FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

A LOS ASISTENTES A LOS CURSOS

Las autoridades de la Facultad de Ingeniería, por conducto del jefe de la División de Educación Continua, otorgan una constancia de asistencia a quienes cumplan con los requisitos establecidos para cada curso.

El control de asistencia se llevará a cabo a través de la persona que le entregó las notas. Las inasistencias serán computadas por las autoridades de la División, con el fin de entregarle constancia solamente a los alumnos que tengan un mínimo de 80% de asistencias.

Pedimos a los asistentes recoger su constancia el día de la clausura. Estas se retendrán por el periodo de un año, pasado este tiempo la DECFI no se hará responsable de este documento.

Se recomienda a los asistentes participar activamente con sus ideas y experiencias, pues los cursos que ofrece la División están planeados para que los profesores expongan una tesis, pero sobre todo, para que coordinen las opiniones de todos los interesados, constituyendo verdaderos seminarios.

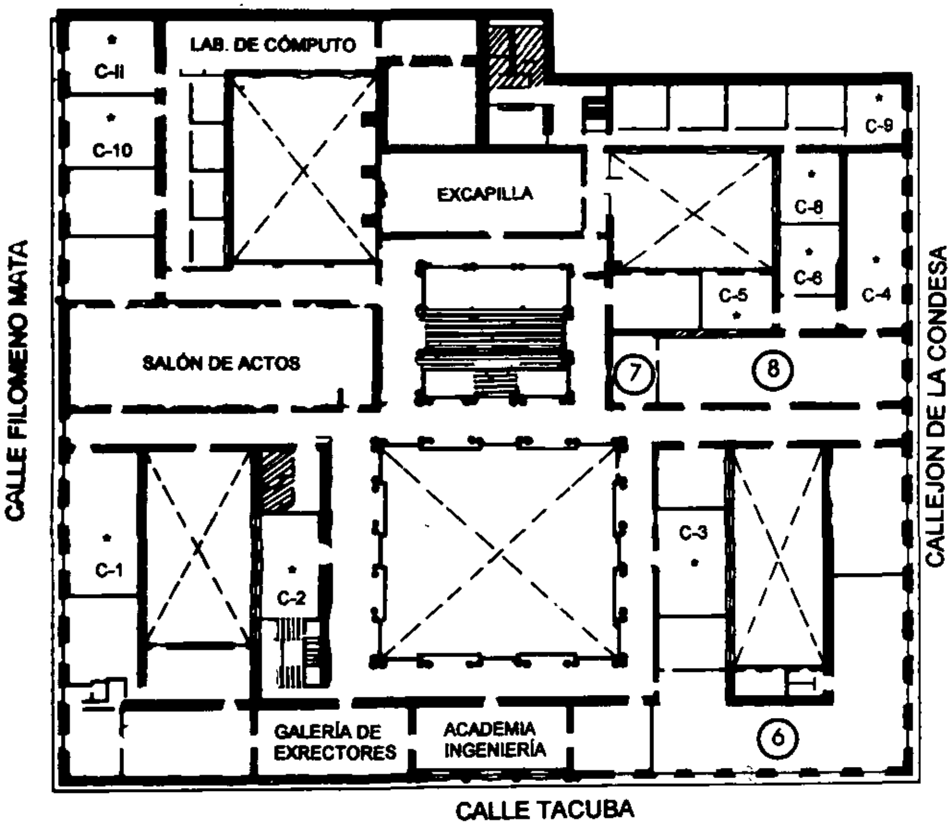
Es muy importante que todos los asistentes llenen y entreguen su hoja de inscripción al inicio del curso, información que servirá para integrar un directorio de asistentes, que se entregará oportunamente.

Con el objeto de mejorar los servicios que la División de Educación Continua ofrece, al final del curso deberán entregar la evaluación a través de un cuestionario diseñado para emitir juicios anónimos.

Se recomienda llenar dicha evaluación conforme los profesores impartan sus clases, a efecto de no llenar en la última sesión las evaluaciones y con esto sean más fehacientes sus apreciaciones.

Atentamente
División de Educación Continua.

PALACIO DE MINERIA



GUÍA DE LOCALIZACIÓN

1. ACCESO
2. BIBLIOTECA HISTÓRICA
3. LIBRERÍA UNAM
4. CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN "ING. BRUNO MASCANZONI"
5. PROGRAMA DE APOYO A LA TITULACIÓN
6. OFICINAS GENERALES
7. ENTREGA DE MATERIAL Y CONTROL DE ASISTENCIA
8. SALA DE DESCANSO

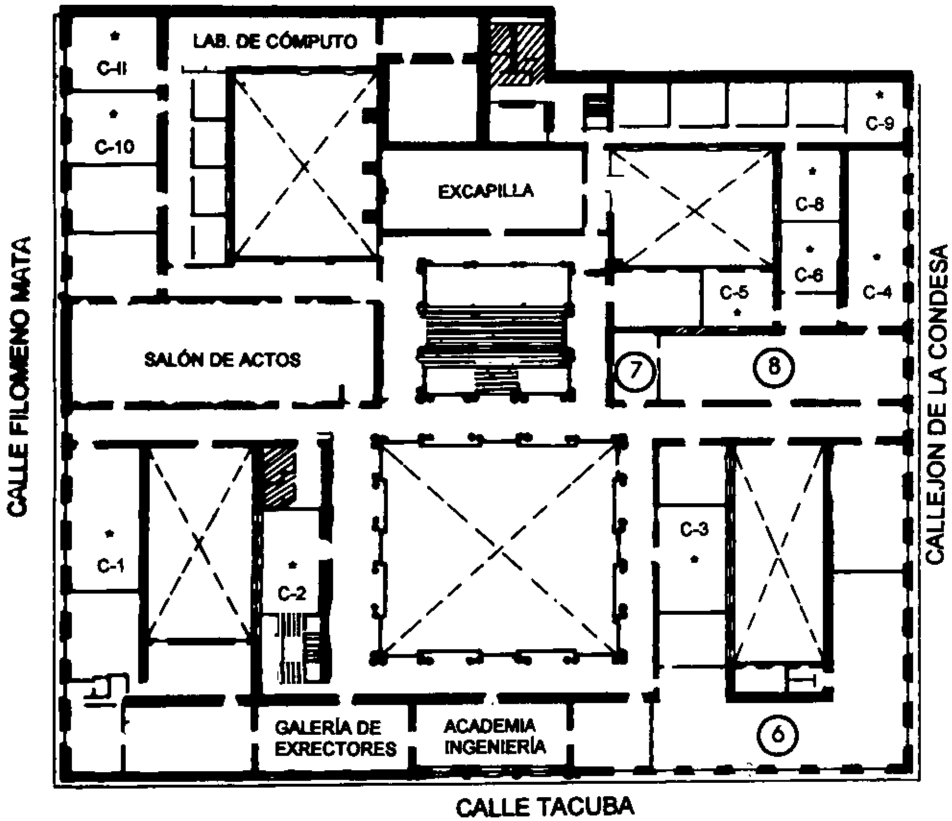
SANITARIOS

* AULAS

1er. PISO

DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERÍA U.N.A.M.
CURSOS ABIERTOS

PALACIO DE MINERIA



1er. PISO

GUÍA DE LOCALIZACIÓN

1. ACCESO
2. BIBLIOTECA HISTÓRICA
3. LIBRERÍA UNAM
4. CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN "ING. BRUNO MASCANZONI"
5. PROGRAMA DE APOYO A LA TITULACIÓN
6. OFICINAS GENERALES
7. ENTREGA DE MATERIAL Y CONTROL DE ASISTENCIA
8. SALA DE DESCANSO

SANITARIOS

* AULAS

DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERÍA U.N.A.M.
CURSOS ABIERTOS

FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSOS INSTITUCIONALES

DIPLOMADO

FINANZAS CORPORATIVAS

Del 16 de Marzo al 14 de Diciembre de 1996

MODULO III.- MATEMATICAS FINANCIERAS

LIC. Y C.P. JUAN MANUEL ESTEBAN HERNANDEZ
PALACIO DE MINERIA
1996

Palacio de Mineria Calle de Tacuba 5 Primer piso Deleg. Cuauhtemoc 06000 Mexico, D.F. APDO. Postal M-2285
Teléfonos: 512-8955 512-5121 521-7335 521-1987 Fax 510-0573 521-4020 AL 26

MATEMATICAS FINANCIERAS.

INTERES.

Es el precio por la utilización del dinero y representa la capacidad que tiene el recurso financiero de generar riqueza cuando se invierte en alternativas productivas. Sirve para medir la oportunidad que el dinero tiene de crecer en manos de distintas personas y entidades que lo poseen o controlan.

Generalmente se causa sobre la base de un porcentaje del capital y la unidad de tiempo puede ser anual, semestral, trimestral o mensual.

La idea básica del análisis de inversiones es el rendimiento o interés que se obtiene de colocar dinero en un instrumento específico. Cuando se habla de porcentaje se hace referencia a una tasa de interés y cuando se habla de moneda se señala la cantidad de dinero.

En el mercado de valores, de acuerdo al instrumento específico que se negocie, se pueden obtener rendimientos por los siguientes conceptos:

1.- Ganancias de capital. Estas se obtienen al comprar un título a determinado precio y al venderlo, tiempo después, a otro precio más alto. La diferencia entre los dos precios se conoce como ganancia de capital (Por supuesto, también puede haber pérdidas de capital).

2.-Pago de interés. Como se verá más adelante, algunos valores pagan intereses de acuerdo a una tasa convenida desde la emisión. Esta tasa se expresa generalmente como porcentaje, aunque al hacer cálculos se le debe manejar en tantos por unidad (por ejemplo, a una tasa porcentual del 80% le corresponde, en tantos por unidad, un valor de 0.80, o sea, 80/100).

3.-Pago de dividendos. Son las cantidades que las sociedades anónimas entregan a los propietarios de sus acciones por concepto de utilidades, cuando las hay.

Aunque estos tres conceptos son, en principio, bastante diferentes, para el análisis de rendimientos, es prácticamente más sencillo considerarlos a los tres como "intereses", ya que esto no altera los cálculos y es conceptualmente más accesible

Periodo de capitalización.- Es el intervalo al final del cual se reinvierten los intereses.

Ejemplo 1.- Si un interés se capitaliza 2 veces al año, el periodo de capitalización es de 6 meses.

Ejemplo 2.- Si un interes se capitaliza 4 veces al año, el periodo de capitalización es de 3 meses.

Frecuencia de capitalización.- Es el número de veces por año en que el interés se suma al capital.

Ejemplo 1.- Si un interés se capitaliza bimestralmente, la frecuencia de capitalización es 6.

Ejemplo 2.- Si un interés se capitaliza trimestralmente, la frecuencia de capitalización es de 4.

Tasa Nominal.- Cuando el interés es convertible más de una vez al año, la tasa anual dada se conoce como tasa nominal, se le llama así porque representa al porcentaje de rendimiento aparente.

Ejemplo 1.- Se tiene un capital de $ 1,000 invertidos a una tasa de interés del 30% anual convertible trimestralmente; 30% es la tasa nominal anual.

Ejemplo 2.- Se tiene un capital de $500,000 invertidos a una tasa de interés del 25% convertible semestralmente; 25% es la tasa nominal anual.

INTERES SIMPLE.

Supóngase la siguiente situación:
El Señor López solicita a un banco un préstamo por $2,000 que obtiene y acuerda pagar después de dos meses entregándole al banco $ 2,280. Este caso permite ejemplificar una operación en la que interviene el interés simple.

El supuesto fundamental de que se parte es que el dinero aumenta su valor con el tiempo: el Señor López obtuvo inicialmente $2,000 y pagó dos meses después, $2,280, los $2,000 que obtuvo inicialmente más $280 de interés que, de acuerdo con el supuesto básico, es la cantidad que aumentó el valor del préstamo original en dos meses. Desde el punto de vista del banco, esos intereses son su ganancia al haber invertido su dinero en el préstamo y desde el punto de vista del Señor López, son el costo de haber utilizado los $2,000 durante dos meses.

Los elementos que intervienen en una operación de interés simple son, de acuerdo con el mismo ejemplo:

C	=	El capital que se invierte	=	$2,000
t	=	El tiempo o plazo	=	dos meses.
I	=	El interés simple	=	$280
M	=	El monto = capital más intereses	=	$2,280
i	=	La tasa de interés.	?	

La tasa de interés refleja la relación que existe entre los intereses y el capital; en el ejemplo;

$$i = \frac{280}{2,000} = 0.14$$

Este cociente indica, si se le multiplica por 100, que el capital ganó 14% de interés en dos meses; $280 es 14% de $2,000 Luego, para convertir a la misma base, se acostumbra expresar tanto la tasa de interés i como el tiempo t en unidades de año, por lo que según el ejemplo t = 2 meses. y si el año tiene 12 meses, el tiempo expresado en unidades de año es t = 2/12 = 1/6 .

Y la tasa de interés, si es de 0.14 por bimestre en 6 bimestres será

$i = 0.14\,(6) = 0.84$ ó expresado en porcentaje
$0.84 \times 100 = 84\,\%$ anual.

INTERES COMPUESTO.

La idea del interés considerado como el rendimiento que se obtiene al invertir un capital, puede resumirse simbólicamente como:

$$M = C + I$$

en donde: M = Monto.
C = Capital.
I = Interés ($).

Ejemplo 1.- Si un capital de \$1,000 genera intereses por \$100 en un mes, se dice que el monto al cabo de ese tiempo es de \$1,100.

Hablando en términos de la tasa de interés (i), se puede ver que $I = Ci$.
Ejemplo 2.- El interés que genera un capital de \$100, al cabo de un mes, si la tasa es del 10% mensual es:

$I = 100\ (0.10) = \$\ 10$

Se puede establecer la relación de la fórmula de la siguiente manera:

$M = C + I$ y, como $I = Ci$
$M = C + Ci$ o factorizando
$M = C\ (1 + i)$

y, de los ejemplos anteriores;

$M = 100\ (1 + 0.10) = 110$
$M = \$110$

Ejemplo 3.- Al cabo del primer mes, el monto es igual a \$110 y es al mismo tiempo, el capital sobre el que se calculan los intereses para el segundo mes (capitalizando los intereses del primer mes). Por ello, el monto al segundo mes es:

$$M = 110\ (1.1) = \$121$$

Se puede apreciar también que los intereses (\$21) no son únicamente la suma de los intereses simples de \$10 mensuales sobre el capital de \$100; los \$1 extra son, precisamente el 10% de los \$10 de intereses que se capitalizaron al final del primer mes. Este efecto multiplicador caracteriza al interés compuesto o, en otras palabras, a la capitalización de intereses.

Repasando los ejemplos anteriores, $\mathbf{M = C\ (1 + i)}$ es el monto al primer mes y $\mathbf{C\ (1+i)} = 110$, se convirtió en el capital sobre el que se calculó el interés para el segundo mes y utilizando **n** para representar el número de periodos de capitalización, al segundo mes:

$M = 100\ (1 + i) \qquad M = C\ (1 + i)\ (1 + i)$
$M = 110\ (1.1)$
$\quad = \$121$

De dondé puede facilmente verse que el monto para n periodos de capitalizacion es:

$$\mathbf{M = C\ (1 + i)^{n}}$$

Ejemplo 4.- ¿Cuánto es el monto de \$200, con intereses al 10% mensual en un año?:

Ejemplo 5.- Determinar el monto de \$ 1,500 con interés al 3 5% mensual en tres años?

Ejemplo 6.- Determinar el monto de \$2,250 con interés del 4% mensual en un año?

Con la misma fórmula, se puede obtener cualquiera de sus otros elementos, conociendo los tres restantes, mediante los despejes pertinentes, que conducen a:

$$\mathbf{C = M\ (1 + i)^{-n}} \qquad \text{ó} \qquad \mathbf{C = \frac{M}{(1 + i)^{n}}}$$

$$n = \frac{\log. M - \log C}{\log (1 + i)}$$

$$i = \left(\frac{M}{C} \right)^{1/n} - 1$$

Ejemplo 7.- La empresa Alemán Ortega y Asoc. invirtió en un banco en un instrumento que paga el 7.85% mensual Si reinvirtió sus intereses durante 6 meses y al cabo de este tiempo recibió $ 3,934.25 ¿Cuál fué el capital que invirtió inicialmente?

Ejemplo 8.- La empresa "X" S.A. invirtió en un instrumento bursatil que paga el 9.35% mensual. Se reinvirtieron los intereses durante 4 meses y al cabo de este tiempo recibieron $ 8,475.50.¿Cuál fué el capital inicial?

Ejemplo 9.- La empresa Contreras Jiménez y Asoc.invirtió $15,000 en pagarés a un plazo de 7 días. En su vencimiento recibió $15,495.00. ¿Qué tasa de rendimiento se obtuvo sobre el capital? (Considerar los 7 días como un periodo)

Ejemplo 10.- Claudia Alemán O. invirtió dinero en un banco en un instrumento que paga el 7.85% mensual Si reinvirtió sus intereses durante 6 meses y al cabo de este tiempo recibió $3,934.40. ¿Cuál fué el capital que invirtió inicialmer

Ejemplo 11.- Susana Cuevas invirtió $1,000 en Certificados de la Tesorería, a plazo de cuatro semanas (28 días), el jueves 2 de mayo. Si el 30 de mayo recibió $1,073.00. ¿Qué tasa de interés (rendimiento) obtuvo sobre su capital? (Considerar los 28 días como un periodo).

Ejemplo 12.- Si el 25 de agosto se recibieron $586.44 por una inversión de $500 contratada al 8.3% mensual y se reinvirtieron los intereses, ¿cuándo se contrató la inversión?

Ejemplo 13.- La empresa "X" S.A. recibió $ 5,864.44 por una inversión de $5,000.00 a una tasa del 12% mensual y se reinvirtieron los intereses ¿Cuándo se contrató la inversión si tal cantidad fué recibida el 15 de junio?

TASAS NOMINALES Y TASAS EFECTIVAS.

En los medios comercial, financiero y bursátil se habla de diversas tasas: real, anualizada global, nominal, mensual, anual, de rendimiento, de descuento y otras más, con esto se quiere señalar que las tasas de rendimiento que se usen para comparar diferentes alternativas de inversión deben ser calculadas sobre la misma base y estas tasas son, precisamente, las tasas efectivas

En los primeros ejemplos, vimos que un capital colocado al 10% mensual compuesto produce el 21% bimestral En este caso, 10% es la tasa <u>efectiva</u> mensual, 21% es la tasa efectiva bimestral y "20% bimestral, capitalizable mensualmente", sería la tasa nominal bimestral.

Las expresiones como la anterior de " **X %** cada tiempo **Y**, con capitalizacion cada **Z** tiempo " se utilizan comúnmente en matemáticas financieras para describir tasas nominales y se puede apreciar que el elemento que permite encontrar la tasa efectiva es la mención de la capitalización.

Por otra parte, observamos que el elemento importante de las tasas efectivas (aparte, por supuesto, de la tasa misma) es el plazo: el 10% **es efectivo** a un mes, en tanto que el 21% es efectivo a dos meses. La razón por la que se les llama tasas efectivas es evidente: $100 producen **efectivamente** $10 de intereses en un mes y $21 en dos.

Se acostumbra utilizar i para representar tasas efectivas y j para las nominales. Sin embargo, resulta más facil utilizar las siglas de las tasas para identificarlas y por ello utilizaremos las siguientes:

TE = Tasa Efectiva.
TN = Tasa Nominal.

Si se utiliza **c** (minúscula para diferenciarla de **C** o **Capital**) para representar el número de capitalizaciones en las tasas nominales, es fácil advertir que la relación entre una de estas últimas y una efectiva es la siguiente:

$$TE = \left(1 + \frac{TN}{c}\right)^{c} - 1$$

o bien

$$TN = c\,[(1 + TE)^{1/c} - 1]$$

Ejemplo 14.- La tasa nominal del 20% bimestral con capitalización mensual (es decir, z capitalizaciones de un mes cada una) equivale a una tasa efectiva del 21% bimestral:

$$TE = \left(1 + \frac{0.20}{2}\right)^{2} - 1 \qquad TN = 2[(1 + 0.21)^{1/2} - 1]$$

$$= 2[(1.21)^{1/2} - 1)]$$

$$\begin{aligned} &= (1.10)^{2} - 1 \qquad && = 2(1.10 - 1)\\ &= 1.21 - 1 && = 2\,(0.10)\\ &= 0.21 \times 100 && = 0.20 \times 100\\ TE &= 21\,\% & TN &= 20\,\% \end{aligned}$$

Ejemplo 15.- El Banco de México anunció el viernes 3 de abril de 1987 que la tasa que pagarian los bancos durante la siguiente semana por pagarés a un mes con rendimiento liquidable al vencimiento seria de 92.85% (neto para personas fisicas) Si se asume una tasa fija a ese nivel durante un año ¿a qué tasa efectiva anual equivale?

O sea, 144% efectivo anual, que es bastante superior a la cifra mencionada en la tasa nominal (92.85%). No está de mas insistir en que el 144% ya incluye las capitalizaciones que en la tasa nominal se mencionan aparte, o simplemente no se mencionan.

Ejemplo 16.- ¿Cuál será la tasa efectiva de interés equivalente a una tasa nominal del 5% anual convertible bimestralmente?

Ejemplo 17.- ¿Cuál será la tasa efectiva de interés equivalente a una tasa nominal del 3% anual convertible trimestralmente?

Ejemplo 18.- Encontrar la tasa nominal convertible trimestralmente equivalente a una tasa efectiva del 5% anual.

Ejemplo 19.- ¿Cuál será la tasa efectiva de interés anual equivalente a una tasa nominal del 8% anual convertible bimestralmente?

Ejemplo 20.- ¿Cuál sera la tasa nominal anual convertible mensualmente equivalente a una tasa efectiva anual del 10% ?

Ejemplo 21.- Encontrar el monto sobre $ 1,000 al final de 3 años si la tasa de interés es del 3% anual?

Ejemplo 22.- Encontrar el monto de $1,500 al final de 2 años, si se aplica una tasa de interés del 5% anual?

Ejemplo 23.- ¿Cuál será el monto de $ 1,030 al final de 9 años a una tasa de interés del 8% convertible semestralmente?

Fórmula:

$$M = C\left(1 + \frac{TN}{c}\right)^{cn}$$

Sustitución:

$$M = 1{,}030\left(1 + \frac{0.08}{2}\right)^{2 \times 9}$$

$$M = 1{,}030\ (1 + 0.04)^{18}$$
$$M = 1{,}030\ (2.0258165)$$
$$M = 2{,}086.591$$

Ejemplo 24.- ¿Cuál será el monto de $13,500 invertidos durante 5 años, si la tasa de interés es del 18% convertible trimestralmente?

Fórmula:

$$M = C\left(1 + \frac{TN}{c}\right)^{cn}$$

Ejemplo 25.- ¿Cuál será el monto de $25,000 invertidos durante 2 años, si la tasa de interés es del 12% convertible bimestralmente?

Ejercicios:

Núm	¿Cuál será el monto compuesto de? ($)	al final de (años)	a una tasa de interés nominal del (%)	convertible (?)
1	22,500	5	15	semestralmente
2	25,000	4	18	trimestralmente
3	18,750	3	13	bimestralmente
4	15,850	2	12.5	cuatrimestralmente
5	13,900	3	14.6	cuatrimestralmente

TASAS COMERCIALES Y TASA EFECTIVAS.

En matemáticas financieras se conoce como tasa comercial la que se calcula con base en años de 360 días y es sobre esta base que se hacen una gran cantidad de cálculos en el medio bursatil.

Ejemplo 26.- Los certificados de depósito a plazo fijo en bancos (Cedes)se anunciaron en cierta semana, con tasa neta de 93.05% anual para personas físicas, si el plazo fuera entre 90 y 175 días. Esta tasa es nominal, ya que este instrumento paga intereses mensualmente que pueden reinvertirse para obtener una tasa efectiva mayor. Pero, además es una tasa comercial, pues los cálculos que se realizan con ella son con base en años de 360 días. Si se hubiera contratado un certificado por $500 a 30 días los cálculos serian:

Fórmula:

$$TD = \left(\frac{TN}{360} \right)$$

$$\frac{0.9305}{360} = 0.00258472 \text{ es la "tasa diaria"}$$

pero esta tasa diaria no es efectiva, ya que no se capitalizan los intereses diarios; de modo que, para obtener la tasa a 30 días (efectiva), se calcula;

Fórmula:

TERP = (TD X Días del período) X 100

$$0.00258472\ (30) = 0.0775416 = \text{TERP a 30 días.}$$

Ahora bien, como estos Cedes pagan intereses cada mes y hay meses de 28,29,30 y 31 días, se propone lo siguiente; <u>Calcular tasas efectivas utilizando meses de 30.417 días, que es el número promedio de días por mes en un año real (365/12) de 365 días (exceptuando los bisiestos)</u> y si el plazo fué de 30 días, el número efectivo de capitalización en el mes es:

$$\frac{30.417}{30} = 1.0139$$

por lo que la tasa efectiva mensual es :

Fórmula:

$$\textbf{TERM} = [(1 + \textbf{TERP})^{n} - 1] \times 100$$

$$\text{TERM} = (1.0775416)^{1.0139} - 1 = 0.07866076 \text{ ó } 7.87\%$$

y la tasa efectiva anual:

Fórmula:

$$\textbf{TERA} = [(1 + \textbf{TERM})^{n} - 1] \times 100$$

$$\text{TERA} = (1.07866076)^{12} - 1 = 1.48093 \text{ o bien } 148.09\%$$

Nótese también que se puede obtener directamente la TERA

Fórmula:

$$\textbf{TERA} = [(1 + \textbf{TERP})^{365/\text{PLAZO}} - 1] \times 100$$

$$\text{TERA} = [(1.0775416)^{365/30} - 1] \times 100 = [((1.0775416)^{12.166667} - 1] \times 100$$

$$\text{TERA} = 1.48093 \times 100 = 148.093\,\%$$

que es el mismo resultado obtenido antes y en donde 12.166667 es el número real o efectivo de capitalización en una año (a partir de aquí, "tasa nominal" se referirá a cualquier tasa que no sea efectiva).

Ejercicios: Determinar la Tasa Efectiva de Rendimiento Mensual (TERM) y la Tasa Efectiva de Rendimiento Anual (TERA) de las siguientes Tasas Netas (Anuales):

NUM	DATOS: Tasas Netas (anuales) %	RESPUESTAS: TERM %	TERA %
1	30.20		
2	27.92		
3	38.70		
4	43.62		
5	29.38		

TASAS DE DESCUENTO, TASAS ANUALIZADAS Y TASAS EFECTIVAS.

La tasa de descuento es un concepto que se utiliza en la comercialización de diversos valores en el mercado bursátil; por ello es necesario comprender con claridad a que se refiere.

En primer lugar, hay que entender que la tasa de descuento no es una tasa de rendimiento, sino una cifra que sirve para calcular el precio al que debe venderse un documento para que al revenderse éste posteriormente a un precio mayor, produzca ahora sí, un determinado rendimiento.

El concepto "descuento" se refiere a una práctica financiera bastante común, que consiste en vender un documento antes de su vencimiento, a un precio inferior a su valor al término de su plazo.

FORMULA DE DESCUENTO Y DE RENDIMIENTO.

Fórmula de descuento:

$$d = \left(\frac{i}{1 + [(i/360)t]} \right) X\ 100$$

Fórmula de rendimiento:

$$i = \left(\frac{d}{1 - [(d/360)t]} \right) X\ 100$$

En donde: **d** = tasa de descuento
i = tasa de rendimiento
t = días del periodo

Ejemplo 31.- El 30 de octubre la empresa "Ponderosa Industrial S.A. de C.V." realizó una oferta pública de Papel Comercial con valor nominal de $ 100 y sus múltiplos, a un plazo de 15 días a una tasa de descuento de 40 21%. Determine la tasa de rendimiento.

Ejemplo 32.- El 30 de octubre el "Grupo Chihuahua S.A. de C.V." realizó una oferta pública, a un plazo de 28 días a una tasa de descuento de 40.35%. Determinar la tasa de rendimiento.

Ejemplo 33.- El 30 de octubre la "Casa Rodoreda S.A. de C V.", realizó una oferta pública de Papel Comercial con valor nominal de $ 100 y sus múltiplos, a un plazo de 28 días a una tasa de rendimiento de 43.16%. Determinar la de descuento.

Ejercicios:

	D A T O S :				R E S P U E S T A S :	
NUM	**EMPRESA**	**PLAZO**	**TASA DE LA TASA DE**	**%**	**DETERMINAR**	**%**
1	Grupo Domit	28	Descuento	45.19	Rendimiento	
2	Carabela	28	Rendimiento	46.84	Descuento	
3	Vitro	28	Rendimiento	45.39	Descuento	
4	Mabesa S.A.	28	Descuento	44.45	Rendimiento	
5	Las Américas	21	Descuento	45.36	Rendimiento	

CERTIFICADOS DE LA TESORERIA DE LA FEDERACION Y PAGARES DE LA TESORERIA DE LA FEDERACION.

CETES.-Fueron creados mediante un decreto publicado en el Diario Oficial el lunes 28 de noviembre de 1977. La primera emisión se hizo en enero de 1978 y en el decreto que los creó se establece que:

- Son títulos de crédito al portador, a cargo del Gobierno Federal.
- Amortizables mediante una sola exhibición.
- Plazo máximo de un año.
- No contienen estipulación de pago de intereses, ya que la SHyCP da facultad para colocarlos bajo la par (con des... to).
- El Banco de México, S.A. es el agente exclusivo del Gobierno Federal para su colocación y redención.

La SHyCP determina las condiciones de colocación de Cetes considerando los objetivos y posibilidades de:

- Regulación monetaria.
- Financiamiento de la inversión productiva del Gobierno Federal.
- Influencia sobre las tasas de interés.
- Propiciamiento de un sano desarrollo del mercado de valores.
- Se mantiene en todo momento depositados en administración en el Banco de México, S.A., por cuenta de los tenedores.

FORMULAS BASICAS.

En la circular 10-20 del 11 de enero de 1978 que la Comisión Nacional de Valores envió a las casas de bolsa, se especifica que las fórmulas para determinar los precios de los Cetes y su tasa de descuento anual deben ser:

$$P = VN\ 1 - \frac{DT}{360} \qquad \frac{V - P}{V} \qquad \frac{360}{T}$$

en donde: P = precio del certificado.
VN = valor nominal del título.
D = tasa de descuento anual, expresada en fracciones de unidad
T = número de días que faltan para el vencimiento del certificado.

El número 360 que aparecen en las dos fórmulas anteriores indica que para los cálculos oficiales se considera un año de 360 días (año comercial) y no el año real de 365 ó 366 días. Para estandarizar y hacer más fácilmente identificables los símbolos que se utilizan, las fórmulas se convierten en:

$$P = VN \left(1 - \frac{TD \times N}{360} \right) \quad y, \quad TD = \frac{VN - P}{VN} \times \frac{360}{N} \quad ó \quad P = \left(1 - TD \times \frac{DIAS}{360} \right)$$

en donde: VN = valor nominal.
TD = tasa de descuento.
N = número de días de plazo.

Ejemplo 27.- Cada jueves el Gobierno Federal por conducto de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público se efectúa la colocación de Cetes. Suponiendo que se realiza una oferta a tres plazos: 28, 91 y 182 días. En el caso de la oferta a 28 días, se señala que la tasa de descuento es de 86.71% y el "rendimiento" de 92.98% "Rendimiento" aparece entre comillas ya que no es la tasa efectiva de rendimiento. Como se verá en seguida, es más bien una tasa nominal, a la que se conoce en el medio bursatil como "tasa anualizada".

La tasa de descuento, como se mencionó antes, se utiliza para calcular el precio al que se venden los Cetes y que es inferior (o "descontado") a su valor nominal.

Este precio se debe calcular utilizando la siguiente fórmula (establecida por la Comisión Nacional de Valores).

$$\mathbf{P = VN \left(1 - \frac{TD \times D}{360} \right)}$$

en donde;

VN = valor nominal = **\$10 o múltiplos**
TD = **tasa de descuento**
D = **días de plazo al vencimiento.**

Con los datos del presente ejemplo procederemos al cálculo del precio del cete:

Fórmula:

$$\mathbf{P = VN \left(1 - \frac{TD \times D}{360} \right)}$$

$$P = 10 \left(1 - \frac{0.8671\ (28)}{360}\right)$$

$$P = 10\ (0.93255889)$$

$$P = \$\ 9.32559$$

Si el cete se redime en $10, 28 días después, la ganancia de capital es:

Fórmula:

$$\mathbf{GC = VN - P}$$

$$GC = 10 - 9.32559 = \$0.67441$$

que para efectos prácticos se puede considerar como el interés ganado sobre la inversión de $ 9.32559. Con estos datos, la forma en que se calcula la tasa de "rendimiento" es.

Fórmula:

$$\mathbf{TERP = \left(\frac{GC}{P}\right) X\ 100}$$

$$TERP = \frac{.67441}{9.32559} = 0.072318213 \times 100 = 7.23\%$$

que es la tasa efectiva de rendimiento al plazo (TERP) de 28 días. Luego se calcula la "tasa diaria":

Fórmula:

$$\mathbf{TERD = \left(\frac{TERP}{DIAS\ DE\ PLAZO}\right) X\ 100}$$

$$TERD = \frac{0.072318213}{28} = 0.002582793 \times 100 = 0.25\%$$

para calcular finalmente la "tasa anual de rendimiento"

Fórmula:

TAR = (TERD X 360) X 100

TAR = 0.002582793 (360) = 0.92980559 X 100 = 92.98%

que es la tasa que se anuncia como tal pero que, como puede verse fácilmente, no es la tasa efectiva sino una tasa nominal. A esta tasa se le denomina "anualizada" y se obtiene, por ejemplo, multiplicando una tasa diaria (que también es nominal) por 360.

La verdadera tasa efectiva se puede calcular con base en la tasa efectiva de rendimiento al plazo, considerando reinversión de intereses en la misma tasa.

La tasa efectiva de rendimiento mensual (TERM).

Fórmula:

$$\mathbf{TERM = [(1 + TERP)^{30.417/PLAZO} - 1] X 100}$$

$$TERM = (1.072318213)^{30.417/28} - 1 = 0.07880082 \times 100 = 7.880082\%$$

La tasa efectiva de rendimiento anual.

Fórmula:

$$\mathbf{TERA = [(1 + TERP)^{365/PLAZO} - 1] X 100 =}$$

$$TERA = (1.072318213)^{365/28} -1 = 1.48479669 \text{ o } 148.48\%$$

Los cálculos para los Cetes a otros plazos se hacen de la misma manera, aunque utilizando el número de días pertinente.

Ejemplo 28.- Si una oferta de Cetes a 28 días señala que la tasa de descuento es de 49.13% y el rendimiento de 51.08% determinar:

a.-) Precio del Cete.(P)
b.-) Ganancia del capital.(GC)
c.-) Tasa efectiva de rendimiento al plazo.(TERP)
d.-) Tasa efectiva de rendimiento diario.(TERD)
e.-) Tasa anual de rendimiento.(TAR)

f.-) Tasa efectiva de rendimiento mensual.(TERM)
g.-) Tasa efectiva de rendimiento anual.(TERA)

a.-) **Fórmula:**

$$P = VN \left(1 - \frac{TD \times D}{360} \right)$$

b.-) **Fórmula:**

$$GC = VN - P$$

c.-) **Fórmula:**

$$TERP = \left(\frac{GC}{P} \right) X\ 100$$

d.-) **Fórmula:**

$$TERD = \left(\frac{TERP}{\text{días plazo}} \right) X\ 100$$

e.-) **Fórmula:**

$$TAR = (TERD \times 360)\ X\ 100$$

f.-) **Fórmula:**

$$TERM = \left[(1 + TERP)^{30.417/PLAZO} - 1 \right] \times 100$$ **(se anotan los días del período)**

g.-) **Fórmula:**

$$TERA = \left[(1 + TERP)^{365/PLAZO} - 1 \right] \times 100$$ **(se anotan los días del periodo)**

Ejemplo 29.- Si una oferta de cetes a 28 días señala que la tasa de descuento es de 49.96% y el rendimiento de 51.98% determinar:

a.-) Precio del cete.(P)
b.-) Ganancia de capital.(GC)
c.-) Tasa efectiva de rendimiento al plazo (TERP)
d.-) Tasa efectiva de rendimiento diario (TERD)
e.-) Tasa anual de rendimiento.(TAR)
f.-) Tasa efectiva de rendimiento mensual.(TERM)
g.-) Tasa fectiva de rendimiento anual.(TERA)

Ejemplo 30.- Si una oferta de cetes a 28 días señala que la tasa de descuento es de 37.11% y el rendimiento de 38.33% determinar:
a.-) Precio del cete.(P)
b.-) Ganancia de capital.(GC)
c.-) Tasa efectiva de rendimiento al plazo (TERP)
d.-) Tasa efectiva de rendimiento diario (TERD)
e.-) Tasa anual de rendimiento.(TAR)
f.-) Tasa efectiva de rendimiento mensual (TERM)
g.-) Tasa fectiva de rendimiento anual.(TERA)

Ejercicios:

NUM.	CETES A "X" DIAS	TASA DE DESCUENTO %
1	91	39.98
2	14	28.83
3	21	35.48
4	7	21.10
5	182	35.50

Cuando las tasas suben.

Los cetes del 4 de diciembre de la emisión 1-49-86, con 82 20% de tasa de descuento y 91 días de plazo comprados el día de su emisión y conservados hasta su vencimiento, indicaron los siguientes resultados:

a.-) **Fórmula:**

$$P = VN \left(1 - \frac{TD \times D}{360} \right)$$

$$P = 10.000 \left(1 - \frac{0.822\ (91)}{360} \right) = 7,922.17$$

b.-) Fórmula:

$$GC = VN - P$$

GC = 10,000 - 7,922.17 = 2,077.83

c.-) Fórmula:

$$TERP = \left(\frac{GC}{P} \right) X\ 100$$

$$TERP = \frac{2,077.83}{7,922.17} = 0.262280411\ X\ 100 =$$

TERP = 26.22 %

d.-) Fórmula:

$$\textbf{TERM} = [\,(1 + TERP)^{30.417/PLAZO\ (\text{se anotan los días del período})\ =\ 30.417\,/\,91} - 1\,]\ x\ 100$$

$$TERM = (1\ 262280411)^{.334252747} - 1 = 0.080964965\ X\ 100 =$$

TERM = 8.0964 %

e.-) Fórmula:

$$\textbf{TERA} = (\,(1 + TERP)^{365/PLAZO\ (\text{se anotan los días del periodo})} - 1\,)\ x\ 100$$

$$TERA = [(\ 1 + TERP\ )^{365/91} -1\ ]\ X\ 100$$

$$TERA = (1\ 262280411)^{365/91} - 1 = 1.54527653\ x\ 100 =$$

TERA = 154.527 %

Por otra parte, el 18 de diciembre se hizo la emisión 1-51-86, con 83.64% de tasa de descuento y 91 días de plazo. Si en esta fecha se hubieran vendido los Cetes de la emisión 1-49-86, de acuerdo con la nueva tasa, el resultado habría sido:

Dias por vencer 91 - 14 = 77

$$P = 10,000 \left(1 - \frac{0.8364(77)}{360} \right) = 8,211.03$$

Es decir, a los 14 días se habría vendido en $ 8.211.03 un documento con precio original de $7.92217; habría habido una ganancia de capital de:

GC = 8,211.03 - 7,922.17 = 288.86 en 14 días.

Por ello, la tasa efectiva de rendimiento al plazo:

$$TERP = \frac{288.86}{7,922.17} = 0.03646223 \times 100 = 3.646223\%$$

la tasa de rendimiento mensual será:

$$TERM = [(1 + TERP)^{30.417/PLAZO \; = \; 30.417 / 14} - 1] \times 100$$

$$TERM = (1.03646223)^{2.1726428} - 1 = 0.08091653 \times 100 =$$

TERM = 8.0916 %

y la tasa efectiva de rendimiento anual:

$$TERA = (1.03646223)^{365/14} - 1 = 1.543908445 \times 100 = 154.3908445\%$$

que como puede verse, es inferior a la que se habría obtenido de haber conservado los Cetes hasta su vencimiento. La conclusión sería entonces que, al subir la tasa, el rendimiento se reduce.

Cuando las tasas bajan.

Las condiciones de la emisión **1-51-88** son:

Tasas de descuento: **83.64%**

Plazo: 91 días.

$$\text{Precio: } 10,000 \left(1 - \frac{0.8364(91)}{360} \right) = 7,885.77$$

GC = VN - P

GC = 10,000 - 7,885.77 = 2,114.23

$$\frac{2,114.23}{7,885.77} = 0.268106983 \ X \ 100 = 26.81 \ \%$$

$$TERP = \left(\frac{10,000 - 7,885.77}{7,885.77} \right) = 0.268106983$$

la tasa de rendimiento mensual será:

$$TERM = [(1 + TERP)^{30.417/91} - 1] \times 100$$

$$TERM = (1.268106983)^{0.334252747} - 1 = 0.082630 \ X \ 100 =$$

TERM = 8.2630 %

y la tasa efectiva de rendimiento anual:

$$TERA = (1 + TERP)^{365/91} - 1 =$$

$$TERA = (1.268106983)^{4.01098901} - 1 =$$

TERA = 1.592729 X 100 = 159.2729%

La emisión 1-02-87 tuvo una tasa de descuento de 82.74%, que es menor que la emisión 1-51-86. Si se vendieron los Cetes de esta emisión a la nueva tasa más baja, el resultado sería:

Días de vencimiento: 91 - 21 = 70

$$P = 10,000 \left(1 - \frac{0.8274 \ (70)}{360} \right) = 8,391.17$$

La ganancia de capital obtenida en los 21 días que se conservaron los Cetes sería:

GC = 8,391.17 - 7,885.77 = 505.40

por lo que:

$$TERP = \frac{505.40}{7,885.77} = 0.064090127 \times 100 = 6.4090127\% \text{ a 21 días}$$

la tasa de rendimiento mensual será:

$$TERM = [(1 + TERP)^{30.417/21} - 1] \times 100$$

$$TERM = (1.064090127)^{1.448428571} - 1 = 0.094148 \times 100 =$$

$$TERM = 9.4148\ \%$$

y la tasa efectiva de rendimiento anual:

$$TERA = (1.064090127)^{365/21} - 1 = 1.943815064 \times 100 = 194.3815064$$

que es considerablemente superior a la que se habría obtenido si se hubieran conservado los Cetes hasta su vencimiento.

CALCULO DE LAS COMISIONES Y CUOTAS POR LA COLOCACION DE OFERTA PUBLICA DE PAPEL COMERCIAL. QUE DEBE REALIZAR LA EMPRESA EMISORA.

Ejemplo: Oferta pública de papel comercial por un importe de $2'000,000 a un plazo de 31 días, del 4 de mayo al 4 de junio de 1995, con una tasa de rendimiento del 17.02% y una tasa de descuento de 16.77%

C a l c u l o s :

IMPORTE DE LA EMISION: $ 2'000,000.00
PLAZO 31 DIAS. DEL 4 DE MAYO DE 1995 AL 4 DE JUNIO DE 1995.

COMISION PARA EL INTERMEDIARIO COLOCADOR 1.25% ANUAL.

$$\frac{\$\ 2'000,000 \times (1.25/100)}{360} \times 31 \text{ DIAS} \qquad \$\ 2,152.78$$

15% IVA 322.92 $ 2,475.70

COMISION AL INDEVAL 0.0132 AL MILLAR MENSUAL

$\dfrac{\$\ 2'000{,}000 \times (0.0132/1{,}000)}{30} \times 31$ DIAS	$ 27.28		
15% IVA	4.09		31.37

COMISION A LA B.M.V. 0.17% ANUAL DEL PRIMER $ 1'000,000
0.085% ANUAL PARA LOS SUBSECUENTES.

$\dfrac{\$\ 1'000{,}000 \times (0.17/100)}{360} \times 31$ DIAS	$ 146.39		
$\dfrac{\$\ 1'000{,}000 \times (0.085/100)}{360} \times 31$ DIAS	73.19		
		$ 219.58	
15% IVA		32.94	252.52

CUOTA COMISION NACIONAL DE VALORES
POR ESTUDIO Y TRAMITE DE SOLICITUD. $ 3,540.00

15% IVA	531.00		4,071.00

COMISION POR INSCRIPCION EN EL REGISTRO NACIONAL
DE VALORES E INTERMEDIARIOS.
POR LO PRIMEROS $ 184'000,000 AL 0.9 AL MILLAR Y
0.045% POR EXCEDENTE ANUAL.

$\dfrac{\$\ 2'000{,}000 \times (0.9/1000)}{360} \times 31$ DIAS	$ 155.00		
15% IVA	23.25		178.25

ANUNCIO EN EL PERIODICO (IVA INCLUIDO) 2,415.00

CALCULO DE INTERESES:

TASA DE RENDIMIENTO 17.02%
TASA DE DESCUENTO 16.77%

$ 2'000,000 X (16.77/100) / 360 X 27 DIAS	$ 25,155.00	
$ 2'000,000 X (16.77/100) / 360 X 4 DIAS	3,726 67	28,881.67

TOTAL A CUBRIR
(SIN INCLUIR LA CALIFICACION) $ 38,305.51

CALIFICADORA DE VALORES

PAPEL COMERCIAL

	CUOTA FIJA	% SOBRE EXCEDENTE LIMITE INFERIOR.
HASTA $ 2'000,000	$ 15,000	....
DE $ 2'000,001 HASTA $ 5'000,000	15,000	0.0750
DE $ 5'000,001 HASTA $ 15'000,000	17,250	0.0625
DE $ 15'000,001 HASTA $ 50'000,000	23,500	0.0500
DE $ 50'000,001 HASTA $ 100'000,000	41,000	0.0375
DE $ 100'000,001 HASTA $ 250'000,000	59,750	0.0250
DE $ 250'000,001 EN ADELANTE	97,250	0.0100

PAGARE DE MEDIANO

PLAZO Y BLIGACIONES

	CUOTA FIJA	% SOBRE EXCEDENTE LIMITE INFERIOR.
HASTA $ 5'000,000	$ 17,250	....
DE $ 5'000,001 HASTA $ 15'000,000	17,250	0.0625
DE $ 15'000,001 HASTA $ 50'000,000	23,500	0.0500
DE $ 50'000,001 EN ADELANTE	41,000	0.0375

PRINCIPALES FORMULAS PARA EL CALCULO DE CETES, PAPEL COMERCIAL Y ACEPTACIONES BANCARIAS.

FORMULA DE DESCUENTO

$$d = \frac{i}{1 + [(i / 360)\, t]} \times 100$$

FORMULA DE RENDIMIENTO

$$i = \frac{d}{1 - [(d / 360)\, t]} \times 100$$

PRECIO

$$P = VN \left(1 - \frac{TD \times PLAZO}{360} \right)$$

GANANCIA DE CAPITAL

$$GC = VN - P$$

TASA EFECTIVA DE RENDIMIENTO EN EL PLAZO

$$TERP = \frac{GC}{P} \times 100$$

TASA EFECTIVA DE RENDIMIENTO DIARIO

$$TERD = \frac{TERP}{DIAS\ DEL\ PLAZO} \times 100$$

TASA ANUAL DE RENDIMIENTO

$$TAR = (TERD \times 360) \times 100$$

TASA EFECTIVA DE RENDIMIENTO MENSUAL

$$TERM = [(1 + TERP)^{30.417/PLAZO} - 1] \times 100$$

TASA EFECTIVA DE RENDIMIENTO ANUAL

$$TERA = [(1 + TERP)^{365/PLAZO} - 1] \times 100$$

ó

$$TERA = [(1 + TERM)^{12} - 1] X 100$$

CERTIFICADOS DE DEPOSITO (CEDES).
Los certificados de depósito son depósitos a plazo fijo.

Ejemplo 34.- Se tienen Certificados de Depósito a 30 días con una tasa nominal anual del 31.30% y Cedes a 90 días con una tasa nominal anual del 29.25%. Calcular:

a.-) Tasa diaria.(TD)
b.-) Tasa efectiva de rendimiento al plazo a 30 días.(TERP)
c.-) Tasa efectiva mensual (TERM) y,
d.-) Tasa efectiva anual.(TERA)
CEDE a 30 días:

a.-) Tasa Diaria:

Fórmula:

$$TD = \left(\frac{TN}{360} \right) X 100$$

b.-) Tasa Efectiva a 30 días:
Fórmula:

TERP = (TD X DIAS) X 100 =

c.-) Tasa Efectiva de Rendimiento Mensual:

30.417/30 (se anotan los días del periodo)

$$TERM = [(1 + TERP)^{30.417/30} - 1] x 100$$

NOTA. SI SE DESEA CALCULAR EL RENDIMIENTO DE MANERA BIMESTRAL, TRIMESTRAL, CUATRIMESTRAL Y SEMESTRAL SE APLICARIAN LAS SIGUIENTES FORMULAS, TOMANDO COMO BASE EL RESULTADO MENSUAL;

bimestral $= (1 + TERM)^{2} - 1$

trimestral $= (1 + TERM)^{3} - 1$

cuatrimestral $= (1 + TERM)^{4} - 1$

semestral $= (1 + TERM)^{6} - 1$

a) Tasa mensual (30.417 días) efectiva

$(1.0260833)^{30.417/30} - 1 = (1.0260833)^{1.0139} - 1 = .0264506 \times 100 = 2.64\%$

b) Tasa bimestral (60.834 días) efectiva

$(1.0264506)^{2} - 1 = .0536008 \times 100 = 5.36\%$

c) Tasa trimestral (91.251 días) efectiva

$(1.0264506)^{3} - 1 = .0814692 \times 100 = 8.14\%$

d) Tasa cuatrimestral (121.668 días) efectiva

$(1.0264506)^{4} - 1 = .1100747 \times 100 = 11.00\%$

e) Tasa semestral (182.502 días) efectiva

$(1.0264506)^{6} - 1 = .1695756 \times 100 = 16.95\%$

f) Tasa anual (365 días) efectiva

$(1.0264506)^{12} - 1 = .3679072 \times 100 = 36.79\%$

d.-) Tasa Efectiva de Rendimiento Anual:
Fórmula:

$$TERA = [(1 + TERM)^{12} - 1] \times 100$$

Comprobación.

Fórmula:

$$TERA = [(1 + TERP)^{365/30} - 1] \times 100$$

(se anotan los días del período)

Ejercicios:
Con los siguientes datos de CEDES determinar:
a.-) Tasa diaria.(TD)
b.-) Tasa efectiva de rendimiento al plazo a 30 días.(TERP)
c.-) Tasa efectiva de rendimiento mensual (TERM) y,
d.-) Tasa efectiva de rendimiento anual.(TERA)

NUM.	P L A Z O S (días)	TASA NOMINAL ANUAL %
1.-)	30	29.50
	90	28.10
2.-)	30	30.70
	90	28.90
3.-)	30	27.80
	90	25.90
4.-)	30	28.30
	90	27.20
5.-)	30	31 12
	90	30.07

PLAZO A 30 DIAS.

R E S P U E S T A S :	1	2	3
a.-) Tasa diaria.(TD)			
b.-) Tasa efec. rend. plazo a 30 días.(TERP)			
c.-) Tasa efec. rend. mensual (TERM) y,			
d.-) Tasa efec. rend. anual.(TERA)			

R E S P U E S T A S :	4	5
a.-) Tasa diaria.(TD)		
b.-) Tasa efec. rend. plazo a 30 días.(TERP)		
c.-) Tasa efec. rend. mensual (TERM) y,		
d.-) Tasa efec. rend. anual.(TERA)		

Ejemplo 35.- Si suponemos un depósito de $10,000 realizado el 13 de noviembre de 1993 al 13 de diciembre, es decir un plazo de 30 días. Suponiendo que la tasa nominal sea del 31.30% sería su cálculo como sigue:

a.-) Tasa Diaria:

Fórmula:

$$TD = \left(\frac{TN}{360} \right) \times 100 =$$

¿Cuánto se pagarían de los intereses el 1° de diciembre correspondiendo al periodo del 13 al 30 de noviembre (17 días);

El 13 de diciembre se recuperan los $10,000 invertidos más los intereses del 1° al 13 de diciembre (13 días), ¿Cuánto sería lo que se recupera en la fecha de su vencimiento?

Para su mejor comprensión, conviene representar este ejemplo con un diagrama de tiempo y valor:

```
13/nov /93
$ 10,000            30/nov./93               13/dic./93
   |---------------------|------------------------|
                    $ 147.798       $ 113.022 + $10,000
```

Puede presentarse el caso, en que el pago de intereses devengados no puedan cobrarse el día indicado por ser inhábil. El hecho de que no se puedan cobrar los intereses sino hasta dos días después, causa un impacto sobre la tasa efectiva que se obtiene. Este efecto aunque pueda parecer pequeño,con montos grandes de inversión, puede resultar significativo y se le debe tomar en cuenta.

PAGARES CON RENDIMIENTO LIQUIDABLE AL VENCIMIENTO.
PAGARES A UN MES.

Ejemplo 36.- Se deposita $1,000 el 27 de noviembre de 1993 en un pagaré a un mes que vence el 27 de diciembre. Su tasa nominal es de 35.25%.

Fórmula:

$$TERP = \left(\frac{TN}{12} \right) X\ 100$$

La tasa efectiva a 30 días: $\frac{.3525}{12} = 0.029375\ X\ 100 = 2.93\%$

Que es la tasa efectiva pagada en 31 días. La tasa efectiva a 30.417 días (el número promedio de días al mes en años de 365 días) sería:

Fórmula:

$$TERM = [(1 + TERP)^{30.417\ /\ DIAS\ DEL\ PLAZO} - 1]\ X\ 100$$

$$(1.029375)^{30.417/31} - 1 = (1.029375)^{0.9811935} - 1 = 0.0288146\ X\ 100 = 2.88\%$$

La tasa efectiva trimestral sería:

$(1.0288146)^{3} - 1 = 0.0889585 \times 100 = 8.89\%$

La tasa efectiva anual sería:

$(1\ 0288146)^{12} - 1 = 0\ 4061946 \times 100 = 40.61\%$

Realizar el cálculo con meses de 30 y con meses de 28 días, considerando la tasa nominal de 35.25% .

a) 30 días $\dfrac{3525}{12} = 0.029375 \times 100 = 2.93\%$ (tasa efectiva a 30 días)

La tasa efectiva mensual (meses de 30 días)

$(1.029375)^{30.417/30} - 1 = (1.029375)^{1\ 0139} - 1 = 0.0297893 \times 100 = 2.978\%$

b) 28 días $\dfrac{.3525}{12} = 0.029375 \times 100 = 2.93\%$ (tasa efectiiva a 30 días)

La tasa efectiva mensual (mes de 28 días)

$(1\ 029375)^{30.417/28} - 1 = (1.029375)^{1.0863214} - 1 = 0.0319507 \times 100 = 3.19\ \%$

Resulta claro que, conforme menos dure el mes, mayor será la tasa efectiva que se obtenga. Además, al analizar casos particulares, es necesario tener presente si el día del vencimiento es habil o no, ya que en caso de no serlo, los depósitos se recuperan hasta el dia habil siguiente y esto hace que la tasa efectiva disminuya.

METODOS DE EVALUACION QUE TOMAN EN CUENTA EL VALOR DEL DINERO A TRAVES DEL TIEMPO.

El estudio de evaluación económica es la parte final de toda la secuencia de análisis de la factibilidad de un proyecto. Si no han existido contratiempos, se sabrá hasta este punto que existe un mercado potencial atractivo; se habrán determinado un lugar óptimo para la localización del proyecto y el tamaño más adecuado para este último, de acuerdo con las restricciones del medio; se conocerá y dominará el proceso de producción, así como todos los costos en que se incurrirá en la estapa productiva, además de que se habrá calculado la inversión necesaria para llevar a cabo el proyecto.

Sin embargo, a pesar de conocer incluso las utilidades probables del proyecto durante los primeros cinco años de operación, aún no se habrá demostrado que la inversión propuesta será económica rentable.

En este momento surge el problema sobre el método de análisis que se empleará para comprobar la rentabilidad económica del proyecto. Se sabe que el dinero disminuye su valor real con el paso del tiempo, a una tasa aproximadamente igual al nivel de inflación vigente. Esto implica que el método de análisis empleado deberá tomar en cuenta este cambio de valor real del dinero a través del tiempo. También se analizarán las ventajas y desventajas de los métodos de análisis que no toman en cuenta este hecho.

Esto introduce el concepto de equivalencia. Si se pregunta a cuánto equivalen $ 1,000 de hoy a $ 1,000 dentro de un año, es cierto suponer que con base en la fórmula anterior, para calcular cantidades equivalentes del presente al futuro y sabiendo que **P** = 1,000 (cantidad en tiempo presente) y n = 1, la cantidad equivalente de $1,000 dentro de un año dependerá exclusivamente de la "i" o tasa de interés que se aplique. Tómese una tasa de referencia; por ejemplo, la tasa inflacionaria En México, en 1985, fué cercana al 90% (i = 0.9), entonces:

$$F_1 = 1{,}000\,(1 + 0.9)^1 = 1{,}900$$

Esto significa que si la tasa inflacionaria en un año es de 90%, da exactamente lo mismo tener $ 1,000 al principio de un año que $ 1,900 al final de él. Si se puede comparar un artículo al principio de año (por ejemplo, un libro), por $ 1,000 al final de ese año, solo se podrá adquirir el mismo libro aunque se tenga aparentemente casi el doble de dinero.

Así, pues, las comparaciones de dinero en el tiempo deben hacerse en términos del valor adquisitivo real o de su equivalencia en distintos momentos, no con base en su valor nominal.

Supóngase otro ejemplo. Una persona pide prestados $ 1,000 y ofrece pagar $1,900 dentro de un año. Si se sabe que la tasa de inflación en el próximo año será de 90% y se despeja la P tenemos:

$$P = \frac{F}{(1 + i)^n} = \frac{1{,}900}{(1 + 0.9)^1} = 1{,}000$$

El resultado indica que si se acepta hacer el préstamo en esas condiciones, no se estará ganando nada sobre el valor real del dinero, ya que solo será reintegrada una cantidad exactamente equivalente al dinero prestado. Por lo anterior, se puede concluir que siempre que se hagan comparaciones de dinero a través del tiempo se deben hacer en un solo instante, usualmente el tiempo cero o presente y siempre deberá tomarse en cuenta una tasa de interés, pues ésta modifica el valor del dinero conforme transcurre el tiempo.

VALOR PRESENTE NETO (VPN). DEFINICION VENTAJAS Y DESVENTAJAS.

Ahora será explicada claramente la definición, partiendo del estado de resultados se ve la gran utilidad al llegar a la estimación de los flujos netos de efectivo (FNE), y que de esta manera sirve para realizar la evaluación económica. Si se quiere representar los FNE por medio de un diagrama, éste podria quedar de la siguiente manera: tómese para el estudio un horizonte de tiempo de, por ejem., cinco años. Trácese una linea horizontal y dividase ésta en cinco partes iguales, que representan cada uno de los años. A la extrema izquierda colóquese el momento en el que se origina el proyecto o tiempo cero. Represéntense los flujos positivos o ganancias anuales de la empresa con la flecha hacia arriba y los desembolsos o flujos negativos, con una flecha hacia abajo. En este caso, el único desembolso es la inversión inicial en el tiempo cero, aunque podría darse el caso de que en determinado año hubiera una pérdida (en vez de ganancia) y entonces aparecería en el diagrama de flujo una flecha hacia abajo.

```
      FNE   FNE   FNE   FNE   FNE + VS
       |1    |2    |3    |4    |5
       |     |     |     |     |
 0     |1    |2    |3    |4    |5
 |
 |
 P
```

Cuando se hacen cálculos de pasar, en forma equivalente, dinero del presente al futuro, se utiliza una "i" de interés o crecimiento del dinero; pero cuando se quiere pasar cantidades futuras al presente, como en este caso, se usa una "tasa de descuento", llamada así porque descuenta el valor del dinero en el futuro a su equivalente en el presente y a los flujos traidos al tiempo cero se les llama flujos descontados.

La definición ya tiene sentido. Sumar los flujos descontados en el presente y restar la inversión inicial equivale a comparar todas las ganancias esperadas contra los desembolsos necesarios para producir esas ganancias, en términos de su valor equivalente en este momento o tiempo cero. Es claro que para aceptar un proyecto las ganancias deberán ser mayores que los desembolsos, lo cual dará por resultado que el VPN sea mayor que cero. Para calcular el VPN se utiliza el costo de capital o TMAR

Si la tasa de descuento, costo de capital o TMAR aplicada en el cálculo del VPN fuera la tasa inflacionaria promedio pronosticada para los próximos 5 años , las ganancias de la empresa sólo servirán para mantener el valor adquisitivo real que la empresa tenía en el año cero siempre y cuando se reinvirtieran todas las ganancias. Con un VPN = 0 no se aumenta el patrimonio de la empresa durante el horizonte de planeación estudiado, si el costo de capital o TMAR es igual al promedio de la inflación en ese periodo.

Pero aunque VPN = 0, habría un aumento en el patrimonio de la empresa si el TMAR aplicado parea calcularlo fuera superior a la tasa inflacionaria promedio de ese periodo. Por otro lado, si el resultado es VPN > 0, sin importar cuánto supere a cero ese valor, esto implica una ganancia extra después de ganar la TMAR aplicada a lo largo del periodo considerado. Eso explica la gran importancia que tiene seleccionar una TMAR adecuada.

El cálculo del VPN para el periodo de cinco años es:

$$VPN = -P + \frac{FNE_1}{(1+i)^1} + \frac{FNE_2}{(1+i)^2} + \frac{FNE_3}{(1+i)^3} + \frac{FNE_4}{(1+i)^4} + \frac{FNE_5 + VS}{(1+i)^5}$$

Como se puede observar, el valor del VPN es inversamente proporcinal al valor de "i" aplicada, de modo que como la "i" si se pide un gran rendimiento a la inversión (es decir, si la tasa mínima aceptable es muy alta) , el VPN puede volverse fácilmente negativo y en este caso se rechazaría el proyecto.

Como conclusiones generales acerca del uso del VPN como método de análisis se puede decir lo siguiente:

a.-) Se interpreta fácilmente su resultado en términos monetarios.

b.-) Supone una reinversión total de todas las ganancias anuales, lo cual no sucede en la mayoría de las empresas.

c.-) Su valor depende exclusivamente de la "i" aplicada. Como esta es la TMAR, su valor lo determina el evaluador d.-) Los criterios de evaluación son: si VPN > o = 0, acéptese la inversión; si VPN < 0, rechácese

CONCEPTO DE EQUIVALENCIA FINANCIERA.

Dos cantidades son equivalentes para un inversionista cuando éste es indiferente entre recibir ambas sumas de dinero en distintos momentos, si éstas difieren exactamente en el monto del interés que normalmente produce el dinero para él considerando su tasa de oportunidad.

La importancia del concepto de equivalencia radica en que permite desarrollar un conjunto de relaciones matemáticas entre sumas de dinero que se reciben en diferentes momentos, para establecer la equivalencia entre ellas, partiendo de los siguientes principios:

a) Toman en cuenta, todos los ingresos y egresos que genera él proyecto de inversión.
b) Consideran el valor relativo del dinero con el tiempo, así como la tasa de interés de equivalencia o de oportunidad cuando se comparan cantidades que aparecen en periodos de tiempo diferentes.

Relación # 1.

Esta relación nos permite determinar la equivalencia que existe entre una suma actual de dinero **$C** y una futúra **$M**, sobre la base del interés compuesto.

$C $M

0 1 2 3 4 5 6 7 n-2 n-1 n

$$M = C(1+i)^{n}$$

$$C = M(1+i)^{-n} \qquad \text{ó} \qquad C = \frac{M}{(1+i)^{n}}$$

$$i = \left(\frac{M}{C}\right)^{1/n} - 1$$

$$n = \frac{\log. M - \log. C}{\log(1+i)}$$

$$M = C\left(1 + \frac{TN}{c}\right)^{cn}$$

$$C = \frac{M}{\left(1 + \frac{TN}{c}\right)^{cn}}$$

Se utiliza para tomar decisiones relativas a recibir una suma de dinero hoy o esperarse a recibir la suma futura calculada sobre la base de la tasa de interés de oportunidad del inversionista

Ejemplos:
1.- Se tiene la alternativa de cancelar $160'000,000 hoy o pagar una suma dentro de cinco años, si su tasa anual de oportunidad es del 27%. Cuál es el valor máximo de la suma para que prefiera el pago hasta los cinco años ?

2.- Cuál es el interés que se gana en una inversión que requiere de un desembolso inicial de $20,000 y genera un solo pago de $50,000 al final del quinto año ?

3 - Se desea conocer el tiempo que dura una inversión de $25,000 en duplicarse a una tasa anual de 41 40% ?

4.- Cuánto se requiere invertir ahora en un certificado de depósito que paga el 30% anual convertible cada 30 días sobre la base comercial de 360 días para acumular al final del año $50,000 ?

Relación # 2.
Esta relación permite determinar la equivalencia que existe entre una serie de sumas uniformes, cada una de ellas de magnitud **$R**, y una suma futura **$M**. Las sumas uniformes se reciben al final de cada periodo y la suma **$M** se obtiene al final del período **n**.

$R	$R	$R	$R	$R	$R	$R	$R	^	$R	$R	$R	$R
0	1	2	3	4	5	6	7		n-3	n-2	n-1	n
												$M

$$n = \frac{\log\left[\left(M \times i / R\right) + 1\right]}{\log(1 + i)} \quad \text{ó} \quad n = \frac{\log\left(\frac{M \times i}{R} + 1\right)}{\log(1 + i)}$$

$$M = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$R = M \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad \text{ó} \quad R = \frac{S * i}{(1+i)^n - 1}$$

Es útil para determinar el monto de pagos periódicos iguales a una tasa de interés de oportunidad para constituir una suma futura por ejemplo; constitución de fondos de reserva, fondos de inversiónes, etc.

Ejemplos.
1.- Un fondo de inversión privado acepta pagar 4% mensual de interés con la condición de que el inversionista se comprometa a realizar depósitos mensuales durante 12 meses y esperar hasta el final del mes 12 retirar el capital e intereses. El inversionista desea saber ¿cuánto acumula si invierte $1,500 mensuales al final del plazo convenido, de los 12 meses ?

2.- Se ha adquirido una máquina cuya vida útil es de 10 años y con un valor de reemplazo estimado al término de dicho periodo de $50,000. Se desea establecer un sistema de ahorro que permita acumular tal suma para poder reemplazar la máquinaria cuando ésta deje de servir. La empresa tiene oportunidad de colocar los fondos que separa como depreciación a una tasa del 27%. anual ¿Cuál debe ser el monto de las mensualidades o anualidades?

En cuál de los dos cálculos se paga menos?

Relación # 3.
La tercera relación de equivalencia fundamental es la que se presenta entre una serie de sumas periódicas **$R** y una suma presente **$C**. Las sumas de magnitud **$R** aparecen al concluir cada uno de los próximos **n** periodos y la suma **$P** aparece en el momento cero.

$P	$R	$R	$R	$R	$R	$R	$R		$R	$R	$R	$R
0	1	2	3	4	5	6	7		n-3	n-2	n-1	n

$$n = \frac{\log [1 / (1 - (C * i / R))]}{\log (1 + i)}$$

$$C = R \, \frac{(1+i)^{n} - 1}{i(1+i)^{n}}$$

$$R = C \, \frac{i(1+i)^{n}}{(1+i)^{n} - 1}$$

Esta relación permite evaluar decisiones de recibir o entregar hoy una suma de dinero o un monto periódico de dinero considerando una tasa de interés de oportunidad, por ejemplo: fondos de pensiones, de amortizaciones etc.

Relación # 3.

1.- Una empresa aérea piensa jubilar a uno de sus capitanes. Por concepto de pensión debe pagarle $8'000 mensuales durante los próximos 60 meses, ya que al final de tal periodo, según los cálculos actuariales, se estima que fallezca. El director financiero desea saber cuanto debe reservar ahora, para cubrir los pagos futuros, si los fondos se invirtieron al 1% mensual.

2.- Ramón quiere asegurar a su hijo los medios económicos para que termine su carrera universitaria, la cual dura [illegible]s e inicia el próximo semestre.

El costo asciende a $8,500 pesos semestrales mismos que incluyen inscripción, mensualidades y material académico. Cuenta con la alternativa de depositar hoy cierta suma en un fondo de inversiones que le reditua el 15% semestral ¿Cuál es el monto que debe depositar ahora para contar con los $8,500 cada semestre durante cinco años?

3.- Cuál es el monto de 60 mensualidades o de 5 anualidades que resultan de la compra de un terreno con valor de $500,000 si la tasa de interés es del 18% anual y las condiciones de pago son 10% de enganche y el resto se reparte igual en mensualidades o en anualidades. Determine en cuál se paga menos.

Relación #4.

La cuarta relación de equivalencia es la que se presenta entre una serie de partidas **$R** y otra integrada por sumas cuya magnitud va aumentando en la **cantidad $G**.

La serie creciente se puede visualizar como la suma de series de magnitud **$G** que empiezan en el segundo, tercer y n periodos.

	0	1	2G	3G	4G	5G	6G		(n-3)G	(n-2)G	(n-1)G
0	1	2	3	4	5	6	7		n-2	n-1	n
	$R	$R	$R	$R	$R	$R	$R		$R	$R	$R

$$R = G * \left(\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right)$$

$$G = \frac{R}{\dfrac{1}{i} - \dfrac{n}{(1+i)^n - 1}}$$

Esta relación permite evaluar decisiones de realizar o recibir sumas incrementales o rentas periódicas de dinero.

1.- Un empresario se ha comprometido a pagar las cuotas anuales que se detallan, durante cinco años a partir del próximo año, para adquirir los derechos de transmisión de un programa en televisión. Desea saber a qué cuota uniforme anual equivalen estos pagos crecientes, si su tasa de interés de oportunidad es del 20% anual.

Datos:
R = ?
G = $30,000.
i = 20%.
n = 5

AÑOS	IMPORTE
Septiembre 1995	$ 10,000
Septiembre 1996	$ 40,000
Septiembre 1997	$ 70,000
Septiembre 1998	$100,000
Septiembre 1999	$130,000

FORMULA:

$$R = G * \left(\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right)$$

VALOR PRESENTE.
A menudo resulta útil determinar el "valor presente" de una cantidad futura de dinero. Este tipo de cálculo es importante en los procesos de decisiones financieras. El concepto de valor presente, al igual que el de valor futuro, se basa en la creencia de que el valor del dinero se ve afectado por el tiempo en que se recibe. El axioma que subyace a esta idea es que un peso de hoy vale más que en alguna fecha futura. En otras palabras, que el valor presente de un peso que será recibido en el futuro es menor que el valor de un peso actual. El valor real presente de un peso depende en gran medida de las oportunidades de ganancia del que lo habrá de recibir y el punto en el tiempo en el que se recibirá el dinero

VALOR PRESENTE DE UNA CANTIDAD UNICA.

El proceso de obtención de los valores presentes, o **descuento de los flujos de efectivo** es inverso al de comp[illegible]n. Se trata de responder a la pregunta: " Si yo puedo ganar K por ciento sobre mi dinero. ¿cuánto es lo más que estaría dispuesto a pagar para poder recibir **F** pesos en **n** periodos a partir de hoy? "En vez de obtener el valor futuro de los pesos actuales invertidos a una tasa determinada, el descuento determina el valor presente de una cantidad futura, suponiendo que la persona que toma las decisiones puede ganar un cierto rendimiento, **K**, sobre su dinero. Dicho rendimiento se conoce como **tasa de descuento, rendimiento requerido, costo de capital o costo de oportunidad.**

Valor de Oportunidad.

Es el valor que proviene de la riqueza futura que puede generar el poseedor o controlador de un recurso productivo, entre mejores sean estas oportunidades mayor es el valor de oportunidad del recurso.

No existe un valor único general para los recursos, sólo existe una multiplicidad de valores de oportunidad que son los particulares, incluso para éstos el valor de un recurso cambia en la medida que varían las oportunidades de utilizarlo productivamente.

Costo de Oportunidad.

Es el rendimiento que se deja de ganar al decidir por una nueva y mejor inversión y dicho rendimiento corresponde a mejor opción que existía antes de que surgiera la nueva.

El inversionista en un momento dado tiene en forma simultanea varias inversiones potenciales disponibles y considera un número limitado de ellas de acuerdo a los recursos de que dispone. Después de aplicar criterios definidos hace una clasificación de ellas e invierte sus fondos en la de mayor rendimiento. Si surge una inversión nueva la compara con la mejor de las alternativas y si es más conveniente, el costo de oportunidad por haber tomado la nueva inversión [illegible]da representado por el rendimiento de la mejor opción que no fué tomada.

Interés de Oportunidad.

El interés de oportunidad para un inversionista debe ser igual o mayor al que se espera obtener de alternativas de inversión disponibles que contienen un riesgo comercial y financiero similar a las del proyecto que surge.

Tampoco debe ser inferior al costo del dinero que es preciso tomar en préstamo para adelantar el proyecto.

En términos generales, la tasa de interés del mercado nos indica en promedio la tasa de interés de oportunidad, que obtienen la mayor parte de los agentes en una economía. Cuando se presentan inversiones con una rentabilidad muy alta por lo general se trata de inversiones con alto grado de riesgo o con un largo proceso de investigación y promoción

Ejemplo.37- El Sr. García tiene la oportunidad de percibir $300,000 después de un año. Si puede ganar 6% sobre sus inversiones, ¿cuánto es lo más que puede pagar por esta oportunidad?. Para responder esta pregunta ; se debe determinar cuántos pesos deben invertirse al 6% hoy para obtener $300,000 después de un año. Si **P** es igual a esta cantidad desconocida y si se emplea la misma notación que en el análisis acerca de la composición, la situación puede expresarse como sigue:

$$P\ (1 + 0.06) = \$300,000$$

Al resolver la ecuación para **P**, se obtiene la ecuación;

$$P = \frac{\$300,000}{1.06} \qquad P = \$283,018.86$$

Lo cual resulta en un valor de $283,018.86 para **P**. En otras palabras, el "valor presente" de $300,000 recibidos un año después de hoy, con un costo de oportunidad del 6%, es $283,018.86. Al Sr. García le será indiferente recibir $283,018 86 hoy o $300,000 después de un año. En tanto que reciba cualquiera de estas cantidades depositando menos de $283,018.86 hoy siempre le convendrá.

CALCULO DEL CAPITAL INICIAL O VALOR PRESENTE.

De la fórmula del monto o interés compuesto: $\mathbf{M = C\ (1 + i)^{n}}$, pueden encontrarse las fórmulas del capital inicial invertido en **C**, la tasa de interés **i** o el tiempo **n** en que se invirtió el capital, si se conocen los otros parámetros que intervienen en la fórmula:

Por ejem. se determina el Capital para tasa efectiva $\mathbf{C = M\ (1 + i)^{-n}}$ o bien para tasa nominal:

$$C = M\left(1 + \frac{TN}{c}\right)^{-cn}$$

Cálculo de la tasa de interés efectiva:

$$i = \left[\text{antilog}\left(\frac{\log. M - \log. C}{n}\right) - 1\right] \times 100$$

Cálculo del tiempo:

$$n = \frac{\log. M - \log. C}{\log. (1 + i)}$$

Ejemplo 38.- ¿Cuál es el valor presente de una deuda de $150,000 a pagar dentro de 5 años con una tasa de interés nominal del 4% anual convertible semestralmente?

Ejemplo 39- ¿Cuál es el valor presente de una deuda de $350,000 a pagar dentro de 25 años, a la tasa interes efectiva del 6% anual?

Ejemplo 40.- ¿Cuál es el valor presente de una deuda de $420,000 a pagar dentro de 15 años, si la tasa de interés nominal es del 12% anual convertible bimestralmente?

Ejemplo 41.- ¿Cuál es el valor presente de una deuda de $110,000 a pagar dentro de 10 años, si la tasa de interés efectiva, es del 18% anual ?

TASA INTERNA DE RENDIMIENTO (TIR).
Es la tasa de interés propia del proyecto que reduce a cero el valor presente de una serie de ingresos y egresos futuros y representa el porcentaje o la tasa de interés que se gana sobre el saldo no recuperado de una inversión en cualquier punto de la vida del proyecto.

Los procedimientos que se siguen para determinar la (TIR) son similares a los que se señala para el método de valor presente neto con la siguiente diferencia:

a.-) Cuando calculamos el valor presente neto de un proyecto de inversión, lo que en efecto hacemos es convertir cada **Q** en su equivalente en el momento cero, para sumar luego todos los equivalentes en forma algebraica.

b.-) En el caso de la **TIR** se hace necesario buscar el valor de "i" que hace igual a cero la sumatoria. Como esta suma no es otra cosa que un polinomio de grado **n** donde la incognita es **(1 / 1 + i)** la **TIR** resulta ser una de las raíces positivas de tal polinomio.

c.-) El resultado de un proyecto en el que intervienen varios flujos de egresos origina múltiples resultados o tasas de rendimiento ya que la regla de descartes indica que todo polinomio de grado **n** tiene un número de raíces igual a su grado y aunque muchas de ellas coinciden, existe un máximo de raíces diferentes, igual a la cantidad de veces que se producen cambios de signo entre miembros sucesivos del polinomio.

Debido a que su determinación solo es posible encontrarla a través de la simulación utilizando distintas tasas se recomienda utilizar las hojas de cálculo o calculadoras financieras en su determinación ya que estas vienen integradas con funciones que permiten encontrar con relativa facilidad este índice de rentabilidad.

Características del método:
1 - No se requiere conocer la tasa de descuento como en el caso de método de valor presente.

2.- Parte de la premisa de que la reinversión de los flujos se efectua a la tasa interna encontrada.

Este índice no se encuentra acompañado de ningún criterio de decisión ya que es una caracteristica propia del proyecto. La decisión se daria al comparar el (RSI) con la tasa de interés de oportunidad del inversionista.

ECUACIONES DE VALORES EQUIVALENTES.

En muchas ocasiones es conveniente comparar un conjunto de pagos con otro, o bien, cambiar un conjunto de obligaciones de diversos montos pagaderos en diferentes fechas, por otro conjunto de obligaciones con vencimientos diferentes.

Una ecuación de valor, es una igualdad entre dos conjuntos de obligaciones, valuadas todas todas a una misma **fecha focal o fecha de valuación.**

Es importante mencionar que debe determinarse en cada caso la fecha focal, ya que los montos de las obligaciones, en los problemas de interés simple varian de acuerdo al tiempo.

Para facilitar los cálculos de una ecuación de valor es conveniente graficar unidimensionalmente los dos conjuntos de obligaciones por medio de un diagrama de tiempo, como el que se presenta a continuación:

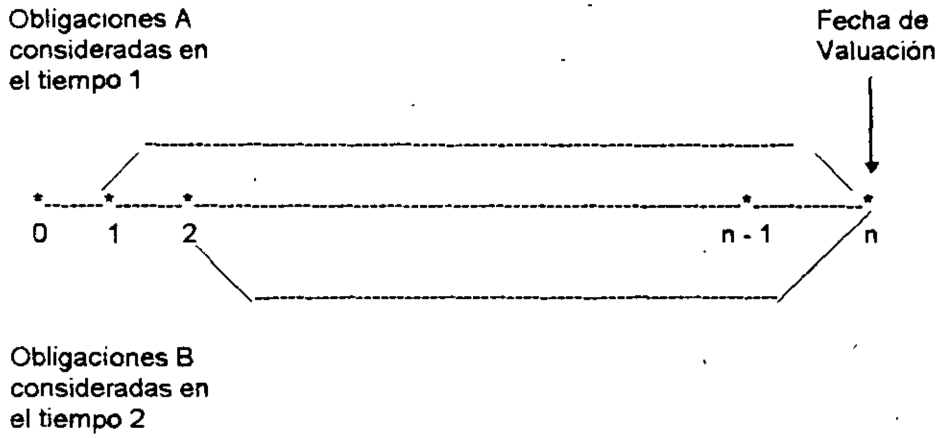
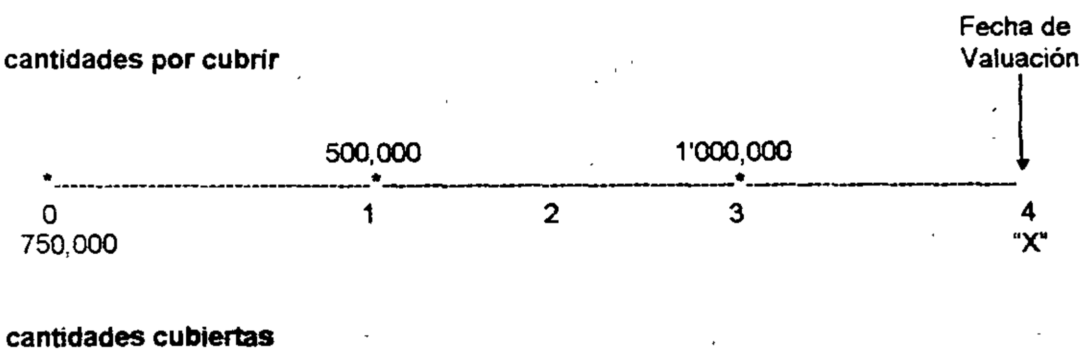


DIAGRAMA DE TIEMPO DE UNA ECUACIÓN DE VALOR

Ejemplo con interes simple.

Ejemplo 42.- El Sr. Pérez firmó documentos: uno por $500,000 a pagar en una año y otro por $1'000,000 a pagar en tres años. En un nuevo arreglo, convino en pagar $750,000 ahora y el resto de cuatro años. Si se considera como fecha focal el año 4 ¿Qué cantidad tendrá que pagar al final del cuarto año suponiendo un rendimiento del 35% anual?



El valor acumulado de las deudas del Sr. Pérez, al final del cuarto año asciende a:

500,000 (1 + (0.35) 3) + 1'000,000 (1 + (0.35) 1)

es decir:
500,000 (1 + 1.05) + 1'000,000 (1 + 0.35)

El valor acumulado de los pagos del Sr.. Pérez al final del cuarto año asciende a:

750,000 (1 + (0.35) 4) + X

es decir:

750,000 (1 + 1 40) + X

Debido a que existe igualdad entre los pagos (2) y las deudas (1), es posible obtener la siguiente ecuación, llamada ecuación de valor:

750,000 (2.40) + X = 500,000 (2.05) + 1'000,000 (1.35)

Despejando la incognita obtenemos:

X = 500,000 (2.05) + 1'000,000 (1.35) - 750,000 (2.40)
X = 1'025,000 + 1'350,000 - 1'800,000
X = 2'375,000 - 1'800,000
X = 575,000

Por lo tanto, el Sr. Pérez deberá pagar $575,000 al final del cuarto año

Ejercicio. Realizar los mismos cálculos, pero ahora con interés compuesto.

Ejemplo 43.- El Sr. Gómez debe pagar $2,000 dentro de cuatro meses, contratada la operación a una tasa de interés del 30% anual, además debe $1,500 con vencimiento en 6 meses, en la cual no le cobran intereses, ¿Cuál será el pago único que deberá cubrir dentro de un año, si paga $1,000 de inmediato y la operación se efectúa a una tasa de interés del 35% anual?

Ejemplo 44.- Se tiene una deuda de $1'500 a vencer dentro de 6 meses con una tasa de interés del 25% anual. Se pagarán $500 ahora y se liquidará el saldo dentro de un año y medio; si se supone un rendimiento del 33% anual. ¿Cuál será el pago que se debe efectuar, considerando la fecha focal en 18 meses?

Ejercicios:
1.- El Sr. Jiménez adquiere un automovil con valor de $50,000 mediante un pago de $5'000 y conviene en pagar el faltante a una tasa de interés del 22%. Si paga $20,000 en tres meses y $10,500 dentro de 6 meses. ¿Cuál será el importe del pago que tendrá que cubrir dentro de un año para liquidar totalmente la deuda?

2.- Una persona "X" debe pagar $300,000 dentro de 2 meses , por una deuda contratada a una tasa del 27% anual; además debe $1'000,000 con vencimiento a 6 meses, sin intereses. La persona X pagó de inmediato $200,000 y desea liquidar su deuda a los 14 meses a una tasa del 24% anual. ¿Cuál será el pago que se debe efectuar, considerando como fecha focal 14 meses?

3.- Se tiene una deuda de $40,000 a vencer en 6 meses, contratada a una tasa del 27%. Se pagó de inmediato $20,000 y se desea liquidar la deuda dentro de un año y medio, a una tasa del 22% anual. ¿Cuál será el pago que se debe de efectuar, considerando como fecha focal 18 meses?

Pagos Parciales.

Es un procedimiento que sirve para conocer el saldo de una deuda, a su fecha de vencimiento, cuando se cubre mediante diferentes pagos parciales.

Ejemplo 45.- Una deuda de $20'000con una tasa de interés del 40% anual vence en un año. El deudor paga $3'000 en 6 meses y $4'000 en 9 meses, ¿Cuál es el saldo de la deuda en la fecha de vencimiento?

20,000			Fecha de Vencimiento ↓
0	6 meses	9 meses	1 año
	3,000	4,000	

Deuda original	20,000	
Interés por un año	+ 8,000	Se obtiene multiplicando 20,000 (0.40) (1)
Total	28,000	

Pagos Parciales:

Primer pago:	3,000	
Primer pago	600	Se obtiene multiplicando 3,000 (0.40) (6/12)
Total	3,600	

Segundo pago:	4,000	
Interés por 3 meses	400	Se obtiene multiplicando 4,000 (0.40) (3/12)
Total	4,400	

Suma de los pagos parciales:

$$\begin{array}{r} 3,600 \\ + \quad 4,400 \\ \hline 8,000 \end{array}$$

Por tanto, la Srita Alemán adeuda a la fecha de vencimiento:
$28,000 - $8,000 = $20,000

Ejemplo 46.- La Srita Claudia Alemán adquiere una deuda de $10,000 con vencimiento a un año, se paga con una tasa de interés del 16% anual. Paga $5,000 a los 6 meses y $2,000 a los 9 meses. Cuánto pagará al final del año?

Ejercicios:

1.- Una deuda de $500,000 con una tasa de interés del 27% anual vence en un año. El deudor paga $100,000 en tres meses y $200,000 en 6 meses. Cuál es el saldo de la deuda en la fecha de vencimiento?

2.- Se compra un automovil con precio de $50,000 mediante un par de pagos concertados a un año y medio. El primer pago será de $15,000 en 6 meses y el segundo por $10,000 en 9 meses. Cuál es el saldo de la deuda en la fecha de vencimiento si la tasa de interés es del 30% anual?

La fórmula del monto a interés compuesto es una ecuación, muy simple, de valores equivalentes:

$$M = C(1 + i)^{-n}$$

porque establece la equivalencia entre dos cantidades, una en el momento presente (el capital) y otra en un tiempo futuro (el monto), a través de un plazo **(n)** y una tasa de interés **(i)**.

En general,una ecuación de valores equivalentes es aquella que establece la equivalencia de dos o más cantidades de dinero, cada una de estas consideradas en tiempos distintos, a través de determinada tasa o tasas de interés.

Ejemplo 47.- Manuel Ruiz compró obligaciones emitidas por una empresa, por $10,000. Estos valores pagaron intereses a los tres meses de $2,700 y a los seis meses de $2,500 ¿Qué tasa efectiva de rendimiento trimestral habrá obtenido Manuel a los seis meses, si vende las obligaciones al mismo precio de $10,000?.

```
10,000
  0                          3 meses                   6 meses
  |--------------------------------|--------------------------|
                             $2,700              $2,500
                                                     $10,000
```

El esquema anterior es un **diagrama de tiempo y valor**, en el que se representa la situación. Se debe plantear la ecuación de valores equivalentes que combine las distintas cantidades y sus tiempos. Lo primero que se debe hacer es elegir una **fecha focal**. La ecuación de valores equivalentes se plantea de manera que establezca el valor de cada cantidad en la fecha focal. La elección de esta fecha focal no ofrece peligros, puesto que el resultado que se obtiene es el mismo, sin importar la fecha que se elija, aunque es conveniente que sea alguna de las que intervienen en la operación. Utilizando entonces la fecha de hoy (tiempo 0) como fecha focal se ve que:

- El valor de los $10,000 invertidos es igual ya que están en "su" tiempo.

- El valor de los primeros intereses se debe calcular como su valor un trimestre atrás (valor actual).

$$2,700(1 + i)^{-1}$$

- El valor de los $2,500, así como el de los $10,000 que se obtiene con la venta de las obligaciones, deben "regresarse" dos trimestres para ponerlos a su valor en el tiempo cero.

$2{,}500\ (1 + i)^{-2}$ y,

$10{,}000\ (1 + i)^{-2}$ o, resumiendo,

$12{,}500\ (1 + i)^{-2}$

y en seguida, igualando lo invertido con lo recibido, todo con su valor en la fecha focal:

$$10{,}000 = 2{,}700\ (1 + i)^{-1} + 12{,}500\ (1 + i)^{-2}$$

que es la ecuación de valores equivalentes, con fecha focal 0, que representa las condiciones del ejemplo. Como no es posible despejar la i, para resolverla se pueden ensayar valores en una calculadora, para encontrar el valor de i.

El valor de i que hace que la igualdad se cumpla es i = 0261155.

Y quiere decir que Manuel Ruiz obtuvo un rendimiento del 26.12% efectivo trimestral (se puede verificar que es la tasa correcta sustituyéndola en la ecuación, asegurándose de que efectivamente hace que se cumpla la igualdad)

Para ilustrar que la fecha focal que se elija no afecta los resultados, se resuelve el mismo ejemplo utilizando la fecha de 6 meses después como **fecha focal**.

- Los $10,000 invertidos valen, seis meses(dos trimestres) después:

$$10{,}000\ (1 + i)^{2}$$

- Los intereses de $2,700 valen, un trimestre después:

$$2{,}700\ (1 + i)^{1} = 2{,}700\ (1 + i).$$

- Tanto los $2,500 como los $10,000 de la venta de los valores están en "su" tiempo.

La ecuación correspondiente es:

$$10{,}000\ (1 + i)^{2} = 2{,}700\ (1 + i) + 12{,}500.$$