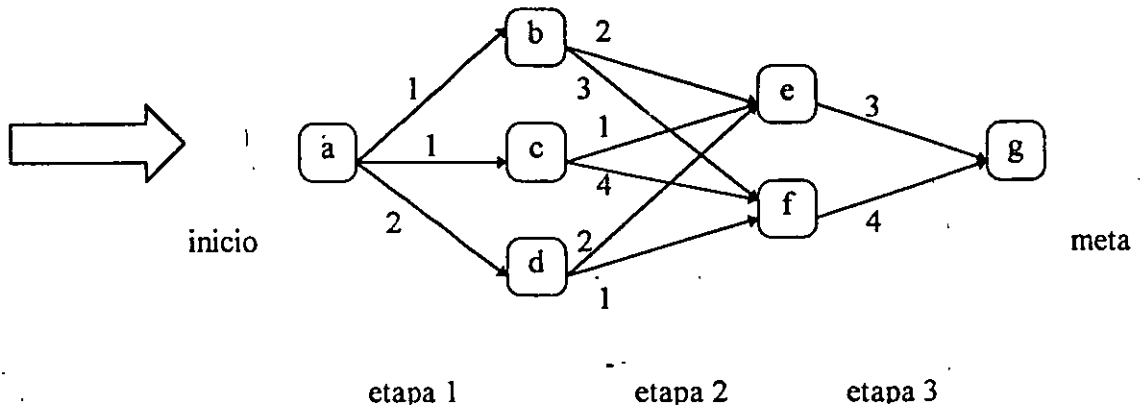
e-b es de menor costo en el renglón b
 e-c es de menor costo en el renglón c
 el costo es indistinto en el renglón d

etapa 3	b	c	d
a	1+5=6	1+4=5	2+5=7

c-a es la de menor costo

Al final del encadenamiento de la información obtenida se resuelve que la trayectoria óptima es: a,c,e,g cuyo costo es de 5 que es el valor mínimo obtenido después de la última etapa.

Programación Dinámica hacia adelante (DP Forward).



En el gráfico superior se muestran 6 estados y tres etapas, en cada transición se escribe el costo asociado, halle la trayectoria de costo mínimo con programación dinámica hacia atrás.

El problema también se puede arreglar por etapas e ir seleccionando el mejor resultado parcial en cada columna de la manera siguiente:

etapa 1	b	c	d
a	1	1	2

a-b y a-c son trayectorias de costo mínimo

etapa 2	e	f
b	2+1=3	3+1=4
c	1+1=2	4+1=5
d	2+2=4	1+2=3

c-e costo mínimo de la columna e
d-e costo mínimo de la columna f

etapa 3	g
e	3+2=5
f	4+3=7

e-g costo mínimo de la columna g

Al final del encadenamiento de la información obtenida se resuelve que la trayectoria óptima es: a,c,e,g cuyo costo es de 5 que es el valor mínimo obtenido después de la última etapa.

ASIGNACIÓN DE UNIDADES

1.1 INTRODUCCIÓN

Si se observa el patrón que sigue la demanda de los consumidores en un sistema eléctrico de potencia se tiene que esta característica es completamente irregular, como se muestra en la Figura 1.1. Esta característica es periódica por días y semanas pero teniendo mayor demanda por las tardes y noches que en las madrugadas y un patrón diferente los fines de semana que los otros días, mayor demanda un jueves que un domingo. Con estos patrones irregulares para la demanda algunas unidades de generación deben entrar y salir del sistema y otras solo cambiar su aportación en potencia.

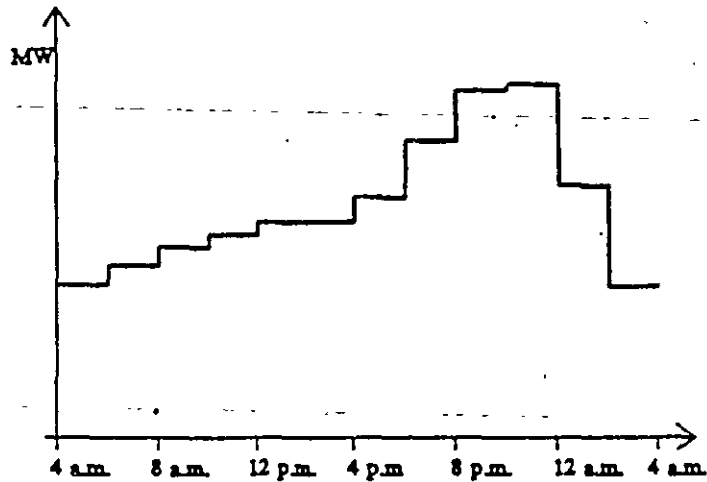


Figura 1.1 Patrón de Demanda

El problema de decidir cuales unidades entran en operación, encendidos y apagados en algunas de las unidades y la cantidad de potencia entregada para satisfacer una carga determinada a una hora del día, procediendo con un estado económico de operación y cumplir con los índices de confiabilidad se le conoce como *Asignación de Unidades*. Una apropiada asignación de unidades puede dar como resultado ahorros por consumo de combustibles y costos menores en la operación del sistema de potencia.

Debido a la gran variedad de alternativas, combinaciones y a las restricciones de costos asociados con el arranque y paro de las unidades y el mantenimiento de los generadores

vapor se requiere de técnicas apropiadas para la selección dentro del conjunto de unidades disponibles. Las unidades de generación deben combinarse para satisfacer la demanda de los consumidores, cumplir con el intercambio entre áreas, tener suficiente reserva operativa y un margen adecuado de regulación tales que permitan, en caso de emergencia, responder con prontitud. Las restricciones en la disponibilidad de combustibles, en el arranque-paro, el tiempo en el cual toman carga las unidades, y las inherentes al personal que opera las plantas deben ser tomadas en cuenta.

Una manera práctica de resolver el problema sería sólo asignar el número mínimo de unidades, todas ellas operando a su máxima capacidad pero incurriendo en los riesgos de no cumplir con los márgenes de seguridad establecidos. Otra manera es mantener todas las unidades a su mínima capacidad evitando cumplir con la minimización de costos. Para plantear una solución al problema de asignación de unidades es preciso e indispensable tener un pronóstico de la demanda durante el período de tiempo en el cual se pretende hacer la asignación de unidades.

1.2 CLASIFICACIÓN DE LAS UNIDADES

Un primer enfoque en la solución del problema es clasificar las unidades de generación según su capacidad nominal, jerarquías en la operación, tipo de combustible y las restricciones a las cuales están sujetas, teniéndose para un sistema de potencia el siguiente tipo de unidades:

Unidades Base. Estas unidades son las de gran capacidad y las variaciones de entrega son mínimas, siempre están sincronizadas al sistema, mantienen los índices de confiabilidad y únicamente salen por mantenimiento o por falla.

Unidades de Entrada. Son unidades de mediana capacidad que están listas para sincronizarse al sistema por períodos de tiempo no muy prolongados.

Algunas de estas unidades tienen carga fija y son generadores de plantas que tienen ya tiempo de estar operando. Por lo general tardan tiempo en operar a plena carga.

Unidades Pico.

Este tipo de generadores usualmente son unidades cuyo costo de producción es elevado y entran en las horas de máxima demanda o en el pico de demanda; dentro de este tipo están las unidades turboturbogas de rápida entrada al sistema. Por su alto costo y condiciones de operación son las últimas en ser asignadas.

Con las clasificaciones anteriores se puede implementar una preasignación de unidades como se muestra en la Figura 1.2. Las unidades son asignadas según su tipo hasta satisfacer la demanda.

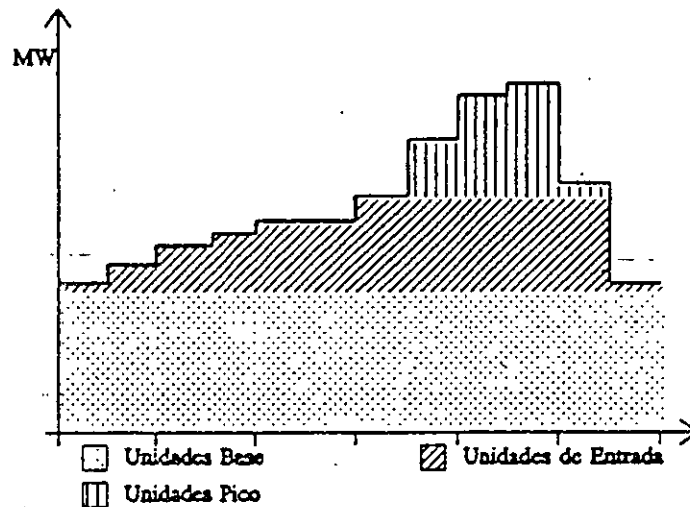


Figura 1.2 Asignación de Unidades

De la figura anterior se puede visualizar las unidades salen del sistema a una determinada hora. Existen diferentes criterios y reglas para el apagado de unidades así como la selección del orden de encendido y asignación. Esto se aplica cuando se plantea la solución mediante una *Lista de Prioridades*. Una vez que se conocen las unidades se propone un despacho económico de generación para encontrar un punto óptimo de operación.

1.3 RESTRICCIONES DE LAS UNIDADES GENERADORAS.

Cuando se trata de resolver el problema de Asignación de Unidades la interpretación que se da a las restricciones operacionales de los generadores es muy importante; de ello depende su entrada o salida del sistema. Los generadores de vapor gradualmente alcanzan su presión y temperatura, sus puntos de apertura y el cierre de válvulas. El personal que trabaja en las plantas también presentan restricciones al problema, ya que si existen varias unidades, estas generalmente no pueden entrar todas a la vez. Sin embargo la principal restricción a satisfacer es la demanda misma, todas las unidades asignadas deben de cumplir con la demanda requerida por los consumidores. La segunda restricción en importancia es la reserva rodante o el margen de regulación en las máquinas. Algunas de las restricciones pertenecientes a las características operacionales de las unidades son las siguientes:

- *Tiempo Mínimo de Asignación.* Es el tiempo mínimo en el cual la unidad debe de permanecer en el sistema, es decir que una vez es sincronizada la unidad ésta no debe ser apagada inmediatamente.
- *Tiempo Mínimo de Reentrada.* Es el tiempo mínimo en el cual la unidad permanece en espera antes de ser reincorporada al sistema, es decir, una vez que la unidad es desconectada existe un tiempo mínimo antes de ser reasignada.
- *Rampas de Carga.* Una vez que entra una unidad con su potencia mínima de salida no puede dar de inmediato su máxima capacidad; sino hasta un cierto tiempo. La potencia de salida de la unidad se representa por una rampa de carga; donde los ejes son potencia de salida contra tiempo. En una oposición a cambios en la potencia de salida, también está regida por la caldera, el gobernador de la turbina y el regulador automático de voltaje (RAV).
- *Restricciones de Personal.* Algunas plantas tienen límites en cuanto al personal para el manejo de la planta, lo cual no permite que simultáneamente se enciendan o apaguen dos o más unidades.

- *Prioridades de encendido.* Debido a que existen políticas de operación, seguridad y confiabilidad por parte de los Centros de Control, dependiendo del tipo de unidad algunos generadores son asignados primero que otros y existe un estricto orden de encendido, esto es muy importante ya que dicta la pauta en el proceso de solución.
- *Potencia Mínima y Máxima.* Son las potencias de salida mínima y máxima a la cual pueden operar las unidades. Los valores son proporcionados por el fabricante u obtenidos por la experiencia de los operadores.
- *Unidades con carga fija.* Este tipo de unidades son de baja o mediana capacidad y su aportación en potencia es fija o de poca variación, generan a su capacidad nominal.

1.3.1 Reserva Rodante.

Por reserva rodante se entiende la capacidad energética disponible por el sistema de potencia para responder en caso de la pérdida de una unidad, desconexión de algún elemento o fluctuaciones no previstas en la carga; es una energía de reserva que se especifica por una planta de generación o área de control. También es conocida como margen de regulación. Se establece como un porcentaje de la demanda total, mientras más grande sea este valor mayor será la capacidad del sistema ante alguna contingencia.

Es común que la reserva rodante sea compartida por todas las unidades y es asignada en función de la rapidez de cambio de las unidades, esto debido a que algunas unidades responden más rápido que otras (rampas de carga). Si la reserva es encomendada a las unidades que están apagadas pero que pueden entrar rápidamente, esto no se considera correcto debido a que en ciertas perturbaciones es necesario que la respuesta sea rápida y existe cierto tiempo entre la sincronización de la unidad y el que alcance su máxima capacidad. De lo anterior se deduce que la unidades generadoras en un sistema de potencia se encuentran clasificadas de acuerdo a dos tipos de reserva.

- *Reserva Caliente.* Capacidad de energía proporcionada por las unidades que se encuentran sincronizadas al sistema y de la cual se puede disponer rápidamente.

- Reserva Fría

Se considera a la disponible en las unidades que no estén sincronizadas y que pueden entrar al sistema en caso de alguna contingencia. Algunas de estas unidades pueden entrar desde cero como la unidades turbo-gas y otras como las unidades térmicas convencionales, se mantienen con las condiciones necesaria de temperatura y presión en la caldera necesarias para evitar demoras en su entrada al sistema.

La cantidad de reserva rodante, las unidades que participan en ella así como el intercambio de potencia entre áreas son coordinados por un comité de confiabilidad y seguridad. Las unidades asignadas deben cumplir con la siguiente restricción.

$$\sum_{Unid} PG \geq Demanda + Reserva \quad (1.1)'$$

Lo anterior se observa en la Figura 1.3.

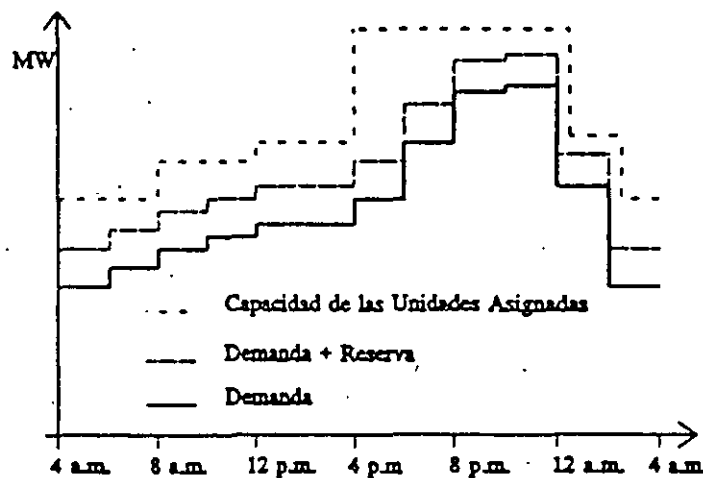


Figura 1.3 Capacidades y demanda.

De los principios anteriores se deduce la siguiente regla de la asignación de unidades, *suficientes unidades deben ser asignadas para satisfacer la demanda.*

1.3.2 COSTOS DE GENERACIÓN

El costo de producción de una unidad de generación depende de varios factores: el costo del combustible, el costo incremental de la unidad, punto de operación, etc. Para los estudios de

asignación de unidades se consideran dos tipos de costos:

1) Costo Promedio. Es el costo que presenta una unidad para satisfacer una parte de la carga, se considera el costo incremental a plena carga de la unidad. Depende del punto de operación de la unidad (el cual puede ser el punto de máxima eficiencia) y el costo del combustible, se expresa en \$/MW-Hr. Si no se conoce el costo incremental, se calcula a partir de la curva de entrada-salida.

2) Costo de Transición. Este costo se asocia al cambio de estado de una unidad; este cambio es debido al encendido o al apagado de la unidad. En algunos casos no se consideran costos por el apagado de una unidad. El costo por arranque de una unidad se puede encontrar de dos formas:

i) Dependencia del Tiempo. El costo de arranque de una unidad depende del tiempo en que estuvo apagada y de la condición en la cual se encuentra la caldera si está *embotellada* ó *arranca en frío*.

$$\text{Costo}_{\text{Frío}} = C_o(1 - e^{-\alpha t}) + K$$

C_o = Costo de arranque de la caldera fría.

α = Constante térmica de la unidad.

t = Tiempo en que la unidad estuvo apagada.

K = Costo de mano de obra por arranque.

$$\text{Costo}_{\text{Embot}} = C_E t + K \quad (13)$$

C_E = Costo por mantener embotellada la caldera.

t = Tiempo en el cual se mantuvo embotellada la caldera.

ii) Costo fijo. El costo de arranque de una unidad se considera como una cantidad fija e independiente del tiempo de paro. Se considera dentro de este costo al costo de mano de obra y al costo promedio del combustible utilizado para el arranque.

1.4 TÉCNICAS DE SOLUCIÓN.

El determinar cuales unidades deben participar para satisfacer la demanda es una tarea compleja. En la literatura se han presentado diferentes metodologías que han tratado de resolver la asignación de unidades térmicas, encontrándose las siguientes:

- Lista de Prioridades.^[8,12]
- Programación Entera.^[11]
- Programación Dinámica.^[1-5]
- Relajación del Lagrangiano.^[6,7,8]
- Métodos Heurísticos.^[9,10]

Cada una de las formulaciones mencionadas presenta ventajas y desventajas. Unas son más complejas que otras y otras requieren de una gran cantidad de datos para su ejecución. La selección del método de solución depende de: los tipos de unidades involucradas, de las bases de datos disponibles, las restricciones, el equipo de computo, la dimensionalidad de problema, etc.

En la actualidad los métodos más usados están basados en la programación dinámica y la programación entera, debido principalmente a que con la computadora digital es posible implementar programas de asignación de unidades a sistemas de gran escala y que manejan una gran cantidad de restricciones. Las listas de prioridades en combinación con las políticas de operación fueron el primer intento de solución al problema; los métodos heurísticos son una combinación de listas de prioridades, de la programación dinámica y de las técnicas de inteligencia artificial.

1.4.1 Métodos de Enumeración.

Se considera al problema de asignación de unidades como la búsqueda de la combinación de unidades que satisfaga la demanda de una manera económica, dentro de un grupo de unidades disponibles. Por ejemplo si se tienen 15 unidades disponibles y se desea seleccionar la combinación ideal de 8 que suministran la carga, por medio de un análisis

combinatorio se tiene el siguiente número de eventos posibles:

$$\binom{15}{8} = \frac{15!}{8! \times 7!} = 6,435$$

De las 6,435 combinaciones muchas son infactibles, sin embargo, el proceso de evaluarlas se vuelve tedioso y lento aún computacionalmente. Métodos alternativos de evaluación han sido propuestos tales como la Programación Dinámica; dicha formulación se describe posteriormente. Para entender la tarea de encontrar la combinaciones posibles se plantea el siguiente ejemplo:

EJEMPLO 1A

Se tiene cuatro unidades con las características establecidas en Tabla 1.2. Se desea ordenarlas de manera descendente de acuerdo a su capacidad máxima. Los resultados se muestran en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1 Ejemplo 1A

Características de las Unidades		
Unidad	P_{Min}	P_{Max}
1	40	160
2	80	280
3	80	400
4	80	200

Tabla 1.2 Ordenamiento de las Unidades

Estado	Combinación	Capacidad Máxima
15	1 1 1 1	1,040
14	0 1 1 1	880
13	1 1 1 0	840
12	1 0 1 1	760
11	0 1 1 0	680
10	1 1 0 1	640
9	0 0 1 1	600
8	1 0 1 0	560
7	0 1 0 1	480
6	1 1 0 0	440
5	0 0 1 0	400

4	1 0 0 1	360
3	0 1 0 0	280
2	0 0 0 1	200
1	1 0 0 0	160
0	0 0 0 0	0

1.4.2 LISTA DE PRIORIDADES.

Una solución más objetiva al problema de asignación de unidades es formar una lista de prioridades, donde las unidades son asignadas en un orden previamente establecido; hasta cumplir con la carga y los requerimientos de reserva. El orden en el cual son acomodadas las unidades se rige por los siguientes criterios:

- Mínimo Consumo Incremental.
- Tiempos de Permanencia.
- Tipo de Unidad.
- Jerarquías en la Operación.

En ésta metodología todas las unidades deben cumplir con sus propias restricciones. Un método para calcular el orden de prioridades con mínimo costo es la formulación con mínimo costo incremental. El método consiste en que conociendo la curva de entrada-salida para un modelo cuadrático.

$$F = a + bP + cP^2 \quad (1.4)$$

su consumo incremental (*Cost Rate*) se expresa como:

$$HR = \frac{F}{P} = \frac{a}{P} + b + cP \quad (1.5)$$

y la potencia para el mínimo consumo incremental se determina como:

$$\frac{d(HR)}{dP} = -\frac{a}{P^2} + c = 0 \quad P=P^* \quad (1.6)$$

$$P^* = \pm \sqrt{\frac{a}{c}}$$

Con la potencia óptima se determina el mínimo consumo incremental.

$$HR_{Min} = \frac{a}{P^*} + b + cP^* \quad (1.7)$$

Después de haber calculado el mínimo consumo incremental las unidades son ordenadas desde respecto al CR en forma ascendente. Lo anterior se ilustra mejor con el siguiente ejemplo:

EJEMPLO 1B

Formar la lista de prioridades para la asignación de unidades mediante el criterio de mínimo consumo incremental. Los datos de las unidades que se muestran en la Tabla 1.3. Los resultados se presentan en la Tabla 1.4.

Tabla 1.3 Datos de las Unidades.

Unidad No.	Coeficientes de Entrada-Salida			Potencia (MW)	
	a	b	c	Min.	Max.
1	111.5	3.0	0.005	40	160
2	120.0	4.0	0.002	80	280
3	115.0	2.5	0.001	90	400
4	110.0	3.9	0.003	80	200

Con las ecuaciones anteriores se calculan las potencias óptimas P^* y el valor de HR_{Min} y se ordenan de manera ascendente respecto al HR_{Min} .

Tabla 1.4 Lista de Prioridades.

Unidad	P^*	HR_{Min}	Capacidad
3	339.11	3.178	400
1	149.30	4.493	400 + 160 = 560
2	244.95	4.980	560 + 280 = 840
4	191.48	5.049	840 + 200 = 1,040

De esta forma las unidades se van incorporando al sistema dependiendo de la demanda presentada. Cuando la carga disminuye se consideran los siguientes criterios para el apagado o desconexión de unidades:

- Si la carga disminuye se puede considerar para desconectar una unidad siempre que haya cumplido con el tiempo mínimo de permanencia.
- Determinar cuánto tiempo la carga seguirá disminuyendo hasta el momento que empiece a aumentar, esto para ver si la unidad que se piensa desincorporar cumple con el mínimo tiempo de apagado. Si no se cumple con este criterio las unidades deberán decrementar su aportación de potencia.
- Para la condición anterior se debe de cumplir con el criterio de mínimo costo. En otras palabras se debe calcular si es más eficiente apagar la unidad y después volverla a encender o que sólo se disminuya la potencia de salida de todas las unidades.

1.5 PROGRAMACIÓN DINÁMICA.

Una de las alternativas en la solución al problema de asignación de unidades es la *Programación Dinámica*. La cual consiste en un procedimiento metódico el cual sistemáticamente evalúa un número determinado de posibles decisiones para problemas de pasos múltiples. Es una técnica rápida, no-iterativa y que encuentra el arreglo óptimo de las unidades deben ser asignadas.

La esencia de la *Programación Dinámica* es que el problema de encontrar el punto óptimo de la potencia entregada por varias unidades, para una carga dada, es substituido por el problema de seleccionar el tipo de unidades y al mismo tiempo encontrar la cantidad de potencia entregada por estos generadores siempre que su carga que se pueda ubicar entre las capacidades mínimas y máxima de las unidades. Se debe además cumplir con las restricciones establecidas para cumplir con los márgenes de seguridad y calidad establecidos para una etapa fija de tiempo; pudiendo esta ser de una hora. Se toma la decisión de cómo y cuáles unidades deben suplir la demanda en esa etapa. En la siguiente etapa se usa la información proporcionada por la etapa anterior para inferir sobre la mejor decisión o grupo de decisiones posibles.

Se continua avanzando en el tiempo evaluando decisiones en cada etapa hasta llegar al final

del período de estudio. En esta parte del problema se va en sentido contrario, es decir, hacia atrás en el tiempo, evaluando cual fue la mejor decisión y se traza el despacho de potencia de las unidades, así como los estados de operación de los generadores (encendido o apagado). A este proceso de solución se le conoce como *Programación Dinámica Hacia Adelante* con búsqueda de camino óptimo hacia atrás. Existe otro procedimiento alternativo llamado *Programación Dinámica Hacia Atrás*, el cual procede de manera inversa al primero, se tiene un estado final y se avanza en el tiempo hacia atrás. Este método fue el primero en ser implementado pero se descartó debido a que no permite incluir muchos aspectos prácticos del estudio.

Para implementar el algoritmo de programación dinámica se toman las siguientes consideraciones:

1. Un estado consiste en un arreglo de unidades.
2. El costo de arranque se considera como una cantidad fija.
3. No existen costos por paro de unidades.
4. Se consideran prioridades y jerarquías en las unidades, una cantidad fija especificada de carga es suministrada por la generación base y la demás carga es suministrada por otro tipo de unidades.
5. Por estado factible se entiende aquel en el que se puede cumplir con la demanda y los requerimientos de reserva.
6. No se consideran pérdidas de transmisión.

4.6.1 PROGRAMACIÓN DINÁMICA HACIA ADELANTE.

La solución mediante programación dinámica hacia adelante se obtiene por la siguiente ecuación recursiva, donde se parte de una condición inicial y se continua hacia adelante evaluando posibles decisiones. Esta formulación fue propuesta por Pang^[2] y mejorada por Snyder et al.^[1].

$$F_{\text{cost}}(K,I) = \text{Min}_{(J)} [P_{\text{cost}}(K,I) + S_{\text{cost}}(K-1,L;K,I) + F_{\text{cost}}(K-1,L)] \quad (1.8)$$

donde:

$F_{\text{cost}}(K,I)$ = Costo mínimo total al llegar al estado (K,I)

$P_{\text{cost}}(K,I)$ = Costo de producción del estado (K,I)

$S_{\text{cost}}(K-1,L;K,I)$ = Costo de transición del estado $(K-1,L)$ al estado (K,I)

Donde el estado (K,I) es la *iésima* combinación a la hora K . Cuando la combinación (K,I) resulta en un estado factible, es decir que satisface la demanda, resulta en un costo de producción total $P_{\text{cost}}(K,I)$. Este costo se encuentra mediante un despacho económico sin pérdidas o mediante aportaciones promedio de las unidades. El costo de transición $S_{\text{cost}}(K-1,L;K,I)$ se tiene por la posibilidad de arranque y/o paro de ciertas unidades. El costo mínimo acumulado al llegar a la combinación de la etapa anterior $(K-1,L)$ es $F_{\text{cost}}(K-1,L)$. Si la suma de estos costos es mínima para un número posible de combinaciones $\{L\}$ se considera que la decisión es correcta. Para evitar el evaluar un gran número de combinaciones en la etapa anterior, en la etapa actual se consideran dos nuevas variables X y N que permiten un control en las combinaciones y etapas.

X = Número de estados en cada período.

N = Número de estrategias o caminos guardados en cada etapa.

El control de estrategias de transición por medio de las variables X y N se muestran en la Figura 1.4

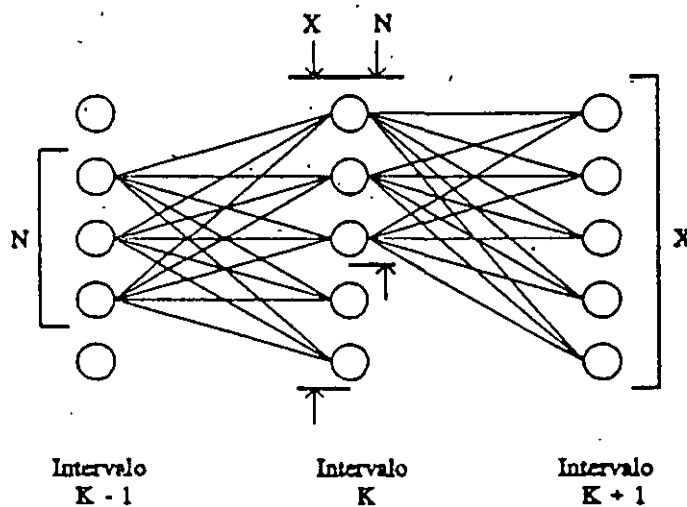


Figura 1.4 Control de estrategias

El algoritmo de asignación de unidades mediante programación dinámica hacia adelante se presenta en la Figura 1.5, las variables de control son $X = 5$ y $N = 3$, significa que se guardan en cada etapa sólo los tres estados factibles más económicos, seleccionados por medio de sólo las cinco trayectorias mejores. Sin embargo no se asegura que reduciendo el proceso de búsqueda se encuentre el camino óptimo, pero se gana reduciendo el esfuerzo computacional.

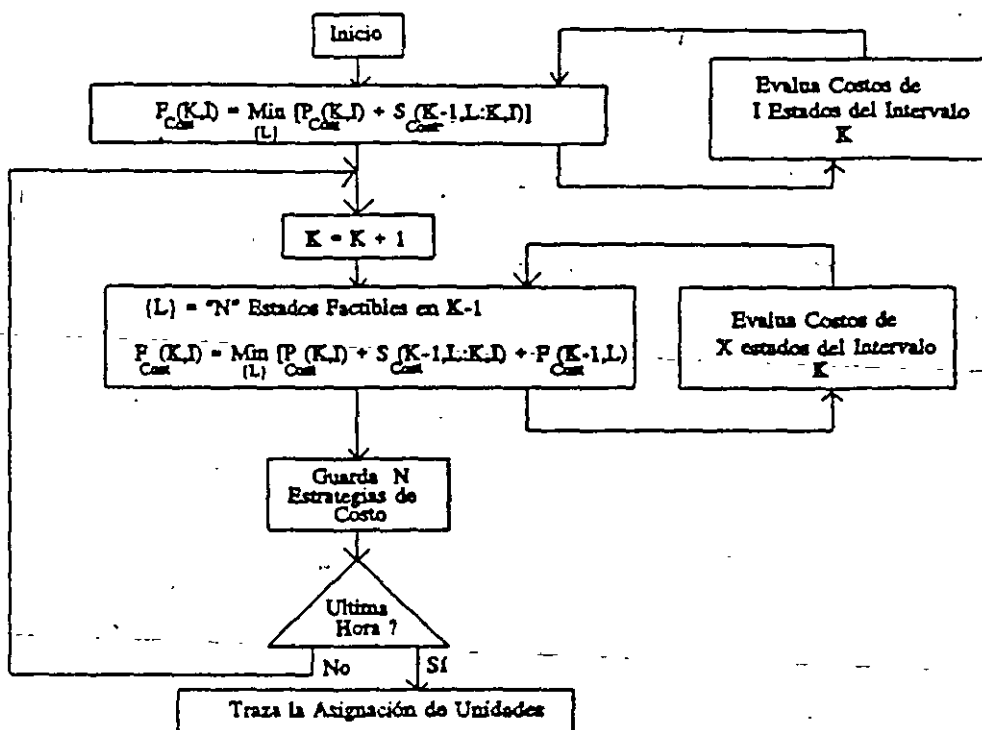


Figura 1.5 Asignación de Unidades via Programación Dinámica

Existe un procedimiento alternativo para la búsqueda de la trayectoria óptima que consiste en hacer una preclasificación de unidades y en proponer una *ventana* de búsqueda dependiendo ésta principalmente de que tipo de unidades se trate y de su importancia en el sistema. En la Figura 1.14 se muestra en la primera columna las unidades ordenadas para la programación dinámica y en la otra columna un ordenamiento conforme al tipo de unidades.

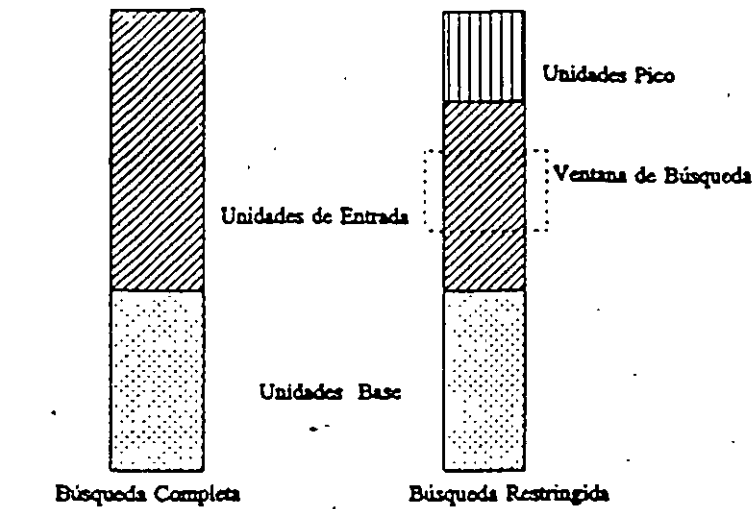


Figura 1.6 Tipos de Búsqueda en Programación Dinámica.

El algoritmo anterior se conoce como *Programación Dinámica Truncada* debido a que la búsqueda de la trayectoria óptima es reducida por truncamiento en el número de combinaciones a revisar. En los últimos años la investigación en éste campo se ha concentrado en reducir el proceso de búsqueda, minimizando el tiempo de ejecución, y tratando de encontrar el punto óptimo de operación que cumpla con todas las restricciones.

EJEMPLO 1C:

Se desea realizar una asignación de unidades via programación dinámica hacia adelante, dadas las siguientes características de las unidades, restricciones, costos, patrón de demanda y condiciones iniciales.

Unidad	$P_{\text{Mín}}$	$P_{\text{Máx}}$	Costo sin Carga \$/hr	Costo a Carga plena \$/MW-hr	Tiempo Mínimo Perman.	Tiempo Mínimo Apagado
1	25	80	213.00	23.54	4	2
2	60	250	585.62	20.34	5	3
3	75	300	684.74	19.74	5	4
4	20	60	252.00	28.00	1	1

Las condiciones iniciales y el patrón de demanda vienen dados por:

Condiciones Iniciales		Costos de Arranque		
Unidad	Horas Dentro (+) Fuera (-)	Arranque en Caliente (\$)	Arranque en Frío (\$)	Tiempo de Arranque Frío
1	-5	150	350	4
2	8	170	400	5
3	8	500	1,100	5
4	-6	0	0	0

Patrón de Demanda	
Hora	Carga (MW)
1	450
2	530
3	600
4	540
5	400
6	280
7	290
8	500

Se sugiere además un estricto orden de encendido en las cuatro unidades que esta proporcionado por:

Prioridades de Encendido: U-3 + U-2 + U-1 + U-4

Se procede primero con una análisis combinatorio para detectar los estados factibles que cumplen con los requerimientos de demanda mas reserva y la restricciones propuestas.

ESTADOS FACTIBLES

1) Análisis Combinatorio

Estado	Combinación	Capacidad Máxima
15	1 1 1 1	690
14	1 1 1 0	630
13	0 1 1 1	610
12	0 1 1 0	550
11	1 0 1 1	440
10	1 1 0 1	390
9	1 0 1 0	380
8	0 0 1 1	360
7	1 1 0 0	330
6	0 1 0 1	310
5	0 0 1 0	300
4	0 1 0 0	250
3	1 0 0 1	140
2	1 0 0 0	80
1	0 0 0 1	60
0	0 0 0 0	0

De acuerdo a las prioridades de encendido se obtienen los estados factibles.

Estado	Combinación	Capacidad Máxima
5	0 0 1 0	300
12	0 1 1 0	550
14	1 1 1 0	630
15	1 1 1 1	690

Tomando en cuenta las restricciones operativas se encuentra el estado inicial (Factible)

12	0 1 1 0	550
----	---------	-----

Hora 1: Demanda = 450 MW. Se muestran los estados factibles.

Estados Factibles { 0110 , 1110 , 1111 }
 { 12 , 14 , 15 }

según la ecuación de recursividad:

$$F_{cost}(K,I) = \text{Min}_{(L)} [P_{cost}(K,I) + S_{cost}(K-1,L;K,I) + F_{cost}(K-1,L)]$$

A la hora $k=1$ se tendrá:

Edo. I

$$15 \quad F_{\text{cost}}(1,15) = P_{\text{cost}}(1,15) + S_{\text{cost}}(0,12,1,15) \\ 9206 + 350 = 9556$$

$$14 \quad F_{\text{cost}}(1,14) = P_{\text{cost}}(1,14) + S_{\text{cost}}(0,12,1,14) \\ 9053 + 350 = 9403$$

$$12 \quad F_{\text{cost}}(1,12) = P_{\text{cost}}(1,12) + S_{\text{cost}}(0,12,1,12) \\ 8973 + 0 = 8973$$

Al evaluar la ecuación de recursividad se tiene lo siguiente:

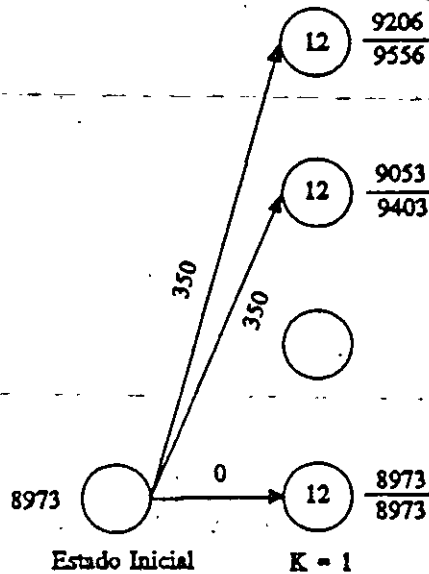
Estado Unidades

15 1 1 1 1

14 1 1 1 0

13 0 1 1 1

12 0 1 1 0



Avanzando en el tiempo se analiza la siguiente hora.

Hora 2: Demanda = 530 MW

Estados Factibles { 0110 , 1110 , 1111 }
{ 12 , 14 , 15 }

A la hora k=2 se tendrá:

Edo. I

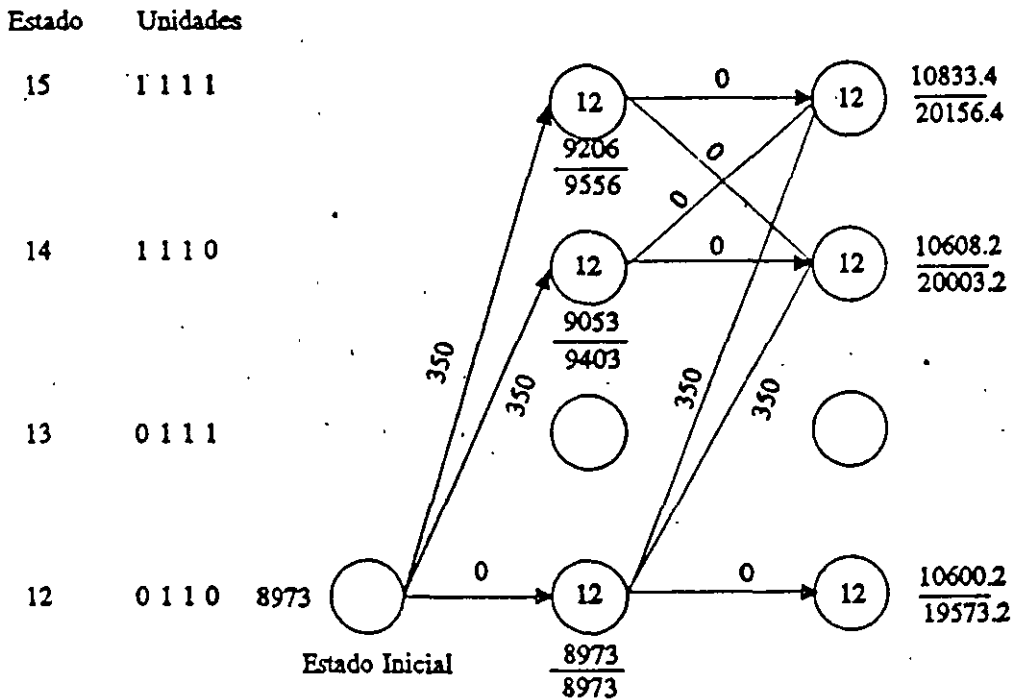
$$15 \quad F_{\text{cost}}(2,15) = \text{Min}_{(12,14,15)} [P_{\text{cost}}(2,15) + S_{\text{cost}}(1,L;2,15) + F_{\text{cost}}(1,L)]$$

$$\begin{aligned}
 &= \text{Min: } 10833.4 + (350 + 8973) \\
 &10833.4 + (0 + 9403) \\
 &10833.4 + (0 + 9556) \\
 &= 20156.4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14 \ F_{\text{cost}}(2,14) &= \text{Min}_{\{14,15\}} [P_{\text{cost}}(2,14) + S_{\text{cost}}(1,L:2,14) + F_{\text{cost}}(1,L)] \\
 &= \text{Min: } 10680.2 + (350 + 8973) \\
 &10680.2 + (0 + 9403) \\
 &10680.2 + (0 + 9556) \\
 &= 20003.2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12 \ F_{\text{cost}}(2,14) &= \text{Min}_{\{12\}} [P_{\text{cost}}(2,12) + S_{\text{cost}}(1,12:2,12) + F_{\text{cost}}(1,12)] \\
 &= \text{Min: } 10600.2 + (0 + 8973) \\
 &= 19573.2
 \end{aligned}$$

Para la hora 2 se tendrá:



y así sucesivamente se evalúan las etapas para los posibles estados, la asignación final se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 1.5 Asignación Final

Hora	Carga	Unidad			
		1	2	3	4
1	450	0	1	1	0
2	530	0	1	1	0
3	600	0	1	1	1
4	540	0	1	1	0
5	400	0	1	1	0
6	280	0	0	1	0
7	290	0	0	1	0
8	500	0	1	1	0

1.6.1 Programación Dinámica y Despacho Económico de Unidades Térmicas.

Se puede considerar al problema de asignación de unidades primero como un problema de decisión del estado de operación de las unidades y después como la búsqueda de la cantidad de potencia suministrada por las unidades asignadas mediante el despacho económico generación por cada estado posible. Lo anterior produce un gran esfuerzo computacional para satisfacer las restricciones y evaluar el proceso de búsqueda de la solución.

La programación dinámica es aplicable a problemas que requieren un secuencia de decisiones interrelacionadas en cada etapa o pasos del problema. Con el principio anterior, un eficaz planteamiento de la ecuación de recursividad y aplicando el principio de optimalidad se puede resolver en un solo paso la asignación de unidades y el despacho económico de generación.

Estas fueron las bases para la formulación del primer algoritmo de solución para la obtención de la asignación de unidades vía programación dinámica. Las consideraciones que se toman en cuenta para su implementación son las siguientes:

1. Todas las unidades se encuentran disponibles.
2. No se consideran tiempos de permanencia y espera.

3. Se desprecian pérdidas de transmisión.
4. El Despacho Económico se resuelve mediante pasos discretos.
5. Existe un orden de pre-asignación, aunque éste no es determinante en la solución.
6. No se toman en cuenta costos de transición.

La ecuación de recursividad es planteada para evaluar una unidad de generación como etapa de decisión. La asignación de unidades es la siguiente

$$f_n(X) = \text{Min} \{C_n(Y_n) + f_{n+1}(X_n - Y_n)\} \quad n = 2, 3, \dots, N$$

Para toda: $Y_n = 0 \quad \text{o} \quad a_n \leq Y_n \leq b_n$ (1.10)

y $X_n - Y_n = 0 \quad \text{o} \quad \text{Min}\{a_1, a_2, \dots, a_n\} \leq X_n - Y_n \leq \sum_{i=1}^n b_i$

Donde: n = Número de la etapa (Unidad).

X_n = Estado del sistema (MW's en la etapa n).

Y_n = Decisión a ser evaluada en la etapa n (MW's de salida de la *enésima* unidad).

$C_n(Y_n)$ = Costo de operación de la unidad n con Y_n MW de salida.

a_n = Potencia mínima de salida de la *enésima* unidad.

b_n = Potencia máxima de salida de la *enésima* unidad.

EJEMPLO 1D

Tomando los datos de las unidades del Ejemplo 1A se trazará la asignación de unidades por etapas mediante la ecuación (1.10). El orden en que se van evaluando las unidades es arbitrario. El intervalo en el cual es dividida la demanda es de 40 MW's (es múltiplo de todos los generadores).

Con los datos anteriores y los intervalos de potencia se calculan los costos de operación de cada unidad, los cuales se muestran en la Tabla 1.6. Para generación cero no se consideran costos, para generación fuera de los límites de la unidad se consideran costos infinitos. El proceso comienza con la primera etapa donde la Unidad 1 es analizada. Se calculan los costos debido a la potencia de salida de la Unidad 1. Los resultados se muestran en la Tabla 1.7.

Tabla 1.6 Costos de Operación

Costos Operacionales \$/Hr				
Carga MW	CU ₁	CU ₂	CU ₃	CU ₄
0	0.0	0.0	0.0	0.0
40	239.5	∞	∞	∞
80	383.5	452.8	315.6	415.9
120	543.5	628.8	416.4	570.3
160	719.5	811.2	517.6	725.7
200	∞	1,000.0	619.0	882.0
240	∞	1,195.2	720.8	∞
280	∞	1,396.8	822.8	∞
320	∞	∞	925.2	∞
360	∞	∞	1,028.0	∞
400	∞	∞	1,310.0	∞

Tabla 1.7 Etapa 1

X ₁	f ₁ (X ₁)	Y ₁ *	Unid.
0	0	0	-
40	293.5	40	1
80	383.5	80	1
120	543.5	120	1
160	719.5	160	1

Con las decisiones y los costos de la etapa 1 se calculan los estados y posibles decisiones en la etapa 2 con la ecuación (1.10), los resultados se muestran en la Tabla 1.8. La etapa 3 con todos sus estados se muestran en la Tabla 1.9.

La asignación de unidades final, es decir, un vez evaluada la etapa 4 es mostrada en la Tabla 1.10. El 1 significa que la unidad está en servicio, el 0 indica que la unidad está fuera.

Tabla 1.8 Etapa 2

X ₂	f(X ₂) = C ₂ (Y ₂) + f ₁ '(X ₂ -Y ₂)							f ₂ '	Y ₂ '	Un. Op.
	0	80	120	160	200	240	280			
0	0							0	0	-
40	293.5							293	0	1
80	383.5	452.8						383	0	1
120	543.5	692.3	628.8					543	0	1
160	719.5	836.3	868.3	811.2				719	0	1
200	∞	996.3	1,012	1,050	1,000			996.3	80	1,2
240	∞	1,172	1,172	1,194	1,239	1,195		1,172	80 120	1,2
280	∞	∞	1,348	1,354	1,383	1,434	1,393	1,348	120	1,2
320	∞	∞	∞	1,530	1,543	1,578	1,636	1,530	160	1,2
360	∞	∞	∞	∞	1,719	1,738	1,780	1,719	200	1,2
400	∞	∞	∞	∞	∞	1,914	1,940	1,914	240	1,2
440	∞	∞	∞	∞	∞	∞	2,116	2,116	280	1,2

Tabla 1.9 Etapa 3

X ₁	f(X ₁) = C ₁ (Y ₁) + f ₁ '(X ₁ -Y ₁)										f ₁ '	Y ₁	Unidades
	0	80	120	160	200	240	280	320	360	400			
0	0										0	0	1
40	239										239	0	3
80	383	321									321	80	3
120	543	561	429								429	120	3
160	719	705	668	540							540	160	3
200	996	865	812	780	655						655	200	3
240	1,172	1,040	972	924	894	772					772	240	3
280	1,348	1,317	1,148	1,084	1,038	1,012	893				893	280	3
320	1,530	1,493	1,425	1,260	1,198	1,156	1,132	1,017			1,017	320	3
360	1,719	1,669	1,601	1,536	1,374	1,316	1,276	1,256	1,144		1,144	360	3
400	1,914	1,852	1,777	1,712	1,651	1,492	1,436	1,400	1,384	1,275	1,275	400	3
440	2,116	2,041	1,960	1,888	1,827	1,768	1,612	1,560	1,528	1,514	1,514	400	1,3
480	∞	2,236	2,148	2,071	2,003	1,944	1,889	1,736	1,688	1,658	1,658	400	1,3
520	∞	2,437	2,344	2,260	2,185	2,120	2,065	2,013	1,864	1,818	1,818	400	1,3
560	∞	∞	2,545	2,455	2,374	2,303	2,241	2,189	2,140	1,994	1,994	400	1,3
600	∞	∞	∞	2,656	2,569	2,492	2,424	2,365	2,316	2,271	2,271	400	1,2,3
640	∞	∞	∞	∞	2,771	2,687	2,619	2,548	2,492	2,447	2,447	400	1,2,3
680	∞	∞	∞	∞	∞	2,888	2,808	2,736	2,675	2,623	2,623	400	1,2,3
720	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	3,009	2,932	2,864	2,805	400	1,2,3
760	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	3,133	3,059	2,994	400	1,2,3
800	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	3,260	3,189	400	1,2,3
840	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	3,391	400	1,2,3

Tabla 1.10 Asignación de Unidades.

MW	Estado de Operación			
	U-1	U-2	U-3	U-4
0	0	0	0	0
40	1	0	0	0
80	0	0	1	0
120	0	0	1	0
160	0	0	1	0
200	0	0	1	0
240	0	0	1	0
280	0	0	1	0
320	0	0	1	0
360	0	0	1	0
400	0	0	1	0
440	1	0	1	0
480	1	0	1	0
520	1	0	1	0
560	1	0	1	0
600	1	0	1	1
640	1	0	1	1
680	1	0	1	1
720	1	0	1	1
760	1	1	1	1
800	1	1	1	1
840	1	1	1	1
880	1	1	1	1
920	1	1	1	1
960	1	1	1	1
1,000	1	1	1	1
1,040	1	1	1	1

Lo sobresaliente de esta formulación es que puede encontrar el despacho económico de cualquier unidad sin que sea condición necesaria que su curva de entrada-salida se convexe.

REFERENCIAS

- [1] W. L. Snyder, H.D. Powell, J.C. Rayburn, "Dynamic Programming Approach to Unit Commitment," *IEEE Trans. on Power Systems* Vol. PWRS-2, No. 2, pp. 339-350, May 1987.
- [2] C.K. Pang & H.C. Chen, "Optimal Short-Term Thermal Unit Commitment," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-95, No. 4, pp. 1336-1346, July/August, 1976.
- [3] R.R. Shoults, S.V. Venkatesh, S.D. Helmick, G.L. Ward, M.J. Lollar, "A Dynamic Programming Based Method For Developing Dispatch Curves When Incremental Heat Rate Curves are Non-Monotonically Increasing," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. PWRS-1, No.1, pp.10-16, February 1986.
- [4] P.G. Lowery, "Generating Unit Commitment by Dynamic Programming", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-85, No. 5 pp. 422-426, May, 1966.
- [5] R.R. Shoults, S.K. Chang, S. Helmick and W.M. Grady, "A Practical Approach to Unit Commitment, Economic Dispatch and Savings Allocation for Multiple Area Pool Operation with Import/Export Constrains," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-99, No. 2, March/April 1980, pp. 625-633.
- [6] R. Nieva, A Inda, I. Guillen, "Lagrangian Reduction of Search-Range for Large-Scale Unit Commitment," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. PWRS-2, No.2, pp. 465-473, May 1987.
- [7] S. Virmani, E.C. Adrian, K. Imhof, S. Mukherjee, "Implementation of a Lagrangian Relaxation Based Unit Commitment Problem," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. PWRS-4, No. 4, pp. 1373-1380, October 1989.
- [8] H.H. Happ, R.C. Johnson, W.J. Wright, "Large Scale Hydro-Thermal Unit Commitment Method and Results," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-90 pp. 1373-1384, 1971.
- [9] Tong S.K., Shahidehpour S.M., Ouyang Z., "A Heuristic Short-Term Unit Commitment", *IEEE/PES 1990 Summer Meeting*, 90 SM 451-5 PWRS, July 1990.
- [10] A.K. David, Z. Rong-da, "Integrating Expert System with Dynamic Programming in

- Generation Expansion Planning," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.4, No.3, Aug 1989.
- [11] T.S. Dillon, K.M. Edwin, H.D. Kochs, R.J. Taud R.J., "Integer Programming Approach to the Problem of Optimal Unit Commitment with Probabilistic Reserve Determination," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, No. 6, pp 2154-2166, Nov/Dec 1978.
- [12] A. Merlin, P. Sandrin, "A New Method for Unit Commitment at Electricite de France", IEEE/PES 1982 Summer Meeting, 82 SM 344-0 PWRs, July 1982.
- [13] A.J. Wood and B.F. Wollenberg, "Power Generation Operation and Control," 1984, John Wiley, New York.
- [14] H.G. Stoll, "Lest-Cost Electric Utility Planning," 1989, John Wiley & Sons, New York.
- [15] S. Acha, "Notas del Curso: Técnicas de Optimización IV", Programa Doctoral en Ingeniería Eléctrica, F.I.M.E., U.A.N.L., Junio 1990.
- [16] H.H. Happ, "Optimal Power Dispatch," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol PAS-93, No. 3, pp. 820-830, May/June 1974.
- [17] H.H. Happ, "Optimal Power Dispatch a Comprehensive Survey," *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, Vol PAS-96, No. 3, pp. 841-854, May/June 1977.

SISTEMA INTEGRAL PARA LA PLANEACION DE LA OPERACION A CORTO PLAZO DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

5

R. Navarro R. Nieva
Instituto de Investigaciones Eléctricas
Apartado Postal 475
Cuernavaca, Mor. México

Resumen- En la época actual en que la economía es un factor importante en el desarrollo del país, es indispensable contar con herramientas computacionales para una planeación económica y confiable de la operación del Sistema Eléctrico Nacional, aunado a esto la reciente reglamentación del servicio público de energía eléctrica, hace necesario que estas herramientas consideren dentro de su planteamiento y solución la posible existencia de productores externos a la Comisión Federal de Electricidad (CFE).

El Sistema Integral para la Planeación de la Operación a Corto Plazo (CHT-RP), es un paquete de programas de aplicación avanzada, desarrollado recientemente en el IIE, útil para la Planeación a Corto y Mediano Plazo de la Operación de Sistemas Eléctricos de Potencia. En el artículo se describen las funciones principales de los cuatro subsistemas que forman este Sistema Integral, se presentan las principales ventajas en la utilización del mismo para propósitos de la planeación de la operación, se describe su arquitectura y el flujo de información entre los diferentes subsistemas. No se enfoca a la descripción de algoritmos, éstos ya han sido tratados en otros foros donde se han presentado ejemplos con modelos representativos del Sistema Eléctrico Nacional.

I. INTRODUCCION

El problema de la planeación de la operación de un sistema eléctrico de potencia, se resuelve descomponiendo el horizonte de planeación en diversas escalas de tiempo.

La planeación de la operación a mediano y largo plazo (uno o más años), está vinculada con la planeación del sistema y requiere tomar en cuenta entre otros factores, la expansión de la capacidad de generación y transmisión, los ciclos anuales de aportación hidrológica, la entrada en operación de nuevas unidades generadoras (horizontes menores a 5 años), así como la variación anual de la demanda eléctrica. El problema anual puede dividirse en intervalos de meses o semanas y su planteamiento establece las condiciones de frontera para el problema a corto plazo (una a cuatro semanas). Este problema consiste en asignar en intervalos de días u horas la energía a generar entre las plantas del sistema para poder cubrir la demanda, la cual deberá satisfacerse con recursos de generación tanto termoeléctricos como hidroeléctricos.

La asignación a corto plazo se considera como un problema determinístico, por el hecho de que al reducir el horizonte de los pronósticos tanto de escurrimiento en los embalses como de demanda, la incertidumbre en estos pronósticos es menor que la asociada con la planeación a mediano y largo plazo. Para la asignación de la generación basta simplemente cubrir la demanda, pero es necesario, para una operación económica, que opere en todo momento una combinación apropiada de generadores considerando no solo la disponibilidad de éstos y las restricciones operativas del sistema, sino también los costos de producción.

Debido a que la energía hidroeléctrica tiene entre otras características, la de ser de generación prácticamente libre de costos de producción, la de poder almacenarse y de existir en cantidades limitadas, es conveniente utilizarla, hasta donde sea posible, en los momentos de mayor costo incremental de la energía termoeléctrica, costo que es función creciente de la potencia a que se genera. Asimismo, la disponibilidad de unidades generadoras y las restricciones operativas (reserva, límites de transmisión etc.) impactan sobre el costo de generación. De aquí la necesidad de que la planeación de la operación al corto plazo esté estrechamente vinculada con las políticas de operación hidráulicas de la planeación a mediano plazo.

Para permitir que los planes de operación de corto plazo fueran acordes con los planes de mediano plazo, se desarrolló el Sistema Integral para la Planeación de la Operación a Corto Plazo, el cual comprende las siguientes cuatro funciones:

- Coordinación hidrotérmica multimensual (CHT-XM) [1], permite realizar estudios para horizontes de 1 a 24 meses.

- Coordinación hidrotérmica mensual (CHT-M) [2], permite realizar estudios para horizontes hasta de un mes de duración.

- Asignación de Unidades y Coordinación hidrotérmica a corto plazo (CHT) [3], permite realizar estudios para horizontes de 1 a 7 días de duración.

- Análisis de redes en estado estable (ANARED) [4], permite el análisis detallado del estado del sistema eléctrico para las condiciones operativas de una hora en particular.

II. ANTECEDENTES

El Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE) a través del Departamento de Análisis de Redes, desarrolló para el Centro Nacional de Control de Energía (CENACE) de la Comisión Federal de Electricidad (CFE), los sistemas de programas de aplicación avanzada CHT [7,3] y ANARED [4].

El Sistema CHT

El paquete de programas de aplicación avanzada CHT, es un sistema de manejo de información orientado a la planeación de la operación a corto plazo de sistemas eléctricos de potencia. CHT proporciona un Plan de Operación (PO) que hace uso eficiente de los recursos de generación. El PO indica cuales unidades generadoras hidroeléctricas y termoeléctricas entrarán en operación en cada hora (para un horizonte de planeación de hasta 7 días) y el nivel de potencia que deberá generar cada unidad para satisfacer la demanda pronosticada, al mínimo costo de operación.

El plan de operación depende de las características propias de la red, así como de la estrategia de control establecida para su operación. Existen restricciones impuestas a los elementos del Sistema Eléctrico de Potencia, que direccionan la estrategia a seguir en la determinación del plan de operación.

CHT permite la consideración de restricciones operativas de seguridad del sistema eléctrico e hidrotérmico, tales con reserva rodante mínima, límites de generación de unidades, nivel máximo y mínimo de operación en embalses, políticas de operación en embalses, tiempos mínimos de operación y paro de unidades termoeléctricas, restricción al consumo de combustible por grupo de plantas, tratamiento de plantas de ciclo combinado, etc.

La aplicación principal de CHT es producir el Predespacho Horario de las unidades importantes del Sistema de Potencia. También es útil para estudiar el impacto económico de diversas estrategias operativas bajo situaciones esperadas o hipotéticas [5].

El Sistema ANARED

El paquete de programas de aplicación avanzada ANARED, es un sistema de manejo de información orientado al análisis de redes eléctricas en estado estable. Permite el análisis a través de las siguientes funciones:

- a) Flujos de carga
- b) Flujos óptimos
- c) Análisis de contingencias
- d) Edición y análisis de resultados por medio de unifilares.

A partir del análisis de resultados obtenidos por ANARED, se puede determinar la asignación forzada de una o varias unidades, para soporte de reactivos o bien para mejorar los índices de seguridad del sistema eléctrico.

Una parte importante de los resultados obtenidos por esta función son los costos marginales para cada uno de los nodos de la red en estudio.

III. INNOVACIONES ALGORITMICAS

La necesidad de evaluar el impacto para diversas horas del plan de operación obtenido mediante CHT de corto plazo, sobre la seguridad del sistema eléctrico en los aspectos de soporte de reactivos y robustez del sistema, ante salida de elementos (líneas, transformadores, generadores, cargas, etc.), demandó la integración de CHT y ANARED como subsistemas, formando parte de un Sistema Integral.

Asimismo se incorporaron a CHT innovaciones algorítmicas

las cuales permiten considerar reserva rápida y rodante por región operativa, también permiten considerar restricciones al flujo de potencia en los enlaces interregionales e innovaciones que permiten obtener los costos marginales por región.

Por otra parte, fue necesario adecuar las herramientas para la planeación de la operación, en conformidad con el nuevo reglamento de la Ley del Servicio Público de Energía Eléctrica. Estas adecuaciones permiten que en la obtención del Plan de Operación de corto plazo sean considerados los productores externos a CFE.

Adicionalmente, para permitir que los planes de operación a corto plazo sean compatibles con los planes de mediano plazo, se desarrolló el subsistema CHT-M, el cual a partir de información mensual de volúmenes a turbinar y escurrimientos pronosticados, proporciona a CHT de corto plazo, una distribución estratégica semanal para los turbinados mensuales.

De igual manera se desarrolló el subsistema CHT-XM el cual permite determinar el volumen mensual a turbinar para un horizonte de 1 a 24 meses, haciendo uso de funciones especiales para el cálculo de los pronósticos de escurrimiento en embalses [6] y las curvas de costo a futuro de producción vs. nivel almacenado [1].

CHT-M y CHT-XM también fueron incorporados junto con CHT de corto plazo y ANARED, dentro del Sistema Integral para la Planeación de la Operación a Corto Plazo.

IV. DESCRIPCIÓN FUNCIONAL

Para que la realización del Plan de Operación mediante CHT de corto plazo, sea consistente con las directrices de las políticas de operación mensual, es necesario que los resultados de la planeación a mediano plazo sean utilizados como datos por la planeación a corto plazo.

A continuación se describe la funcionalidad de cada uno de los subsistemas que forman el Sistema Integral.

El Subsistema CHT-XM

El subsistema CHT-XM, permite realizar estudios para horizontes de planeación de 1 a 24 meses. La definición del escenario de planeación multimensual se realiza fácilmente a través de una interfaz de usuario, la cual considera lo siguiente:

- Plan de mantenimiento de unidades generadoras y un factor de capacidad mensual, así como la entrada en operación de nuevas unidades.

- Pronóstico de demanda, el cual puede ser definido a partir de un factor de crecimiento mensual.

- Condiciones en embalses al inicio del periodo de estudio.

- Disponibilidad mensual de enlaces, considerando la entrada en operación de nuevas líneas en la red eléctrica.

- Topología de la red hidráulica

- Límites sobre recursos hidráulicos

adicionalmente haciendo uso de funciones particulares se determinan otros datos del escenario como son:

- Pronóstico de aportaciones, utilizando el registro histórico de escurrimientos mensuales por zonas [8], y modelos de simulación (media y desviación estandar histórica, aportaciones aleatorias y probabilidad de escenarios).

- Función de costos. Se determinan curvas de costo de producción contra nivel almacenado.

De este subsistema se obtiene información a nivel mensual de la política de turbinado, el pronóstico de escurrimientos medios esperados, así como los costos de operación. Esta información puede ser obtenida para dos casos distintos, determinístico y estocástico (para este último se determina la media y la desviación estandar).

Los resultados son proporcionados a CHT-M para el estudio mensual, de tal forma que considere las condiciones operativas del mes pero no en forma aislada, sino con una visión de las condiciones operativas a lo largo de todo el horizonte de estudio multimensual.

Adicionalmente se tiene una función especial que permite realizar la planeación de operación a tres meses, obteniendo reportes detallados sobre la compra de energía a productores externos a CFE.

En las figuras 1, 2 y 3 del Anexo I, se presentan ejemplos de desplegados, para definición de datos y consulta de resultados de este subsistema.

El Subsistema CHT-M

El subsistema CHT-M, permite la realización de coordinación hidrotérmica para horizontes de planeación de 1 a 31 días de duración. El escenario de planeación mensual puede ser definido a través de la utilización de hasta cinco casos de escenarios semanales en secuencia, el cual puede ser ajustado para definir los siguientes datos:

- Escenario de volumen inicial almacenado y volumen turbinado, proveniente de resultados de CHT-XM.
- Restricciones de consumo de combustible a grupos de unidades generadoras.
- Restricciones de inyección de potencia activa por región operativa.
- Requerimientos de asignación de potencia reactiva.
- Requerimientos de reserva rodante
- Límites máximo y mínimo de flujo de potencia en enlaces interregionales.

El intentar obtener la coordinación hidrotérmica mensual para cada una de las horas que forman un horizonte de planeación mensual sería muy extenso (744 intervalos horarios), por lo tanto CHT-M realiza la coordinación hidrotérmica mensual en base a condiciones operativas distintas (llamadas subintervalos), es decir, agrupa los intervalos horarios con características similares, (en cuanto a nivel de demanda, topología de la red y agrupamiento de plantas), lo que permite efectuar los cálculos a nivel de subintervalos en lugar de horariamente, impactando en una reducción en los tiempos de ejecución. Una vez que se ha obtenido la información por subintervalo, resulta muy sencillo transferir esta información a nivel horario, a partir de los datos de las horas que conforman cada subintervalo.

Una de las funciones principales de CHT-M es la de proporcionar información para CHT de corto plazo, pero también es de gran ayuda para realizar estudios de factibilidad de escenarios mensuales.

Como resultado de CHT-M se obtiene información útil para diversos estudios, esta información comprende lo siguiente:

- Resumen de producción en embalses.
- Resumen de costos y consumo de combustibles.

- Resumen de producción energética.
- Producción de plantas hidroeléctricas.
- Producción de plantas termoeléctricas.
- Producción regional.
- Información de enlaces interregionales.
- Sensibilidad en enlaces.

Los resultados de producción en embalse son proporcionados a CHT de corto plazo, para el estudio semanal, considerando las condiciones operativas de una semana con una visión de las condiciones operativas a lo largo de todo el mes.

Adicionalmente mediante este subsistema pueden realizarse estudios de factibilidad de transacciones (PORTEO).

En las figuras 4 y 5 del Anexo I, se presenta un ejemplo de desplegados para definición de datos y consulta de resultados, de este subsistema.

El Subsistema CHT de corto plazo

A partir de la información sobre políticas de operación en embalses proporcionada por CHT-M se obtiene un plan de operación horario que hace uso eficiente de los recursos hidráulicos, debido a que no considera el turbinado mensual repartido equitativamente entre las semanas del mes, sino como una distribución estratégica proporcionada por CHT-M.

Este subsistema considera restricciones en el arranque y paro de unidades termoeléctricas, así como el acoplamiento hidráulico de embalses en cascada y tiempos de viaje del agua de un embalse a otro, entre otras restricciones que hacen más detallado el estudio.

Una vez realizada la Coordinación hidrotérmica y Asignación de unidades, es posible generar información para el subsistema ANARED, mediante la selección de diversos intervalos horarios.

En las figuras 6 y 7 del Anexo I, se presenta un ejemplo de desplegados para definición de datos y consulta de resultados, de este subsistema.

El subsistema ANARED

Con los resultados proporcionados por CHT de corto plazo se pueden realizar estudios de análisis del sistema eléctrico,

de los cuales se obtiene información necesaria para ajustar los escenarios semanales de CHT a corto plazo, como por ejemplo la necesidad de asignar generación forzada en algunos nodos para soporte de reactivos.

El subsistema ANARED, permite realizar estudios en modelos de red con más de 1000 nodos.

En la figura 8 del Anexo I, se presenta un ejemplo del desplegado para consulta de diagramas unifilares como resultado de este subsistema.

V. FLUJO DE INFORMACION

En la figura 1, se presenta la arquitectura de alto nivel del Sistema Integral CHT-RP, formado por los cuatro subsistemas descritos anteriormente.

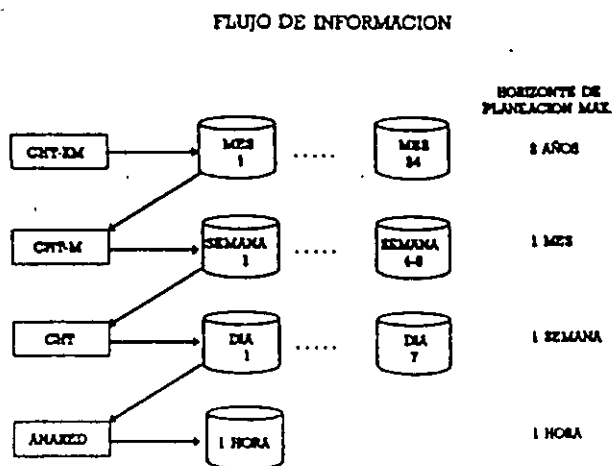


Figura 1. Flujo de información entre subsistemas.

VI. ARQUITECTURA DEL SISTEMA

En la realización de CHT-RP, se ha considerado la independencia entre los procesos de aplicación y los procesos de interfaz de usuario, por lo que la arquitectura del sistema se observa formada por tres componentes principales:

- Programas de aplicación
- Interfaz de usuario
- Bases de datos

Esta partición modular asegura la facilidad de mantenimiento y actualización de la programación. Se garantiza así un esfuerzo mínimo para reemplazar cualquiera de las componentes citadas.

Programas de aplicación.

El Sistema Integral está constituido por 53 programas en lenguaje FORTRAN (aproximadamente 350,000 líneas de código) y diversas utilerías para mantenimiento y control de ejecución de procesos.

Interfaz de usuario (IU).

La interfaz de usuario está constituida por aproximadamente 380 desplegados, desarrollados en base a un manejador comercial (X-MOTIF), utilizando el lenguaje de programación "C" y cuenta con software de interfaz en lenguaje FORTRAN para el acceso a las bases de datos de CHT-RP.

Bases de Datos.

El Sistema Integral cuenta con tres bases de datos formadas por 450 archivos, que en su conjunto comprenden aproximadamente 3,500 atributos.

a) La Base de Datos Maestra (BDCHT) comprende la información estática y básica del sistema de potencia a simular, por ejemplo: modelos de unidades termoeléctricas e hidroeléctricas, embalses, vías, información referente a líneas, transformadores, plantas, compensadores, reactores, combustibles, etc. La estructura de BDCHT es tal que permite al usuario realizar altas, bajas y modificaciones a los elementos que componen el sistema de potencia en forma organizada. La información en BDCHT carece de redundancia.

b) La Base de Datos de Usuario (AUCHT) contiene además de la información básica del sistema de potencia, la información dinámica referente al escenario de planeación. La estructura de esta base de datos es tal que requiere de cierta redundancia para permitir a los programas de aplicación un acceso rápido a la misma.

c) La Base de Datos de Usuario Mensual (XMCHT) contiene la información de los escenarios mensuales y multimensuales, su estructura es similar a la de AUCHT, pero con una organización tal que permite el acceso a la información de cualquiera de los 24 meses en forma rápida y directa.

VII. IMPLEMENTACION DEL SISTEMA

El Sistema Integral se implementó en tres estaciones de trabajo DEC 3000 modelo APX, lo cual permite formar una red de planeación de la operación a corto plazo. Esta red de planeación queda integrada de la siguiente manera:

a) La estación de planeación de operación a Tres Meses y Multimensual. Esta estación integra los programas de aplicación de CHT-XM con las funciones de pronóstico de escurrimientos y plan a tres meses.

b) La Estación de Predespacho. Esta estación integra los programas de CHT, CHT-M y ANARED. Es utilizada diariamente para obtener el predespacho.

c) La Estación de Análisis de Redes. Esta estación integra los programas de CHT, CHT-M y ANARED. Es utilizada diariamente para hacer estudios del comportamiento de la red de transmisión. Sirve de respaldo de la estación de predespacho.

Adicionalmente se tienen utilerías para respaldo y recuperación de bases de datos y para transferencia de información entre las tres estaciones de trabajo.

VIII. CONCLUSIONES

Se ha presentado el alcance funcional del Sistema Integral para la Planeación de la Operación a Corto Plazo, formado por los subsistemas Coordinación hidrotérmica multimensual, Coordinación hidrotérmica mensual, Coordinación hidrotérmica de corto plazo y Análisis de Redes en Estado Estable.

Se ha descrito la importancia que tiene la utilización estratégica de los recursos hidráulicos para abatir los costos de generación, describiendo la importancia de mantener consistencia entre los planes de operación a mediano y corto plazo.

Se ha presentado la arquitectura del Sistema Integral para la Planeación de la Operación a Corto Plazo, y el flujo de información entre los cuatro subsistemas que lo forman.

IX. RECONOCIMIENTOS

Los autores desean agradecer la participación del grupo de desarrollo del proyecto Red de Planeación (CHT-RP) del Departamento Análisis de Redes. En particular se agradece a los investigadores H. Hernandez, M. Peralta, F. Huesca, J. Martínez y P. Pérez, su contribución en la implementación de la Interfaz Hombre-máquina y bases de datos; y a los investigadores I. Guillén, M. Ruíz, O. Girón y J.L. Ceciliano por su contribución en los trabajos de desarrollo e implementación algorítmica. Asimismo desean agradecer al personal de CENACE (CFE) responsable del proyecto CHT-RP por sus comentarios en la realización de este sistema.

X. REFERENCIAS

- [1] R. Nieva, et al., "Aplicación de la programación dinámica dual estocástica en la Coordinación Hidrotérmica de mediano y largo plazo", RVP-95, IEEE, Sección México. Julio 95, Acapulco Gro.
- [2] M. Ruíz, et al., "Emulador de la Planeación Operación a Corto Plazo", RVP-90, IEEE, Secc México. Julio 90, Acapulco Gro.
- [3] R. Navarro, et al., "El paquete para la planeación a corto plazo Coordinación Hidrotérmica en computadora personal" RVP-92, IEEE, Sección México. Julio 92, Acapulco Gro.
- [4] P. Pérez Valverde, "Manual de Operación de la Interfaz de IIE para Análisis de Redes ANARED", Depto. Análisis de Redes, Octubre 91.
- [5] R. Navarro, R. Nieva, "Metodología para la evaluación de estrategias operativas al corto plazo", RVP-88, IEEE, Sección México. Agosto 88, Acapulco Gro.
- [6] J.L. Ceciliano, et al., "Modelos Estocásticos de Escurrimientos", RVP-94, IEEE, Sección México, Julio 94, Acapulco Gro.
- [7] R. Nieva, et al., "CHT: a digital computer package for solving short term hydro-thermal coordination and unit commitment problems", Power Industry Computer Applications Conference, IEEE. San Francisco, California. May 6-10, 1985.

[8] "Registro Histórico de Escurrimientos de los Principales embalses", Depto. de Hidráulica e Hidrometeorología, Comisión Federal de Electricidad, 1991.

ANEXO I

Coordinación Hidrotérmica Multimensual				
VOLUMEN A TURBINAR (Plan a 3 Meses) 04/20/95 19:19				
ACTUALIZAR CAMBIOS				
Embalse	Nivel inicial	Volumen a Turbinar (Mm)		
	m.s.n.m	Mez1	Mez2	Mez3
EFU	141.760	367.500	189.090	388.800
EFV	285.000	0.000	0.000	0.000
EST	800.000	0.000	0.000	0.000
THU	64.000	0.000	0.000	0.000
CHL	520.000	181.420	137.100	128.210
IFU	168.900	167.760	343.290	310.050
VIL	49.700	167.760	343.290	310.050
ARG	523.900	1538.348	1403.170	1602.098
NOY	292.000	1545.619	2450.900	1843.880
XPS	179.900	1140.739	1897.290	1846.370
PLA	84.900	1388.098	1931.150	2008.348

Fig 1. Ejemplo de desplegado para definición de datos de la función Plan a 3 meses del subsistema CHT-XM.

Coordinación Hidrotérmica Multimensual							
UTILIZACIÓN DE REC. HID. 04/20/95 19:18							
INTERVALOS							
Utilización de Recursos Hidráulicos							
Número de Intervalo: 1 Enero							
Embalse	Nivel (MTR)	Aport (MHC)	En para o Gase (MHC)	Vol Alm (MHC)	Vol Tur (MHC)	Vol Ver (MHC)	Apor Pict (MHC)
EFV	284.97	165.76	0.00	1327.04	0.00	0.00	0.00
EFU	140.65	125.75	0.00	2364.12	388.80	0.00	0.00
IFU	169.90	187.40	0.00	6342.87	191.86	0.00	0.00
THU	64.21	147.13	0.00	5189.92	104.28	0.00	0.00
CHL	520.00	131.53	0.00	911.00	191.54	0.00	0.00
NOY	294.00	41.91	0.00	250.61	1674.64	0.00	0.00
ARG	527.85	222.73	0.00	10277.61	1463.45	0.00	0.00
PLA	84.00	163.67	0.00	162.60	1320.21	0.00	0.00
XPS	182.50	202.96	0.00	9317.40	1071.36	0.00	0.00

*La descarga es igual a la sum

Fig 3. Ejemplo de desplegado para consulta de resultados del subsistema CHT-XM.

Coordinación Hidrotérmica Multimensual				
CONDICIONES OPS. EN EMBALSES 04/20/95 19:20				
Actualizar Cambios				
Embalse	Nivel inicial	V o l ú m e n		Aportación esperada
	m.s.n.m	a turbinar (Mm)	a vertir (Mm)	(Mm)
EFU	141.860	37.751	0.0	33.1
EFV	291.000	29.785	0.0	22.2
EST	799.000	13.783	0.0	13.4
THU	61.010	123.487	0.0	94.0
CHL	520.000	68.929	0.0	67.3
IFU	169.000	170.618	0.0	133.8
VIL	50.000	180.040	0.0	0.0
ARG	531.570	218.944	0.0	180.2
NOY	292.000	258.958	0.0	36.4
XPS	180.500	109.735	0.0	120.4
PLA	87.000	31.276	0.0	109.8

FI Ayuda

Fig 4. Ejemplo de desplegado para definición de datos del subsistema CHT-M.

Coordinación Hidrotérmica Multimensual						
LÍMITES SOBRE RECURSOS HID. 04/20/95 19:17						
INTERVALOS ACTUALIZAR CAMBIOS						
Límites sobre Recursos Hidráulicos						
Número de Intervalo: 1 Enero						
Embalse	Cota Sup. Vol. Alm. (MHC)	Cota Inf. Vol. Alm. (MHC)	Cota Sup. Vol. Tur. (MHC)	Cota Sup. Vol. Ver. (MHC)	Cota Sup. En Vías (MHC)	Cota Inf. En Vías (MHC)
EFV	1649.89	0.00	451.00	902.00	1353.00	0.00
EFU	2826.47	15.38	388.80	777.60	1164.40	0.00
IFU	6342.87	0.00	3057.90	6115.00	9172.50	0.00
THU	6456.47	0.00	982.90	1965.80	2948.70	0.00
CHL	911.00	0.00	1850.70	3701.40	5552.10	0.00
NOY	250.63	0.00	2458.50	4917.00	7275.50	0.00
ARG	13196.60	0.00	2825.30	5650.60	8475.90	0.00
PLA	162.60	0.00	3888.00	7774.00	11664.00	0.00
XPS	9317.40	0.00	3732.00	7465.00	11197.50	0.00

Fig 2. Ejemplo de desplegado para definición de datos del subsistema CHT-XM.

Coordinación Hidrotérmica						
PRDREG PRODUCCION REGIONAL POR SUBINTERVAL 04/20/95 19:21						
Subintervalos						
Subintervalo 1 Duración 4 hrs.						
Región	Demanda (Mw)	POTENCIA			ACTIVA	
		Generación (Mw)	Interca. (Mw)	Corte (Mw)	Costo Marg. \$/Mwh	Reserva Rod. (Mw)
SON	70.100	450.000	376.300	0.000	97.984	0.000
EXR	469.700	400.500	-76.300	0.000	101.443	25.400
SIF	462.800	246.400	-210.400	0.000	243.345	26.400
RE1	79.100	0.000	-79.600	0.000	249.693	0.000
RE2	0.000	0.000	0.000	0.000	61.545	0.000
JVA	23.100	279.900	250.000	0.000	51.830	24.100
CHI	379.500	300.000	-83.000	0.000	58.750	0.000
CHL	122.700	0.000	-123.600	0.000	59.609	0.000
LAD	531.500	348.300	-183.200	0.000	61.276	0.100
ODA	259.700	1702.000	1434.100	0.000	97.811	108.300

FI Ayuda

Fig 5. Ejemplo de desplegado para consulta de resultados del subsistema CHT-M.

Coordinaci6n Hidrot6rnica							
POLVLS		POLITICAS OPERACION EN VLSOS		04/20/95	19:24		
Horizonte	Actualizar	Cambios	Salvar caso	Recuperar caso			
Vaso	Nomo	Nomino	Nivel	Pol.	Nivel	Solicitado	Volumen a
	NTS	NTS	Inicial	Oper.	Final	Energia a	Turbinar
			NTS		NTS	Producir	100C
						GMW	
IFU	142.700	113.400	141.840	4	132.000	5.000	8.700
IVL	291.000	270.000	291.000	4	282.800	7.000	7.817
RLT	804.700	775.000	799.090	3	799.000	7.000	5.000
THU	64.900	44.200	46.490	1	46.210	14.300	47.499
CHL	820.950	495.000	519.510	3	519.800	4.000	13.383
IEY	149.800	140.000	144.450	4	156.120	45.200	0.000
VIL	31.400	41.700	30.050	3	50.000	23.500	0.000
AMU	533.000	300.000	527.220	3	527.140	26.900	55.500
IMT	394.000	380.000	391.720	3	392.000	82.900	15.500
IPS	182.500	144.000	171.210	3	171.020	30.500	0.000
PEA	84.000	83.000	87.220	3	87.000	16.000	1.870

Políticas: 1=Hls. extracci6n 2=Hls. extracci6n 3=Cota Final Fija 4=Generaci6n Fija
 5=Volumen a Turbinar Fijo

Fig 6. Ejemplo de desplegado para definici6n de datos del subsistema CHT.

Coordinaci6n Hidrot6rnica				
DEMANSI		LISTA DE PRIORIDAD EN COSTOS		04/20/95
Demanda baja Demanda media Demanda alta.				
Listado prioridad en funci6n de precios y costos unitarios de m4s. eficiencia				
Peri6do de demanda: SAJA				
Unidad	Propiedad	Participaci6n	Prioridad	Costo unitario (\$/MWH)
PVLS3	CPE	0	1	58.27
ALV3	CPE	0	2	58.44
PVLS4	CPE	0	3	59.14
CUPV1	CPE	0	4	60.88
ALV1	CPE	0	5	61.04
ALV2	CPE	0	6	61.22
SYCU2	CPE	0	7	61.70
ALV4	CPE	0	8	62.52
TULS4	CPE	0	9	62.08
LEDC1	CPE	0	10	63.16
VITCC	CPE	0	11	63.32
V2TCC	CPE	0	12	63.66
SYCU1	CPE	0	13	64.22
LEDC3	CPE	0	14	64.68
VIDBC	CPE	0	15	64.92
VLDSC	CPE	0	16	64.97
TULS1	CPE	0	17	65.47
VDRV1	CPE	0	18	65.64
VULS1	CPE	0	19	66.25
PLV1	CPE	0	20	66.28
TULS5	CPE	0	21	66.36
VDRV2	CPE	0	22	66.65
SLMU3	CPE	0	23	66.98

Fig 7. Ejemplo de desplegado para consulta de resultados del subsistema CHT.

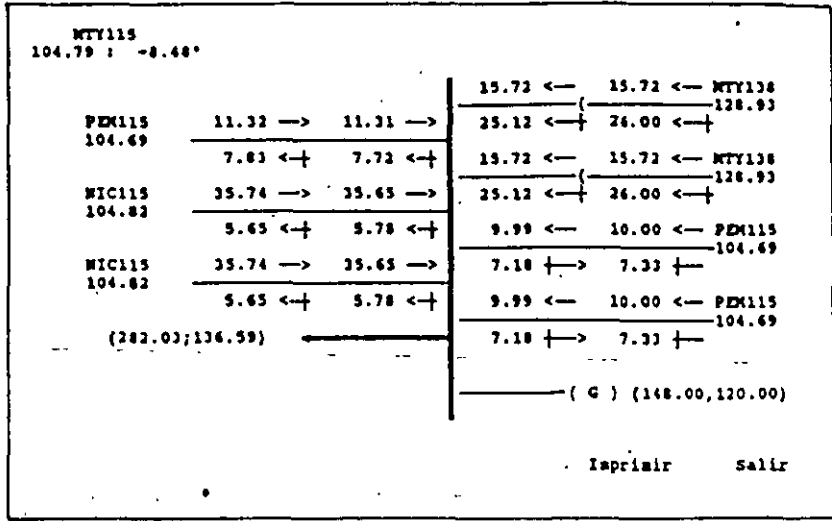
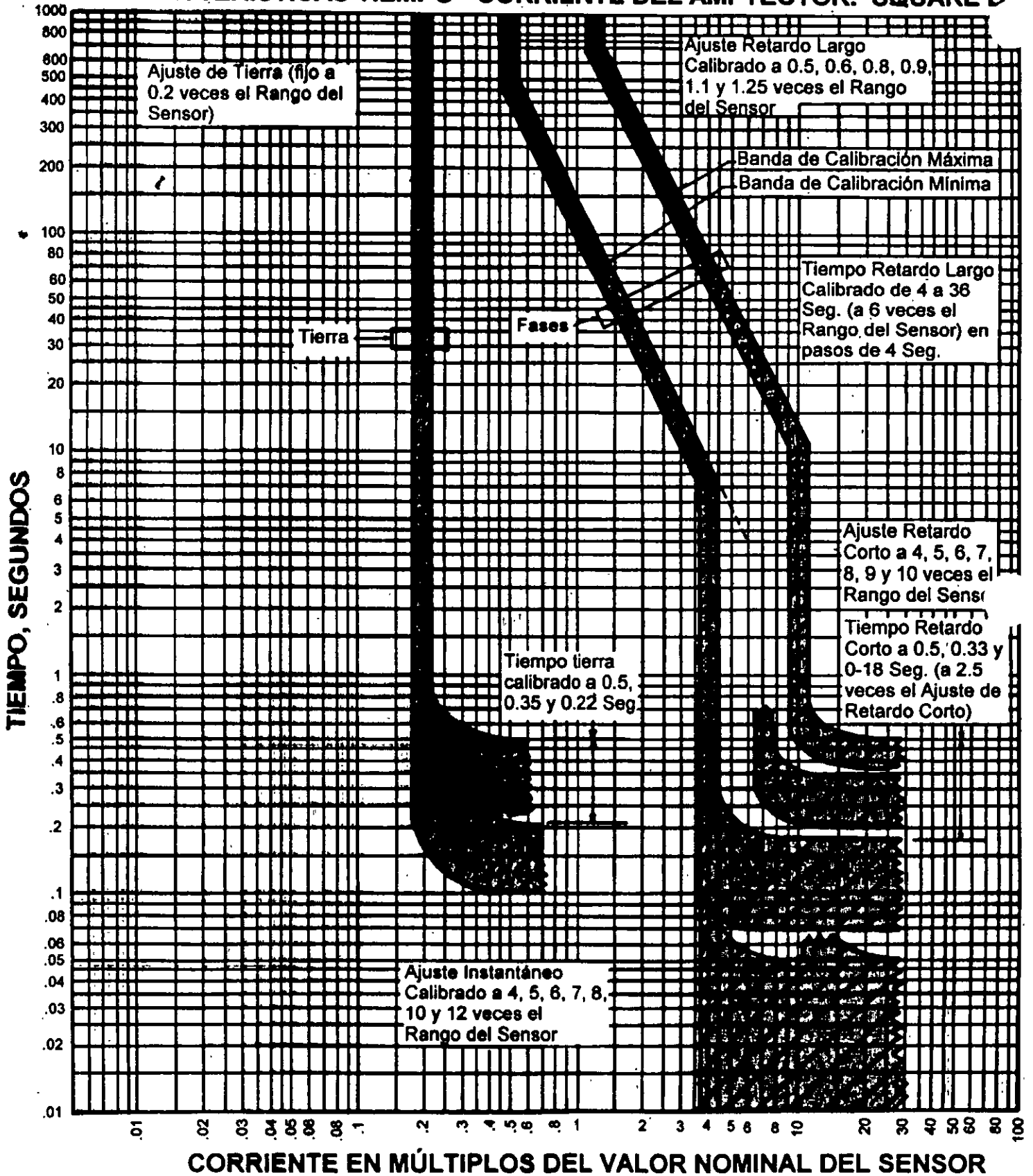


Fig 8. Ejemplo de diagrama unifilar para consulta de resultados por nodo, subsistema ANAREM.

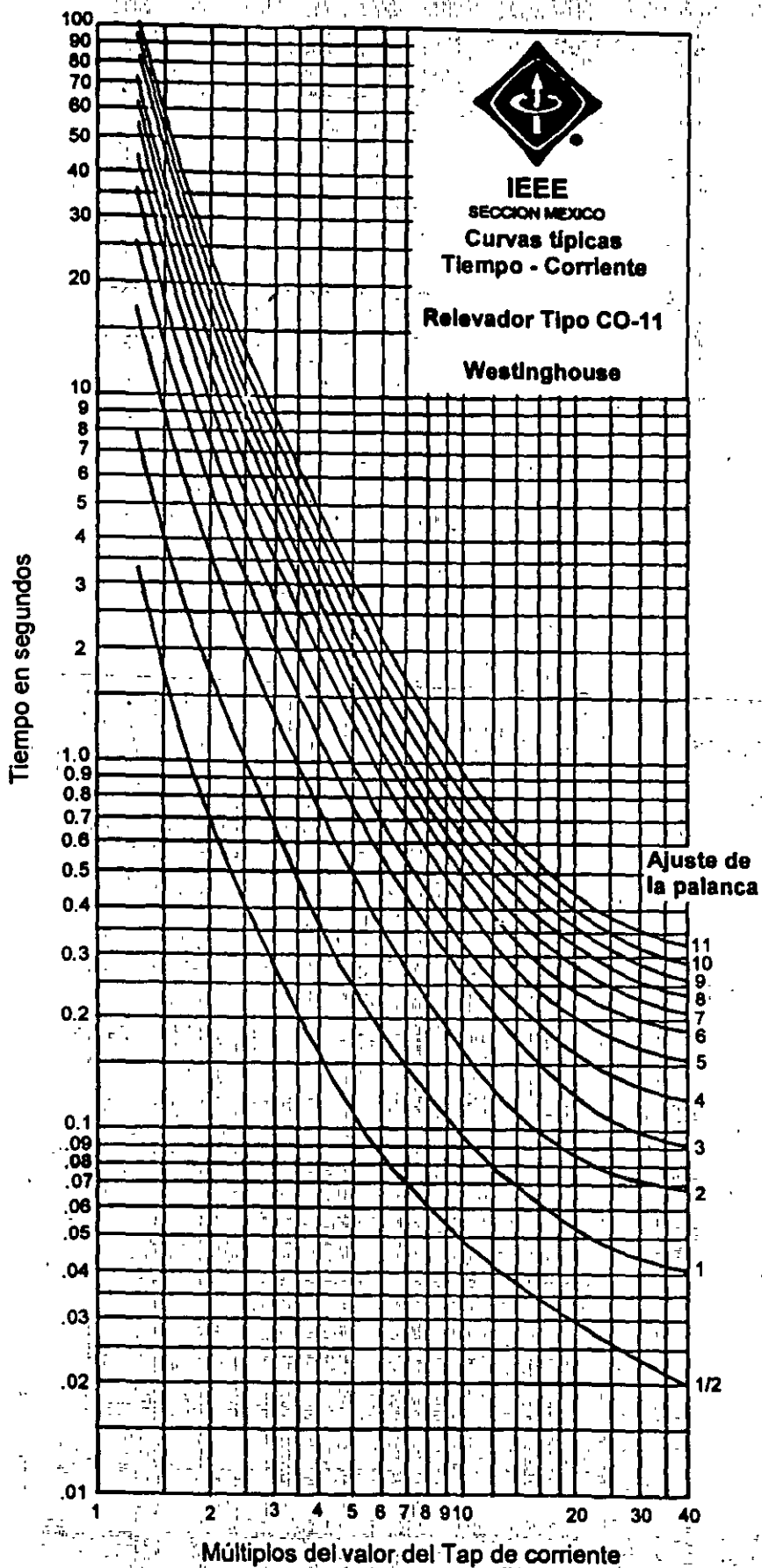
CARACTERÍSTICAS TIEMPO - CORRIENTE DEL AMPTECTOR. SQUARE D



68

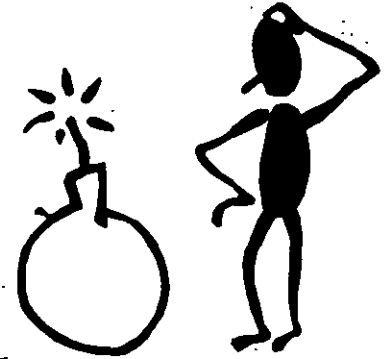


IEEE
SECCION MEXICO
Curvas típicas
Tiempo - Corriente
Relevador Tipo CO-11
Westinghouse





Ajuste del Instantáneo



Para ajustar el relevador 50, es necesario conocer la corriente momentánea que pasará por el relevador cuando ocurra una falla en el Bus-2 (53 kA) de 480 V, y afectarla por el factor de asimetría (normalmente 1.4 - 1.5).

$$\text{Instantáneo} > \left[\frac{I_{\text{falla}}}{\text{RTC}} \right] \times 1.4$$

$$> \left[\frac{52836}{120} \right] \left[\frac{0.48}{4.16} \right] \times 1.4 > 86.8 \text{ Amps}$$

Se selecciona un **Ajuste de Instantáneo = 90 Amps**



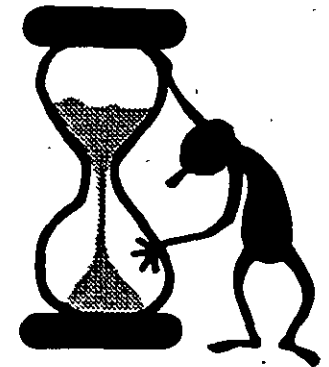


$$\text{Tap} \leq \left[\frac{\text{NECprimario}}{\text{RTC}} \right]$$
$$\leq \left[\frac{1040.9}{120} \right] \leq 8.67 \text{ Amps}$$

Se puede seleccionar del Tap 3.0 al 8.0. **Seleccionamos TAP = 3**

Selección de la palanca de tiempo:

Para este caso, se requiere que la curva del relevador pase sobre la del interruptor electromagnético del lado de baja tensión, a un valor de 0.40 seg (0.18 + 0.22 seg) al valor de falla estable del Bus 1 (42.2 kA).



$$\text{Múltiplo de Tap} = \left[\frac{42000}{120 \times 3} \right] \left[\frac{0.48}{4.16} \right] = 13.5 \text{ Amps}$$

Con este múltiplo (13.5) y el tiempo de 0.40 seg en la curva del relevador CO-11 se encuentra el valor de la **Palanca = 6.5**

93



RELEVADOR DE SOBRECORRIENTE 50/51 DE ALTA TENSION DEL T-1

Marca: **Westinghouse**

Tipo: **CO - 11**

Rango de Taps: **1-12 A**

Rango Instantáneo: **6-144 A**

RTC **600/5 A**

taps disponibles: 1.0, 1.2, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 10.0, 12.0A

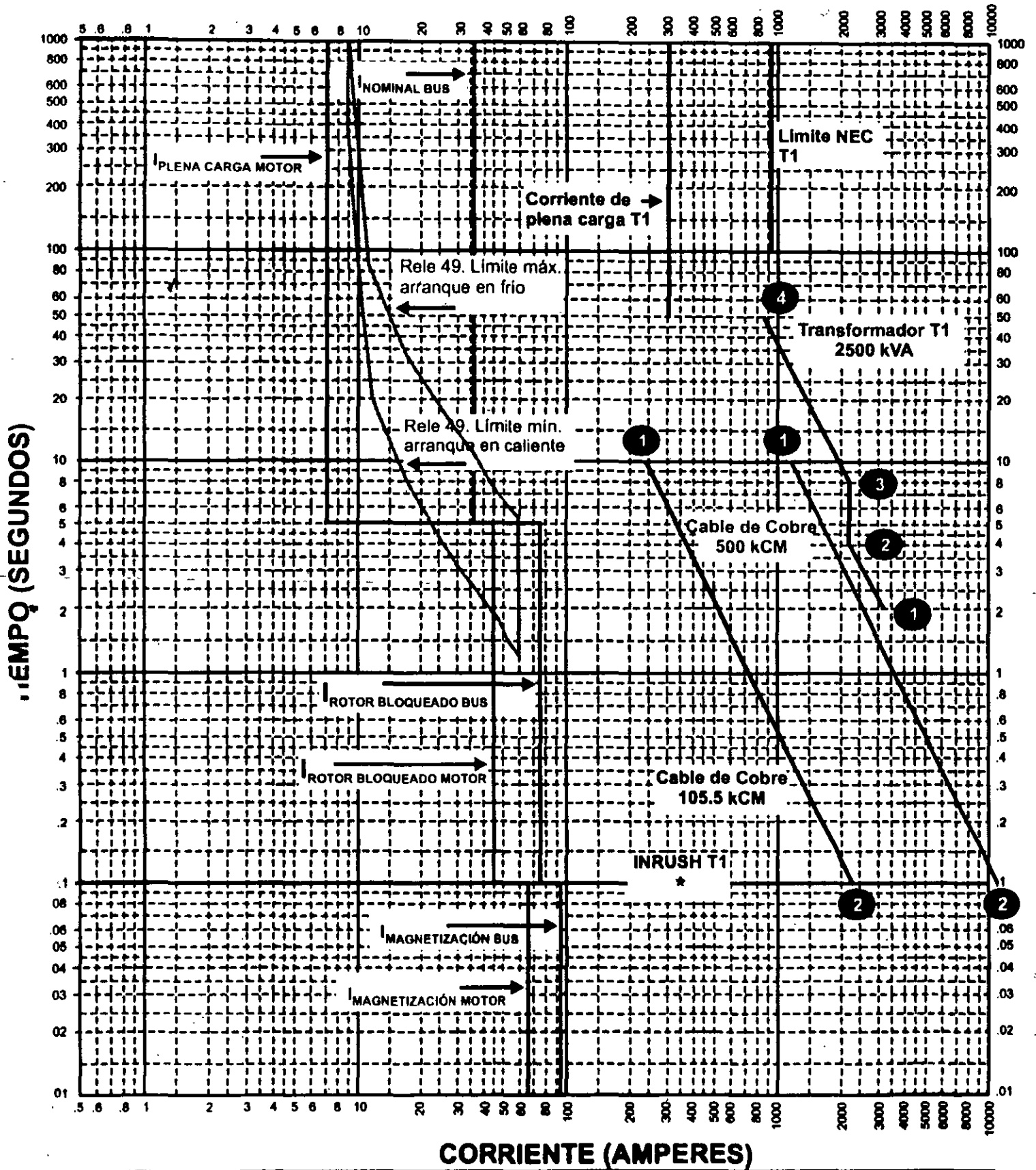
Selección del Tap:

Para este debemos de evaluar dos opciones,



$$\text{Tap} \geq \left[\frac{\text{Isobrecarga}}{\text{RTC}} \right]$$

$$\geq \left[\frac{346.97}{120} \right] \geq 2.89 \text{ Amps}$$



Coordinación de protecciones de sobrecorriente. Curvas Tiempo - Corriente

SUBESTACIÓN : Ejemplo Curso IEEE

Componente : Circuito del motor de 50 HP

Voltaje de referencia : 480 Volts

Multiplicador de corriente : x 10

Ing. Responsable : _____

Fecha de realización : 1997

Observaciones : _____



IEEE
SECCION MEXICO

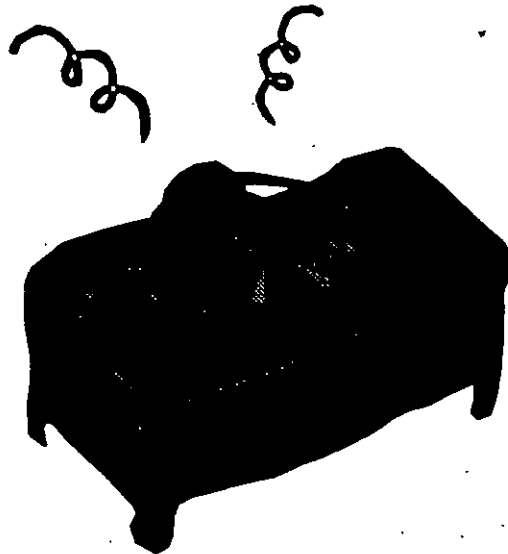
Handwritten initials



Corriente de Magnetización (Inrush)

$$I_{\text{magnetización}} = 10 \times I_{pc} = 10 \times \left[\frac{2500 \text{ kVA}}{\sqrt{3} \times 0.48} \right]$$

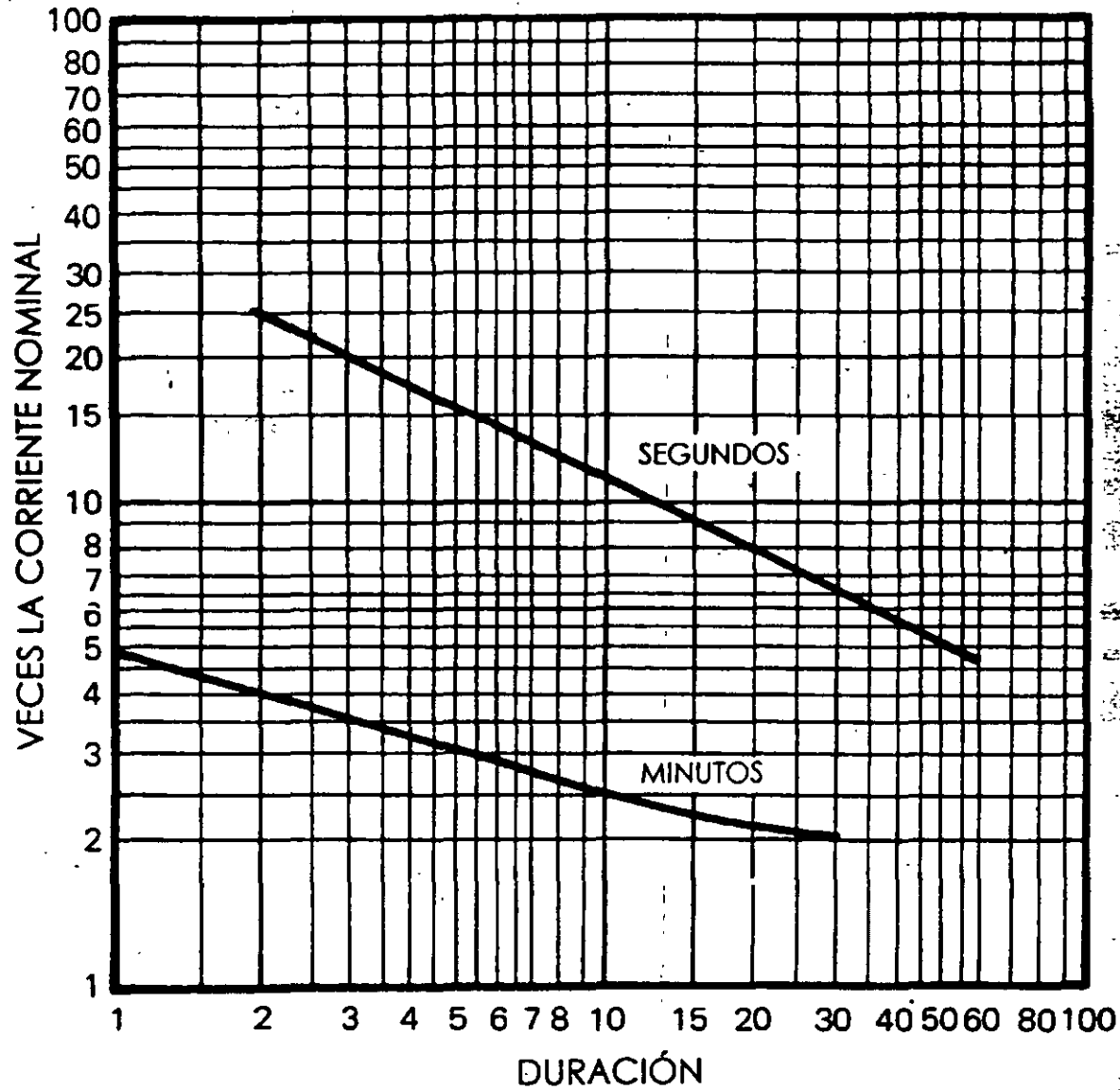
$I_{\text{magnetización}} = 30\,070.3 \text{ Amps}$ (referido a 480 Volts)



46



Sobrecargas momentáneas



79



Sobrecargas momentáneas en transformadores

La industria todavía no ha llegado a un acuerdo respecto a las directrices correspondientes a la carga de transformadores diseñados para aumentos de temperatura de 65 °C. Las siguientes recomendaciones de carga pueden utilizarse para aquellos transformadores provistos de modernos sistemas de aislamiento térmico. Transformadores en baño de aceite, enfriados por ventilación natural – Temperatura del aire ambiente 30 °C. (Según las normas ASA, suplemento C57.9206.200).

Duración	Veces la corriente nominal
2 seg	25
10 seg	11.3
30 seg	6.7
60 seg	4.75
5 min	3
30 min	2



Límite NEC

$$\text{NEC primario} = 3 \times I_{pc} = 3 \times \left[\frac{2500 \text{ kVA}}{\sqrt{3} \times 0.48} \right]$$



NEC primario = 9 021.1 Amps (referido a 480 Volts)

Capacidad de Sobrecarga

$$\text{Isobrecarga} = I_{pc} \times F_e \times F_t$$

F_e = Factor de enfriamiento = 1

F_t = Factor de temperatura = 1

$$\text{Isobrecarga} = \left[\frac{2500 \text{ kVA}}{\sqrt{3} \times 0.48} \right] \times 1 \times 1$$



Isobrecarga = 3 007.1 Amps (referido a 480 Volts)

49.



Punto 2:



$$I_2 = 0.7 \times \left[\frac{I_{pc}}{Z_t} \right] \times 0.58 = 0.7 \times \left[\frac{2500 \text{ kVA}}{\sqrt{3} \times 0.48} \cdot \frac{1}{0.057} \right] \times 0.58$$

$I_2 = 21\ 418.5$ Amps @ 4.08 segundos

Punto 3:



$$I_3 = I_2 = 21\ 418.5 \text{ Amps}$$

$$t_3 = 2551 (Z_T)^2 = 2551 (0.057)^2$$

$t_3 = 8.29$ segundos

Punto 4:



$$I_4 = 5 \times I_{pc} = 5 \times \left[\frac{2500 \text{ kVA}}{\sqrt{3} \times 0.48} \right] \times 0.58$$

$I_4 = 8720.4$ Amps @ 50 segundos



TRANSFORMADOR T1



2,500 kVA 4.16/0.48 kV Z = 5.7%
Enfriamiento OA Elevación de Temp. = 65 °C
Delta-Estrella conectada sólidamente a tierra

Curva ANSI (Categoría II)

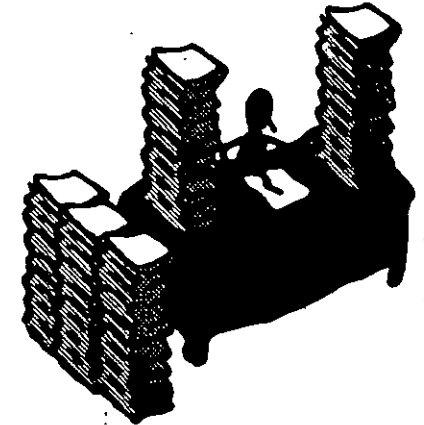
Punto 1:
$$I_1 = \left[\frac{I_{pc}}{Z_t} \right] \times 0.58 = \left[\frac{2500 \text{ kVA}}{\sqrt{3} \times 0.48} \cdot \frac{1}{0.057} \right] \times 0.58$$



$$I_1 = 30\,597.9 \text{ Amps @ 2 segundos}$$

Ajuste del Tiempo Corto (TC)

Long Time Delay Band $TC = 0.18$ segundos



Ajuste del Instantáneo

Como se trata de un interruptor electromagnético del lado de baja tensión del Transformador T-1 y tiene que coordinar con los dispositivos de protección de los circuitos derivados, entonces este elemento se debe **BLOQUEAR**

Ajuste del Tiempo Largo (TL)

Long Time Delay Band TL = 4.0

Ajuste del Múltiplo Corto (MC)

$$\text{MC mínimo} \geq 1.15 \times \left[\frac{I \text{ mag bus 1}}{\text{Sensor}} \right]$$

$$\geq 1.15 \times \frac{964.6}{600}$$

$$\text{MC} \geq 1.85$$

$$\text{MC máximo} \leq \left[\frac{I \text{ falla en bus}}{\text{Sensor}} \right]$$

$$\leq \left[\frac{42191}{600} \right]$$

$$\text{MC} \leq 70$$

Se selecciona un MC = 3.0



103



Ajuste del Múltiplo Largo (ML)

$$\text{ML mínimo} \geq 1.15 \times \left[\frac{I_{\text{nom bus 1}}}{\text{Sensor}} \right]$$

$$\geq 1.15 \times \frac{360.84}{600}$$

ML >= 0.69



$$\text{ML máximo} \leq 1.3 \times \left[\frac{I_{\text{nom bus 1}}}{\text{Sensor}} \right]$$

$$\leq 1.3 \times \frac{360.84}{600}$$

ML <= 0.78

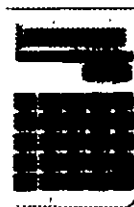
$$\underline{0.69 \leq \text{ML} \leq 0.78}$$

Long Time Pickup. Rango de ML = 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1 y 1.25

Entonces **ML = 0.7**



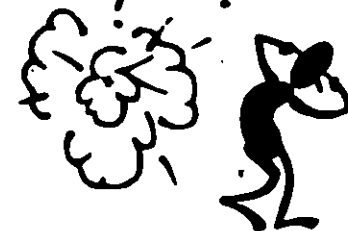
Selección del Sensor



Este interruptor electromagnético va a proteger al CCM-1, el cual tiene una carga total de 300 kVA,

$$\text{Sensor} > 1.5 \times \text{Carga CCM-1} > 1.5 \times \left[\frac{300}{\sqrt{3} \times 0.48} \right]$$

Sensor > 541.3 Amps, entonces Sensor = 600 Amps





Interruptor electromagnético (3)



Marca Square D

Tipo DS-416

Marco : 1600 Amps

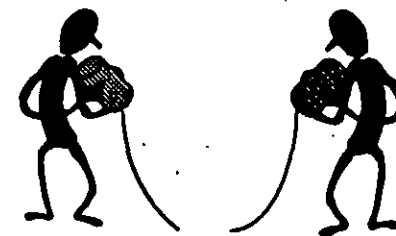
Unidad Ampكتور

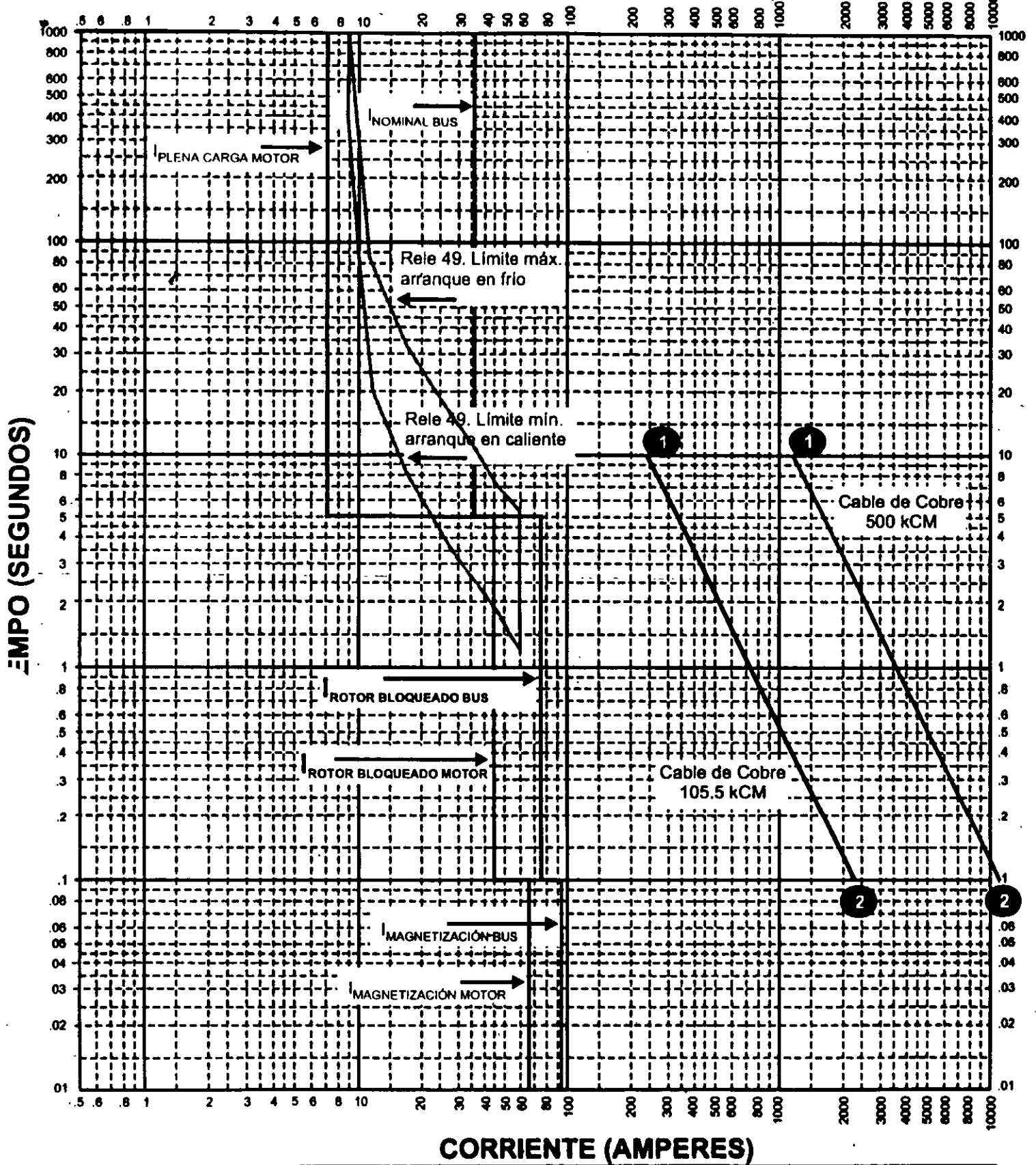
Valores disponibles de los sensores:

100, 150, 200, 300, 400, 600, 800, 1200, 1600 Amps

Valores ajustables para la unidad AMPTECTOR:

AJUSTE DE TIEMPO DIFERIDO LARGO (MÚLTIPLOS DEL VALOR DEL SENSOR)	TIEMPO DIFERIDO LARGO EN SEGUNDOS (6 VECES EL VALOR DEL SENSOR)	AJUSTE DE TIEMPO CORTO (MÚLTIPLOS DEL VALOR DEL SENSOR)	TIEMPO DIFERIDO CORTO (SEGUNDOS)	AJUSTE INSTANTÁNEO (MÚLTIPLOS DEL VALOR DEL SENSOR)
0.5	4	4	0.18	4
a	a	a	a	a
1.25	36	10	0.5	12





Coordinación de protecciones de sobrecorriente. Curvas Tiempo - Corriente:

SUBESTACIÓN : Ejemplo Curso IEEE

Componente : Circuito del motor de 50 HP

Voltaje de referencia : 480 Volts

Multiplicador de corriente : x 10

Ing. Responsable : _____

Fecha de realización : 1997

Observaciones : _____



IEEE
SECCION MEDICA

901

Curva de Daño del Cable 2

Cobre: 1 Conductor por fase

500 kCM, 415 A

$t_o = 85\text{ }^\circ\text{C}$

$t_f = 250\text{ }^\circ\text{C}$

$F_{ac} = 1.13$



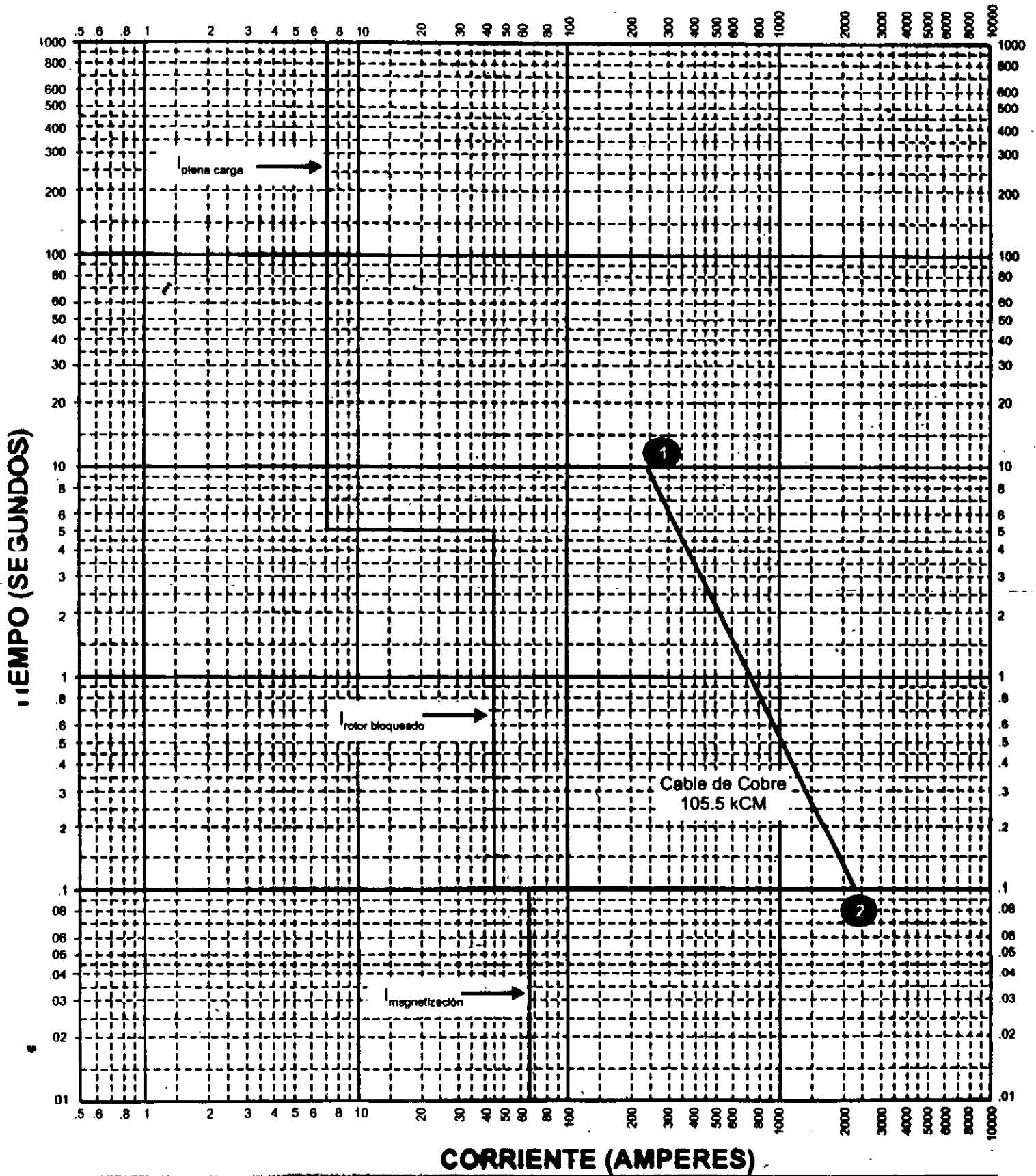
Si $t = 10$ seg.

$$I = \sqrt{\left[\frac{0.0297}{10 \text{ seg} \times 1.13} \right] \text{Log}_{10} \left[\frac{250 + 234.5}{85 + 234.5} \right] \times 500000} = 10\ 900.2 \text{ A.}$$



Si $t = 0.1$ seg.

$$I = \sqrt{\left[\frac{0.0297}{0.1 \text{ seg} \times 1.13} \right] \text{Log}_{10} \left[\frac{250 + 234.5}{85 + 234.5} \right] \times 500000} = 109\ 002 \text{ A.}$$



Coordinación de protecciones de sobrecorriente. Curvas Tiempo - Corriente

SUBESTACIÓN: Ejemplo Curso IEEE Componente: Circuito del motor de 50 HP

Voltaje de referencia: 480 Volts Multiplicador de corriente: x 10

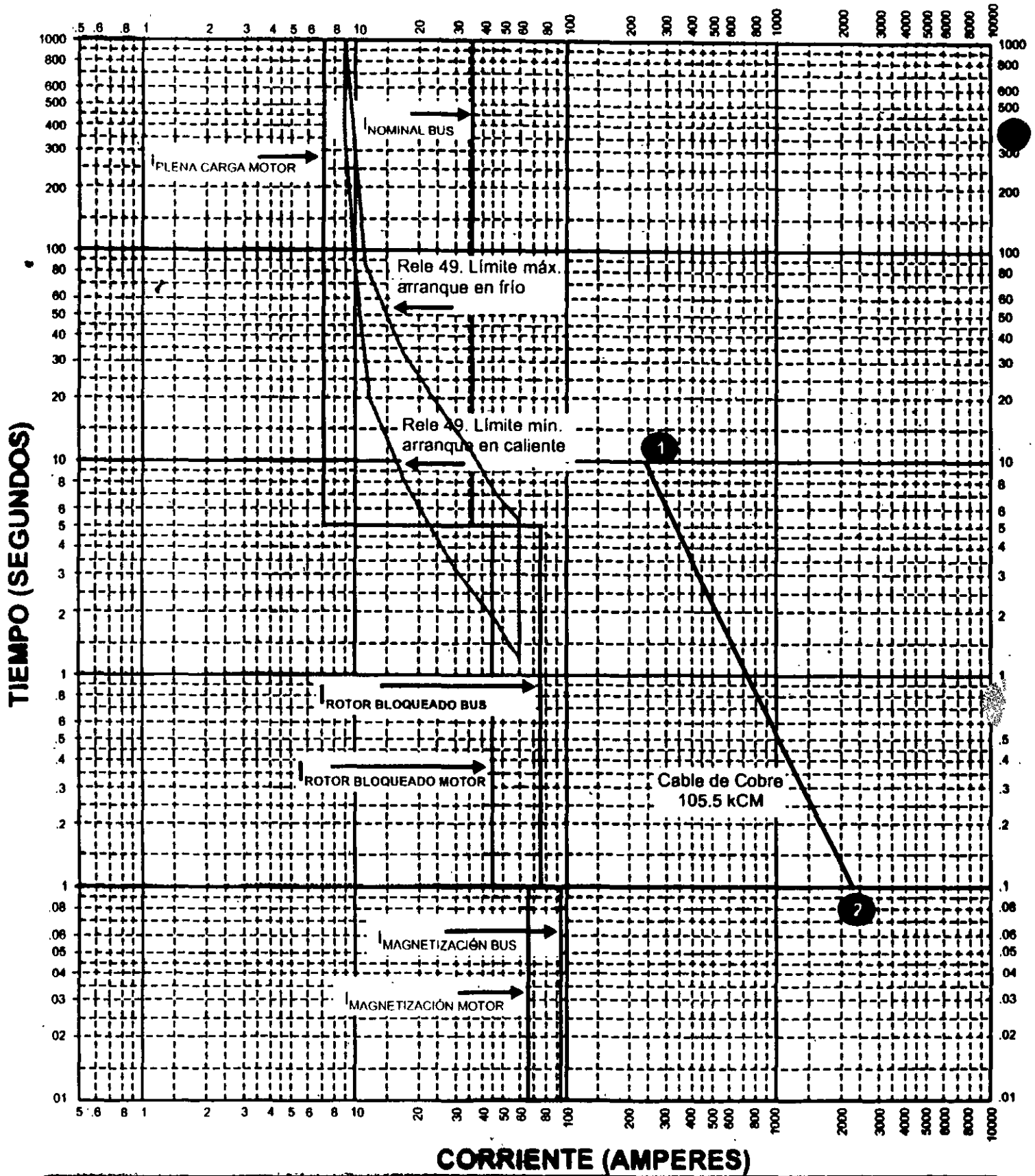
Ing. Responsable: _____ Fecha de realización: 1997

Observaciones: _____



SECCIÓN METRO

82



Coordinación de protecciones de sobrecorriente. Curvas Tiempo - Corriente

SUBESTACIÓN : Ejemplo Curso IEEE

Componente : Circuito del motor de 50 HP

Voltaje de referencia : 480 Volts

Multiplicador de corriente : x 10

Ing. Responsable : _____

Fecha de realización : 1997

Observaciones : _____



601

CCM 1

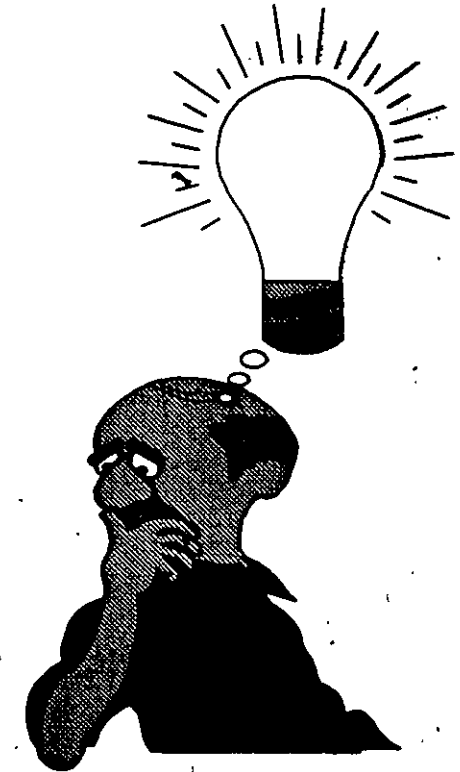
480 Volts

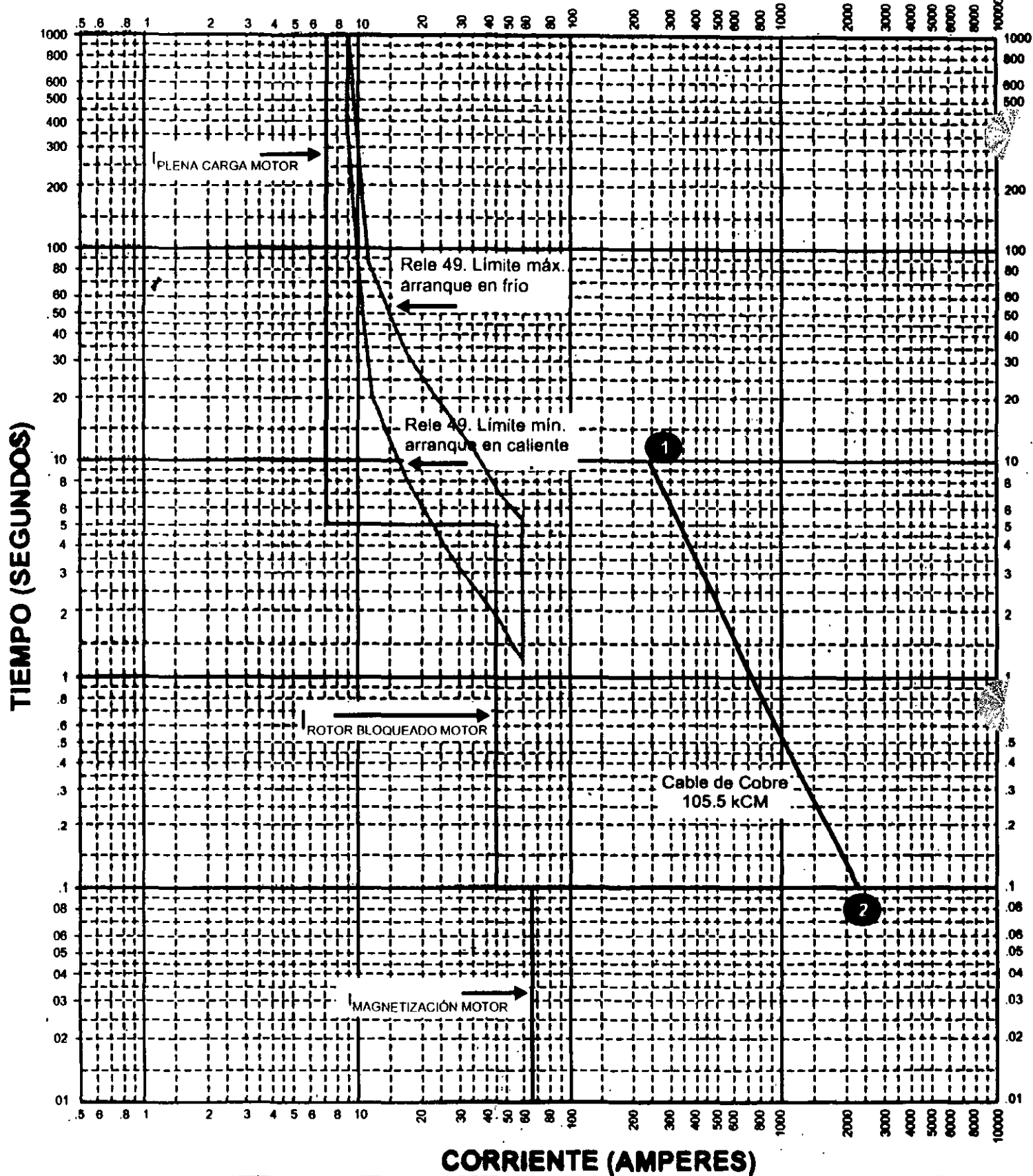
Carga Total = 300 kVA

$$I_{nom \text{ bus}} = \frac{300}{\sqrt{3} \times 0.48} = 360.84 \text{ Amps}$$

$$I_{rotor \text{ bloqueado bus 1}} = 360.84 - 69 + 448.5 = 740.3 \text{ A}$$

$$I_{magnetización \text{ bus 1}} = 360.84 - 69 + 672.75 = 964.59 \text{ A}$$





Coordinación de protecciones de sobrecorriente. Curvas Tiempo - Corriente

SUBESTACIÓN: Ejemplo Curso IEEC

Componente: Circuito del motor de 50 HP

Voltaje de referencia: 480 Volts

Multiplicador de corriente: x 10

Ing. Responsable: _____

Fecha de realización: 1997

Observaciones: _____

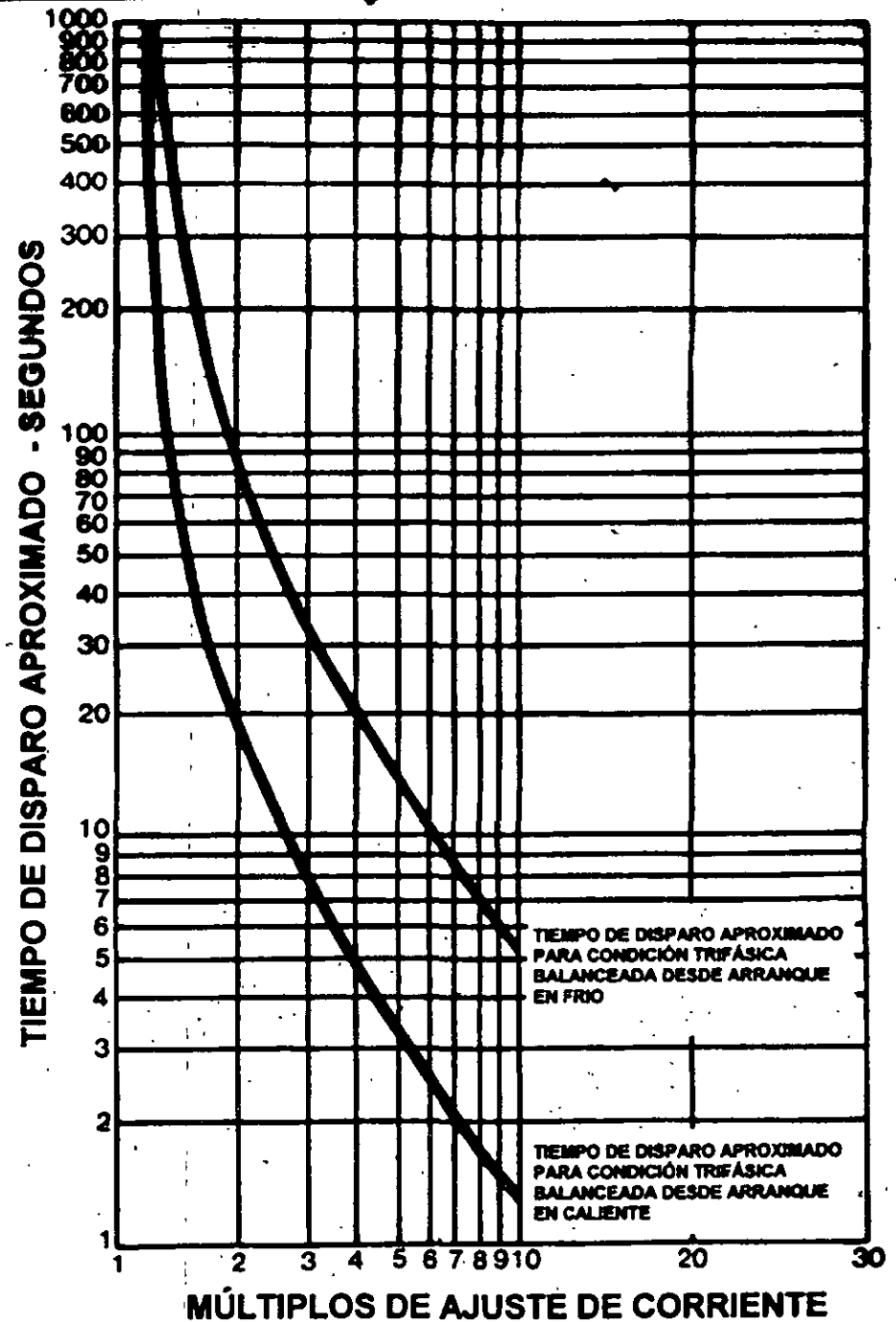
(11)



RELEVADOR DE SOBRECARGA MARCA IEC

RANGOS RELEVADOR DE SOBRECARGA IEC

0.1 - 0.16 A	18 - 30 A
0.16 - 0.24 A	30 - 45 A
0.24 - 0.40 A	45 - 60 A
0.4 - 0.6 A	60 - 75 A
0.6 - 1.0 A	66 - 110 A
0.8 - 1.2 A	60 - 88 A
1.0 - 1.6 A	80 - 120 A
1.5 - 2.3 A	120 - 200 A
2.0 - 3.0 A	120 - 180 A
2.8 - 4.2 A	180 - 300 A
4.0 - 6.0 A	160 - 240 A
5.5 - 8.0 A	240 - 400 A
6.0 - 10 A	252 - 378 A
10 - 16 A	378 - 630 A
16 - 24 A	
22 - 32 A	





Protección Térmica contra sobrecarga (49)

Marca: IEC NEMA 4

Selección del relevador de sobrecarga

- 1. Para motores con factores de servicio de 1.15 ó mayores, use la corriente de plena carga de placa del motor.**
- 2.- Para motores con factor de servicio de 1.0, use 90 % de la corriente de plena carga de placa del motor.**



Entonces, la corriente de plena carga de placa son 60 Amps. y factor de servicio de 1.15, por lo que de acuerdo a los rangos de ajustes elegimos 60 - 75 Amps.

Para este tipo de relevadores podemos ajustar directamente el valor seleccionado en forma continua. El NEC permite utilizar los porcentajes máximos de la Tabla 8 (hasta un 140 % de sobrecarga para este motor).

1/27



Curva de Daño del Cable 1

Cobre: 1 Conductor por fase

105.5 kCM, 165 A

$t_0 = 85 \text{ }^\circ\text{C}$

$t_f = 250 \text{ }^\circ\text{C}$

$F_{ac} = 1.02$



Si $t = 10 \text{ seg.}$

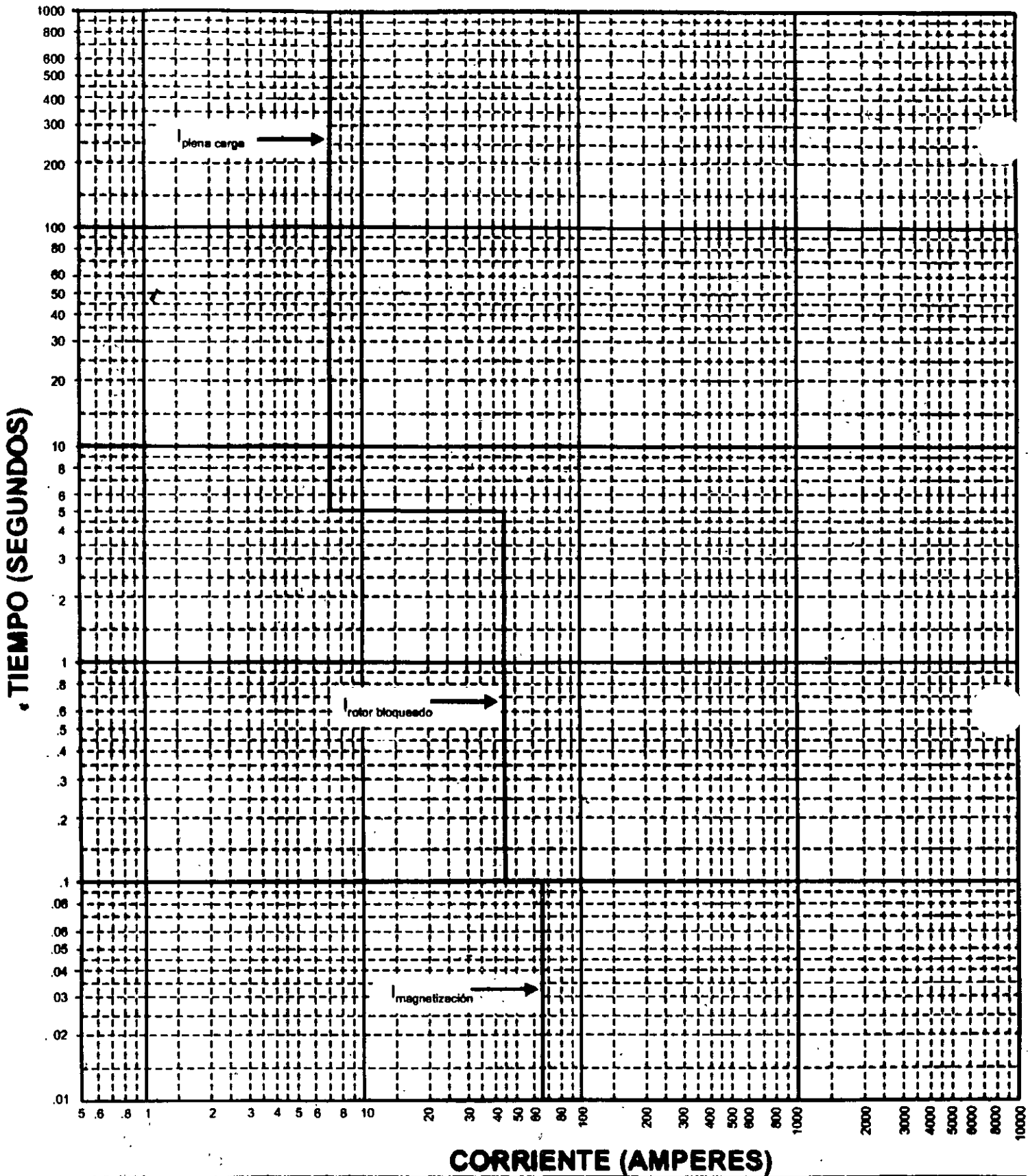
$$I = \sqrt{\left[\frac{0.0297}{t \times F_{ac}} \right] \text{Log}_{10} \left[\frac{t_f + 234.5}{t_0 + 234.5} \right]} \times \text{CM}$$

$$I = \sqrt{\left[\frac{0.0297}{10 \text{ seg} \times 1.02} \right] \text{Log}_{10} \left[\frac{250 + 234.5}{85 + 234.5} \right]} \times 105500 = 2420.8 \text{ A.}$$



Si $t = 0.1 \text{ seg.}$

$$I = \sqrt{\left[\frac{0.0297}{0.1 \text{ seg} \times 1.02} \right] \text{Log}_{10} \left[\frac{250 + 234.5}{85 + 234.5} \right]} \times 105500 = 24207.9 \text{ A.}$$



Coordinación de protecciones de sobrecorriente. Curvas Tiempo - Corriente



SUBESTACIÓN: Ejemplo Curso IEEE

Componente: Circuito del motor de 50 HP

Voltaje de referencia: 480 Volts

Multiplicador de corriente: x 10

Ing. Responsable: _____

Fecha de realización: 1997

Observaciones: _____

511



MOTOR 1

50 HP

480 V

$I_{nom} = 60 \text{ A}$

Letra de Código = 6.5 p.u.

Tiempo de Aceleración 5 seg.

Tiempo máximo permitido de atascamiento 20 seg.

Factor de Servicio (f.s.) = 1.15

Temperatura = 40 °C

Curva de arranque del motor:

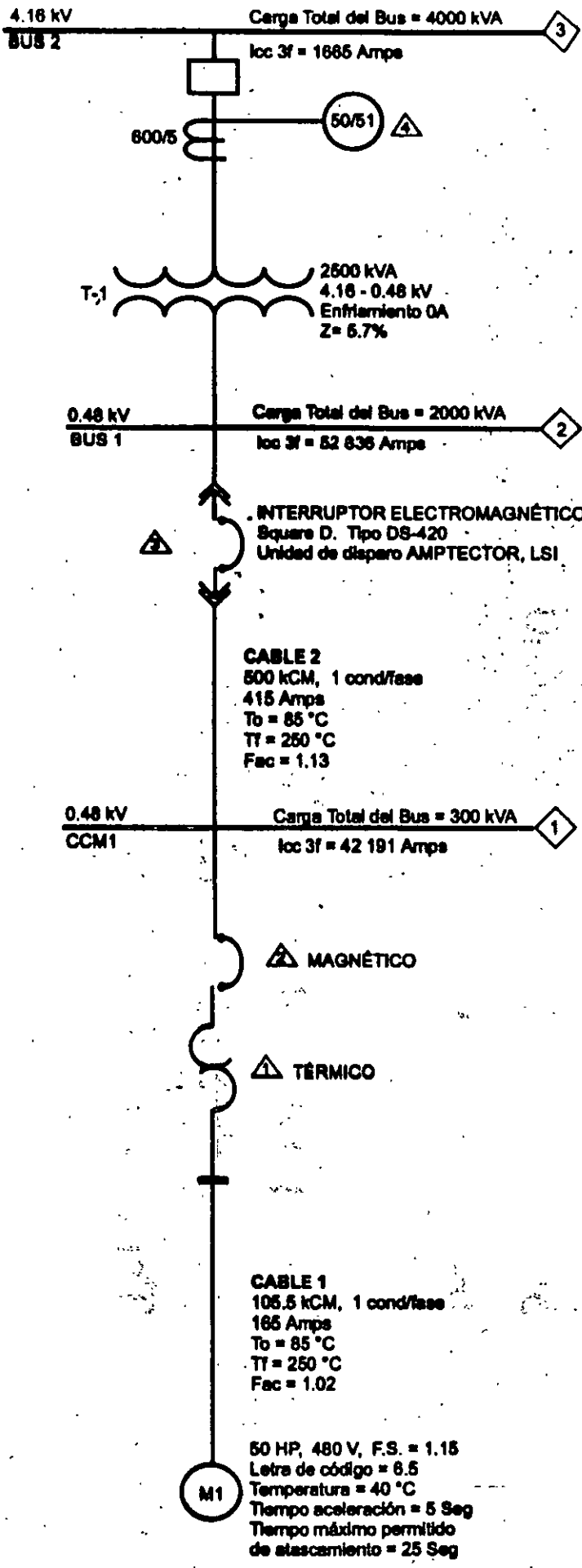
$I_{plena \text{ carga}} = I_{nom} \times f.s. = 60 \times 1.15 = 69 \text{ Amps.}$

$I_{rb} = \text{Letra} \times I_{plena \text{ carga}} = 6.5 \times 69 = 448.5 \text{ Amps, } 5 \text{ seg.}$

$I_{mag} = 1.5 \times I_{rb} = 1.5 \times 448.5 = 672.75 \text{ Amps, } 0.1 \text{ seg.}$



IEEE
SECCION MEXICO



411