

13



**PRACTICAS DEL
LABORATORIO DE ANALISIS
DE CIRCUITOS ELECTRICOS**

**Víctor Manuel Sánchez Esquivel
Antonio Salva Calleja**

UNIVERSIDAD DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERIA
CARRERA DE INGENIERIA EN ELECTRICIDAD
LABORATORIO DE ANALISIS DE CIRCUITOS ELECTRICOS



FACULTAD DE INGENIERIA

PRAC.LAB
A.CIRC.EL
11-D

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



907650

G.- 907650

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE INGENIERIA ELECTRICA, ELECTRONICA
Y EN COMPUTACION
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE CONTROL

PRÓLOGO

El objetivo principal del Laboratorio de Análisis de Circuitos Eléctricos es el de presentar un panorama general de los circuitos eléctricos, con el cual puedan los alumnos complementar experimentalmente los conceptos teóricos .

El contenido de las prácticas incluye: objetivo; introducción teórica, la cual cubre los conceptos fundamentales de las mismas; experimentos a realizar, describiendo paso a paso su desarrollo así como preguntas para que el alumno verifique y compruebe los resultados teóricos; lista de equipo y material necesario para la realización de las prácticas; cuestionario, que conviene se resuelva con anterioridad a fin de validar los resultados experimentales y bibliografía donde el alumno puede profundizar en los temas, aclarar dudas e inquietudes .

Cabe señalar que las prácticas 6 y 7 correspondientes a resonancia y Escalamiento en Frecuencia e Impedancia respectivamente son temas que no están incluidos en el programa de teoría, sin embargo son de gran utilidad práctica y complementan dicho curso .

Se presentan 9 prácticas que pueden realizarse entre 12 y 13 sesiones de laboratorio dependiendo del avance de cada grupo, por lo que a fin de promover la creatividad y espíritu de investigación del alumno, se dedican las últimas sesiones al desarrollo de proyectos, de esta forma el alumno tiene la oportunidad de aplicar los conocimientos adquiridos en la realización de trabajos prácticos afines con la materia .

Aunque la revisión de éstas prácticas se hizo en forma exhaustiva, si el lector encontrara algún error, nos ponemos a sus órdenes para tomar en cuenta sus observaciones para incluirlas en futuras ediciones .

Finalmente queremos agradecer a los profesores que han impartido este laboratorio así como a los alumnos que lo han cursado, sus comentarios y sugerencias para la realización de estas prácticas, pero particularmente y en forma muy especial a la Ing. Gloria Mata Hernández por su colaboración y gran interés en la realización de las mismas .

Ing. Víctor Manuel Sánchez Esquivel .

Ing. Antonio Salvá Calleja .

I N D I C E

| | | |
|-------------|--|-----|
| PRACTICA 1. | Sistemas Electricos de Primero y Segundo Orden..... | 1 |
| PRACTICA 2. | Análisis Senoidal Permanente de Circuitos Lineales. | 10 |
| PRACTICA 3. | Análisis Senoidal Permanente de Circuitos Trifásicos Balanceados y Desbalanceados... | 15 |
| PRACTICA 4. | Medición de Potencia en Sistemas Electricos. | 22 |
| PRACTICA 5. | Corrección del Factor de Potencia. | 40 |
| PRACTICA 6. | Resonancia. | 47 |
| PRACTICA 7. | Escalamiento de Impedancia y Frecuencia... | 57 |
| PRACTICA 8. | Teoremas de Redes. | 66 |
| PRACTICA 9. | Bipuertos. | 97 |
| APENDICE I | | 124 |
| APENDICE II | | 126 |

PRACTICA 1

SISTEMAS ELECTRICOS DE PRIMERO Y SEGUNDO ORDEN

OBJETIVO.- Realizar mediciones de la constante de tiempo de circuitos de primer orden y los parámetros de diseño de un circuito de segundo orden; mediante la respuesta a escalón.

Teoría Básica:

Sistemas de primer orden.

La función de transferencia de un sistema de primer orden tiene la siguiente forma:

$$H(s) = \frac{M}{\tau s + 1} \quad (1)$$

Respuesta a escalón.

Si a un sistema de primer orden se le aplica una entrada escalón de amplitud k , la transformada de Laplace de su respuesta es:

$$Y(s) = \frac{M}{\tau s + 1} \cdot \frac{k}{s} \quad (2)$$

Antitransformando la ecuación anterior

$$Y(t) = Mk (1 - e^{-t/\tau}) \quad (3)$$

Las gráficas correspondientes a la entrada y a la salida mencionadas se muestran en la figura 1.

Constante de tiempo:

Se define como constante de tiempo de un sistema de primer orden, al tiempo que debe transcurrir para que la respuesta a escalón del sistema alcance el 63.2% de su valor final.

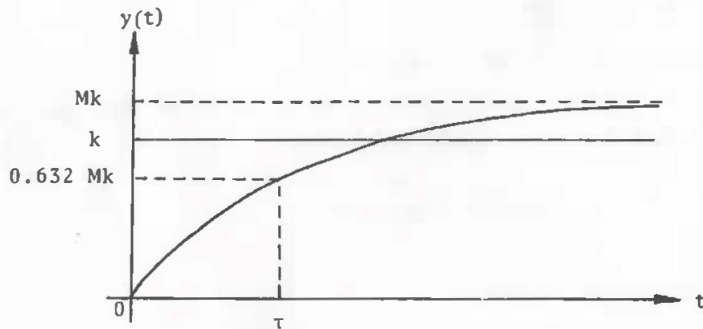


Figura 1. Respuesta a escalón de un sistema de primer orden.

De la ecuación (3) puede notarse que:

$$Y(\tau) = 0.632 Mk$$

Esto es, transcurren τ segundos, a partir de la aplicación de la entrada para que la salida alcance el 63.2% de su valor final.

Sistema de Segundo Orden.

La función de transferencia de un sistema de segundo orden es de la forma:

$$H(s) = \frac{W_n^2}{s^2 + 2\delta W_n s + W_n^2} \quad (4)$$

Respuesta a escalón

La transformada de Laplace de la respuesta a escalón es:

$$Y(s) = \frac{k W_n^2}{s(s^2 + 2\delta W_n s + W_n^2)} \quad (5)$$

donde k representa la magnitud del escalón.

Dependiendo del valor de δ en la ecuación (5), se pueden presentar las siguientes tres formas para la respuesta a escalón:

i) $0 \leq \delta < 1$

$$y(t) = k \left(1 - \frac{e^{-\delta W_n t}}{\sqrt{1-\delta^2}} \operatorname{sen} \left(W_n \sqrt{1-\delta^2} t + \operatorname{tag}^{-1} \frac{\sqrt{1-\delta^2}}{\delta} \right) \right) U_{-1}(t) \quad (6)$$

ii) $\delta = 1$

$$y(t) = k \left(1 - e^{-W_n t} (1 + W_n t) \right) U_{-1}(t) \quad (7)$$

iii) $\delta > 1$

$$y(t) = k \left(1 + \frac{W_n}{2(\delta^2-1)^{1/2}} \left(\frac{e^{-s_1 t}}{s_1} - \frac{e^{-s_2 t}}{s_2} \right) \right) U_{-1}(t) \quad (8)$$

donde

$$s_1 = (\delta + (\delta^2-1)^{1/2}) W_n$$

$$s_2 = (\delta - (\delta^2-1)^{1/2}) W_n$$

En la figura (2) se muestran las diferentes respuestas para cada uno de los casos anteriores (considerando $k=1$).

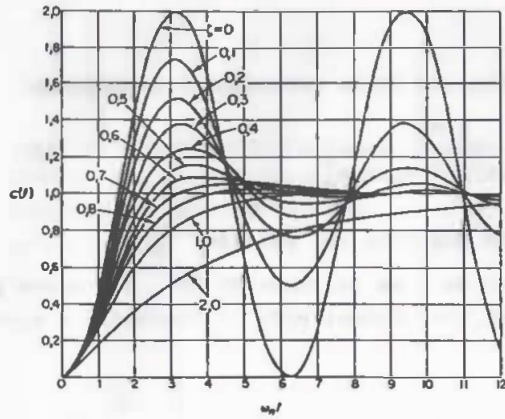


Figura 2 Respuesta a escalón de un sistema de segundo orden, para distintos valores del coeficiente " δ ".

Especificaciones de la respuesta transitoria

Considere el caso en el que $0 < \delta < 1$; para un valor de δ dentro del intervalo anterior, la respuesta a escalón unitario del sistema se muestra en la figura 3

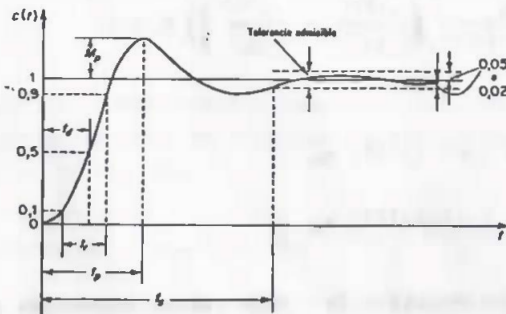


Figura 3 Respuesta a escalón cuando $0 < \delta < 1$

En la figura se muestran algunas especificaciones que son de importancia en la caracterización de un sistema. A continuación se explica el significado de cada una de las especificaciones mencionadas.

- a) t_d (Tiempo de retardo): Es el tiempo que transcurre para que la respuesta alcance el 50% de su valor final.
- b) t_r (Tiempo de levantamiento): Es el tiempo que transcurre para que la respuesta alcance el valor final por primera vez.

de la ecuación (6)

$$t_r = \frac{\pi - \phi}{\omega_n (1 - \delta^2)^{1/2}}$$

donde $\phi = \cos^{-1} \delta$ (9)

- c) t_p (Tiempo de sobrepaso) Tiempo que transcurre para que la respuesta alcance su valor máximo.

de la ecuación (6)

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n (1 - \delta^2)^{1/2}} \quad (10)$$

- d) M_p (Sobrepaso o sobretiro): El sobrepaso se define en la siguiente ecuación

$$M_p = \frac{y(t_p) - y_p}{Y_p} \quad (11)$$

donde $y_p = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$

Se acostumbra especificar al sobrepaso en términos de porcentaje, así por ejemplo si $M_p = 0.77$, se dice que el sobrepaso es del 77%

de la ecuación (6)

$$M_p = e^{\left(-\frac{\delta \pi}{(1 - \delta^2)^{1/2}} \right)} \quad (12)$$

e) t_s (Tiempo de asentamiento) Es el tiempo a partir del cual la magnitud de la oscilación en la respuesta no es mayor que un porcentaje especificado del valor permanente.

Suponiendo ese porcentaje como un 5%

$$t_s = \frac{3}{\delta \omega_n} \quad (13)$$

Experimentos a realizar

Experimento I.

Medición de Inductancia

- Arme el circuito de la figura 4

Mida el valor de la resistencia de la inductancia (r). Con ayuda del osciloscopio determine experimentalmente el valor de la constante del tiempo τ .

A partir del valor obtenido para τ determine el valor de la inductancia.

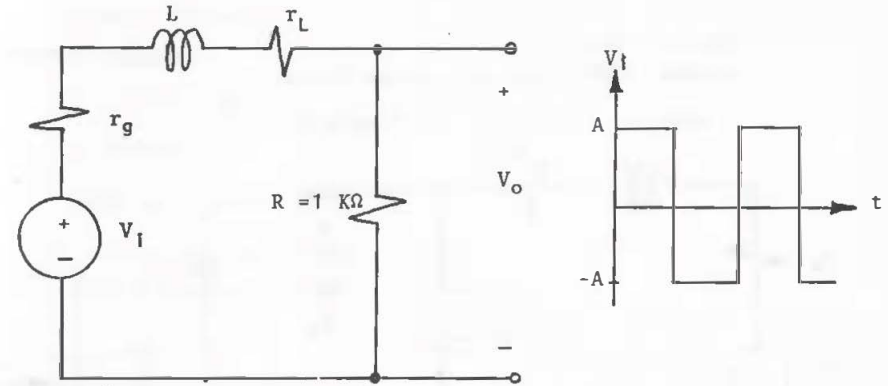


Figura 4. Circuito RL

Experimento II

Medición de Capacitancia

- Arme el circuito de la figura 5

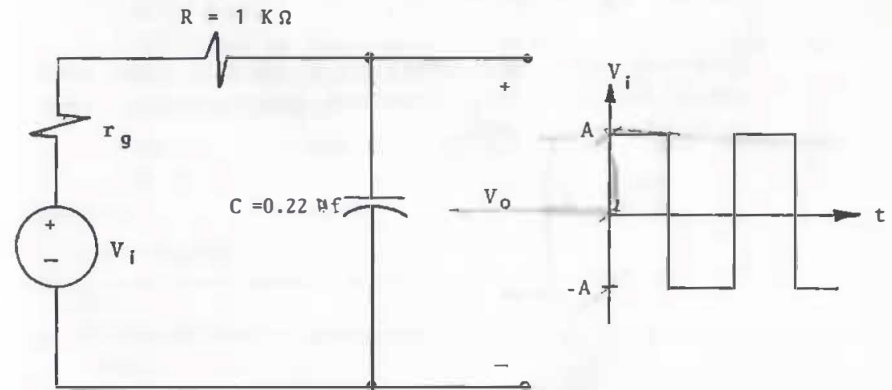


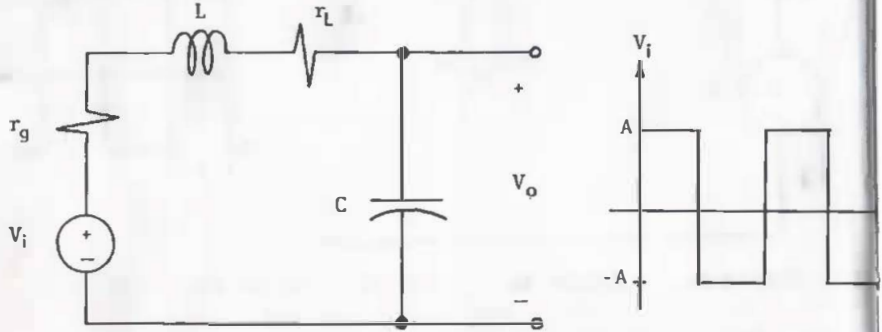
Figura 5. Circuito RC

Con ayuda del osciloscopio determine experimentalmente el valor de la constante de tiempo τ

A partir del valor obtenido para τ determine el valor de la capacitancia.

Experimento III
Sistema Eléctrico de Segundo Orden.

- Arme el circuito de la figura 6



(La inductancia y la capacitancia son los mismos elementos empleados en los experimentos I y II).

Calcule teóricamente los parámetros de diseño definiendo por las ecuaciones (9), (10), (11), (12) y (13).

Determine experimentalmente con el auxilio de un osciloscopio, los parámetros calculados anteriormente; llene ahora la siguiente tabla.

| Especificación de diseño | Teórico | Experimental |
|--------------------------|---------|--------------|
| M_p | | |
| t_p | | |
| t_r | | |

Si existen discrepancias entre los valores medidos prácticamente y los calculados teóricamente, ¿A qué las atribuye?

Equipo necesario:

- 1' Minilab
- 1 Osciloscopio
- 1 Solenoide

Material necesario:

- 1' Capacitor de 0.22uf
- 1' Resistencia de 1kΩ ; 1/2 watt

Questionario previo.

- 1.- Determine la función de transferencia del circuito RL.
- 2.- A partir del resultado anterior determine la constante de tiempo.
- 3.- Determine la función de transferencia del circuito RC
- 4.- A partir del resultado anterior determine la constante de tiempo.
- 5.- Determine la función de transferencia del circuito RLC.
- 6.- A partir del resultado anterior exprese ω_n y δ en función de R, L y C.
- 7.- Exprese las ecuaciones (9), (10), (12) y (13) en función de R, L y C.

BIBLIOGRAFIA:

Ogata K.
Modern Control Engineering
Prentice Hall.

Desoer C.A. Kuh E.S.
Basic Circuit Theory
Mc Graw Hill

Ogata K.
System Dynamics
Prentice Hall

ANÁLISIS SENOIDAL PERMANENTE DE CIRCUITOS LINEALES.

OBJETIVO.- Verificar en forma práctica las técnicas de Análisis Senoidal Permanente, empleando fasores.

Teoría Básica:

La teoría relacionada con esta práctica, está comprendida en los subtemas 1.1., 1.2, 1.3, 1.4 y 1.5 del curso de Análisis de Circuitos Eléctricos.

Experimentos a realizar.-

Experimento I.

Arme el siguiente circuito.

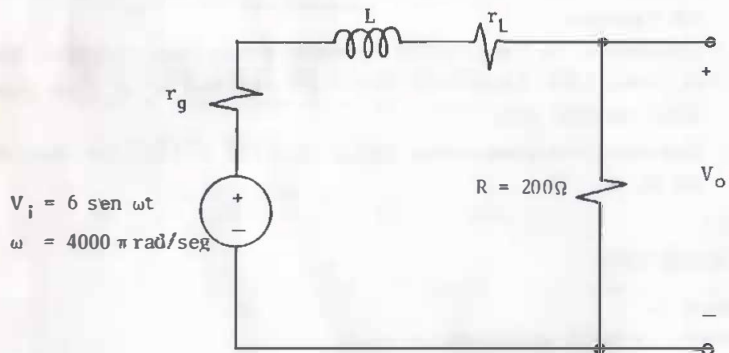


Figura 1. Circuito RL

- a) Con el auxilio de un osciloscopio mida el ángulo de defasaje entre V_i y V_o .

- b) Con el resultado anterior, encuentre el valor de L.
 c) Si existe alguna discrepancia con el resultado teórico; explique las posibles causas.

Experimento II.

- Arme el siguiente circuito.

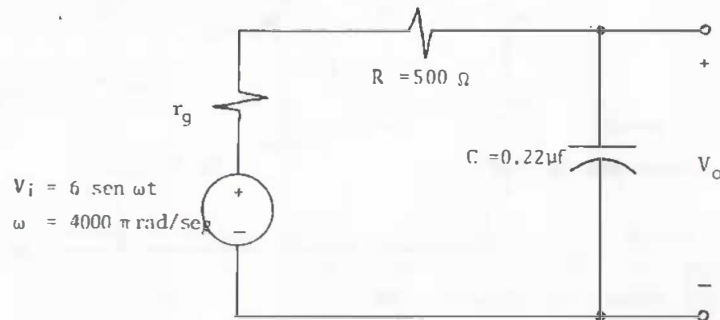


Figura 2. Circuito RC

- a) Con el auxilio de un osciloscopio, mida el ángulo de defasaje entre V_i y V_o .
 b) Con el resultado anterior, encuentre el valor de C.
 c) Si existe alguna discrepancia con el resultado teórico; explique las posibles causas.

Experimento III.

- Arme el circuito de la figura 3.

Determine experimentalmente el ángulo entre V_o e i_C , con el interruptor S abierto y cerrado.

Para efectuar la medición antes mencionada, se sugiere el circuito de la figura 4.

IMPORTANTE: Para realizar esta medición es necesario aislar el osciloscopio mediante un transformador de relación 1:1. Solicite ayuda a su profesor.

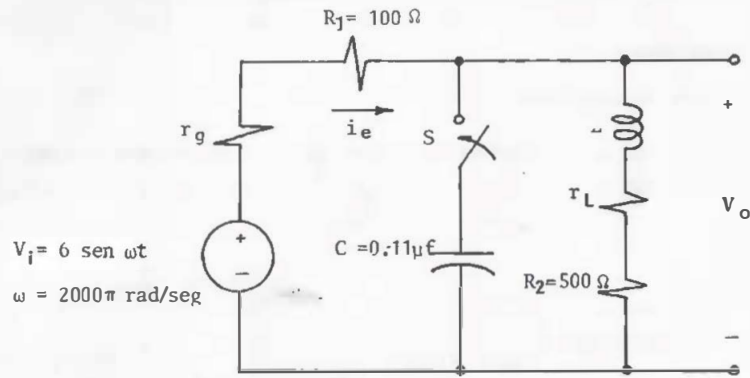


Figura 3. Circuito RLC

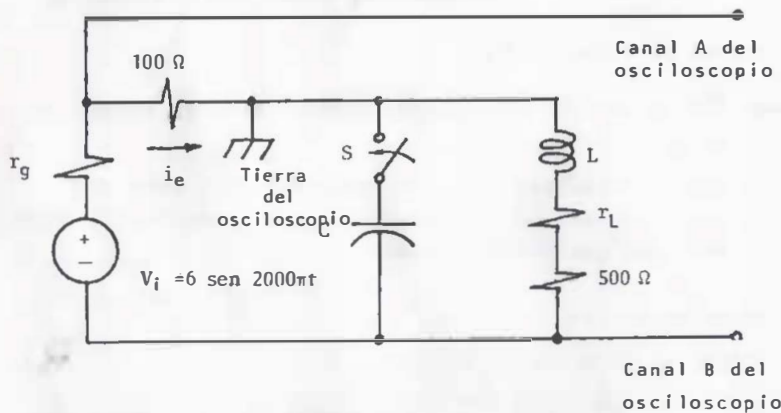


Figura 4. Circuito RLC

Note que la forma de onda observada en el canal B del osciloscopio correspondiente al voltaje V_o , está defasada 180° y por lo tanto el ángulo entre i_e y V_o es ωt_r , siendo t_r en tiempo transcurrido entre una cresta de i_e y un valle de V_o o viceversa.

Equipo empleado:

- 1 Minilab
- 1 Osciloscopio
- 1 Solenoide
- 1 Transformador de relación 1:1

Material empleado:

- 2 Resistencias de 100Ω , 1/2 Watt
- 2 Resistencias de $1\text{K}\Omega$, 1/2 Watt
- 2 Capacitores de $0.22\ \mu\text{fd}$

Cuestionario previo

- 1.- Determine en función de r_g , r_L , R , L y ω el ángulo de defasamiento entre los voltajes V_o y V_i de la figura 1.
- 2.- Determine en función de r_g , R , C y ω el ángulo de defasamiento entre los voltajes V_o y V_i de la figura 2.
- 3.- Determine en función de r_g , R_1 , r_L , R_2 , L , C y ω el ángulo de defasamiento entre la corriente i_e y el voltaje V_o del circuito de la figura 3, con el interruptor S abierto y cerrado.

BIBLIOGRAFIA

Desoer C.A, Kuh E.S.
Basic Circuit Theory
Mc Graw Hill

Gerez Greiser V., Murray-Lasso M.A.

Teoría de Sistemas y Circuitos

Representaciones y Servicios de Ingeniería, S.A. México

Canales R., Barrera R.
Análisis de Sistemas Dinámicos y Control Automático.
LIMUSA

ANÁLISIS SENOIDAL PERMANENTE DE
CIRCUITOS TRIFÁSICOS BALANCEADOS
Y DESBALANCEADOS.

OBJETIVO.- Mediante el empleo de un simulador electrónico de un generador trifásico balanceado analizar prácticamente un circuito trifásico.

Teoría Básica:

El simulador trifásico balanceado (S.T.B.) es un dispositivo electrónico constituido por un oscilador y un banco de filtros paso-todo, mediante los cuales se generan tres voltajes defasados 120° tal y como los presentaría un generador trifásico, pero con un voltaje pequeño (14.4 volts pico a pico) y una frecuencia de 925.93 Hz.

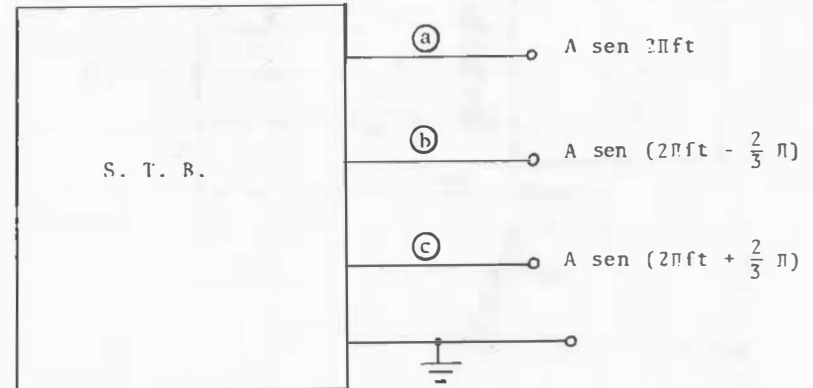


Figura 1. Simulador trifásico balanceado.

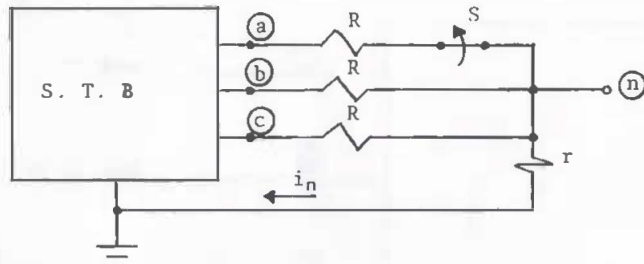
Los voltajes correspondientes a las salidas a, b y c son medidos respecto a tierra.

Experimentos a realizar.

Conecte el S.T.B. y enciéndalo; observe en un osciloscopio las formas de onda correspondientes a las salidas a y b debiendo existir un retraso de 120° de la salida en b respecto a la salida en a siendo las amplitudes respectivas idénticas. Observe ahora las salidas a y c debiendo existir un adelanto de 120° de la salida c respecto a la salida a siendo las amplitudes respectivas idénticas. En caso de alguna discrepancia con lo mencionado anteriormente, pida ayuda a su instructor.

Experimento I.

- Arme el siguiente circuito:



Donde: $R = 1 \text{ K}\Omega$ y $r = 33 \Omega$

Considere: $\angle W_{ab} = 0^\circ$.

a) Observe con el interruptor S cerrado las formas de onda correspondientes a los voltajes V_{ab} y V_{nb} ; para efectuar esta observación, conecte la tierra del osci

loscopio en el punto b y los canales A y B en los puntos a y n respectivamente (desconectando la tierra del osciloscopio de la del circuito).

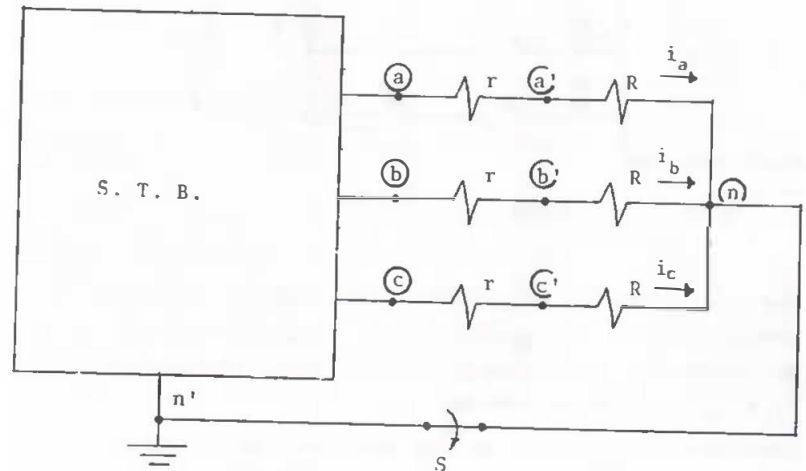
Dibuje los fasores correspondientes a V_{ab} y V_{bn} .

calcule $|W_{ab}| / |W_{bn}|$

- Observe con el interruptor S cerrado el voltaje correspondiente a la resistencia r.
- Observe con el interruptor S abierto el voltaje correspondiente a la resistencia r.
- ¿Qué concluye de los incisos (b) y (c) respecto a la corriente i_n ?

Experimento II.

- Arme el siguiente circuito:



Donde: $R = 1 \text{ K}\Omega$ y $r = 33 \Omega$

Con el interruptor S cerrado haga lo siguiente:

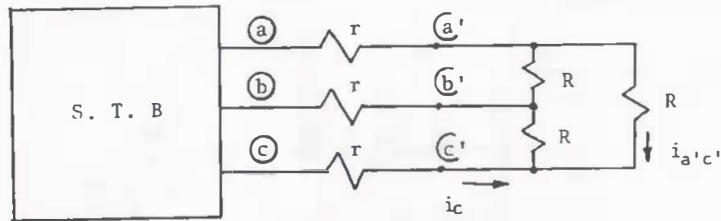
a) Conecte la tierra del osciloscopio al punto a' y los canales A y B a los puntos a y n respectivamente. En el canal A se observará la forma de onda asociada a la corriente i_a y en canal B se observará la forma de onda correspondiente al voltaje $V_{a'n}$ defasada 180° . Determine los fasores a i_a y $V_{a'n}$

b) Efectué el inciso anterior con el interruptor S abierto.

c) ¿Qué concluye acerca de lo observado en los dos incisos anteriores?

Experimento III.

- Arme el siguiente circuito:



Donde: $R = 22 \text{ K}\Omega$ y $r = 1 \text{ K}\Omega$

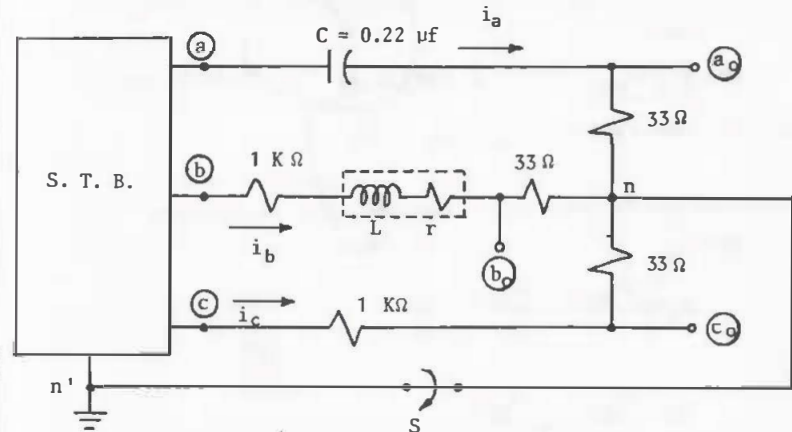
a) Conecte la tierra del osciloscopio al punto c' y los canales A y B a los puntos c y a', las formas de onda observadas serán proporcionales a las corrientes i_c e $i_{a'c'}$ respectivamente.

Conociendo los valores de las resistencias que intervienen en el circuito, calcule: $|I_{c'a'}| / |I_c|$

Considerando $\angle \Pi_c = 0^\circ$ dibuje los fasores correspondientes a $\Pi_{c'a'}$ e Π_c .

Experimento IV.

- Arme el siguiente circuito:



Con el interruptor S cerrado:

a) Observe en el osciloscopio los voltajes V_{an} , V_{bn} , V_{cn} .

$V_{a'cn}$, $V_{b'cn}$ y $V_{c'cn}$. Considerando $\angle V_{an'} = 0^\circ$, a partir de las observaciones anteriores determine:

$\angle V_{an}$, $\angle V_{bn}$, $\angle V_{cn}$, $\angle \Pi_a$, $\angle \Pi_b$ e $\angle \Pi_c$.

B) Dibuje los fasores correspondientes a

V_{an} , V_{bn} , V_{cn} , i_a , i_b , i_c .

c) Compare sus resultados experimentales con sus resultados teóricos.

¿ Qué concluye ?

Con el interruptor S abierto

d) Observe en el osciloscopio los voltajes $V_{an'}$, $V_{bn'}$, $V_{cn'}$ y $V_{nn'}$

Considerando $\angle V_{an'} = 0^\circ$; a partir de las observaciones anteriores determine : Π_a , Π_b e Π_c

Esto último puede realizarse mediante las siguientes expresiones:

$$\Pi_a = \frac{W_{an'} - W_{nn'}}{Z_a}$$

$$\Pi_b = \frac{W_{bn'} - W_{nn'}}{Z_b}$$

$$\Pi_c = \frac{W_{cn'} - W_{nn'}}{Z_c}$$

e) Dibuje los fasores correspondientes a:

$$V_{an'}, V_{bn'}, V_{cn'}, i_a, i_b, i_c.$$

f) Compare sus resultados experimentales con sus resultados teóricos.

¿ Qué concluye ?

Equipo Empleado:

1 Osciloscopio

1 S.T.B.

1 Solenoide

Material empleado:

3 Resistencias de 22 kΩ ; 1/2 watt

3 Resistencias de 1 KΩ ; 1/2 watt

3 Resistencias de 33 Ω ; 1/2 watt

1 Capacitor de 0.22 μfd

Cuestionario previo

Determine teóricamente los valores de Π_a , Π_b e Π_c

del experimento IV, incisos a y d (considere

$$V_{an'} = \frac{7.2}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \text{ y } f = 926 \text{ Hz}$$

BIBLIOGRAFIA

Gerez Greiser V., Murray-Lasso M.A.

Teoría de Sistemas y Circuitos

Representaciones y Servicios de Ingeniería, S.A. México.

Arcila Rodríguez W. , Vidal Macedo J.L.

Apuntes de Análisis de Circuitos Eléctricos

(primera parte)

Facultad de Ingeniería, U.N.A.M.

MEDICION DE POTENCIA EN SISTEMAS ELECTRICOS.

OBJETIVO.- Habilitar al alumno en la medición de potencia en sistemas eléctricos.

Teoría Básica:

Desde el punto de vista de la Ingeniería Eléctrica es importante conocer la cantidad de energía suministrada por unidad de tiempo (Potencia) a una carga, la cual puede ser un equipo individual, una instalación industrial, comercial, de una casa habitación, etc., a los cuales generalmente se les alimenta con voltaje de corriente alterna a 60Hz.

Existen métodos para la medición de potencia de cargas monofásicas, trifásicas, equilibradas o desequilibradas, con alimentación de voltajes de corriente directa o corriente alterna. Estos métodos pueden ser directos o indirectos.

Sistema Monofásico.- En un sistema monofásico, los fasores de tensión y corriente están dados respectivamente por:

$$W = |W| \angle \phi + \theta$$

$$I = |I| \angle \theta$$

La potencia aparente del sistema es

$$S = W I^* = |V| |I| \angle \phi$$

$$S = |W| |I| \cos \phi + j |W| |I| \sin \phi$$

$$S = P + j Q \tag{1}$$

Conociendo S, P y Q, es posible construir el triángulo de potencias que aparece en la figura 1.

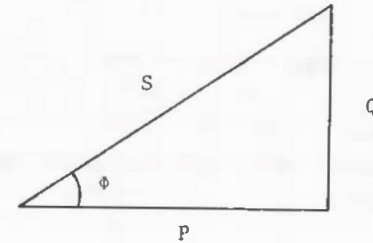


Figura 1.- Triángulo de potencias (de un circuito RL)

Sistema Trifásico.- Debido a sus características el sistema trifásico es el más difundido en el suministro de energía eléctrica; en el que la energía por unidad de tiempo total cedida (Potencia total) es igual a la suma de las potencias en cada una de las cargas de cada fase, por lo que

$$S_{3\phi} = S_{\phi A} + S_{\phi B} + S_{\phi C} \tag{4}$$

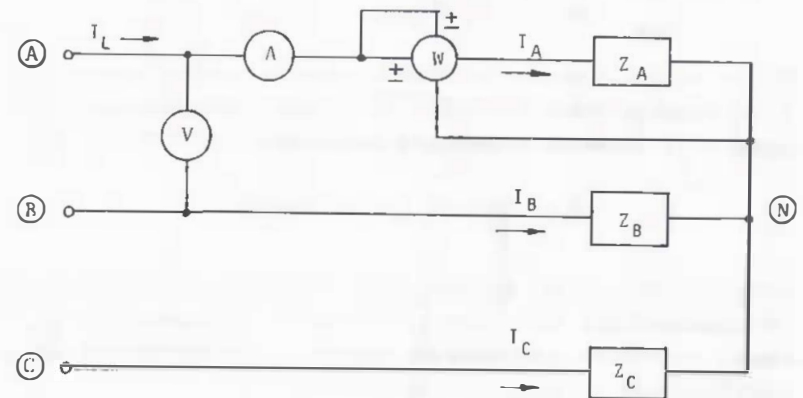


Figura 2.- Medición de potencia en un sistema trifásico equilibrado conectado en estrella.

Considere el circuito de la figura 2

$$S_{3\phi} = V_{AN} \dot{I}_A^* + V_{BN} \dot{I}_B^* + V_{CN} \dot{I}_C^* \quad (5)$$

Si $Z_A = Z_B = Z_C$ entonces:

$$|I_A| = |I_B| = |I_C| = |I_L|$$

$$\phi_A = \phi_B = \phi_C = \phi$$

de la ecuación (5) y las ecuaciones anteriores

$$S_{3\phi} = |V_{AN}| |I_A| \cos\phi + |V_{BN}| |I_B| \cos\phi + |V_{CN}| |I_C| \cos\phi$$

y ya que:

$$|V_{AN}| = |V_{BN}| = |V_{CN}| = |V_F| = \frac{|V_L|}{\sqrt{3}}$$

por consiguiente

$$S_{3\phi} = 3 |V_F| |I_L| \cos\phi = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \cos\phi \quad (\text{VA}) \quad (6)$$

de la ecuación (6) la potencia activa y reactiva son respectivamente:

$$P_{3\phi} = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \cos\phi \quad (\text{W}) \quad (7)$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \sin\phi \quad (\text{VAR}) \quad (8)$$

De lo anterior puede concluirse que para medir la potencia total de un sistema trifásico balanceado conectado en estrella puede utilizarse el esquema de la figura 2.

$$P_{3\phi} = 3 \times \text{lectura del wattmetro}$$

Donde la lectura del wattmetro es proporcional al producto de la corriente que fluye por su bobina de corriente, por el voltaje a través de su bobina de tensión y por el coseno del ángulo entre el voltaje y la corriente.

El método de un wattmetro presenta la desventaja de que es necesario tener acceso al punto neutro (N) lo que no es siempre posible (por ejemplo una carga en delta), de aquí que para hacer mediciones de potencia trifásica, se emplee otro método; el cual se describe a continuación.

Método de los dos wattmetros

Este método es el que se emplea comúnmente para medir la potencia en sistemas trifásicos. El esquema de conexiones se muestra en la figura 3.

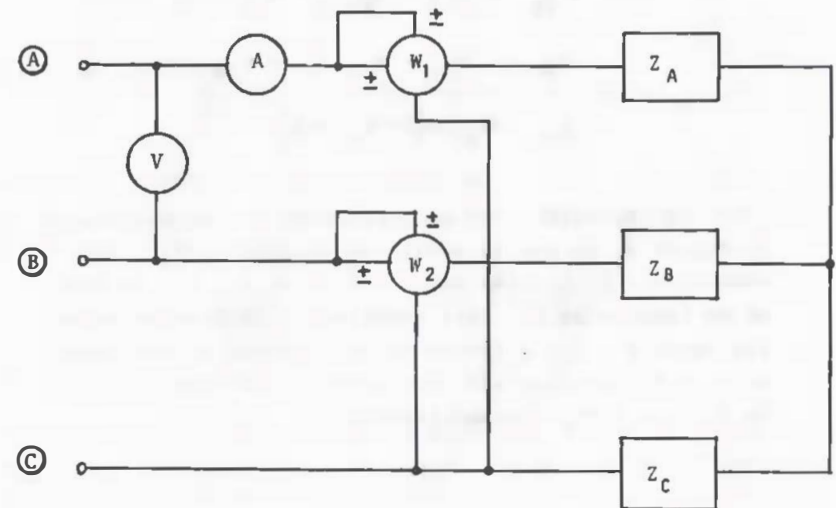


Figura 3. Método de los dos wattmetros para medir potencia en un sistema trifásico.

La restricción del método es que la suma de corrientes debe ser cero; lo cual se logra cuando el neutro de la carga se encuentra desconectado del neutro del sistema de suministro (para una conexión en estrella); o que las cargas estén balanceadas (para una conexión delta o/y estrella) lo que generalmente ocurre en plantas y fábricas.

Por tanto; si

$$I_A + I_B + I_C = 0$$

$$I_C = -I_A - I_B \quad (9)$$

Sustituyendo (9) en (5)

$$S_{3\phi} = W_{AN} I_A^* + W_{BN} I_B^* + W_{CN} (-I_A^* - I_B^*)$$

$$S_{3\phi} = (W_{AN} - W_{CN}) I_A^* + (W_{BN} - W_{CN}) I_B^* \quad (10)$$

$$S_{3\phi} = W_{AC} I_A^* + W_{BC} I_B^*$$

La expresión (10) es congruente con el esquema de la figura 3, ya que la bobina de tensión de W_1 , está conectada a la tensión entre las fases A y C y la bobina de tensión de W_2 , está conectada a la tensión entre las fases B y C y a través de las bobinas de corriente de W_1 y W_2 circulan las corrientes de la fase A (I_A) y de la fase B (I_B) respectivamente.

Para una carga inductiva-resistiva balanceada el diagrama fasorial correspondiente es el de la figura 4.

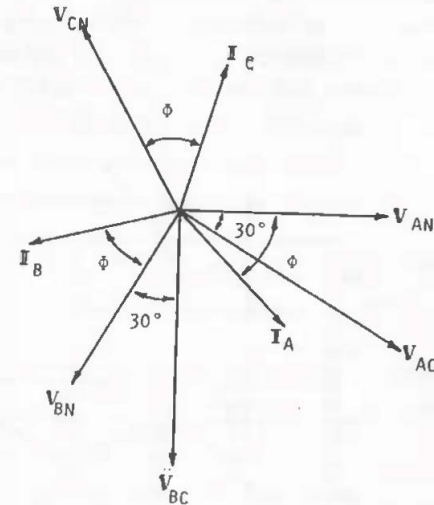


Figura 4. Diagrama fasorial para el método de los dos wattmetros

Segun la figura 4, y considerando que $|I_a| = |I_b| = |I_c| = |I_L|$ y $|V_{AB}| = |V_{BC}| = |V_{CA}| = |V_L|$, las potencias indicadas en cada wattmetro son:

$$P_{W1} = |V_L| |I_L| \cos(\phi - 30^\circ) \quad (11)$$

$$P_{W2} = |V_L| |I_L| \cos(\phi + 30^\circ) \quad (12)$$

En la figura 5, se presentan las gráficas en por ciento de $P_{3\phi}$, P_{W2} y P_{W1} para una carga inductiva. La manera de utilizarla es la siguiente: se dividen las lecturas indicadas en los wattmetros por el producto $|V_L| |I_L|$ y se determina ϕ .

Notesé que las curvas de P_1 y P_2 están graficadas en función del ángulo de defasaje ϕ del diagrama fasorial y no del correspondiente al triángulo de potencias. Para una carga capacitiva los wattmetros se intercambian.

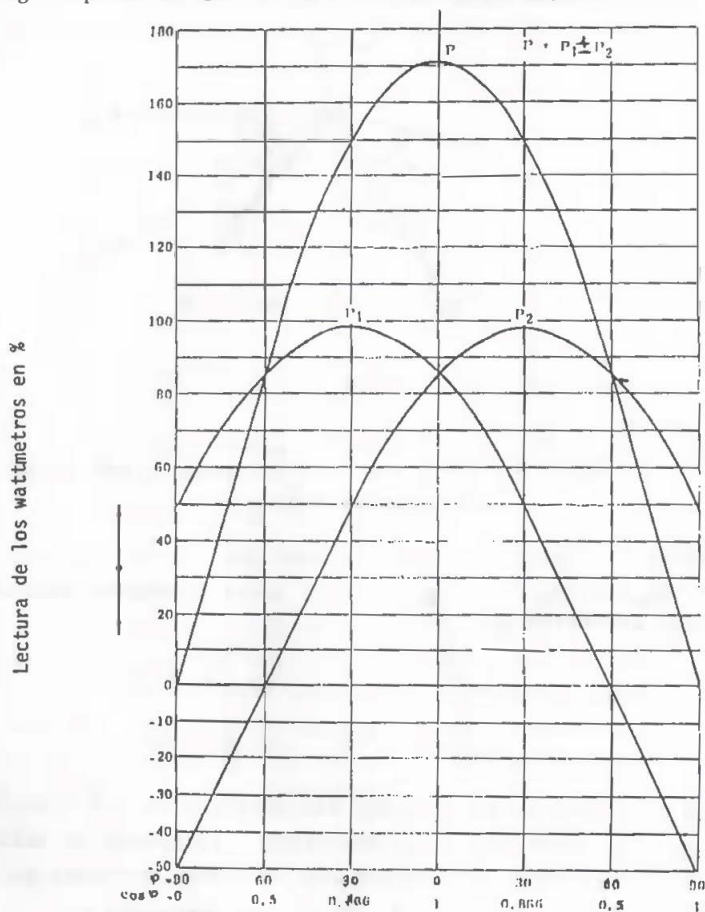


Figura 5.- Gráfica de las lecturas de P_{w1} y P_{w2} en por ciento para el método de los dos wattmetros.

En caso de que $\phi > 60^\circ$ uno de los wattmetros marca en sentido contrario, por lo que es necesario invertir la polaridad de su bobina de tensión y considerar su valor negativo para sumarlo algebraicamente con el valor marcado por otro wattmetro.

Medición de potencia reactiva.

La potencia reactiva en un sistema trifásico es

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} |W_L| |\cos \phi| \text{ (VAR)}$$

Por lo que cuando la carga es reactiva pura un wattmetro marcará cero ($\phi = 90^\circ$); sin embargo es posible medir potencia reactiva por medio de este instrumento al provocar un desfase de 90° entre el flujo de la bobina de tensión y el flujo de la bobina de corriente. En los sistemas trifásicos, se puede obtener ese desfase conectando la bobina de corriente a una fase y la bobina de tensión entre las fases restantes, como se muestra en la figura 6.

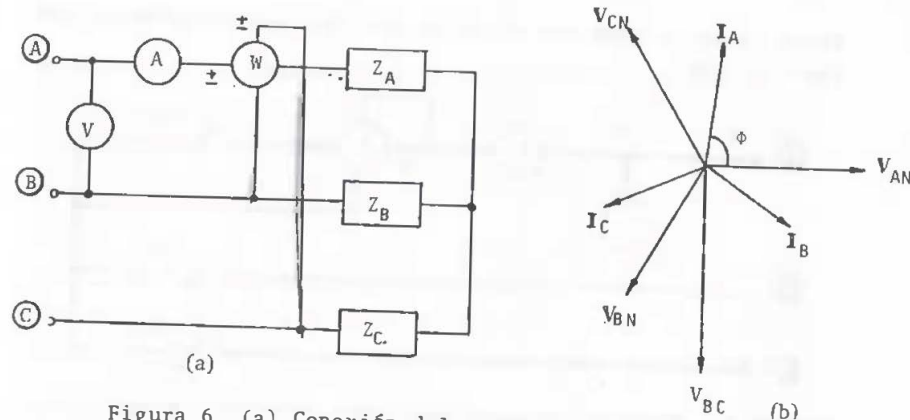


Figura 6. (a) Conexión del wattmetro para medir potencia reactiva en un sistema trifásico. (b) Diagrama fasorial correspondiente a una carga capacitiva balanceada.

El valor indicado por el wattmetro será:

$$P_W = |W_L| |\Pi_L| \cos(90^\circ - \phi) = |W_L| |\Pi_L| \sin \phi$$

Experimentos a realizar:

Experimento I.

Medición de la potencia activa de una carga resistiva equilibrada conectada en estrella.

Arme el circuito de la figura 7 y anote los valores de tensión, corriente y potencia en la Tabla 1 en el renglón correspondiente, calcule así mismo P, S y $\cos \phi$, obteniendo el triángulo de potencia y el diagrama fasorial correspondiente.

Las resistencias empleadas son focos de 300 watts, 127 volts, por lo que su resistencia nominal R es:

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(127)^2}{300} = 54 \Omega \text{ /foco.}$$

Estos focos se conectan en serie para dar una resistencia por fase de 108Ω

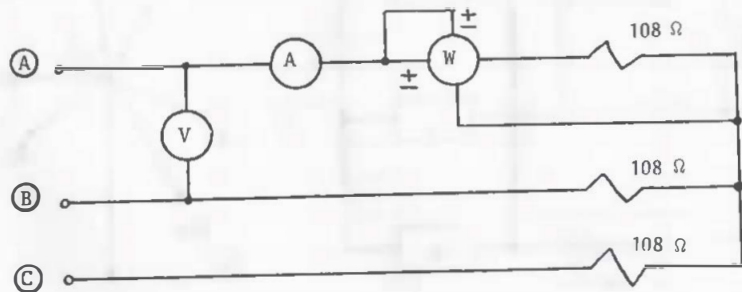


Figura 7.- Diagrama de conexiones para medición de potencia de una carga equilibrada.

Experimento II.

Comprobación del método de los 2 wattmetros.

Arme el circuito de acuerdo a la figura 8 y compruebe que la suma de lecturas de los wattmetros corresponde a la potencia trifásica calculada en el experimento I

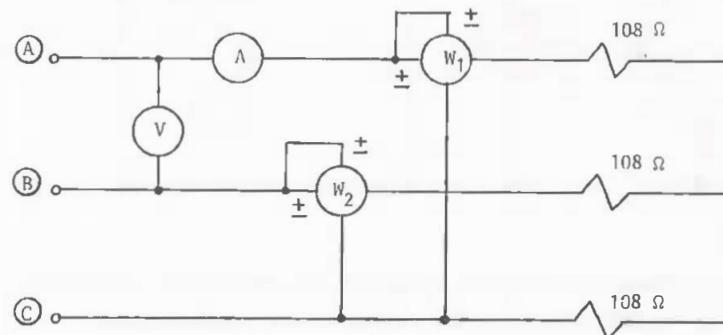


Figura 8.- Diagrama de conexiones para medición de potencia trifásica, método de los dos wattmetros.

Experimento III.

Medición de la potencia para la carga conectada en delta.

El objetivo de este inciso, es comprobar, que la potencia consumida por una carga conectada en delta, es tres veces mayor que la consumida por la misma carga conectada en estrella.

Arme el circuito de la figura 9 y anote los resultados en el renglón correspondiente de la Tabla 1.

Obtenga la relación entre la potencia trifásica de la conexión en delta y de la conexión en estrella. Justifique sus resultados analíticamente.

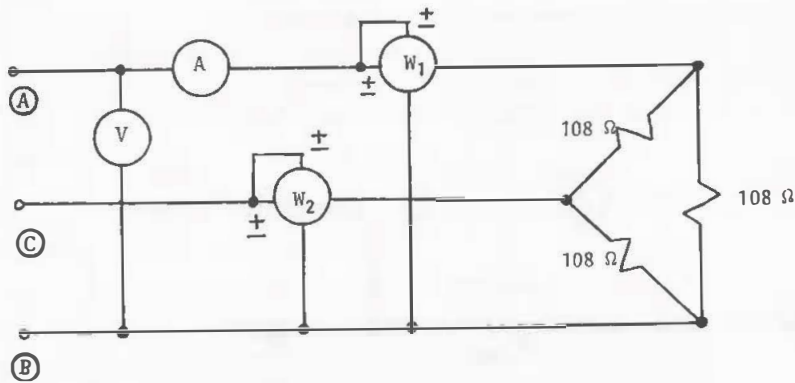


Figura 9.- Diagrama de conexiones para medición de potencia trifásica para una carga en conexión delta.

Experimento IV.

Medición de potencia en un motor trifásico conectado en delta

Arme el diagrama mostrado en la figura 10 y mida la potencia activa P , la corriente I y la tensión V y anote sus resultados en el renglón correspondiente de la Tabla 1. Observe que en este caso el principio de la bobina de tensión del wattmetro 2 se conecta a la fase C y el final a la fase B, a fin de evitar que el wattmetro marque en sentido contrario, debido a que el ángulo ϕ es mayor que 60° . Obtenga las potencias trifásicas aparente y activa y dibuje el diagrama fasorial correspondiente.

Los datos de placa del motor son:

$I_n = 5 \text{ amp}$, $V_f = 220 \text{ volts}$. Para que el motor se pueda alimentar a 220 V, es necesario que sus devanados estén conectados en delta, lo cual se consigue uniendo los tres bornes --negros entre si y alimentando cada una de las fases a los --tres bornes rojos restantes.

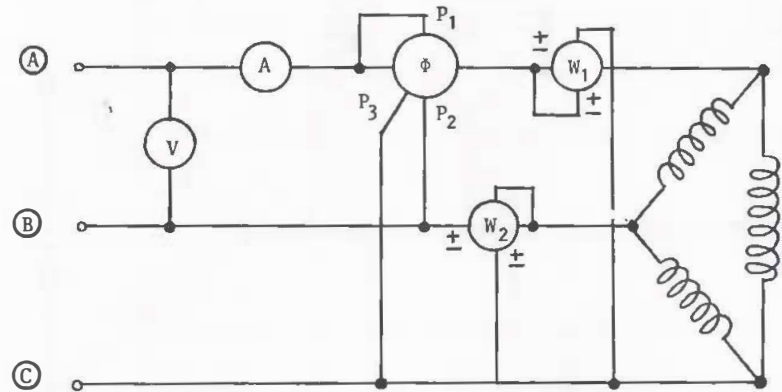


Figura 10.- Diagrama de conexiones para medición de potencia en un motor trifásico conectado en delta.

Experimento V.

Medición de potencia reactiva.

La carga es un banco de capacitores conectados en paralelo para formar una reactancia capacitiva por fase de 172.24Ω a una frecuencia de 60Hz y a su vez, éstas reactancias se conectan en delta según el esquema de la figura 11.

Como se explicó en la introducción teórica, para medir potencia reactiva es necesario defasar 90° la tensión en la bobina de tensión del wattmetro; esto se consigue en el sistema trifásico conectando la bobina de tensión entre las fases -- B y C en lugar de hacerlo entre las fases A y C, como se muestra en la figura 11. Ya que la carga es equilibrada, se utilizará un solo wattmetro para determinar la potencia trifásica.

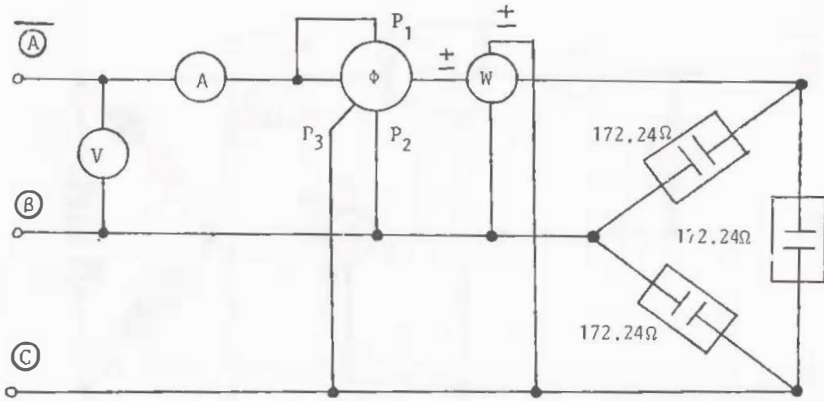


Figura 11.- Diagrama de conexiones para medición de potencia reactiva para una carga capacitiva conectada en Delta.

Mida la corriente, la tensión y la potencia reactiva y anote sus resultados en el renglón correspondiente de la Tabla 1., calcule la potencia aparente, potencia activa y $\cos \phi$. Dibuje el diagrama fasorial y el triángulo de potencias correspondiente.

A partir de sus cálculos anteriores determine el valor de la capacitancia en cada fase.

TABLA I

| CONEXION | V | I | P_{W1} | P_{W2} | $S_{3\phi}$ | $P_{3\phi}$ | $\cos \phi$ |
|---|-------|---------|----------|----------|-------------|-------------|-------------|
| | VOLTS | AMPERES | WATTS | WATTS | VA | W | |
| 1 CARGA RESISTIVA CONECTADA EN ESTRELLA EQUILIBRADA, MÉTODO 1 WATTMETRO . | | | | | | | |
| 2 CARGA RESISTIVA CONECTADA EN ESTRELLA EQUILIBRADA, MÉTODO DOS WATTMETROS . | | | | | | | |
| 3 CARGA RESISTIVA CONECTADA EN DELTA EQUILIBRADA, MÉTODO DOS WATTMETROS . | | | | | | | |
| 4 MOTOR DE INDUCCION CONECTADO EN DELTA , MÉTODO DOS WATTMETROS | | | | | | | |
| 5 CARGA CAPACITIVA CONECTADA EN DELTA MÉTODO 1 WATTMETRO . | | | | | | | |

Material empleado:

- 1 Banco de focos 127 V, 300 W
- 1 Banco de capacitores 0.70 A, 15.4 μ f, 127 V.
- 1 Motor trifásico de inducción 220 V, 5A
- 2 Kilowattmetros 5 A, 300 V
- 1 Wattmetro 5 A, 150 V
- 1 Ampérmetro 1, 2, 5, 10, 20 A.
- 1 Voltmetro 150, 300 V.
- Cables de conexión.

Cuestionario Previo.

- 1.- Encontrar las expresiones para $S_{3\phi}$, $P_{3\phi}$ y $Q_{3\phi}$, para una carga equilibrada conectada en delta.
- 2.- ¿Qué expresiones tiene que usar para encontrar las potencias $S_{3\phi}$, $P_{3\phi}$ y $Q_{3\phi}$, para el motor trifásico de inducción conectado en estrella mostrado en la figura 12?.

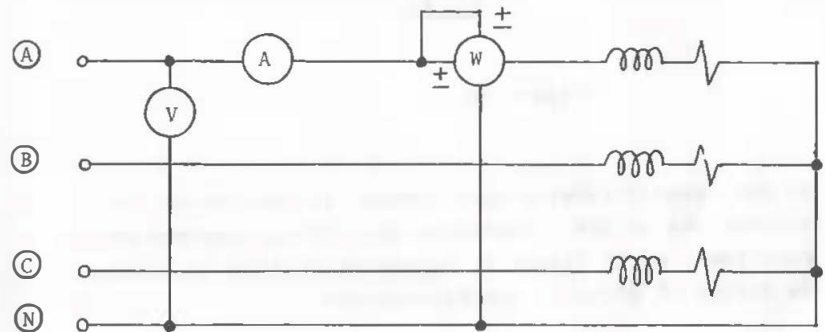


Figura 12

- 3.- En el método de los 2 wattmetros, existe un valor del ángulo ϕ para el cual, uno de los dos wattmetros marca una lectura cero; de acuerdo a la figura 5 encuentre el valor absoluto de ϕ y compruébelo matemáticamente según las expresiones (11) y (12).
- 4.- ¿Cuál será W_1 y cuál W_2 para el diagrama de la figura 13?
Considere una carga inductiva-resistiva balanceada.

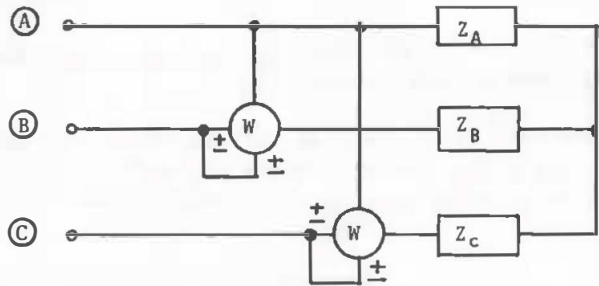


Figura 13

5.- En una carga trifásica equilibrada, se obtuvieron los valores que se dan a continuación, con el diagrama de conexiones de la figura 3. Determine el tipo de carga y su factor de potencia correspondiente.

$$|V_{ac}| = 220 \text{ volts} \quad P_{w1} = 1100 \text{ w.}$$

$$|I_a| = 5 \text{ amp.} \quad P_{w2} = 550 \text{ w.}$$

6.- Demuestre la validez de la siguiente expresión

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} (P_{w1} - P_{w2})$$

donde $Q_{3\phi}$ es la potencia reactiva trifásica, y P_{w1} y P_{w2} son los valores indicados por los wattmetros 1 y 2 respectivamente en el diagrama de la figura 3.

BIBLIOGRAFIA

Gerez Greiser-Murray Lasso M.A.
Teoria de Sistemas y Circuitos
Representaciones y Servicios de Ingeniería, S.A. México.

Skilling H.H.
Circuitos en Ingeniería Eléctrica.
C.E.C.S.A.

Karcz Andres M.
Electrometría
Editorial Universitaria de Buenos Aires.

Kerchner-Corcoran.
Circuitos de Corriente Alterna
C.E.C.S.A.

Navarro Crespo A.
Capacitores de Potencia
BALMEC, S.A.

CORRECCION DEL FACTOR DE POTENCIA.

OBJETIVO.- Verificar en forma práctica la corrección del factor de potencia de una carga monofásica y una carga trifásica.

Teoría Básica:

La teoría para esta práctica, está comprendida en los subtemas 1.6, 1.7 y 1.8 del curso de Análisis de Circuitos Eléctricos.

Experimentos a realizar:

En la primera parte de la práctica se hará la corrección del factor de potencia del circuito de la figura 1.

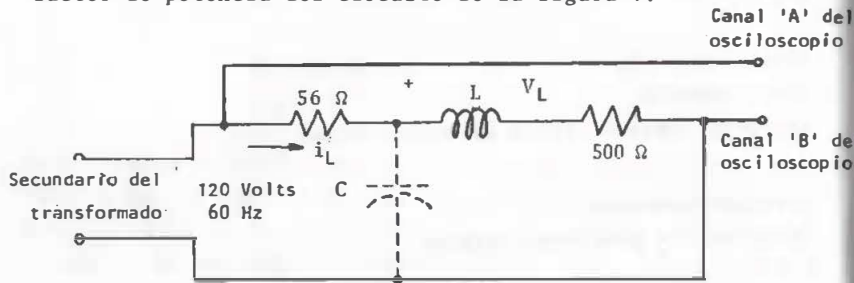


Figura 1. Circuito Monofásico.

Antes de conectar la tierra del osciloscopio al punto "a", verifique en que posición de la clavija se tiene la mínima diferencia de potencial, ésta será la posición correcta. Ver figura 2.

Si no hace lo indicado anteriormente, puede recibir una sorpresa desagradable al conectar la tierra del osciloscopio al punto "a".

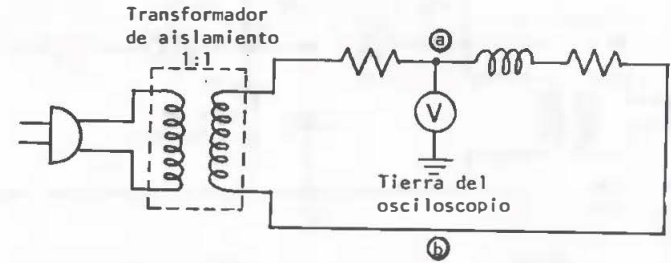


Figura 2. Circuito de prueba del transformador.

Proceda a conectar las puntas con atenuación del osciloscopio como muestra la figura 1.

En caso de que no se disponga de puntas con atenuación, con objeto de no dañar el osciloscopio es necesario implementar dos divisores de voltaje mediante resistencias para hacer las mediciones correspondientes. En la figura 3 se muestra el circuito monofásico de la figura 1 con los divisores de voltaje mencionados, que los valores de los voltajes se verán atenuados 11 veces en el osciloscopio.

Mida el ángulo de defasamiento entre el voltaje " V_L " y la corriente i_L .

Determine:

- El factor de potencia de la carga.
- El triángulo de potencia.
- El valor de capacitor que hace al factor de potencia unitario.

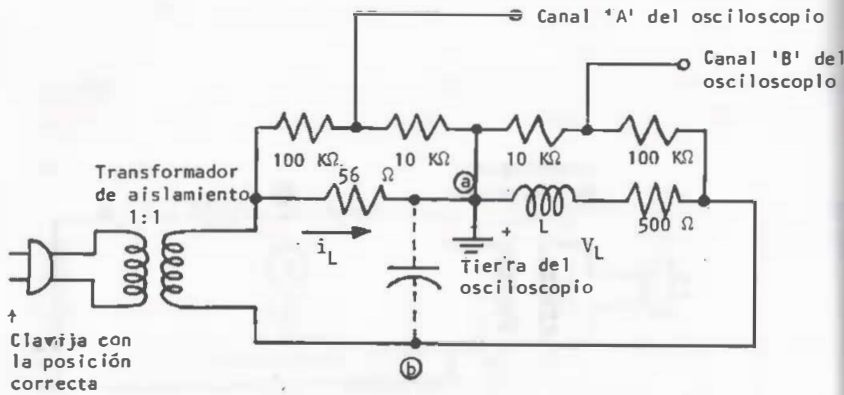


Figura 3.- Circuito monofásico para realizar la corrección del factor de potencia.

Conecte un capacitor cuyo valor sea el más próximo al calculado entre los nodos a y b. Observe el efecto en el osciloscopio.

Repita lo anterior para diferentes valores de capacitancia.

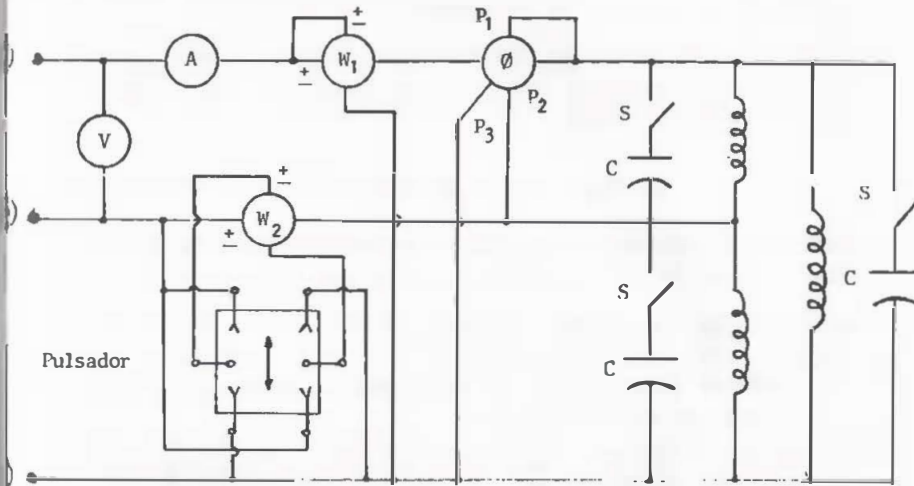
Conteste las siguientes preguntas

- 1.- ¿Qué sucede cuando el valor del capacitor es menor que el calculado?
- 2.- ¿Qué sucede cuando el valor del capacitor es mayor que el calculado?

Corrección del factor de potencia de una carga trifásica.

En esta parte de la práctica se modificará el factor de potencia del motor de inducción utilizado en la práctica anterior.

Arme el circuito de la figura 4 con los interruptores "S" abiertos.



donde $C = 15.4 \mu\text{f}$

Figura 4.- Circuito Trifásico.

El pulsador permite conectar la bobina de tensión del wattmetro 2, con la polaridad adecuada. (Recuerde que el valor indicado en la práctica anterior era negativo).

Mediante la ecuación (1), determine el valor de θ .

$$\theta = \cos^{-1} \frac{P_{3\theta}}{\sqrt{3} |V_L| |I_L|} \quad (1)$$

Compruebe que el valor calculado de θ es el indicado por el factorímetro.

Cierre simultáneamente los interruptores "S" y verifique que el wattmetro 2 marca en el sentido correcto, de no ser así, cambie el pulsador a la otra posición.

Mida el nuevo ángulo de defasamiento. Con este valor puede calcularse la potencia total suministrada por los capacitores mediante la ecuación (2).

$$Q_{3\phi} = P_{3\phi} (t_g \theta_1 - t_g \theta_2) \quad (2)$$

Donde θ_1 es el ángulo de defasamiento original y θ_2 es el nuevo ángulo de defasamiento.

Conteste las siguientes preguntas.

- 3.- ¿Cuál es la potencia reactiva suministrada por los capacitores en cada fase?
- 4.- Determine el valor del capacitor que se requiere para suministrar la potencia reactiva calculada en la pregunta anterior. ¿Qué concluye?

Equipo empleado:

- 2 Wattmetros
- 1 Voltmetro
- 1 Ampermetro
- 1 Pulsador
- 1 Motor de inducción
- 1 Banco de capacitores
- 1 Osciloscopio
- 1 Transformador de relación
- 1 resistencia de 500 Ω a 25 watts

Material empleado

- 1 Resistencia de 56 Ω a 10 watts
- 2 Resistencias de 10 k Ω a 1/2 watts
- 2 Resistencias de 100 k Ω a 1/2 watts
- 1 Reactor de 20 watts para lámpara fluorescente

Cuestionario previo.

- 1.- ¿Qué se entiende por modificación del factor de potencia y que ventajas representa?
- 2.- Si en un determinado circuito con carga predominantemente inductiva, a ésta se le conecta un capacitor en serie. ¿Es posible modificar el factor de potencia?
- 3.- ¿Es posible modificar el factor de potencia de una carga conectando en paralelo a ella una resistencia?
- 4.- Si la respuesta a la pregunta anterior es afirmativa. ¿Qué desventaja presenta este método?
- 5.- Encuentre una expresión a partir de los fasores V_L e I_L del circuito monofásico de la figura 1 (antes de conectar el capacitor) para obtener el valor de la capacitancia del capacitor, C, que hace al factor de potencia unitario.
- 6.- Demuestre la ecuación (2).

BIBLIOGRAFIA.

Gerez Greiser V.- Murray Lasso M.A.
Teoría de Sistemas y Circuitos
Representaciones y Servicios de Ingeniería, S.A. México.

Skilling H.H.
Circuitos en Ingeniería Eléctrica
C.E.C.S.A.

Karcz Andres M.
Electrometría
Editorial Universitaria de Buenos Aires.

Kerchner-Carcoran
Circuitos de Corriente Alterna
C.E.C.S.A.

Navarro Crespo A.
Capacitores de Potencia
BALMEC, S.A.

RESONANCIA

OBJETIVO: Familiarizar al alumno con el concepto de resonancia eléctrica.

Teoría Básica:

Circuito serie: la configuración del circuito serie resonante básico es el mostrado en la figura 1.

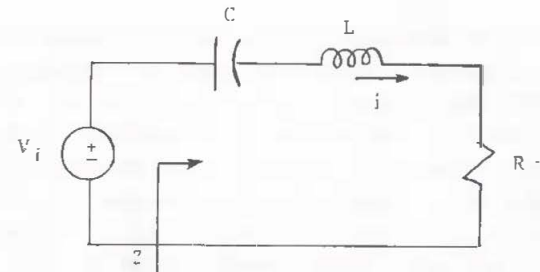


Figura 1. Circuito resonante serie básico

Si la entrada V_i es senoidal, la corriente i en estado permanente, se puede determinar mediante el siguiente análisis:

$$\Pi = \frac{V_i}{Z}$$

donde Π es el fasor correspondiente a la corriente i y

$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$, entonces:

$$\Pi = \frac{V_i}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{V_i}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \quad (1)$$

o tambien

$$I = \frac{V_i}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad \left[-\text{tg}^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right] \quad (1')$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$I = \frac{V_i}{R}$$

De lo anterior se concluye que la corriente presenta un módulo máximo cuando $\omega = 1/\sqrt{LC}$; a este valor de frecuencia se le denomina frecuencia de resonancia y se le denota con ω_0 . Es importante notar que a la frecuencia de resonancia, el desfase entre el voltaje de entrada y el voltaje en la resistencia es nulo. Aunque la ecuación (1) describe el comportamiento del circuito serie resonante; en la práctica se trabaja con dicha ecuación en una forma mas adecuada, (forma normalizada) la cual se obtiene a continuación:

De la ecuación (1)

$$I = \frac{\frac{V_i}{R}}{1 + j\frac{1}{R}(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

multiplicando y dividiendo la parte imaginaria del denominador por $\omega_0 L$ y recordando que $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$

$$I = \frac{\frac{V_i}{R}}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad (1'')$$

donde $Q = \text{factor de calidad} = \frac{\omega_0 L}{R}$

de la ecuación (1'')

$$|H(j\omega)| = \frac{|V_R|}{|V_i|} = \frac{1}{|1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)|} \quad (2)$$

$$\angle H(j\omega) = \angle V_R - \angle V_i = -\text{tg}^{-1} Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \quad (3)$$

En la figura 2 se presentan las gráficas correspondientes a las ecuaciones (2) y (3), para diferentes valores de Q.

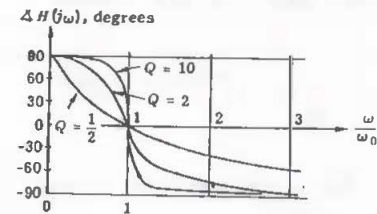
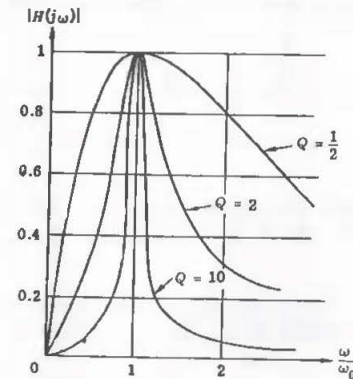


Figura 2. Respuesta en frecuencia del circuito resonante.

Ancho de Banda.

Se define como ancho de banda (AB) al intervalo de frecuencias tales que

$$|\Pi| \geq \frac{|\Pi_{\max}|}{\sqrt{2}}$$

De la ecuación (2), se observa que $AB = w_2 - w_1$; donde w_1 y w_2 son los valores de frecuencia que hacen

$$Q \left(\frac{w}{w_0} - \frac{w_0}{w} \right) = \pm 1 \quad (4)$$

Cálculo de w_1 y w_2

Tomando el signo positivo del miembro derecho de la ecuación (4)

$$\frac{w}{w_0} - \frac{w_0}{w} - \frac{1}{Q} = 0$$

o bien

$$\left(\frac{w}{w_0} \right)^2 - \frac{1}{Q} \left(\frac{w}{w_0} \right) - 1 = 0$$

$$\frac{w}{w_0} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4Q^2}}{2Q}$$

considerando el signo positivo del radical

$$\frac{w}{w_0} = \frac{1}{2Q} (1 + \sqrt{1 + 4Q^2})$$

como $2Q < 1 + \sqrt{1 + 4Q^2}$; seguramente el valor obtenido corresponde a w_2 y por consiguiente

$$w_2 = \frac{w_0}{2Q} (1 + \sqrt{1 + 4Q^2}) \quad (5)$$

de manera análoga

$$w_1 = \frac{w_0}{2Q} (-1 + \sqrt{1 + 4Q^2}) \quad (5')$$

Circuito paralelo: La configuración del circuito resonante paralelo básico es el mostrado en la figura 3.

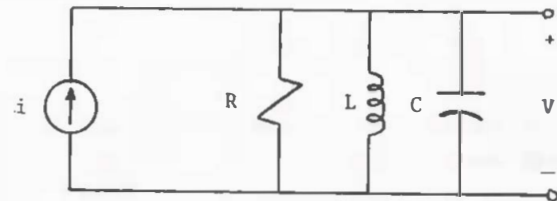


Figura 3. Circuito resonante paralelo básico.

Si la corriente i es senoidal, se puede determinar V en estado permanente empleando fasores.

$$V = \frac{\Pi}{G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}} = \frac{\Pi}{G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})}$$

rearrreglando

$$V = \frac{\frac{\Pi}{G}}{1 + jQ\left(\frac{w}{w_0} - \frac{w_0}{w}\right)} \quad (6)$$

donde

$$Q = w_0 RC \quad \text{y} \quad w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Note la similitud de la ecuación (6) con la ecuación (1'')

Obviamente para este tipo de circuito a la frecuencia de resonancia se maximiza el módulo de voltaje, y el ángulo de defasaje entre la corriente i y el voltaje V es cero.

El módulo y argumento de V para cualquier w están dados respectivamente por:

$$|V| = \frac{\frac{|I|}{G}}{\left|1 + jQ\left(\frac{w}{w_0} - \frac{w_0}{w}\right)\right|}$$

$$\phi = -\text{tg}^{-1} Q\left(\frac{w}{w_0} - \frac{w_0}{w}\right)$$

Nótese que la pendiente de la curva de fase en $w = w_0$ es proporcional a Q ; esto es:

$$\left. \frac{d\phi}{dw} \right|_{w=w_0} = -\frac{2Q}{w_0} \quad (7)$$

Circuito resonante real: En la práctica, cualquier inductancia presenta pérdidas, por lo que un circuito resonante paralelo real tendrá la forma del circuito de la figura 4.

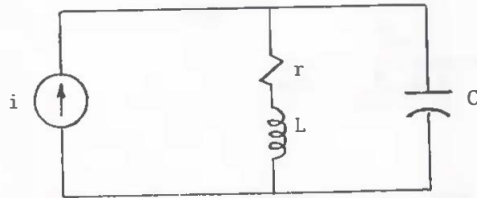


Figura 4. Circuito resonante real.

Dicho circuito puede representarse con muy pequeño error mediante el circuito resonante paralelo ideal, si $Q_L = w_0 L/r \gg 1$ (referencia 1); donde $R = rQ_L^2$. Esto se ilustra en la figura 5.

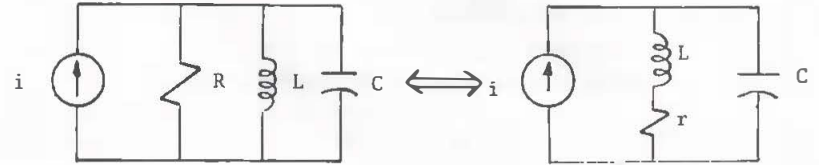


Figura 5. Equivalencia entre dos circuitos resonantes en paralelo.

Es importante notar que cualquier circuito cuya función de transferencia contenga un cero y dos polos, podrá (desde el punto de vista de la respuesta en frecuencia) tener una representación semejante a las ecuaciones (2) y (3).

Experimentos a realizar.

Experimento I.

Arme el circuito de la figura 6.

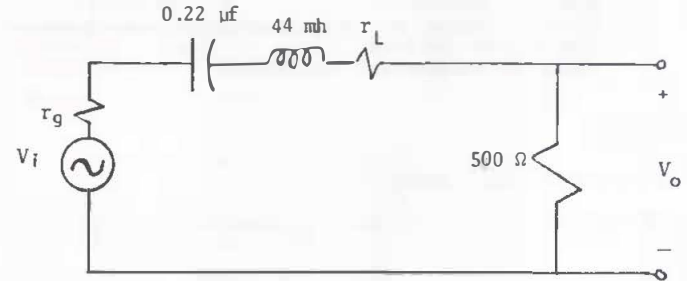


Figura 6. Circuito resonante serie.

Determine:

- a) La frecuencia de resonancia.
- b) El ancho de banda.
- c) Verifique que $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$; si no sucede así, repita el inciso anterior.
- d) El factor de calidad.
- e) El valor de L a partir de ω_0 y C
- f) La curva de magnitud de V_o en función de ω .

Una configuración posible para la realización de esto último se muestra, en la figura 7.

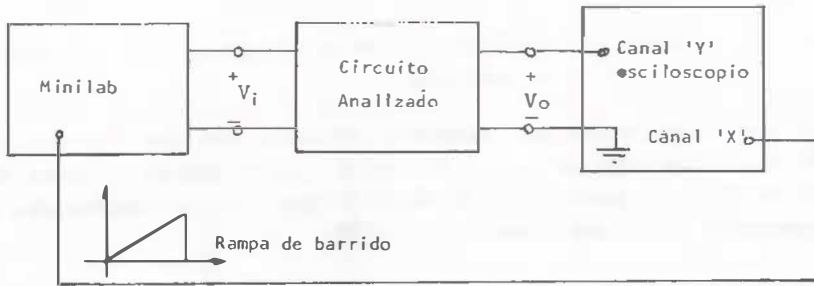


Figura 7. Configuración para obtener la respuesta en frecuencia.

- g) Cambie la resistencia de 500Ω por una de 100Ω , repita los incisos anteriores y diga que características se modifican y cuales no; considere frecuencia de resonancia, factor de calidad, ancho de banda y ganancia. ¿Era esto de esperarse? Explique.

Experimento II.

Arme el circuito de la figura 8

Repita los incisos a),...,f) del experimento I. Excepto el inciso e).

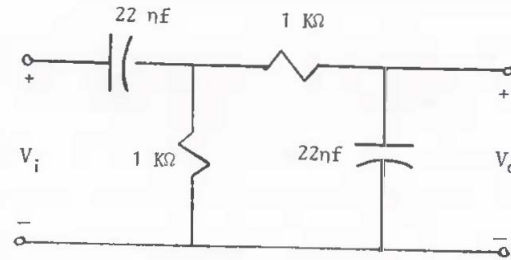


Figura 8. Filtro Pasa-banda.

Equipo necesario

- 1 Osciloscopio
- 1 Minilab
- 1 Solenoide

Material necesario

- 1 Capacitor de $0.22 \mu\text{f}$
- 2 Capacitores de 22 nF
- 2 Resistencias de $1 \text{ K}\Omega$; $1/2 \text{ watt}$
- 1 Resistencia de 100Ω ; $1/2 \text{ watt}$

Cuestionario Previo

- 1.- Demuestre la ecuación (5')
- 2.- Demuestre la ecuación (6)
- 3.- Demuestre la relación

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{f_0}{f_2 - f_1}$$

- 4.- Demuestre que $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$
- 5.- Demuestre la ecuación (7)
- 6.- Demuestre que en el circuito de la figura 4

$$Q = \frac{\omega_0 L}{r}$$

- 7.- Demuestre la equivalencia de los circuitos de la figura 5.
- 8.- Determine para los circuitos de las figuras 6 y 8 las ecuaciones (2) y (3) correspondientes.

BIBLIOGRAFIA

Clarke & Hess
 Communication Circuits Analysis and Design.
 Addison - Wesley

Desoer C. & Huh E.
 Basic Circuit Theory
 Mc Graw Hill.

ESCALAMIENTO DE IMPEDANCIA Y FRECUENCIA

OBJETIVO.- Que el alumno aplique en forma práctica los teoremas de escalamiento de impedancia y frecuencia.

Teoría Básica.- Escalamiento de impedancia. Considere una red plana lineal e invariable con el tiempo, cuya entrada es el voltaje V_i y la salida, V_o , es el voltaje correspondiente a una rama arbitraria de la misma. Ver figura 1 .

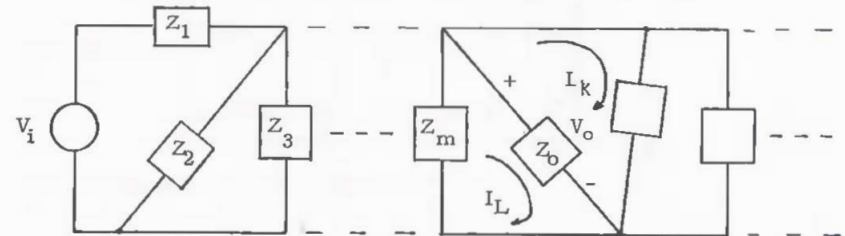


Figura 1.- Red plana, lineal e invariable de n mallas.

El voltaje V_o está dado por:

$$V_o = Z_o (I_L - I_K) \tag{1}$$

y las ecuaciones de malla de la red presentan la forma:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_i \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

resolviendo para I_K e I_L

$$I_K = \frac{\begin{vmatrix} Z_{11} \cdots Z_{1(K-1)} & V_i & Z_{1(K+1)} \cdots Z_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n(K-1)} & 0 & Z_{n(K+1)} \cdots Z_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{11} \cdots Z_{1n} \\ \vdots \\ Z_{n1} \cdots Z_{nn} \end{vmatrix}}$$

$$I_L = \frac{\begin{vmatrix} Z_{11} \cdots Z_{1(L-1)} & V_i & Z_{1(L+1)} \cdots Z_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{n1} \cdots Z_{n(L-1)} & 0 & Z_{n(L+1)} \cdots Z_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{11} \cdots Z_{1n} \\ \vdots \\ Z_{n1} \cdots Z_{nn} \end{vmatrix}}$$

si se define

$$\Delta = \begin{vmatrix} Z_{11} \cdots Z_{1n} \\ \vdots \\ Z_{n1} \cdots Z_{nn} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_K = \begin{vmatrix} Z_{21} \cdots Z_{2(K-1)} & Z_{2(K+1)} \cdots Z_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ Z_{n1} \cdots Z_{n(K-1)} & Z_{n(K+1)} \cdots Z_{nn} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_L = \begin{vmatrix} Z_{21} \cdots Z_{2(L-1)} & Z_{2(L+1)} \cdots Z_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ Z_{n1} \cdots Z_{n(L-1)} & Z_{n(L+1)} \cdots Z_{nn} \end{vmatrix}$$

Considerando las ecuaciones (1), (2), (3), (4), (5) y (6)

se tiene

$$V_o = V_i \frac{(\Delta_L - \Delta_K)}{\Delta} Z_o \quad (7)$$

de donde la función de transferencia es:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{(\Delta_L - \Delta_K)}{\Delta} Z_o \quad (8)$$

Si todas las impedancias que constituyen la red se multiplican por un factor K se tiene, de la ecuación (8)

$$\frac{V_o'}{V_i'} = \frac{(\Delta_L' - \Delta_K') K}{\Delta'} Z_o \quad (9)$$

donde por álgebra de determinantes

$$\Delta_L' = K^{n-1} \Delta_L \quad 10.a$$

$$\Delta_K' = K^{n-1} \Delta_K \quad 10.b$$

$$\Delta' = K^n \Delta \quad 10.c$$

sustituyendo las ecuaciones (10) en (9)

$$\frac{V_o'}{V_i'} = \frac{K^n (\Delta_L - \Delta_K) Z_o}{K^n \Delta} = \frac{V_o}{V_i} \quad (11)$$

de esta última expresión se concluye lo siguiente:

Si en una red se multiplican todas las impedancias por una misma constante la función de transferencia (si esta es la razón de un voltaje de salida a un voltaje de entrada) no se altera.

En función de los elementos que conforman la red:

Si en una red todas las inductancias y resistencias que la constituyen se multiplican por una constante K y los capacitores de la misma red se dividen por la constante K; la función de transferencia (si esta es la razón de un voltaje de salida a un voltaje de entrada) no se altera.

Escalamiento de Frecuencia.- La respuesta permanente de un sistema lineal, invariable con el tiempo y estable debido a una excitación de la forma $u = \text{sen } \omega t$, esta dada por:

$$g(t) = H(j\omega) \text{ sen } (\omega t + \angle H(j\omega)) \quad (12)$$

donde $H(j\omega)$ es la función de transferencia de la red evaluada en el eje imaginario del plano complejo.

Para una red dada de b aristas:

$$H(j\omega) = f(\omega L_1, \dots, \omega L_b, \omega C_1, \dots, \omega C_b, R_1, \dots, R_b)$$

Para una frecuencia ω_1 dada

$$H(j\omega_1) = f(\omega_1 L_1, \dots, \omega_1 L_b, \omega_1 C_1, \dots, \omega_1 C_b, R_1, \dots, R_b) \quad (13)$$

Para una frecuencia ω_2 dada, suponiendo que las inductancias y capacitancias de cada arista son modificadas

$$H(j\omega_2) = f(\omega_2 L'_1, \dots, \omega_2 L'_b, \omega_2 C'_1, \dots, \omega_2 C'_b, R_1, \dots, R_b) \quad (14)$$

Si se desea que las respuestas en frecuencia en estado permanente dadas por las ecuaciones (13) y (14) sean iguales se requiere:

$$W_1 L_K = W_2 L'_K \quad (15)$$

$$W_1 C_K = W_2 C'_K \quad (16)$$

de donde, los nuevos valores de los elementos inductivos y capacitivos para que se cumpla lo dicho en el párrafo anterior son:

$$L'_K = \frac{W_1}{W_2} L_K \quad (17)$$

$$C'_K = \frac{W_1}{W_2} C_K \quad (18)$$

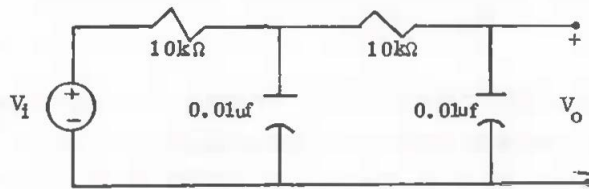
de lo anterior se concluye:

Si se desea que la respuesta senoidal permanente de una red a una cierta frecuencia W_2 presente las mismas características de magnitud y fase que se tienen para una frecuencia W_1 , los inductores y capacitores que constituyen la red deben escalarse de acuerdo a las ecuaciones (17) y (18).

Experimentos a realizar.

Experimento I.-

Arme el siguiente circuito:



$$V_i = A \text{ sen } 2000 \pi t$$

Mida el ángulo de desfasamiento entre V_o y V_i y la magnitud $|H(j2000\pi)|$ $|V_o| / |V_i|$.

Se desea que las resistencias del circuito valgan 1000Ω determine que v_i deben tener los capacitores para que la función de transferencia no se altere.

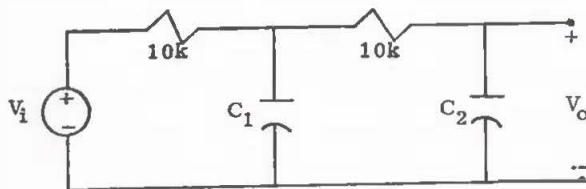
$$C_1 =$$

$$C_2 =$$

Compruebe esto experimentalmente.

Experimento II.

Arme el siguiente circuito.



$$V_i = A \text{ sen } 1000 \pi t$$

Determine los valores de C_1 y C_2 para que cuando $V_i = A \text{ sen } 1000 \pi t$ el desfase y la magnitud de $|V_o| / |V_i| = |H(j1000\pi)|$ sean iguales a los calculados en el experimento I.

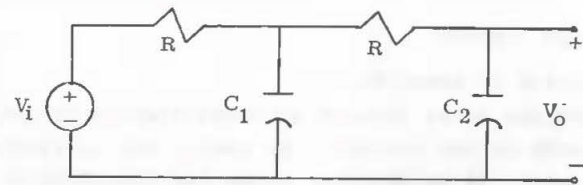
$$C_1 =$$

$$C_2 =$$

Verifique esto experimentalmente.

Experimento III.

Arme el siguiente circuito.



$$V_i = A \text{ sen } 4000\pi$$

$$V_o = A |H(j4000\pi)| \text{ sen } (4000 \pi t + \angle H(j4000\pi))$$

$$R = 1000 \Omega$$

Si $R = 1000 \Omega$ cuanto deben valer C_1 y C_2 para que

$$|H(j4000\pi)| \text{ y } \angle H(j4000\pi)$$

sean los obtenidos en el experimento I para $\omega = 2000 \pi$.

$$C_1 =$$

$$C_2 =$$

Verifique esto experimentalmente.

Equipo empleado:

- 1 Osciloscopio
- 1 Minilab

Material necesario:

- 2 Resistencias de 10 KΩ
- 2 Resistencias de 1 KΩ
- 2 Capacitores de 0.02 μf ó 4 capacitores de 0.01 μf
- 2 Capacitores de 0.05 μf
- 2 Capacitores de 0.1 μf
- 2 Capacitores de 0.01 μf

CUESTIONARIO PREVIO

- 1.- Demuestre la ecuación (12)
- 2.- Pruebe que si la función de transferencia de una red es la razón de una corriente de rama a una corriente de excitación, al multiplicar todas las resistencias y bobinas por una constante K y dividir todos los capacitores por la misma constante, dicha función de transferencia no se altera.
- 3.- ¿Que sucede si la salida es una corriente y la excitación es un voltaje?
- 4.- En la figura 2, se muestra un filtro pasa-banda, con frecuencia central $f_o = 1/\pi\sqrt{LC}$.

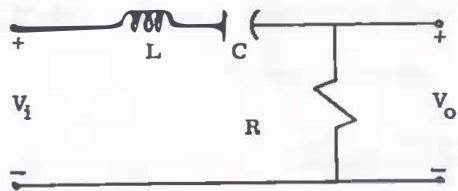


Figura 2. Filtro pasa-banda

$$L = 1 \text{ h}$$

$$C = \frac{1}{2} \text{ fd}$$

$$R = \frac{6}{10} \Omega$$

Si se desea que dicho filtro presente las mismas características de magnitud y fase a la frecuencia central de $f_o = 10 \text{ KHz}$ y utilizar un capacitor de 10^{-8} fd .

Determine los nuevos valores de R y L a emplearse.

BIBLIOGRAFIA

L.P. Huelsman, P.E. Allen
Introduction to the Theory and Design of Active Filters.
McGraw-Hill

Skilling.

Circuitos en Ingeniería Eléctrica.

C.E.C.S.A.

TEOREMAS DE REDES

OBJETIVO.-Que el alumno compruebe experimentalmente los teoremas de Sustitución, Tellegen, Superposición, Thévenin y Norton y el de Reciprocidad. De tal forma que se familiarice con ellos y sea capaz de aplicarlos en la solución de problemas teóricos y prácticos.

Teoría Básica:

1.- Teorema de Sustitución.

Este teorema al igual que el de Tellegen es general y puede aplicarse a circuitos lineales o no lineales, variables ó invariables con el tiempo. La única restricción es que satisfagan las leyes de Kirchhoff. (circuitos de parámetros concentrados) y además que el circuito sea determinístico; es decir, que no haya incertidumbre acerca de los voltajes y corrientes de arista.

El teorema establece que si a través de una arista k arbitraria, no acoplada a ninguna otra arista, circula una corriente j_k y hay una diferencia de potencial V_k , dicha arista puede sustituirse por una fuente independiente ideal de corriente de valor j_k o una fuente independiente ideal de voltaje de valor V_k .

Si el circuito modificado tiene solución única para las corrientes y voltajes de arista, dichas corrientes y voltajes de arista son idénticas a las del circuito original.

Prueba del Teorema:

Considere la arista k no acoplada a ninguna otra arista, donde j_k es la corriente que circula a través de ella y V_k es la diferencia de potencial entre sus terminales. Suponga que dicha arista es común a las mallas α y β , como muestra la figura I.1.

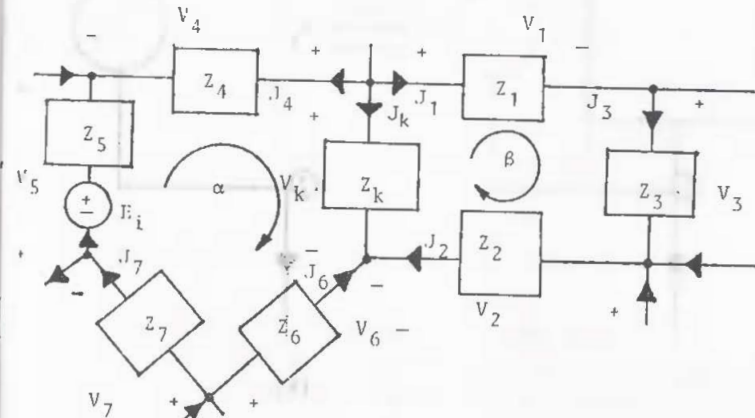


Figura I.1. Sección de un circuito

Para la malla α se cumple:

$$V_k = V_4 - V_5 + V_6 - V_7 \tag{I.1}$$

Para la malla β se cumple:

$$V_k = V_1 + V_2 + V_3 \tag{I.2}$$

Si la arista k se modifica poniendo en paralelo una fuente de voltaje de valor V_k , como muestra la figura I.2.a., las ecuaciones (I.1) y (I.2) no se modifican.

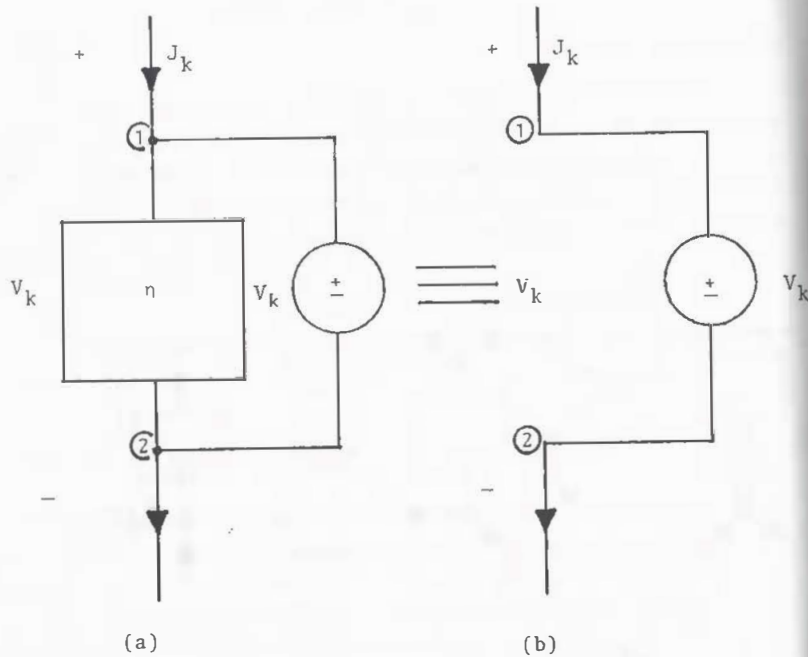


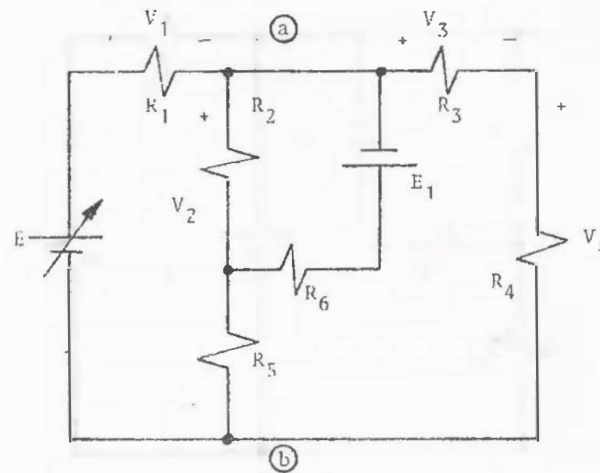
Figura 1.2 a) Fuente ideal de voltaje en paralelo con un circuito η .
b) Circuito equivalente.

El circuito de la figura 1.2a es equivalente al circuito de la figura 1.2b, esto puede demostrarse mediante la primera ley de Kirchhoff aplicada a los nodos 1 y 2 en cada uno de los circuitos. Como consecuencia de lo anterior, si el circuito η de la arista k se sustituye por una fuente independiente ideal de voltaje de valor V_k , las leyes de Kirchhoff del circuito original no se alteran.

Experimentos a realizar:

Experimento I

Arme el circuito de la figura 1.3



$E_1 = 9V$
 $R_1 = R_3 = R_5 = 1k\Omega$
 $R_2 = R_4 = R_6 = 10k\Omega$

Figura 1.3 Circuito de tres mallas.

- a) Mida el voltaje de una de las pilas.
- b) Ajuste E hasta que V_2 sea igual al voltaje de la pila medido anteriormente. Una vez logrado esto, no varíe en lo sucesivo E.
- c) Mida V_1, V_2, V_3 y V_4
- d) Compare los valores calculados de V_1, V_2, V_3 y V_4 con los valores medidos en el inciso anterior. En caso de que haya diferencias explique las posibles causas.

Experimento II.

- a) Conecte otra pila entre los nodos a y b tal como muestra la figura 1.4
- b) Mida V_1, V_2, V_3 y V_4
- c) Compare los valores medidos en el inciso anterior con los valores del inciso Ic.

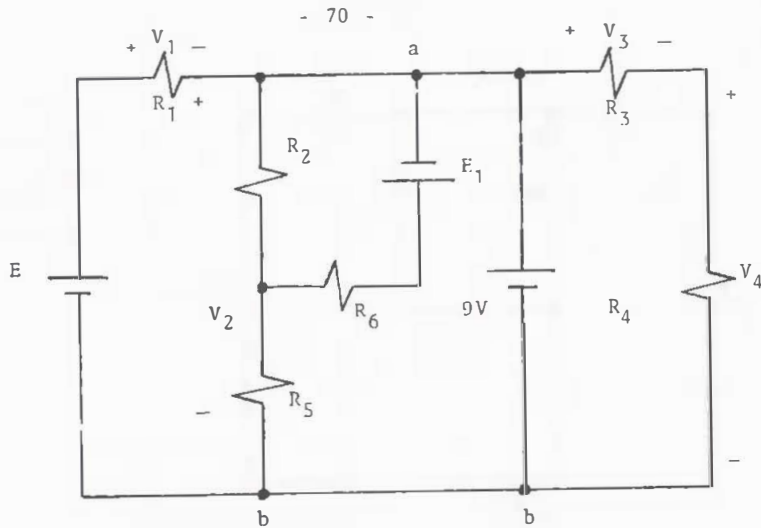


Figura I.4 Circuito para comprobar el Teorema de Sustitución.

d) ¿Que concluye?

Experimento III.

a) Desconecte la rama entre los nodos a y b del circuito de la figura I.3; ver figura I.5

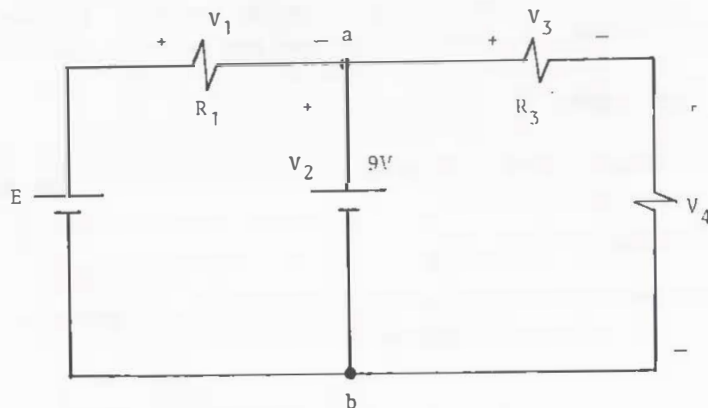


Figura I.5 Circuito en el que se ha aplicado el teorema de Sustitución

b) Repita los incisos IIb, IIc y II d.

Equipo necesario

- 1 Minilab
- 1 Multímetro.

Material necesario

- 3 Resistencias de 10kΩ a 1/2 watt.
- 3 Resistencias de 1 kΩ a 1/2 watt.
- 2 Pilas de 9 volts.

Cuestionario Previo.

- 1.- Determine los voltajes V_1, V_2, V_3 y V_4 de la figura I.3 (considere $E = 12.068 V$)
- 2.- Determine los voltajes V_1, V_2, V_3 y V_4 de la figura I.4
- 3.- Determine los voltajes V_1, V_2, V_3 y V_4 de la figura I.5

II. Teorema de Tellegen.

El teorema establece que en un circuito de b aristas y l mallas se cumple:

$$\sum_{k=1}^b j_k V_k = 0 \quad (II.1)$$

donde j_k y V_k representan la corriente y el voltaje respectivamente en la k -ésima arista.

Este teorema tiene que ver directamente con el principio

de conservación de la energía. Ya que el producto $j_k V_k$ representa la potencia suministrada o consumida en la k -ésima arista; la expresión (II.1) nos dice que la potencia suministrada a un circuito es igual a la potencia que se consume en dicho circuito.

Este teorema es general y puede aplicarse a un circuito lineal o no lineal, variable o invariable con el tiempo; la única restricción es que se satisfagan las leyes de Kirchhoff (Circuito de parámetros concentrados) y que el circuito sea determinístico.

Prueba del teorema:

Considere un circuito de b aristas, n nodos (lo que implica que el número de mallas es $\ell = b - (n-1)$ sin incluir la malla externa). Asigne a la malla externa el número $\ell+1$. Sean I_α e I_β las corrientes de malla de las mallas α y β respectivamente. Suponga que la arista k es común a las mallas α y β como se muestra en la figura II.1 y sea $V_{\alpha\beta}$ el voltaje en dicha arista.

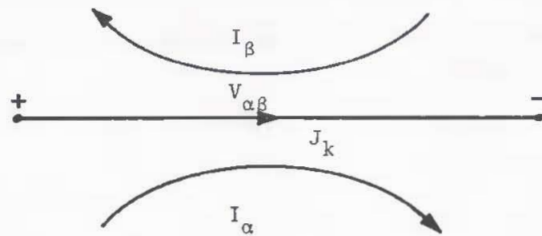


Figura II.1 Una arista arbitraria k , común a las mallas α y β .

Entonces

$$j_k V_k = (I_\alpha - I_\beta) V_{\alpha\beta} \quad (II.2)$$

que también puede escribirse como

$$j_k V_k = (I_\beta - I_\alpha) V_{\beta\alpha} \quad (II.3)$$

sumando (II.2) y (II.3)

$$j_k V_k = \frac{1}{2} \left((I_\alpha - I_\beta) V_{\alpha\beta} + (I_\beta - I_\alpha) V_{\beta\alpha} \right)$$

si se consideran ahora las b aristas y $\ell+1$ mallas

$$\sum_{k=1}^b j_k V_k = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^{\ell+1} \sum_{\beta=1}^{\ell+1} (I_\alpha - I_\beta) V_{\alpha\beta} \quad (II.4)$$

Notese que si no hay una arista común a las mallas α y β , entonces

$$V_{\alpha\beta} = 0.$$

La ecuación (II.4) puede escribirse de la siguiente manera

$$\sum_{k=1}^b j_k V_k = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^{\ell+1} I_\alpha \left(\sum_{\beta=1}^{\ell+1} V_{\alpha\beta} \right) - \frac{1}{2} \sum_{\beta=1}^{\ell+1} I_\beta \left(\sum_{\alpha=1}^{\ell+1} V_{\alpha\beta} \right) \quad (II.5)$$

donde para cada α , $\sum_{\beta=1}^{\ell+1} V_{\alpha\beta}$ es la suma de todos los voltajes de arista de la malla α y, para cada β , $\sum_{\alpha=1}^{\ell+1} V_{\alpha\beta}$ es la suma de todos los voltajes de arista de la malla β . De la segunda ley de Kirchhoff, cada una de estas sumatorias es cero y por consiguiente:

$$\sum_{k=1}^{\ell} j_k V_k = 0$$

Experimentos a realizar:

Experimento I.- Arme el circuito de la figura II.2

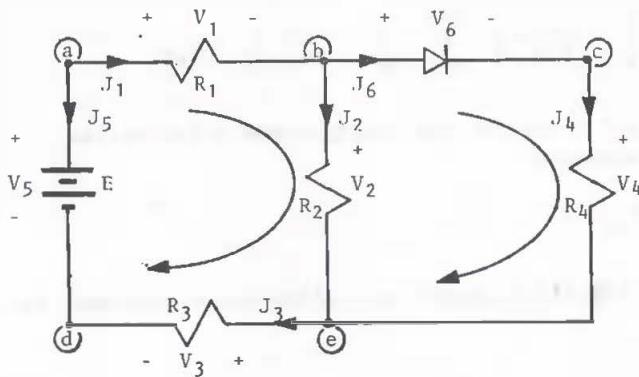


Figura II.2.- Circuito de dos mallas, sin considerar la malla externa, con un elemento no lineal (diodo)

donde: $E = 10V$, $R_1 = R_4 = 22k\Omega$ y $R_2 = R_3 = 18k\Omega$

Mida los voltajes V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 y V_6 y a partir de estos calcule las corrientes J_1, J_2, J_3, J_4, J_5 y J_6 (para realizar esto es necesario conocer el valor exacto de las resistencias; mídalas - con ayuda del multímetro).

- Compruebe la primera ley de Kirchhoff en los nodos b y e del circuito.
- Compruebe la segunda ley de Kirchhoff en las mallas I y II del circuito.

Experimento II

Arme el siguiente circuito

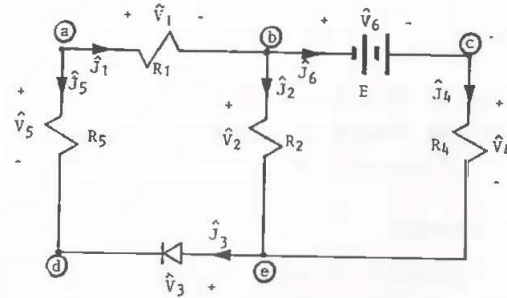


Fig. II.3 Circuito de dos mallas, sin considerar la malla externa, con un elemento no lineal (diodo).

donde $E = 10V$, $R_1 = R_5 = 18k\Omega$ y $R_2 = R_4 = 22k\Omega$. Mida los voltajes $\hat{V}_1, \hat{V}_2, \hat{V}_3, \hat{V}_4, \hat{V}_5$ y \hat{V}_6 y a partir de estos, calcule las corrientes $\hat{J}_1, \hat{J}_2, \hat{J}_3, \hat{J}_4, \hat{J}_5$ y \hat{J}_6

- Repita los incisos a y b del experimento I.

c) Con los datos obtenidos en los experimentos I y II, verifique que se cumplen las siguientes expresiones:

$$\sum_k \hat{V}_{kj} = 0 \quad ; \quad \sum_k \hat{V}_{kj} = 0$$

$$\sum_k \hat{V}_{kj} = 0 \quad ; \quad \sum_k \hat{V}_{kj} = 0$$

1) ¿Qué concluye?

Equipo necesario:

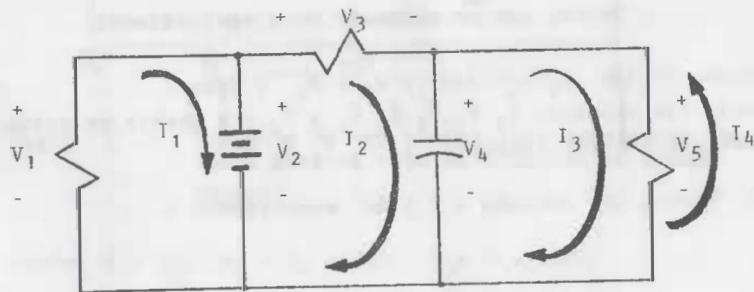
- 1 Minilab
- 1 Multímetro

Material necesario:

- 2 resistencias de 22kΩ a 1/2 watt
- 2 resistencias de 18kΩ a 1/2 watt
- 1 diodo BY 127 ó equivalente

Cuestionario Previo:

- 1.- Para el siguiente circuito desarrolle las fórmulas (II.4) y (II.5)



CIRCUITO DE 5 ARISTAS Y 3 NODOS

III. Teorema de Superposición.

Este teorema puede aplicarse únicamente a circuitos lineales, variables ó invariables con el tiempo, de parámetros concentrados. El teorema establece que la respuesta a estado nulo de un circuito debido a varias fuentes de excitación actuando simultáneamente, es igual a la suma de las respuestas a estado nulo debidas a cada una de las fuentes de excitación actuando por separado.

Prueba del teorema:

La respuesta a estado nulo $\underline{y}(t)$, de un circuito cuyo modelo en variables de estado es:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}(t)\underline{x}(t) + \underline{B}(t)\underline{u}(t)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C}(t)\underline{x}(t)$$

está dada por la siguiente expresión

$$\underline{y}(t) = \int_0^t \underline{C}(t) \underline{\Phi}(t, \lambda) \underline{B}(\lambda) \underline{u}(\lambda) d\lambda \quad (III.1)$$

donde $\underline{\Phi}(t, \lambda)$ es la matriz de transición de $(n \times n)$ * $\underline{y}(t)$ es el vector de excitación de $(r \times 1)$. Es decir $\underline{u}(t)^T = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t))$ que puede expresarse como la siguiente matriz:

$$\text{NOTA: } * \underline{\Phi}(t, t_0) = \underline{I} + \int_{t_0}^t \underline{A}(\lambda) d\lambda + \int_{t_0}^t \underline{A}(\lambda_1) \int_{t_0}^{\lambda_1} \underline{A}(\lambda_2) d\lambda_2 d\lambda_1 + \dots$$

$$\underline{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ u_2(t) \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^r \underline{u}_i(t) \quad (\text{III.2})$$

La respuesta a estado nulo $\underline{y}_i(t)$ debido a la i -ésima fuente independiente, esta dado por:

$$\underline{y}_i(t) = \int_0^t \underline{C}(t) \underline{\theta}(t, \lambda) \underline{B}(\lambda) \underline{u}_i(\lambda) d\lambda \quad (\text{III.3})$$

comparando (III.1) y (III.3) y teniendo en cuenta a la ecuación (III.2);

$$\underline{y}(t) = \sum_{i=1}^r \underline{y}_i(t)$$

comprobándose el teorema.

Experimentos a realizar.

Experimento I.-

- Arme el circuito de la figura III.1

a) Mida la diferencia de potencial V_{ab}

- Sustituya la pila de 9V por un corto circuito. Vea figura III.2

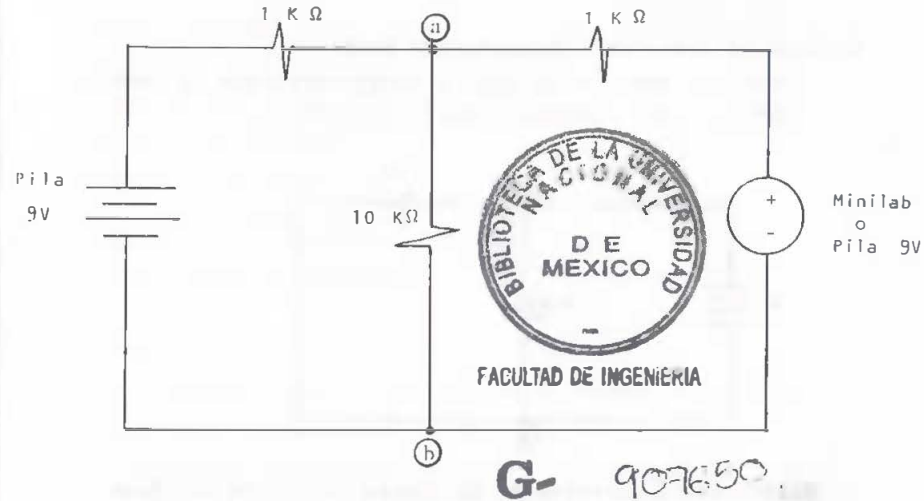


Figura III.1 Circuito para comprobar el teorema de superposición.

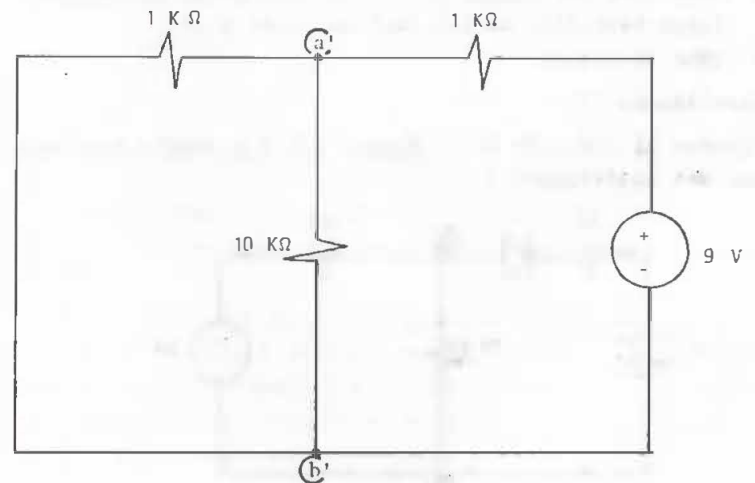


Figura III.2 Circuito de la figura III.1 con una fuente de voltaje cancelada.

- b) Mida la diferencia de potencial $V_{a'b'}$
 - Vuelva a conectar la pila y ahora sustituya la fuente por un corto circuito. Vea figura III.3

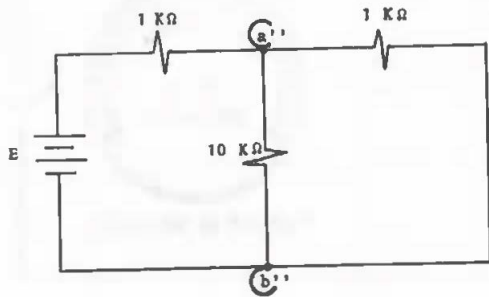


Figura III.3 Circuito de la figura III.1 con una fuente de voltaje cancelada.

- c) Mida la diferencia de potencial $V_{a''b''}$
 d) Compruebe que $V_{ab} = V_{a'b'} + V_{a''b''}$ con ayuda de las lecturas obtenidas en los incisos a), b) y c).
 e) ¿Qué concluye?

Experimento II.-

Alambre el circuito de la figura III.4 y repita los incisos del experimento I.

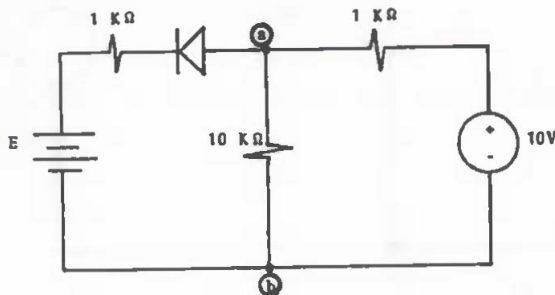


Figura III.4 Circuito no lineal.

Equipo necesario:

- 1 Minilab
- 1 Multímetro

Material Necesario:

- 2 pilas de 9 volts
- 2 resistencias de 1kΩ a 1/2 watt
- 1 resistencia de 10kΩ a 1/2watt
- 1 diodo BY127 ó equivalente.

Cuestionario Previo.

- 1.- Determine para el circuito de la figura III.1 la diferencia de potencial V_{ab} .
- 2.- Determine para el circuito de la figura III.2 la diferencia de potencial $V_{a'b'}$.
- 3.- Determine para el circuito de la figura III.3 la diferencia de potencial $V_{a''b''}$
- 4.- Verifique con los resultados anteriores que:

$$V_{ab} = V_{a'b'} + V_{a''b''}$$

IV.- Teorema de Thévenin y Norton.

Este teorema puede aplicarse a circuitos lineales, - variables e invariables con el tiempo y de parámetros con centrados.

El teorema considera la situación siguiente: sea el - circuito de la figura IV.1 en el cual la única interacción entre el circuito lineal y la carga arbitraria es la corriente i que circula a través de esta última (ningún otro -- tipo de acoplamiento es permitido).

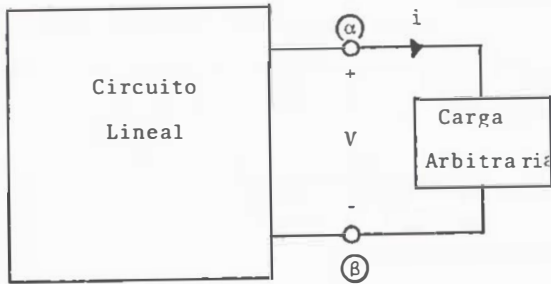


Figura IV.1 Circuito lineal con una carga arbitraria.

Si el circuito lineal se sustituye por su equivalente de Thévenin ó su equivalente de Norton; la corriente i a través de la carga y la diferencia de potencial V entre sus terminales no se modifican.

Equivalente de Thévenin.

El circuito equivalente de Thévenin consiste de una fuente de voltaje V_{ca} en serie con el circuito que se obtiene del circuito original al cancelar todas las fuentes independientes de voltaje y de corriente. La figura IV.2 ilustra esta idea.

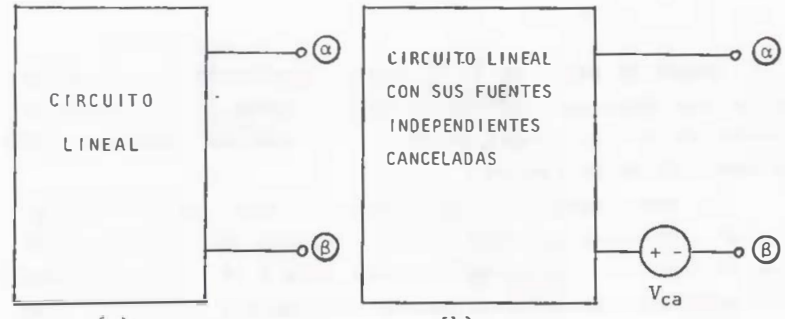


Figura IV.2(a) Circuito Lineal. (b) Su equivalente de Thévenin.

Donde el valor de la fuente de voltaje V_{ca} es igual a la diferencia de potencial que aparece entre los nodos α y β (cuando se desconecta la carga) debido a las fuentes independientes y condiciones iniciales.

Equivalente de Norton.

El circuito equivalente de Norton consiste de una fuente de corriente i_{cc} en paralelo con el circuito que se obtiene del circuito original al cancelar todas las fuentes independientes. La figura IV.3 ilustra esta idea.

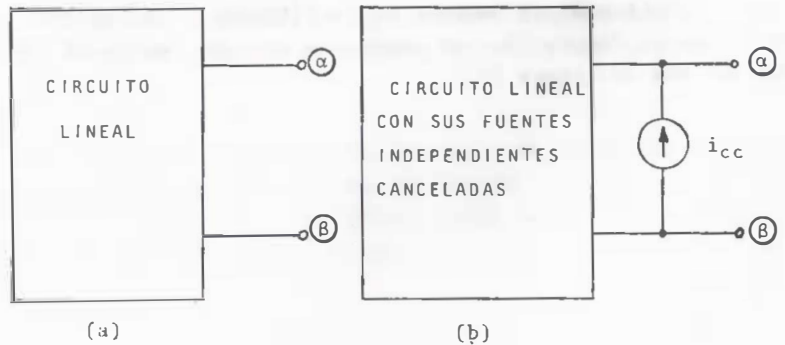


Figura IV.3 (a) Circuito Lineal b) Su equivalente de Norton

Donde el valor de la fuente de corriente i_{cc} es igual a la corriente que circula entre los nodos α y β (cuando se cortocircuita la carga) debido a las fuentes independientes y condiciones iniciales.

Es importante notar que sobre la carga arbitraria no se ha hecho ninguna suposición (a excepción de que no hay ningún tipo de acoplamiento entre ella y el circuito lineal) pudiendo ser lineal o no lineal, variable ó invariable con el tiempo.

Prueba del teorema.

Se demostrará únicamente el teorema correspondiente al equivalente de Norton pudiéndose demostrar de manera similar el de Thévenin.

El primer paso consiste en sustituir las condiciones iniciales por fuentes independientes (un capacitor con un voltaje inicial puede sustituirse por un capacitor descargado en serie con una fuente de voltaje de valor igual al voltaje inicial y una inductancia con una corriente inicial puede sustituirse por una inductancia con corriente inicial nula en paralelo con una fuente de corriente de valor igual al de la corriente inicial).

Aplicando el teorema de sustitución la carga arbitraria de la figura IV.1 se reemplaza por una fuente de voltaje V . Vea la figura IV.4.

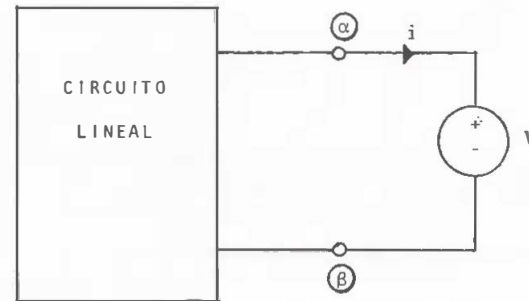


Figura IV.4 Circuito para demostrar el equivalente de Norton

Mediante el teorema de superposición puede determinarse el valor de la corriente i de la figura IV.4

La corriente (i_0) debida a la fuente de voltaje V al cancelarse las fuentes independientes del circuito lineal, puede calcularse mediante la expresión:

$$i_0(t) = \int_0^t h(t, \tau) V(\tau) d\tau \quad (IV.1)$$

Donde $h(t, \tau)$ es la respuesta a impulso del circuito lineal (canceladas las fuentes independientes) en el tiempo t debida a un impulso unitario aplicado en el tiempo τ .

La corriente debida a todas las fuentes independientes del circuito lineal al anularse la fuente de voltaje V de la figura IV.4 es i_{cc} . Por consiguiente la corriente total i es la suma de i_0 e i_{cc} , o sea:

$$i(t) = i_o(t) + i_{cc}(t) = \int_0^t h(t, \tau) V(\tau) d\tau + i_{cc}(t) \quad (IV.2)$$

De la figura IV.1 al sustituir el circuito lineal por su equivalente de Norton se obtiene la figura IV.5

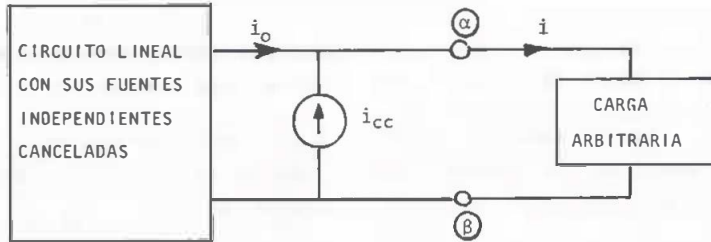


Figura IV.5 Equivalente de Norton.

Aplicando la primera ley de Kirchhoff en el nodo α se

tiene:

$$i(t) = i_o(t) + i_{cc}(t) = \int_0^t h(t, \tau) v(\tau) d\tau + i_{cc}(t) \quad (IV.3)$$

La ecuación (IV.3) es idéntica a la ecuación (IV.2); por lo que queda demostrada la validez del teorema.

Experimentos a realizar.

Experimento I

- Arme el circuito de la figura IV.6

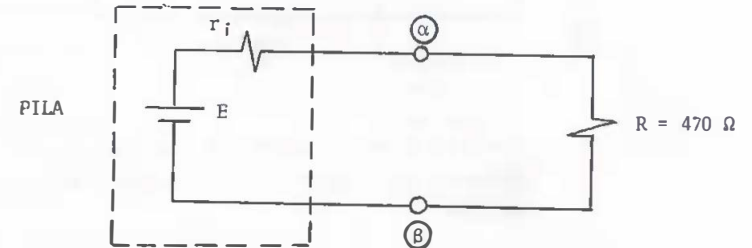


Figura IV.6 Circuito para calcular el equivalente de Thévenin de una pila.

- Mida la diferencia de potencial $V_{\alpha\beta} = V_R$
- Desconecte R y mida la diferencia de potencial $V_{\alpha\beta} = E$
- Mediante la siguiente expresión determine la resistencia interna de la pila.

$$V_R = \frac{R}{R+r_i} E$$

- Sustituya la resistencia de 470Ω por una de 100Ω y repita los incisos a, b y c.
- Determine los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton de la pila.

Experimento II

-Arme el circuito de la figura IV.7

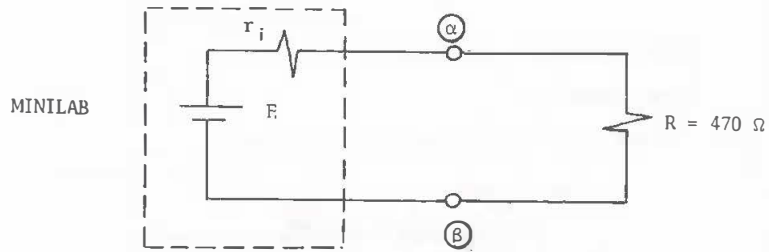


Figura IV.7 Circuito para calcular el equivalente de Thévenin del amplificador operacional del Minilab.

Para $E = 3 \text{ V}$

- a) Mida la diferencia de potencial en la resistencia
 $V_{\alpha\beta} = V_R$
- b) Desconecte R y mida la diferencia de potencial --
 $V_{\alpha\beta} = E$
- c) Determine los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton del amplificador operacional del minilab.

Equipo necesario:

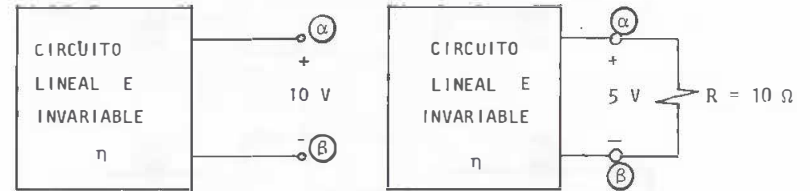
- 1 Minilab
- 1 Multímetro

Material necesario:

- 1 Resistencia de 470Ω a $1/2 \text{ watt}$
- 1 Resistencia de 100Ω a $1/2 \text{ watt}$
- 1 Pila de 9 volts

Cuestionario Previo.

De un circuito η lineal e invariable con el tiempo formado por resistencias y fuentes de voltaje de c.d. se tiene la siguiente información:



- 1.- Determine su circuito equivalente de Thévenin
- 2.- Determine su circuito equivalente de Norton.

V.- Teorema de Reciprocidad

Este teorema es el más restringido ya que únicamente se puede aplicar a circuitos lineales e invariables con el tiempo, que no contengan fuentes independientes ni dependientes, y que satisfagan las leyes de Kirchhoff.

La idea básica que establece este teorema es que en un circuito que satisface las restricciones mencionadas anteriormente se pueden intercambiar la respuesta y la excitación.

A continuación se ilustran las tres situaciones que pueden presentarse:

Primer caso:

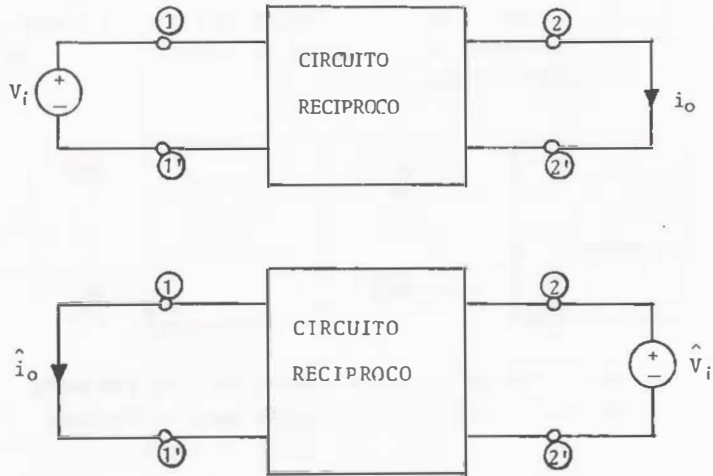


Figura V.1 Primer caso del teorema de reciprocidad

el teorema asegura que si

$$V_i(t) = \hat{V}_i(t) \quad ; \quad \forall t$$

Entonces.

$$i_o(t) = \hat{i}_o(t) \quad ; \quad \forall t$$

Segundo caso:

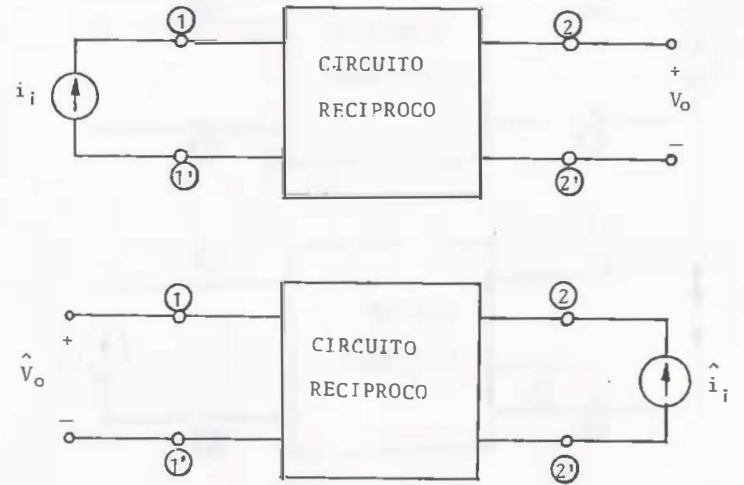


Figura V.2 Segundo caso del teorema de reciprocidad

El teorema asegura que si

$$i_i(t) = \hat{i}_i(t) \quad ; \quad \forall t$$

Entonces:

$$V_o(t) = \hat{V}_o(t) \quad ; \quad \forall t$$

Tercer caso:

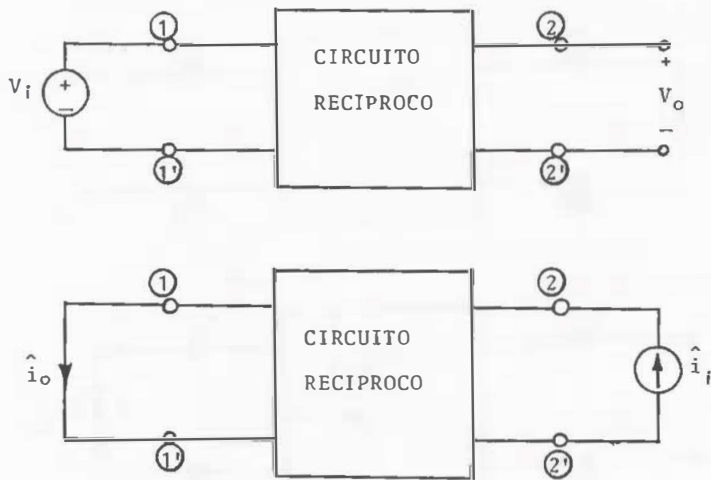


Figura V.3 Tercer caso del teorema de reciprocidad

El teorema asegura que si

$$V_i(t) = \hat{i}_i(t) \quad ; \quad \forall t \quad (\text{Adimensionalmente})$$

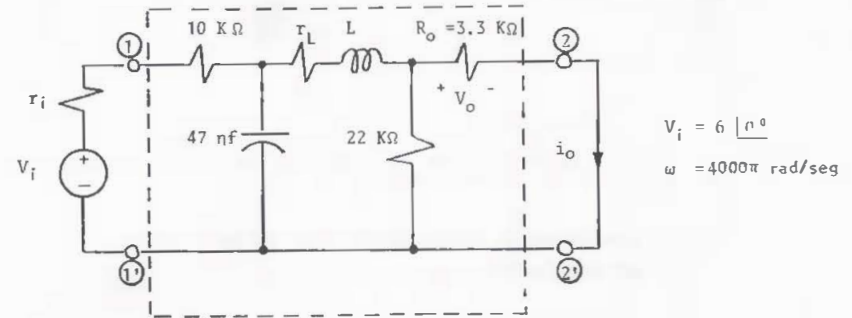
Entonces

$$V_o(t) = \hat{i}_o(t) \quad ; \quad \forall t \quad (\text{Adimensionalmente})$$

Experimentos a realizar

Experimento I

Arme el circuito de la figura V.4



a) Mida la diferencia de potencial V_o en R_o y calcule el valor de la corriente i_o .

Arme ahora el circuito de la figura V.5

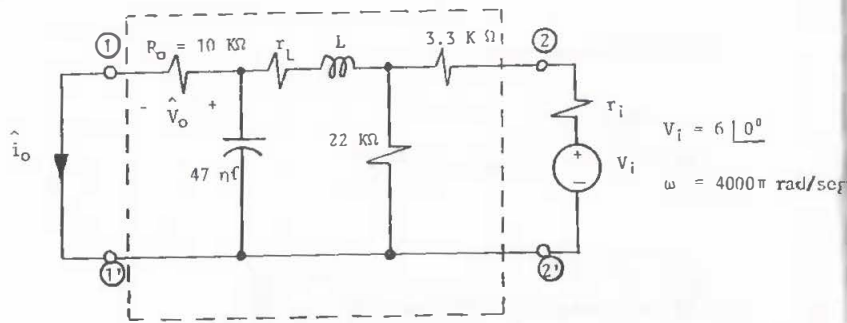


Figura V.5

- b) Mida la diferencia de potencial \hat{V}_o en R_o y calcule el valor de la corriente i_o .
- c) De las lecturas obtenidas en los incisos a y b. ¿Qué concluye?.

EXPERIMENTOS II.

Arme el circuito de la figura V.6

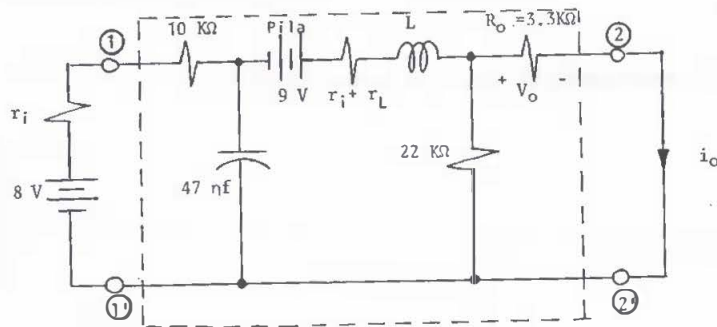
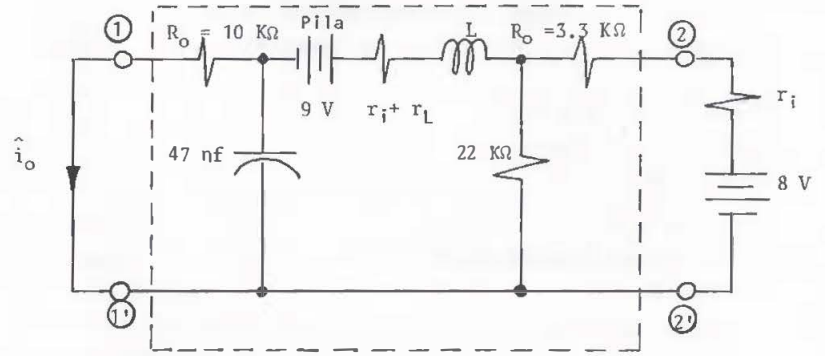


Figura V.6

- a) Mida la diferencia de potencial V_o en R_o y calcule el valor de la corriente i_o .

- Arme el circuito de la figura V.7



- b) Mida la diferencia de potencial \hat{V}_o en R_o y calcule el valor de i_o .
- c) De las lecturas obtenidas en los incisos a y b. ¿Qué concluye?.

Equipo necesario:

- 1 Minilab
- 1 Multímetro
- 1 Solenoide

Material necesario:

- 1 pila de 9 V.
- 1 capacitor de 47 nf
- 1 resistencia de 10 kΩ a 1/2 watt
- 1 resistencia de 22 kΩ a 1/2 watt
- 1 resistencia de 3.3kΩ a 1/2 watt

Cuestionario previo.

Demuestre el Teorema de Reciprocidad

BIBLIOGRAFIA

Gerez Greiser V., Czitron de Gerez V.
Circuitos y Sistemas Electromecánicos, Tomo II
Representaciones y Servicios de Ingeniería, S.A. México.

Desoer C.A., Kuh E.S.
Basic Circuit Theory
Mc Graw Hill

Skilling H.H.
Circuitos en Ingeniería Eléctrica
C.E.C.S.A.

BIPUERTOS

OBJETIVO

Que el alumno:

1. Se familiarice con algunas de las formas de caracterizar un bipuerto.
2. Conozca la relación que existe entre una forma de representación y otra.
3. Verifique la validez de las expresiones que permiten calcular algunas funciones de red; tales como impedancia de entrada y salida, función de transferencia, etc.
4. Utilice el concepto de bipuerto en el análisis de un circuito.
5. Aplique el concepto de escalamiento en frecuencia en un circuito real.
6. Bosqueje la curva de respuesta en frecuencia de magnitud de un circuito real
7. Conozca las propiedades de un amplificador operacional ideal en su aplicación al análisis de un circuito que lo contenga.

TEORIA BASICA

Una aplicación frecuentemente encontrada en la práctica es el uso de un dispositivo que sirva para transmitir una señal de información. Dicho dispositivo al cual denominaremos bipuerto además de transmitir la señal, algunas veces, la debe amplificar, filtrar o modificar de alguna forma, otras veces también se utiliza para proporcionar un acoplamiento entre la señal de excitación y la carga. La configuración general de un bipuerto se muestra en la Fig. 1.a., en lo que por conveniencia el subíndice 1 se asigna a las variables del puerto de entrada y el subíndice 2 a las variables del puerto de salida.

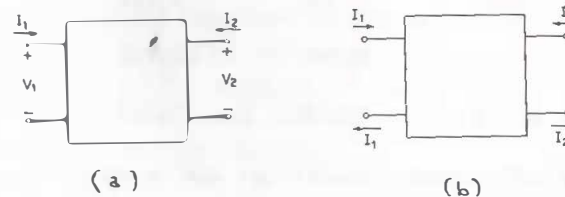


Fig. 1(a) Configuración general de un bipuerto. (b) Condición de corrientes de puerto.

Como la configuración general del bipuerto tiene cuatro terminales, es teóricamente posible definir cuatro variables para las corrientes en lugar de dos; para eliminar esta posibilidad a cada puerto de la red se adiciona la condición: que la corriente que entra a una de las terminales de un puerto es, para todo tiempo, igual a la corriente que sale por la otra terminal del mismo puerto; tal como muestra la Fig. 1.b. Puesto que ahora tenemos cuatro variables en lugar de las dos que se requieren para describir una red de un puerto, ahora se necesitan dos ecuaciones para relacionar las cuatro variables. Esas ecuaciones tendrán la siguiente forma general.

$$U_1(s) = R_{11}(s) W_1(s) + R_{21}(s) W_2(s) \quad (1)$$

$$U_2(s) = R_{21}(s) W_1(s) + R_{22}(s) W_2(s)$$

donde las variables $U_1(s)$, $U_2(s)$, $W_1(s)$ y $W_2(s)$ pueden ser cualesquiera de las variables $V_1(s)$, $V_2(s)$, $I_1(s)$ o $I_2(s)$ a las que denominaremos parámetros de red y los $R_{ij}(s)$ son funciones de red que las relacionan. Los posibles valores que pueden tomar $U_1(s)$ y $U_2(s)$ se muestran en la Tabla I, y son el resultado de las combinaciones de cuatro elementos tomados de dos en dos; una vez especificados $U_1(s)$ y $U_2(s)$; $W_1(s)$ y $W_2(s)$ quedan también determinados.

TABLA I. Los seis conjuntos de parámetros de red.

| Caso | $U_1(s)$ | $U_2(s)$ | $W_1(s)$ | $W_2(s)$ |
|------|----------|----------|----------|-----------|
| 1 | $V_1(s)$ | $V_2(s)$ | $I_1(s)$ | $I_2(s)$ |
| 2 | $I_1(s)$ | $I_2(s)$ | $V_1(s)$ | $V_2(s)$ |
| 3 | $I_1(s)$ | $V_2(s)$ | $V_1(s)$ | $I_2(s)$ |
| 4 | $V_1(s)$ | $I_2(s)$ | $I_1(s)$ | $V_2(s)$ |
| 5 | $V_1(s)$ | $I_1(s)$ | $V_2(s)$ | $-I_2(s)$ |
| 6 | $V_2(s)$ | $I_2(s)$ | $V_1(s)$ | $-I_1(s)$ |

Cada conjunto tiene propiedades específicas que lo hacen diferente de cualquier otro y el mejor para aplicarlo a ciertas configuraciones

de redes. Cabe aclarar que conocido un conjunto de parámetros es posible encontrar otro (si existe); a partir del mismo directamente.

Parámetros Z.

En esta sección consideraremos el primer caso de la Tabla I; $V_1(s)$ y $V_2(s)$ para las variables $U_1(s)$ y $U_2(s)$; y $I_1(s)$ y $I_2(s)$ para $W_1(s)$ y $W_2(s)$; quedando la ecuación (1) de la siguiente forma.

$$V_1(s) = z_{11}(s)I_1(s) + z_{12}(s)I_2(s) \quad (2)$$

$$V_2(s) = z_{21}(s)I_1(s) + z_{22}(s)I_2(s)$$

ya que los miembros de lado izquierdo del conjunto resultante tienen dimensiones de voltaje y las cantidades $W_1(s)$ y $W_2(s)$ tienen dimensiones de corriente, los coeficientes $R_{ij}(s)$ tienen dimensiones de impedancia. La ecuación (2) puede escribirse en forma matricial como

$$\underline{V}(s) = \underline{Z}(s) \underline{I}(s) \quad (3)$$

donde la matriz $\underline{Z}(s)$ se denomina matriz de parámetros z y sus elementos $Z_{ij}(s)$, parámetros z.

Para una red dada los parámetros z pueden encontrarse aplicando un conjunto de excitaciones de prueba a la red. Para ver esto, considere la primera ecuación de la Eq.(2); si el puerto de salida de la red se abre (circuito abierto), entonces $I_2(s)=0$, quedando la ecuación

$$V_1(s) = z_{11}(s)I_1(s) \quad \left| \quad \begin{array}{l} \\ I_2(s) = 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

recordando que las funciones de red se definen como respuesta/excitación, la ecuación (4) implica que debe utilizarse una corriente de excitación en el puerto de entrada y considerarse como respuesta el voltaje en el mismo puerto. Por lo que el parámetro $z_{11}(s)$ queda definido por la relación

$$z_{11}(s) = \left. \frac{v_1(s)}{I_1(s)} \right|_{I_2(s) = 0} \quad (5)$$

Un procedimiento similar puede emplearse para calcular $z_{21}(s)$; por lo que $z_{21}(s)$ queda definido por

$$z_{21}(s) = \left. \frac{v_2(s)}{I_1(s)} \right|_{I_2(s) = 0} \quad (6)$$

Los otros dos parámetros z pueden encontrarse aplicando una excitación de corriente en el otro puerto. En la figura 2 se muestran las condiciones de prueba usadas para determinar cada uno de los parámetros

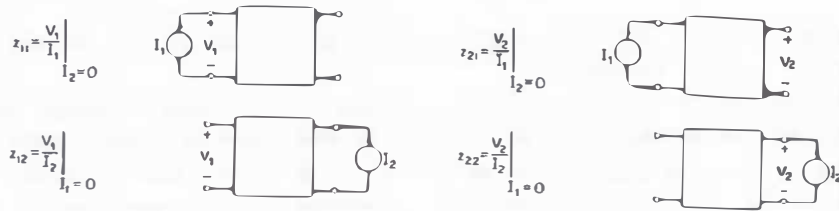


Fig. 2. Condiciones de prueba para calcular los parámetros z

Una propiedad importante de los parámetros z es que si para una red dada estos son conocidos, puede encontrarse cualquier otra función de red o partir de ellos. Por ejemplo, considere el problema de calcular la función de transferencia de voltaje de circuito abierto $V_2(s)/V_1(s)$.

El término de circuito abierto implica que $I_2(s)=0$, por lo que de la ecuación (2) se tiene

$$\begin{aligned} v_1(s) &= z_{11}(s)I_1(s) \\ v_2(s) &= z_{21}(s)I_1(s) \end{aligned} \quad (7)$$

de donde

$$\frac{v_2(s)}{v_1(s)} = \frac{z_{21}(s)}{z_{11}(s)} \quad (8)$$

Otro problema es determinar la impedancia de entrada ($v_1(s)/I_1(s)$) cuando el puerto de salida se encuentra en corto-circuito. Si el puerto de salida se encuentra en corto-circuito entonces $v_2(s) = 0$; y de la ecuación (2) se tiene $z_{21}(s)I_1(s) + z_{22}(s)I_2(s) = 0$ por lo que

$$I_2(s) = - \frac{z_{21}(s)}{z_{22}(s)} I_1(s) \quad (9)$$

sustituyendo en $v_1(s) = z_{11}(s)I_1(s) + z_{12}(s)I_2(s)$

$$\frac{v_1(s)}{I_1(s)} = z_{11}(s) - \frac{z_{12}(s)z_{21}(s)}{z_{22}(s)} \quad (10)$$

Un procedimiento similar puede emplearse para encontrar cualquier otra función de red.

En algunas configuraciones de redes podemos simplificar la determinación de los parámetros z descomponiendo la red en cuestión, en redes más simples. Como ejemplo considere el caso mostrado en la Fig 3 en donde se muestran dos bipuertos conectados en serie

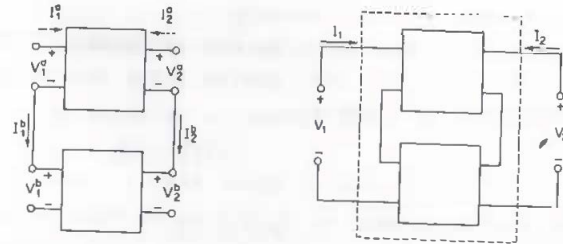


Fig. 3. Conexión de dos bipuertos en serie.

Para la red A con los voltajes y corrientes mostrados, podemos definir un conjunto de parámetros $z_{ij}^a(s)$ mediante

$$\underline{W}^a(s) = \begin{bmatrix} v_1^a(s) \\ v_2^a(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11}^a(s) & z_{21}^a(s) \\ z_{12}^a(s) & z_{22}^a(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^a(s) \\ i_2^a(s) \end{bmatrix} = \underline{Z}^a(s) \underline{I}^a(s) \quad (11)$$

En forma similar para la red B se define otro conjunto de parámetros $z_{ij}^b(s)$ mediante

$$\underline{W}^b(s) = \begin{bmatrix} v_1^b(s) \\ v_2^b(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11}^b(s) & z_{12}^b(s) \\ z_{21}^b(s) & z_{22}^b(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^b(s) \\ i_2^b(s) \end{bmatrix} = \underline{Z}^b(s) \underline{I}^b(s) \quad (12)$$

De la Fig. 3 al aplicar las leyes de Kirchoff se tiene

$$\underline{V}(s) = \underline{W}^a(s) + \underline{W}^b(s) \quad (13)$$

$$\underline{I}(s) = \underline{I}^a(s) = \underline{I}^b(s) \quad (14)$$

de las ecuaciones (11), (12), (13) y (14)

$$\underline{W}(s) = [\underline{Z}^a(s) + \underline{Z}^b(s)] \underline{I}(s) = \underline{Z}(s) \underline{I}(s) \quad (15)$$

Concluyendo; para un bipuerto formado por dos bipuertos conectados en serie; sus parámetros z pueden encontrarse sumando los parámetros z de las redes que la componen.

Finalmente mencionaremos que para una red recíproca (Práctica 1) los elementos $z_{12}(s)$ y $z_{21}(s)$ son iguales y por consiguiente la matriz de parámetros z es simétrica.

Parámetros Y.

En esta sección consideraremos el caso 2 de la Tabla 1 en donde para las variables $U_1(s)$ y $U_2(s)$ se eligen a $I_1(s)$ e $I_2(s)$. Por lo que los parámetros del bipuerto son las funciones de red $Y_{ij}(s)$

(con dimensiones de admitancia) que especifican a las corrientes de los puertos como funciones de los voltajes de los puertos.

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & Y_{12}(s) \\ Y_{21}(s) & Y_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(s) \\ v_2(s) \end{bmatrix} \quad (16)$$

que en forma matricial puede escribirse

$$\underline{I}(s) = \underline{Y}(s) \underline{V}(s) \quad (17)$$

Dos de los cuatro parámetros "y" pueden encontrarse aplicando una fuente de voltaje en el puerto 1 y poniendo en corto-circuito el puerto 2 y midiendo las corrientes resultantes en cada puerto. Los otros dos parámetros se encuentran en forma similar aplicando un voltaje de excitación en el puerto 2 y poniendo en corto-circuito el puerto 1. La fig. 4. muestra las diferentes condiciones para determinar los parámetros "y".

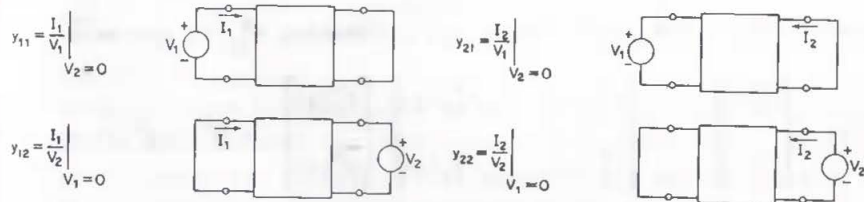


Fig. 4. Condiciones de prueba para calcular los parámetros "y"

En la sección anterior se mostró que

$$\underline{W}(s) = \underline{Z}(s) \underline{I}(s) \quad (18)$$

premultiplicando a esta ecuación por la matriz de parámetros "y"; $\underline{Y}(s)$

$$\underline{Y}(s) \underline{W}(s) = \underline{Y}(s) \underline{Z}(s) \underline{I}(s) \quad (19)$$

considerando la ecuación (17)

$$\underline{Y}(s) = [\underline{Z}(s)]^{-1} \text{ ó } \underline{Z}(s) = [\underline{Y}(s)]^{-1} \quad (20)$$

En algunas configuraciones de redes, podemos simplificar el cálculo de los parámetros "y" descomponiendo la red original en redes más simples. Como se hizo para el cálculo de los parámetros z de bipuertos en serie. Ahora considere el caso mostrado por la Fig. 5. Este tipo de configuración es llamada conexión paralelo de dos bipuertos.

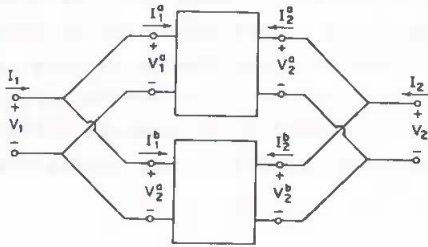


Fig. 5 Conexión de dos bipuertos en paralelo.

Para el bipuerto A, definimos a los parámetros $Y_{ij}^a(s)$ mediante

$$\underline{I}^a(s) = \begin{bmatrix} I_1^a(s) \\ I_2^a(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^a(s) & Y_{12}^a(s) \\ Y_{21}^a(s) & Y_{22}^a(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^a(s) \\ V_2^a(s) \end{bmatrix} = \underline{Y}^a(s) \underline{V}^a(s) \quad (21)$$

En forma similar para el bipuerto B se definen a los parámetros $Y_{ij}^b(s)$ mediante

$$\underline{I}^b(s) = \begin{bmatrix} I_1^b(s) \\ I_2^b(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^b(s) & Y_{12}^b(s) \\ Y_{21}^b(s) & Y_{22}^b(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^b(s) \\ V_2^b(s) \end{bmatrix} = \underline{Y}^b(s) \underline{V}^b(s) \quad (22)$$

Aplicando las leyes de Kirchoff a la figura 5; se tiene

$$\underline{V}(s) = \underline{V}^a(s) = \underline{V}^b(s) = \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix}$$

$$\underline{I}(s) = \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \underline{I}^a(s) + \underline{I}^b(s)$$

Considerando a las ecuaciones (21), (22), (23) y (24)

$$\underline{I}(s) = [\underline{Y}^a(s) + \underline{Y}^b(s)] \underline{V}(s) \quad (25)$$

Así, los parámetros "y" de todo el bipuerto pueden calcularse sumando los parámetros "y" de cada uno de los bipuertos que lo componen. Ejemplo.

Determine la función de transferencia del circuito de la Fig. 6

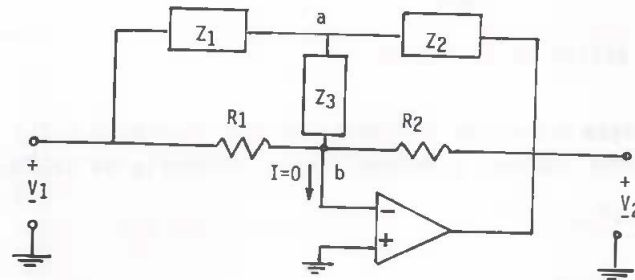


Fig. 6. Filtro activo.

El circuito puede descomponerse en dos circuitos conectados en paralelo si consideramos las propiedades del amplificador operacional (Ver apéndice); esto es, si la ganancia del amplificador es infinita el potencial del nodo b es nulo ($V_b=0$) y si la impedancia de entrada es infinita la corriente en la entrada inversora del amplificador operacional es nula ($I=0$), o sea

$$\frac{V_1 - V_b}{R_1} + \frac{V_a - V_b}{Z_3} + \frac{V_2 - V_b}{R_2} = I \quad (26)$$

o también

$$I_{R_1} + I_{Z_3} + I_{R_2} = 0 \quad (27)$$

Debido a esto ($V_b=0, I=0$) el nodo b es referido como tierra virtual. Considerando lo anterior el circuito de la Fig. 6 puede redibujarse como muestra la Fig. 7

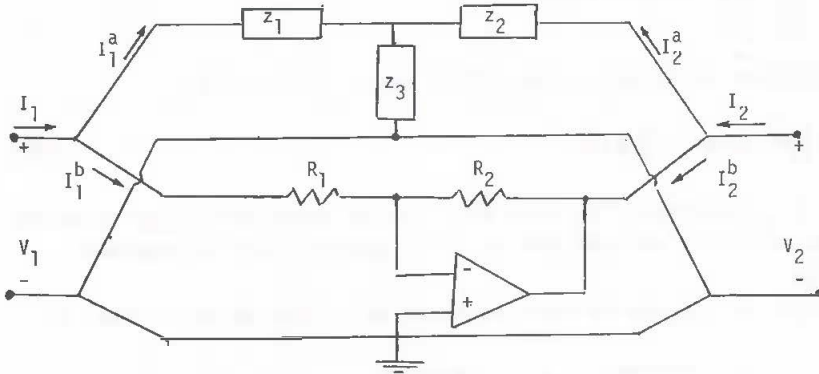


Fig. 7. Filtro activo de la Fig. 6

Nótese la semejanza entre los circuitos de las figuras 5 y 7. De la ecuación (24) podemos escribir para el circuito de la Fig. 7.

$$I_1(s) = I_1^a(s) + I_1^b(s) \quad (28)$$

$$I_2(s) = I_2^a(s) + I_2^b(s)$$

pero

$$\begin{pmatrix} I_1^a(s) \\ I_2^a(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11}^a(s) & Y_{12}^a(s) \\ Y_{21}^a(s) & Y_{22}^a(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1(s) \\ v_2(s) \end{pmatrix} \quad (29)$$

y para el bipuerto B

$$I_1^b(s) = \frac{v_1(s)}{R_1} \quad (30)$$

$$I_2^b(s) = \frac{v_2(s)}{R_2}$$

sustituyendo las ecuaciones (29) y (30) en la ecuación (28)

$$\begin{aligned} I_1(s) &= Y_{11}(s)v_1(s) + Y_{12}(s)v_2(s) + \frac{1}{R_1} v_1(s) \\ I_2(s) &= Y_{21}(s)v_1(s) + Y_{22}(s)v_2(s) + \frac{1}{R_2} v_2(s) \end{aligned} \quad (31)$$

considerando la ecuación (27)

$$I_1(s) + I_2(s) = 0 \quad (27')$$

por lo tanto

$$\frac{v_2(s)}{v_1(s)} = -\frac{Y_{11}(s) + Y_{21}(s) + \frac{1}{R_1}}{Y_{12}(s) + Y_{22}(s) + \frac{1}{R_2}} \quad (32)$$

ecuación que en función $z_1(s)$, $z_2(s)$ y $z_3(s)$ queda como:

$$\frac{v_2(s)}{v_1(s)} = -\frac{\frac{z_2}{z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3} + \frac{1}{R_1}}{\frac{z_1}{z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3} + \frac{1}{R_2}} \quad (33)$$

Parámetros híbridos.

En esta sección introduciremos dos conjuntos de parámetros que difieren en cuanto a la naturaleza de las vistas en las dos secciones anteriores. Ellos son denominados parámetros "g" y parámetros "h", y colectivamente parámetros híbridos. Este nombre resulta apropiado debido a que los elementos individuales de cada conjunto no tienen dimensiones iguales.

Los parámetros "g" de un bipuerto son las funciones de red $g_{ij}(s)$ que especifican la corriente del puerto 1 y el voltaje del puerto 2 como funciones de las otras variables restantes. Las relaciones exactas son

$$\begin{pmatrix} I_1(s) \\ v_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1(s) \\ I_2(s) \end{pmatrix} \quad (34)$$

Dos de los cuatro parámetros se encuentran aplicando una fuente de voltaje de excitación en el puerto 1 y poniendo en circuito abierto el puerto 2. Los otros dos se encuentran aplicando una fuente de corriente como excitación en el puerto 2 y poniendo en corto-circuito el puerto 1. En la Fig. 8 se muestran las condiciones anteriores.

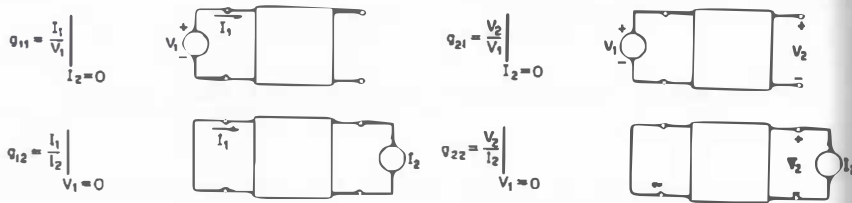


Fig. 8 Condiciones de prueba para calcular los parámetros g.

A partir de los parámetros g es posible encontrar cualquier otro conjunto de parámetros (si tal representación existe); como ejemplo de esto, se determinará la relación que existe entre los parámetros "g" y parámetros "Y". De la primera ecuación de la ecuación (16)

$$I_2(s) = Y_{21}(s)v_1(s) + Y_{22}(s)v_2(s)$$

Resolviendo para $v_2(s)$

$$v_2(s) = \frac{1}{Y_{22}(s)} I_2(s) - \frac{Y_{21}(s)}{Y_{22}(s)} v_1(s)$$

y comparando con la segunda ecuación de la ecuación (34)

$$v_2(s) = g_{21}(s)v_1(s) + g_{22}(s)I_2(s)$$

se tiene

$$g_{21}(s) = - \frac{Y_{21}(s)}{Y_{22}(s)} \quad (38)$$

y

$$g_{22}(s) = \frac{1}{Y_{22}(s)} \quad (39)$$

Considerando la primera ecuación de la ecuación (16)

$$I_1(s) = Y_{11}(s)v_1(s) + Y_{12}(s)v_2(s) \quad (40)$$

sustituyendo en la ecuación (40) la ecuación (36) y reorganizando términos

$$I_1(s) = \frac{Y_{11}(s)Y_{22}(s) - Y_{12}(s)Y_{21}(s)}{Y_{22}(s)} v_1(s) + \frac{Y_{12}(s)}{Y_{22}(s)} I_2(s) \quad (41)$$

ecuación que tiene la forma de la primera ecuación de la ecuación (34)

$$I_1(s) = g_{11}(s)v_1(s) + g_{12}(s)I_2(s) \quad (42)$$

comparando las ecuaciones (41) y (42)

$$g_{11}(s) = \frac{Y_{11}(s)Y_{22}(s) - Y_{12}(s)Y_{21}(s)}{Y_{22}(s)} \quad (43)$$

y

$$g_{12}(s) = \frac{Y_{12}(s)}{Y_{22}(s)} \quad (44)$$

Resumiendo las ecuaciones (38), (39), (43) y (44) podemos escribir

$$\begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{pmatrix} = \frac{1}{Y_{22}(s)} \cdot \begin{pmatrix} \det \underline{Y}(s) & Y_{12}(s) \\ -Y_{21}(s) & 1 \end{pmatrix} \quad (45)$$

donde $\det \underline{Y}(s) = Y_{11}(s)Y_{22}(s) - Y_{12}(s)Y_{21}(s)$. Es importante notar que para un bipuerto, si los parámetros "Y" existen, los parámetros "g" también existirán si y solo si $Y_{22}(s) \neq 0$.

Los parámetros "h" de un bipuerto son las funciones de red $h_{ij}(s)$ que especifican el voltaje del puerto 1 y la corriente del puerto 2 como funciones de las otras variables restantes. Las relaciones exactas son:

$$\begin{bmatrix} v_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}(s) & h_{12}(s) \\ h_{21}(s) & h_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ v_2(s) \end{bmatrix} \quad (46)$$

Dos de los cuatro parámetros se encuentran aplicando una fuente de corriente de excitación en el puerto 1, poniendo en corto-circuito el puerto 2. Los otros dos parámetros se encuentran aplicando una fuente de voltaje de prueba en el puerto 2 y poniendo en circuito abierto el puerto 1. En la Fig. 9 se muestran las condiciones anteriores.

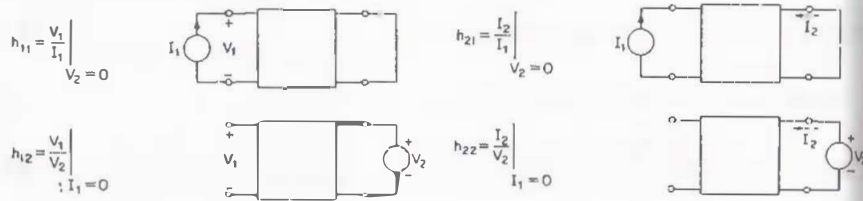


Fig. 9 Condiciones de prueba para calcular los parámetros "h"

Si comparamos la ecuación (34) y la ecuación (46), podemos concluir que la matriz de parámetros "h" y la matriz de parámetros "g" están relacionadas por

$$\underline{H} = \underline{G}^{-1} \quad \underline{G} = \underline{H}^{-1} \quad (47)$$

Parámetros ABCD.

En esta sección y la siguiente presentaremos dos conjuntos de parámetros que difieren completamente de los vistos anteriormente. La primera diferencia consiste en que $U_1(s)$ y $U_2(s)$ ya no incluyen una variable de cada uno de los puertos, sino que ahora las

variables $v_1(s)$ e $I_1(s)$ son usadas para $U_1(s)$ y $U_2(s)$ y las variables $v_2(s)$ e $-I_2(s)$ para $W_1(s)$ y $W_2(s)$, la razón por la que a $I_2(s)$ se le asigna un signo negativo se aclarará más tarde. Para los coeficientes $R_{ij}(s)$ de la ecuación (1) usaremos los términos $A(s)$, $B(s)$, $C(s)$ y $D(s)$ por lo que de la ecuación (1)

$$v_1(s) = A(s) v_2(s) - B(s) I_2(s) \quad (48)$$

$$I_1(s) = C(s) v_2(s) - D(s) I_2(s)$$

Para una red dada los parámetros ABCD pueden calcularse aplicando excitaciones de prueba de manera similar a lo que se hizo para determinar los parámetros de las secciones anteriores. Para ver esto considere la primera ecuación de (48); si el puerto 2 se pone en circuito abierto ($I_2(s) = 0$), se tiene

$$v_1(s) = A(s) v_2(s) \quad (49)$$

Para implementar una situación de prueba semejante a lo que se hizo anteriormente, se aplicaría una fuente de voltaje de prueba en el puerto 2, pero esto no puede ser ya que se ha supuesto que $I_2(s) = 0$. Por consiguiente, concluimos que $v_1(s)$ debe ser la variable de excitación y $v_2(s)$ la respuesta; así, el parámetro $A(s)$ se define mediante la expresión

$$\frac{1}{A(s)} = \left. \frac{v_2(s)}{v_1(s)} \right|_{I_2(s)=0} \quad (50)$$

y vemos que el parámetro $A(s)$ es el recíproco de la razón función-de transferencia de voltaje de circuito abierto del puerto 1 al puerto 2 del bipuerto.

Si ahora ponemos en corto-circuito el puerto 2, $v_2(s)=0$, la primera ecuación de (48) resulta ser

$$v_1(s) = -B(s) I_2(s) \quad (51)$$

siguiendo un razonamiento semejante para el cálculo de $A(s)$; vemos

que $v_1(s)$ debe ser la excitación e $-I_2(s)$ la respuesta, y por tanto

$$\frac{1}{B(s)} = - \left. \frac{I_2(s)}{v_1(s)} \right|_{v_2(s)=0} \quad (52)$$

Para el cálculo de los parámetros $C(s)$ y $D(s)$ utilizamos la segunda ecuación de (48) y procediendo en forma análoga para el cálculo de $A(s)$ y $B(s)$ tenemos

$$\frac{1}{C(s)} = \left. \frac{v_2(s)}{I_1(s)} \right|_{I_2(s)=0} \quad (53)$$

$$\frac{1}{D(s)} = \left. \frac{-I_2(s)}{I_1(s)} \right|_{v_2(s)=0} \quad (54)$$

En la Fig. 10, se muestran las condiciones de prueba para calcular los parámetros ABCD.

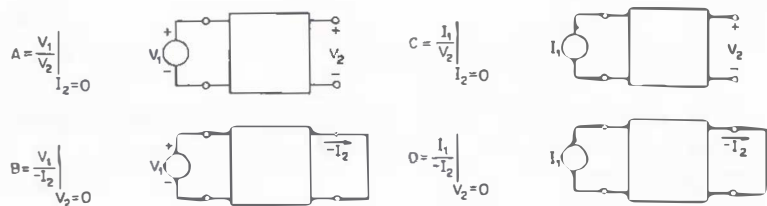


Fig. 10. Condiciones de prueba para calcular los parámetros ABCD.

A continuación mostraremos la relación que existe entre los parámetros z^a y los parámetros ABCD. Resolviendo de la segunda ecuación de (48) para $v_2(s)$

$$v_2(s) = \frac{1}{C(s)} I_1(s) + \frac{D(s)}{C(s)} I_2(s) \quad (55)$$

sustituyendo esta ecuación en la primera ecuación de (48) y reorganizando términos

$$v_1(s) = \frac{A(s)}{C(s)} I_1(s) + \frac{A(s)D(s) - B(s)C(s)}{C(s)} I_2(s) \quad (56)$$

comparando las ecuaciones (55) y (56) con la ecuación (2) resulta

$$\begin{pmatrix} z_{11}(s) & z_{12}(s) \\ z_{21}(s) & z_{22}(s) \end{pmatrix} = \frac{1}{C(s)} \begin{pmatrix} A(s) & \det \underline{A}(s) \\ 1 & D(s) \end{pmatrix} \quad (57)$$

donde $\det \underline{A}(s) = A(s)D(s) - B(s)C(s)$. En las definiciones de los parámetros ABCD, vemos que cada parámetro define una función de transferencia entre una variable del puerto 2 y otra del puerto 1. Es decir, todos los parámetros están relacionados con la transmisión de una señal del puerto 1 al puerto 2; debido a esto, otro nombre con que se denominan a estos parámetros es el de parámetros de transmisión.

Hay algunas conexiones de bipuertos para los cuales los parámetros ABCD de cada una de las redes que lo forman pueden usarse para encontrar sus parámetros ABCD. Para ver esto, considere, los dos bipuertos conectados en cascada de la Fig. 11

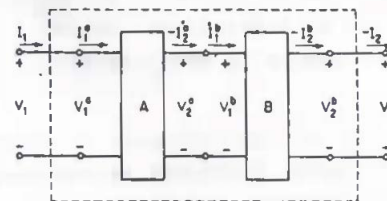


Fig. 11. Dos bipuertos conectados en cascada.

Para el bipuerto A se tiene

$$\begin{pmatrix} V_1^a(s) \\ I_1^a(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^a(s) & B^a(s) \\ C^a(s) & D^a(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2^a(s) \\ -I_2^a(s) \end{pmatrix} \quad (58)$$

para el bipuerto B

$$\begin{pmatrix} V_1^b(s) \\ I_1^b(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^b(s) & B^b(s) \\ C^b(s) & D^b(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2^b(s) \\ -I_2^b(s) \end{pmatrix} \quad (59)$$

De la Fig. 11 podemos ver que $v_1(s) = v_1^a(s)$, $I_1(s) = I_1^a(s)$, $v_2^a(s) = v_1^b(s)$, $-I_2^a(s) = I_1^b(s)$, $v_2^b(s) = v_2(s)$ y finalmente que $-I_2^b(s) = -I_2(s)$. Considerando lo anterior y las ecuaciones (58) y (59); los parámetros del bipuerto formado por los bipuertos A y B están dados por-

$$\begin{pmatrix} v_1(s) \\ I_1(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^a(s) & B^a(s) \\ C^a(s) & D^a(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^b(s) & B^b(s) \\ C^b(s) & D^b(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_2(s) \\ -I_2(s) \end{pmatrix} \quad (60)$$

El último conjunto de parámetros para un bipuerto que consideraremos, es el que se denomina parámetros **ABCD**, el cual se define como

$$\begin{pmatrix} v_2(s) \\ I_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1(s) \\ -I_1(s) \end{pmatrix} \quad (61)$$

donde la matriz cuadrada se denomina matriz de parámetros **ABCD** o matriz inversa de parámetros de transmisión. Debido a su poca aplicación en la práctica únicamente la mencionaremos.

Aplicaciones.

A continuación calcularemos algunas funciones de red que son de interés en la realización de circuitos prácticos.

Considere el circuito de la Fig. 12

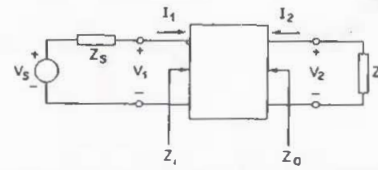


Fig. 12 Bipuerto conectado a una fuente de excitación y carga.

La primera función de red que determinaremos es $z_i(s)$, impedancia de entrada, que es la impedancia vista por fuente v_s de impedancia interna z_s , cuando una carga z_L está conectada al puerto de salida. El cálculo de z_i es importante ya que nos permite hacer una evaluación de eficiencia en la potencia que se transmite a la carga. De la Fig. 12 se tiene

$$v_2(s) = -z_L(s) I_2(s) \quad (62)$$

sustituyendo la ecuación (62) en la ecuación (16) y reorganizando términos, resulta

$$z_i(s) = \frac{\Delta v_1(s)}{I_1(s)} = \frac{Y_{22}(s) + Y_L(s)}{\det Y(s) + Y_{11}(s) Y_2(s)} \quad (63)$$

donde

$$Y_L(s) = 1/z_L(s).$$

La segunda función de red que calcularemos es la impedancia que ve la carga, cuando una fuente con impedancia interna $z_s(s)$ es conectada al puerto de entrada. Esta impedancia a la que denominaremos $z_o(s)$ nos permite evaluar la impedancia de acoplamiento que se conecta al puerto de salida. Para el cálculo de $z_o(s)$; es necesario cancelar la fuente $v_s(s)$ de la Fig. 12; y por lo tanto

$$v_1(s) = -z_s(s) I_1(s) \quad (64)$$

sustituyendo la ecuación (63) en la ecuación (16) y reorganizando términos, tenemos

$$z_o(s) = \frac{v_2(s)}{I_2(s)} = \frac{Y_{11}(s) + Y_s(s)}{\det Y(s) + Y_{22}(s) Y_s(s)} \quad (65)$$

donde

$$Y_s(s) = 1/z_s(s).$$

A continuación determinaremos la función de transferencia de corrientes, la que definiremos como

$$H_i(s) = \frac{-I_2(s)}{I_1(s)} \quad (66)$$

Sustituyendo la ecuación (62) en la segunda ecuación de (2)

$$v_2(s) = z_{21}(s)I_1(s) + z_{22}(s)I_2(s) = -z_L(s)I_2(s) \quad (67)$$

de donde

$$H_i(s) = \frac{z_{21}(s)}{z_L(s) + z_{22}(s)} \quad (68)$$

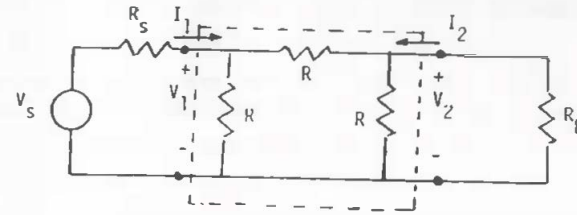
Finalmente calcularemos la función de transferencia de voltajes, $H_v(s) = v_2(s)/v_1(s)$, para lo cual se sustituye la ecuación (62) en la segunda ecuación de (16) y obtenemos

$$H_v(s) = \frac{-Y_{21}(s)}{Y_{22}(s) + Y_L(s)} \quad (69)$$

EXPERIMENTOS A REALIZAR

Experimento 1

Arme el siguiente circuito



Donde $v_s(t) = 10 \text{ sen } 2000 \pi t$; $R = R_s = R_L = 1 \text{ k}\Omega$

Haga las mediciones necesarias para calcular:

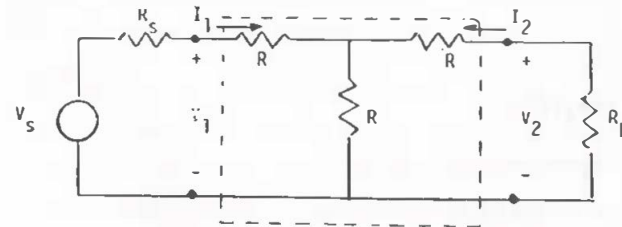
- La impedancia de entrada, $z_i(s)$
- La impedancia de salida, $z_o(s)$
- La función de transferencia, $H_i(s)$
- La función de transferencia, $H_v(s)$

Compare sus calculos con los valores teoricos dados por las ecuaciones (63), (65), (68) y (69)

¿Que concluye?

Experimento 2

Arme el siguiente circuito.



Donde $v_s(t) = 10 \text{ sen } 2000 \pi t$; $R_s = R_L = 1 \text{ k}\Omega$, $R = 1/3 \text{ k}\Omega$

Repita los incisos del experimento 1.

Al comparar los resultados obtenidos en los experimentos anteriores. ¿Que observa? ¿Era de esperarse?

Experimento 3.

Arme el circuito de la Fig. 14. Este presenta una forma de implementar la banda elemental de un ecualizador de magnitud que trabaja en el rango de frecuencias de audio. Note que el capacitor c_1 conectado en paralelo con el potenciómetro R_2 puede considerarse como un circuito delta, por lo que al sustituirlo por su circuito equivalente estrella; dicho circuito puede representarse por el circuito mostrado en la Fig. 6

- $R_1 = 10K\Omega$
- $R_2 = 100K\Omega$
- $R_3 = 1M\Omega$
- $C_1 = 5.6nf$
- $C_2 = 560 pf$

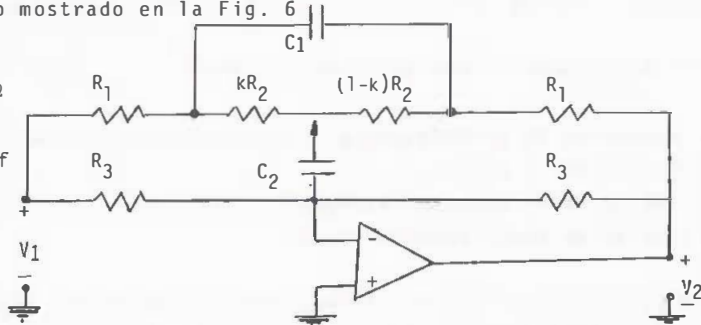


Fig. 14. Banda elemental de un ecualizador de magnitud.

La función de transferencia de circuito de la Fig. 14 tiene la siguiente forma

$$H_v(s) = \frac{v_2(s)}{v_1(s)} = - \frac{as^2 + bs + d}{as^2 + cs + d} \quad (71)$$

donde

$$a = c_1 c_2 R_1 R_2 (R_1 + R_3 + 2R_2 k(1-k))$$

$$b = 2c_1 R_1 R_2 + c_2 R_1 (R_1 + R_2 + R_3) + c_2 R_2 (1-k)(R_2 k + R_3)$$

$$c = 2c_1 R_1 R_2 + c_2 R_1 (R_1 + R_2 + R_3) + c_2 R_2 k(R_2(1-k) + R_3)$$

$$d = 2R_1 + R_2$$

a) Calcule a, b, c y d para los valores de los elementos de la Fig. 14; sustitúyalos en la ecuación (71) y compare la función de transferencia resultante con la ecuación (70). ¿Que concluye?

b) Observe en el osciloscopio la curva de magnitud de v_2 en función de w ; para $0 \leq k \leq 1$.

Una configuración posible para realizar esto se muestra en la Fig. 15.

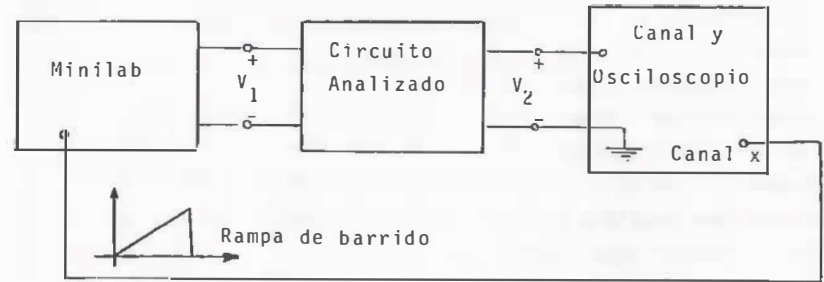


Fig. 15 Configuración para obtener la respuesta en frecuencia

¿Lo que observa en el osciloscopio era de esperarse? ¿Porque?

- c) Para $k = 0$; calcule: el ancho de banda, factor de calidad, frecuencia central y ganancia. Para realizar esto, mida lo necesario, o calculelo teóricamente.
- d) Si se desea que el circuito de la Fig. 14 tenga las mismas características en cuanto ancho de banda, factor de calidad y ganancia en otra frecuencia igual al doble de la frecuencia central determinada en el inciso anterior. ¿Cuales deben ser los nuevos valores de R_1 , R_2 , R_3 , c_1 y c_2 para lograr esto?
- e) Compruebe lo anterior experimentalmente y muéstrelo al instructor.
- f) Aplique al circuito de la Fig. 14 una señal cuadrada de frecuencia $f = 2000Hz$ y observe la respuesta en el osciloscopio. ¿Que observa? Para contestar esta pregunta considere la Teoría de Fourier.

Equipo necesario:

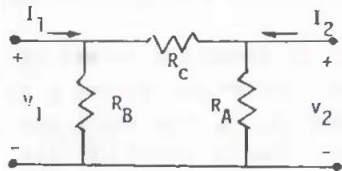
- 1 Osciloscopio
- 1 Minilab
- 1 Multímetro

Material necesario

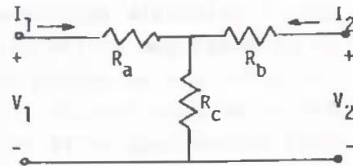
- 11 Resistencias de 1 KΩ, a 1/4 de watt
- 2 Resistencia de 10 KΩ, a 1/4 de watt
- 2 Resistencia de 1 MΩ, a 1/4 de watt
- 1 potenciómetro lineal de 100 KΩ
- 1 Capacitor de 5.6 nF
- 1 Capacitor de 560 pF
- 1 Capacitor de 2.7 nF
- 1 Capacitor de 270 pF
- 1 Amplificador operacional 741

CUESTIONARIO PREVIÓ

1.- Encuentre la matriz de parámetros Z y la matriz de parámetros Y de los circuitos mostrados en la figura 13.



(a)



(b)

Figura 13. (a) Circuito Delta. (b) Circuito estrella.

2.- A partir de los resultados obtenidos en el inciso anterior, calcule:

- i) Los valores de las resistencias del circuito delta en función de las resistencias del circuito estrella para que sean equivalentes.
- ii) Los valores de las resistencias del circuito estrella en función de las resistencias del circuito delta para que sean equivalentes.

3.- Demuestre la validez de la ecuación (33).

4.- Si los circuitos de las figuras 6 y 14 son equivalentes, encuentre las expresiones de R_1 , R_2 , $z_1(s)$, $z_2(s)$ y $z_3(s)$ en función de R_1 , kR_2 , $(1-k)R_2$, R_3 , $1/sC_1$ y $1/sC_2$

5.- Si la función de transferencia de un circuito esta dada por:

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{3.136 \times 10^{-4} (10.1 + 2k(1-k)s^2 + (17.416 + 5.6k(1-k) + 56(1-k))s + 120 \times 10^3)}{3.136 \times 10^{-4} (10.1 + 2k(1-k))s^2 + (17.416 + 5.6k(1-k) + 56k)s + 120 \times 10^3} \quad (70)$$

Bosqueje la respuesta en frecuencia de dicho circuito para $k = 0, 0.5$ y 1

BIBLIOGRAFIA

- Gerez Greiser V.
- Circuitos y Sistemas Electromecánicos. Tomo II
- Representaciones y Servicios de Ingeniería, S.A.

- Desoer A. Charles
- Basic Circuit Theory
- Mc Graw-Hill

Huelsman P.L.
Basic Circuit Theory with Digital Computations
Prentice Hall

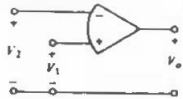
Huelsman P.L.
Introduction to the Theory and Design of Active Filters
Mc Graw-Hill.

Tobey
Operational Amplifiers: Design and Applications
McGraw-Hill

Salva Calleja A., Sanchez Esquivel V.M.
Notas del curso de "Diseño y Construcción de Filtros Analógicos y Digitales"

APENDICE I

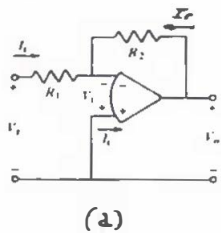
El amplificador operacional es básicamente un dispositivo electrónico con un amplificador diferencial en la entrada y una salida - con una ganancia de voltaje diferencial muy grande. La Fig. 1 muestra el símbolo del amplificador operacional.



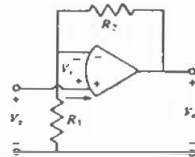
$$V_o(s) = A_d[V_1(s) - V_2(s)]$$

Fig. 1. Símbolo del amplificador operacional.

En un amplificador operacional ideal la resistencia de entrada se considera infinita, la resistencia de salida nula y la ganancia - A_d infinita. Esto permite analizar circuitos con amplificadores operacionales de una manera sencilla al emplear el concepto de tierra virtual. Para visualizar esta idea considere el circuito de la Fig. 2 a



(a)



(b)

Fig. 2. Amplificador de ganancia infinita. (a) inversor (b) no inversor

La corriente I_s a través de la resistencia R_1 se puede calcular mediante la siguiente expresión.

$$I_s = \frac{V_s + V_i}{R_1} \quad (1)$$

y la corriente a través de R_2 por

$$I_r = \frac{V_i + V_o}{R_2} \quad (2)$$

Debido a que la resistencia interna del amplificador es infinita

$$I_s + I_r = 0 \quad (3)$$

Por otro lado la salida del operacional v_o es

$$V_o = A_d V_i \quad (4)$$

Si la ganancia A_d es infinita, entonces

$$V_i = 0 \quad (5)$$

Sustituyendo las ecuaciones (1) y (2) en (3) y considerando se tiene

$$\frac{V_o}{V_s} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (6)$$

Se deja como ejercicio demostrar que la relación V_o/V_s para el circuito de la Fig. 2.b es

$$\frac{V_o}{V_s} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

APENDICE II

LISTA DE MATERIAL UTILIZADO EN LAS PRACTICAS

- 2 Resistencias de $1\text{ M}\Omega$ a 1/2 watt
- 2 Resistencias de $100\text{ K}\Omega$ a 1/2 watt
- 3 Resistencias de $22\text{ K}\Omega$ a 1/2 watt
- 2 Resistencias de $18\text{ K}\Omega$ a 1/2 watt
- 3 Resistencias de $10\text{ K}\Omega$ a 1/2 watt
- 1 Resistencia de $3.3\text{ K}\Omega$ a 1/2 watt
- 11 Resistencias de $1\text{ K}\Omega$ a 1/2 watt
- 1 Resistencia de $470\ \Omega$ a 1/2 watt
- 2 Resistencias de $100\ \Omega$ a 1/2 watt
- 1 Resistencia de $56\ \Omega$ a 10 watts
- 3 Resistencias de $33\ \Omega$ a 1/2 watt
- 1 Potenciómetro lineal de $100\text{ K}\Omega$

- 1 Capacitor de $47\ \text{nF}$
- 2 Capacitores de $0.22\ \mu\text{f}$
- 2 Capacitores de $22\ \text{nF}$
- 2 Capacitores de $0.02\ \mu\text{f}$ ó 4 capacitores de $0.01\ \mu\text{f}$
- 2 Capacitores de $0.05\ \mu\text{f}$
- 2 Capacitores de $0.1\ \mu\text{f}$
- 2 Capacitores de $0.01\ \mu\text{f}$
- 1 Capacitor de $5.6\ \text{nF}$
- 1 Capacitor de $560\ \text{pF}$
- 1 Capacitor de $2.7\ \text{nF}$
- 1 Capacitor de $270\ \text{pF}$

- 2 Pilas de 9 V
- 1 Diodo BY127 ó equivalente
- 1 Amplificador Operacional $\mu\text{A}741$
- 1 Reactor de 20 watts para lámpara fluorescente